

WOJCIECH JANUSZ

528.48:621-25

Pomiary odchyłek wykonania i montażu obrotowych zespołów wirujących

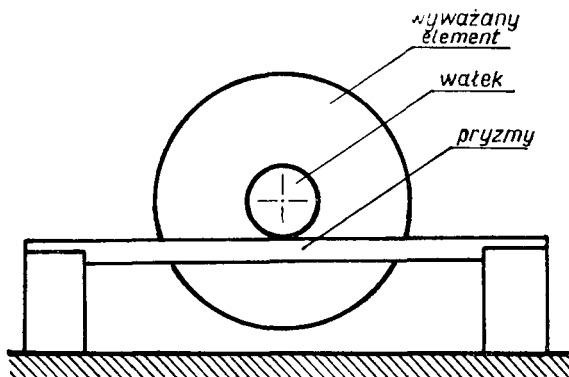
I. Wstęp

W wielu maszynach występują zespoły wirujące jak np. osadzone na wałach koła zębate, zamachowe, pasowe, wirniki turbin itp. Przy znacznej szybkości wirowania jakiegokolwiek odchylenia od symetrii rozmieszczenia masy wirującej względem osi obrotu powoduje występowanie tak zwanych sił nie zrównoważonych. Siły nie zrównoważone zmieniające się okresowo w miarę obracania masy, działają na system łożyskowania oraz przenoszą się poprzez oprawy łożysk na pozostałe części maszyny oraz na jej fundamenty. Występowanie znacznych co do wielkości sił nie zrównoważonych jest bardzo niekorzystne z uwagi na dynamiczne ich oddziaływanie powodujące drgania zespołu wirującego, całej maszyny, jej fundamentu, a często również innych maszyn i konstrukcji. Występowanie sił nie zrównoważonych wynika z niedokładnego wyważania zespołów wirujących. Przez wyważanie zespołu rozumie się tu zespół pomiarów i czynności mających na celu określenie wielkości i kierunku mimośrodów środka ciężkości zespołu w stosunku do osi wirowania i prowadzących do usunięcia tego mimośrodu.

Ze względu na sposób oddziaływania sił nie zrównoważonych przy różnych rozmieszczeniach mas w zespole wirującym rozróżnia się wyważanie statyczne i dynamiczne.

Wyważanie statyczne ma na celu usunięcie mimośrodu położenia środka ciężkości masy wirującej w stosunku do osi obrotu bez rozpatrywania stopnia prawidłowości rozmieszczenia mas w stosunku do miejsc łożyskowania. Ogólnie rzecz biorąc można zespół wirujący uważać za wyważony statycznie w tym przypadku gdy środek ciężkości znajduje się w dowolnym punkcie na osi obrotu pomiędzy miejscami łożyskowania. Jeśli np. element wirujący osadzony jest na przeszlifowanym wałku cylindrycz-

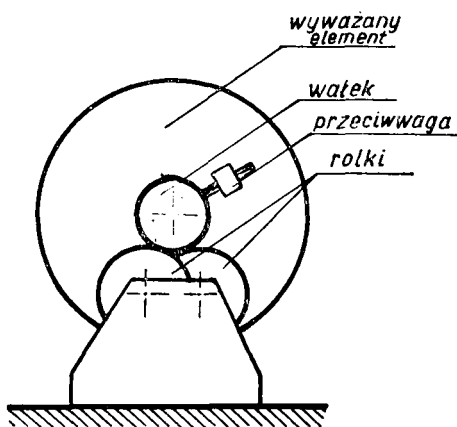
nym, który wsparty jest obustronnie na dwu poziomo usytuowanych przyzmach (por. rys. 1), to zespół elementu i wałka można uważać za wyważony statycznie jeśli pozostaje on w położeniu nieruchomym niezależnie od tego w jakiej pozycji został wsparty na przyzmach. Zespół taki nie jest wyważony statycznie wówczas, gdy dąży na drodze toczenia się wałek po przyzmach do stale jednakowego usytuowania odpowiadającego najniższemu położeniu środka ciężkości.



Rys. 1

Wyważanie statyczne zespołów może się odbywać przy wykorzystaniu urządzeń opartych na zasadzie scharakteryzowanej na rysunku 1 (przy wykorzystaniu poziomo usytuowanych przyzmy) względnie przy wykorzystaniu urządzeń z krążkami, na których układa się wałek z osadzonym na nim elementem wirującym (por. rys. 2).

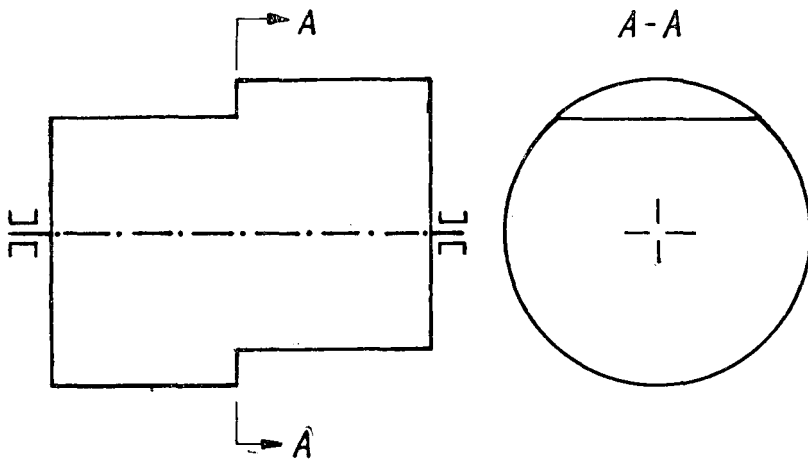
Wyważanie polega tu na doprowadzaniu dodatkowo osadzonych na



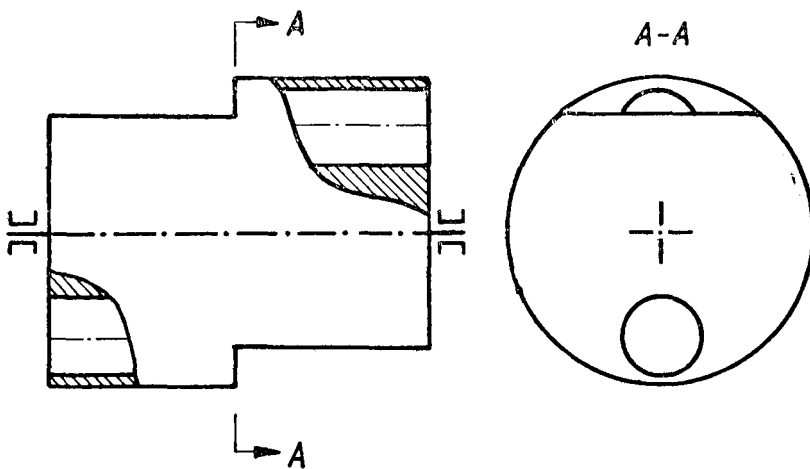
Rys. 2

walku przeciwwag posiadających regulację położenia, do takich pozycji, aby zespół elementu wirującego, wałka i przeciwwagi stał się zespołem wyważonym statycznie. Położenie przeciwwagi, przy którym następuje wyważenie statyczne pozwala na określenie miejsca, w którym należy ująć nieco masy dla wyważenia statycznego wirującego elementu.

Przedmiot wyważania dynamicznego najlepiej charakteryzuje rysunek 3^a, wg którego zespół masy *B* w postaci korpusu cylindrycznego osadzonego na wałku jest wyważony statycznie, lecz nie jest wyważony dynamicznie. Jakkolwiek ujęcia masy cylindra w miejscach płaskich wykrojów są symetryczne względem osi, to jednak wirowanie masy *B* powoduje zmienne naciski na łożyska, działające przemiennie w przeciwnych kierunkach. Aby zespół ten można było uważać za wyważony zarówno sta-



Rys. 3a



Rys. 3b

tycznie, jak i dynamicznie, należałoby doprowadzić środki ciężkości mas po obu stronach płaszczyzny przekroju $A-A$ do położenia na osi obrotu. Można to uzyskać np. przez nawiercenie otworów jak na rysunku 3^b, takich, aby ujęcie masy materiału z otworów równoważyło momenty wywołane ujęciem mas w miejscach wykrojów cylindra z rysunku 3^a.

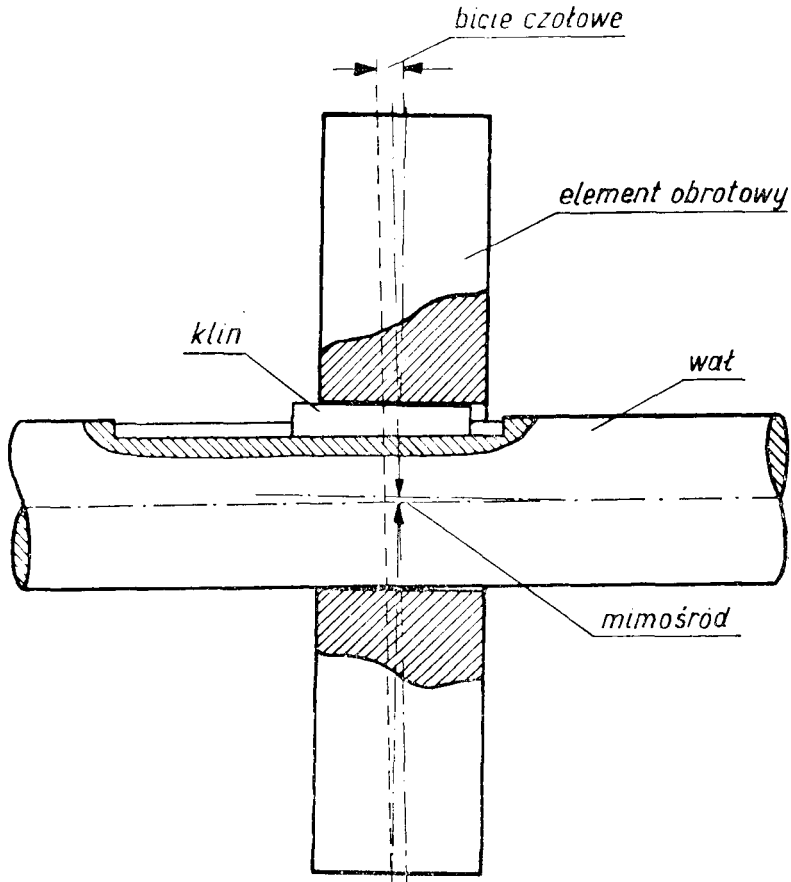
Do wyważania dynamicznego zespołów wirujących służą specjalne maszyny, w których jedno łożysko jest przytwierdzone nieruchomo, zaś drugie ustawione jest na elastycznej podkładce. Wprawienie badanego zespołu w ruch wirowy powoduje drgania oprawy łożyska umocowanego elastycznie, zaś pomiar parametrów tego drgania przy różnych szybkościach wirowania badanego zespołu pozwala na określenie miejsc i sposobów doprowadzenia zespołu do stanu wyważenia dynamicznego.

