

ANIELA MAKOWSKA

PRECYZYJNA NIWELACJA TRYGNOMETRYCZNA W TERENACH GÓRSKICH

ZARYS TRESCI. W pracy przedstawiono wyniki badań teoretycznych i empirycznych dotyczące precyzyjnej niwelacji trygonometrycznej o krótkich bokach (do 0.5 km.). Niwelacja trygonometryczna, analogicznie do niwelacji geometrycznej, oznacza tu sumę jednostkowych trygonometrycznie pomierzonych różnic wysokości, czyli ciąg niwelacji trygonometrycznej założony między znakami wysokości (reperami). Omówione w artykule badania dotyczą metodyki i dokładności wyznaczania różnic wysokości na podstawie synchronicznych obserwacji kątów zenitalnych (odległości zenitalnych) oraz odległości pomierzonych za pomocą dalmieryś elektrooptycznych.

1. Wprowadzenie

Prowadzone przez autorkę prace na poligonie geodynamicznym w Tatrach wymagały opracowania nowych lub też adaptowania znanych metod pomiarowych do wykonania obserwacji z największą możliwą do osiągnięcia dokładnością w tym skrajnie trudnym dla geodety terenie.

W artykule tym omówiono część pierwszą badań w temacie "Metodyka wyznaczania dużych różnic wysokości i ich zmian w terenach górskich". Część druga - "Sieci przestrzenne" i część trzecia - "Zmiany wysokości i pola grawitacyjnego w procesach geodynamicznych Tatr", ukażą się sukcesywnie w następnych zeszytach.

Ze względu na trudności terenowe, dokładność pomiaru, duże przewyższenia (przekraczające 1000 m), oraz nakład pracy, jedną z metod jaką można zastosować do wyznaczania przewyższeń jest niwelacja trygonometryczna. Oczywiście metoda ta wymagała pog-

iębienia teorii o uwzględnienie ziemskiego pola grawitacyjnego, jak również opracowania techniki pomiaru w celu podniesienia jej dokładności.

Zwykło się uważać, że niwelacja trygonometryczna jest metoda stosunkowo mało dokładna i pod względem dokładności nie może dorównać precyzyjnej niwelacji geometrycznej. Jednak przy wykorzystaniu nowoczesnego sprzętu pomiarowego i zastosowaniu odpowiedniej techniki pomiaru, okazuje się, że jest metodą dokładną i ekonomiczną, zwłaszcza w terenach górskich, gdzie z kolei dokładność niwelacji geometrycznej jest limitowana wadami precyzyjnych lat niwelacyjnych (Cieślak J. 1977, Zabek Z. 1980) i nagromadzeniem stanowisk obserwacyjnych.

Niwelacja trygonometryczna nie mogła być metodą konkurencyjną dla niwelacji geometrycznej dopóki nie istniały dokładne i wygodne sposoby pomiaru odległości. Sytuacja uległa zmianie z chwilą wprowadzenia do geodezji nowoczesnych dalmierzy elektrooptycznych, dzięki którym można szybko, wygodnie i dokładnie mierzyć odległości skośne.

Dzisiejsza, nowoczesna niwelacja trygonometryczna polega na pomiarze wzajemnych kątów zenitalnych teodolitami sekundowymi oraz elektrooptycznym pomiarze odległości skośnych. Dla zmniejszenia wpływu refrakcji na wyznaczane przewyższenie, pomiar wzajemnych kątów zenitalnych należy przeprowadzać synchronicznie.

Opracowanie zostało wykonane w ramach CPBP nr 03.02 "Dynamika płyt litosferycznych i budowa struktur wglebnych w Polsce" koordynowanego przez Instytut Geofizyki PAN i częściowo w ramach programu badawczego I 07 MEN.

2. Wzory niwelacji trygonometrycznej

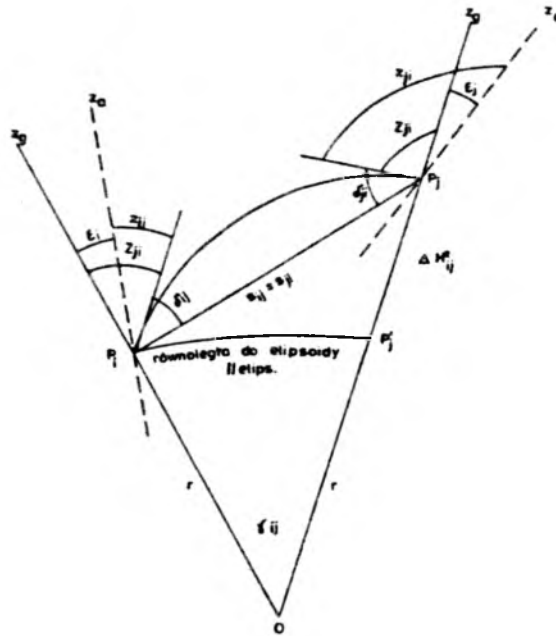
Geometryczne zależności i użyte oznaczenia ilustruje rysunek 1. Elipsoidalna różnica wysokości (zwana również geodezyjną) jest wyznaczona z zależności

$$\Delta h_{ij}^e = s_{ij} \cos(Z_{ij} + \delta_{ij} - \frac{1}{2} \gamma_{ij}) \sec \frac{1}{2} \gamma_{ij} \quad (1)$$

gdzie

Z_{ij} - kąt zenitalny odniesiony do normalnej do elipsoidy, tzw. geodezyjny kąt zenitalny.

δ_{ij} - kat refrakcji pionowej.
 γ_{ij} - kat srodzkowy z pominięciem wpływu wachrowalosci normalnych do elipsoidy.



Rys. 1.

Geodezyjny kat zenitalny jest wyrażony przez zaobserwowany kat zenitalny z_{ij} i składową odchylenia pionu ϵ_i w azymucie obserwowanej linii α_{ij}

$$Z_{ij} = z_{ij} + \epsilon_i \quad (2)$$

gdzie

$$\epsilon_i = \xi_i \cos \alpha_{ij} + \eta_i \sin \alpha_{ij}$$

ξ_i i η_i - składowe odchylenia pionu, południkowa i w pierwszym wertykale.

Wzór (1) jest wzorem ścisłym. W praktyce geodezyjnej, zwłaszcza dla krótkich boków wygodniej jest stosować wzory przybliżone. W tym celu przekształćmy wzór (1) stosując rozwinięcie na szereg Taylora z pominięciem wyrazów wyższych rzędów

otrzymamy

$$\Delta H_{ij}^e = s_{ij} \cos z_{ij} - s_{ij} \sin z_{ij} (\varepsilon_i + \delta_{ij} - \frac{1}{2} \gamma_{ij}) \quad (3)$$

gdyż $\sec \frac{\gamma}{2}$ praktycznie jest równy 1.

Porównanie rezultatów otrzymanych wzorem (1) i (3) dla boków o długości $s = 2000$ m daje różnicę mniejszą od 0.1 mm.

Wyraźmy następnie kąt refrakcji za pomocą współczynnika refrakcji k_{ij} :

$$\delta_{ij} = k_{ij} \frac{s_{ij}}{2r} \sin z_{ij} \quad (4)$$

r - jest sumą promienia krzywizny przekroju normalnego elipsoidy w azymucie celowej i wysokości ponad elipsoidą punktu P_i .

Dla krótkich boków (do 1 km.) można przyjąć $r = 6371$ km.

Ostatecznie

$$\Delta H_{ij}^e = s_{ij} \cos z_{ij} - (s_{ij} \sin z_{ij}) (\varepsilon_i) + \frac{(s_{ij} \sin z_{ij})^2}{2r} (1 - k_{ij}) \quad (5)$$

Analogiczny wzór mamy oczywiście dla obserwacji kąta zenitalnego na stanowisku P_j , a więc

$$\Delta H_{ji}^e = s_{ij} \cos z_{ji} - (s_{ij} \sin z_{ji}) (-\varepsilon_j) + \frac{(s_{ij} \sin z_{ji})^2}{2r} (1 - k_{ji}) \quad (6)$$

gdzie ε_j jest składową odchylenia pionu w punkcie P_j i azymucie α_{ij} .

