

JERZY JANUSZ

BŁĘDY SKALI W SIECIACH LINIOWYCH DO WYZNACZANIA PRZEMIESZCZEŃ POZIOMYCH

ZARYS TREŚCI: W pracy wykazano, że identyfikowanie punktów stałych i obliczanie przemieszczeń poziomych w sieciach liniowych i liniowo-kątowych przy użyciu 4-parametrowej transformacji konforemnej prowadzi do błędnych wyników w przypadku, gdy współczynnik zmiany skali osiąga istotne wartości, tj. różni się niezaniechwalnie od współczynnika zmiany skali wyznaczonego z powtarzanych komparacji dalmierza(y) używanego(ych) przy pomiarach okresowych, których wyniki zredukowano lub nie o wartości poprawek komparacyjnych. W przypadku posługiwania się tą transformacją należy zawsze obliczać wartość współczynnika zmiany skali i gdy jest on zbyt duży, dokonać ponownej identyfikacji punktów stałych przy użyciu 3-parametrowej transformacji izometrycznej.

1. WPROWADZENIE

W pracy powracam do dawno już powstałych podstaw teoretycznych identyfikowania punktów stałych w sieciach liniowych do wyznaczenia przemieszczeń poziomych (Janusz W. 1976, Lazzarini T. 1961, Ryśawy J. 1955). Choć są one stosowane od kilkudziesięciu lat, to w praktyce geodezyjnej pojawiają się podstawowe błędy procedury i mało wnikliwa interpretacja osiąganych wyników. Staram się tu o ujęcie i skomentowanie ułatwiający wykonawcom pomiarów i obliczeń unikanie w przyszłości zauważonych błędów.

Precyzyjne dalmierze elektrooptyczne, na przykład typu TC 2002, TC 2003 firmy Leica, umożliwiają zakładanie sieci liniowych do wyznaczenia przemieszczeń poziomych z błędami średnimi rzędu 1 mm w sieciach o powierzchni rzędu kilku km². Warunkiem osiągnięcia takich dokładności jest jednak między innymi bardzo skrupulatne kontrolowanie zmian parametrów dalmierza, które mogą zachodzić wraz z upływem czasu eksploatacji, jak również przestrzeganie zasady, że określony bok w sieci powinien w każdej okresowej kampanii, w miarę możliwości, być mierzony stale tym samym zestawem: dalmierz plus reflektor. Najlepiej jest też, gdy wszystkie boki w sieci mierzone są jednym zestawem do pomiaru odległości.

W praktyce często występują istotne odstępstwa od tych zasad, powodujące dużo wątpliwości przy interpretowaniu osiągniętych wyników pomiarów i obliczeń. Dotyczy to zwłaszcza sieci już dawno założonych, w których początkowo prowadzono pomiary przy użyciu mniej dokładnych, dostępnych wówczas, niekomparowanych dalmierzy, a obecnie sieci te są mierzone dalmierzami o wyższej dokładności, kontrolowanymi w toku komparacji.

Analiza wyników ujawnia często różnice dotyczące nie tylko dokładności pomiarów uzyskiwanych przy wcześniejszych i aktualnych obserwacjach, ale również istotne różnice skali. Uwidacznia się to zwłaszcza przy transformacyjnym identyfikowaniu punktów wzajemnie stałych.

Przy obliczaniu przemieszczeń poziomych stosuje się procedurę polegającą na realizowaniu kolejnych, opisanych niżej etapów.

1. Wyrównanie swobodne wyników pomiaru wyjściowego sieci kontrolnej (współrzędne wyrównane X, Y).
2. Wyrównanie swobodne wyników pomiaru aktualnego sieci (współrzędne wyrównane X', Y').
3. Typowanie punktów potencjalnie stałych na podstawie oceny wartości i rozkładu przemieszczeń pozornych, obliczonych jako różnice współrzędnych punktów sieci aktualnej i wyjściowej.
4. Identyfikowanie punktów odniesienia spełniających warunek niezmienności wzajemnego położenia, dokonywane na drodze kolejnych, próbnych transformacji współrzędnych punktów potencjalnie stałych z wyrównania swobodnego pomiaru aktualnego do układu współrzędnych z wyrównania swobodnego pomiaru wyjściowego.
5. Obliczenie składowych przemieszczeń jako różnic między współrzędnymi sieci aktualnej przetransformowanymi przy dostosowaniu sieci do zidentyfikowanych punktów, spełniających warunek niezmienności wzajemnego położenia (uznanych na tej podstawie za punkty stałe), do układu sieci wyjściowej, a współrzędnymi sieci wyjściowej. Możliwe jest też obliczenie przemieszczeń poprzez wyrównanie różnic wyników pomiaru aktualnego i pomiaru wyjściowego przy dostosowaniu sieci do zidentyfikowanych punktów stałych, pod warunkiem jednak, że mamy gwarancję, iż usunięte zostały błędy systematyczne pomiarów.

W przypadku gdy różnice wyników pomiarów aktualnego i wyjściowego są obarczone wpływami systematycznymi, przy stosowaniu powyższej procedury trzeba zachować szczególną ostrożność w celu uniknięcia błędnej identyfikacji punktów stałych oraz błędnego obliczenia przemieszczeń.

Zwracam na to uwagę, bowiem w praktyce bardzo często wyniki obliczeń wskazują na istnienie istotnych co do wartości błędów systematycznych, zwłaszcza spowodowanych różnicami wartości jednostki miary długości wyników pomiarów wyjściowego i aktualnego

wykonywanych różnymi dalmierzami lub dalmierzami, które uległy niewykrytemu rozregulowaniu.