Wyważanie statyczne i dynamiczne zespołów wirujących jest możliwe na ogół tylko przy ich próbnym montażach z osadzeniem na specjalnych walcach stanowiących elementy wyposażenia maszyn do wyważania. Na ogół zmontowanie zespołu w miejscu normalnej jego pracy jako części maszyny uniemożliwia ponowne sprawdzenie czy wyważenie zostało zachowane. Jednocześnie ewentualne błędy montażu i odkształcenia zespołów mogą powodować niezachowanie prawidłowego wyważenia. W związku z tym niezbędne jest przy montażu i następnie w czasie eksploatacji wykonywanie pomiarów, które w pewnym stopniu mogłyby dostarczyć informacji o stopniu prawidłowości wyważenia. Jako przykład zmian w wyważeniu, jakie mogą nastąpić po jego dokonaniu, wskażemy tu spotykany niekiedy przypadek wadliwego montażu koła zamachowego na wale przy wykorzystaniu klinów (por. rys. 4). Jeśli mianowicie wał posiada zbyt małą średnicę w stosunku do średnicy tulei koła zamachowego, to utwierdzenie koła na wale przy wykorzystaniu klina spowoduje zgodnie z rysunkiem 4 przemieszczenie środka tulei w stosunku do osi wału oraz przechył koła na wale wyrażany za pomocą tak zwanego bicia czołowego.

Mimośród środka ciężkości koła w stosunku do osi obrotu spowodowany tu niewłaściwą średnicą wału (przy założeniu centryczności tulei w stosunku do zewnętrznego obrysu koła) powoduje niezachowanie wyważenia statycznego. Praktycznie mimośród ten określa się na podstawie wyznaczenia bicia promieniowego o znaczeniu wyjaśnionym w cz. V. Przechył koła wyrażony wielkością bicia czołowego powoduje niewyważenie dynamiczne, które wynika z odsunięcia się środków ciężkości mas połówek koła odchylonych w obu kierunkach wzdłuż osi obrotu, od płaszczyzny obrotu przechodzącej przez środek ciężkości koła.

W przypadku gdy zespół wirujący zaprojektowany został jako bryła obrotowa, wyznaczenie bicia promieniowego i czołowego pozwala na obliczenie wielkości nie zrównoważonych sił działających przy wirowaniu na

łożyska. Nieco bardziej skomplikowane jest wykorzystanie wyników takich pomiarów w przypadku, gdy zespół posiada dodatkowe elementy konstrukcyjne, nie będące bryłami obrotowymi, jak np. łopatki wirników turbin, zęby kół zębatych itp. Jednak i w tych przypadkach wyniki po-



Rys. 4

miaru bicia promieniowego i czołowego połączone z pomiarem rozmieszczenia dodatkowych elementów nie obrotowych i ich ważeniem pozwalają na wysnucie pewnych wniosków na temat stopnia prawidłowości wyważenia zespołu.

Pomiary bicia wirujących zespołów obrotowych możliwe są do wykonania przy użyciu metod pomiarów warsztatowych z wykorzystaniem czujników zegarowych. W niniejszym opracowaniu omówimy jednak wykonywanie takich pomiarów przy wykorzystaniu metod geodezyjnych, bowiem mogą one stanowić fragment szerszej zakrojonych prac pomiaro-

wych, związanych z określeniem usytuowania wzajemnego wielu zespołów wirujących, współpracujących ze sobą. Należy pamiętać, że wielkości bicia czołowego i promieniowego decydują nie tylko o prawidłowości wyważenia zespołu wirującego lecz mają związek z prawidłowością pracy całych układów maszyny. Na przykład dla prawidłowej pracy zespołu kół zębatych ważne jest zachowanie w granicach tolerancji wielkości zazębień, co wiąże się z utrzymaniem właściwych średnic tych kół, małych wielkości bicia promieniowego i czołowego oraz właściwego wzajemnego usytuowania osi obrotu zespołów wirujących. Tak więc przy odpowiednio szerokim zakresie pomiarów związanych z montowaniem i sprawdzaniem układów zespołów wirujących może się okazać celowe kompleksowe opracowanie metod geodezyjnych, umożliwiających prawidłowe technicznie i ekonomicznie wykonywanie pomiarów kontrolnych.

W niniejszym opracowaniu zajmiemy się metodyką geodezyjnego wyznaczania niektórych parametrów, określających odchyłki od projektu obrotowych zespołów wirujących. W tym miejscu należy też zastrzec, że zastosowanie określonej metody pomiarów geodezyjnych wymaga uprzedniego skonfrontowania jej z warunkami panującymi w miejscu pomiarów. Należy więc w każdym przypadku brać pod uwagę takie zagadnienia jak dostęp do badanego obiektu, jego parametry techniczne, warunki atmosferyczne i oświetleniowe i rozpatrywać je pod kątem wymaganych dokładności wyznaczeń oraz czasu przeznaczanego na wykonywanie pomiarów.

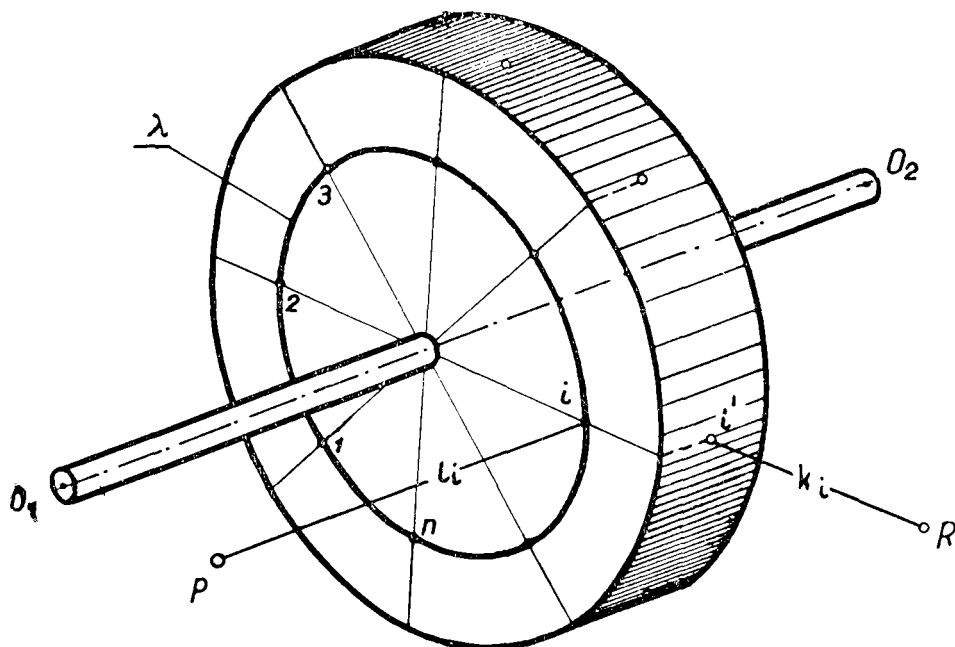
II. Wyznaczanie bicia czołowego B_c (osiowego) elementów obrotowych

Według projektu bryła obrotowa winna obracać się wokół osi określonej przez dwa punkty, które stanowią środki geometryczne łożysk, w taki sposób, aby okrąg dowolnego koła leżącego na powierzchni czołowej, posiadający środek na osi obrotu obracał się w płaszczyźnie (rys. 5).

