

**AKADEMIA MORSKA W SZCZECINIE**

---

**WYDZIAŁ NAWIGACYJNY**



Rozprawa doktorska:

**Metoda transformacji współrzędnych punktów  
niejednorodnej sieci triangulacyjnej  
na układ współrzędnych jednorodnych**

**Autor:**

ppłk mgr inż. Robert Władysław BAUER

**Promotor:**

prof. dr hab. inż. Józef Jan SANECKI

---

## Spis treści

*Wykaz oznaczeń*

*Wstęp*

## **Rozdział 1**

1.1. Geneza pracy.....	10
1.2. Tezy pracy .....	13
1.3. Cele pracy .....	13
1.4. Problemy badawcze .....	14
1.5. Metody i narzędzia badawcze .....	14
1.6. Stan dostępnych badań dotyczących podejmowanych zagadnień.....	15

## **Rozdział 2**

*Część teoretyczna*

2.1. Układy odniesienia i układy współrzędnych .....	24
2.2. Sieci triangulacyjne.....	27
2.3. Współczesne sieci pomiarowe .....	28
2.4. Transformacja współrzędnych .....	29
2.5. Dokładność opracowań kartograficznych.....	31

## **Rozdział 3**

### **Część badawcza**

3.1. <i>Koncepcja autorskiego algorytmu badań</i> .....	32
3.1.1. <i>Dane</i> .....	34
3.1.2. <i>Etap parowania punktów – pierwsze przejście</i> .....	34
3.1.3. <i>Etap wyznaczania poprawek – pierwsze przejście</i> .....	42
3.1.4. <i>Zbiorcza Tabela Poprawek – pierwsze przejście</i> .....	51
3.1.5. <i>Po pierwszym pełnym przejściu autorskiego algorytmu badań</i> .....	52
3.1.6. <i>Graficzna interpretacja Zbiorczej Tabeli Poprawek</i> .....	54
3.2. <i>Realizacja autorskiego algorytmu badań</i> .....	56
3.2.1. <i>Charakterystyka sieci triangulacyjnych występujących na terenie II Rzeczypospolitej</i> .....	57
3.2.2. <i>Zakres opracowania</i> .....	67
3.2.3. <i>Materiał podstawowy</i> .....	68
3.2.4. <i>Przeliczanie współrzędnych punktów z układu pierwotnego na współrzędne prostokątne płaskie odwzorowania stereograficznego Roussilhe'a</i> .....	73
3.2.5. <i>Etap parowania punktów – pierwsze przejście</i> .....	74
3.2.6. <i>Etap wyznaczania poprawek – pierwsze przejście</i> .....	76
3.2.7. <i>Zbiorcza Tabela Poprawek – pierwsze przejście</i> .....	79
3.2.8. <i>Po pierwszym pełnym przejściu autorskiego algorytmu badań</i> .....	81
3.2.9. <i>Ostateczne wyniki obliczeń</i> .....	83
3.2.10. <i>Graficzna interpretacja wyników obliczeń</i> .....	90
3.2.11. <i>Ocena dokładności wykonanych obliczeń</i> .....	95

---

## **Rozdział 4**

### **Wnioski**

- 4.1. *Wnioski końcowe* ..... 98
- 4.2. *Możliwości praktycznego wykorzystania wyników przeprowadzonych badań...*  
103
- 4.3. *Możliwości praktycznego wykorzystania opracowanej metody transformacji współrzędnych punktów z układu współrzędnych niejednorodnych do układu współrzędnych jednorodnych* ..... 104
- 4.4. *Dalsze możliwe kierunki badań* ..... 105

*Spis rysunków* ..... 107

*Spis tabel* ..... 109

### **Bibliografia**

*Publikacje* ..... 110

*Materiały internetowe* ..... 112

*Wykaz załączników* ..... 114

*Płyta CD z plikami* ..... 132

---

**Wykaz oznaczeń**

- $X_p, Y_p$  – współrzędne punktów w układzie pierwotnym (niejednorodnym)
- $X_w, Y_w$  – współrzędne punktów w układzie wtórnym (jednorodnym)
- $O_p, O_w$  – środki ciężkości (bieguny przekształcenia) odpowiednio dla układu pierwotnego i wtórnego
- $X_{O^p}, Y_{O^p}$  – współrzędne środka ciężkości układu pierwotnego
- $X_{O^w}, Y_{O^w}$  – współrzędne środka ciężkości układu wtórnego
- $W_X, W_Y$  – składowe wektora przesunięcia układu pierwotnego względem wtórnego
- $\overline{W}$  – długość wektora przesunięcia obu układów
- $A_p, A_w$  – azymuty kierunków z punktu  $O_p$  i  $O_w$  na punkty dostosowania odpowiednio w układzie pierwotnym i wtórnym
- $A_{O^p}, A_{O^w}$  – średnie azymuty kierunków na punkty dostosowania odpowiednio w układzie pierwotnym i wtórnym
- $T$  – kąt skręcenia układu pierwotnego względem układu wtórnego
- $X'_p, Y'_p$  – współrzędne punktów w układzie pierwotnym (niejednorodnym) po uwzględnieniu kąta skręcenia ( $T$ ) i składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) układu pierwotnego względem wtórnego
- $V'_{X^p}, V'_{Y^p}$  – składowe poprawki łącznej  $V'_p$
- $V'_p$  – wartość poprawki łącznej dla punktu o współrzędnych  $X'_p, Y'_p$  wyliczona ze Zbiorczej Tabeli Poprawek

## Wykaz oznaczeń

---

$X_p'', Y_p''$	– współrzędne punktów w układzie pierwotnym (niejednorodnym) po uwzględnieniu kąta skręcenia ( $T$ ), składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) układu pierwotnego względem wtórnego oraz składowych poprawki łącznej $V'_{Xp}, V'_{Yp}$
$\Delta_{2x}, \Delta_{2y}$	– składowe parametru $\Delta_2$
$\Delta_2$	– parametr charakteryzujący „odstęp” punktu o współrzędnych $(X_p'', Y_p'')$ od najbliższej położonego punktu w układzie wtórnym
$D_2$	– wartość graniczna dla parametru $\Delta_2$
$\Delta_{1x}, \Delta_{1y}$	– składowe parametru $\Delta_1$
$\Delta_1$	– parametr charakteryzujący „odstęp” punktu o współrzędnych $(X_p', Y_p')$ od odpowiadającego mu punktu dostosowania w układzie wtórnym
$D_1$	– wartość graniczna dla parametru $\Delta_1$
$\Delta_X, \Delta_Y$	– składowe parametru $\Delta$
$\Delta$	– parametr charakteryzujący różnicę pomiędzy wartością parametru $\Delta_1$ , a wartością poprawki wyliczonej z punktów dostosowania
$D$	– wartość graniczna dla parametru $\Delta$
$V_{Xz}, V_{Yz}$	– wartości poprawek w punktach węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek

Pozostałe oznaczenia zostały objaśnione w miejscu bezpośredniego ich użycia i mają charakter „lokalny”.

## Wstęp

Koncepcja niniejszej pracy zrodziła się w wyniku rozważań na temat dokładności archiwalnych materiałów kartograficznych, ze szczególnym uwzględnieniem przedwojennych



**Rysunek 1. Znak wydawniczy WIG, wersja druga**

map topograficznych, wykonanych przez oficerów Wojskowego Instytutu Geograficznego (WIG). Wyposażony w odpowiednią wiedzę wyniesioną ze studiów oraz doświadczenie zdobyte podczas ponad dwudziestoletniej pracy w charakterze topografa wojskowego postanowiłem dokładnie przyjrzeć się znanym „wigówkom”, zainteresowanie którymi, pomimo upływu czasu, stale rośnie.

W swojej karierze zawodowej miałem okazję osobiście wykonywać prawie wszystkie rodzaje prac geodezyjno-topograficzno-kartograficznych, które składają się na cały, złożony proces kompleksowego powstawania mapy. Mam tu na myśli taką sytuację, kiedy wszystko zaczyna się od przysłowiowego zera, sytuację kiedy nie ma nawet podstawowej osnowy geodezyjnej. W takim przypadku prace należy rozpocząć od zaprojektowania sieci triangulacyjnej, przez jej stabilizację, pomiar, wyrównanie, ewentualną konserwację, następnie przez zakładanie sieci pomiarowej (znowu projekt, pomiar i wyrównanie), aż do pomiaru szczegółów terenowych. Wszystkie te etapy mają wpływ na jakość efektu finalnego, czyli mapy. W całym wspomnianym procesie zainteresowała mnie najbardziej właśnie podstawowa sieć geodezyjna.

Sytuacja polityczna w XIX i na początku XX wieku spowodowała, że wszelkie prace związane z pomiarami triangulacyjnymi na naszych terenach wykonywały państwa zaborcze, następnie część pomierzonych w ten sposób sieci triangulacyjnych znalazła się w granicach późniejszej II Rzeczypospolitej. Szybko uświadomiłem sobie, że sieć punktów triangulacyjnych, która powstała z tego, co odziedziczono po zaborcach jest niejednolita, a poza tym jest również niejednorodna. Przyczyny takiego stanu rzeczy były bardzo złożone i zostały szczegółowo omówione w dalszych częściach pracy.

W oparciu o zbiór punktów sieci triangulacyjnej powstawały wszystkie nasze przedwojenne mapy. Są to mapy w różnych skalach, po które dzisiaj tak chętnie sięgają

historycy, kolekcjonerzy, poszukiwacze i inni pasjonaci przedwojennej kartografii. Stale też rośnie liczba osób chcących korzystać z tych materiałów kartograficznych wraz z wykorzystaniem nowoczesnych technik nawigacji satelitarnej.

Aby móc odpowiedzieć na pytanie: na ile dokładne są nasze przedwojenne mapy, trzeba najpierw zbadać dokładność osnowy, na której zostały one oparte, czyli *de facto* zbadać stopień niejednorodności tej osnowy. Natomiast żeby móc je w pełni wykorzystywać wraz z możliwościami jakie daje nowoczesna technika pozycjonowania, trzeba znaleźć metodę transformacji niejednorodnego układu współrzędnych na układ współrzędnych jednorodnych. Pozwoli to na transformację map na dowolny współczesny układ współrzędnych. Tak właśnie zrodził się temat niniejszej pracy: *Metoda transformacji współrzędnych punktów niejednorodnej sieci triangulacyjnej na układ współrzędnych jednorodnych*. Ze względu na brak dostępu do danych pomiarowych oraz niektórych danych charakteryzujących poszczególne fragmenty odziedziczonej sieci punktów triangulacyjnych byłem zmuszony skupić się na samych współrzędnych punktów, które zostały zebrane w „*Katalogu punktów trygonometrycznych*” wydanym w 1932 roku [25].

W pierwszym rozdziale szczegółowo zaprezentowałem genezę powstania tej pracy, wysunąłem tezy i dokładnie określiłem jakie cele zamierzam osiągnąć. Nakreśliłem jakie problemy badawcze stoją przede mną oraz jakimi metodami zamierzam je rozwiązać. Na koniec rozdziału przedstawiłem jaki jest stan dostępnych badań dotyczących samego procesu transformacji, a także problemu badania dokładności przedwojennej sieci punktów trygonometrycznych.

Drugi rozdział w całości poświęcony został zaprezentowaniu podstawowych pojęć teoretycznych wykorzystywanych w dalszej części pracy. Zagadnienia te zostały opisane w takim zakresie, w jakim jest to potrzebne do zrozumienia kolejnych rozdziałów. Część pojęć została celowo uproszczona i przedstawiona bez zbędnego wchodzenia w szczegóły, które z punktu widzenia zrozumienia tej pracy nie są potrzebne.

Trzeci rozdział został podzielony na dwie główne części. W pierwszej szczegółowo przedstawiłem samą koncepcję autorskiego algorytmu badań z rozbiciem na poszczególne etapy, podaniem wszystkich wykorzystywanych wzorów oraz omówieniem rysunków precyzyjnie wyjaśniających poszczególne etapy metody transformacji. Druga część w całości



---

poświęcona została realizacji zaprezentowanego algorytmu. Na początku przedstawiłem dokładnie pełną charakterystykę przedwojennej sieci triangulacyjnej, zakres opracowania oraz cały materiał badawczy jakim dysponowałem. Następnie omówiłem realizację opracowanej przez siebie metody transformacji na wybranym przykładzie. Na koniec zaprezentowałem i omówiłem otrzymane wyniki, które zostały szeroko zilustrowane różnego rodzaju tabelami i rysunkami. Po otrzymaniu ostatecznych wyników badań zamieściłem ich graficzną interpretację w postaci wykresów powierzchniowych wielkości, znaku i rozkładu geograficznego deformacji przedwojennych sieci triangulacyjnych. Następnie oceniłem dokładność wykonanych obliczeń.

Czwarty i ostatni rozdział pracy w całości poświęcony jest wnioskowi płynącemu z opracowanej metody transformacji oraz wnioskowi wynikającemu z otrzymanych wyników obliczeń dla obranego przykładu. Następnie przedstawiłem możliwości praktycznego wykorzystania wyników przeprowadzonych badań oraz samej opracowanej metody transformacji. Rozdział zamknąłem prezentując dalsze możliwe kierunki badań, które chciałbym podjąć.

Przystępując do realizacji niniejszej pracy musiałem zmierzyć się z wieloma wątpliwościami dotyczącymi różnych aspektów związanych z podejmowanymi zagadnieniami. W toku pracy sprawdziłem wiele „pobocznych rozwiązań”, przetestowałem i przeanalizowałem wiele pośrednich wyników, aż w końcu osiągnąłem zamierzony efekt. Praca nad tym projektem trwała, z przerwami, blisko 10 lat, ale ostatecznie opracowana metoda oraz otrzymane wyniki badań w pełni mnie satysfakcjonują. Część wyników była zaskoczeniem dla mnie samego, chociażby „*deformacja opatowsko – hrubieszowska*” (opisana w rozdziale: *Wnioski końcowe*), znalezienie której potwierdziło skuteczność opracowanej metody transformacji oraz dokładność samych obliczeń.

Po ukończeniu pracy jestem nadal pełen podziwu i uznania dla profesjonalizmu i dorobku moich „starszych kolegów” – oficerów Wojskowego Instytutu Geograficznego. Mapy przez nich wykonane, pomimo wykazanych przeze mnie niedoskonałości, są wartościowe i godne uwagi.

*Autor*

*Warszawa, dn. 09. września 2012 r.*

---

# Rozdział 1

---

## 1.1. Geneza pracy

Z punktu widzenia kartografii konieczne jest istnienie jednolitej i jednorodnej sieci punktów triangulacyjnych, która byłaby dobrą podstawą do sporządzania wszelkiego rodzaju map. Niestety nadal dosyć często można spotykać materiały oparte na niejednorodnych i niejednorodnych osnowach geodezyjnych. Niejednorodności na terenach Polski wynikają z różnych przyczyn. W przeszłości były one spowodowane głównie faktem odziedziczenia po państwach zaborczych sieci triangulacyjnych wykonanych na ich potrzeby. Sieci te były wykonywane na przestrzeni blisko stu lat (głównie XIX w.), różnymi metodami, przy pomocy odmiennego sprzętu oraz w oparciu o inne instrukcje i wytyczne techniczne. Nie bez znaczenia pozostaje fakt, że sieci te były tak zaprojektowane, aby najlepiej odpowiadały potrzebom państwa zakładającego daną sieć. Nie można też zapomnieć, że były one wyrównywane całkowicie niezależnie i ostatecznie nie były ze sobą powiązane. Pomiary triangulacyjne były zawsze bardzo praco- i czasochłonne, a co za tym idzie bardzo kosztowne, stąd przeważnie wykonywano tylko najpotrzebniejsze pomiary, które w minimalnym stopniu zabezpieczały aktualne potrzeby zleceniodawcy. W późniejszych czasach zakładano często sieci lokalne, wykonywane na niewielkim i ściśle określonym obszarze. Tylko niekiedy dowiązywano je do sieci państwowej, a często pozostawiano bez dowiązania albo dowiązywano tylko w sposób przybliżony. Nawet powojenna, państwowa sieć geodezyjna była mierzona etapami i kilkakrotnie wyrównywana - również etapami. Ostatecznego zaś wyrównania dokonano po upływie wielu lat, licząc od momentu rozpoczęcia pomiarów triangulacyjnych. Wszystko to spowodowało, że mapy i inne dokumenty geodezyjne i kartograficzne powstały w oparciu o niejednolite i niejednorodne osnowy geodezyjne, zaś wiele danych zostało zobrazowanych w oparciu o wspomniane podkłady mapowe.

W dobie szybkich komputerów i specjalistycznego oprogramowania transformacja współrzędnych „w locie” nie sprawia najmniejszych trudności. Dziś wszystko przebiega bez większych problemów, pod warunkiem, że znane są parametry transformacji lub dostępna jest

---

odpowiednia liczba jednoznacznie zidentyfikowanych punktów dostosowania, a współrzędne tych punktów w obu układach wyznaczone są z odpowiednią dokładnością. Problemy napotkać można w sytuacji, gdy jeden ze zbiorów współrzędnych jest niejednorodny pod względem dokładności. Stąd pojawiła się potrzeba opracowania specjalnej metody do transformowania układów niejednorodnych na jednorodne.

Coraz częściej pojawiają się potrzeby skorzystania z różnych materiałów kartograficznych, które były wykonane w oparciu o niejednolite i niejednorodne sieci punktów osnowy geodezyjnej lub zostały zobrazowane na tego typu materiałach. Co prawda istnieją już różne metody rozwiązania tego problemu, ale opracowana przeze mnie metoda pozwala na uwzględnienie lokalnych anomalii sieci, które mają wpływ na dokładność położenia punktów w pewnym otoczeniu występowania tych deformacji. Skoro punkty osnowy różnego rzędu (różnej klasy) mają zniekształcone współrzędne, to obiekty terenowe pomierzone w oparciu o te punkty są również obciążone błędami ich położenia.