Identyfikowanie punktów wzajemnie stałych w sieciach poziomych opiera się na sprawdzaniu metodą transformacji, czy figura geometryczna utworzona przez te punkty przy pomiarze pierwotnym jest identyczna z figurą utworzoną podczas pomiaru aktualnego. Cechami identyczności figur są:

- niezmiennność **kształtu**,
- niezmiennność **orientacji**,
- niezmiennność wymiarów (**skali**).

Stopień pewności dobrej identyfikacji punktów stałych wzrasta wraz z liczbą punktów spełniających warunki identyczności utworzonej przez nie figury oraz z liczbą możliwych do weryfikacji cech niezmienności (najwyższy stopień pewności osiągamy wówczas, gdy możliwe jest sprawdzenie wszystkich trzech cech). W zasadzie należałoby sprawdzać również, czy spełniony jest warunek wzajemnej niezmienności **wysokości** położenia punktów tworzących rozpatrywaną figurę, jednak ta cecha stałości nie jest praktycznie rozpatrywana przy analizie sieci poziomych, a jedynie w sieciach wysokościowych służących do wyznaczania przemieszczeń pionowych (osiadań). Cecha ta może być brana pod uwagę jako czwarta, podlegająca sprawdzaniu jedynie w sieciach, w których na tych samych punktach wyznacza się zarówno przemieszczenia poziome, jak i osiadania. Takie analizy stosuje się jednak rzadko, a jeśli już, to bez zastosowania programów do obliczeń sieci przestrzennych.

W początkowym okresie stosowania geodezyjnych metod pomiarów przemieszczeń, gdy nie były jeszcze rozwinięte konstrukcje dokładnych dalmierzy elektrooptycznych, można było praktycznie wykrywać punkty stałe jedynie na podstawie stwierdzenia niezmienności **kształtu** figur, z wykorzystaniem porównania powtarzanych obserwacji kątowych oraz na podstawie stwierdzenia niezmienności **orientacji** figur z wykorzystaniem powtarzanych pomiarów azymutów astronomicznych lub obserwacji kierunków do odległych celów ziemskich. W praktyce cecha niezmienności – **orientacja** – nie była jednak sprawdzana, głównie z powodu zbyt małej, możliwej do osiągnięcia dokładności pomiaru azymutu astronomicznego lub trudności znalezienia niezmiennych, dostatecznie odległych, orientacyjnych celów ziemskich.

Pojawienie się precyzyjnych dalmierzy umożliwiło wykrywanie również zmian wymiarów (**skali**) figur, co w zasadniczy sposób zwiększyło wiarygodność identyfikacji punktów wzajemnie stałych.

W ostatnich latach pojawiła się możliwość identyfikowania punktów stałych z uwzględnieniem wszystkich wymienionych cech stałości, oparta na wykorzystaniu obserwacji satelitarnych GPS. Jest ona aktualnie w wielu ośrodkach badawczych w fazie próbnych zastosowań, mających na celu sprawdzenie warunków koniecznych do uzyskania zadowalających dokładności.

2. TRANSFORMACJA ZE ZMIANĄ SKALI

Transformacja ta ma praktycznie zastosowanie do identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieciach, w których **nie są mierzone odległości** i do obliczania przemieszczeń punktów w takich sieciach. Możliwe jest stosowanie jej do identyfikacji punktów stałych i obliczania przemieszczeń w sieciach z mierzonymi odległościami, jednak powinno to być wykonywane z uwzględnieniem dalej podanych warunków dodatkowych.

Do transformacji używane są znane wzory (Lazzarini T. 1961), (Ryśawy J. 1955) z korektą wprowadzoną w (Janusz W. 1976) i z oznaczeniami umożliwiającymi sformułowanie jednoznacznej procedury obliczeń:

$$\alpha = \frac{\Sigma(X'_r(Y_r - Y'_r) - Y'_r(X_r - X'_r))}{\Sigma(X'^2_r + Y'^2_r)} \quad (1)$$

$$\beta = -\frac{\Sigma(X'_r(X_r - X'_r) + Y'_r(Y_r - Y'_r))}{\Sigma(X'^2_r + Y'^2_r)} \quad (2)$$

$$a = X_0 - X'_0 \quad (3)$$

$$b = Y_0 - Y'_0 \quad (4)$$

$$x = X' + a - Y'_r \cdot \alpha - X'_r \cdot \beta \quad (5)$$

$$y = Y' + b + X'_r \cdot \alpha - Y'_r \cdot \beta \quad (6)$$

gdzie:

X_r, Y_r – współrzędne punktów sieci z wyrównania swobodnego wyników pomiaru wyjściowego, zredukowane o wartości średnich arytmetycznych X_0, Y_0 ze współrzędnych („wyjściowych”) punktów dostosowania transformacji (które w realizowanym tu zadaniu stanowią zidentyfikowane jako stałe punkty odniesienia pomiaru wyjściowego i aktualnego), tj. $X_r = X - X_0$,
 $Y_r = Y - Y_0$;

X'_r, Y'_r – współrzędne punktów sieci z wyrównania swobodnego wyników pomiaru aktualnego, zredukowane o wartości średnich

- arytmetycznych X'_0, Y'_0 ze współrzędnych („aktualnych”) punktów dostosowania transformacji, tj. $X'_r = X' - X'_0$,
 $Y'_r = Y' - Y'_0$;
- α, β – parametry zależne od skreśtu ε i zmiany skali q figury utworzonej przez przyjęte punkty dostosowania transformacji;
- x, y – współrzędne punktów zaobserwowanych w sieci aktualnej, wyrażone w wyniku transformacji w układzie współrzędnych sieci wyjściowej, obarczone wpływem zmiany skali q (dostosowującej wymiary liniowe sieci aktualnej do wymiarów sieci wyjściowej).