Jeśli na powierzchni czołowej wybierzemy jeden z takich okręgów λ to wskutek niedokładności wykonania i odkształceń bryły nie będzie on zawierał się ściśle w płaszczyźnie (krzywa λ będzie tylko w przybliżeniu płaska). W tej sytuacji niezbędne będzie określenie odchyłeń liniowych punktów na krzywej λ od najbardziej prawdopodobnej płaszczyzny α (por. rys. 6). Najbardziej prawdopodobną płaszczyznę α określimy na podstawie warunku, że odległości jej od równomiernie rozmieszczonych punktów na krzywej λ wyrażone jako odchyłki v_{aBc} będą spełniały warunek

$$[v_{aBc} \cdot v_{aBc}] = \min.$$

Jeśli najprawdopodobniejsza płaszczyzna α jest prostopadła do osi



Rys. 5

O_1O_2 to nie występuje jej bicie czołowe. Jeśli natomiast odchyła się ona od prostopadłości, to wielkości liniowe odchyłek płaszczyzny α od płaszczyzny prawidłowego obrotu γ mierzone wzdłuż tworzących powierzchni walcowej zawierającej krzywą λ wyrażą się w poszczególnych punktach krzywej oznaczonych na rysunku 5 według wzoru *):

$$dBc_i = dl_i + v_{dBc_i} = U \cdot \cos\beta_i + V \cdot \sin\beta_i. \quad (2)$$

Występujące w tej zależności wielkości:

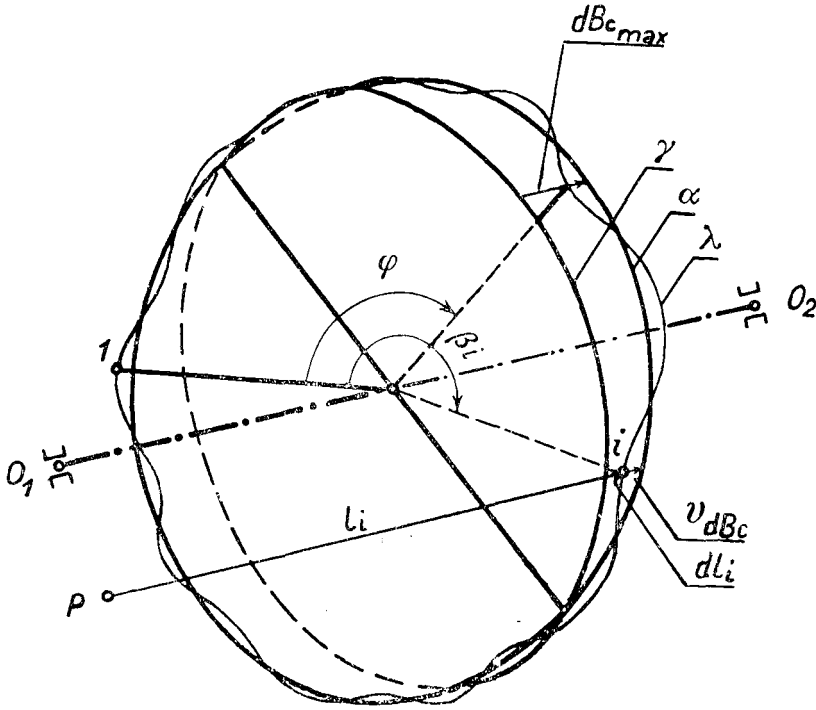
$$dl_i = l_i - l_{sr}; \quad (3)$$

wynikają z pomiaru odległości l od nieruchomego punktu P w przestrzeni do kolejnych oznaczonych punktów na krzywej λ , przy czym pomiary wykonywane są wzdłuż kierunku równoległego do osi obrotu po kolejnym obracaniu bryły do takich położeń, aby punkty krzywej λ znalazły się na tym kierunku (punkt P winien znajdować się w odległości od osi obrotu równej promieniowi powierzchni walcowej zawierającej krzywą λ).

Obliczenie wielkości dBc_i , wymaga ułożenia równań typu (2) dla wszystkich wyników dl_i obliczonych na podstawie szeregu l_i (odległości oznaczonych na krzywej punktów 1, 2... i ... n od punktu P). W tym ukła-

*) Wzór (2) opiera się na zależnościach omówionych szczegółowo w [2] oraz wykorzystanych dla innych celów w [3], [4].

dzie równań niewiadomymi są U i V natomiast funkcje $\cos \beta$ i $\sin \beta$ kąta środkowego stanowiące współczynniki przy niewiadomych określają rozmieszczenie punktów $1, 2, \dots, i, \dots, n$ na krzywej λ w układzie biegunowym



Rys. 6

o środku na osi obrotu. Przy równomiernym rozmieszczeniu punktów badanych kąty β będą równe

$$\beta_i = \frac{360^\circ}{n} \cdot (i - 1.) \quad (4)$$

W przypadku, gdy pragniemy wyznaczać odchyłki dBc w punktach rozmieszczonych na kilku krzywych w przybliżeniu płaskich, stanowiących krawędzie przecięcia powierzchni czołowej z kilkoma powierzchniami walcowymi o różnych promieniach, winniśmy zastosować zamiast równań (2) równania uwzględniające różnice promieni:

$$dBc'_i = dl'_i + v'_{dBc_i} = \frac{r'}{r} \cdot \cos \beta_i \cdot U + \frac{r'}{r} \cdot \sin \beta_i \cdot V \quad (5)$$

gdzie:

r' — promień walca, na którym ułożona jest krzywa λ' o wyznaczonych wartościach dBc' ,

r — promień walca, na którego powierzchni należy zidentyfikować wyznaczoną z wyrównania wartość bicia czołowego.

Wartość bicia czołowego określamy z wzoru:

$$Bc = 2 \cdot dBC_{\max} = 2 \sqrt{U^2 + V^2}. \quad (6)$$

Miejsce tego bicia zlokalizujemy na krzywej λ za pomocą kąta środkowego φ odmierzzonego od kierunku $\beta = 0$, to jest od kierunku środkowego zmierzającego do punktu nr 1 oznaczonego na krzywej λ :

$$\varphi = \arctg \frac{V}{U}. \quad (7)$$

Dokładność wyznaczenia wielkości bicia czołowego Bc oraz kąta φ lokalizującego miejsce tego bicia na okręgu λ określimy na podstawie ogólnego wzoru na błąd średni funkcji wyrównanych spostrzeżeń:

$$m_F = m_0 \sqrt{f \cdot (a^2)^{-1} \cdot f}. \quad (8)$$

Na mocy tego wzoru oraz wzoru (6) otrzymamy przy wyrównaniu układu równań poprawek obserwacji l wykonanych na jednej krzywej:

$$m_{Bc} = 2m_{dBc} \sqrt{\left[\frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}} \right] \left[(a^2)^{-1} \right] \left[\frac{U}{\sqrt{U^2 + V^2}} \right]}. \quad (9)$$

Przy symetrycznym względem osi i równomiernym rozmieszczeniu „ n ” badanych punktów na krzywej λ wzór ten sprowadza się do prostej postaci:

$$m_{Bc} = \sqrt{\frac{8}{n}} \cdot m_{dBc} = \sqrt{\frac{8 [v_{dBc} \cdot v_{dBc}]}{n(n-2)}}. \quad (10)$$

Na mocy wzorów (7) i (8) otrzymamy przy wyrównaniu układu równań poprawek obserwacji wykonanych na jednej krzywej:

$$m_\varphi = m_{dBc} \cdot \varphi' \sqrt{\left[\frac{U}{U^2 + V^2} \right] \left[(a^2)^{-1} \right] \left[\frac{U}{U^2 + V^2} \right]}. \quad (11)$$

Przy symetrycznym względem osi i równomiernym rozmieszczeniu „ n ” badanych punktów na krzywej λ wzór ten sprowadza się do postaci:

$$m_\varphi = \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \varphi' \cdot \frac{m_{dBc}}{dBC_{\max}}. \quad (12)$$

Błąd średni m_{dBc} obliczymy z wzoru:

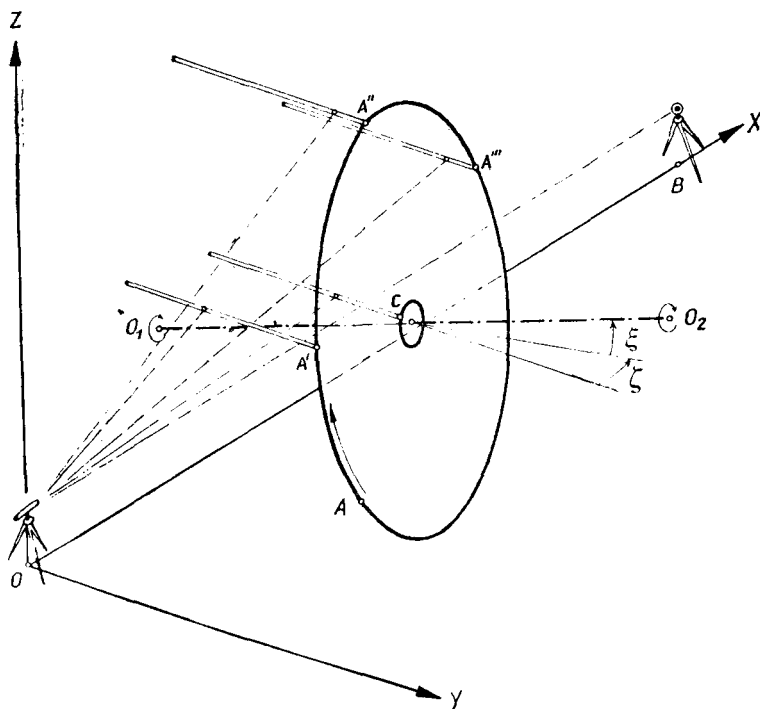
$$m_{dBc} = \sqrt{\frac{[v_{dBc} \cdot v_{dBc}]}{n-2}}. \quad (13)$$

III. Wyznaczanie kierunku osi zespołu wirującego

Wyznaczanie usytuowania osi w przestrzeni i wyrażenie go w określonym układzie odniesienia winno polegać na wyznaczeniu współrzędnych punktów O_1 , O_2 . Jednak punkty te nie są dostępne, w związku z czym wyznacza się zazwyczaj położenie punktów na tolerowanych powierzchniach wału i dopiero za ich pośrednictwem oblicza się położenie punktów określających oś obrotu. Często wykonanie takich pomiarów jest utrudnione z uwagi na niedostępność tolerowanych powierzchni wału. Wówczas korzystne jest podane dalej rozwiązanie zagadnienia.

Większość dużych zespołów wirujących jest usytuowana osią w przybliżeniu poziomo lub pionowo. W związku z tym można posłużyć się oznaczoną w naturze płaszczyzną pionową lub poziomą, w przybliżeniu prostopadłą do osi obrotu zespołu, przebiegającą w pobliżu powierzchni czołowej obrotowego elementu wirującego. Płaszczyznę tą traktuje się następnie jako jedną z płaszczyzn rzutów prostokątnego układu współrzędnych $OXYZ$ (por. rys. 7), w którym pragniemy wyrazić usytuowanie osi.