Na genezę powstania tej pracy miało też wpływ osobiste zainteresowanie przedwojennymi mapami wydanymi przez Wojskowy Instytut Geograficzny. Fascynacja starymi mapami skłoniła mnie do bliższego przyjrzenia się tym ciekawym dokumentom kartograficznym. Mapy Wojskowego Instytutu Geograficznego, od czasu ich powstania, zdążyły obrosnąć pewną legendą, która mówi, że są to bardzo dokładne i precyzyjnie wykonane mapy (niekiedy może nawet dokładniejsze od współcześnie wykonywanych!!!). Wyposażony w wiedzę teoretyczną z tego zakresu, postanowiłem sprawdzić na ile owa legenda jest prawdziwa, czyli jak dokładne są nasze przedwojenne mapy. Aby móc zrealizować swój zamysł postanowiłem dokonać precyzyjnej oceny dokładności osnowy, na bazie której powstały wspomniane mapy. Już wstępna ocena pokazała z jak dużymi niedoskonałościami osnowy musieli borykać się nasi przedwojenni kartografowie. Skoro osnowa jest niejednorodna, to wszystkie materiały kartograficzne wykonane w oparciu o nią obciążone są tymi samymi niedoskonałościami. Po zbadaniu jak niejednorodna była podstawa kartograficzna dla przedwojennych map, zrodziło się pytanie, czy i w jakim stopniu można „poprawić” ich spójność, a przede wszystkim jak tego dokonać.

Problem transformacji układów niejednorodnych na jednorodne występuje nie tylko w przypadku bardzo starych materiałów kartograficznych. Dobrym przykładem może być również przypadek tzw. układu 1965. Przez kilkadziesiąt lat w powojennej, tzw. „cywilnej

kartografii” większość materiałów kartograficznych wykonywano właśnie w tym układzie współrzędnych, który z założenia nie miał być jednolity. Obszar kraju podzielono na pięć stref odwzorowawczych, opartych na ówczesnym podziale administracyjnym (!), w których przyjęto różne odwzorowania i różne parametry. Tak więc, w poszczególnych strefach przyjęto różne:

- współrzędne punktu głównego ( $X_0$ ,  $Y_0$  i  $B_0$ ,  $L_0$ ),
- skale w punkcie głównym,
- promień sfery w punkcie głównym
- południk środkowy (tylko dla strefy 5.).

Zgodnie z założeniem układu 1965, wzajemne skręcenie i przesunięcie układów w poszczególnych strefach uniemożliwiało tworzenie jednolitych map całego terytorium Polski. Ponadto, przyjęte parametry były objęte tajemnicą państwową. Teoretycznie miało to być pięć jednorodnych układów współrzędnych, które mogły być przeliczane z jednego na drugi tylko przez wtajemniczonych. Wszystkie pięć układów można było także przeliczyć na jakikolwiek inny układ współrzędnych (najczęściej układ 1942). Z wielu różnych powodów, w praktyce okazało się, że przyjęte parametry teoretyczne różnią się od tych empirycznych, a układy mały, że nie są jednolite, to nie są też jednorodne wewnątrz każdej ze stref odwzorowawczych.

Kolejnym przykładem niejednorodnych materiałów wykorzystywanych również w pracach kartograficznych mogą być nachylone zdjęcia lotnicze wykonane przy pomocy obiektywów o nieznanymi charakterystykach. Występują tu głównie dwa rodzaje zniekształceń, jedno wynikające z samego nachylenia zdjęcia (perspektywa), a drugie wynikające z deformacji fotografowanego obrazu na skutek różnego przechodzenia światła przez układ optyczny obiektywu (wady soczewek). Trzecim rodzajem deformacji są zniekształcenia wynikające z ukształtowania fotografowanego terenu. Występowanie i wielkość tego ostatniego rodzaju deformacji jest uzależnione od wielkości deniwelacji i może nie występować w ogóle jeśli teren jest stosunkowo płaski. Złożenie wszystkich deformacji daje w efekcie niejednorodną deformację, którą trudno jest opisać matematycznie w sposób ścisły.

## 1.2. Tezy pracy

Na podstawie przeprowadzonej analizy problematyki w swojej pracy stawiam następującą tezę:

**Zastosowanie opracowanej metody transformacji pozwoli na zbadanie i zaprezentowanie wielkości i rozkładu deformacji sieci niejednorodnej, jak również poprawi jej homogeniczność.**

Jak już wcześniej wspomniałem, opracowaną metodę postanowiłem wykorzystać do zbadania dużej części sieci triangulacyjnych odziedziczonych po zaborcach. Charakterystyka i rozkład deformacji sieci triangulacyjnej na terytorium II Rzeczypospolitej spowodowała, że większość pojedynczych godeł mapy w skali 1:100 000 jest spójna wewnętrznie, czyli spełnia warunki dokładności graficznej, lecz już kilka połączonych ze sobą godeł nie spełnia tych norm dokładnościowych. Spodziewam się, że istnieje możliwość poprawy geometrii większości godeł map w skali 1:100 000, tak aby na większym obszarze spełniały kryterium dokładności położenia punktu – 30 metrów (0,3 mm w skali mapy).

## 1.3. Cele pracy

Głównym celem pracy jest opracowanie nowej metody transformacji współrzędnych niejednorodnej sieci triangulacyjnej na układ współrzędnych jednorodnych.

Oprócz celu głównego określiłem również trzy cele szczegółowe:

- zbadanie wielkości i rozkładu deformacji niejednorodnej sieci triangulacyjnej poprzez wyznaczenie i graficzną prezentację Zbiorczej Tabeli Poprawek do współrzędnych;
- praktyczne sprawdzenie poprawności opracowanej metody przy transformacji współrzędnych z „*Katalogu punktów trygonometrycznych Wojskowego Instytutu Geograficznego – Warszawa 1932*” [25] na współrzędne w układzie *UTM* (elipsoida WGS84);
- umożliwienie praktycznego wykorzystania wyników badań w celu zastosowania nowoczesnych technik pozycjonowania z użyciem popularnych „wigówek”.

## 1.4. Problemy badawcze

Realizacja sformułowanych powyżej celów wymaga odpowiedzi na kilka pytań.

Pytania ogólne:

- Jakie są największe deformacje sieci?
- Jaki jest ogólny rozkład deformacji sieci na badanym obszarze?
- Jakie parametry należy przyjąć podczas realizacji autorskiego algorytmu badań?

Pytania szczegółowe:

- Jakie są składowe wektora przesunięcia środka ciężkości współrzędnych punktów niejednorodnej sieci triangulacyjnej względem układu współrzędnych jednorodnych oraz kąt skręcenia obydwu sieci?
- Które punkty kwalifikują się jako pary punktów dostosowania (pary punktów odpowiadających)?

Realizacja sformułowanych powyżej celów wymaga wykonania czynności takich jak:

- obliczenie deformacji sieci triangulacyjnej z wykorzystaniem zmodyfikowanych formuł do obliczania korekt posttransformacyjnych Hausbrandt'a;
- policzenie i zestawienie Zbiorczej Tabeli Poprawek dla badanego obszaru;
- graficzne przedstawienie wielkości i znaku deformacji sieci, wraz z geograficzną lokalizacją tych deformacji.

## 1.5. Metody i narzędzia badawcze

Metody badawcze zastosowane w pracy są metodami analityczno-obliczeniowymi. Wszystkie analizy zostały przeprowadzone z wykorzystaniem autorskiego algorytmu badań, opartego na samodzielnie napisanych procedurach obliczeniowych. Poprawność działania wspomnianych procedur sprawdzono z wykorzystaniem przykładów obliczeń i danych zaczerpniętych z literatury [19, 25, 32, 38].

## 1.6. Stan dostępnych badań dotyczących podejmowanych zagadnień

Już w okresie dwudziestolecia międzywojennego oficerowie Wojskowego Instytutu Geograficznego zdawali sobie sprawę, że sieci punktów triangulacyjnych pomierzonych przez państwa zaborcze są niejednolite i niejednorodne pod względem dokładności. Sytuacja ta stwarzała ówczesnym kartografom różne problemy, niespotykane dzisiaj na taką skalę.

Zainteresowanie starymi mapami stale wzrasta. Coraz częściej wielu ludzi w Polsce, Europie i na świecie chce wykorzystywać przetransformowane, archiwalne mapy łącznie z satelitarnymi technikami pozycjonowania – GPS. Pojawiają się różnego rodzaju publikacje, które poruszają problem niedoskonałości przedwojennych materiałów kartograficznych. Podejmowane są również próby rozwiązania tej sytuacji. Wszystkie te publikacje i działania można podzielić na trzy kategorie: naukowe, komercyjne i amatorskie.

### Pozycje naukowe

Ważną pozycją, której nie można pominąć, jest książka napisana przez oficera Wojskowego Instytutu Geograficznego por. Józefa Słomczyńskiego *Uzgodnienie wyników triangulacji na obszarze Polski* [32], która została wydana w 1933 roku w ramach serii wydawniczej: *Biblioteka Służby Geograficznej*. W książce tej szczegółowo scharakteryzowano większość prac triangulacyjnych wykonanych przez byłe państwa zaborcze na terenie II Rzeczypospolitej. Autor zaprezentował sprawdzone sposoby przeliczania współrzędnych z układu jednego zaborcy na układ innego. Podał również jakie nieścisłości i pomyłki zostały zauważone w *Katalogu punktów trygonometrycznych* z 1932 roku [25]. Jednak po analizie map wydanych już po ukazaniu się tej publikacji, nasuwa się wniosek, że praca miała charakter rozważań czysto teoretycznych, a rozwiązania zawarte w książce nie znalazły szerszego zastosowania w praktyce. Główną przyczyną takiego stanu rzeczy była ogromna presja na szybkie zaspokojenie potrzeb młodego państwa polskiego związanych z mapami.



Rysunek 2. Znak wydawniczy WIG, lata 30-te XX wieku

Znamienną pozycją w tym temacie jest także *Instrukcja użycia współrzędnych prostokątnych* [19], w której to umieszczono uwagę następującej treści: *Arkusze oznaczone gwiazdka mają siatkę nieprzydatną do celów kartometrycznych, z powodu błędów w materiałach źródłowych*. Instrukcję tę wydano tuż przed wybuchem II Wojny Światowej (19 lipca 1939 r.). Po analizie jej zawartości nasuwa się wniosek, że problem niedokładności starych triangulacji nie został rozwiązany do samego wybuchu wojny. Dodatkowo potwierdza się fakt, że rozwiązania zaproponowane w książce porucznika Słomczyńskiego [32] nie znalazły szerszego zastosowania w praktyce.

Na stronie internetowej firmy Algo Res-Soft [46-51] oraz na łamach Magazynu Geoinformacyjnego GEODETA [42-45] znajdujemy cały cykl artykułów, których autorem jest profesor Roman Kadaj. Publikacje te poświęcone są polskim układom współrzędnych, formułom transformacyjnym oraz różnym algorytmom wykonywania przekształceń współrzędnych, a także programom komputerowym służącym do liczenia transformacji. Autor w swoich artykułach szczegółowo przedstawia, w postaci krótkich wykładów, wszystkie zagadnienia związane z układami odniesienia, układami współrzędnych, z transformowaniem współrzędnych z układu na układ, ich wpływem na wybór konkretnej metody transformacji oraz zagadnienia związane z ogólnymi zasadami transformacji pomiędzy układami odwzorowawczymi różnych elipsoid oraz tej samej elipsoidy. Profesor Roman Kadaj dużo uwagi poświęca różnorodnym korektom transformacyjnym. Przedstawia, kiedy należy wprowadzać poszczególne typy korekt oraz jakie korzyści można osiągnąć wprowadzając je. Zaznacza również jakie niebezpieczeństwa mogą wynikać z niewłaściwego zastosowania korekt.

Autor wyjaśnia na przykładzie układu 1965, dlaczego korekty są konieczne przy transformowaniu współrzędnych zarówno z tego układu jak i na ten układ. Objasnia pojęcia korekt globalnych (dwa rodzaje), korekt lokalnych oraz precyzuje za pomocą czego są realizowane (rodzaj i stopień wielomianu).

Oddzielny artykuł poświęcony jest problematyce wyznaczenia formuł transformacyjnych pomiędzy układem lokalnym, a układem państwowym. W artykule tym autor szczegółowo opisuje przyczyny powstawania układów lokalnych, ich zalety, przedstawia podstawę prawną oraz wyjaśnia skąd wynika konieczność ich transformacji do układu państwowego. Najwięcej uwagi poświęca warunkom, jakie należy spełnić podczas



transformowania układów lokalnych na układ państwowy. Konkretny przykład liczbowy prezentuje wszystkie etapy transformacji, łącznie z uwzględnieniem korekt posttransformacyjnych Hausbrandt'a.

Profesor Roman Kadaj jest również autorem *Wytycznych Technicznych G – 1.10 – Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych* [39], kilku programów komputerowych służących do transformowania współrzędnych oraz wspomagających transformację, w tym programów *TRANSPOL* i *GEONET\_unitrans*. Programy te realizują praktycznie wymogi *Wytycznych Technicznych G – 1.10* [39] oraz uwzględniają wszystko to, co jest zawarte w całym powyżej omówionym cyklu artykułów.

Konieczność doprowadzenia do standardów europejskich krajowej dokumentacji geodezyjnej, geologiczno-geofizycznej oraz geograficznej wymusiła na służbie geodezyjnej i geologicznej wprowadzenie jednolitego układu współrzędnych dla wszystkich tego typu danych. Zadanie to, nie było proste z uwagi na fakt, że wspomniana dokumentacja była wykonywana w oparciu o mapy sporządzone w różnych układach współrzędnych. Dodatkowo, potrzeba utworzenia centymetrowej geoidy dla obszaru Polski wymusiła odpowiednią dokładność położenia dla istniejących punktów geodezyjnych i grawimetrycznych w obowiązującym jednolitym europejskim układzie współrzędnych. Należy pamiętać, że cała dokumentacja geologiczno-geofizyczna, ta przedwojenna oraz ta powojenna, aż do roku 1987, była wykonywana w oparciu o mapy sporządzone w układzie współrzędnych *Borowa Góra*. W bazie danych Państwowego Instytutu Geologicznego (PIG) znajduje się około miliona punktów grawimetrycznych, które należało przeliczyć z układu *Borowa Góra* do układu, z którego możliwa byłaby dalsza transformacja do układu obowiązującego. W związku z powyższym, w 2003 roku w Instytucie Geodezji i Kartografii w Warszawie, opracowano algorytm i program przeliczeniowy o nazwie *BG/42* służący do przeliczania współrzędnych z układu *Borowa Góra* do układu 1942. Program realizuje przybliżoną metodę transformacji, nazwaną przez autorów: *metodą średnich wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$* . Wyniki prac poprzedzających stworzenie programu *BG/42* zaprezentowano w artykule: *Transformacja współrzędnych punktów z układu „Borowa Góra” do układu „1942”* [8], który został napisany przez pracowników (Cisak, Sas) Instytutu Geodezji i Kartografii w Warszawie. Do obliczeń autorzy wytypowali 17 punktów wspólnych zlokalizowanych na czterech godłach. Wybrano następujące godła, na których zawierały się wszystkie punkty dostosowania: (32-26) Kościerzyna – godło na granicy 3. i 4. strefy odwzorowawczej

(południk 18°) zlokalizowane na północy kraju, (46-26) Opole – godło na granicy 3. i 4. strefy odwzorowawczej (południk 18°) zlokalizowane na południu kraju, (39-32) Warszawa Północ – godło zlokalizowane w pobliżu punktu Borowa Góra, czyli punktu przyłożenia elipsoidy do geoidy oraz (48-36) Lubaczów – godło w pobliżu granicy 4. strefy odwzorowawczej (południk 24°) zlokalizowane na południu kraju. Jako punkty wspólne przyjęto punkty sieci triangulacyjnej oraz wyraźnie zaznaczone skrzyżowania dróg, które posiadały współrzędne płaskie X i Y zarówno w układzie *Borowa Góra*, jak i w układzie 1942. Autorzy, jak podali we wspomnianym artykule, wykonali cztery różnego rodzaju transformacje na dwóch poziomach dokładności. Spośród metod ścisłych wykorzystano *metodę Ryšavego* w przypadku współrzędnych płaskich X i Y oraz *metodę Buršy-Wolfa* dla współrzędnych sferycznych B i L. Zaprezentowano również możliwość dokonania transformacji współrzędnych metodami przybliżonymi: *metodą średnich wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$*  oraz *metodą strefową*.

Jak wynika z zamieszczonych informacji, transformacji *metodą Ryšavego* poddano 48 punktów dostosowania. W rezultacie porównania wyników ze współrzędnymi katalogowymi podano, że dla 13 badanych punktów błąd położenia waha się od  $\pm 0,021$  do  $\pm 0,186$  metra, a tylko w jednym przypadku osiąga wartość  $\pm 0,335$  metra. Na tej podstawie autorzy stwierdzili słuszność przyjęcia *metody Ryšavego* do transformacji współrzędnych między układami *Borowa Góra* i 1942. Z informacji podanych w artykule można wywnioskować, że autorzy do porównań wyników transformacji ze współrzędnymi katalogowymi wybrali 15 punktów leżących w obrębie tylko jednego godła (39-32) Warszawa Północ, czyli godła zlokalizowanego w pobliżu punktu Borowa Góra. Warto zadać pytanie: jaki wpływ na wyniki obliczeń miała tak szczególnie wybrana lokalizacja punktów do kontroli transformacji? Można się spodziewać, że znaczący.

W dalszej części artykułu autorzy podali, że parametry transformacji dla *metody Buršy-Wolfa* wyznaczono w oparciu o współrzędne 52 punktów wspólnych. Napisano, że w wyniku transformacji otrzymano następujące błędy wyznaczenia współrzędnych:  $M_B = \pm 0,0120$ ,  $M_L = \pm 0,0299$ , co odpowiada następującym wartościom błędów współrzędnych płaskich X i Y:  $M_X = \pm 0,36$  m,  $M_Y = \pm 0,60$  m. To z kolei daje błąd położenia punktu  $M_P = \pm 0,70$  m. Podczas obliczeń dokonano założenia, że kąty obrotu dla wszystkich osi współrzędnych przyjmują nieduże wartości, tzn.  $\alpha = \beta = \gamma \leq 5''$  i dlatego wprowadzono uproszczoną, liniową macierz obrotów. Autorzy nie podali, czy sprawdzili jakie wartości

mogą przyjmować kąty:  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  oraz jaki wpływ na wynik obliczeń może mieć takie założenie.