Uwaga

- 1) Dla przejrzystości we wzorach nie zapisano indeksów przy współrzędnych; wartość indeksu we wzorach (1), (2) zmienia się od jedności do liczby punktów dostosowania transformacji, a we wzorach (5), (6) może się zmieniać od jedności do liczby punktów zaobserwowanych w sieci aktualnej.
- 2) Liczba składników sumy Σ we wzorach (1) i (2) jest równa liczbie punktów dostosowania transformacji.

Składowe przemieszczeń, tj. różnice współrzędnych poszczególnych punktów sieci aktualnej przetransformowanej ze zmianą skali do układu sieci wyjściowej przy dostosowaniu do zidentyfikowanych jako stałe punktów odniesienia pomiaru wyjściowego i aktualnego, obliczamy ze wzorów:

$$dx = x - X \quad (7)$$

$$dy = y - Y \quad (8)$$

Błąd identyfikacji punktów wzajemnie stałych dokonanej ze zmianą skali można efektywnie oszacować (na podstawie przemieszczeń punktów dostosowania transformacji), na przykład korzystając ze wzorów:

$$m_{dx} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}}, \quad m_{dy} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma dy^2}{n}}, \quad m_{dP} = \pm \sqrt{m_{dx}^2 + m_{dy}^2} \quad (9)$$

Do transformacji ze zmianą skali możemy wykorzystać na przykład program 4-parametrowej transformacji z pakietu programów GEONET (Kadaj R. 1995).

Przy dotychczasowym postępowaniu na ogół poprzestawano na wykonaniu opisanych wyżej czynności.

Po zastosowaniu powyższych wzorów należy zawsze obliczyć wartości:

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{1 - \beta} \quad (10)$$

$$q = \sqrt{\alpha^2 + (1 - \beta)^2} \quad (11)$$

i wnikliwie im się przyjrzeć.

Otrzymana wartość ε służy do sprawdzenia, czy skręt sieci jest zgodny z wynikami pomiarów i założeniami wyjściowymi dotyczącymi dokonanych wyrównań swobodnych sieci wyjściowej i aktualnej oraz przyjętych układów współrzędnych.

Otrzymana wartość q służy do stwierdzenia, w jakim stopniu figury utworzone przez punkty dostosowania sieci aktualnej i wyjściowej (dostosowania transformacji) różnią się pod względem skali.

Błąd m_{dP} obliczany ze wzoru (9) przy powyższej procedurze wyznaczania przemieszczeń pozornych, utożsamiany jest w dotychczasowej praktyce z błędem identyfikacji stałych punktów odniesienia. Punkty uważa się za stałe, gdy błąd identyfikacji nie przekracza zbyt dużego pierwiastka z sumy kwadratów błędów tych punktów, obliczonych przy obu wyrównaniach swobodnych sieci. Trzeba jednak wyraźnie stwierdzić, że pogląd ten można uznać za słuszny tylko w tym przypadku, gdy współczynnik zmiany skali q sieci w której mierzono długości, obliczony przy transformacji różni się zaniedbywalnie od **jedności**.

W przypadku przeciwnym błąd identyfikacji obliczony ze wzoru (9) jest zbyt optymistyczny, tj. mniejszy od **rzeczywistego** błędu poprawnej identyfikacji, dokonywanej bez zniekształcenia wymiarów figury utworzonej przez punkty sieci.

W takim przypadku dokonaną identyfikację trzeba uznać za nieprawidłową i należy przeprowadzić identyfikację na drodze transformacji bez zmiany skali.

Niekiedy jednak świadomie przyjmuje się, że punkty stałe zostały zidentyfikowane poprawnie, pomimo stwierdzonej zmiany skali, zakładając, że zmiana ta została wywołana **jedynie** systematyczną zmianą jednostki długości dalmierza (dalmierzy) używanych przy powtarzanych pomiarach sieci. Postępowanie takie nie jest całkiem poprawne, ale może się okazać dopuszczalne, jednak z zastrzeżeniem, że wówczas, w celu upewnienia się

o słuszności tego wniosku, identyfikacja stałości powinna dotyczyć grupy punktów liczniejszej niż przyjmowano dotychczas. W praktyce przyjęcie takiego postępowania oznacza wprowadzenie, w wyniku transformacji, korekty do wyników pomiarów, usuwającej błąd systematyczny, traktowany **jedynie** jako wynik niewykrytej wcześniej zmiany jednostki długości stosowanego dalmierza (z założeniem wykluczenia innych źródeł błędu systematycznego). W takim przypadku dobrze jest przeprowadzić uzupełniające kontrole wyników pomiarów wszystkich sieci, które były w tym samym czasie mierzone egzemplarzem dalmierza wykorzystanym do pomiarów okresowych rozpatrywanej sieci. **Z tego też powodu do pomiarów przemieszczeń powinny być używane wyłącznie egzemplarze dalmierzy z aktualnym świadectwem komparacji, powinna też bezwzględnie obowiązywać zasada wykazywania w operatach pomiarowych numerów tych dalmierzy oraz przechowywania wyników ich komparacji. Wówczas zawsze, nawet gdy wyniki komparacji nie są na bieżąco wykorzystywane do wprowadzania poprawek do obserwacji, istnieje możliwość dodatkowego potwierdzenia *post factum* wniosków płynących z analizy wyników identyfikacji punktów stałych dokonywanej na drodze transformacyjnej.**

3. TRANSFORMACJA BEZ ZMIANY SKALI I POPRAWNA IDENTYFIKACJA PUNKTÓW STAŁYCH

Jak powiedziano wyżej, zidentyfikowanie punktów stałych w sieci, w której mierzono odległości, powinno opierać się na takim przetransformowaniu sieci z pomiaru aktualnego do pierwotnego układu współrzędnych sieci wyjściowej, przy którym nie następuje **zmiana skali**. Można do tego wykorzystać wyniki omówionej transformacji, dokonanej ze zmianą skali. W tym celu po dokonaniu transformacji ze zmianą skali trzeba obliczyć nowe wartości współczynników α' , β' ze wzorów:

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + (1 - \beta^2)}} \quad (12)$$

$$\beta' = 1 - \frac{1 - \beta}{\sqrt{\alpha^2 + (1 - \beta)^2}} \quad (13)$$

korzystając z wartości α i β obliczonych uprzednio ze wzorów (1), (2), a następnie obliczyć wartości współrzędnych \underline{x} , \underline{y} punktów z pomiaru

aktualnego w pierwotnym układzie współrzędnych sieci wyjściowej ze wzorów:

$$\underline{x} = X' + a - Y'_r \cdot \alpha' - X'_r \cdot \beta' \quad (14)$$

$$\underline{y} = Y' + b + X'_r \cdot \alpha' - Y'_r \cdot \beta' \quad (15)$$

i błąd identyfikacji wzajemnie stałych punktów dostosowania na przykład ze wzorów:

$$m_{d\underline{x}} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma d\underline{x}^2}{n}}, \quad m_{d\underline{y}} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma d\underline{y}^2}{n}}, \quad m_{d\underline{P}} = \pm \sqrt{m_{d\underline{x}}^2 + m_{d\underline{y}}^2} \quad (16)$$

gdzie $d\underline{x} = \underline{x} - X$, $d\underline{y} = \underline{y} - Y$ są składowymi przemieszczeń obliczonymi bez zmiany skali sieci aktualnej.

Do transformacji bez zmiany skali możemy wykorzystać na przykład program 3-parametrowej transformacji izometrycznej z pakietu programów GEONET (Kadaj R. 1995).

Przykład

Sprawdzić, czy wymiary (skala) trójkąta 1, 2, 3 o współrzędnych X, Y wyznaczonych z pomiaru wyjściowego są zgodne z wymiarami trójkąta 1', 2', 3' o współrzędnych X', Y' wyznaczonych z pomiaru aktualnego i obliczyć błędy identyfikacji ze zmianą skali i bez zmiany skali.

Pomiar aktualny			Pomiar wyjściowy		
nr punktu	współrzędne wtórne		nr punktu	współrzędne pierwotne	
	X'	Y'		X	Y
	[m]	[m]		[m]	[m]
1'	0,000	0,000	1	0,000	0,000
2'	100,200	0,000	2	100,000	0,000
3'	0,000	50,120	3	0,000	50,000

Z transformacji ze zmianą skali otrzymujemy następujące wartości w metrach:

Nr punktu	x	y	dx	dy
1'	0,001	-0,003	0,001	-0,003
2'	99,993	-0,009	-0,007	-0,009
3'	0,004	0,013	0,004	0,013

oraz

$$m_{dx} = \pm 0,005 \text{ m}, \quad m_{dy} = \pm 0,009 \text{ m}, \quad m_{dP} = \pm 0,010 \text{ m}$$

$$\alpha = -0,000\ 067, \quad \beta = 0,002\ 076, \quad \varepsilon = 42,6^{\text{cc}}$$

$$q = 0,997\ 924, \quad 1 - q = 0,002\ 076$$

Uznając wartość $1 - q$ za zbyt dużą, wykonamy transformację bez zmiany skali, otrzymując w rezultacie:

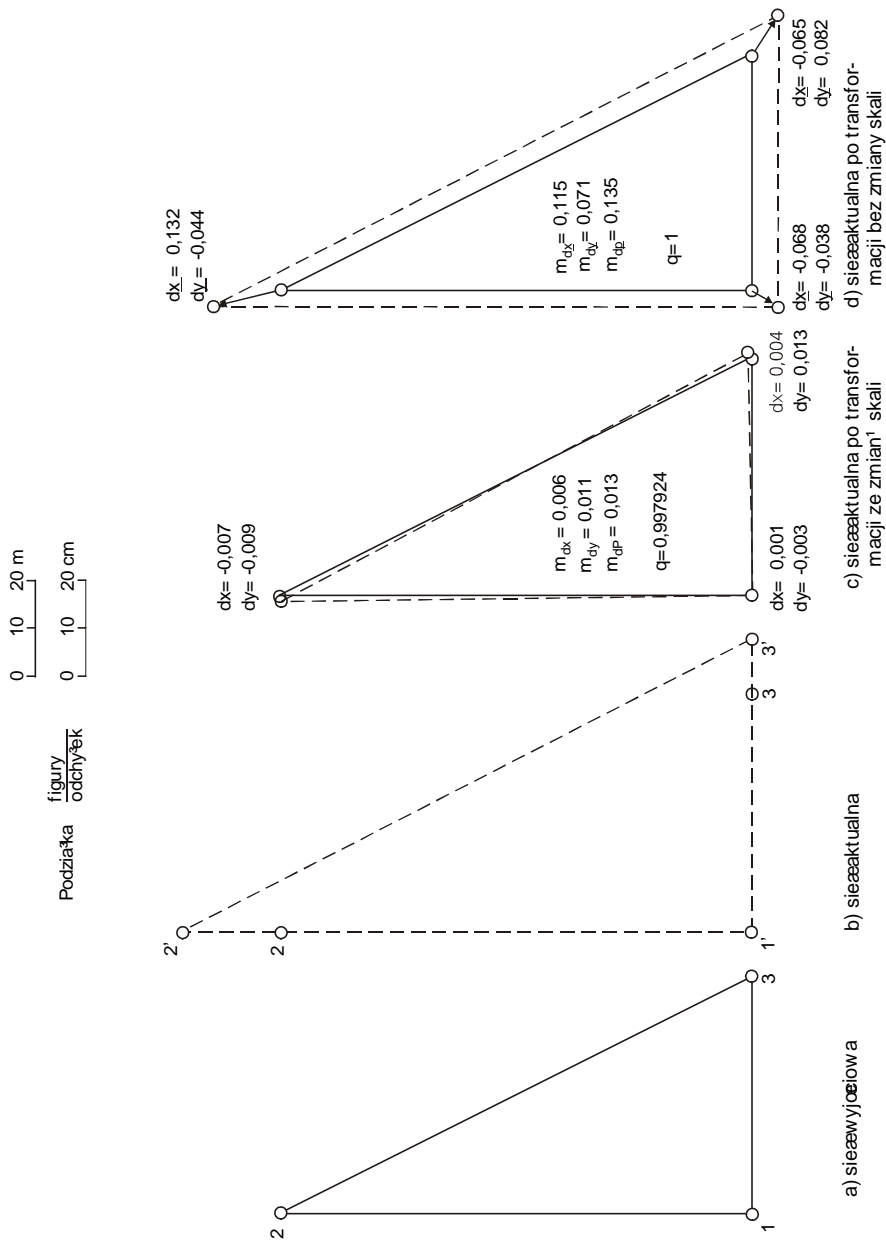
Nr punktu	\underline{x}	\underline{y}	$d\underline{x}$	$d\underline{y}$
1'	-0,068	-0,038	-0,068	-0,038
2'	100,132	-0,044	0,132	-0,044
3'	-0,065	50,082	-0,065	0,082

