

TADEUSZ KLUSS

528.331.5

Wielkotrójkątowa sieć zastępcza zbudowana z sieci małowrójkątowej

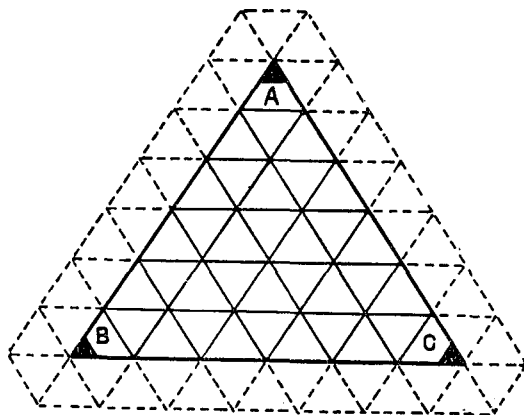
Zastępcza sieć wielkotrójkątowa jest to sieć zbudowana z kątów obliczonych z sieci małowrójkątowej. Użycie sieci zastępczej ma na celu zmniejszenie kosztów triangulacji dzięki możliwości zaniechania wywiadu, budowy wież i obserwacji na punktach sieci wielkotrójkątowej.

Dodatkową korzyścią użycia wielkotrójkątowych sieci zastępczych będzie znaczne ułatwienie wyrównania sieci triangulacyjnych wielkich obszarów na skutek zmniejszenia się pierwotnej ilości wyznaczonych punktów przy przejściu z sieci małowrójkątowej do sieci wielkotrójkątowej. Stosunek tego zmniejszenia ilustruje w przybliżeniu rys. 1.

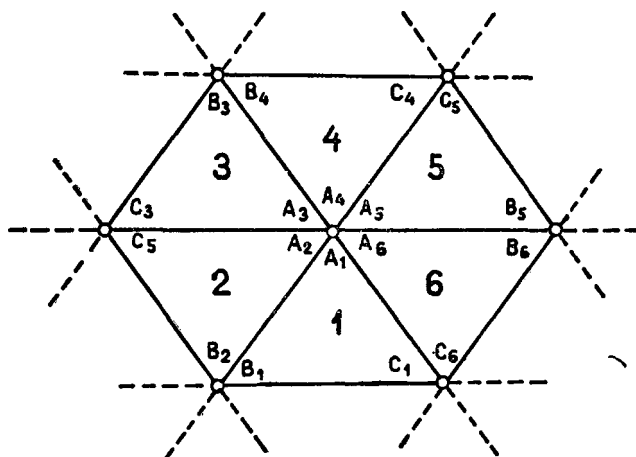
Na obszarze objętym siecią małowrójkątową projektuje się sieć wielkotrójkątową o bokach np. 50 km. W praktyce będą to boki o długości w przybliżeniu sześciokrotnie większej od przeciętnego boku sieci małowrójkątowej. Celem otrzymania kątów zastępczych wyrównuje się pomierzoną kątami sieć małowrójkątową na obszarze jednego wielkiego trójkąta. Wyrównana sieć małowrójkątowa może się mieścić w granicach trójkąta wielkiego, jak podaje to rys. 1, lub też może wychodzić poza jego ramy. Wybór jednej z tych dwóch możliwości omówiony będzie niżej. Po obliczeniu współrzędnych punktów sieci małowrójkątowej, a wśród nich i współrzędnych trzech punktów trójkąta wielkiego, oblicza się z tych współrzędnych kąty trójkąta zastępczego.

Przed wyrównaniem sieci małowrójkątowych należy uwzględnić poprawki do kątów ze względu na odchyłkę pionu oraz wysokość obserwowanego punktu nad elipsoidą odniesienia.

Do obliczeń kątów zastępczych nie są potrzebne w sieci małowrójkątowej pomiary baz lub azymutów. Elementy te odgrywają tylko pomocniczą rolę w przyjęciu skali i orientacji sieci małowrójkątowej. Przybliżone wartości tych elementów otrzymuje się z dawnych obliczeń sieci małowrójkątowych.



Rys. 1



Rys. 2

Schematyczny kształt sieci zastępczej przedstawiają rys. 1 i 2.

Charakterystyczną cechą sieci zastępczych jest wielkość błędu kąta zastępczego. Błąd ten nie jest zależny od użytej ilości małych trójkątów: jest on mniejszy od błędu pomiaru kątów i równa się stałej wartości $m = \pm m_0 \sqrt{\frac{2}{3}}$. Użycie większej ilości małych trójkątów powiększa prawdopodobieństwo zmniejszenia błędów nieprzypadkowych, które zawsze zdarzają się w pomiarach [1].

Możliwość użycia sieci zastępczych do budowy sieci klasycznych wymaga wstępnego wyjaśnienia ze względu na złożoność zagadnienia triangulacji.

W dotychczasowych poglądach na temat sieci klasycznych przywiązuje się nadmierną wagę do niektórych fragmentów, pomijając inne mające wpływ na ostateczne wyniki triangulacji. Tak na przykład zwraca się dużą uwagę na pomiar kątów na stacji (metoda Schreibera), na konieczność zastosowania bezpośrednich pomiarów kątów, na konieczność użycia równych w przybliżeniu długości boków sieci itp. W praktyce przyjęte zasady nie mogą być utrzymane. W dotychczasowych sieciach europejskich pomiary na stacjach tylko w małym procencie są seriami pełnymi. Tak na przykład w Polsce tylko około 30% sieci posiada pełne serie kierunków. Podobnie i zachodnio-europejska sieć, składająca się z wybranych kątów różnorodnych sieci daleka jest od równej dokładności wag kierunków. Podobnie, istniejące długości boków, wahające się w granicach od 20 do 60 km utrudniają uzyskanie równych wag kierunków. Te i inne przyczyny skłaniają niektórych geodetów do poglądu, że w ścisłym znaczeniu niezależne spostrzeżenia w ogóle nie istnieją.