Następnie autorzy artykułu porównali wyniki obydwu metod transformacji dla 30 punktów dostosowania. Stwierdzili, że różnice we współrzędnych X wahają się od 0,05 m do 0,20 m, a po osi Y od 0,40 m do 0,70 m. Natomiast dla punktów położonych na granicy stref odwzorowawczych różnice te wahają się po osi X od  $-0,70$  m do 0,20 m, a po osi Y od  $-1,00$  m do 0,60 m.

W artykule zawarto również informacje, że w 1956 roku wyznaczono średnie wartości różnic współrzędnych płaskich  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  w stosunku do współrzędnych w układzie *Borowa Góra*, dla środka każdego arkusza mapy topograficznej w skali 1:100 000, w układzie współrzędnych 1942. W oparciu o te różnice przetransformowana została treść map topograficznych z układu *Borowa Góra* na układ 1942. W *metodzie średnich wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$*  zagęszczono zbiory wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  odpowiadające środkom arkuszy map w skali 1:100 000 układu 1942 poprzez wyliczenie wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  dla narożników tych map. Wartości te policzono jako średnie arytmetyczne różnic odpowiednio dla czterech, trzech lub dwóch arkuszy, w zależności od położenia danego narożnika. Dodatkowo, policzono też wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  dla środków ramek, z dwóch przylegających do siebie arkuszy. Tym sposobem uzyskano dla każdego arkusza mapy po 9 wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$ . W oparciu o tak poszerzony zbiór różnic współrzędnych, opracowano siatkę interpolacyjną zmian wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$ , o wymiarach 1 km x 1 km. Jak podają autorzy, siatkę opracowano oddzielnie dla arkuszy o godłach zaczynających się od: N-33, M-33, N-34 oraz M-34. Tak przygotowane dane posłużyły do opracowania programu transformującego *BG/42*.

*Metoda strefowa* jest uproszczoną wersją *metody średnich wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$*  i polega na przyjęciu średniej wartości zmian współrzędnych płaskich oddzielnie dla 3. i 4. strefy odwzorowawczej.

Autorzy podają, że dla 3. strefy odwzorowawczej wartości wynoszą:

$$\begin{aligned}\Delta X_{\text{sr}} &= 669,2 \pm 1,7 \text{ m} \\ \Delta Y_{\text{sr}} &= 12,2 \pm 3,2 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X_{1942} &= X_{\text{BG}} + 669,2 \text{ m} \\ Y_{1942} &= Y_{\text{BG}} + 12,2 \text{ m}\end{aligned}$$

zaś dla 4. strefy odwzorowawczej wartości wynoszą:

$$\Delta X_{sr} = 670,5 \pm 4,0 \text{ m}$$

$$\Delta Y_{sr} = -46,8 \pm 1,7 \text{ m}$$

$$X_{1942} = X_{BG} + 670,5 \text{ m}$$

$$Y_{1942} = Y_{BG} - 46,8 \text{ m}$$

W artykule czytamy, że: „*powyższe wartości  $\Delta X_{sr}$  i  $\Delta Y_{sr}$  zapewniają dokładność przeliczenia współrzędnych lepszą niż  $\pm 5$  m w rejonach o łagodniejszym przebiegu zmian tych współczynników, natomiast w rejonach o dużej ich zmienności należy się liczyć z dokładnością przeliczeń rzędu  $\pm 8$  m*”.

Na koniec omawianej publikacji autorzy przedstawili porównanie wyników otrzymanych na skutek zastosowania obydwu metod przybliżonych z wynikami uzyskanymi z metody Ryšavego. Uzasadnili także wybór metody transformacji (*metoda średnich wartości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$* ) do stworzenia programu BG/42. W ocenie otrzymanych wyników podają, że zmiany we współrzędnych  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  pomiędzy układami Borowa Góra i 1942 wahają się w 3. strefie odwzorowawczej: od 667,1 m do 670,6 m dla współrzędnej X oraz od 10,2 m do 16,6 m dla współrzędnej Y. W 4. strefie odwzorowawczej: od 664,4 m do 672,3 m dla współrzędnej X oraz od -48,8 m do -45,8 m dla współrzędnej Y.

Na podstawie analizy błędów położenia dodatkowych 65 punktów dostosowania autorzy stwierdzili, co następuje: *Można przyjąć, że zaproponowana metoda średnich zapewnia dokładność przeliczeń  $\pm 2$  m w rejonie centralnej Polski, a w rejonach położonych w pobliżu stref odwzorowawczych, tj. w pobliżu południków  $18^\circ$  i  $24^\circ$ , zapewnia dokładność  $\pm 4,5$  m, co w zupełności wystarcza dla celów opracowania banku danych geologicznych.*

*Analiza dokładności przeliczeń współrzędnych punktów zawartych w bazie danych grawimetrycznych z układu „Borowa Góra” do układu „1942” [7] jest następnym artykułem tych samych autorów (Cisak, Sas), który zostanie omówiony poniżej. W tej publikacji dokonano praktycznego sprawdzenia dokładności przeliczeń współrzędnych z wykorzystaniem programu BG/42. W celu określenia rzeczywistej dokładności przeliczeń współrzędnych punktów autorzy przeprowadzili następujące testy:*

- 
- na materiale katalogowym;
  - na materiale mapowym;
  - terenowy;
  - poprawności odwzorowania profili punktów geologicznych.

Test na materiale katalogowym przeprowadzono na 65 punktach geodezyjnych (przyjęto te same, co poprzednio), mających współrzędne w obu układach, rozmieszczonych na 12 godłach map w skali 1:100 000 w układzie 1942 i odpowiadającym czterem godłom map w układzie *Borowa Góra*. Autorzy podają, że w wyniku przeprowadzenia testu katalogowego okazało się, iż faktyczna dokładność transformacji waha się od  $\pm 0,98$  m do  $\pm 4,36$  m. Większe wartości błędów położenia punktów po transformacji (od  $\pm 3,68$  m do  $\pm 4,36$  m) występują na arkuszach zawierających południk  $18^\circ$ . Na pozostałych arkuszach testowych błąd waha się od  $\pm 0,98$  m do  $\pm 2,00$  m.

Test na materiale mapowym przeprowadzono na 67 punktach, przeważnie były to wkartowane punkty geodezyjne, jak również jednoznaczne skrzyżowania dróg. Współrzędne płaskie odczytano dwoma niezależnymi sposobami (podziałka transwersalna i lupka Brinella). Autorzy podają, że w wyniku przeprowadzonych testów błędy położenia 80% punktów mieszczą się w przedziale  $\pm 90$  m, a dla pozostałych 20% kryterium to nie jest spełnione. Wartość 90 m autorzy przyjęli jako łączny błąd uwzględniający błędy związane z: kartowaniem siatki kartograficznej na pierworysie ( $\pm 0,15$ mm), błędem wniesienia na mapy w obu układach punktów triangulacyjnych ( $\pm 0,15$ mm), błędem transformacji ( $\pm 0,045$ mm), błędem odczytu współrzędnych ( $\pm 0,30$ mm) oraz błędem położenia punktu, wynikającym z nieprawidłowości naniesienia siatki współrzędnych płaskich względem południka osiowego  $21^\circ$  ( $\pm 0,80$ mm).

Test terenowy polegał na wyznaczeniu w terenie współrzędnych punktów B i L techniką GPS. Pomierzono współrzędne 7 punktów grawimetrycznych III klasy, co do których nie było wątpliwości, że ich położenie nie uległo zmianie i można je precyzyjnie odtworzyć w terenie. Jednogodzinne sesje obserwacyjne (2003 rok) zabezpieczyły dokładność określenia pozycji na poziomie około 0,5 m. Odległość od stacji permanentnej GPS w Borowej Górze wahała się od 3 km do 25 km. Dodatkowo wybrano do pomiaru dwa punkty geodezyjne o współrzędnych katalogowych w obydwu układach. W rejonie Mazur wybrano dalszych 12 punktów sieci grawimetrycznej, co do których nie było wątpliwości,

że ich położenie nie uległo zmianie. Odległość od stacji permanentnej GPS w Lamkówku wahała się od 6 km do 100 km. Autorzy podają, że dla 7 punktów w rejonie Warszawy, różnice między współrzędnymi płaskimi i uzyskanymi z niezależnych pomiarów GPS, a współrzędnymi płaskimi wyliczonymi na podstawie współrzędnych B i L z bazy danych grawimetrycznych i przeliczonych programem *GB/42*, obarczone są błędami wahającymi się od  $-181$  m do  $-7$  m po osi X oraz od  $-91$  m do  $25$  m po osi Y. Natomiast dla 12 punktów z rejonu Mazur błędy te wahają się w granicach od  $-111$  m do  $17$  m po osi X oraz od  $-97$  m do  $55$  m po osi Y. Dokładność położenia punktów grawimetrycznych III klasy w bazie danych autorzy określili na  $\pm 105$  m i stwierdzili, że z 19 pomierzonych punktów tylko 3 nie spełniły tego warunku.

Test poprawności odwzorowania punktów na profilach geologicznych polegał na przetransformowaniu 11 punktów profilu geologicznego z godła (46-26) Opole. Następnie policzono równia prostych regresji dla punktów przed i po transformacji. Okazało się, że w obydwu równaniach współczynniki  $a$  różnią się o  $0,0001$ , wyrazy wolne  $b$  różnią się o  $0,004$ , a kwadraty współczynnika korelacji Pearsona  $R^2$  różnią się o  $0,0003$ .

### **Pozycje komercyjne**

Próbny projekt wykorzystania map WIG w aplikacji Google Earth opublikowany został na początku września 2011 roku przez firmę Cartomatic [41]. Projekt ten stwarza możliwość nałożenia przetransformowanych rastrowych plików map archiwalnych na obraz satelitarny powierzchni Ziemi lub na współczesne podkłady mapowe. Błędy położenia punktu, które występują we wspomnianym projekcie wahają się w granicach 100-200 metrów, a niekiedy przekraczają nawet 250 metrów. Firma Cartomatic jest zainteresowana wynikami niniejszej pracy, w celu poprawienia w swoim projekcie dokładności pasowania map na współczesne podkłady kartograficzne.

### Pozycje amatorskie

Na uwagę zasługują wyliczenia Tadeusza Syryjczyka dotyczące układu *Borowa Góra*, a opublikowane wraz z ich opisem i interpretacją na prywatnej stronie internetowej: <http://www.syryjczyk.krakow.pl> [56-59]. Autor w jednym miejscu zebrał wszystkie dane i informacje zgromadzone do tej pory, które mają jakiegokolwiek znaczenie przy rozpatrywaniu układu *Borowa Góra*. Na stronie można też znaleźć część korespondencji jaką prowadził p. Syryjczyk z innymi osobami zainteresowanymi tym układem. Dla kilku miejsc w Polsce i Europie zebrał i zaprezentował w postaci tabelarycznej wartości różnic współrzędnych geocentrycznych (DX, DY oraz DZ) pomiędzy układem WGS84 a układem *Borowa Góra*. Niestety wśród przedstawionych wyników są znaczne rozbieżności. Autor przeprowadza analizę możliwych przyczyn zaistniałych różnic dla DX, DY oraz DZ. Niestety strona od dłuższego czasu nie zmienia się, co znaczy, że p. Syryjczyk zaprzestał swoich dociekań, bądź nie doszedł do niczego nowego.

Duża rzesza pasjonatów próbuje w prosty i nieprofesjonalny sposób „poradzić sobie” z problemem wpasowywania starych map w nowe układy współrzędnych. Na wielu stronach o charakterze hobbystycznym oraz na różnego rodzaju forach internetowych pojawiają się wyniki prób wyliczania „współczynników transformacji” z układu *Borowa Góra* na inne układy odniesienia, ale nie są to wyliczenia poparte naukową analizą. Najczęściej ich autorzy nie podają ani źródeł swoich informacji, ani wykorzystywanych wzorów, czy chociażby wartości przyjętych do obliczeń parametrów. Z tego względu podawane przez nich wyniki nie mogą być wiarygodne, aczkolwiek jest ich bardzo dużo i są niekiedy interesujące pod względem podejścia do zagadnienia.

Na uwagę zasługuje też strona internetowa prezentująca Archiwalne Mapy Pomorza Gdańskiego, gdzie autorzy wraz z plikami rastrowymi map archiwalnych publikują pliki kalibracyjne dla programu OziExplorer. Program ten realizuje przybliżoną transformację załączonego pliku rastrowego w oparciu o wstępnie przygotowany plik kalibracyjny. Osoba pragnąca skorzystać z tych plików musi we własnym zakresie dokończyć transformację poprzez wskazanie narożników transformowanego godła na wczytanym pliku rastrowym. Analiza kilkunastu godeł nie dała zadowalających rezultatów – w plikach kalibracyjnych podano mało precyzyjne współrzędne do transformacji. Transformacje dokonywane są przeważnie w oparciu tylko o cztery punkty, czyli same narożniki mapy.

## Rozdział 2

---

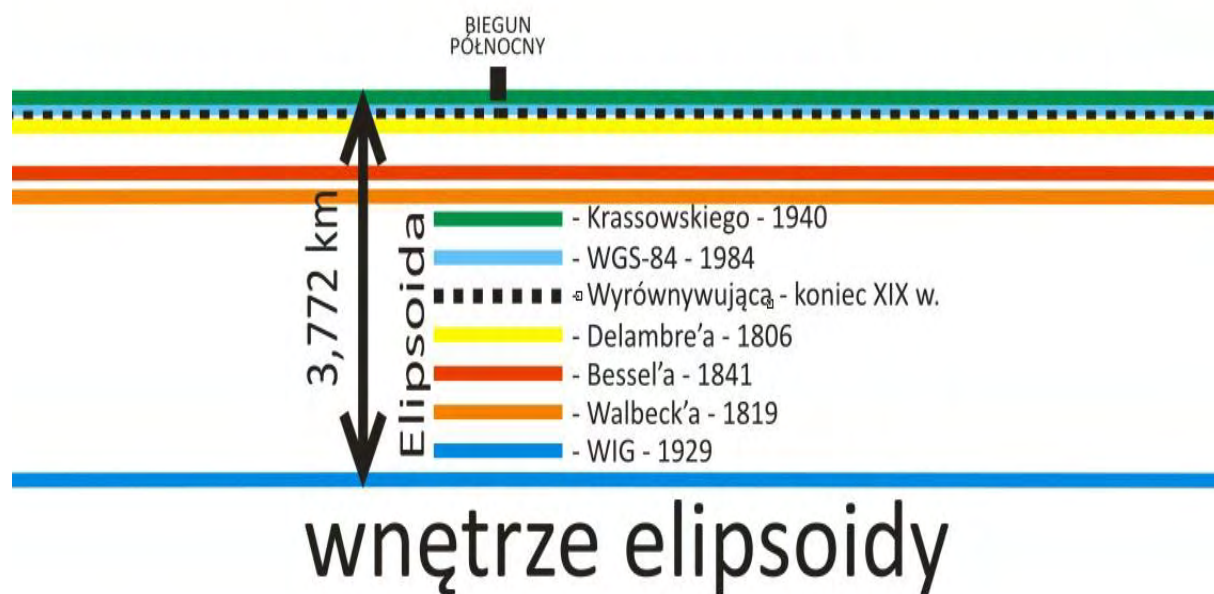
### Część teoretyczna

#### 2.1. Układy odniesienia i układy współrzędnych

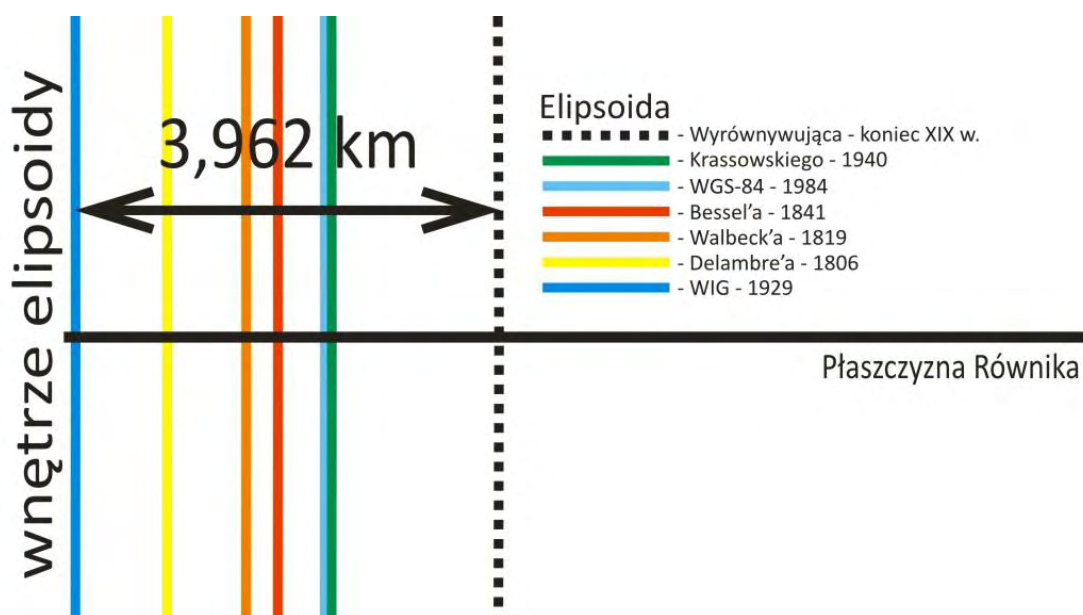
Układem odniesienia w geodezji określa się zbiór wartości podstawowych parametrów charakteryzujących: położenie, rodzaj (np.: ekwipotencjalna), wymiary i kształt elipsoidy odniesienia, właściwości jej potencjału grawimetrycznego oraz prędkości kątowej jej obrotu. W przeszłości, do celów geodezyjnych i kartograficznych, każde państwo przyjmowało różne elipsoidy odniesienia. Niekiedy było tak, że państwa w międzyczasie zmieniały wcześniej przejętą elipsoidę odniesienia, lub w różnych częściach swojego terytorium przyjmowały różne elipsoidy. Wraz ze zmianą parametrów elipsoidy zmieniają się relacje pomiędzy punktami na ich powierzchniach. W Załączniku 4. wykonano zestawienie nazw, wartości podstawowych elementów elipsoid oraz lat ich wprowadzenia dla wszystkich elipsoid, które były wykorzystywane do prac triangulacyjnych wykonywanych na terenie Polski.