$$m_{d\underline{x}} = \pm 0,093 \text{ m}, \quad m_{d\underline{y}} = \pm 0,058 \text{ m}, \quad m_{d\underline{P}} = \pm 0,110 \text{ m}$$

$$\alpha = -0,000\ 067, \quad \beta = 0,000\ 000$$

$$q = 1$$

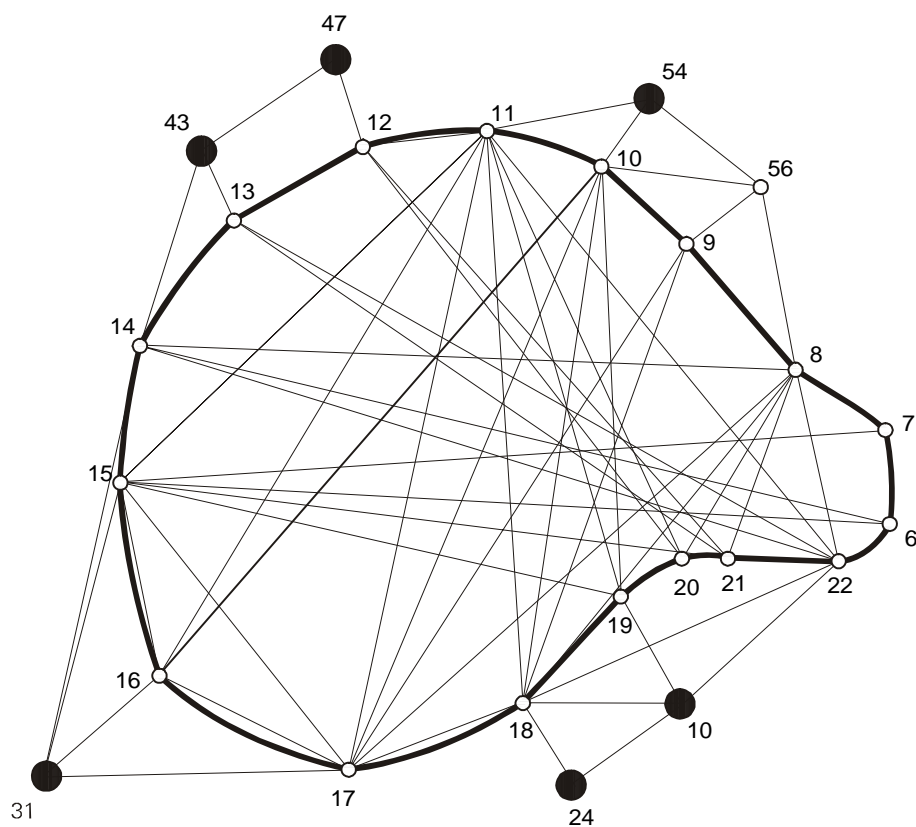
Okazało się, że transformacja dokonana ze zmianą skali spowodowała w niniejszym przykładzie błąd m_{dP} bardzo optymistyczny, tj. o jeden rząd mniejszy od błędu $m_{d\underline{P}}$ transformacji dokonanej bez zmiany skali.



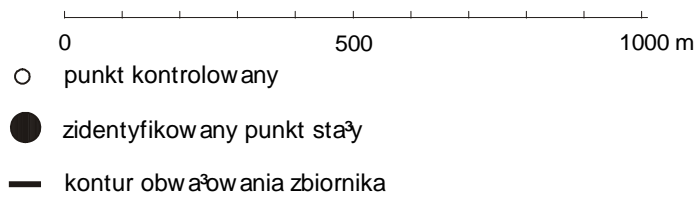
Rys. 1

Ilustrację graficzną niniejszego przykładu stanowi rysunek 1. Na rysunku 1a pokazano trójkąt 1, 2, 3, według wyników pomiaru wyjściowego, na rysunku 1b trójkąt 1', 2', 3' według wyników pomiaru aktualnego. Na rysunku 1c pokazano linią przerywaną trójkąt 1', 2', 3' przetransformowany do układu trójkąta 1, 2, 3 oznaczonego linią ciągłą, ze zmianą skali, która