Jeżeli jeszcze zwrócimy uwagę na niepowierzchniowy kształt sieci (użycie łańcuchów pojedynczych lub podwójnych, a w związku z tym powstawanie tzw. oczek sieci) oraz możliwość powstawania zniekształceń kątów z powodu warunków terenowych (refrakcja boczna itp.), to w pełni wystąpi fakt, że dotychczasowe sieci klasyczne nie posiadają postulowanych warunków jednolitości pod względem pełnych serii kierunków, co wiąże się z użyciem do wyrównania kątów zależnych oraz równości wag [5].

Sieć, która odpowiadałaby w pełni teoretycznym warunkom trudna jest do osiągnięcia w rzeczywistości. Wymagałoby to zaprojektowania na dużych obszarach sieci powierzchniowych (przy częściowej adaptacji dawnych, dobrych sieci) oraz wykonania w możliwie krótkim czasie uzupełniających pomiarów. Lecz nawet i przy takiej budowie każda sieć powierzchniowa ulega zniekształceniom na swych brzegach, tj. na obwodnicy sieci powierzchniowych oraz na brzegach oczek sieci nie w pełni powierzchniowej. Punkty brzegowe, nie napotykając w swym sąsiedztwie punktów zewnętrznych posiadają większą swobodę ruchów. Z tych przyczyn otrzymuje się na brzegach sieci duże błędy położenia punktów. Błędy te można zmniejszyć pomiarami boków lub azymutów na obwodnicy sieci. Byłoby to konieczne z uwagi na przyszłe nawiązanie sąsiednich sieci.

Postulowana konieczność użycia tylko niezależnych pomiarów nie znajduje potwierdzenia w rzeczywistości. W praktyce spotyka się wiele wyrównanych sieci, w których pierwotne kąty są zależne, a pomimo tego wyniki wyrównania są zupełnie poprawne. Zauważa się to również na dużym obszarze Polski. Mianowicie stwierdza się lepsze wyniki wyrównania w sieciach mierzonych dawnymi instrumentami o odczytach mikroskopowych. Na sieci te o kształcie w pełni powierzchniowym składają się

sieci różnych epok, których kąty są zależne. Pozostały obszar o gorszych wynikach wyrównania jest kształtu częściowo powierzchniowego. Pomiarów wykonano instrumentem Wilda T III. Sieć składa się również z fragmentów różnych epok, a więc występują zależności kątów. Różne wyniki wyrównania należałoby przypisać nie użyciu kątów zależnych, lecz różnym instrumentom i różnemu kształtowi sieci. Niewątpliwie wchodzi tu i inne czynniki, których wyjaśnienie wymagałoby specjalnej analizy.

Użycie sieci zastępczych ma na celu zmniejszenie wspomnianych trudności sieci klasycznych — niezależnie od zmniejszenia kosztów — przez wykorzystanie wymienionych wyżej wartościowych cech sieci zastępczych. Niemniej jednak pozostaje do wyjaśnienia problem zależności funkcyjnej kątów sieci zastępczej. Jak wspomniano wyżej kąty sieci zastępczej można obliczać z małowielokątowej sieci położonej wewnątrz trójkąta wielkiego, lub można też użyć sieci małowielokątową powiększoną o pojedyncze łańcuchy zewnętrzne.

W przypadku pierwszym kąty zastępcze A, B, C każdego trójkąta są zależne, ponieważ sumą ich zamyka się do 180° . Jest to zrozumiałe, ponieważ kąty te otrzymano ze współrzędnych wierzchołków trójkąta. Przedstawić sobie również można, że powstały one z wyrównania nieznanych spostrzeżeń A', B', C' w ramach każdego trójkąta. Zagadnienie, w którym wyrównane w trójkątach kąty wprowadza się do warunków sieci (warunki sinusowe, horyzontalne itp.) rozwiązane zostało w grupowym wyrównaniu sieci (np. metoda Schleiermachera) [2], [4].

Grupowe wyrównanie sieci usuwa więc wspomnianą zależność funkcyjną. Metody tej jednak nie można wprowadzić, ponieważ wymaga ona użycia kątów, podczas gdy sieci klasyczne używają kierunków.

Rozważmy inne przyjęcie. Kąty A_i, B_i, \dots ($i = 1, 2, 3, \dots, 6$) (rys. 2) otrzymano na każdej stacji z niezależnych pomiarów sieci małowielokątowych leżących wewnątrz trójkątów wielkich. Kąty zastępcze nie zamykają horyzontu. Można je rozumieć jako kierunki (dodając kolejny kąt do poprzedniego), z których ostatni, „sprawdzający”, posiada inny odczyt od początkowego, „zerowego”, lub też jako kąty wierzchołkowe zamykające horyzont z odchyłką. W obu przypadkach należy stację wyrównać, co będzie równoznaczne z przejściem na wyrównane serie kierunków. W drugim przypadku (pomiar kątów wierzchołkowych) wyniki wyrównania tylko w przybliżeniu będą seriami pełnymi. Udowodnić jednak można, że rezultaty wyrównania kątów wierzchołkowych zbliżone są bardzo do wyników pomiarów kątów metodą Schreiberera [3].