Według rysunku 7 na powierzchni czołowej elementu wirującego wokół w przybliżeniu poziomej osi O_1O_2 , wybrano punkt A i pomierzono współrzędne $Y_{A'}$, $Y_{A''}$, $Y_{A'''}$, oraz odpowiednio współrzędne $X_{A'}$, $Z_{A'}$, $X_{A''}$,



Rys. 7

$Z_{A''}$, $X_{A'''}$, $Z_{A'''}$, pozycji A' , A'' , A''' jakie punkt A przyjmuje wraz z obrotem zespołu o określone kąty. Znając współrzędne X , Y , Z trzech pozycji punktu A możemy określić w układzie współrzędnych prostokątnych położenie płaszczyzny γ w jakiej odbywa się ruch punktu A oraz osi obrotu zespołu, prostopadłej do tej płaszczyzny. Ze względów praktycznych nie jest celowe wyznaczanie współrzędnych dowolnie obranych pozycji punktu A , natomiast wygodnie jest wyznaczać je dla pozycji A' , A''' o jednakowych współrzędnych $Z_{A'} = Z_{A'''}$, oraz dla pozycji A'' o minimalnej lub maksymalnej wartości współrzędnej $Z_{A''}$. Najbardziej właściwe jest dobieranie takich pozycji punktu A , przy których przyrosty współrzędnych

$$X_{A'''} - X_{A'} = \Delta X \quad \text{oraz} \quad Z_{A''} - \frac{Z_{A'} + Z_{A'''}}{2} = \Delta Z;$$

będą osiągały duże wartości.

Przy takim rozmieszczeniu pozycji punktu A , których współrzędne podlegają wyznaczaniu, otrzymamy możliwość łatwego obliczenia kątów pomiędzy śladami płaszczyzny γ na płaszczyznach rzutów a odpowiednimi osiami układu współrzędnych. Tak więc kąt ζ między śladem płaszczyzny γ na płaszczyźnie XOY a osią OX określimy z wzoru:

$$\zeta = \arctg \frac{Y_{A'''} - Y_{A'}}{X_{A'''} - X_{A'}} = \arctg \frac{\Delta Y}{\Delta X}. \quad (14)$$

Kąt między śladem płaszczyzny γ na płaszczyźnie ZOY a kierunkiem osi OZ określimy z wzoru *):

$$\xi \approx \arctg \frac{Y_{A''} - \frac{Y_{A'''} + Y_{A'}}{2}}{Z_{A''} - \frac{Z_{A'''} + Z_{A'}}{2}} = \arctg \frac{\Delta Y}{\Delta Z} \quad (15)$$

Kąty ζ i ξ określają jednocześnie odchylenie osi obrotu zespołu od prostopadłości do płaszczyzny rzutów ZOX (kąt ξ jest równy odchyłce spoziomowania osi przy montażu w przypadku, gdy płaszczyzna ZOX jest pionowa).

Pomiar mający na celu wyznaczenie współrzędnych $Y_{A'}$, $Y_{A''}$, $Y_{A'''}$ można wykonać przy użyciu teodolitu z nasadką płaskorównoległą nałożoną na oprawę obiektywu lunety oraz łąty do niwelacji precyzyjnej. Zgodnie z rysunkiem 7 teodolit należy ustawić centrycznie nad punktem O określającym w naturze początek układu współrzędnych, spozio-

*) Przy obliczaniu kąta ξ wg wzoru (15) popełniamy drobny błąd spowodowany tym, że przyrost ΔX na odcinku od punktu środkowego odcinka $A'A'''$ do punktu A'' jest tylko w przybliżeniu równy zero. Błąd ten przy $\zeta = \xi = 1^\circ$ jest równy $0,55''$ zaś przy $\zeta = \xi = 30'$ przyjmuje wartość $0,07''$.

mować go i wycelować na sygnał tarczowy ustawiony nad punktem B zawartym w pionowej płaszczyźnie rzutów ZOX . Następnie należy lunetę o osi celowej skierowanej w płaszczyźnie ZOX nacelować na łatę przyłożoną w punkcie A przy jego kolejnych pozycjach A' , A'' , A''' i wykonać wg nitki pionowej przy użyciu nasadki płaskorównoległej odczyty l' , l'' , l''' na łacie przy obu położeniach lunety. Łata winna być skierowana w przybliżeniu prostopadle do płaszczyzny rzutów ZOX bowiem wówczas wykonane odczyty można uważać wprost za równe współrzędnym $Y_{A'}$, $Y_{A''}$, $Y_{A'''}$. Przeanalizujemy tu warunki, w jakich odczyty na łacie można uważać za równe współrzędnym Y . Błąd średni odczytu na łacie do niwelacji precyzyjnej przy wykorzystaniu teodolitu z nasadką płaskorównoległą można oszacować jako równy $m_l = 0,1$ mm. W tej sytuacji przyjmujemy, że różnica między współrzędną Y i odczytem l na łacie, spowodowana nieprostokątnością łaty do płaszczyzny ZOX będzie zanedbywalna, jeśli nie przekroczy wielkości 0,03 mm. Korzystając ze znanego wzoru na redukcję długości ze względu na odchylenie kierunku δ jej pomiaru od kierunku pożądanego:

$$dl = 2l \sin^2 \frac{\delta}{2} \approx \frac{l \cdot \delta^2}{2}; \quad (16)$$

możemy zestawić maksymalne wielkości l i δ .

Tablica 1

l	0,1 m	0,2 m	0,3 m	0,4 m	0,5 m	0,6 m	0,7 m	0,8 m	0,9 m	1,0 m	2,0 m	3,0 m
δ	85'	59'	49'	42'	38'	34'	32'	30'	28'	27'	19'	15'

Powyższa tabelka umożliwi określenie zakresu stosowania omawianego sposobu pomiaru z użyciem łaty przykładanej do czołowej powierzchni obrotowego elementu.

Zauważmy, że usytuowanie płaszczyzny rzutów w przybliżeniu równoległe do płaszczyzny γ toru punktu A jest korzystne ze względów dokładnościowych, bowiem niezbędne jest wówczas wyznaczenie z dużą dokładnością jedynie współrzędnych Y , natomiast mniejsza dokładność współrzędnych X , Z nie będzie decydująco wpływać na obniżenie dokładności wyznaczenia kątów ζ , ξ , określających kierunek osi obrotu zespołu w stosunku do płaszczyzny ZOX . Błędy średnie wyznaczenia interesujących nas kątów wyrażają się w zależności od błędów odpowiednich przyrostów współrzędnych wzorami:

$$m_\zeta = \rho'' \sqrt{\frac{1}{\Delta X^2} m_{\Delta Y}^2 + \frac{\zeta^2}{\Delta X^2} m_{\Delta X}^2} = \frac{\rho''}{\Delta X} \sqrt{m_{dl}^2 + \zeta^2 m_{\Delta X}^2}; \quad (17)$$

$$m_\xi = \rho'' \sqrt{\frac{1}{\Delta Z^2} m_{\Delta Y}^2 + \frac{\xi^2}{\Delta Z^2} m_{\Delta Z}^2} = \frac{\rho''}{\Delta Z} \sqrt{m_{dl}^2 + \xi^2 m_{\Delta Z}^2}. \quad (18)$$

Przyjmujemy, że sumowane czynniki pod pierwiastkami we wzorach (17), (18) winny posiadać jednakowe wielkości. Przyjmujemy dalej $m_{\Delta Y} = m_{at} = 0,15$ mm. Otrzymamy wówczas $\zeta \cdot m_{\Delta X} = \xi \cdot m_{\Delta Z} = 0,15$ mm co pozwala na zestawienie skoordynowanych ze sobą wielkości ζ , $m_{\Delta X}$, ξ , $m_{\Delta Z}$.

Tablica 2

$m_{\Delta X}(m_{\Delta Z})$	5 mm	6 mm	7 mm	8 mm	9 mm	10 mm	15 mm	20 mm	25 mm	30 mm	35 mm	40 mm	50 mm
$\zeta(\xi)$	103'	86'	74'	65'	58'	52'	34'	26'	21'	17'	15'	13'	11'

W przypadku zachowania powyższych wartości można posługiwać się uproszczonymi wzorami na błędy średnie kątów ζ , ξ :

$$m_{\zeta}'' = \rho'' \frac{0,21 \text{ mm}}{\Delta X}; \quad m_{\xi}'' = \rho'' \frac{0,21 \text{ mm}}{\Delta Z}.$$

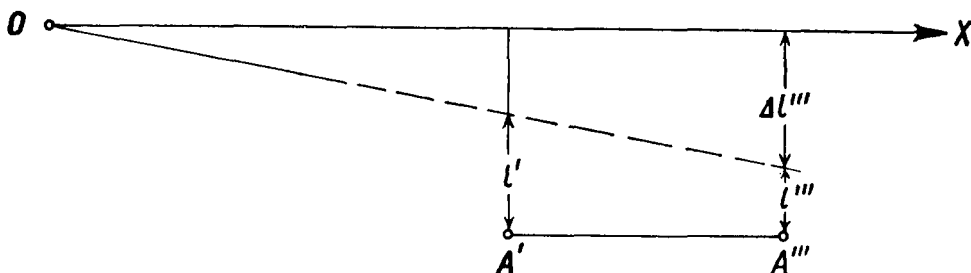
Przyjmujemy, że na ogół możliwe będzie takie rozmieszczenie pozycji A' , A'' , A''' punktu A , że $\Delta X = 0,9 \cdot S$; $\Delta Z = 0,4 \cdot S$, gdzie: S — średnica toru kołowego punktu A . Wówczas otrzymamy:

$$m_{\zeta}'' = \frac{48\,000''}{S \text{ mm}}; \quad m_{\xi}'' = \frac{108\,000''}{S \text{ mm}}.$$