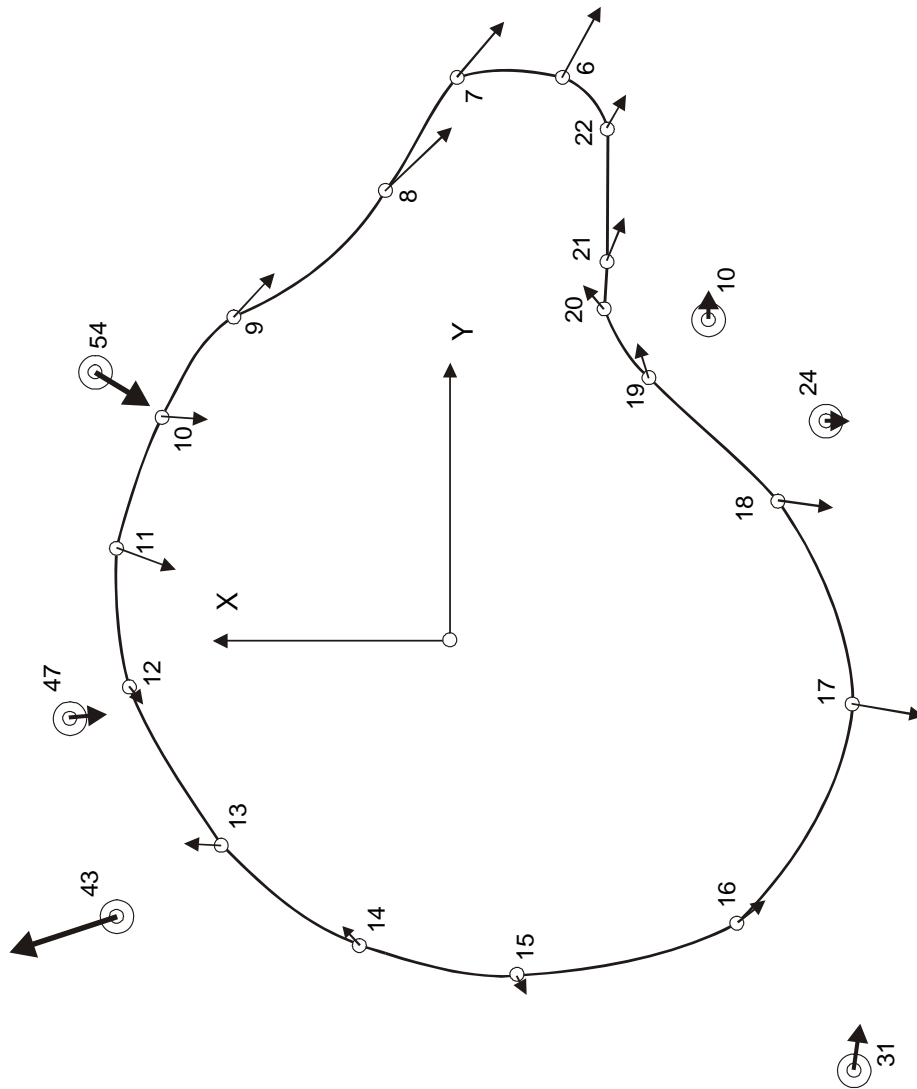
spowodowała bardzo dobre dopasowanie figur kosztem „zmniejszenia” trójkąta 1', 2', 3' do wymiarów trójkąta 1, 2, 3. Na rysunku 1d pokazano linią przerywaną trójkąt 1', 2', 3' przetransformowany do układu trójkąta 1, 2, 3 oznaczonego linią ciągłą, bez zmiany skali, co doprowadziło do jego przesunięcia i obrotu **bez zmiany wymiarów** w stosunku do „wymiarów” z rysunku 1b, kosztem uzyskania znacznie większych, lecz **realnych** odchylek dopasowania.