Pozostaje jeszcze do wyjaśnienia propozycja powiększenia sieci małowielokątowej o łańcuchy leżące poza trójkątem wielkim (rys. 1). W przypadku tym kąty zastępcze są częściowo funkcjami tych samych obserwacji. Użycie łańcuchów zewnętrznych ma na celu zmniejszenie wpływu

błędów nieprzypadkowych na brzegach sieci małotrójkatowej. Użycie funkcji spostrzeżeń utrudniłoby bardzo to wyrównanie. Natomiast użycie przybliżonego rozwiązania spowoduje zniekształcenie wag wyrównywanych kątów. Zauważyć jednak można, że w sieciach o budowie symetrycznej (rys. 2) zależności funkcyjne, w skutkach swoich, mają tendencję do wzajemnego znoszenia wspomnianych zniekształceń. Przyjęcie takie pozwalałoby przypuszczać, że ostateczne, ujemne wpływy mogą być mniejsze, niż zniekształcenia spowodowane nieprzypadkowymi błędami pomiarów. W praktyce jednakże, z powodu niesymetrycznej budowy sieci wielkotrójkątowej (klasycznej) i małotrójkatowej (stacje o pięciu i siedmiu kierunkach) zmuszeni zwykle będziemy przyjąć wybór drugi.

Otrzymane z niezależnego wyrównania współrzędne sieci małotrójkatowej zostaną, po wyrównaniu sieci zastępczej (sieci astronomiczno-geodezyjnej), przetransformowane na układ sieci astr.-geod. Użyte do tego będą wzory transformacji afinicznej, dla której znane są współrzędne trzech wierzchołków trójkąta afinicznego w obu układach. W ten sposób poprzednio wykonane wyrównanie sieci małotrójkatowej zostanie w pełni wykorzystane w celu nawiązania sieci małotrójkatowej do sieci astronomiczno-geodezyjnej. Użycie sieci zastępczych spowoduje większą zgodność pomiędzy siecią astronomiczno-geodezyjną (zastępczą) a siecią drugiego rzędu (małotrójkatowa) z tego powodu, że obie sieci zostały — w odpowiedni sposób — zbudowane z tych samych elementów. W stosunku do sieci klasycznych zachodzi tu więc faktyczne zanikanie podziału na klasy dokładności pomimo formalnego podziału na grupy obliczeń: sieci astr.-geod. (zastępcze), sieci 2-go rzędu (sieci małotrójkatowe).

Proponowana koncepcja użycia sieci zastępczych zakłada, że na wielkim obszarze posiadamy powierzchnię sieć małotrójkatową, z której w łatwy sposób projektować można wielkie trójkąty. W ogólności jednak sieci takie nie są mierzone. Specjalne ich zakładanie w omawianym celu mogłoby nasuwać pewne wątpliwości ze względu na duże inwestycje, które dopiero w późniejszym czasie mogą się opłacić.

W Polsce sieć taką posiadamy. (Okolo 1950 r. sieć tę wykorzystano do budowy sieci zastępczej w celu sprawdzenia dawniej pomierzonych kątów sieci klasycznej. Wyniki sprawdzenia wykazały większe błędy pomiarowe kilku kątów sieci klasycznej, co potwierdziło dużą wartość sieci zastępczych). Z sieci małotrójkatowej o długości boków okolo 7 km możemy rozwinąć sieć zastępczą o długości boków do 50 km. Podobnie z powierzchniowej sieci 50 km możnaby rozwinąć sieć zastępczą o długości boków do 300 km.

Mając na uwadze wielkie obszary możnaby przeanalizować możliwości użycia klasycznych sieci europejskich o długości boków okolo 40 km do budowy sieci zastępczych o długości boków okolo 300 km. Tak zbudowana

sieć, uzupełniona warunkami boków i azymutów otrzymanych przy pomocy nowoczesnych dalmierzy i geodezji trójwymiarowej, mogłaby rozwiązać zagadnienie triangulacji na wielkich obszarach.

Celem sprawdzenia dokładności kątów zastępczych zbudowano sieć na pewnym fragmencie sieci astr.-geod. na którym była również sieć małotrójkowa. Pozwoliło to na obliczenie różnic Δa pomiędzy kątami zastępczymi otrzymanymi z sieci małotrójkątowej, a wyrównanymi kątami sieci astronomiczno-geodezyjnej. Duża ilość użytych różnic Δa (ponad 500 kątów) pozwoliła na wysnucie niektórych wniosków co do prawdopodobnej dokładności porównywanych kątów.

Obliczenie kątów zastępczych nie zostało tak wykonane jak wskazuje to rys. 1. Do obliczenia bowiem kątów zastępczych wykorzystano dawniej wyrównane sieci małotrójkątowe, które nie zostały zaprojektowane w ramach jednego trójkąta, lecz objęły wiele trójkątów wielkich, tak jak pokazano to na rys. 3. Postąpiono tak celem zaoszczędzenia kosztów ponownego wyrównania sieci małotrójkątowej. Zmiana taka, stosownie do tego co powiedziano wyżej, spowodować może różnice wag poszczególnych kątów, nie zmieni jednak ogólnego obrazu otrzymanych wyników.

Otrzymane różnice Δa podano w Tablicy I (w celu zmniejszenia ilości zapisów podano w odniesieniu do każdej stacji: przeciętne Δa maksymalne Δa oraz ilość Δa na stacji).

Tablica II podaje wykaz większych różnic Δa ,

Tablica III— odchyłki horyzontalne i sinusowe.