Dane zestawione w tablicy 2 wskazują, że przy osiągnięciu małych kątów ζ , ξ możliwe będzie wyznaczenie współrzędnych X , Z pozycji A' , A'' , A''' punktu A ze stosunkowo małymi dokładnościami. W tej sytuacji można do wyznaczenia współrzędnych X , Z zastosować np. metodę paralaktycznego pomiaru odległości (wsp. X) oraz trygonometrycznego pomiaru wysokości (wsp. Z). Wielkość kąta ξ jest oczywiście uzależniona od stopnia niedokładności spoziomowania osi obrotu zespołu wirującego, bowiem dążymy do zachowania pionowego usytuowania płaszczyzny rzutów ZOX . Ograniczenie kąta ζ do bardzo małych wielkości jest stosunkowo łatwe, bowiem wymaga jedynie takiego wzajemnego usytuowania punktów O , B wg rysunku 7, aby współrzędne $Y_{A'}$, $Y_{A'''}$ były w przybliżeniu równe sobie. Aby to osiągnąć należy ustawić teodolit nad oznaczonym punktem O , spoziomować go i skierować lunetę w przybliżeniu równolegle do czołowej powierzchni elementu obrotowego. W tym położeniu lunety należy wykonać wg nitki pionowej odczyty na łacie przyłożonej wstępnie do powierzchni czołowej elementu w pozycjach A' , A''' . Znając przybliżone wartości współrzędnych, $X_{A'}$, $X_{A'''}$, możemy obliczyć zgodnie z rysunkiem 8 poprawkę:

$$\Delta l''' = \frac{X_{A'''}}{X_{A'''} - X_{A'}} (l' - l'''); \quad (19)$$

którą należy wprowadzić do odczytu l''' aby otrzymać pozycję osi celowej równoległą do płaszczyzny pionowej przechodzącej przez punkty A' , A''' . Osiągamy to przez takie zwrócenie lunety teodolitu, aby uzyskać wg nitki pionowej odczyt na łacie przyłożonej w pozycji A''' równy $l''' + \Delta l'''$. Następnie na tym kierunku wytyczamy i oznaczamy punkt B , centrujemy nad nim sygnał tarczowy i w oznaczonej przez punkty O , B płaszczyźnie pionowej ZOX prowadzimy zasadniczą obserwację, służącą do wyznaczenia współrzędnych $Y_{A'}$, $Y_{A''}$, $Y_{A'''}$.



Rys. 8

IV. Jednoczesne wyznaczenie bicia czołowego i kierunku osi

Jednoczesne wyznaczenie bicia czołowego i kierunku osi jest możliwe dzięki temu, że pomiar odległości l_i według rysunków 5, 6 służący do określenia bicia może się odbywać w sposób identyczny jak pomiar dla określenia współrzędnych $Y_{A'}$, $Y_{A''}$, $Y_{A'''}$. Przy wykonywaniu prac pomiarowych przyjmujemy następujące postępowanie:

1. Oznaczamy na powierzchni czołowej elementu obrotowego punkty $1, 2, \dots, n$ rozmieszczone równomiernie na krzywej λ o promieniu r (n winno być parzyste).
2. Wytyczamy punkty O , B (wg rysunku 7) i kierujemy na punkt B oś celową lunety teodolitu ustawionego nad punktem O i spozymowanego.
3. Obracamy element obrotowy do takiego położenia, przy którym jeden z oznaczonych punktów zajmie pozycję A'' (ponad osią obrotu) zaś dwa inne oznaczone punkty zajmą pozycje A' , A''' .
4. Wykonujemy w obu położeniach lunety przy osi celowej skierowanej w płaszczyźnie ZOX odczyty l' , l'' , l''' na łacie przykładanej do trzech wspomnianych punktów, oznaczonych na czołowej powierzchni elementu obrotowego przy ich pozycjach A' , A'' , A''' .
5. Obracamy element wokół osi o kąt $\frac{360^\circ}{n}$ - tak, aby następne kolej-

ne oznaczone punkty zajęły pozycje A' , A'' , A''' i wykonujemy cykl odczytów na łacie przykładanej do tych punktów.

6. Cykl czynności omówionych w punkcie 5 powtarzamy tak długo, aż uzyskamy odczyty na łacie przykładanej do czołowej powierzchni elementu w n punktach przy osiąganiu przez każdy z nich trzech pozycji A' , A'' , A''' . Dzięki temu wyznaczenie bicia dokonane zostaje z kilkakrotnie wyższą dokładnością aniżeli przy obserwowaniu jednego tylko punktu w pozycjach A' , A'' , A''' . W tym przypadku do obliczenia współrzędnych $Y_{A'}$, $Y_{A''}$, $Y_{A'''}$ wykorzystujemy średnie wartości z odczytów na łacie przykładanej do każdego punktu w pozycjach A' , A'' , A''' .
7. Wyznaczamy współrzędne X , Z pozycji A' , A'' , A''' lub wprost odpowiednie przyrosty współrzędnych.

Omówiony proces pomiarowy prowadzi do zebrania danych służących do określenia bicia czołowego elementu obrotowego oraz kierunku osi zespołu wirującego.

Należy dodać, że przy obracaniu zespołu dla uzyskania przez wszystkie oznaczone punkty pozycji A' , A'' , A''' może następować nieznaczne przemieszczanie się zespołu wzdłuż osi obrotu względem opraw łożysk. W związku z tym należy dodatkowo obserwować zmiany współrzędnych Y_C punktów na czołowej powierzchni wału lub na czołowej powierzchni elementu obrotowego w pozycji możliwie jak najbliższej w stosunku do osi obrotu. Jeśliby zmiany takie występowały to należy je traktować jako poprawki redukcyjne do współrzędnych Y wyznaczanych w pozycjach A' , A'' , A''' .

Dla zilustrowania sposobu wykorzystania wyników opisanych wyżej pomiarów posłużymy się przykładem liczbowym.

Przykład wyznaczenia bicia czołowego i kierunku osi zespołu

W tabelicy 3 w kolumnach 2, 3, 4, 5 zestawiono średnie wartości wyników pomiaru l_C , l' , l'' , l''' wykonanego w dwu położeniach lunety. Łata była przykładana do powierzchni czołowej koła zamachowego w 16 punktach rozmieszczonych równomiernie na krzywej o promieniu 3980 mm. Przyłożenia następowały w trzech pozycjach tych punktów rozmieszczonych tak, że jeśli położenie wierzchołkowe A'' zajmuje punkt i to położenia A' , A''' zajmują odpowiednio punkty $i-3$, $i+3$. W tej sytuacji przyrosty współrzędnych X , Z wchodzące do wzorów (14), (15) obliczono w sposób następujący:

$$X_{A'''} - X_{A'} = 2 \cdot 3980 \cos \frac{360^\circ}{16} = 7354 \text{ mm};$$

$$Z_{A''} - \frac{Z_{A'} + Z_{A'''}}{2} = 3980 \left(1 - \sin \frac{360^\circ}{16} \right) = 2457 \text{ mm.}$$

Na podstawie wyników zestawionych w kolumnach 3, 4, 5 tablicy 3 obliczono wartości średnie, a na ich podstawie kąty ζ , ξ określające odchylenia osi od prostopadłości do płaszczyzny ZOX .

$$\zeta = \text{arc tg} \frac{89,98 - 96,58}{7354} = \text{arc tg} (-0,000898) = -3'00,5''$$

$$\xi = \text{arc tg} \frac{90,32 - \frac{89,98 + 96,58}{2}}{2457} = \text{arc tg} (-0,001205) = -4'08,8''.$$

W dalszym ciągu tablicy 3 w kolumnach 6, 7, 8 zestawiono wyrazy wolne d_l obliczone na podstawie odpowiednich wyników pomiarów z kolumn 3, 4, 5. W kolumnie 9 zestawiono średnie wartości wyrazów wolnych, obliczone na podstawie wyrazów wolnych zestawionych w kolumnach 6, 7, 8. W kolumnach 10, 11, 12 zestawiono poprawki v_{dl} wyrazów wolnych, liczone jako różnice między średnimi (kol. 9) a odpowiednimi wyrazami wolnymi (kol. 6, 7, 8). Poprawki v_{dl} pozwalają na obliczenie błędu średniego średniej wartości wyrazu wolnego:

$$m_{dl} = \sqrt{\frac{[v_{dl} \cdot v_{dl}]}{3(3-1) \cdot n}} = \sqrt{\frac{0,8614}{96}} = 0,095 \text{ mm.}$$

Kolumny 13÷18 tablicy 3 zawierają obliczenia związane z wyznaczeniem U , V oraz określeniem bicia czołowego i odchyłek wykonania czołowej powierzchni koła zamachowego (na krzywej λ). W kolumnach 13, 14 zestawiono współczynniki przy niewiadomych w układzie 16 równań poprawek o formie (2). W kolumnie 15 wpisano wyrazy wolne z kolumny 9, zaś w kolumnie 16 zestawiono sumy kontrolne. W wyniku rozwiązania zestawionego układu równań przy zachowaniu warunku wyrażonego wzorem (1) otrzymano wartości U , V , które podstawiono do układu równań otrzymując zestawione w kolumnie 17 wartości poprawek v_{dBC} . Na podstawie poprawek v_{dBC} obliczono:

$$m_{dBC} = \sqrt{\frac{[v_{dBC} \cdot v_{dBC}]}{n-2}} = \sqrt{\frac{4,47}{14}} = 0,57 \text{ mm.}$$

Należy podkreślić, że poprawki v_{dBC} nie charakteryzują dokładności pomiaru, natomiast kształtują się pod łącznym wpływem błędów pomiaru oraz błędów wykonania koła (względnie odkształcenia jego czołowej powierzchni). W niniejszym przykładzie duże uzyskane wielkości v_{dBC} w stosunku do v_{dl} zestawionych w kolumnach 6, 7, 8 wskazują na do-

minujący wpływ błędów wykonania koła. Świadczy o tym uzyskana wartość:

$$\frac{m_{dBc}}{m_{dl}} = \frac{0,57}{0,095} \approx 6.$$

W wyniku wyrównania otrzymano wartości $U=5,87$ mm, $V=5,83$ mm i w rezultacie $\varphi = 44^{\circ}51'$, $dBc_{\max} = 8,27$ skąd $Bc = 16,54$ mm.