Uwzględniając (5) i (6) otrzymamy wzór dla elipsoidalnej różnicy wysokości na podstawie wzajemnych obserwacji kątów zenitalnych o postaci

$$\Delta H_{ij}^e = \Delta H_{ij} - \frac{1}{2} s_{ij} \sin z_{ij} (\varepsilon_i + \varepsilon_j) \quad (7)$$

gdzie ΔH_{ij} jest różnicą wysokości określona wzorem

$$\Delta H_{ij} = \frac{1}{2} s_{ij} (\cos z_{ij} - \cos z_{ji}) - \frac{(s_{ij} \sin z_{ij})^2}{4r} (k_{ij} - k_{ji}) \quad (8)$$

W tym wypadku nie jest potrzebna znajomość współczynników refrakcji, a tylko ich różnica. Jeśli odpowiednio dobierze się lokalizację punktów ciągu to dla celów praktycznych można przyjąć $k_{ij} = k_{ji}$, wówczas

$$\Delta H_{ij}^e = \frac{1}{2} s_{ij} (\cos z_{ij} - \cos z_{ji}) \quad (8A)$$

Wzór (8) będziemy wykorzystywali do analizy dokładności niwelacji trygonometrycznej.

Przewyższenie określone wzorem (8) otrzymujemy bezpośrednio w wyniku trygonometrycznego pomiaru różnicy wysokości, czyli pomiaru s_{ij} , z_{ij} i z_{ji} oraz k_{ij} i k_{ji} . Natomiast drugi wyraz w równaniu (7) wyraża wpływ ziemskiego pola grawitacyjnego i łączy wyniki niwelacji trygonometrycznej z przewyższeniem elipsoidalnym.

3. Analiza wpływu odchyień pionu

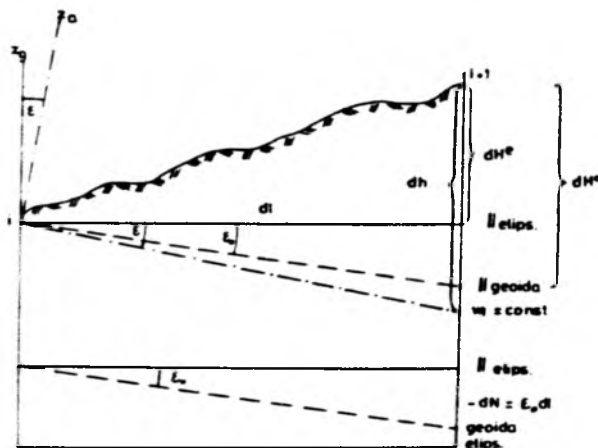
Metoda niwelacji trygonometrycznej, przy znajomości odchyień pionu, wyznaczamy elipsoidalną różnicę wysokości (wzór 7).

Na ogół odchylenia pionu nie są znane, stąd powstaje pytanie jakiego rodzaju przewyższenia otrzymamy z niwelacji trygonometrycznej (wzajemne obserwacje kątów zenitalnych) jeżeli pominiemy wpływ odchylenia pionu.

W praktyce jest to jedno z ważniejszych zagadnień, zwłaszcza jeżeli mówimy o precyzyjnej niwelacji trygonometrycznej i porównujemy jej wyniki z wynikami niwelacji geometrycznej.

Mozna wykazać, że w szczególnym przypadku "surowe" wyniki niwelacji trygonometrycznej (wzór 8) równe są "surowym" wynikom niwelacji geometrycznej (bez uwzględnienia wpływu pola grawitacyjnego Ziemi).

W celu otrzymania potrzebnych zależności posłużymy się ry-



Rys. 2.

sunkiem 2, przedstawiającym pionowy przekrój nieskończenie małego elementu celowej. Przy czym dH^e jest elementarnym przewyższeniem elipsoidalnym, dh - przewyższeniem otrzymanym z niwelacji geometrycznej, dH^o - przewyższeniem ortometrycznym, natomiast dN jest przyrostem odstepu geoidy od elipsoidy.

Z wystarczającą dokładnością (przy założeniu małej wartości kąta ϵ) możemy napisać:

$$dH^e = dh - \epsilon dl \quad (9)$$

Całkowane przewyższenie między punktami P_1, P_2 wyraża się więc wzorem

$$\Delta H_{1,2}^e = \sum_1^2 \Delta h - \int_1^2 \epsilon dl \quad (10)$$

Porównując wzory (7) i (10) otrzymamy zależność

$$\Delta H_{1,2} = \sum_1^2 \Delta h - c \quad (11)$$

gdzie c jest określone zależnością

$$c = \int_1^2 \epsilon dl - \frac{1}{2} s_{1,2} \sin z_{1,2} (\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (12)$$

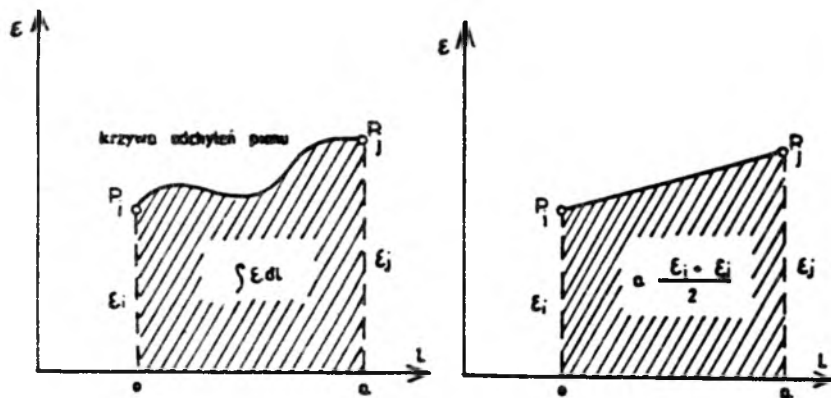
Aby więc "surowe" wyniki niwelacji trygonometrycznej były równe "surowym" wynikom niwelacji geometrycznej czyli

$$\Delta H_{1,2} = \sum_1^2 \Delta h$$

powinna zachodzić równość:

$$\int_1^2 \epsilon dl = \frac{1}{2} s_{1,2} \sin z_{1,2} (\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

Rysunek 3 ilustruje znaczenie tego związku.

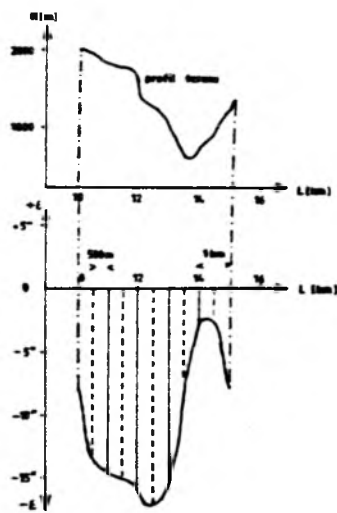


Rys. 3.

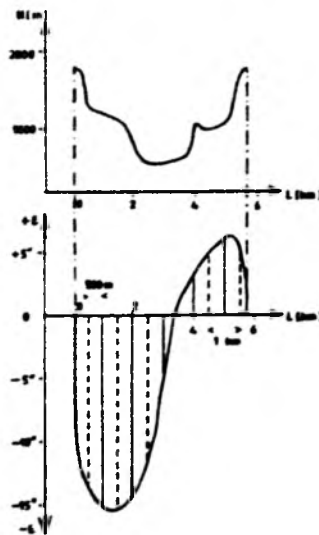
gdzie $a = s_{ij} \sin z_{ij}$ jest długością poziomą.