Podane w tablicy II większe różnice Δa wyjaśnić można następująco: trzy fragmenty wyrównanej sieci astronomiczno-geodezyjnej wykazały nagromadzenie poprawek kątów (v) dochodzących do 2.6". W tych fragmentach występują również duże różnice Δa . Wnosić stąd należy, że duże wartości Δa spowodowane są błędami pomiaru sieci astr.-geod., a nie błędami pomiarów sieci małotrójkątowej. Wartości te zostały wydzielone z zestawienia w Tabl. I.

Z różnicy

$$\Delta a = a_{\text{astr.-geod.}} - a_{\text{zast.}}$$

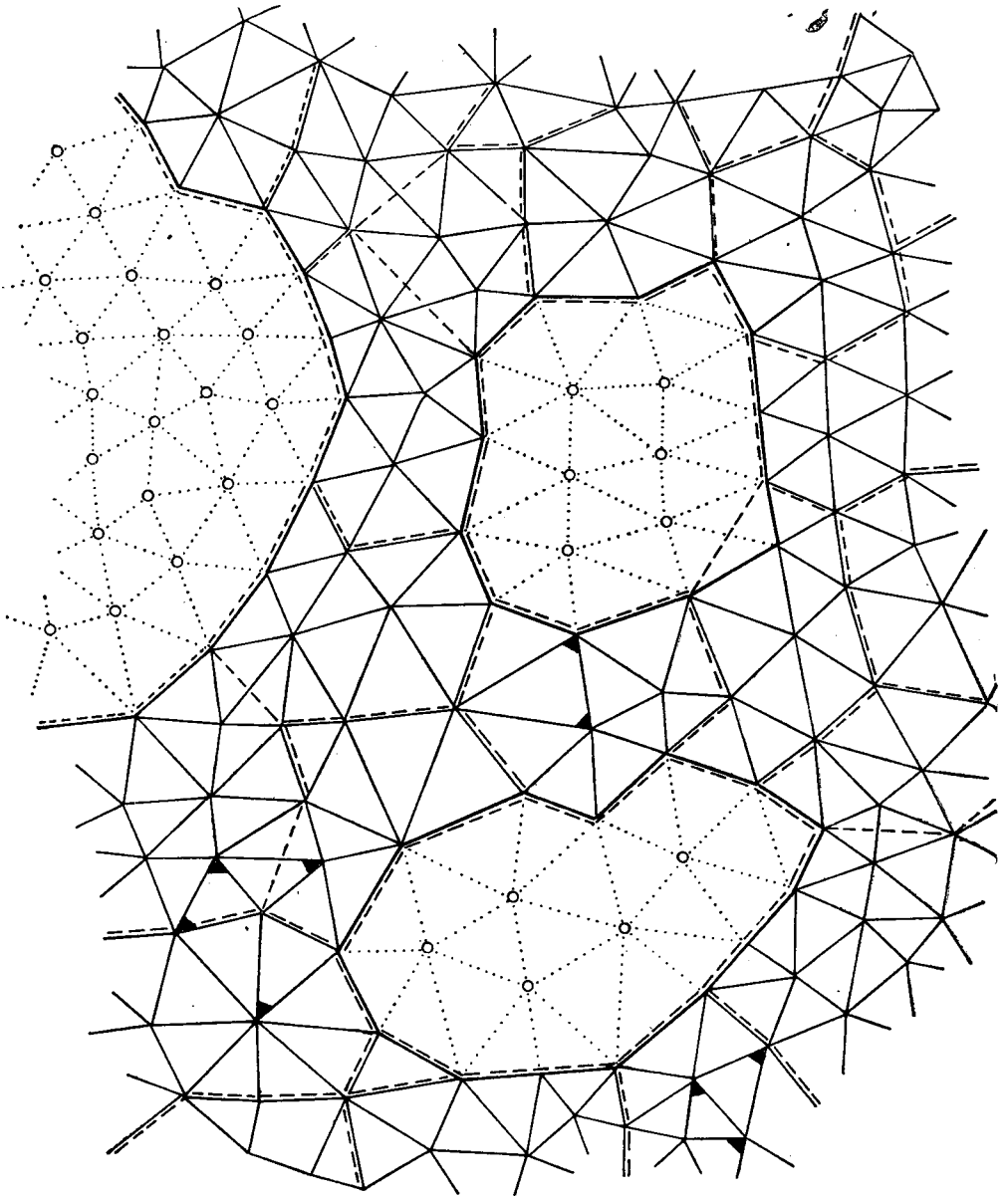
obliczyć można błąd kąta zastępczego. Ponieważ kąty (a) obu sieci — pomijając ewentualnie zmiany położenia punktów w okresie 30 lat dzielących pomiary — powinny być te same, stąd Δa traktować można jako łączny błąd przypadkowy ($m\Delta a$) obu sieci. Czyli

$$m^2 \Delta a = m^2_{\text{astr.-geod.}} + m^2_{\text{zast.}}$$

$$m_{\text{zast.}} = \pm \sqrt{m^2 \Delta a - m^2_{\text{astr.-geod.}}}$$

Podstawiając, podane w Tabl. IV wartości otrzymujemy:

$$m_{\text{zast.}} = \pm \sqrt{0,75^2 - 0,45^2} = \pm 0,60''.$$



- Trójkąty sieci astronomiczno-geodezyjnej, a równocześnie sieci zastępczej użyte do obliczenia różnic (tab. I).
 - - - Granice grup sieci małotrójkatowych, z których obliczano kąty sieci zastępczej.
 Projekt sieci zastępczej na obszarach nie pokrytych siecią astronomiczno-geodezyjną.
 ▲ Większe poprawki (v) w sieci astr.-geodezyjnej.