Wyniki tych wyznaczeń zilustrowano na wykresie (rysunek 9). Wykres przedstawia ślady płaszczyzny γ , płaszczyzny α oraz krzywej λ na rozwiniętej powierzchni walca zawierającego krzywą λ . Konstruuje się go w układzie współrzędnych prostokątnych o osiach β , dBc . Ponieważ płaszczyzna γ jest prostopadła do osi obrotu zespołu wirującego będącej też osią walca zawierającego krzywą λ , ślad Z_{γ} stanowi linię prostą pokrywającą się na wykresie z osią β . Na osi tej odkładamy w odpowiedniej skali położenia rzutów oznaczonych szesnastu punktów, biorąc jako miary odległości tych rzutów od początku układu łuki odpowiadające kątom środkowym β . Od tych rzutów odkładamy wzdłuż osi dBc wyznaczone z wyrównania wielkości dBc zestawione w kolumnie 18 tabelicy 3, otrzymując w rezultacie zbiór punktów wyznaczających przebieg sinusoidy, która stanowi ślad Z_{α} płaszczyzny α na rozwiniętej powierzchni walcowej. Następnie od rzutów punktów na osi β odkładamy wzdłuż osi dBc wartości wyrazów wolnych dl zestawionych w kolumnie 15 tabelicy 3, które wyznaczają zbiór punktów, określających ślad Z_{λ} krzywej λ na rozwiniętej powierzchni walcowej. Odległości między punktami na śladzie płaszczyzny α i na śladzie krzywej mierzone wzdłuż osi dBc są równe poprawkom v_{dBc} . Maksymalne odchylenie śladu płaszczyzny α od śladu płaszczyzny γ (sinusoidy od osi β) jest równe dBc_{\max} , natomiast usytuowanie tego maksimum względem początku układu określone jest przez wartość kąta φ , odłożonego wzdłuż osi β .

Na podstawie wzoru (10) obliczono:

$$m_{Bc} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 0,57 = 0,40 \text{ mm.}$$

Na podstawie wzoru (12) obliczono:

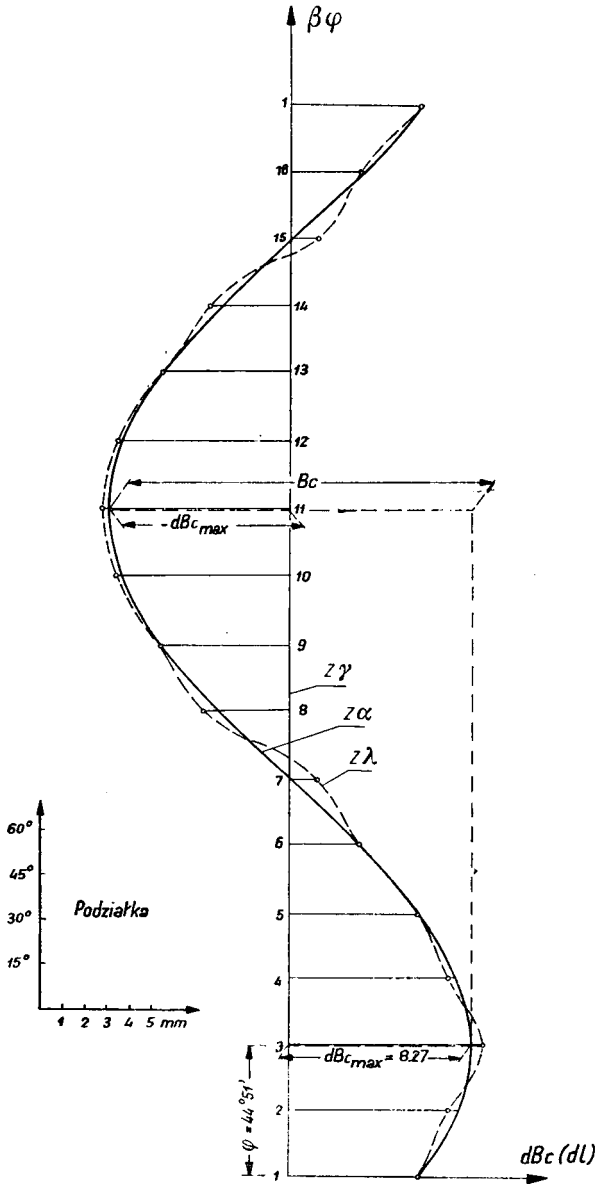
$$m_{\varphi} = \sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \frac{0,57}{8,27} \cdot 3438' = 84'.$$

Z uwagi na małe osiągnięte w przykładzie wartości kątów ζ , ξ przy jednoczesnym oszacowaniu błędów przyrostów współrzędnych $m_{\Delta x} = m_{\Delta z} = 30$ mm, obliczenie błędów kątów m_{ζ} , m_{ξ} może być dokonane przy wykorzystaniu jedynie pierwszych członów pod pierwiastkiem we

wzorach (17), (18). Otrzymano w rezultacie:

$$m_{\xi} = \frac{m_{\Delta Y}}{\Delta X} \varrho'' = \frac{\sqrt{2}\varrho'' m_{dl}}{\Delta X} = 3,8'';$$

$$m_{\zeta} = \frac{m_{\Delta Y}}{\Delta Z} \varrho'' = \frac{\sqrt{2}\varrho'' m_{dl}}{\Delta Z} = 11,3''.$$



Rys. 9

Tryb postępowania przy wyznaczaniu bicia czołowego i kierunku osi obrotu zespołu omówiony został przy założeniu, że oś obrotu jest usytuowana w przybliżeniu poziomo. W przypadku usytuowania osi w przybliżeniu pionowo posługujemy się identycznymi zależnościami dla określenia odchylenia osi od pionu przyjmując, że płaszczyzna ZOX układu przyjmuje położenie poziome. Zauważmy, że z punktu widzenia dokładności pomiar kierunku osi usytuowanej w przybliżeniu pionowo może okazać się korzystniejszy, bowiem popełnia się wówczas mniejsze błędy nieprostokątności łąty do płaszczyzny układu, dzięki możliwości pionowego jej ustawiania z wykorzystaniem przykładanej libeli. Pomiar zespołów o osi w przybliżeniu pionowej prowadzimy oczywiście przy wykorzystaniu niwelatora precyzyjnego w miejsce teodolitu.

Zauważmy, że omówione sposoby pomiarów mogą prowadzić do określania nierównoległości osi obrotu kilku zespołów obrotowych współpracujących ze sobą. Pomiary mogą wówczas dostarczać informacje o odchyleniach osi kilku zespołów od prostokątności do jednej wspólnej płaszczyzny rzutów. Ponadto występuje wówczas możliwość wyrażania w jednym układzie współrzędnych nieprawidłowości wzajemnego czołowego usytuowania wieńców kół zębatych, wynikającego z niewłaściwego usytuowania kół i osi. Rozwinięcie tego tematu może nastąpić w miarę potrzeby w oparciu o wyżej przeprowadzony wywód dotyczący wyznaczania odchyłek pojedynczych zespołów.

V. Wyznaczanie bicia promieniowego B_p elementów obrotowych

Biciem promieniowym nazywamy maksymalną różnicę odległości dwu punktów na zewnętrznej powierzchni elementu obrotowego od osi obrotu zespołu wirującego, mierzonych wzdłuż jednego kierunku. W wyniku pomiaru należy dostarczyć informacje na temat wielkości bicia B_p oraz lokalizacji kierunku na którym to bicie występuje. Zgodnie z rysunkiem 10 bicie promieniowe B_p można określić jako podwojoną maksymalną wartość różnicy:

$$B_p = b_{\max} + v_{dBp_{\max}} - (b_{\min} + v_{b_{BP_{\min}}}) \quad (20)$$

Oznaczmy:

$$dBp_i = b_i + v_{dBp_i} - r \quad (21)$$

gdzie:

v_{dBp_i} — odchyłka promieniowa zewnętrznej powierzchni elementu od dopasowanej do niej powierzchni walcowej τ o promieniu r i środka w punkcie O' ;

oznaczone na jego powierzchni punkty znajdowały się kolejno na tym kierunku. Ponieważ $k_i = \overline{RO} - b_i$ będzie zachodzić zależność $db_i = -dk_i$ skąd:

$$dBp_i = -dk_i + v_{dBp_i} = U' \cdot \cos \beta_i + V' \cdot \sin \beta_i. \quad (24)$$

Rozwiązanie układu równań typu (24) winno nastąpić przy zachowaniu warunku:

$$[v_{dBp} \cdot v_{dBp}] = \min. \quad (25)$$

Obliczone wartości U' , V' , wykorzystujemy do określenia poprawek v_{dBp} oraz wielkości i kierunku bicia promieniowego:

$$Bp = 2 \cdot dBp_{\max} = 2 \sqrt{U'^2 + V'^2} \quad (26)$$

$$\psi = \arctg \frac{V'}{U'}. \quad (27)$$

Błędy średnie m_{Bp} i m_ψ należy obliczać przy zastosowaniu wzorów (9), (10), (11), (12) podstawiając do nich współczynniki U' , V' w miejsce współczynników U , V oraz dBp_{\max} .