Dwa kolejne rysunki (patrz: Rysunek 3 i Rysunek 4) przedstawiają wzajemne położenie oraz różnice w długości obydwu półosi dla wszystkich elipsoid obrotowych wykorzystywanych do prac triangulacyjnych z terenów Polski. Zmiana kolejności (licząc od środka elipsoidy) wynika z różnych wartości spłaszczenia. Obydwa rysunki są w tej samej skali, więc można je także porównywać wzajemnie ze sobą.





Rysunek 3. Różnice długości półosi wybranych elipsoid obrotowych – mała półoś



Rysunek 4. Różnice długości półosi wybranych elipsoid obrotowych – duża półoś

Układ współrzędnych, to pewna, ściśle określona funkcja matematyczna przypisująca każdemu punktowi danej przestrzeni (układu odniesienia) odpowiednią ilość liczb rzeczywistych zwanych współrzędnymi danego punktu. Ilość współrzędnych jest uzależniona od ilości wymiarów układu współrzędnych. Można mieć do czynienia chociażby z układem współrzędnych geograficznych ( $\varphi, \lambda$ ), geodezyjnych ( $B, L, H$ ), sferycznych ( $r, \theta, \Phi$ ) lub układem współrzędnych kartezjańskich ( $X, Y, Z$ ). Ponieważ każdy z układów współrzędnych określony jest konkretną funkcją matematyczną, dlatego można dowolnie przeliczać jedne współrzędne na drugie. W zależności od potrzeb i możliwości, w różnych sytuacjach należy korzystać z różnych współrzędnych tego samego punktu. Wykorzystywanie współrzędnych bezpośrednio dotyczących układu odniesienia (elipsoidy) w praktyce nie jest łatwe jeśli chodzi o wyliczanie takich wielkości jak: odległość między dwoma punktami, czy azymut na jakiś kierunek. Najczęściej wykorzystywane są współrzędne prostokątne na płaszczyźnie odwzorowawczej. Powierzchnię elipsoidy odniesienia (ze zobrazowaną na niej fizyczną powierzchnią Ziemi) można odwzorować na inną powierzchnię, w szczególności można ją odwzorować na płaszczyznę. Odwzorowania powierzchni elipsoidy odniesienia stosuje się głównie dla celów kartograficznych, w celu sporządzenia opracowań kartograficznych fragmentów lub całej powierzchni Ziemi, a także dla celów geodezyjnych – dla uproszczenia opracowania pomiarów wykonanych na fizycznej powierzchni Ziemi. Przy dowolnym odwzorowaniu powierzchni elipsoidy odniesienia na jakąkolwiek inną powierzchnię, w szczególności na płaszczyznę, wzajemne położenia punktów ulegają zmianie. Powoduje to nieuchronne deformacje odpowiednio długości, kątów i pól powierzchni, których występowanie, wielkość oraz charakter zależą od przyjętego odwzorowania. Na płaszczyźnie odwzorowawczej występują również różne układy współrzędnych, są to najczęściej współrzędne prostokątne płaskie lub współrzędne geograficzne odwzorowane na płaszczyźnie.

Pomiędzy wszystkimi układami współrzędnych istnieje możliwość przeliczania współrzędnych pod warunkiem, że znane są odpowiednie funkcje matematyczne opisujące użyte układy odniesienia, odwzorowania i przyjęte układy współrzędnych.

## 2.2. Sieci triangulacyjne

Do opracowania jednolitej mapy koniecznym jest posiadanie na danym terenie odpowiednio wybranego, zastabilizowanego, pomierzonego i opracowanego matematycznie zbioru punktów stałych o ściśle określonych współrzędnych. Współrzędne punktów sieci wyznaczone są w układzie współrzędnych związanym z elipsoidą o z góry ustalonych parametrach, która w wybranym punkcie przyłożenia, jest położona w odpowiedni sposób do geoidy, zorientowana względem średniej osi obrotu Ziemi oraz południka zerowego. Zespół takich punktów nazywany jest osnową geodezyjną i musi spełniać dodatkowo kilka istotnych warunków. Układ punktów sieci głównej powinien posiadać odpowiednią geometrię, czyli kąty w powstałych trójkątach (jeśli to możliwe) muszą być jak najbardziej zbliżone do  $60^\circ$ . Długości i stosunek boków wychodzących z jednego wierzchołka (w zależności od klasy sieci) nie może przekraczać z góry narzuconych wielkości, które są określone w obowiązujących w danym czasie instrukcji. Jest to spowodowane wymogami związanymi z późniejszym poprawnym wyrównaniem sieci. O geometrii sieci (kształcie trójkątów) decyduje się już na etapie jej projektowania. W zależności od potrzeb i możliwości, w sieci triangulacyjnej mierzy się kąty, azymuty oraz długości boków. Sieć triangulacji głównej składa się z podwójnych łańcuchów trójkątów biegnących południkowo i równoleżnikowo i zbiegających się w węzłach, w których zakładane są bazy i punkty Laplace'a. Na punktach Laplace'a oraz na specjalnie wybranych innych punktach sieci wykonuje się dodatkowe pomiary (astronomiczne, grawimetryczne) w celu precyzyjnego określenia długości i szerokości geograficznej. Otrzymane wyniki pomiarów są wykorzystywane przy określaniu wspomnianego położenia wybranej elipsoidy względem geoidy, jak również w celu orientacji osi obrotu elipsoidy w stosunku do średniej osi obrotu Ziemi, a także w celu określenia położenia punktów sieci względem południka zerowego. Dane te są wykorzystywane w celu prawidłowej i precyzyjnej orientacji całego układu sieci triangulacyjnej oraz w celu jej ścisłego wyrównania. Należy pamiętać, że punkty rozmieszczone są na fizycznej powierzchni Ziemi, w wyniku przeprowadzonych pomiarów i obliczeń otrzymują współrzędne na przyjętej elipsoidzie odniesienia.

Pod względem dokładności rozróżnia się kilka klas sieci punktów triangulacyjnych. Osnowy generalnie można podzielić na trzy rodzaje: podstawową (fundamentalną i bazową), szczegółową i pomiarową.

### 2.3. Współczesne sieci pomiarowe

Początkowo sieci geodezyjne na świecie i w Polsce były sieciami triangulacyjnymi, gdzie głównym pomiarem był pomiar kątów w trójkątach, a pomiar długości boków trójkątów (bazy) służył jedynie „wzmocnieniu sieci” oraz nadaniu jej odpowiedniej skali. Było to spowodowane tym, że pomiar kątów w trójkątach był wtedy dużo łatwiejszy niż mierzenie wielokilometrowych boków. Wraz z rozwojem techniki, kiedy zaczęły pojawiać się pierwsze elektrooptyczne dalmierze laserowe, pomiar odległości pomiędzy dwoma punktami stawał się coraz łatwiejszy i coraz dokładniejszy. Od tego momentu sieci triangulacyjne zaczęły ustępować miejsca sieciom trilateracyjnym, gdzie współrzędne punktów w terenie wyznacza się mierząc wszystkie boki sieci trójkątów. Dalszy rozwój techniki sprawił, że współczesne sieci pomiarowe są to głównie sieci satelitarne oparte przede wszystkim na pomiarach wykonanych przy użyciu odbiorników do nawigacji satelitarnej. Postęp technologiczny, który ma wpływ na możliwości techniczne kolejnych generacji odbiorników satelitarnych oraz zmiana polityki głównych zarządców systemów nawigacji satelitarnej sprawiają, że stale wzrasta dostępność do coraz dokładniejszych wyników pomiarów. Otrzymanie nawet bardzo dokładnych współrzędnych jakiegokolwiek punktu na Ziemi staje się niezmiernie proste, pod warunkiem posiadania odpowiedniego sprzętu i dostępu do aktualizowanych na bieżąco poprawek. Niektóre systemy posiadają możliwość przekazywania do użytkownika w czasie rzeczywistym danych, potrzebnych do uzyskania bardzo precyzyjnych współrzędnych. Pomiar współrzędnych przy pomocy odbiornika nawigacji satelitarnej polega na wykonaniu przestrzennego liniowego wcięcia wstecz. Znając prędkość fali elektromagnetycznej oraz na podstawie pomiaru czasu dotarcia sygnału z odpowiedniej liczby satelitów do odbiornika, a także po uwzględnieniu dostępnych poprawek, mikroprocesor odbiornika może obliczyć pozycję geograficzną (długość, szerokość) oraz wysokość elipsoidalną. Następnie może podać współrzędne w dowolnie wybranym układzie odniesienia. W wyniku pomiarów uzyskuje się również aktualny czas z bardzo dużą dokładnością. Obecnie zwykły, cywilny użytkownik może uzyskać współrzędne miejsca pomiaru z dokładnością kilku metrów, zaawansowane odbiorniki pozwalają osiągnąć precyzję pomiaru rzędu milimetra.

System nawigacji satelitarnej GPS, właściwie GPS-NAVSTAR (*Global Positioning System – NAVigation Signal Timing And Ranging*), jest to system stworzony przez Departament Obrony Stanów Zjednoczonych i obejmuje swoim zasięgiem całą kulę ziemską.

Zgodnie z polityką Stanów Zjednoczonych System GPS jest darmowy i taki ma pozostać. Globalny zasięg (nie licząc ograniczeń technicznych), duża dokładność oraz brak opłat powodują, że system GPS jest szeroko wykorzystywany przez najróżniejszych użytkowników na całym świecie, nie tylko geodetów.

System nawigacji satelitarnej GLONASS (*Глобальная навигационная спутниковая система*), jest to system zarządzany przez Wojska Kosmiczne Federacji Rosyjskiej i również obejmuje swoim zasięgiem całą kulę ziemską (nie licząc ograniczeń technicznych). Dostarcza on dwa rodzaje sygnału: wojskowy oraz cywilny, którego odbiorcami mogą być odpowiednio instytucje wojskowe i państwowe Rosji oraz pozostali odbiorcy. Część odbiorników posiada możliwość odbioru sygnału z systemu GPS i GLONASS.

W trakcie budowy znajduje się europejski system nawigacji satelitarnej Galileo, projekt jest realizowany przez Europejską Agencję Kosmiczną (ESA) i ma to być system w pełni kontrolowany przez instytucje cywilne. Trudno określić kiedy dokładnie Galileo osiągnie pełną zdolność operacyjną – wymieniane są przeważnie lata 2016 i 2018.

Kolejnym systemem nawigacji satelitarnej ma być chiński projekt pod nazwą Compass (nazwa wcześniejszego projektu: Beidou). W założeniu ma to być projekt z dwustronną transmisją informacji (satelita – odbiornik). Na razie system obejmuje swoim zasięgiem obszar Azji, ale docelowo ma obejmować całą kulę ziemską (nie licząc ograniczeń technicznych). Według zapewnień władz chińskich pełną funkcjonalność i globalny zasięg Compass ma osiągnąć około roku 2020.

Zakłada się stworzenie ogólnoswiatowego cywilnego systemu nawigacji satelitarnej określanego jako Global Navigation Satellite System (GNSS). System GNSS w założeniach ma integrować większość już istniejących systemów (GPS-NAVSTAR, GLONASS, Galileo i Compass). System ten, dzięki większej liczbie dostępnych satelitów, ma być bardziej niezawodny i stale monitorowany w celu szerszego udostępniania danych korekcyjnych.

## 2.4. Transformacja współrzędnych

Wraz z rozwojem nowoczesnych technik obliczeniowych oraz rozpowszechnieniem się systemów nawigacji satelitarnej (GNSS) zagadnienie transformowania współrzędnych pomiędzy różnymi układami odniesienia nabrało szczególnego znaczenia. Wszystko to

sprawia, że w obecnej praktyce geodezyjnej i kartograficznej transformacja jest często spotykanym zadaniem obliczeniowym. W literaturze geodezyjnej można spotkać wiele, szczególnie opisanych, metod transformacji, które znalazły zastosowanie w dostępnych specjalistycznych programach komputerowych. Najczęściej sam proces przeliczania współrzędnych odbywa się w sposób automatyczny poprzez wskazanie, który spośród wcześniej zdefiniowanych i opisanych matematycznie układów odniesienia, odpowiada układowi pierwotnemu, a który wtórnemu. Transformacja w takim przypadku odbywa się z wykorzystaniem związków matematycznych zachodzących między współrzędnymi punktów w obydwu rozpatrywanych układach. Funkcje opisujące związki pomiędzy współrzędnymi nazywane są jako równania transformacyjne (formuły przeliczeniowe). W sytuacji, gdy nie są znane funkcje odwzorowawcze dla obydwu układów, pozostaje jeszcze transformacja z wykorzystaniem par punktów dostosowania (wspólnych), występujących jednocześnie w układzie pierwotnym i wtórnym.

Zgodnie z Polską Normą (PN-EN ISO 19111:2010) transformacją nazywana jest operacja na współrzędnych w dwóch różnych układach współrzędnych, podczas gdy oba te układy są oparte na różnych układach odniesienia. W uwadze do tego punktu normy można przeczytać, że: „transformacja współrzędnych wykorzystuje parametry pozyskane empirycznie na podstawie zbioru punktów o znanych współrzędnych w obu systemach odniesienia”.

Charakterystyka najczęściej wykorzystywanych transformacji:

- izometryczna – liniowa transformacja konforemna przez podobieństwo – sztywne ruchy płaszczyzny przez przesunięcie i obrót, bez zmiany skali ( $m=1$ );
- Helmerta – liniowa transformacja konforemna przez podobieństwo – przesunięcie i obrót, skala dla całego rozpatrywanego obszaru jest stała i różna od 1 ( $m \neq 1$ );
- afiniczna – transformacja nieliniowa i niekonforemna – przekształcenie prostych i płaszczyzn na proste i płaszczyzny z zachowaniem równoległości prostych i środków odcinków, ale bez zachowania długości odcinków i wartości kątów oraz ze zmianą skali, przy czym skala jest różna dla każdej osi współrzędnych ( $m_x \neq m_y$ );

- wielomianowa – transformacja nieliniowa (może być konforemna i niekonforemna) – do transformacji wykorzystuje się wielomiany wyższego rzędu, ale należy pamiętać, że im wyższy stopień wielomianu transformującego tym większe prawdopodobieństwo deformacji wyników transformacji.

Dowolna transformacja nie zachowuje wszystkich geometrycznych właściwości przekształcanego zbioru punktów (odległości między punktami, kąty w trójkątach, pola powierzchni). Należy pamiętać, że każda transformacja powoduje pogorszenie dokładności zbioru punktów w układzie po przekształceniach. Jeśli zdarzy się tak, że wśród punktów dostosowania znajdzie się punkt obciążony znacznym błędem we współrzędnych, to może zostać on niewychwycony i zdeformuje położenie punktów sąsiadujących.

## 2.5. Dokładność opracowań kartograficznych

Każde opracowanie kartograficzne obciążone jest błędami, które są pochodną wielu różnego rodzaju błędów, powstałych na wszystkich etapach jego tworzenia – począwszy od pomiaru i wyrównania osnowy geodezyjnej, przez pomiar szczegółów terenowych, kartowanie i drukowanie, aż do składowania i użytkowania gotowych już materiałów kartograficznych. W przypadku opracowań rastrowych dochodzą jeszcze błędy powstałe na etapie skanowania oryginałów papierowych, transformowania i zapisywania (kompresowania) materiałów cyfrowych. Każdy etap niesie ze sobą prawdopodobieństwo pojawienia się błędów przypadkowych, w tym również błędów grubych, które w porę niedostrzeżone i niepoprawione wpływają na ostateczną dokładność każdego opracowania kartograficznego. Co prawda, na każdym etapie odpowiednie instrukcje techniczne określają wielkości dopuszczalnych błędów, ale ilość i złożoność prac jakie należy wykonać zanim powstanie mapa jest tak duża, że błędy końcowe mogą niekiedy osiągać znaczące rozmiary. Dokładność pomiarów wykonanych z wykorzystaniem któregośkolwiek systemu nawigacji satelitarnej jest już na tyle duża, że pozwala na badanie wielkości, rozkładu i charakteru błędów występujących na dowolnych materiałach kartograficznych. W literaturze dotyczącej tego zagadnienia można znaleźć odpowiednie przykłady przeprowadzonych badań dokładności (deformacji) różnego rodzaju opracowań kartograficznych.