Powierzchnia pod krzywą odchylen pionu musi być równa powierzchni poniżej prostej łączącej wartości odchylen pionu w końcowych punktach przesła niwelacyjnego. Równość ta zachodzi gdy zmiana odchylen pionu wzdłuż celowej ma charakter liniowy.

Na podstawie badań przeprowadzonych w Alpach Szwajcarskich (Niethammer 1939) wynika, że dla terenów górskich można przyjąć liniową zmianę odchylen pionu dla odcinków krótszych od 500 m. Obrazują to rysunki 4a i 4b.



Rys. 4a.



Rys. 4b.

Tak więc, dla długości boków nie przekraczających 500 m wyniki obydwu niwelacji (geometrycznej i trygonometrycznej) są teoretycznie sobie równe i dostarczają przewyższeń w tzw. systemie naturalnym - systemie związanym z linią pionu i powierzchnią ekwipotencjalną.

Aby wyniki pomiarów niwelacyjnych odnieść do systemu wysokości ortometrycznych lub normalnych - Mołodieńskiego należy dodać odpowiednią poprawkę (ortometryczną lub normalną).

Dla obowiązującego w Polsce systemu wysokości normalnych, poprawkę normalną do różnicy wysokości między reperami A i B obliczamy za pomocą wzoru:

$$P_n = -\frac{1}{\gamma_{AB}} (\gamma_{OB} - \gamma_{OA}) H_{AB} + \frac{1}{\gamma_{AB}} \sum_A^B (g_0 - \gamma_0)_{i,i-1} \Delta h_i$$

H_{AB} - średnia wartość wysokości punktów A i B.

γ_{AB} - normalne przyspieszenie siły ciężkości, obliczone dla średniej szerokości geograficznej φ_{sr} i średniej wysokości H_{AB} obu punktów według wzoru:

$$\gamma_{AB} = \gamma_0^{\varphi_{sr}} - 0.15 H_{AB}$$

γ_{OA}, γ_{OB} - normalne przyspieszenie siły ciężkości, obliczone dla szerokości geograficznej punktów A i B.

$(g_0 - \gamma_0)$ - średnia wartość anomalii wolnopowietrznej na i-tym odcinku ciągu niwelacyjnego, otrzymana po redukcji zaobserwowanych przyspieszeń na geoidę przy użyciu normalnej wartości gradientu pionowego.

4. Wpływ błędów przypadkowych na wyznaczenie różnicy wysokości Próba optymalizacji

Pomijając wpływ odchylenia pionu, pojedyncza różnica wysokości jest funkcją odległości skośnej, kąta zenitalnego i różnicy współczynników refrakcji (wzór 8).

Różniczkując zależność (8) względem poszczególnych zmiennych i stosując prawo Gaussa przenoszenia się błędów otrzymamy:

$$m_{\Delta h}^2 = \frac{1}{2} (s \sin z m_z)^2 + (\cos z m_\alpha)^2 + \left[\frac{(s \sin z)^2}{4r} \Delta k \right]^2 \quad (13)$$

Jest to wzór na kwadrat błędu średniego różnicy wysokości jednego przesia ciągu niwelacji trygonometrycznej, spowodowany przypadkowymi błędami obserwacji i różnicą współczynników refrakcji, traktowaną również jako błąd przypadkowy.

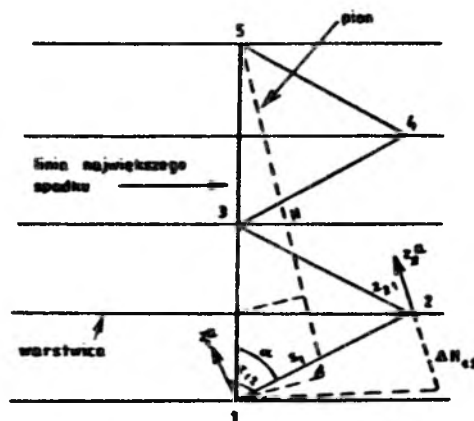
Całkowita różnica wysokości pomiędzy końcowymi punktami ciągu jest obliczana jako suma n jednostkowych przewyższeń. Dzielać przewyższenie całkowite na n równych przedziałów otrzymamy następujące wyrażenie na błąd średni całkowitej różnicy wysokości:

$$M = \pm \sqrt{n} m_{\Delta h} \quad (14)$$

Dla danego przewyższenia szukamy minimum błędu przypadkowego M .

Jako najprostrzy model zbroczy górskich można przyjąć nachylone płaszczyzny, określone przez kąt nachylenia α i różnicę wysokości, która w tym wypadku oznaczymy przez H .

Jeżeli będziemy aproksymować nasze pomiary linią łamaną, która schematycznie przedstawia rys. 5, to można ustalić prze-



Rys. 5.

cietne wartości kątów zenitalnych w zależności od przewyższenia H i ilości odcinków pomiarowych. Przyjmując teoretyczną równość boków można, na podstawie rys. 5 wyprowadzić następujące zależności:

$$\Delta h = \frac{H}{n}, \quad \cos z = \frac{H}{n s}, \quad \sin z = \sqrt{\frac{n^2 s^2 - H^2}{n^2 s^2}}$$

Podstawiając te zależności do wzoru (14) otrzymamy

$$M^2 = \frac{1}{n} \left[(n^2 s^2 - H^2) \frac{m_x^4}{2} + \frac{H^2}{s^2} m_x^2 + \frac{(n^2 s^2 - H^2)^2}{16 n^2 r^2} \Delta k^2 \right] \quad (15)$$

Przyrównując pierwszą pochodną M^2 do zera otrzymuje się równanie 6-stopnia o argumentie s

$$\frac{\partial(M^2)}{\partial s} = n^2 \Delta k^2 s^6 - (\Delta k^2 H^2 - 4 n^2 r^2 m_x^2) s^4 - 8 r^2 H^2 m_x^2 = 0 \quad (16)$$

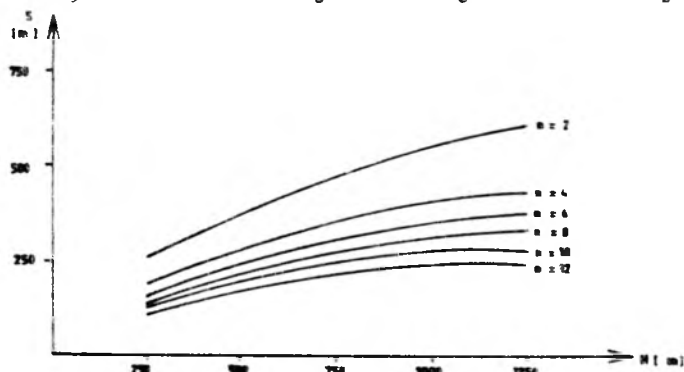
Wstawiając do równania (16) wartości

$$\begin{aligned} m_x &= \pm 3^{cc} \\ m_x &= \pm 0.001 \text{ m} \\ \Delta k &= \pm 0.1 \end{aligned}$$

otrzymujemy ostatecznie

$$64 \cdot 10^{-18} n^2 s^6 - (64 \cdot 10^{-6} H^2 - 22 n^2) \cdot 10^{-12} s^4 - 2 \cdot 10^{-6} H^2 = 0 \quad (17)$$

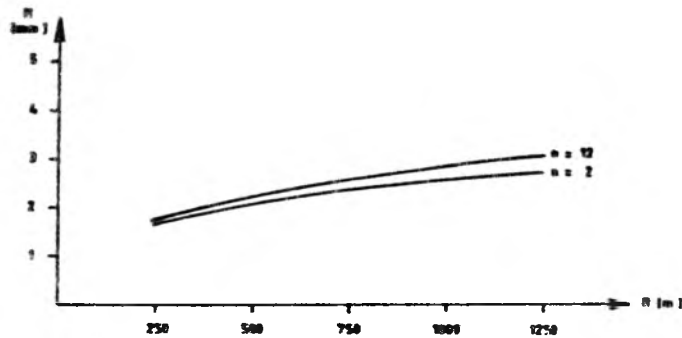
Numeryczne rozwiązanie powyższego równania wyprowadzone metodą iteracyjną opisuje rysunek 6 i wskazuje optymalną długość boku s w zależności od przewyższenia H dla $n = 2, 4, 6, 8, 10, 12$. Rysunek 6 wskazuje więc jak dla danej różnicy



Rys. 6.

wysokości H i obranej ilości podziałów n dobrać długość boku s , aby przypadkowy błąd całkowitej różnicy wysokości był minimalny (s musi być większe niż odpowiednia długość odcinka linii największego spadku). Średni błąd przypadkowy niwelacji trygonometrycznej obliczony według wzoru (15) przy tych samych założeniach w zależności od wielkości różnicy wysokości przedstawia rysunek 7.