Podziaka



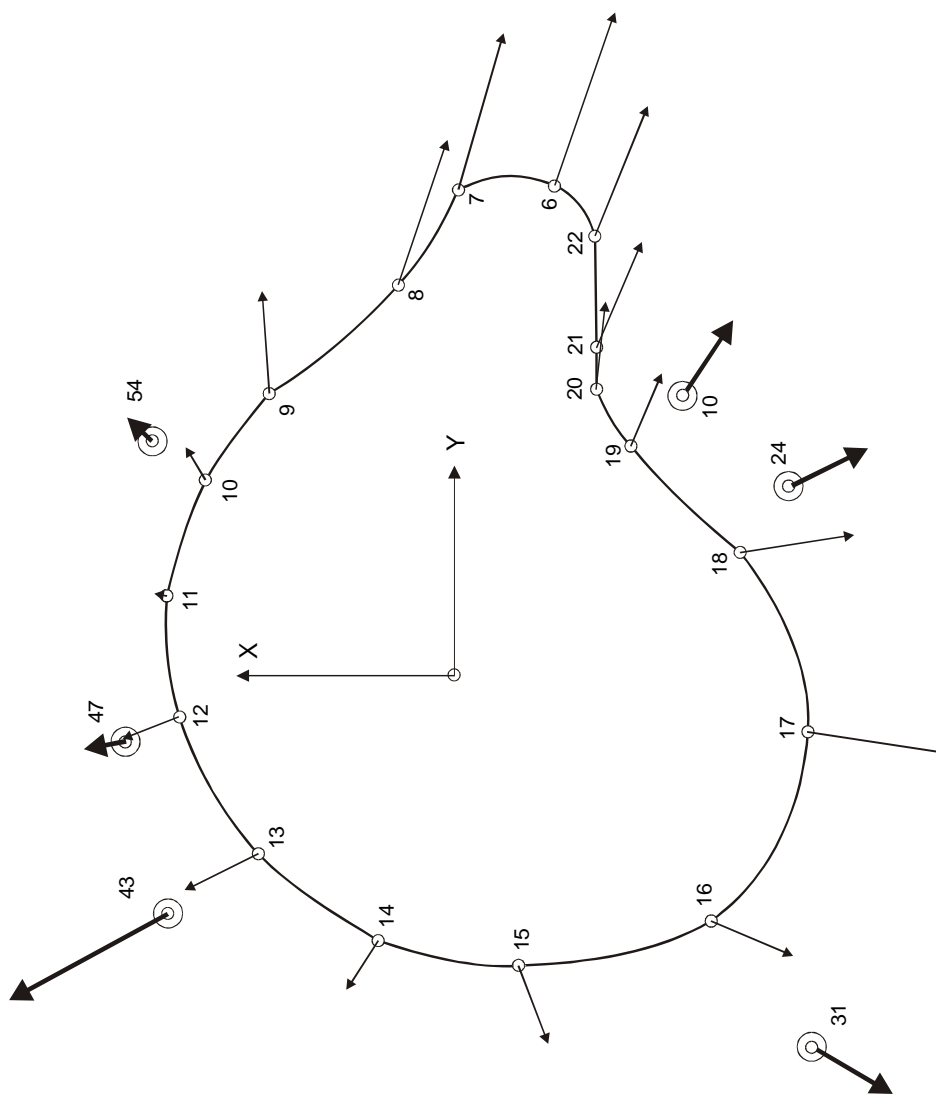
Rys. 2

**Wektory przemieszczeń z 4-parametrowej transformacji konforemnej**

Skala rozmieszczenia punktów 1:10 000

Skala wektorów 1:1

Rys. 3a



Wektory przemieszczeń z 3-parametrowej transformacji izometrycznej
 Skala rozmieszczenia punktów 1:10 000
 Skala wektorów 1:1

Rys. 3b

Jako przykład błędnej identyfikacji punktów stałych na podstawie transformacji, przy której nie dostrzeżono, że nastąpiła znaczna zmiana skali, niech służyć obliczenia dokonane w sieci przedstawionej na rysunku 2, służącej do wyznaczania poziomych przemieszczeń obwałowania zbiornika wodnego. Przy wyrównaniach swobodnych otrzymano błędy punktów zidentyfikowanych następnie jako stałe, o przeciętnej wartości $m_p = \pm 1,6$ mm. W sieci tej zidentyfikowano, przy użyciu 4-parametrowej transformacji konforemnej, sześć punktów stałych (oznaczonych na rysunku zaczerpionymi kółkami), przy otrzymanym błędzie identyfikacji $m_{dP} = \pm 8,7$ mm i przy współczynniku zmiany skali $q = 0,99997767$. Tak duża wartość błędu identyfikacji stałych punktów odniesienia w stosunku do błędów obliczonych przy wyrównaniach swobodnych **nie upoważnia do uznania, że punkty te są stałe**. Na domiar złego otrzymana duża wartość współczynnika $1 - q$ oznacza w praktyce, że rzeczywiste błędy zidentyfikowania niezmiennej figury, utworzonej przez te punkty, (spełniającej również warunek niezmienności wymiarów) są znacznie większe – zwiększone o wpływ błędu systematycznego rzędu $1 - q = 0,00002233$, tj. o 22,4 ppm. Przy rozmiarach sieci, której punkty rozmieszczone są na obwodzie zbiornika o średnicy rzędu 1 km oznacza to, że błąd systematyczny wyznaczenia zmiany tej średnicy osiąga wartość rzędu 22 mm. Błąd m_{dP} identyfikacji bez zmiany skali, który obliczyłem korzystając z 3-parametrowej transformacji izometrycznej, osiągnął wartość 2 razy większą od błędu m_{dP} identyfikacji z dopasowaniem skali sieci aktualnej do skali sieci wyjściowej, tj. $m_{dP} = \pm 17,4$ mm. **Tak duża, 8-krotna przewaga wartości błędu identyfikacji nad wartością pierwiastka z sumy kwadratów błędów punktu obliczonych przy wyrównaniach swobodnych, jest świadectwem źle dokonanej identyfikacji** (a być może również świadectwem faktycznego braku w tej sieci punktów wykazujących stałość na poziomie dokładności wykonanych pomiarów).

Na rysunku 3a pokazano wektory przemieszczeń punktów sieci obliczone z 4-parametrowej transformacji konforemnej, zaś na rysunku 3b pokazano wektory przemieszczeń, które obliczyłem na podstawie tych samych danych z 3-parametrowej transformacji izometrycznej. Wektory przemieszczeń zidentyfikowanych punktów stałych oznaczono linią pogrubioną. Na rysunkach tych punkt obrotu sieci przy transformacji oznaczony jest w miejscu przecięcia osi układu współrzędnych.

Wektory na rysunku 3a są zredukowane ze względu na zmianę skali figury utworzonej przez zidentyfikowane punkty stałe nr 10, 24, 31, 43, 47, 54. Przyjęcie tak obliczonych przemieszczeń oznacza w praktyce uznanie za nieszkodliwe, że długości zmierzone przy pomiarze aktualnym różnią się od długości zmierzonych przy pomiarze wyjściowym o systematyczny błąd proporcjonalny o wartości 22,4 ppm, spowodowany zmianą parametrów

dalmierza (lub takimi wzajemnymi przemieszczeniami zidentyfikowanych punktów stałych, przy których zachowane zostało podobieństwo utworzonej przez nie figury lecz nie zostały zachowane jej wymiary liniowe). Duże różnice między wektorami przemieszczeń pokazanymi na rysunkach 3a, 3b są dowodem i skutkiem źle dokonanej identyfikacji punktów stałych.

Identyfikację punktów stałych można uznać za przeprowadzoną prawidłowo, gdy przemieszczenia obliczone z 4-parametrowej transformacji konforemnej różnią się zaniedbywalnie od przemieszczeń obliczonych z 3-parametrowej transformacji izometrycznej!