---

## Rozdział 3

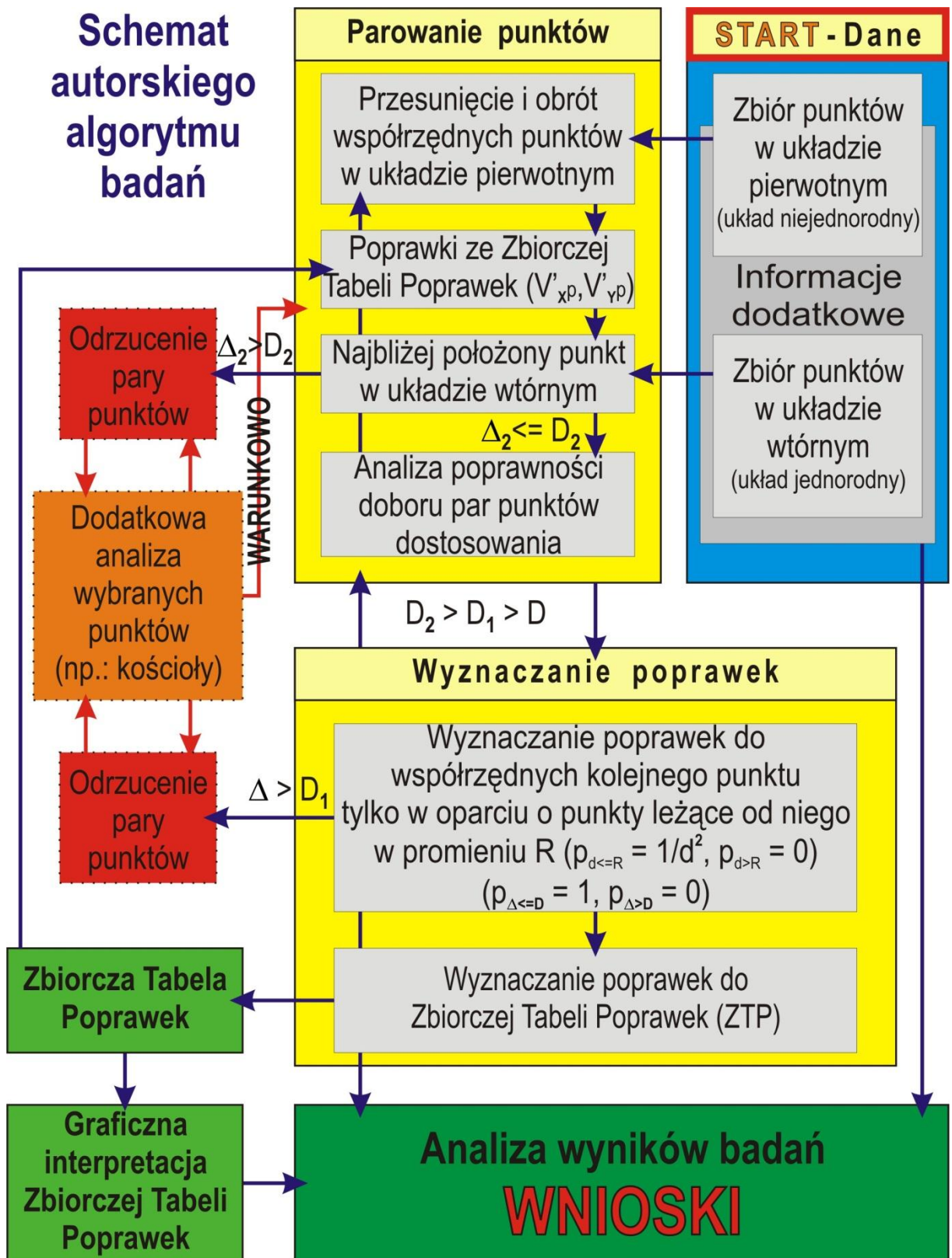
---

### Część badawcza

#### 3.1. Koncepcja autorskiego algorytmu badań

Koncepcja autorskiego algorytmu badań, którego schemat znajduje się na następnej stronie (patrz: Rysunek 5), zostanie przedstawiona w kilku następujących po sobie etapach. Opracowana metoda transformacji przewiduje celowy powrót do wcześniejszych etapów, co zostało wyraźnie przedstawione na schemacie i opisane w dalszej części pracy. Powrót do wcześniejszego etapu wykonuje się w celu udokładnienia niektórych parametrów wykorzystywanych w opracowanej metodzie oraz w celu poprawy dokładności ostatecznych obliczeń. Wymiana danych pomiędzy etapami parowania punktów i wyznaczania poprawek oraz zasilanie etapu parowania punktów w dane ze Zbiorczej Tabeli Poprawek następuje do momentu, kiedy zbiór par punktów dostosowania przestaje się zmieniać. W związku z tym parametry takie jak kąt skręcenia ( $T$ ), składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obu układów oraz wartości poprawek ( $V_{X_z}, V_{Y_z}$ ) w Zbiorczej Tabeli Poprawek pozostają stałe. Większość tych parametrów wyliczana jest w sposób iteracyjny. Szczegóły zostaną szerzej omówione w kolejnych rozdziałach niniejszej pracy, które są poświęcone poszczególnym etapom autorskiego algorytmu badań. Koncepcja nie przewiduje rozpatrywania wysokości punktów nad poziom morza lub nad inny poziom odniesienia (powierzchnia ekwipotencjalna).





Rysunek 5. Schemat autorskiego algorytmu badań

### 3.1.1. Dane

Mając do dyspozycji dwa zbiory punktów, jeden w układzie niejednorodnym, nazywany dalej układem pierwotnym, a drugi w układzie jednorodnym, nazywany dalej układem wtórnym, należy najpierw przeliczyć oba te zbiory na współrzędne prostokątne płaskie wyrażone w tej samej mierze długości. Należy zwrócić na to uwagę, gdyż można spotkać się z różnymi danymi wyrażonymi również w jednostkach innych niż metry, chociażby w jardach (yard), nie wspominając dawnych jednostek długości. Dodatkowo należy zebrać możliwie jak najwięcej informacji na temat obydwu układów współrzędnych, mogą nam się one przydać przy ocenie wyników końcowych, ale również mogą być przydatne do oceny niektórych sytuacji w trakcie realizacji badań. Wszystkie tak przygotowane dane należy umieścić w dwóch tabelach, które będą wykorzystywane do dalszych obliczeń oraz na etapie wyciągania wniosków końcowych. W niektórych nowych katalogach współrzędnych występują też informacje, mogące pomóc przy potwierdzaniu poprawności dobrania par punktów dostosowania. Dotyczą one m.in.: typu stabilizacji, czy roku założenia danego punktu. Różne państwa, w różnym okresie stosowały odmienne sposoby stabilizacji punktów sieci triangulacyjnej, czasami tylko po typie tej stabilizacji można od razu stwierdzić, że punkt jest nowo założony i nie pokrywa się z punktem z drugiego katalogu. Rok założenia punktu, zawarty w nowym katalogu, jest bardzo istotną informacją, która w sposób jednoznaczny może potwierdzić, czy dla danego punktu możliwe jest odnalezienie jego odpowiednika w starym katalogu, czy nie. Jak widać należy zwracać uwagę na wszystkie dostępne informacje, bo mogą okazać się pomocne w analizie materiału do transformacji oraz podczas oceny wyników końcowych, czy wyciągania wniosków.

Współrzędne prostokątne płaskie w układzie pierwotnym oznaczono jako:  $(X_p, Y_p)$ , a w układzie wtórnym jako:  $(X_w, Y_w)$ .

### 3.1.2. Etap parowania punktów – pierwsze przejście

Etap automatycznego typowania par punktów dostosowania należy poprzedzić ręcznym wytypowaniem możliwie największej liczby par punktów. Pary tych punktów muszą być jednoznacznie identyfikowalne i w pełni ze sobą zgodne. Ponadto najlepiej, aby punkty zweryfikowanych par były w miarę możliwości równomiernie rozłożone na całym obszarze



Rysunek 6 przedstawia schemat etapu parowania punktów. Trójkątami w kolorze niebieskim oznaczono punkt w układzie pierwotnym, który jest poddawany kolejnym przekształceniom. Trójkątami w kolorze żółtym oznaczono wybrane punkty w układzie wtórnym, które nie podlegają żadnym przekształceniom. Okręgami w kolorze żółtym oznaczono zasięg geometryczny wartości granicznej  $D_2$  dla parametru  $\Delta_2$ . Elipsą w kolorze zielonym oznaczono parę punktów zakwalifikowaną jako parę punktów dostosowania.

Punkt z układu pierwotnego (patrz: Rysunek 6) oznaczony współrzędnymi  $X_{n^p}, Y_{n^p}$  przekształca się uwzględniając kąt skręcenia ( $T$ ) oraz składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) układu pierwotnego względem układu wtórnego. W wyniku tego przekształcenia otrzymano punkt oznaczony na rysunku współrzędnymi  $X'_{n^p}, Y'_{n^p}$ . W kolejnym kroku dla tak otrzymanych współrzędnych punktu policzono ze Zbiorczej Tabeli Poprawek składowe  $X$  i  $Y$  poprawki łącznej ( $V'_p$ ), które na rysunku oznaczono odpowiednio:  $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ . Po uwzględnieniu poprawek składowych  $V'_{Xp}, V'_{Yp}$  otrzymano punkt na rysunku oznaczony współrzędnymi  $X''_{n^p}, Y''_{n^p}$ . Jak widać w otoczeniu  $R$  od tego punktu znalazły się dwa punkty o współrzędnych  $X_{m^w}, Y_{m^w}$  oraz  $X_{2^w}, Y_{2^w}$  należące do układu wtórnego. Do dalszych obliczeń brany jest punkt oznaczony na rysunku współrzędnymi  $X_{m^w}, Y_{m^w}$ . Para punktów oznaczonych na rysunku współrzędnymi  $X_{n^p}, Y_{n^p}$  oraz  $X_{m^w}, Y_{m^w}$  jest parą punktów dostosowania dla obydwu układów. Przy pierwszym przejściu etapu parowania punktów, gdy nie są znane jeszcze wartości poprawek punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek oraz wartości poprawek składowych  $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ , a co za tym idzie również wartość poprawki łącznej  $V'_p$ , dla nich wszystkich należy przyjąć wartość zero. Czynność tą (zerowanie wartości wszystkich poprawek) wykonuje się tylko raz, podczas pierwszego przejścia całego etapu parowania punktów. Patrząc na rysunek wydawać by się mogło, że zamiast punktu o współrzędnych  $X_{m^w}, Y_{m^w}$  jako punkt dostosowania zostanie zakwalifikowany punkt o współrzędnych  $X_{4^w}, Y_{4^w}$ . Należy jednak pamiętać, że w pierwszym etapie wartości kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) układu pierwotnego względem układu wtórnego będą różne. Rysunek przedstawia sytuację, gdy wartości w Zbiorczej Tabeli Poprawek są już niezerowe, czyli po co najmniej pierwszym przejściu całego algorytmu badań.

Po analizie omawianego rysunku przedstawiającego etap parowania punktów (patrz: Rysunek 6), zostanie teraz szczegółowo przedstawiony sposób wyliczania poszczególnych elementów występujących w tym etapie.

Współrzędne środków ciężkości zbiorów punktów dostosowania ( $O_p$  i  $O_w$ ) obliczane są zgodnie z następującymi wzorami:

$$\text{dla układu pierwotnego: } X_{Op} = \frac{\sum X_p}{n}, \quad Y_{Op} = \frac{\sum Y_p}{n} \quad (1)$$

$$\text{dla układu wtórnego: } X_{Ow} = \frac{\sum X_w}{n}, \quad Y_{Ow} = \frac{\sum Y_w}{n} \quad (2)$$

gdzie w tym wypadku  $X_p, Y_p$  oraz  $X_w, Y_w$  są współrzędnymi wszystkich punktów dostosowania odpowiednio w układzie pierwotnym i wtórnym, a liczba  $n$  oznacza ilość par punktów dostosowania.

Składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obliczane są zgodnie z następującymi wzorami:

$$W_X = X_{Ow} - X_{Op}, \quad W_Y = Y_{Ow} - Y_{Op} \quad (3)$$

Długość wektora przesunięcia ( $\bar{W}$ ) obliczana jest zgodnie ze wzorem:

$$\bar{W} = \sqrt{W_X^2 + W_Y^2} \quad (4)$$

Kąt skręcenia ( $T$ ) jest to różnica średnich azymutów kierunków liczonych ze środków ciężkości ( $O_p$  i  $O_w$ ) obydwu układów na wszystkie punkty dostosowania.

Średnie azymuty kierunków  $A_{Op}$  i  $A_{Ow}$  na punkty dostosowania w układzie pierwotnym i wtórnym liczone są jako:

$$A_{Op} = \frac{\sum A_p}{n}, \quad A_{Ow} = \frac{\sum A_w}{n} \quad (5)$$

gdzie:

$$A_{ip} = \arctg \frac{Y_p - Y_{Op}}{X_p - X_{Op}}, \quad A_{iw} = \arctg \frac{Y_w - Y_{Ow}}{X_w - X_{Ow}} \quad (6)$$

to azymuty kierunków liczonych ze środków ciężkości ( $O_p$  i  $O_w$ ) na wszystkie punkty dostosowania w układzie pierwotnym i wtórnym, a liczba  $n$  oznacza ilość par punktów dostosowania – z uwzględnieniem ćwiartki, w której znajduje się dany kierunek.

Ostatecznie kąt skręcenia ( $T$ ) wynosi:

$$T = A_{O^w} - A_{O^p} \quad (7)$$

Współrzędne punktów w układzie pierwotnym ( $X'_p, Y'_p$ ) po uwzględnieniu kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) liczone są zgodnie z następującymi wzorami:

$$X'_p = W_X + (X_p - X_{Op}) \cos(T) + (Y_p - Y_{Op}) \sin(T) + X_{Op} \quad (8)$$

$$Y'_p = W_Y + (Y_p - Y_{Op}) \cos(T) - (X_p - X_{Op}) \sin(T) + Y_{Op} \quad (9)$$

Wstępne przesunięcie obu układów oraz skręcenie zmniejszy różnice współrzędnych punktów odpowiadających oraz ułatwi automatyczne wytypowanie kolejnych, ewentualnych par punktów dostosowania. Po wytypowaniu większej liczby par punktów dostosowania należy przeprowadzić analizę otrzymanego zbioru i odrzucić te pary, co do których występują jakiegokolwiek wątpliwości. Z pozostałych par punktów wyliczany jest ponownie kąt skręcenia ( $T$ ) oraz składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obydwu układów. Drugim celem wyznaczania kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) jest możliwie najlepsze zbilansowanie wartości wszystkich poprawek ( $V_{X_Z}, V_{Y_Z}$ ) w Zbiorczej Tabeli Poprawek, co ułatwi w przyszłości interpretację ostatecznych wyników i wyciąganie wniosków. Szczegóły dotyczące sposobu liczenia wspomnianych poprawek ( $V_{X_Z}, V_{Y_Z}$ ) zostały opisane w rozdziale poświęconym Zbiorczej Tabeli Poprawek.

Dotychczasowe przekształcenia współrzędnych punktów w układzie pierwotnym nie powodują zmiany skali, czyli występuje tutaj klasyczna transformacja izometryczna (tylko sztywne ruchy płaszczyzny przez przesunięcie i obrót).

Z uwagi na to, że poprawki ( $V_{X_Z}, V_{Y_Z}$ ) dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek (patrz: Rysunek 5), zostaną wyliczone dopiero po pierwszym przejściu całego procesu transformacji, przy pierwszym przejściu należy przyjąć dla nich wartości zerowe. Przy kolejnych przejściach procesu transformacji poprawki te zostaną już uwzględnione, gdyż będą znane aktualne wartości poprawek ( $V_{X_Z}, V_{Y_Z}$ ) w Zbiorczej Tabeli Poprawek. Ostatecznie wszystkie punkty z układu pierwotnego otrzymują nowe współrzędne ( $X''_p, Y''_p$ ) po łącznym uwzględnieniu kąta skręcenia ( $T$ ), składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ )

obydwu układów, jak również po uwzględnieniu poprawek ( $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ ) wynikających ze Zbiorczej Tabeli Poprawek. Dzięki temu typowanie kolejnych par punktów dostosowania staje się dużo skuteczniejsze, ze względu na zmniejszenie się różnic pomiędzy tak otrzymanymi współrzędnymi punktów z układu pierwotnego ( $X'_p, Y'_p$ ), a współrzędnymi w układzie wtórnym ( $X_w, Y_w$ ).

Współrzędne ( $X''_p, Y''_p$ ) wyrażają się następującymi wzorami:

$$X''_p = X'_p + V'_{Xp}, \quad Y''_p = Y'_p + V'_{Yp} \quad (10)$$

gdzie  $V'_{Xp}, V'_{Yp}$  oznaczają poprawki wyliczone dla danego punktu ze Zbiorczej Tabeli Poprawek.

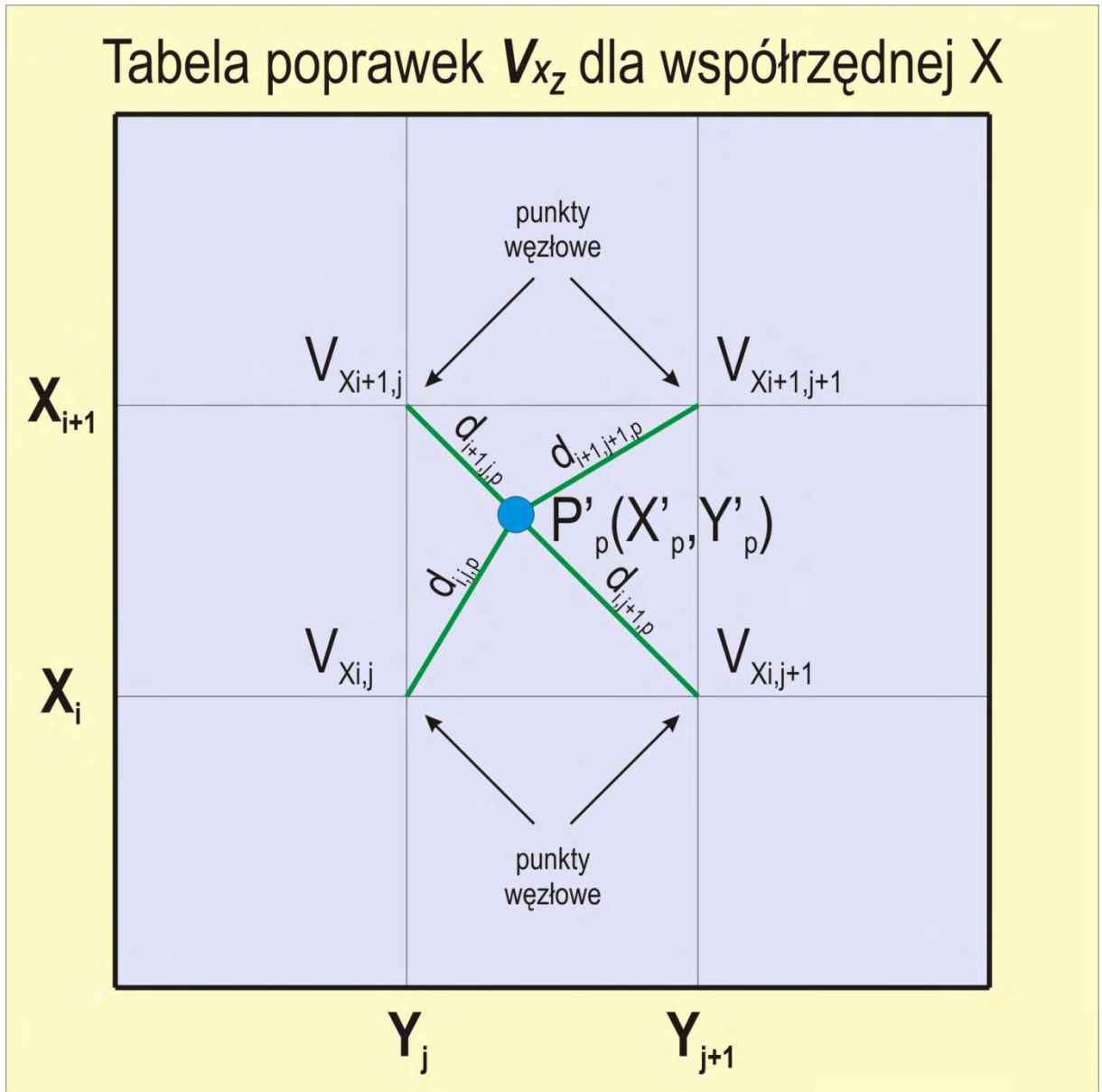
Poprawki te liczone są w następujący sposób: najpierw określa się pomiędzy którymi punktami węzłowymi ze Zbiorczej Tabeli Poprawek znajduje się dany punkt, następnie odczytywane są wartości poprawek w punktach węzłowych – odpowiednio dla współrzędnej  $X'$  i współrzędnej  $Y'$ .