Zbadana zależność średniego błędu przypadkowego szukanej różnicy wysokości przy różnych wartościach n wykazuje, że śred-



Rys. 7.

ni przypadkowy błąd M całkowitej różnicy wysokości jest prawie niezależny od liczby podziału n , ale przy optymalnej długości boku s , wybranej według rysunku 6.

Należy zaznaczyć, że całkowity błąd pomierzonego przewyższenia będzie powiększony jeszcze o błąd systematyczny, spowodowany wpływem odchylenia pionu, który jednak nie będzie miał praktycznego znaczenia, o ile stok podzielimy na odpowiednio krótkie boki.

Zdaniem autorki opracowania optymalnym rozwiązaniem jest pomiar przy długościach boków około 300 m, potwierdziły to zarówno analizy modelowe jak i pomiary eksperymentalne, potwierdziła to również niżej przytoczona analiza klasyczna.

W tablicach 1, 2 i 3 przedstawiono wpływ błędów poszczególnych elementów wyjściowych na błąd pojedynczego przewyższenia (wzór 13) przy założonej dokładności pomiaru, dla różnych kombinacji s i z .

Tablica 1

Wpływ błędu pomiaru kąta zenitalnego
 $m = \pm 3'' = \pm 4,7 \cdot 10^{-6}$

$M_{\Delta H}$ (mm)				
z^0 (m)	200	300	500	1000
50	0.5	0.7	1.2	2.4
60	0.5	0.8	1.3	2.7
70	0.5	0.9	1.5	3.0
80	0.6	0.9	1.6	3.2
90	0.7	1.0	1.6	3.2
100	0.7	1.0	1.7	3.3

Tablica 2

Wpływ błędu pomiaru skosnej odległości.

$M_{\Delta R}$ (mm)		
z^0	$\epsilon_s = \pm 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$\epsilon_s = \pm 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
50	3.5	0.75
60	2.9	0.59
70	2.3	0.45
80	1.5	0.31
90	0.8	0.16
100	0.0	0.00

Tablica 3

Wpływ błędu różnicy refrakcji

$$\Delta k = \pm 0.1$$

$M_{\Delta R}$ (mm)				
$z^0 \setminus s \text{ (m)}$	200	300	500	1000
50	0.09	0.2	0.5	2.0
60	0.09	0.2	0.6	2.6
70	0.13	0.3	0.8	3.1
80	0.13	0.3	0.9	3.5
90	0.13	0.3	1.0	3.8
100	0.18	0.4	1.0	3.9

W tablicy 4 przytoczono błędy różnic wysokości obliczone na podstawie wzoru (14), dla ciągu o długości 1 km i dla różnych kombinacji s i z .

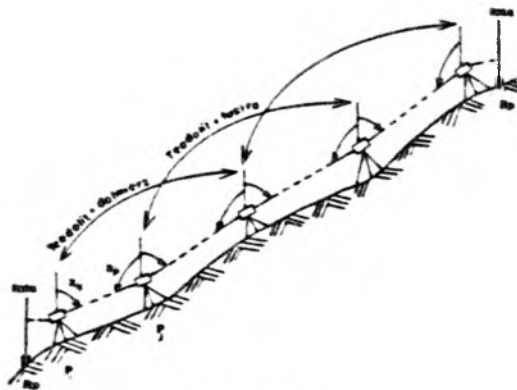
Tablica 4

$M_{1 \text{ km}}$ (mm)				
$z^0 \setminus s \text{ m}$	200	300	500	1000
50	1.9	1.6	2.1	3.2
60	1.8	1.8	2.2	3.8
70	1.8	1.9	2.5	4.3
80	1.6	1.9	2.6	4.8
90	1.6	1.9	2.7	5.0
100	1.6	1.9	2.3	5.1

Dla ciągu niwelacji trygonometrycznej o bokach długości około 300 m. dokładność dwukrotnego pomiaru przewyższenia będzie zachowana na poziomie 1.3 mm/km. Praktyka potwierdziła tę dość optymistyczną - jak by się wydawało na pierwszy rzut oka - charakterystykę dokładności niwelacji trygonometrycznej, która przy trudnych warunkach terenowych może rywalizować z niwelacją geometryczną.

5. Technika pomiaru

Istota techniki pomiaru różnicy wysokości metodą niwelacji trygonometrycznej jest przedstawiona na rysunku 8.



Rys. 8.

W celu wyznaczenia różnicy wysokości należy pomierzyć:

- wzajemne kąty zenitalne z_{ij} , z_{jk} ,
- odległości skośne s ,
- wysokości instrumentu nad reperami.

Kąty zenitalne powinny być mierzone synchronicznie (przy wykorzystaniu radiotelefonów) teodolitami sekundowymi (np. Wilda -T 2000 S) w trzech seriach, a różnice między seriami nie powinny przekraczać $10''$. Jako cele mogą służyć obiektywy lunet.

Optymalny pomiar odległości skośnej w terenach górskich powinien być wykonany z dwóch stanowisk, z dokładnością 1 mm. Do pomierzonej odległości należy wprowadzić poprawkę ze względu na stałą dodawania (stała instrumentu i reflektora) oraz poprawkę ze względu na warunki atmosferyczne. W związku z tym na stanowiskach należy mierzyć temperaturę powietrza przy użyciu psychrometrów aspiracyjnych Assmana, odczyty należy dokonywać z

dokładnością 0.2°C, ciśnienie atmosferyczne za pomocą aneroidu z dokładnością 0.5 mm Hg, oraz wilgotność powietrza na jednym stanowisku. Wszystkie przyrządy używane do pomiaru warunków atmosferycznych powinny być okresowo sprawdzane przez odpowiednie placówki Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej.

Opracowano precyzyjny sposób pomiaru wysokości instrumentu nad reperem. Osiągnięto to dzięki zastosowaniu tzw. "łatki" (linijka inwarowa z podziałem milimetrycznym). Łatka za pomocą magnesu jest przytwierdzana na odpowiedniej wysokości do taśmy inwarowej precyzyjnej łaty niwelacyjnej. Odczyty na łacie (z dokładnością 5 cm.) i łatce (z dokładnością ułaska mm) są wykonywane przy spoziomowanej lunecie i dwóch położeniach koła. Dokładność odczytu przy odległości instrumentu od łaty nie większej niż 15 m wynosi 0.2 mm.

Najwłaściwszym zestawem pomiarowym do przeprowadzania obserwacji metodą niwelacji trygonometrycznej są obecnie teodolity Wilda - T 2000 S i nasadka dalmiercza DI 2000.

6. Wyniki pomiarów metodą niwelacji trygonometrycznej otrzymane na poligonie geodynamicznym w Tatrach

Badania na tatrzańskim poligonie geodynamicznym są prowadzone od 1985 roku.