Stosując poprzednio podany wzór

$$m_{\text{zast.}} = \pm m_0 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

gdzie $m_0 = \pm 0,7''$ jest średnim błędem sieci małowrójkątowej, otrzymujemy

$$m = \pm 0,7 \sqrt{0,67} = \pm 0,56''$$

Jak widzimy, obliczone w różny sposób błędy kąta zastępczego są prawie tej samej wartości. Również wielkości odchyłek sinusowych i horyzontalnych mieszczące się w dopuszczalnych granicach stwierdzają, że sieć wielkotrójkątowa zbudowana z sieci małowrójkątowej może być uważana za równoważną sieci astronomiczno-geodezyjnej pomierzonej bezpośrednio w terenie.

Tablica I

Lp.	Nr p-tu	Prze-	Maks.	Ilość	Lp.	Nr p-tu	Prze-	Maks.	Ilość	Lp.	Nr p-tu	Prze-	Maks.	Ilość
		cię-	$\Delta\alpha$				cię-	$\Delta\alpha$				cię-	$\Delta\alpha$	
		na	$\Delta\alpha$				na	$\Delta\alpha$				na	$\Delta\alpha$	
		"	"				"	"				"	"	
1	281	0.45	1.97	5	34	226	0.45	1.26	7	67	338	0.45	0.68	3
2	96	0.42	1.07	7	35	242	0.74	1.36	3	68	265	1.00	2.00	4
3	274	0.81	1.49	5	36	313	0.62	1.42	3	69	282	0.45	1.03	6
4	242	0.26	0.81	6	37	165	0.71	0.94	4	70	286	0.42	0.52	6
5	272	0.23	0.49	4	38	104	0.66	0.87	4	71	344	1.03	1.62	2
6	105	0.32	0.55	4	39	159	1.07	1.30	7	72	93	0.78	1.30	2
7	102	0.87	1.30	3	40	151	0.52	0.68	3	73	162	1.10	1.81	4
8	158	0.52	0.81	4	41	152	0.36	0.49	2	74	216	0.49	1.49	6
9	239	0.84	1.16	2	42	336	0.97	1.36	4	75	278	0.62	1.26	5
10	169	0.48	0.71	3	43	323	0.67	1.20	3	76	334	0.62	1.10	4
11	333	0.16	0.19	3	44	211	0.68	1.33	2	77	324	1.36	1.62	4
12	167	0.71	1.20	6	45	92	0.26	0.51	4	78	231	0.55	0.90	3
13	275	0.36	0.74	6	46	288	0.68	1.10	3	79	227	0.68	1.26	3
14	310	0.60	1.13	2	47	277	0.80	1.42	3	80	262	0.93	1.39	4
15	260	0.35	0.42	3	48	297	0.58	1.07	6	81	160	0.45	1.30	4
16	149	0.48	0.81	4	49	142	0.03	0.03	1	82	170	1.04	1.58	3
17	166	1.16	1.19	5	50	232	0.26	0.55	5	83	263	0.42	1.20	6
18	266	0.52	1.13	6	51	296	0.42	0.71	4	84	267	0.39	0.78	3
19	298	0.53	0.87	5	52	304	0.68	1.13	6	85	237	0.55	0.81	7
20	219	0.64	1.55	6	53	305	0.71	1.43	4	86	168	0.26	0.36	2
21	108	1.00	1.10	3	54	315	0.58	1.72	6	87	209	0.68	1.17	6
22	89	0.32	0.45	2	55	300	0.55	1.30	6	88	285	0.55	1.42	7
23	161	0.58	1.65	7	56	268	0.94	1.68	4	89	309	0.84	1.26	2
24	286	0.38	1.10	7	57	101	0.90	1.43	4	90	316	0.68	1.43	5
25	223	0.48	0.90	6	58	97	0.81	1.30	2	91	343	0.84	1.17	2
26	264	0.22	0.42	4	59	155	0.39	0.94	6	92	100	0.81	1.36	5
27	273	0.78	1.10	5	60	156	0.58	1.20	6	93	147	0.65	0.84	3
28	214	0.32	0.48	5	61	163	0.84	1.78	6	94	150	0.42	0.71	3
29	257	0.65	1.39	4	62	294	0.84	0.94	2	95	153	0.42	1.03	5
30	218	1.00	1.49	3	63	335	0.35	0.52	4	96	246	1.16	1.49	2
31	290	0.94	1.84	2	64	218	0.60	1.13	3	97	303	0.87	1.30	3
32	271	0.62	0.97	4	65	95	0.71	0.75	3	98	261	0.77	0.91	3
33	283	0.63	1.26	5	66	148	0.62	1.10	5	99	321	0.87	1.36	2

ciąg dalszy Tablica I.