W kolejnym kroku, odczytane wartości poprawek punktów węzłowych wstawiane są do poniższych wzorów zgodnie z oznaczeniami zamieszczonymi na rysunku znajdującym się na następnej stronie (patrz: Rysunek 7).

$$V_{Xp} = \frac{\left( V_{X_{i,j}} * \frac{1}{d_{i,j,p}^2} + V_{X_{i+1,j}} * \frac{1}{d_{i+1,j,p}^2} + V_{X_{i+1,j+1}} * \frac{1}{d_{i+1,j+1,p}^2} + V_{X_{1,j+1}} * \frac{1}{d_{i,j+1,p}^2} \right)}{\left( \frac{1}{d_{i,j,p}^2} + \frac{1}{d_{i+1,j,p}^2} + \frac{1}{d_{i+1,j+1,p}^2} + \frac{1}{d_{i,j+1,p}^2} \right)} \quad (11)$$

$$V_{Yp} = \frac{\left( V_{Y_{i,j}} * \frac{1}{d_{i,j,p}^2} + V_{Y_{i+1,j}} * \frac{1}{d_{i+1,j,p}^2} + V_{Y_{i+1,j+1}} * \frac{1}{d_{i+1,j+1,p}^2} + V_{Y_{1,j+1}} * \frac{1}{d_{i,j+1,p}^2} \right)}{\left( \frac{1}{d_{i,j,p}^2} + \frac{1}{d_{i+1,j,p}^2} + \frac{1}{d_{i+1,j+1,p}^2} + \frac{1}{d_{i,j+1,p}^2} \right)} \quad (12)$$

gdzie  $V_{X_{i,j}}$  i  $V_{Y_{i,j}}$  – wielkości poprawek dla poszczególnych punktów węzłowych o współrzędnych  $X_i, Y_j$ , zaś  $d_{i,j,p}$  – odległość punktu węzłowego od punktu, dla którego liczona jest poprawka, przy założeniu, że:  $X_i < X'_p < X_{i+1}$  oraz  $Y_j < Y'_p < Y_{j+1}$ .



Rysunek 7. Fragment tabeli poprawek  $V_{X_z}$  dla współrzędnej X' – sposób liczenia poprawki dla wybranego punktu



Uwzględnienie poprawek  $V'_{Xp}, V'_{Yp}$  powoduje deformację układu pierwotnego, czyli zmieniają się odległości pomiędzy punktami, kąty pomiędzy kierunkami, a skala staje się niejednolita i zależna od konkretnego położenia geograficznego.

Do oceny, które pary punktów dostosowania wstępnie zakwalifikować do dalszych obliczeń, a które od razu odrzucić, wykorzystywany jest parametr  $\Delta_2$ . Parametr ten jest to odległość punktu w układzie pierwotnym o współrzędnych  $X''_p, Y''_p$  (po uwzględnieniu kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) a także poprawek ( $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ ) wynikających ze Zbiorczej Tabeli Poprawek) od odpowiadającego mu (najbliżej leżącego) punktu o współrzędnych  $X_w, Y_w$  z układu wtórnego.

Składowe parametru  $\Delta_2$  dla każdej pary punktów dostosowania obliczane są zgodnie z następującymi wzorami:

$$\Delta_{2x} = X''_p - X_w, \quad \Delta_{2y} = Y''_p - Y_w \quad (13)$$

Wartość parametru  $\Delta_2$  dla każdej pary punktów dostosowania obliczane są zgodnie ze wzorem:

$$\Delta_2 = \sqrt{\Delta_{2x}^2 + \Delta_{2y}^2} \quad (14)$$

Ostatecznie, jeżeli para punktów nie została odrzucona na skutek analizy dodatkowych danych dotyczących obydwu układów współrzędnych oraz, gdy wielkość parametru  $\Delta_2$  jest mniejsza od przyjętej wartości granicznej  $D_2$ , wtedy taką parę należy zaliczyć do dalszych obliczeń jako parę punktów dostosowania. Interpretację wartości granicznej  $D$  przedstawiono pod koniec następnego rozdziału, a zalecana zależność pomiędzy wszystkimi wartościami granicznymi  $D_2, D_1$  i  $D$  została przedstawiona we wzorze (27). Im mniejsza wartość parametru  $\Delta_2$ , tym lepsze dopasowanie punktu z układu pierwotnego do punktu z układu wtórnego na skutek uwzględnienia kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obydwu układów oraz poprawek ( $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ ) wynikających ze Zbiorczej Tabeli Poprawek.

Pary punktów odrzucone tylko na podstawie niespełnienia warunku związanego z parametrem  $\Delta_2$  można poddać dodatkowej analizie, podczas której należy szczególnie dokładnie przyjrzeć się punktom jednoznacznie identyfikowalnym. Chodzi o takie punkty, co do których nie ma żadnych wątpliwości w kwestii jednoznaczności ich położenia, np. konkretna wieża kościoła w konkretnej miejscowości. W takiej sytuacji należy przyjrzeć się wykazom współrzędnych i ocenić, czy w danym wypadku nie występuje jakiś łatwy do usunięcia błąd grubzy, bądź zwykła literówka. Ewentualnie poprawione współrzędne punktów (w obu układach) należy ponownie przeliczyć i sprawdzić, czy tym razem spełniają warunki przewidziane dla par punktów dostosowania. W przypadku spełnienia wspomnianych warunków, nową parę punktów dostosowania można warunkowo dopuścić do dalszych obliczeń. W wyniku takiej analizy udało się zauważyć i wyeliminować kilka opisywanych błędów, a co za tym idzie otrzymano kilka par punktów dostosowania więcej.

### **3.1.3. Etap wyznaczania poprawek – pierwsze przejście**

Po etapie parowania punktów, gdzie wybrano już pewną liczbę par punktów dostosowania i sprawdzono ich poprawność można przejść do następnego etapu, w którym wyliczone zostaną poprawki do współrzędnych kolejnego punktu  $(X'_p, Y'_p)$  z układu pierwotnego, o współrzędnych poprawionych tylko ze względu na kąt skręcenia ( $T$ ) oraz składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obydwu układów. Etap ten został szczegółowo przedstawiony na schemacie *Wyznaczanie poprawek* – patrz Rysunek 8.



Na schemacie *Wyznaczanie poprawek* (patrz Rysunek 8) przedstawiono sam sposób ich liczenia oraz wszystkie możliwe przypadki wzajemnego położenia punktów, tzn.: par punktów dostosowania oraz punktu, dla którego wyliczane są poprawki.

Kolorem niebieskim oznaczono punkty w układzie pierwotnym – o współrzędnych  $(X_i', Y_i')$ , czyli po uwzględnieniu tylko kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_x, W_y$ ) obydwu układów. Kolorem żółtym oznaczono punkty w układzie wtórnym – o współrzędnych  $(X_i'', Y_i'')$ . Centralnie umieszczony punkt (koloru niebieskiego) o współrzędnych  $X_j', Y_j'$ , jest też punktem z układu pierwotnego (po uwzględnieniu kąta skręcenia i składowych wektora przesunięcia), dla którego liczona jest poprawka. Elipsami koloru pomarańczowego zaznaczono pary punktów dostosowania, które nie mają wpływu na wynik liczonej poprawki, ponieważ ich waga łączna jest równa zero. W tym wypadku, waga łączna jest to iloczyn wag  $p_{d_i}$  i  $p_{\Delta_i}$ , które liczone są zgodnie ze wzorami (20) i (26). Elipsami koloru zielonego oznaczono pary punktów dostosowania, które mają wpływ na wynik liczonej poprawki, ponieważ ich obie wagi  $p_{d_i}$  i  $p_{\Delta_i}$  są różne od zera. Pomarańczowymi strzałkami przedstawiono łączne poprawki ( $V'_{ip}$ ) wyliczane ze Zbiorczej Tabeli Poprawek (wzór 17) dla każdego punktu w układzie pierwotnym – składowe poprawki łącznej ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) liczone są zgodnie ze wzorami: (15) i (16).

Jak widać na omawianym schemacie, na wynik obliczeń poprawek do współrzędnych danego punktu mają wpływ tylko takie punkty, które znajdują się w pewnym, z góry określonym otoczeniu  $R$  od niego. Promień  $R$  powinien być tak dobrany, żeby dla każdego punktu dla którego będą liczone poprawki znalazła się odpowiednia liczba innych punktów, które leżą w odległości mniejszej lub równej  $R$ , gdyż to właśnie w oparciu o nie będzie liczona poprawka dla interesującego nas punktu.

Wartości poprawek ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) dla punktu o numerze  $j$  w układzie pierwotnym o współrzędnych  $(X_j', Y_j')$  liczone są zgodnie ze wzorami:

$$V'_{X_j^p} = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_1^{X_i} * p_{d_i} * p_{\Delta_i}) - \Delta_1^{X_j} * p_{d_j} * p_{\Delta_j}}{\sum_{i=1}^n (p_{d_i} * p_{\Delta_i}) - p_{d_j} * p_{\Delta_j}} = \quad (15)$$

$$= \frac{\Delta_1^{X_1} * p_{d_1} * p_{\Delta_1} + \dots + \Delta_1^{X_{j-1}} * p_{d_{j-1}} * p_{\Delta_{j-1}} + \Delta_1^{X_{j+1}} * p_{d_{j+1}} * p_{\Delta_{j+1}} + \dots + \Delta_1^{X_n} * p_{d_n} * p_{\Delta_n}}{p_{d_1} * p_{\Delta_1} + \dots + p_{d_{j-1}} * p_{\Delta_{j-1}} + p_{d_{j+1}} * p_{\Delta_{j+1}} + \dots + p_{d_n} * p_{\Delta_n}}$$

oraz

$$V'_{Y_j^p} = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_{1Y_i} * p_{d_i} * p_{\Delta_i}) - \Delta_{1Y_j} * p_{d_j} * p_{\Delta_j}}{\sum_{i=1}^n (p_{d_i} * p_{\Delta_i}) - p_{d_j} * p_{\Delta_j}} = \quad (16)$$

$$= \frac{\Delta_{1Y_1} * p_{d_1} * p_{\Delta_1} + \dots + \Delta_{1Y_{j-1}} * p_{d_{j-1}} * p_{\Delta_{j-1}} + \Delta_{1Y_{j+1}} * p_{d_{j+1}} * p_{\Delta_{j+1}} + \dots + \Delta_{1Y_n} * p_{d_n} * p_{\Delta_n}}{p_{d_1} * p_{\Delta_1} + \dots + p_{d_{j-1}} * p_{\Delta_{j-1}} + p_{d_{j+1}} * p_{\Delta_{j+1}} + \dots + p_{d_n} * p_{\Delta_n}}$$

gdzie:

$\Delta_{1X_i}, \Delta_{1Y_i}$  – składowa pionowa i pozioma parametru  $\Delta_1$  dla punktu o numerze  $i$

$p_{d_i}$  – waga związana z odległością punktu o numerze  $i$  od punktu o numerze  $j$  dla którego liczone są poprawki

$p_{\Delta_i}$  – waga związana z wartością parametru  $\Delta$  dla punktu o numerze  $i$

Poprawka łączna  $V'_{j^p}$  obliczana jest ze wzoru:

$$V'_{j^p} = \sqrt{V_{X_j^p}^2 + V'_{Y_j^p}^2} \quad (17)$$

Składowe parametru  $\Delta_1$  dla każdej pary punktów dostosowania obliczane są zgodnie z następującymi wzorami:

$$\Delta_{1X} = X'_p - X_w, \quad \Delta_{1Y} = Y'_p - Y_w \quad (18)$$

Wartość parametru  $\Delta_1$  obliczana jest zgodnie ze wzorem:

$$\Delta_1 = \sqrt{\Delta_{1X}^2 + \Delta_{1Y}^2} \quad (19)$$

Im mniejsza wartość parametru  $\Delta_1$  tym lepsze dopasowanie punktu z układu pierwotnego do punktu z układu wtórnego tylko na skutek uwzględnienia kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obydwu układów.

Wagi  $p_d$  przyjmują następujące wartości:

$$p_d = \begin{cases} \frac{1}{d^2} & \text{dla } d \leq R \\ 0 & \text{dla } d > R \end{cases} \quad (20)$$

gdzie  $d$  jest odległością kolejnego punktu dostosowania od punktu dla którego liczone są poprawki do współrzędnych.

Składowe parametru  $\Delta$ , który będzie wykorzystywany do obliczenia wag  $p_\Delta$ , dla każdej pary punktów dostosowania obliczany jest zgodnie z następującymi wzorami:

$$\Delta_X = \Delta_{1X} - V'_{Xp}, \quad \Delta_Y = \Delta_{1Y} - V'_{Yp}, \quad (21)$$

podstawiając do powyższego wzory (18) otrzymujemy:

$$\Delta_X = (X'_p - X_w) - V'_{Xp}, \quad \Delta_Y = (Y'_p - Y_w) - V'_{Yp} \quad (22)$$

podstawiając do powyższego wzory (8) i (9) uzyskujemy:

$$\Delta_X = W_X + X_p \cos(T) + Y_p \sin(T) - X_w - V'_{Xp}, \quad (23)$$

$$\Delta_Y = W_Y + Y_p \cos(T) - X_p \sin(T) - Y_w - V'_{Yp} \quad (24)$$

Ostatecznie wartość  $\Delta$  obliczana jest zgodnie ze wzorem:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_X^2 + \Delta_Y^2} \quad (25)$$

Im mniejsza wartość parametru  $\Delta$  tym lepsze dopasowanie punktu z układu pierwotnego do punktu z układu wtórnego na skutek uwzględnienia kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obydwu układów, oraz poprawek ( $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ ) liczonych z par punktów dostosowania.

Jeżeli na etapie liczenia poprawek dla jakiejś pary punktów dostosowania wartość parametru  $\Delta$  jest większa od przyjętej wartości granicznej  $D_1$ , wtedy taką parę należy odrzucić i nie bierze się jej do dalszych obliczeń. Interpretację wartości granicznej  $D$  przedstawiono

poniżej, a zalecana zależność pomiędzy wszystkimi wartościami granicznymi  $D_2$ ,  $D_1$  i  $D$  została przedstawiona we wzorze (27).

Wagi  $p_\Delta$  przyjmują następujące wartości:

$$p_\Delta = \begin{cases} 1 & \text{dla } \Delta \leq D \\ 0 & \text{dla } \Delta > D \end{cases} \quad (26)$$

Wzory (15) i (16) na liczenie poprawek ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) wymagają pewnego komentarza. W pierwszych członach wzorów (pomiędzy pierwszym i drugim znakiem równości), po dwa razy w każdym wzorze, występuje nieoznaczoność, którą można z góry przewidzieć, czyli dokładniej mówiąc: dzielenie przez zero, podczas liczenia wagi  $p_{a_j}$  – patrz wzór (20). Pomimo tego wzór został tak zapisany tylko po to, aby lepiej pokazać, że do obliczania poprawek dla danego punktu dostosowania nie bierze się pod uwagę tej pary, w której on sam występuje. Do obliczeń należy wykorzystywać drugie człony wzorów. Wspomnianą parę punktów pominięto celowo, aby „niezależnić” wielkość wyliczanych poprawek ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) od parametru  $\Delta_1$  tego punktu, z którym będą one porównywane poprzez wartość parametru  $\Delta$  (wzór 21). Dzięki temu również wartości wagi  $p_\Delta$  nie jest zafałszowywana (wzór 26). Dzięki pominięciu tej jednej pary punktów dostosowania można stwierdzić, jak punkt dla którego liczone są poprawki ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) „pasuje” do otaczających go punktów pod względem „zdeformowania współrzędnych” na skutek deformacji współrzędnych punktów w otoczeniu R.