Ciąg niwelacji trygonometrycznej założono na trasie Morskie Oko - Rysy o przewyższeniu ponad 1100 m. Ze względu na specyficzne warunki atmosferyczne panujące w Tatrach (nagie załamania pogody) punkty końcowe każdego przesła zastabilizowano tak, że istniała możliwość przerwania pomiarów i dokończenia ich w późniejszym czasie, bez potrzeby pomiaru całego ciągu od początku.

Tablica 5

Niwelacja trygonometryczna Morskie Oko - Rysy

Długości boku Liczba boków	Wyniki 1985 r.	Wyniki 1986 r.
400 - 500 m 4	1102.6412 m 1102.6474	1102.6457 m 1102.6418
Wartości średnie	1102.6443	1102.6438

Pomiary wykonano dwukrotnie w 1985 roku i dwukrotnie w 1986 roku. W roku 1985 kąty mierzono teodolitami Theo 010 A, a odległości nasadka firmy Sokkisha - Red3. W 1986 roku pomiary wykonano teodolitem Wilda T2 z samopoziomującym kołem pionowym i nasadką DI 5. Otrzymane wyniki zamieszczono w tabelicy 5.

Jak wynika z danych zawartych w tabelicy 5 różnice wyników pomiarów nie przekraczają 0.2 mm, a średnie wyniki z lat 1985 i 1986 mimo, że wykonane zupełnie innym zestawem pomiarowym różnią się tylko o 0.5 mm. Uzyskane wyniki należy uznać za bardzo dobre.

W 1986 roku powyższą metodę przetestowano na ciągach precyzyjnej niwelacji geometrycznej założonych wzdłuż szosy Łysa Polana - Morskie Oko. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabelicy 6.

Tablica 6

Niwelacja trygonometryczna - niwelacja geometryczna
Łysa Polana - Morskie Oko

Długości boku Liczba boków	Długość ciągu km	Niwelacja trygonome- tryczna m	Niwelacja geometry- czna m	Różnica mm
100 - 300 m 5	0.62	95.4268 <u>95.4276</u> 95.4273	95.4275	+ 0.2
100 - 300 m 8	1.65	100.3740	100.3765	+ 2.5
100 - 900 m 5	1.95	23.2193 <u>23.2301</u> 23.2247	23.2299	+ 5.2

Różnice pomiędzy wynikami niwelacji geometrycznej i trygonometrycznej wynoszą kolejno: +0.2 mm, +2.5 mm i +5.2 mm. W ostatnim ciągu, celem eksperymentu mierzono przy dłuższych bokach 500 - 900 metrów, co jak widać, natychmiast odbiło się na uzyskanych wynikach.

W 1987 roku pomiary przeprowadzono w rejonie Hali Gasienicowej na przekrojach łączących jednostki geologiczne pierwszego rzędu Tatr. Otrzymane wyniki zamieszczono w tabelicach 7 i 8.

Osiągnięto zaskakująco dokładne wyniki, konkurujące z wynikami precyzyjnej niwelacji geometrycznej w górach.

Pomiary były wykonywane na ogół przy pochmurnej pogodzie i

Tablica 7

Niwelacja trygonometryczna 1987 rok

Ciąg	Długości boku Liczba boków	Niwelacja trygonometryczna m	Różnica mm
Murowaniec kopa Magury	300 - 400 m 3	203.6988 203.6955	+ 1.3
Zielony Staw Kasprowy Wierch	200 - 300 m 4	324.6046 324.6053	- 0.7
Zielony Staw Swinica	300 - 400 m 5	640.1619 640.1612	+ 0.7

Tablica 8

Niwelacja trygonometryczna - niwelacja geometryczna 1987 rok

Długości boku Liczba boków	Długość ciągu km	Niwelacja trygonometryczna m	Niwelacja geometryczna m	Różnica mm
150 - 200 m 2	0.64	72.8311 <u>72.8319</u> 72.8315	72.8309	- 0.6
200 - 400 m 5	1.34	74.5869 <u>74.5892</u> 74.5894	74.5903	+ 0.9

Tablica 9

Ciąg	Długości boku Liczba boków	Niwelacja trygonometryczna 1989 r.	Niwelacja trygonometryczna 1987 r.
Murowaniec Kopa Magury	300 - 400 m 2	203.6980 <u>203.6986</u> 203.6983	203.6963
Zielony Staw Kasprowy Wierch	200 - 300 m 4	324.6061 <u>324.6041</u> 324.6050	324.6050
Murowaniec Zielony Staw	100 - 400 m 7	147.4219 <u>147.4206</u> 147.4214	147.4209

w temperaturze od 2°C do 14°C. Celowe przebiegały w znacznej odległości od powierzchni ziemi.

Pomiary w rejonie Hali Gasienicowej powtórzono w roku 1989. Kąty mierzone teodolitami Wilda T-2000 S i T-2 z samopoziomującym kołem pionowym, a odległości nasadką dalmierczą DI-2000. Uzyskane wyniki przedstawiono w tablicy 9.

Wyniki potwierdziły wcześniej otrzymane dokładności. Średnie wyniki z roku 1987 i 1989 pomimo, że uzyskane zupełnie innym zestawem pomiarowym różnią się maksymalnie o 2.0 mm.

7. Wnioski

W terenach górskich, dla przesł o długościach krótszych od 500 m. "surowe" wyniki pomiarów metodą niwelacji trygonometrycznej są teoretycznie równe "surowym" wynikom niwelacji geometrycznej. Po wprowadzeniu poprawki ortometrycznej lub normalnej wyniki odnosimy do odpowiedniego systemu wysokości.

Dla długości boków około 300 m, synchronicznych obserwacjach kątów zenitalnych ($m_z = \pm 1''$), dokładności pomiaru odległości $m_s = \pm 1$ mm, oraz precyzyjnym pomiarze na reperach (zastosowano płytkę metalową z podziałem milimetrycznym, umocowaną do precyzyjnej łąty niwelacyjnej), osiągnięto wyniki konkurujące z wynikami precyzyjnej niwelacji geometrycznej w górach, na poziomie 1.3 mm/km.

Zastosowana technika niwelacji trygonometrycznej dała dobre wyniki przy dużych przewyższeniach, dla celowych przebiegających w dużej odległości od powierzchni ziemi. Analizując otrzymane wyniki można pokusić się o kilka uogólniających uwag.

- Dokładność wyznaczenia różnic wysokości maleje wraz ze wzrostem długości celowych. Wyniki pomiarów mogą być obciążone szczerkowym wpływem refrakcji, jeżeli wysokości ekwiwalentne celowej $P_{1,2}$ i $P_{2,1}$ nie są jednakowe.

- Obserwacje powinny być wykonywane w dni pochmurne, podobnie jak obserwacje niwelacji geometrycznej najlepiej po wschodzie i przed zachodem Słońca. Godziny południowe, zwłaszcza w dni słoneczne są najmniej korzystne do obserwacji.

8. Kilka uwag na temat zastosowania niwelacji trygonometrycznej w terenach płaskich

Proponowana technika pomiaru niwelacji trygonometrycznej została przetestowana na specjalnie do tego celu założonym ciągu niwelacji precyzyjnej w Józefosławiu koło Warszawy. Wybrany odcinek kilometrowy wzdłuż drogi bitej podzielono na trzy przęsła o długościach: 200 m, 300 m. i 500 m. Na ciągu tym wykonano pomiary precyzyjnej niwelacji geometrycznej aż sześciokrotnie. Następnie wyznaczono różnicę wysokości między reperami metodą niwelacji trygonometrycznej. Do pomiaru użyto teodolitów Theo-010 B oraz nasadki dalmierczej DI-1000. Kąty zenitalne obserwowano synchronicznie w trzech seriach, a różnice między seriami nie przekraczały 10^{cc} .

Otrzymane wyniki przewyższeń przedstawiono w tablicy 10.