Lp.	Nr p-tu	Prze- cięt- na		Ilość	Lp.	Nr p-tu	Prze- cięt- na		Ilość	Lp.	Nr p-tu	Prze- cięt- na		Ilość	
		$\Delta\alpha$	Maks.				$\Delta\alpha$	Maks.				$\Delta\alpha$	Maks.		
		"	"			"	"			"	"	"	"		
100	301	1.00	1.23	3	106	341	0.52	0.71	3	112	340	0.42	0.64	3	
101	284	0.58	0.94	3	107	230	0.32	0.61	5	113	291	0.19	0.26	3	
102	157	0.45	0.78	5	108	239	0.45	1.00	4	114	302	0.74	1.62	3	
103	269	0.42	0.97	3	109	213	0.36	0.45	5	115	295	0.87	1.45	3	
104	276	0.45	0.75	4	110	229	0.58	1.13	6	116	221	0.81	1.45	3	
105	233	0.63	1.33	6	111	293	0.16	0.35	6						

$\Delta\alpha = \alpha_w - \alpha_z$, gdzie α_w jest wyrównanym kątem sieci astr.-geod. — α_z kąt za-
stępczy; $\Delta\alpha$ w kolumnie 3-ciej jest przeciętną różnicą na stacji, w kol. 4 podano ma-
ksymalne różnice na stacji, w kol. 5-ej — ilość różnic na stacji

Srednia różnica $\Delta\alpha = \pm 0.75''$.

Wykaz większych różnic

Tablica II

Lp.	Nr p-tu	Prze- cięt- na		Ilość	Lp.	Nr p-tu	Prze- cięt- na		Ilość	Lp.	Nr p-tu	Prze- cięt- na		Ilość	
		$\Delta\alpha$	Maks.				$\Delta\alpha$	Maks.				$\Delta\alpha$	Maks.		
		"	"			"	"			"	"	"	"		
117	308	1.04	2.50,245	8	120	244	1.23	3.30	6	123	287	0.71	2.00,126	6	
118	253	1.78	4.47	4	121	250	2.69	5.47	5	124	337	1.07	2.75,133	6	
119	245	1.36	3.25,292	5	122	279	1.10	2.10,201	5						

Wykaz odchyłek horyzontalnych i sinusowych

Tablica III

Lp.	Odchyłki		Lp.	Odchyłki		Lp.	Odchyłki		Lp.	Odchyłki	
	hory- zont.	sinus.		hory- zont.	sinus.		hory- zont.	sinus.		hory- zont.	sinus.
	Δh	$\Delta \sin$		Δh	$\Delta \sin$		Δh	$\Delta \sin$		Δh	$\Delta \sin$
	"	(7 m.log.)		"	(7 m.log.)		"	(7 m.log.)		"	(7 m.log.)
1	0.03	42	11	0.07	46	21	2.10	16	31	1.02	—
2	0.40	35	12	0.93	10	22	0.43	52	32	1.22	—
3	0.26	18	13	0.43	10	23	0.45	48	33	0.16	—
4	1.60	34	14	0.21	36	24	2.18	40	34	0.25	—
5	1.30	28	15	0.75	83	25	1.07	6	35	0.70	—
6	0.70	15	16	0.32	16	26	1.56	21	36	0.82	—
7	0.73	12	17	0.84	55	27	0.76	—	37	0.86	—
8	1.14	16	18	1.50	4	28	1.71	—	38	1.53	—
9	0.48	33	19	0.94	2	29	1.74	—			
10	0.40	31	23	1.17	16	30	0.07				

Ogólne zestawienie średnich wartości różnic i odchyłek

Tablica IV

Z porównania obu sieci	Sieć astr.-geod.:
Różnica kątów $\Delta a = \pm 0,75''$	$m_0 = \pm 0,55''$
Odchyłka horyzontalna $\Delta h = \pm 0,95''$	$m_{\text{astr.-geod.}} = \pm 0,55 \sqrt{2:3} = \pm 0,45''^{**}$
Odchyłka sinusowa $\Delta \sin = \pm 36$ (7 m. log.)	$\Delta \sin = \pm 36$ (7 m. log.)

Maksymalne Δa i v w obu sieciach, odpowiednio dochodzą do $2''$.

Maksymalne $\Delta \sin$ w sieci zastępczej wynoszą około 80 jedn. 7 m log.

Maksymalne $\Delta \sin$ w sieci astr.-geod. wynoszą około 100 jedn. 7 m log.

*) $m_{\text{astr.-geod.}} = \pm 0,55 \sqrt{2:3} = \pm 0,45$ przybliżona wartość średniego błędu wyrównanego kąta.

Podsumowanie i wnioski

Rozważania powyższe mają na celu zwrócenie uwagi na możliwości wykorzystania sieci małopółkątowych do budowy sieci wielkotrójkątowych. Za sieć wielkotrójkątową uważać można sieć klasyczną o bokach około 30 km w stosunku do sieci małopółkątowej o bokach około 8 km, lub też sieć kontynentalną o bokach około 300 km w stosunku do sieci małopółkątowej o bokach około 30 km. Możliwości takie wynikają z następujących cech sieci zastępczej.

1. Błąd kąta sieci zastępczej jest mniejszy od błędu pomiaru m_0 oraz nie jest zależny od ilości małych trójkątów użytych do budowy sieci zastępczej i równa się $m = \pm m_0 \sqrt{2:3}$. Dla sieci polskiej równa się on: $m = \pm 0,56''$.

2. Kąty zastępcze zbudowane z większej ilości trójkątów zwiększają prawdopodobieństwo zmniejszenia wpływu nieprzypadkowych błędów pomiarów.

3. W sieciach zastępczych łatwiej uzyskać zbliżony do równobocznego kształt trójkątów sieci.

Jako wtórną cechę użycia sieci zastępczych, wymienić należy:

4. Większą zgodność dokładnościową pomiędzy siecią astronomiczno-geodezyjną (siecią zastępczą), a siecią 2-go rzędu (siecią małopółkątową) z tego powodu, że obie sieci zbudowane zostały — w odpowiedni sposób — z tych samych elementów. W stosunku do sieci klasycznych zachodzi tu więc faktyczne zanikanie podziału na klasy dokładności pomimo formalnego podziału na odrębne grupy obliczeń.