Wartości graniczne  $D_2$ ,  $D_1$  oraz  $D$  są dobierane, a nie są one wyliczane. Zaleca się, aby wartości te spełniały następujące kryteria. Wartość  $D$  jest to największa akceptowalna wartość różnicy pomiędzy współrzędnymi punktu w układzie pierwotnym ( $X'_p, Y'_p$ ), a współrzędnymi punktu w układzie wtórnym ( $X_w, Y_w$ ) dla której uważamy, że są to te same punkty. Mówiąc inaczej wartość  $D$  powinna oscylować w granicach maksymalnego błędu położenia jaki planowany jest do osiągnięcia po przetransformowaniu punktów z układu pierwotnego na układ wtórny. Wartość graniczna  $D_1$  jest dokładnie o jeden rząd wyższa od wartości granicznej  $D$ . Eliminacja z dalszych obliczeń par punktów dostosowania, dla których wartość parametru  $\Delta$  jest większa od wartości granicznej  $D_1$ , ma na celu zmniejszenie zbioru par punktów, a co za tym idzie skrócenie czasu potrzebnego na obliczenia. Wyeliminowane pary punktów dostosowania nie mają wpływu na wynik obliczeń, gdyż waga  $p_\Delta$ , związana

z wartością parametru  $\Delta$ , dla tych par punktów wynosi zero. Zaleca się, aby wartość graniczna  $D_2$  była trzykrotnie wyższa od wartości granicznej  $D_1$ . Zalecaną zależność pomiędzy wszystkimi wartościami granicznymi można wyrazić wzorem:

$$D_2 = 3 * D_1 = 30 * D \quad (27)$$

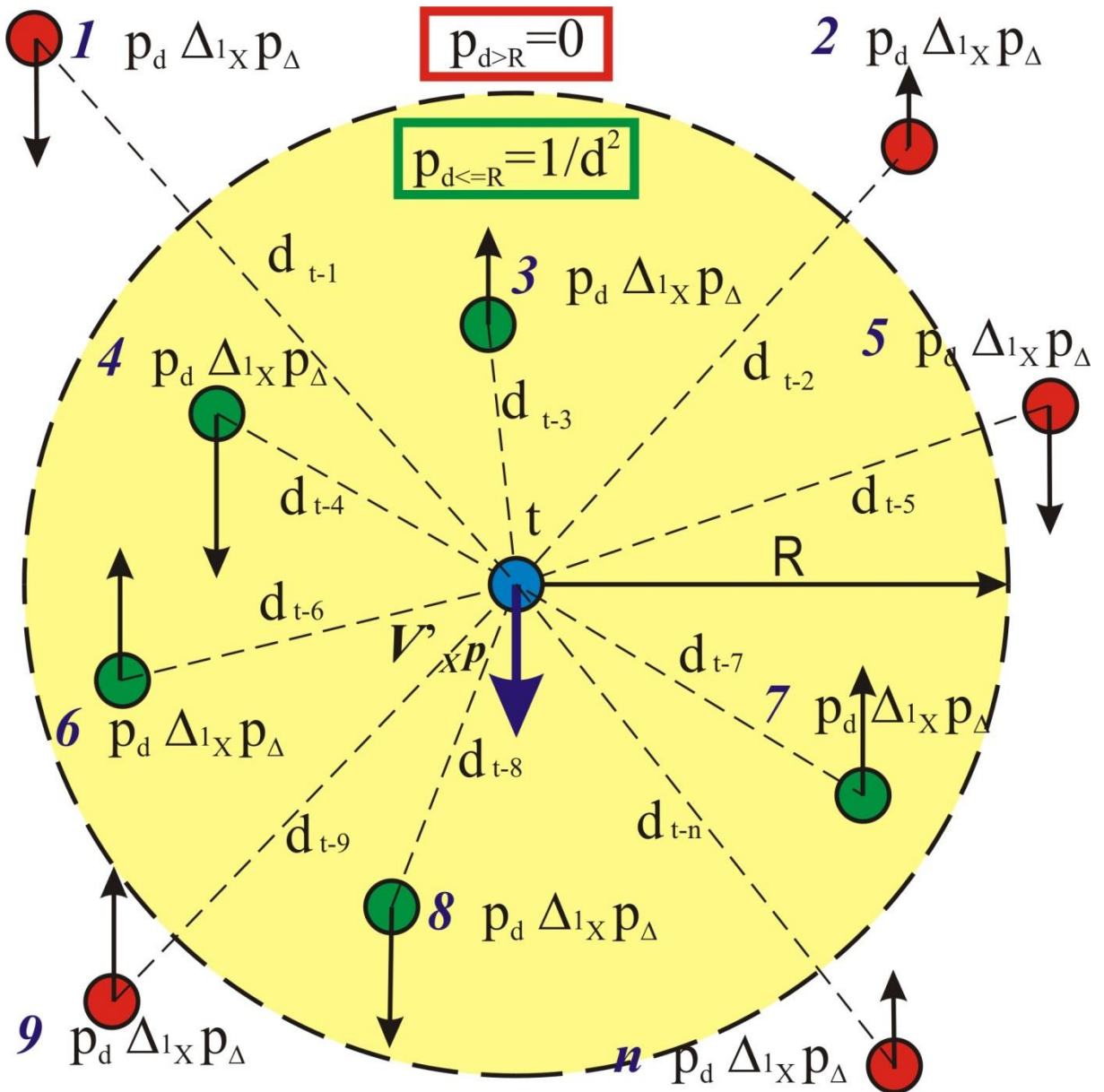
Po wyeliminowaniu par punktów dostosowania, dla których wartość parametru  $\Delta$  jest większa od wartości granicznej  $D_1$  w zbiorze nadal pozostają pary, dla których wartość parametru  $\Delta$  znajduje się w przedziale  $D_1 > \Delta > D$ . Zgodnie ze wzorem (26) waga  $p_\Delta$  dla nich wynosi również 0, czyli i tak dana para nie wpływa na wyniki obliczeń. Pary tych punktów są jednak pozostawione, gdyż na tym etapie obliczenia prowadzone są w sposób iteracyjny i może się zdarzyć, że po jednej iteracji wartość parametru  $\Delta$  jest większa od wartości granicznej  $D$ , a po kolejnej mniejsza. Pary punktów dla których parametr  $\Delta$  znajduje się w przedziale  $D_1 > \Delta > D$  traktowane są jak pewnego rodzaju bufor dla zmian parametru  $\Delta$ , z którego w odpowiednim czasie będzie można zrezygnować.

Podobnie jak to miało miejsce już wcześniej, tak i teraz, pary punktów dostosowania odrzucone tym razem na podstawie warunku: gdy wartość parametru  $\Delta > D_1$ , można poddać dodatkowej analizie. W takim wypadku należy szczególnie dokładnie przeanalizować punkty jednoznacznie identyfikowalne. Ma to na celu odnalezienie i ewentualne usunięcie błędów grubych, bądź zwykłych literówek. Ewentualnie poprawione współrzędne punktów (w obu układach) warunkowo można dopuścić do dalszych obliczeń i jeżeli trzeba należy cofnąć się do etapu parowania punktów.

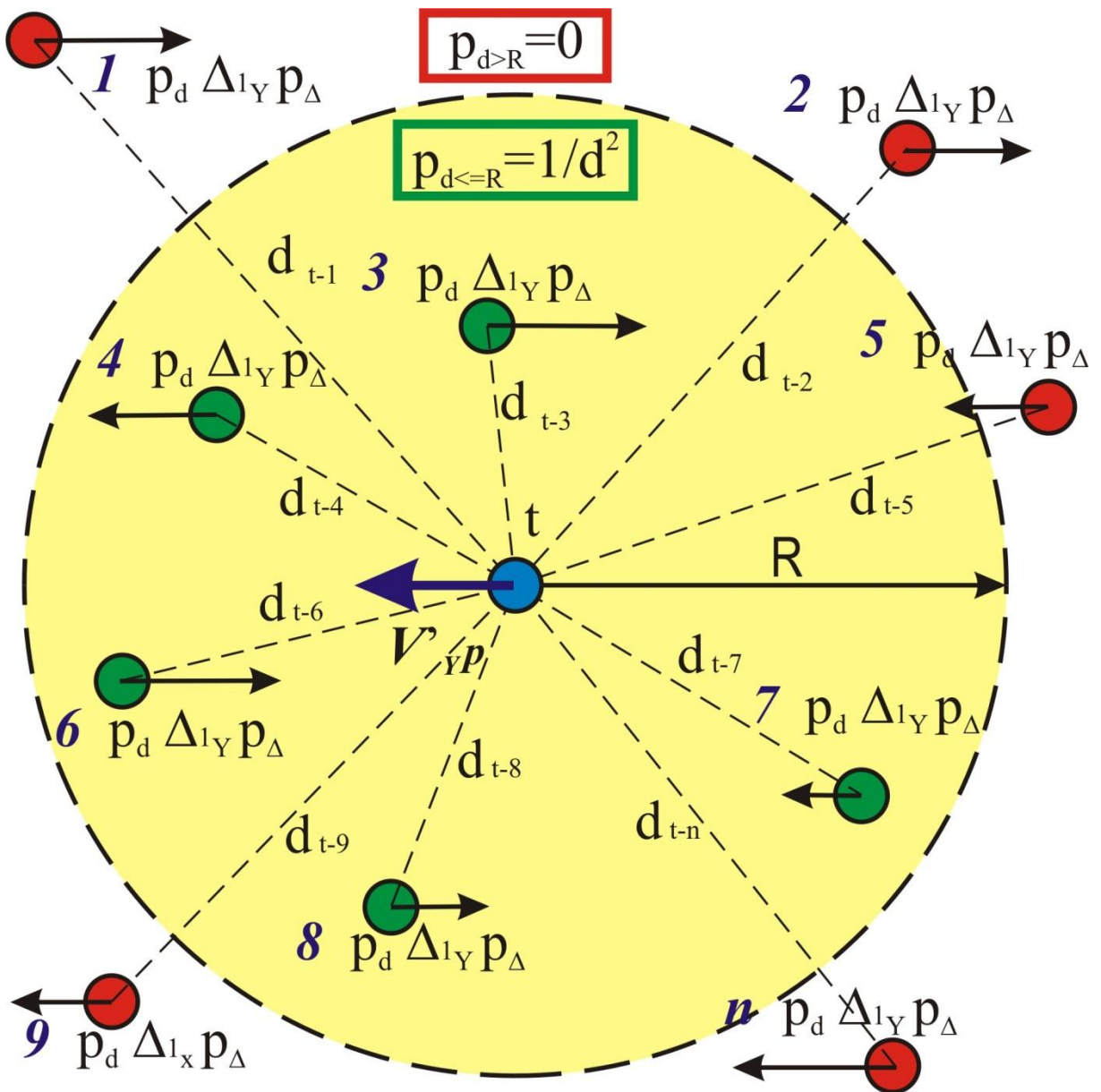
Na poniższych rysunkach (patrz: Rysunek 9 i Rysunek 10) przedstawiono graficzną interpretację wyznaczania składowych  $X$  i  $Y$  poprawki łączną  $V'_p$ . Przy wyznaczaniu poprawek składowych, dla każdego punktu o numerze  $t$  (na rysunku punkt oznaczony kolorem niebieskim), każdy punkt dostosowania otrzymuje wagę  $p_d$  związaną z jego odległością od tego punktu. Punkty leżące wewnątrz lub na okręgu o promieniu  $R$  od punktu  $t$  otrzymują wagę odwrotnie proporcjonalną do wspomnianej odległości (na rysunku punkty oznaczone kolorem zielonym), natomiast punkty leżące dalej niż  $R$  otrzymują wagę równą zero (na rysunku punkty oznaczone kolorem czerwonym). Strzałki w kolorze czarnym, wychodzące z punktów dostosowania przedstawiają wielkość oraz zwroty składowych  $X$  i  $Y$  parametru  $\Delta_1$ , czyli odpowiednio:  $\Delta_{1x}$  i  $\Delta_{1y}$ . Natomiast z wielkością parametru  $\Delta$



(zwracam uwagę, że chodzi tutaj o parametr  $\Delta$ , a nie o parametr  $\Delta_1$ ) związana jest waga  $p_\Delta$ . Wagi te przyjmują tylko dwie wartości 1 lub 0, gdy dla danego punktu dostosowania parametr  $\Delta$  jest mniejszy lub równy wartości granicznej  $D$ , wtedy waga wynosi 1, gdy warunek jest niespełniony waga wynosi 0. Strzałki w kolorze niebieskim wychodzące z punktu  $t$  przedstawiają wielkość oraz zwroty składowych X i Y poprawki łącznej  $V'_p$ .



Rysunek 9. Graficzna interpretacja wyznaczania składowej X poprawki łączną  $V'_p$



Rysunek 10. Graficzna interpretacja wyznaczania składowej Y poprawki łączną  $V'p$

Po kilku przejściach całego etapu liczenia poprawek, kiedy wartości poprawek ( $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ ) dla poszczególnych punktów nie zmieniają się, ze zbioru par punktów dostosowania można usunąć wszystkie pary, dla których wartość parametru  $\Delta$  jest większa od przyjętej wartości granicznej  $D_1$ . Przekroczenie przez parametr  $\Delta$  wartości granicznej  $D_1$ , zgodnie ze wzorem (26) oznacza, że waga  $p_\Delta$  wynosi 0, czyli i tak dana para punktów dostosowania nie ma wpływu na dalsze wyniki obliczeń.

### 3.1.4. Zbiorcza Tabela Poprawek – pierwsze przejście

Mając wytypowane pary punktów dostosowania, można przystąpić do tworzenia Zbiorczej Tabeli Poprawek. Zbiorcza Tabela Poprawek składa się z dwóch tabel, w których umieszczone są poprawki składowe, oddzielnie dla współrzędnej X i współrzędnej Y. Zadanie to należy rozpocząć od sprawdzenia: jakie najmniejsze i największe wartości przyjmują współrzędne punktów w układzie wtórnym. Poprawki składowe liczone są bowiem dla całego obszaru transformacji tylko w punktach węzłowych, począwszy od minimalnej wartości każdej współrzędnej sprowadzonej do „równej wartości”, aż do wartości maksymalnej, również sprowadzonej do „równej wartości”. Wartości minimalna i maksymalna muszą się różnić od siebie o pełną wielokrotność wielkości „oczka”. Przy wyborze wielkości „oczka” należy wziąć pod uwagę jak gęsto występują punkty w obydwu układach, oraz uwzględnić ewentualne przyszłe potrzeby. Konieczne też należy określić jak duże deformacje współrzędnych mogą występować na danym terenie. Chodzi o to, aby różnice w wielkości poprawek składowych pomiędzy kolejnymi punktami węzłowymi nie były zbyt duże, bo może mieć to negatywny skutek podczas liczenia poprawek przy użyciu Zbiorczej Tabeli Poprawek.

Do dalszych obliczeń brane są punkty z układu pierwotnego, po uwzględnieniu najdokładniejszych wartości kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) obydwu układów względem siebie, czyli punkty o współrzędnych  $X'_p, Y'_p$  oraz odpowiadające im punkty z układu wtórnego, czyli punkty o współrzędnych  $X_w, Y_w$ . Wartości poprawek  $V_{X_z}, V_{Y_z}$  dla punktu węzłowego o współrzędnych  $X_z, Y_z$  liczone są zgodnie ze wzorami:

$$V_{X_z} = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_1 X_i * p_{d_{z-i}} * p_{\Delta_i})}{\sum_{i=1}^n (p_{d_{z-i}} * p_{\Delta_i})} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( (X'_{ip} - X_{iw}) * \frac{1}{d_{z-i}^2} * p_{\Delta_i} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_{z-i}^2} * p_{\Delta_i} \right)} \quad (28)$$

$$V_{Y_z} = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_1 Y_i * p_{d_{z-i}} * p_{\Delta_i})}{\sum_{i=1}^n (p_{d_{z-i}} * p_{\Delta_i})} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( (Y'_{ip} - Y_{iw}) * \frac{1}{d_{z-i}^2} * p_{\Delta_i} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_{z-i}^2} * p_{\Delta_i} \right)} \quad (29)$$

gdzie:  $n$  – ilość par punktów dostosowania,  $p_{d_{z-i}}$  waga liczona w oparciu o odległość punktu węzłowego o współrzędnych  $X_z, Y_z$  od kolejnego punktu dostosowania z układu pierwotnego o współrzędnych  $X'_{ip}, Y'_{ip}$  liczona według wzoru (20), zaś  $p_{\Delta_i}$  waga związana z parametrem  $\Delta$ .

W celach kontrolnych na koniec tego etapu można wykonać graficzną interpretację Zbiorczej Tabeli Poprawek, czyli, inaczej mówiąc, wykresy powierzchniowe prezentujące wielkość, znak i rozkład deformacji dla poszczególnych współrzędnych na opracowywanym obszarze. Po ich wykonaniu należy przeprowadzić analizę otrzymanych wykresów, pomoże ona wysnuć wstępne wnioski, które mogą zaważyć na dalszym postępowaniu, np.: czy włączyć jakieś punkty do obliczeń lub jakieś wyłączyć.

### 3.1.5. Po pierwszym pełnym przejściu autorskiego algorytmu badań

Po wyliczeniu wartości poprawek ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek, należy powrócić do etapu parowania punktów – zgodnie ze schematem autorskiego algorytmu badań (patrz: Rysunek 5) i cały proces rozpocząć powtórnie. Dzięki uwzględnieniu poprawek  $V'_{xp}, V'_{yp}$ , obydwa układy są lepiej do siebie „dopasowane”, czyli wielkości parametrów  $\Delta_2$  (wzór 13) znacznie się zmniejszają, co z kolei przekłada się na wzrost liczby wytypowanych par punktów dostosowania. Po etapie szukania nowych par punktów, który odbywa się na zasadzie szukania punktów najbliższych położonych – tym razem w grę wchodzi punkty o współrzędnych:  $X''_p, Y''_p$  i  $X_w, Y_w$  – ponownie należy przeanalizować pary punktów dostosowania. Podczas analizy poprawności par punktów dostosowania analizie można poddać tylko nowopowstałe pary, gdyż pozostałe były już przeanalizowane. Odrzucone pary punktów, na skutek nie spełnienia warunku związanego z parametrem  $\Delta_2$ , należy przeanalizować na okoliczność występowania błędów grubych i omyłek. Następnie, w oparciu o nowy (poszerzony) zbiór par punktów dostosowania, należy ponownie policzyć nowe wartości dla kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowe wektora przesunięcia ( $W_x, W_y$ ) obydwu układów. W konsekwencji należy również policzyć nowe wartości współrzędnych ( $X'_p, Y'_p$ ), poprawki dla nich liczone ze Zbiorczej Tabeli Poprawek oraz nowe wartości współrzędnych  $X''_p, Y''_p$ . Wszystkie czynności wchodzące w skład etapu parowania punktów należy powtarzać do momentu, kiedy zbiór par punktów dostosowania przestaje się zmieniać, po czym można

przejsć do etapu liczenia poprawek dla każdego punktu oddzielnie i wyznaczania wartości parametru  $\Delta$ .

Począwszy od drugiego przejścia przez etap wyznaczania poprawek, zbiór par punktów dostosowania jest już znacznie większy i za każdym następnym przejściem coraz lepiej „uwzględnia” deformacje współrzędnych w układzie pierwotnym. Nie należy zapominać, aby w odpowiednim momencie usunąć z dalszych obliczeń pary punktów dostosowania, dla których wartość parametru  $\Delta > D_1$ . Trzeba pamiętać o ewentualnej analizie zbioru par punktów odrzuconych. Wszystkie czynności w etapie liczenia poprawek należy powtarzać do momentu, kiedy wartości parametru  $\Delta$  dla poszczególnych par punktów dostosowania przestają się zmieniać w sposób istotny, czyli ustalają się tym samym wartości wag  $p_\Delta$  dla poszczególnych par. Powoduje to, że dokładnie znane są wszystkie pary, które mają wpływ na wyniki obliczeń.