Tablica 10

Długość boku m	Niwelacja trygonometryczna m	Niwelacja geometryczna m	Różnica mm
300	<u>1.4286</u> <u>1.4293</u> 1.4290	1.4270	- 2.0
500	<u>3.3186</u> <u>3.3156</u> 3.3171	3.3197	+ 2.6
1000	<u>8.0175</u> <u>8.0197</u> 8.0186	8.0289	+ 10.3

Pomiary wykonywano w czerwcu, w godzinach rannych.

Jak wynika z danych zamieszczonych w tablicy 10, dokładność wyznaczenia różnic wysokości maleje wraz ze wzrostem długości celowych. O czym była już mowa wcześniej. Dla celowej o długości 1000 m. różnica między wynikami niwelacji geometrycznej i trygonometrycznej wynosi 10.3 mm, chociaż uzyskano wewnętrzną zgodność 2.2 mm. Stąd wniosek, że wysokości ekwiwalentne dla celowej P_1, P_2 i P_3, P_4 nie były jednakowe, a tym samym nie był zachowany warunek stałości współczynnika refrakcji dla celowej, co przy długości celowej 1 km odbiło się w sposób znaczący na

wyznaczonym przewyższeniu. Z tego względu długości celowych nie powinny przekraczać 300 m. Obliczona dla tej celowej różnica współczynników refrakcji wyniosła $\Delta k = 0.45$.

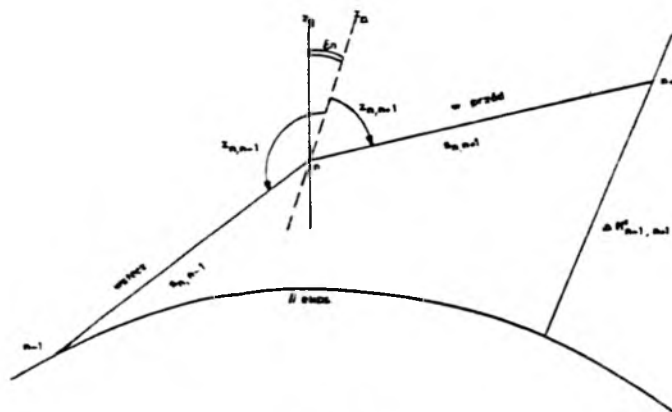
Zmiany współczynników refrakcji dla celowych przebiegających nisko nad powierzchnią ziemi mogą być znaczne, ilustruje to wykres (rys.10) przedstawiający zmiany współczynnika refrakcji w czasie, w zależności od warunków atmosferycznych i wysokości celowej nad powierzchnią ziemi.

Na podstawie przytoczonych wartości współczynników refrakcji można również stwierdzić, że celowe powinny przebiegać możliwie wysoko nad terenem, obserwacje powinny być wykonywane w dni pochmurne, podobnie jak obserwacje niwelacji geometrycznej.

Zdaniem autorki opracowania, omawiana technika niwelacji trygonometrycznej o długości boków do 300 m, dokładności pomiaru kątów zenitalnych 1", dokładności pomiaru boków 5 mm oraz rygorystycznym przestrzeganiu dobrych warunków obserwacyjnych (patrz wyżej), powinna zapewnić dokładność 2-3 mm w terenach nizinnych. Natomiast zastąpienie precyzyjnej niwelacji geometrycznej I klasy omawianą techniką pomiaru nastąpi dopiero po eliminacji wpływu refrakcji np. metodą dyspersyjną (por. rozdz.10).

9. Niwelacja trygonometryczna ze środka

Dla przedstawienia całokształtu zagadnień związanych z niwelacją trygonometryczną o krótkich bokach, zostanie omówiona pokrótce zasada niwelacji trygonometrycznej ze środka.



Rys. 9.

Niwelacja trygonometryczna z pomiarami wzajemnych i synchronicznych kątów wymaga w terenach górskich dwóch trzyosobowych zespołów obserwacyjnych. Można zaproponować inny wariant metody pomiaru, analogiczny do techniki niwelacji geometrycznej gdzie obserwacje są wykonywane przez jednego obserwatora, pozostałe prace można zaliczyć do czynności pomocniczych. Ideę metody przedstawia rysunek 9.

Różnicę wysokości można obliczyć wykorzystując wzór (5) i oznaczenia na rysunku 9.

$$\begin{aligned} \Delta H_{n-1, n+1}^{\circ} &= \Delta H_{\text{w przód}}^{\circ} - \Delta H_{\text{wstecz}}^{\circ} = \\ &= \Delta H_{n-1, n+1} - s_n (s_{n, n+1} \sin z_{n, n+1} + s_{n, n-1} \sin z_{n, n-1}) + \\ &+ \delta_B - \delta_k \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie

$\Delta H_{n-1, n+1}$ - jest obserwowana różnica wysokości.

δ_B - poprawka uwzględniająca krzywiznę ziemi.

δ_k - poprawka refrakcyjna.

$$\Delta H_{n-1, n+1} = s_{n, n+1} \cos z_{n, n+1} - s_{n, n-1} \cos z_{n, n-1}$$

$$\delta_B = \frac{1}{2R} [(s_{n, n+1} \sin z_{n, n+1})^2 - (s_{n, n-1} \sin z_{n, n-1})^2]$$

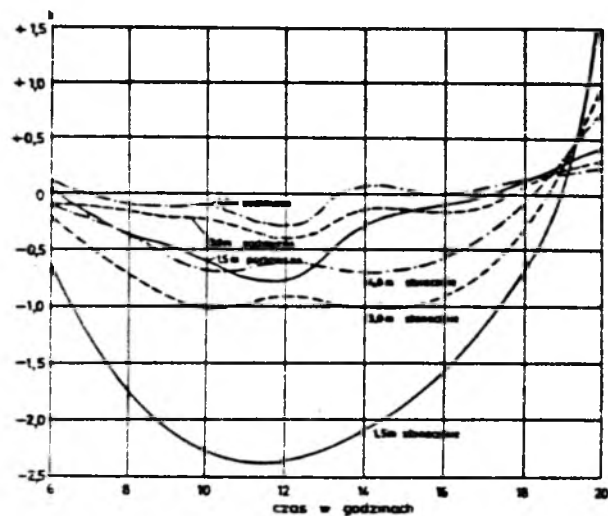
$$\delta_k = \frac{1}{2R} [(s_{n, n+1} \sin z_{n, n+1})^2 k_{n, n+1} - (s_{n, n-1} \sin z_{n, n-1})^2 k_{n, n-1}]$$

Analizy dotyczące wpływu ziemskiego pola grawitacyjnego na wyniki niwelacji trygonometrycznej są słuszne i dla techniki "ze środka".

Poprawka δ_B może być bez trudności obliczona.

Natomiast wpływ refrakcji (δ_k) może być zminimalizowany, jeżeli długości celowych "w przód" i "wstecz" będą takie same i przy założeniu stałości współczynnika refrakcji na stanowisku, tzn. $k_{n, n-1} = k_{n, n+1}$. Założenie to jest z pewnością słuszne dla obserwacji ze szczytów górskich i dla celowych z dużą odległością od powierzchni ziemi. Celowe "w przód" i "wstecz" przebiegają na ogół na różnych wysokościach nad terenem, i w pobliżu ziemi.

Przykładowo, dla celowych 1.5 m i 3 m nad ziemią, różnica współczynników refrakcji osiąga wartość dochodząca nawet do $\Delta k = 2.0$ (rys.10). Z tego tytułu błąd wyznaczenia różnicy wysokości dla celowej o długości 200 m wyniesie około 3 mm.



Rys. 10.

10. Tendencje rozwojowe niwelacji trygonometrycznej

Obecnie rozwija się w USA (Maryland) całkowicie zautomatyzowana metoda precyzyjnej niwelacji trygonometrycznej, określana jako system szybkiej niwelacji precyzyjnej RPLS (Rapid Precision Levelling System), oparta na nowoczesnej technologii (Huff 1984). Szczegóły techniczne są dopracowywane w kooperacji z firmą Wild- Leitz (Gächter i inni 1987).