Korzyści ekonomiczne

5. Mały koszt realizacji sieci zastępczej wyrażający się w zmniejszeniu ilości projektowanych wież oraz w możliwości zaniechania pomiaru ką-

tów. Z powyższym wiążą się większe możliwości projektowania sieci powierzchniowych, które właśnie z powodu dużych kosztów budowy zastępowane bywały mniej wartościowymi sieciami częściowo łańcuchowymi.

6. Otrzymane z niezależnego wyrównania współrzędne sieci małopółkątowej transformuje się bezpośrednio do sieci astronomiczno-geodezyjnej (sieci zastępczej) po jej wyrównaniu. W ten sposób w pełni wykorzystany zostaje materiał obliczeniowy użyty do budowy sieci zastępczej.

Głównym zadaniem sieci zastępczych jest budowa sieci o kształcie powierzchniowym przy pomocy istniejącej sieci małopółkątowej, czy też sieci specjalnej w tym celu pomierzonej, która — jak wyżej wspomniano — po spełnieniu roli w budowie sieci zastępczej, zostaje w pełni wykorzystana jako sieć 2-go rzędu.

W związku z użyciem sieci powierzchniowych inne znaczenie posiadać będą pomiary baz i azymutów. W sieciach niepowierzchniowych elementy te miały podwójne cele: nadanie sieci skali i orientacji, jako też cele wyrównawcze (ulożenie warunków bazowych i azymutalnych). W sieci powierzchniowej głównym zadaniem tych elementów jest nadanie sieci skali i orientacji do czego, teoretycznie, potrzebny jest jeden azymut i jedna baza.

Ażeby elementy te mogły wpływać na wyniki wyrównania ilość ich powinna być względnie duża, a rozmieszczenie korzystne. Jako spostrzeżenia nadliczbowe podnoszą one dokładność sieci i tu należy widzieć ich wartość oraz z tego punktu widzenia ustalać ilość pomiarów.

Abstrahując od możliwości pomiaru wszystkich boków, rozmieszczenie tych elementów w sieci powinno być symetryczne, przy czym największa ilość pomiarów wykonaną być powinna na obwodnicy sieci. Ponieważ wpływ pomiarów długości i azymutów na wyrównanie sieci jest równowarty, stąd pomiary te można odnosić do różnych boków sieci. Szczegółowe rozmieszczenie tych elementów w sieci może być zaprojektowane po ustaleniu ich globalnej ilości, co znów zależy — jak wspomniano wyżej — od dokładności, którą zamierzamy uzyskać przy pomocy tych elementów.

LITERATURA

- [1] *Hausbrandt St.*: Rachunki Geodezyjne, 1953 Warszawa,
- [2] *Jordan W.*: Ausgleichungsrechnung, 1 Band, 1935, Stuttgart.
- [3] *Kluss T.*: Zamiana kątów mierzonych różnymi metodami w pełną serię kierunków. Przegląd Geodezyjny, 1950, Warszawa.
- [4] *Töpfer Fr.*: Ableitungen von Winkeln übergeordneter Dreiecke aus Dreiecknetzen. Veröffentlichungen des geodätischen Instituts der Technischen Hochschule Dresden.
- [5] *Wolf H.*: Die Behandlung der Stationsbeobachtungen in der trigonometrischen Netzangleichung. D.G.K. bei der Bayerischen Akademie des Wissenschaften, Reihe A; Heft N 24, 1957.

Rękopis złożono w Redakcji w styczniu 1965 r.

ТАДЭУШ КЛЮСС

ЗАМЕНЯЮЩАЯ СЕТЬ БОЛЬШИХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПОСТРОЕНА ИЗ СЕТИ МАЛЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Резюме

Заменяющая сеть больших треугольников, это сеть построена из углов вычисленных по сети малых треугольников. Предполагается применение заменяющей сети на территории с отсутствующей сетью I ряда, для получения вполне сплошной сети. Предполагается, что в каждом районе имеется сеть малых треугольников, которая может служить для постройки заменяющей сети. Схематическую форму заменяющей сети изображают рис. 1 и 2. На территории покрытой сетью малых треугольников со сторонами около 8 км проектируется заменяющую сеть со сторонами около 40 км.

Для получения заменяющих углов уравнивается сеть малых треугольников на территории одного большого треугольника. Перед уравниванием сети малых треугольников нужно учесть поправки в углы за высоту пункта и уклонение отвеса. К вычислениям заменяющих углов не нужны измерения базисов или азимутов. Эти элементы играют только вспомогательную роль в установке масштаба и ориентировки сети. После вычисления координат пунктов сети малых треугольников, а между ними и трех вершин большого треугольника, вычисляются по этим координатам углы заменяющего треугольника. Вычисленные в каждом треугольнике заменяющие углы составляют независимые углы на станции, не замыкающие горизонт к 360° . Полученные из уравнивания станции направления принимаются как полные своды направлений заменяющей сети.

Этот приближенный метод, в большой степени сравниваемый к измерению полных свобод направлений.

Для практического испытания метода для сравнения углов заме-

няющей сети с углами непосредственно измеренными в поле, составлено заменяющую сеть на территории, на которой имеется 500 углов сети I ряда. В таблицы 1 приводятся разности Δa , т.е.:

$$\Delta a = a_{I_p} - a_3 \quad (1)$$

Для уменьшения числа записей приведено для каждой станции средние и максимальные значения Δa и их количество на станции.