Należy wspomnieć, że dodatkową przyczyną złej identyfikacji układu odniesienia było w tym przypadku uznanie za stały punktu nr 43, którego wektor przemieszczenia osiągnął długość 30,8 mm, 14 razy większą od błędu średniego wynikającego z wyrównań swobodnych.

Podkreślenia wymaga widoczna na rysunku 3 cecha osiągniętych wyników polegająca na tym, że wartości przemieszczeń punktów kontrolowanych są tego samego rzędu co wartości odchyłek identyfikacji punktów stałych, co powoduje, że do poprawności identyfikacji trzeba przykładać szczególnie dużą wagę (od tej poprawności zależy w dużym stopniu sensowność całego wyznaczania przemieszczeń).

4. UWAGI KOŃCOWE

Po poprawnym wykonaniu identyfikacji punktów stałych należy przystąpić do obliczenia przemieszczeń pozostałych punktów sieci kontrolnej. W przypadku sieci z mierzonymi długościami można to uczynić przy użyciu 3-parametrowej transformacji izometrycznej, która dostarcza prawidłowe wartości składowych wektorów przemieszczeń lecz nie umożliwia szczegółowego oszacowania dokładności przemieszczeń z uwzględnieniem rozmieszczenia stałych punktów odniesienia i z uwzględnieniem oszacowania dokładności ich identyfikacji. Z tego powodu, jeśli pragniemy uzyskać te dane, powinniśmy obliczyć przemieszczenia na drodze ponownego wyrównania obserwacji z pomiaru wyjściowego i pomiaru aktualnego lub wyrównania różnic tych obserwacji sieci kontrolnej, w nawiązaniu do zidentyfikowanych punktów stałych.

Należy jednak przypomnieć, że zgodnie z zasadami rachunku wyrównania obowiązuje zasada, iż wyrównywaniu podlegają obserwacje, które nie są obciążone wpływem błędów systematycznych. Z tego wynika, że pomiary przemieszczeń, których wartości na ogół nieznacznie przekraczają granice dokładności wyznaczenia, powinny być wykonywane dalmierzami komparowanymi w czasie zbliżonym do czasu wykonania każdego pomiaru okresowego a wyniki pomiarów powinny być redukowane ze względu na stwierdzane w wyniku komparacji zmiany parametrów dalmierza.

LITERATURA

- [1] Janusz W., 1976, *Transformacja współrzędnych bez zniekształceń*. Przegląd Geodezyjny nr 4.
- [2] Lazzarini T., 1961, *Geodezyjne pomiary odkształceń i ich zastosowanie w budownictwie*. Warszawa PPWK.
- [3] Ryšavy J., 1955, *Geodesie*. Praha.
- [4] Kadaj R., 1995, *GEONET – system obliczeń geodezyjnych. Opis funkcjonalny i zasady obsługi*. Rzeszów.

JERZY JANUSZ

SCALE ERRORS IN LINEAR NETWORKS
FOR DETERMINING HORIZONTAL DISPLACEMENTS

A b s t r a c t

Author presented discussion concerning approach related to identification of fixed points in horizontal networks, which include linear observations. It was emphasized, that applying for this purpose four-parameter conformal transformation only points, which form figure with the similar shape, can be identified, while usage of three-parameter isometric transformation enables identification of figure not only with similar shape, but also with original size.

It implies application for identification of fixed points and for calculation of displacements of the remaining network points three-parameter isometric transformation. It is possible to admit use four-parameter conformal transformation for this purpose, but then coefficient of change of scale must be calculated and checked, if its value is different from 0 within negligible limits, not influencing the computed displacements. The example was given in the paper, which illustrates consequences of applying four-parameter transformation in case, when figure formed by points of updated network is not identical with figure formed by these points in original network, being only similar in shape.

In case, when network is characterized by repeating orientation observations, i.e. astronomical azimuths, GPS satellite observations or observations of directions to distant earth targets, identification of fixed points should be based on searching for figures, which kept unchanged size and orientation. Then identification of fixed points and calculation of displacements of the remaining points should be done with the use of two-parameter transformation.

Translation: Zbigniew Bochenek

*ЕЖИ ЯНУШ***ОШИБКИ МАСШТАБА В ЛИНЕЙНЫХ СЕТЯХ ДЛЯ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СМЕЩЕНИЙ****Р е з ю м е**

В работе обсуждены действия, связанные с идентификацией опорных пунктов в горизонтальных сетях, вмещающих линейные наблюдения. Обращено внимание на то, что при применении для этой цели 4-параметровой конформной трансформации можно идентифицировать только пункты, образующие фигуру с сохранённым подобием формы, зато при использовании для этой цели 3-параметровой изометрической трансформации можно идентифицировать фигуру, которая не только сохранила подобие формы, но и сохранила также первичные размеры.

По этому поводу для идентифицирования опорных пунктов и вычисления смещений остальных пунктов линейных и линейно-угловых сети следует применять 3-параметровую изометрическую трансформацию. Допустимо применение для этой цели 4-параметровой конформной трансформации, но тогда следует всегда вычислять величину коэффициента изменения масштаба и оценить, отличается ли его величина от единицы в пренебрегаемых, не вредных границах для вычисленных смещений. В работе дан пример, иллюстрирующий последствия применения 4-параметровой трансформации в случае, когда фигура, образованная пунктами актуальной сети не идентична с фигурой, образованной этими пунктами в первичной сети, а только лишь подобна ей в отношении формы.

В случае, когда в сети имеются также повторяемые наблюдения, ориентирующие её, т.е. астрономические азимуты, спутниковые наблюдения GPS или наблюдения направлений к отдалённым земным целям, идентифицирование опорных пунктов должно заключаться в поиске фигур, которые сохранили неизменные размеры и ориентацию. Тогда идентифицирование опорных пунктов и вычисление смещений остальных пунктов должно происходить с использованием 2-параметровой трансформации.

Перевод: Роза Толстикова