Wstępne analizy systemu RPLS pozwoliły ustalić następujące kryteria:

-dokładność różnicy wysokości $1.08 \text{ mm } L^{1/2}$ (L w km),

-długość celowych 230 m,

-technika niwelacji trygonometrycznej z synchronicznym pomiarem kątów zenitalnych.

Podstawowy problem niwelacji trygonometrycznej - wpływ refrakcji, będzie eliminowany poprzez pomiar kątów na dwóch różnych długościach fal - metoda dyspersji. Pozostałe ograniczenia dokładnościowe limitowane błędami pomiarów kątów i pomiarów odległości będą w znacznym stopniu eliminowane poprzez zastosowanie komputerowej analizy obrazu.

Dokładność pomiaru kątów zenitalnych przewiduje się na poziomie mikroradiana ($1 \mu\text{rad} = 0.21'' = 0.64^{\circ}$). Elektroniczny

pomiar odległości przy pomocy zmodulowanej wiązki laserowej zapewni dokładność 1 mm w zakresie od 2 m do 1 km.

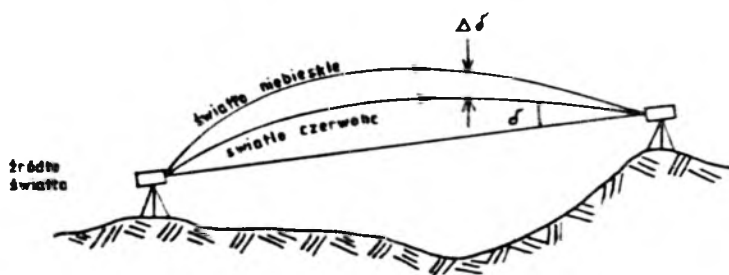
W systemie RPLS odczyty na znakach wysokościowych (reperach) będą wykonywane drogą komputerowej analizy tarcz celowniczych umocowanych na łątach na określonych wysokościach. Tarcze celownicze będą stanowiły system poziomych linii podobnych do tych, które stosuje się obecnie do zakodowania ceny na wielu towarach.

Podstawowym problemem w systemie RPLS jest jednak eliminacja refrakcji. Poświęćmy jej nieco uwagi.

10.1 Eliminacja refrakcji pionowej metodą dyspersyjną.

Metoda wykorzystuje właściwości dyspersyjne rozchodzenia się fal optycznych w atmosferze, a mianowicie światło o krótszej długości fali załamuje się bardziej niż to o dłuższej. Kątowa wartość małej różnicy kierunków pod jakimi dociera do obserwatora promień światła np. niebieskiego i czerwonego (źródło światła umieszczone w punkcie na który celujemy) pomnożona przez współczynnik V (wzór 25) wyznaczony laboratoryjnie pozwala wyznaczyć kąt refrakcji.

Ogólna zasada pomiaru pokazana jest na rysunku 11.



Rys. 11.

Instrumenty, które eliminują refrakcję na powyższej drodze przyjęto nazywać dyspersometrami.

Podstawową trudnością metody dyspersyjnej jest określenie małego kąta $\Delta\delta$ (tzw. kąta dyspersji) z bardzo dużą dokładnością ($0.01''$), co poza problemami instrumentalnymi, wymaga eliminacji wpływu zakłóceń spowodowanych turbulencją atmosfery.

Po tym ogólnym omówieniu zagadnienia przejdźmy do przedstawienia konkretnych związków.

Kąt refrakcji pionowej jest określony znaną zależnością

$$\delta = \frac{1}{s} \int_0^s \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} l \, dl \quad (19)$$

gdzie n - jest to współczynnik załamania ośrodka.

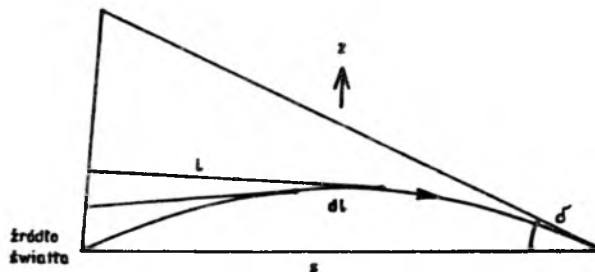
Pozostałe oznaczenia pokazane są na rysunku 12.

W zakresie światła widzialnego i bliskiej podczerwieni współczynnik załamania przedstawiony jest za pomocą wzoru Cauchy'ego

$$(n_0 - 1) = D + \frac{E}{\lambda^2} + \frac{G}{\lambda^4} \quad (20)$$

przy czym: λ - długość fali; D , E , G współczynniki wyznaczone empirycznie.

Międzynarodowa Unia Geodezji i Geofizyki zaleciła (1975) stosowanie współczynników Borella i Searsa do wzoru (20).



Rys. 12.

Dla powietrza suchego o temperaturze 0°C ($T_0 = 273.15\text{K}$), ciśnieniu $P_0 = 760 \text{ mm Hg}$ (1013.25 hPa) i zawartości CO_2 równej 0.03% , wzór (20) przybiera postać

$$(n_0 - 1) 10^6 = N_0 = 278.604 + \frac{1.6288}{\lambda^2} + \frac{0.0136}{\lambda^4} \quad (21)$$

przy czym λ jest wyrażone w μm .

Współczynnik N_0 - jest często w literaturze nazywany współczynnikiem refrakcji lub wskaźnikiem refrakcji.

W dowolnych warunkach meteorologicznych wskaźnik refrakcji

określany jest wzorem:

$$N = N_0 \left(\frac{T_0}{P_0} \frac{T}{P} \right) \quad (22)$$

Wzór (22) dotyczy suchego powietrza bez zawartości pary wodnej.

Współczynnik załamania można przedstawić w postaci ogólnej w funkcji długości fali i warunków atmosferycznych:

$$N = f \left(\frac{1}{\lambda} \right) \frac{1}{F_0} F(T, P) \quad (23)$$

Różniczkując wzór (23) względem z i podstawiając do wzoru (19) otrzymamy następujące wyrażenie na kąt refrakcji pionowej:

$$\delta = \frac{N_0}{s} \int_0^s \frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial z} dz \quad (24)$$

Stosując wzór (24) do dwu różnych długości fal i zakładając, że wartość całki jest taka sama w obydwu równaniach, otrzymamy prosty wzór dla obliczenia kąta refrakcji:

$$\delta = \frac{N_0}{\Delta N_0} \Delta \delta = V \Delta \delta \quad (25)$$

gdzie V - jest wielkością zależną tylko od zastosowanych długości fal, a więc wielkością znaną.

Możliwość zastosowania odpowiedniej długości fali jest ograniczona w podczerwieni przez absorpcję pary wodnej i brak odpowiednich detektorów, a w ultrafiolecie przez absorpcję ozonu i rozproszenie atmosfery.

Wybór odpowiedniej długości fali jest kompromisem pomiędzy wartością dyspersji i dokładnością pomiaru kąta dyspersji.

Mniejsza wartość dyspersji powoduje mniejsze oddzielenie dróg promieni świetlnych, a zatem większe prawdopodobieństwo jednorodności warunków atmosferycznych wzdłuż tych dróg, ale z drugiej strony wymaga większej dokładności pomiaru kąta dyspersji.

Przykładowo dla barwy światła czerwonego i niebieskiego $\Delta N_0 = 4$, a więc wartość V wynosi około 60. W tym wypadku kąt dyspersji musi być pomierzony sześćdziesiąt razy dokładniej niż kąt refrakcji. Najczęściej stosowanymi długościami fal są: He-Ne czerwony (633 nm) i He-Cd niebieski (442 nm) lub ultrafiolet (325 nm). Dla długości fal stosowanych w dyspersymetrze Wilda (Gächter i Huizer 1987) wartość $V = 40$.