Wchodzące do wzoru (23) funkcje $\cos \beta$ i $\sin \beta$ dotyczą kątów środkowych β określających rozmieszczenie oznaczonych na zewnętrznej powierzchni elementu punktów $1', 2' \dots i' \dots n'$ w stosunku do kierunku wyjściowego, zdążającego do punktu $1'$. Obliczony kąt ψ należy odłożyć od tego kierunku aby uzyskać kierunek, na którym występuje bicie promieniowe Bp .

Pomiar wielkości k_i można prowadzić podobnie jak przy wyznaczeniu bicia czołowego, używając do tego celu łata i teodolit z płytą płaskorównoległą lub niwelator precyzyjny. Dla wykonania pomiaru niezbędne jest usytuowanie osi celowej w płaszczyźnie w przybliżeniu równoległej do osi obrotu zespołu wirującego i wykonywanie odczytów na łacie przykładanej do zewnętrznej powierzchni elementu w punktach $1', 2' \dots i' \dots n'$ zajmujących pozycje na prostej \overline{RO} , prostopadłej do płaszczyzny celowania. Łata winna być skierowana osią podziału wzdłuż kierunku \overline{RO} .

*) Przy założeniu, że w otoczeniu punktu i okręgi τ i ω zostały zastąpione przez styczne do nich, które są prostopadłe do kierunku $O'-i$ będzie zachodzić zależność:

$$dBp_i = dBp_{\max} \cos(\beta_i - \psi). \quad (23a)$$

Oznaczając:

$$dBp_{\max} \cos \psi = U';$$

$$dBp_{\max} \sin \psi = V';$$

otrzymamy po podstawieniu U' , V' do równania (23a) podane w tekście równanie (23).

VI. Uwagi końcowe

Przy wykonywaniu pomiarów mających na celu wyznaczenie bicia promieniowego, czołowego oraz kierunku osi obrotu zespołu wirującego niezbędne jest zachowanie właściwego usytuowania łąty oraz możliwie jak najbardziej jednoznacznego przykładania jej stopki do powierzchni elementu obrotowego. Na ogół nie jest możliwe zapewnienie pełnej jednoznaczności przyłożenia łąty do powierzchni, która nie jest do tego celu specjalnie przystosowana. Dlatego niezbędne jest przestrzeganie następujących wskazówek:

1. Stopka łąty winna być sprawdzona pod względem płaskości i prostopadłości powierzchni ustawczej do osi podziału.
2. Należy dążyć do wybierania na czołowej powierzchni elementu obrotowego takich miejsc przyłożenia łąty, które są gładkie i stanowią wg projektu fragmenty płaszczyzny wspólnej dla wszystkich oznaczonych punktów $1, 2 \dots i \dots n$. Wówczas stopkę łąty należy przykładać tak, aby nie podlegała ona chwianiu i sytuowała tym samym oś podziału łąty prostopadle do powierzchni czołowej elementu obrotowego.
3. W przypadku trudności wyszukania na czołowej powierzchni fragmentów wspólnej płaszczyzny należy posługiwać się pomocniczymi stojakami, sytuującymi łątę zawsze w jednakowej pozycji w stosunku do płaszczyzny celowania. Stojak winien zapewniać możliwość dosuwania łąty wzdłuż jej osi do styku stopki z powierzchnią elementu i odsuwania jej w momencie dokonywania obrotu elementu.
4. Przy wyznaczaniu bicia promieniowego należy oznaczać punkty $1', 2' \dots i' \dots n'$ przyłożenia stopki łąty na cylindrycznej części zewnętrznej powierzchni elementu lub na linii grzbietowej przy innym ukształtowaniu tej powierzchni. Właściwe usytuowanie osi podziału łąty względem płaszczyzny celowania należy tu zapewnić przy zastosowaniu stojaka.

L I T E R A T U R A

- [1] Gocał J. Gorczyca J.: Pomiarzy odkształceń koła zamachowego. Przegląd Geodezyjny 2/1967
- [2] Janusz W.: Wyznaczanie wszystkich elementów charakteryzujących zmianę ustawienia teodolitu na stanowisku obserwacyjnym. Prace IGiK tom VIII zeszyt 2(18), 1961

-
- [3] *Janusz W.*: Metody wyznaczania odchyłek osi obrotu teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji. *Prace IGiK tom IX, zeszyt 1(19), 1962*
- [4] *Janusz W.*: Pomiar odkształceń zbiornika gazu. *Przegląd Geodezyjny 2/1966*
- [5] *Nowikow M.P.*: *Montaż maszyn i mechanizmów*. PWT, 1956.

Recenzował: Prof. dr Jerzy Gomoliszewski

Rękopis złożono w Redakcji w kwietniu 1967

Tablica 3

Lp.	Odczyty na łacie				Wyrazy wolne				Poprawki v_{dl}			Układ równań poprawek				v_{dBc}	dBc
	l_c	l'	l''	l'''	dl'	dl''	dl'''	dl	v_{dl}'	v_{dl}''	v_{dl}'''	$\cos\beta$	$\sin\beta$	dl	suma		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	101,4	102,5	96,1	95,7	5,92	5,78	5,72	5,81	-0,11	0,03	0,09	1,000	0,000	5,810	6,810	0,06	5,87
2	101,4	103,7	97,3	97,1	7,12	6,98	7,12	7,07	-0,05	0,09	-0,05	0,924	0,383	7,070	8,377	0,59	7,66
3	101,4	105,6	98,8	98,6	9,02	8,48	8,62	8,71	-0,31	0,23	0,09	0,707	0,707	8,710	10,124	-0,44	8,27
4	101,4	103,7	97,5	97,0	7,12	7,18	7,02	7,11	-0,01	-0,07	0,09	0,383	0,924	7,110	8,417	0,53	7,64
5	101,3	102,1	96,2	95,8	5,52	5,88	5,82	5,74	0,22	-0,14	-0,08	0,000	1,000	5,740	6,740	0,09	5,83
6	101,4	99,9	93,2	93,2	3,32	2,88	3,22	3,14	-0,18	0,26	-0,08	-0,383	0,924	3,140	3,681	0,00	3,14
7	101,3	97,8	91,5	91,1	1,22	1,18	1,12	1,17	-0,05	-0,01	0,05	-0,707	0,707	1,170	1,170	-1,20	-0,03
8	101,4	92,6	86,4	86,3	-3,98	-3,92	-3,68	-3,86	0,12	0,06	-0,18	-0,924	0,383	-3,860	-4,401	0,67	-3,19
9	101,4	90,7	84,7	84,2	-5,88	-5,62	-5,78	-5,76	0,12	-0,14	0,02	-1,000	0,000	-5,760	-6,760	-0,11	-5,87
10	101,5	88,9	82,5	81,9	-7,68	-7,82	-8,08	-7,86	-0,18	-0,04	0,22	-0,924	-0,383	-7,860	-9,167	0,20	-7,66
11	101,4	88,3	81,9	81,5	-8,28	-8,42	-8,48	-8,39	-0,11	0,03	0,09	-0,707	-0,707	-8,390	-9,804	0,12	-8,27
12	101,4	88,7	82,6	82,4	-7,88	-7,72	-7,58	-7,73	0,15	-0,01	-0,15	-0,383	-0,924	-7,730	-9,037	0,09	-7,64
13	101,5	90,8	84,5	84,2	-5,78	-5,82	-5,78	-5,79	-0,01	0,03	-0,01	0,000	-1,000	-5,790	-6,790	-0,04	-5,83
14	101,4	93,0	86,7	86,3	-3,58	-3,62	-3,68	-3,63	-0,05	-0,01	0,05	0,383	-0,924	-3,630	-4,171	0,49	-3,14
15	101,4	97,5	91,8	91,2	0,92	1,48	1,22	1,21	0,29	-0,27	-0,01	0,707	-0,707	1,210	1,210	-1,18	0,02
16	101,4	99,4	93,5	93,1	2,82	3,18	3,12	3,04	0,22	-0,14	-0,08	0,924	-0,383	3,040	3,581	0,15	3,19
		96,58	90,32	89,98	-0,08	0,08	-0,08	-0,02	$m_{dl} = \sqrt{\frac{0,8614}{96}} = 0,095 \text{ mm}$			Równania normalne				$m_{dBc} = 0,57$ $\varphi = 44^{\circ}51' \pm 84'$ $dBc_{max} = 8,27 \pm \pm 0,20 \text{ mm}$	
		$\zeta = -3'00,5'' \pm 3,8''$ $\xi = -4'08,8'' \pm 11,3''$				8,001	0,000	46,950				54,951					
						5,87	5,83	Niewiadome									

ВОЙЦЕХ ЯНУШ

ИЗМЕРЕНИЯ ОТКЛОНЕНИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И МОНТАЖА РОТОРНЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ УСТАНОВОК

Резюме

В труде сообщаются геодезические способы определения отклонений от горизонтали или вертикали расположения оси вращения роторной установки. Кроме того сообщаются способы определения отклонений монтажа вращающихся элементов на валах, т. е. отклонений торцевых поверхностей этих элементов от перпендикуляра к оси вращения, а также их эксцентricности. Эти отклонения определяются при помощи торцевого и радиального биения.