Таблица 2 представляет сводку больших разностей Δa , которые предписывается ошибкам измерений сети I ряда, о чем свидетельствуют полученные поправки из строгого уравнивания сети I ряда.

Таблица 3 приводит свободные члены условных уравнений горизонтов и синусных по углам заменяющей сети.

Из формулы (1) вычислено ошибку угла заменяющей сети:

$$m_3 = \pm \sqrt{m_{\Delta a}^2 - m_{I_p}^2} = \pm \sqrt{0,75^2 - 0,45^2} = \pm 0,60''$$

Ошибку эту подсчитано тоже по формуле

$$m = \pm m_0 \sqrt{2:3}$$

где m является средней квадратической ошибкой угла большого треугольника вычисленного из сети малых треугольников, $m_0 = \pm 0,7''$ является средней квадратической ошибкой сети малых треугольников.

Из этого

$$m = \pm 0,7 \sqrt{2:3} = \pm 0,56''$$

Как видно, вычисленные по разному ошибки заменяющего угла имеют почти одинаковые значения.

В выше указанном примере построено заменяющую сеть со сторонами около 40 км из сети малых треугольников со сторонами около 8 км. Подобным способом можно построить заменяющую сеть со сторонами около 300 км из сети малых треугольников со сторонами длиной 40 км. Так построена сеть дополнена условиями сторон и азимутов, полученных современными дальномерами и путем космической геодезии, была бы в силе решить вопрос триангуляции на больших территориях.

Возможность применения заменяющей сети возникает из следующих ее свойств:

- 1) Ошибка угла заменяющей сети меньше ошибок измерений сети

малых треугольников, а тоже не зависит от количества малых треугольников из которых построена заменяющая сеть и равна

$$m = \pm m_0 \sqrt{2:3}$$

2) Заменяющие углы построены из большого количества малых треугольников увеличивают вероятность уменьшения влияния не случайных ошибок измерений.

3) В заменяющих сетях легче получить треугольники, форма которых ближе к равнобочным.

TADEUSZ KLUSS

THE SUBSTITUTIONAL NET OF LARGE TRIANGLES
CONSTRUCTED FROM THE SMALL TRIANGLES NET

S u m m a r y

The substitutional net of large triangles is a net constructed from the angles computed from the net of small triangles. The use of a substitutional net is proposed on the areas not covered by the net of 1st order, in order to obtain an area net. We assume, that on each area there is a net of small triangles, from which a substitutional net may be constructed. The schematic shape of a substitutional net is shown in the figures 1 and 2. On the areas covered by the net of small triangles with sides of about 8 km length the substitutional net with sides of about 40 km is generally constructed.

In order to obtain the substitutional angles the net of small triangles on the area covered by the large triangle is firstly adjusted. Before we start to adjust the net of small triangles, the corrections of angles due to the elevation of point and deflection of the vertical must be firstly regarded. The measurements of bases and azimuths are not necessary for the computations of substitutional angles. These elements play only the auxiliary role for the adaptation of the scale and orientation of the net. After computation of points of small triangles net, including the coordinates of the three points of the large triangle, one compute from these coordinates the angles of the substitutional triangle. The substitutional angles of each triangle thus computed form the independent angles on a station and thus the condition of horizon closure is not fulfilled. The directions obtained from the adjustment on a station are regarded as full sets of directions of the substitutional net. It is thus an approximative method, which is to a high degree approximate to the measurement of full sets of directions.

For the practical checking of the method, on purpose of making comparison of angles of the substitutional net with the angles directly mea-

sured in the field, a substitutional net on the area having more than 500 angles of the 1st order was constructed. In the table 1 the differences:

$$\Delta a = a_{1^{st} \text{ order}} - a_{\text{substitutional}} \quad (1)$$

are given.

For the diminution of the number of records for each station the average and maximum values of Δa and their number are given. The table 2 contains the list of greater differences Δa , which are assumed to be due to the errors of measurement of the net of 1st order; the corrections (V), obtained from the exact adjustment of the 1st order net, have confirmed the existence of these errors.

The table 3 gives the deviations in the horizon closure and in the sine — equations, which are obtained by use of the substitutional angles.

From the equation (1) the error of an angle of the substitutional net is computed:

$$m_{\text{substitutional}} = \pm \sqrt{m_{\Delta a}^2 - m_{1^{st} \text{ order}}^2} = \sqrt{0,75^2 - 0,45^2} = \pm 0,60''$$

This error was also computed from the formula:

$$m = m_0 \sqrt{2:3}$$

where m is the mean square error of an angle of the large triangle, computed from the net of small triangles net; $m_0 = \pm 0,7''$ is the mean square error of the small triangles net. Hence

$$m = \pm 0,7 \sqrt{2:3} = \pm 0,56''$$

Thus the errors of the substitutional angle, computed in two different ways, have almost the same value.

In this example the substitutional net with side lengths of about 40 km is build from a small triangles net with sides of about 8 km. In similar way, the substitutional net with sides of about 300 km may be constructed. Such a net, completed with sides and azimuths conditions, obtained by the use of modern electronic instruments for distance measurements and space geodesy may solve the problem of triangulation of vast areas.

The possibilities of use of a substitutional net are due to the following its characteristics:

1. The error of the angle of a substitutional net is smaller than that of the small triangles net and it doesn't depend from the number of small

triangles, which were used to construct the substitutional net; the value of this error is $m = m_0 \sqrt{2:3}$

2. The substitutional angles, which are build from a large number of small triangles, increase the probability of diminution of influence of errors of non accidental character.

3. It is easier to obtain the form of approximate equilateral triangle in a substitutional net.