Intensywne prace badawcze ostatniego dwudziestolecia dostarczyły kilku przyrządów (dyspersometrów) różniących się szczegółami konstrukcyjnymi (Prelepin i Goluber 1979, Williams i Kahen 1984). Przyrządy były budowane w Szwecji, ZSRR, RFN i Anglii, nie udało się jednak osiągnąć wymaganej dokładności pomiaru kąta dyspersji.

Dopiero wyniki ostatnich badań (Gächter i Huiser 1987) wykazały że zbudowany w kooperacji z Wildem dyspersometr rzeczywiście eliminuje refrakcję jak również szkodliwy wpływ turbulencji powietrza. Osiągnięto to dzięki zastosowaniu elektro-optycznego detektora o rozdzielczości 0.03 μ rad. i poprzez całkowanie wyników pomiaru w interwale 1 min. przy długości celowej 250 m.

Zdaniem autorów konstrukcji, pomiary mogą być przeprowadzane również w przypadku niedogodnych warunków atmosferycznych np. o zmroku, a nawet w nocy, przy silnej turbulencji powietrza i szybkim wietrze.

Dobrze funkcjonujący dyspersometr nie musi być większy niż konwencjonalny teodolit.

Środowisko geodezyjne czeka na seryjną produkcję tego typu przyrządów, które nie tylko usprawnią jak dotąd uciążliwe pomiary niwelacyjne, ale również znajdą zastosowanie przy wyznaczaniu różnic odchyień pionu (Hradilek 1959,1984, Makowska 1966,1979).

Co więcej, pomiary RPLS w połączeniu z pomiarami grawimetrycznymi pozwolą na wyznaczanie różnicy potencjału grawitacyjnego a więc wielkości podstawowej w badaniach geodynamicznych.

LITERATURA

- [1] Bruner F.K. (1975): *Coefficients of refraction on a mountain slope*. Uniserv G 22 (1975) Univ. NSW, Sydney.
- [2] Bruner F.K. (1975): *Trygonometrisches Nivellement - Geometrisches Nivellement*. Zeitschr. für Verm. u. Photogramm. Charting and Geodetic Services NOAA (1984): *Rapid Precision Leveling System Requirements*. Maryland.
- [3] Cieslak J. (1977): *Współczesne problemy niwelacji precyzyjnej*. Komitet geodezji PAN. Sym. "Współczesne problemy podstawowych sieci geodezyjnych". Warszawa 1977.

- [4] Gechter B.F., Hauser A.M. (1987): *The Rapid Precision Levelling System Project*; Opracowanie wewnietrzne firmy Wild Heerbrugg.
- [5] Hradilek L. (1958, 1959, 1960): *Bestimmung der relativen Lotabweichungen und des Refraktionskoeffizienten beim Ausgleich trigonometrisch gemessener Höhenetze*. *Studia geoph. et geod.* 2.3.4.
- [6] Hradilek L. (1984): *Tree - dimensional terrestrial triangulation*. Konrad Wittwer Verlag, Stuttgart.
- [7] Huff L.C. (1984): *A New Rapid Precision Levelling System*, ref. wygi. American Geophysical Union (AGU) w San Francisco, California.
- [8] Kleczek R. (1975): *Niwelacja trygonometryczna z pomierzonymi długościami boków*. *Archiwum Instytutu Geodezji i Kartografii*.
- [9] Makowska A. (1986): *Niwelacja trygonometryczna w terenach górskich*. Praca doktorska PW.
- [10] Makowska A., Zorski Z. (1976): *Analiza wyrownania trygonometrycznej sieci*. *Geodezja i Kartografia*. t. XXV. z. 1.
- [11] Makowska A. (1979): *Refrakcja pionowa w Tatrach polskich*. *Geodezja i Kartografia*. t. XXVII. z. 3.
- [12] Makowska A., Cichy L. (1988): *Zastosowanie niwelacji trygonometrycznej do wyznaczania dużych różnic wysokości*. *Geodezja i Kartografia*. t. XXXI. z. 1.
- [13] Miethammer T. H. (1939): *Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard*. *Astronomisch - geodatische Arbeiten in der Schweiz*. Band 20/11.
- [14] Prilepin M. T., Golubev A. N. (1979): *Instrumentalnye metody geodesicheskoi refraktometrii*. M. Itogi nauki 15, Viniti.
- [15] Williams D. C., Kahmen H. (1984): *Two wave length angular refraction measurement*. W: *Geodetic refraction*. Springer - Verlag Berlin.
- [15] Zabek Z. (1980): *Wady precyzyjnych lat niwelacyjnych*. Komitet Geodezji PAN. Sym. "Współczesne problemy podstawowych sieci geodezyjnych". Warszawa 1980.

Recenzował: prof. dr hab. inż. Czesław Kamela
 Przyjęto do opublikowania w dniu 20 lutego 1990 r.

ANIELA MAKOWSKA

PRECISE TRIGONOMETRIC LEVELLING IN MOUNTAINOUS REGIONS

S u m m a r y

Works conducted by the author on the geodynamic test site in Tatry mountains implied use of new measuring methods or adaptation of the known methods to the extremely difficult terrain for surveying works in such a way, to ensure maximum accuracy of measurements.

The results of theoretical and empirical studies, concerning precise trigonometric levelling characterized by short distance (up to 0.5 km), were presented in this work. Trigonometric levelling, likewise geometric levelling, can be defined as sum of elementary height differences, determined trigonometrically, i.e. traverse of trigonometric levelling established between height points (benchmarks). Studies presented in the article concentrate on the methods and accuracy of determination of height differences on the basis of synchronised measurements of zenith angles and distances measured with the use of electro-optical range-finders.

Measuring zenith angles with 1" accuracy, 300 m distances with 1 mm accuracy and precisely determining instrument - benchmark height difference (metal plate with millimeter scale, attached to precise levelling rod, was used), the results with 1.3 mm/km were achieved, i.e. comparable with the results of precise geometric levelling in the mountains.

Sight lines were far from terrain surface. Measurements were performed during cloudy days. Wild T 2000 S theodolites with DI 2000 range-finder adapter proved to be the most appropriate measuring instrumentation.

Translation: Zbigniew Bochenek

АНЕЛЯ МАКОВСКА

ВИСОКОТОЧНОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ НИВЕЛИРОВАНИЕ
В ГОРНЫХ РАЙОНАХ

Р е з ю м е

Проводимые автором работы на геодинамическом полигоне в Татрах требовали разработки новых или же приспособления известных измерительных методов для проведения наблюдения с наибольшей, возможной для получения точностью на этой крайне трудной для геодезиста территории.

В работе рассмотрены результаты теоретических и эмпирических исследований высокоточного тригонометрического нивелирования с короткими сторонами (до 0.5 км). Тригонометрическая нивелировка, аналогически с геометрической нивелировкой, обозначает здесь сумму единичных тригонометрически определенных разниц высот - то есть ход тригонометрического нивелирования, проложенный между высотными знаками (реперами). Рассмотрение в статье исследования касается методики и точности определения разниц высот на основе синхронных наблюдений зенитных углов, а также расстояний, измеренных с помощью электроннооптических дальномеров.

Измеряя зенитные углы с точностью 1", стороны длиной около 300 м с точностью 1 мм и определяя точно высоту инструмента над репером (применено металлическую пластинку с миллиметровым делением, прикрепленную к рейке высокоточного нивелирования), были достигнуты результаты с точностью 1.3 мм/км, а таким образом конкурирующие с результатами прецизионного геометрического нивелирования в горах.

Визирные линии проходили на значительном расстоянии от поверхности местности. Наблюдения проводились в пасмурные дни. Наиболее подходящим измерительным набором для этих работ являются теодолит Зильда Т 2000 S и дальномерная насадка D1 2000

Перевод: Róża Tołstikowa