Для определения направления оси вращения установки на вращающемся элементе как можно дальше от оси вращения выбирается пункт A и обозначаются координаты X, Y, Z этого пункта в трёх положениях A', A'', A''' его траектории, достигаемые при вращении элемента (ср. рис. 7). Положения A', A'', A''' определяют плоскость γ траектории пункта A , вращаемого вокруг оси установки, что позволяет определить положение оси вращения как вектора перпендикулярного к этой плоскости. Лучше всего так подобрать систему прямоугольных координат $OXYZ$ чтобы одна из плоскостей проекции (напр. ZOX) была приблизительно параллельна плоскости γ и проходила вблизи траектории пункта A . В этом случае с большой точностью обозначается только расстояния положений A', A'', A''' от этой плоскости (координаты Y), а остальные координаты (X, Z) можно определять со значительно меньшей точностью. Предлагается производить точное измерение координат Y , применяя при этом теодолит с плоскопараллельной приставкой (в том случае, если плоскость проекции ZOX вертикальна) или прецизионный нивелир (в том случае, если плоскость проекции ZOX горизонтальна). Измерение заключается в произведении отсчёта по вертикальной нити теодолита или горизонтальной нити нивелира, с визирной осью, направленной в сторону плоскости проекции ZOX , по рейке, приложенной к вращающемуся элементу в точке A и перпендикулярной к плоскости ZOX . Рейку следует прикладывать к вращающемуся элементу в пункте A в его положениях A', A'', A''' . Предлагается принимать характерные положения пункта A (A', A''' с одинаковыми значениями координаты Z и A'' с максимальной или минимальной координатой Z), поскольку в этом случае расчёт углов отклонения оси от перпендикуляра по отношению к плоскости проекции ZOX значительно упрощается и нет необходимости пользоваться уравнением плоскости γ .

Для определения отклонений изготовления вращающихся поверхностей исследуемого элемента V_{aBc}, V_{aBp} , а также торцевого B_c и радиального B_p биения, следует на торцевой поверхности элемента обозначить чётное количество „ n ” пунк-

тов, размещённых равномерно на одинаковом расстоянии от оси вращения и „ n ” пунктов, размещённых равномерно на внешней поверхности обвода элемента. Затем следует измерить расстояния l от пункта P (ср. рис. 5) до каждого обозначенного пункта на торцевой поверхности элемента вдоль направления, параллельного оси вращения, и расстояния к оси пункта R до каждого из обозначенных пунктов на поверхности обвода вдоль направления, перпендикулярного к оси вращения.

Торцевое биение и его направление, определённое в системе полярных координат с центром на оси вращения и исходным направлением, стремящимся к обозначенному пункту № 1, рассчитывается по формуле:

$$Bc = 2 \sqrt{U^2 + V^2};$$

$$\varphi = \text{arc tg } \frac{V}{U};$$

после предварительного решения системы уравнений поправок изготовления торцевой поверхности в виде:

$$dBc_i = l_i - l_{sr} + v_{dBc_i} = U \cos \beta_i + V \sin \beta_i;$$

где: β_i — угол, определяющий в померной системе положение обозначенного пункта № 1.

Радиальное биение и его направление, определённое в системе полярных координат, рассчитывается по подобным формулам:

$$Bp = 2 \sqrt{U'^2 + V'^2};$$

$$\psi = \text{arc tg } \frac{V'}{U'};$$

после предварительного решения системы уравнения поправок изготовления внешней поверхности обвода в виде:

$$dBp_i = -(k_i - k_{sr}) + v_{dBp_i} = U' \cos \beta'_i + V' \sin \beta'_i.$$

Решение системы уравнений должно производиться при соблюдении условий:

$$[v_{dBc} \cdot v_{dBc}] = \text{min.}$$

$$[v_{dBp} \cdot v_{dBp}] = \text{min.}$$

Точность определения биения и его направление определяют формулы:

$$m_{Bc} = \sqrt{\frac{8 [v_{dBc} v_{dBc}]}{n(n-2)}}; \quad m'_\varphi = 2\varrho' \sqrt{\frac{2 [v_{dBc} v_{dBc}]}{n(n-2)(U^2 + V^2)}};$$

$$m_{Bp} = \sqrt{\frac{8 [v_{dBp} v_{dBp}]}{n(n-2)}}; \quad m'_\psi = 2\varrho' \sqrt{\frac{2 [v_{dBp} v_{dBp}]}{n(n-2)(U'^2 + V'^2)}}.$$

Точность определения угла отклонения оси горизонтали или вертикали зависит от размещения положений A' , A'' , A''' и от диаметра траектории пункта A . При правильном использовании места, которое имеется при измерениях, возможно получение точности, определяемой средней ошибкой угла ξ :

$$m_{\xi''} \cong \frac{100\,000''}{S \text{ mm}};$$

где: S диаметр траектории пункта A .

Сообщаемые в работе методы измерений можно использовать при контроле монтажа и периодических контролях вращающихся роторных блоков машин и механизмов. Они связаны с работами в области исключения ошибок статического и динамического уравнивания вращающихся установок и с определением отклонений от правильного взаимного расположения нескольких совместно работающих вращающихся установок.

WOJCIECH JANUSZ

THE MEASUREMENT OF DISCREPANCIES WHICH ARISE DURING THE MANUFACTURE AND ASSEMBLING OF ROTATIONAL WHIRLING SYSTEMS

S u m m a r y

Geodetic means of determination of discrepancies from the horizontality or verticality of rotation axles of whirling system are given in this paper. Moreover the means of determination of discrepancies during the assembling of rotational elements on the shafts, i. e. discrepancies of front surfaces of these elements from the perpendicularity to the rotational axles and of their noncentricity are described too.

These discrepancies are determined by the way of frontal and radial whipping. For the determination of distortion of the rotational axle of a system a point A is selected on the whirling element, which is possibly far from the rotational axle and the coordinates X , Y and Z of this point are determined in its three positions of its track, viz. A' , A'' , A''' , which are attained during the rotation of the element (viz. fig. 7). The positions A' , A'' , A''' , do determine the plane of the points A track which rotates about the systems axle; this enables to determine the position of the rotational axle as a vector perpendicular to this plane. Most suitable is the choice of the coordinate system $OXYZ$ in such a way that one of the projection planes (e. g. ZOX) were approximately parallel to the plane and were near to the points A track. Then the distances of the positions A' , A'' , A''' , from this plane (ordinates Y) only are determined with great accuracy while other coordinates (X , Z) can be determined with much less accuracy. It is proposed to accomplish the accurate measurement of the ordinate Y with the theodolite with a plane-parallel plate (in the case when the projection plane ZOX is horizontal). The measurement consists in the readings of the vertical hair of theodolite graticule or of the horizontal hair of the levelling instruments graticule, telescope axis of which is directed in the projection plane ZOX on the levelling rod which is laid on the rotating element in the point A and directed perpendicularly to the plane ZOX . The rod shall be laid on the element in the point A in its positions A' , A'' , A''' . It is proposed to take characteristic positions of the point A (A' , A''' with identical values of the coordinate Z and the position A'' with the maximal or minimal value of this coordinate) then in this case the computation of the deflection angles from the perpendicularity to the projection plane ZOX will be easy and will not require the application of a plane equation.

For the discrepancy determination of the rotational surface machining of the tested element V_{dBc} , V_{dBp} , of frontal whipping Bc and of radial one Bp an even

number „ n ” of points shall be placed proportionately on the frontal surface in the same distance from the rotational axis and „ n ” points shall be placed evenly on the external surface of the element. Then the distances l from the point P (viz. fig. 5) to each of the points on the frontal surface of the element shall be measured along the direction parallel to the rotational axis and distances k from the point R to each of the points on the external surface along the direction perpendicular to the rotational axis.

The frontal whipping and its direction in the polar coordinate system with the origin on the rotational axis and the outgoing direction to the point number 1 is computed by the formulae:

$$Bc = 2 \sqrt{U^2 + V^2};$$

$$\varphi = \text{arc tg } \frac{V}{U};$$

after the equation system of frontal surface machining corrections is being solved, which has the form:

$$dBc_i = l_i - l_{sr} + V_{dBc_i} = U \cos \beta_i + V \sin \beta_i;$$

where the angle β_i is the angle determining the situation of the point number 1 in the polar system.

The radial whipping and its direction in the polar coordinate system can be computed by similar formulae:

$$Bp = 2 \sqrt{U'^2 + V'^2};$$

$$\psi = \text{arc tg } \frac{V'}{U'};$$

after the equation system of external surface machining corrections is being solved, which has the form:

$$dBp_i = -(k_i - k_{sr}) + v_{dBp_i} = U' \cos \beta_i + V' \sin \beta_i.$$

The equation system shall be solved observing the conditions:

$$[v_{dBc} \cdot v_{dBc}] = \text{min.}$$

$$[v_{dBp} \cdot v_{dBp}] = \text{min.}$$

The precision of whipping determination is given by the formulae:

$$m_{Bc} = \sqrt{\frac{8 [v_{dBc} v_{dBc}]}{n(n-2)}}; \quad m'_{\varphi} = 2Q' \sqrt{\frac{2 [v_{dBc} v_{dBc}]}{n(n-2) (U^2 + V^2)}};$$

$$m_{Bp} = \sqrt{\frac{8 [v_{dBp} v_{dBp}]}{n(n-2)}}; \quad m'_{\psi} = 2Q' \sqrt{\frac{2 [v_{dBp} v_{dBp}]}{n(n-2) (U'^2 + V'^2)}}.$$

The precision of the determination of the angle of axle deflection from the horizontal or vertical direction is depending from the location of A' , A'' , A''' and from the diameter of points A track. When the disponsible area for measurements is properly used it is possible to obtain the precision determined by the mean square error of the angle ξ :

$$m_{\xi} \cong \frac{100\,000''}{S \text{ mm}};$$

where S is the diameter of the points A track.

The measurement methods given here can be applied during the assembling and during the periodic inspections of whirling systems of rotational engines and mechanisms. They are related to the works about removal of the static and dynamic balance errors in whirling systems and with the determination of discrepancies from a proper mutual situationing of some collaborating whirling systems.