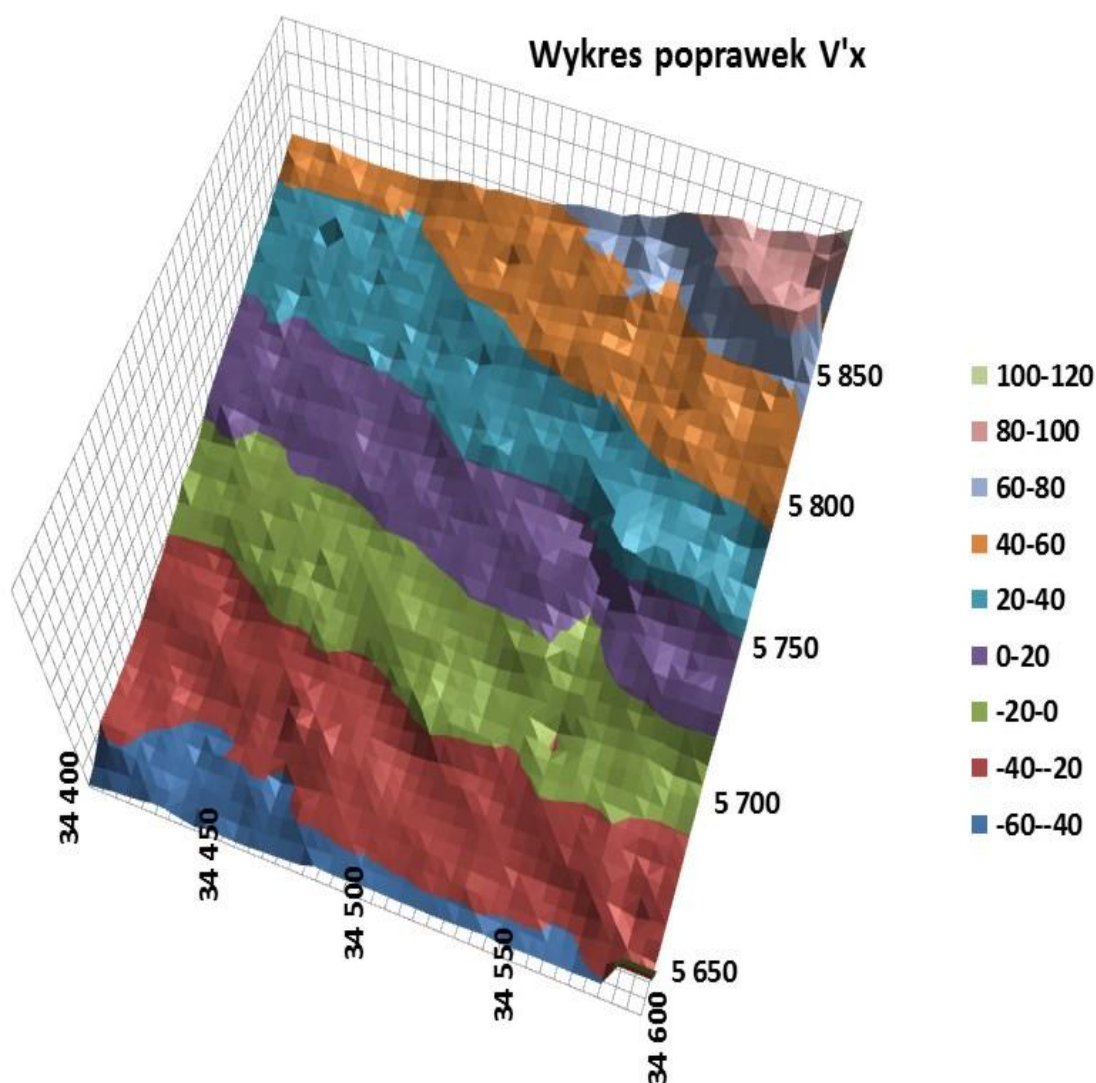
Dalej następuje etap liczenia poprawek dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek. Jeśli wartości poprawek uległy zmianie, to wraz z nowymi wartościami dla poszczególnych parametrów i poprawek należy ponownie wrócić do etapu parowania punktów.

Wszystkie czynności algorytmu badań należy wykonywać do momentu, kiedy wartości poprawek dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek przestają się zmieniać w sposób istotny. Każdorazowo, po wyliczeniu nowych wartości poprawek dla punktów węzłowych Zbiorczej Tabeli Poprawek, można wygenerować jej graficzne interpretacje w celu wyciągnięcia dodatkowych wniosków pośrednich, które mogą się być wykorzystane do oceny bieżącej sytuacji oraz mogą posłużyć do formułowania wniosków końcowych.

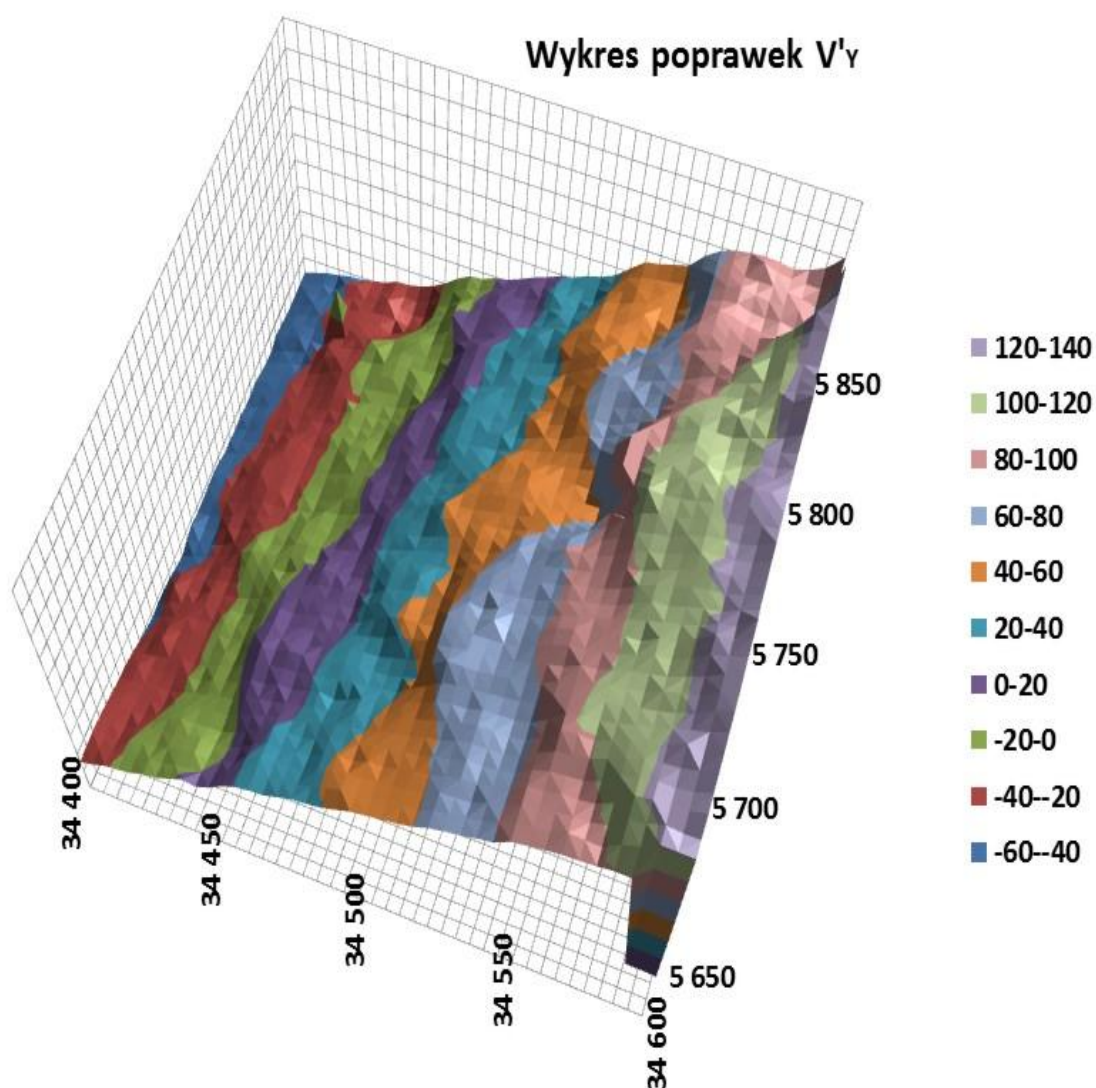
Wartości poprawek do współrzędnych punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek są poprawne tylko i wyłącznie dla przyjętych wartości współrzędnych środka ciężkości układu pierwotnego i wtórnego, dla konkretnych składowych wektora przesunięcia oraz dla zastosowanego kąta skręcenia. Obrót układu pierwotnego odbywa się wokół środka ciężkości tego układu. Gdy zmianie ulegnie którykolwiek ze wspomnianych parametrów poprawki do współrzędnych punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek też będą przyjmowały inne wartości.

### 3.1.6. Graficzna interpretacja Zbiorczej Tabeli Poprawek

Po wyliczeniu poprawek  $V_{X_z}, V_{Y_z}$  dla wszystkich punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek, zapisywane są one odpowiednio do dwóch tabel, oddzielnie dla współrzędnych  $X'$  i oddzielnie dla współrzędnych  $Y'$ . Dane te są następnie wykorzystywane do utworzenia dwóch wykresów powierzchniowych, które będą graficzną interpretacją wielkości, znaku oraz lokalizacji geograficznej (rozkładu) poprawek  $V_{X_z}, V_{Y_z}$ . Współrzędne na wykresach zostały podane w kilometrach, a wartości poprawek w metrach.



Rysunek 11. Przykład graficznej interpretacji poprawek  $V'_x$  do współrzędnej  $X'$  w układzie pierwotnym



Rysunek 12. Przykład graficznej interpretacji poprawek  $V'_Y$  do współrzędnej  $Y'$  w układzie pierwotnym

Wykresy wraz z tabelami poprawek  $V_{X_z}, V_{Y_z}$  mogą pomóc w lepszej interpretacji wyników obliczeń. Na powyższych diagramach wyraźnie widać, że pasy dla poszczególnych zakresów wartości poprawek mają nieregularne kształty, a także, że raz są szersze, a raz węższe. Wykorzystując dodatkowe informacje, które zostały zebrane podczas kompletowania i analizowania danych wejściowych do transformowania układu pierwotnego na wtórny, można wyciągać wnioski dotyczące przyczyn występowania różnego rodzaju deformacji w poszczególnych rejonach obszaru transformacji. Należy pamiętać, że współrzędne widoczne na dwóch ostatnich wykresach są to współrzędne  $X'$ ,  $Y'$  w układzie pierwotnym, czyli współrzędne po przeliczeniach ze względu na skręt i przesunięcie układu pierwotnego względem wtórnego.

### 3.2. Realizacja autorskiego algorytmu badań

Do realizacji autorskiego algorytmu badań wykorzystałem ogólnodostępne i ogólnie znane oprogramowanie Microsoft Office Excel w wersji 2010. Przy pomocy wspomnianej aplikacji zaprojektowałem oraz utworzyłem kilkanaście wzajemnie powiązanych skoroszytów, zawierających średnio po kilka arkuszy każdy, dzięki którym wykonałem wszystkie obliczenia, łącznie z obliczeniami iteracyjnymi. Jeden ze skoroszytów zawiera nawet blisko 1,5 miliona komórek wypełnionych danymi oraz wynikami pośrednich i ostatecznych obliczeń. Wszystkie zaprojektowane i utworzone przeze mnie skoroszyty liczą łącznie ponad 6 milionów wypełnionych komórek. Niektóre procesy obliczeniowe trwały po kilkadziesiąt minut, z wykorzystaniem jednego z najnowszych i dobrze wyposażonych komputerów. Stąd eliminacja par punktów dostosowania, które nie spełniały odpowiednich kryteriów była bardzo istotna z punktu widzenia skrócenia całego procesu obliczeniowego.

Istnieje również możliwość stworzenia specjalnego programu komputerowego, który będzie realizował całość obliczeń, bez konieczności wykorzystywania do tego oprogramowania Microsoft Office Excel.

W kolejnych rozdziałach zaprezentuję jak opracowana metoda transformacji współrzędnych została zastosowana do transformacji współrzędnych z „*Katalogu punktów trygonometrycznych*” [25] (wydanego w 1932 roku) na układ współrzędnych *UTM* (*Universal Transverse Mercator*) na elipsoidzie WGS84. Dla lepszego zrozumienia pewnych nietypowych sytuacji związanych z przyjętym do obliczeń układem pierwotnym, najpierw dokładnie przedstawię wszystko, co jest związane z tym zagadnieniem.

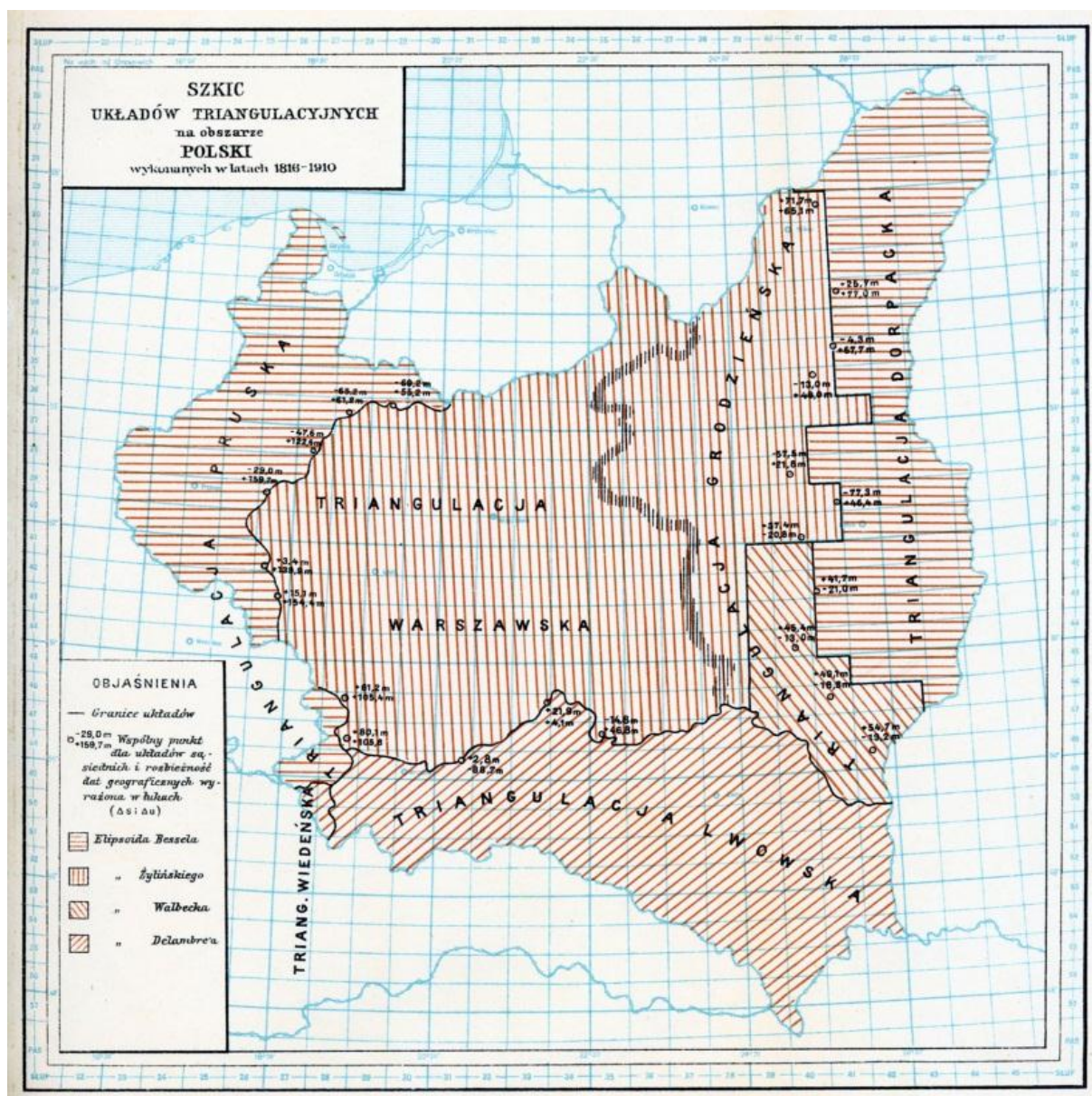


### 3.2.1. Charakterystyka sieci triangulacyjnych występujących na terenie II Rzeczypospolitej

Kształt i zasięgi sieci triangulacyjnych, występujących na obszarze późniejszej II Rzeczypospolitej, były uzależnione głównie od przebiegu granic pomiędzy poszczególnymi państwami europejskimi w XIX wieku. Ponadto sposób realizacji pomiarów był zdeterminowany przez możliwości techniczne jakimi dysponowali ówcześni geodeci. Niemały wpływ na przebieg prac miały również instytucje odpowiedzialne za ich wykonanie (zarówno w zakresie doświadczenia jak i możliwości). Sieci triangulacyjne Rosji, Prus i Austrii, które wykonywano w różnych okresach i różnymi metodami, w zasadzie nie były ze sobą powiązane. Już na etapie projektowania nie uwzględniono możliwości wzajemnego ich powiązania. Sytuacja polityczna oraz stosunki międzynarodowe pomiędzy państwami zaborczymi wpływały na brak porozumienia w kwestii przyjęcia wspólnych rozwiązań w dziedzinie geodezji i kartografii. Poszczególne państwa w różnych okresach przyjmowały do obliczeń odmienne elipsoidy odniesienia, co było dodatkowym utrudnieniem. Powyżej przedstawione fakty powodowały wystąpienie dużych niezgodności we współrzędnych nielicznych punktów wspólnych [25].

Na terenie II Rzeczypospolitej występowało aż 9 odrębnych układów triangulacyjnych, które zostały szczegółowo przedstawione w literaturze [25, 31]. Do obliczeń przyjęto 4 różne elipsoidy odniesienia (Bessela, wyrównywująca, Walbeck'a, Delambre'a) [31]. Z analizy danych zamieszczonych w artykule „Polskie mapy wojskowe” [31] wynika, że różnice współrzędnych nielicznych punktów wspólnych, obliczonych w dwóch różnych układach, wynoszą nawet  $\pm 160$  metrów. Zaś poza obszarem punktów wspólnych, różnice współrzędnych dochodzą aż do 250 metrów.

Przy wykonywaniu pomiarów liniowych, każdy zaborca korzystał również z innego wzorca długości (Niemcy – metry, Rosja – sążnie, Austria – klaftry), co było źródłem dodatkowych nieścisłości, a niekiedy błędów.

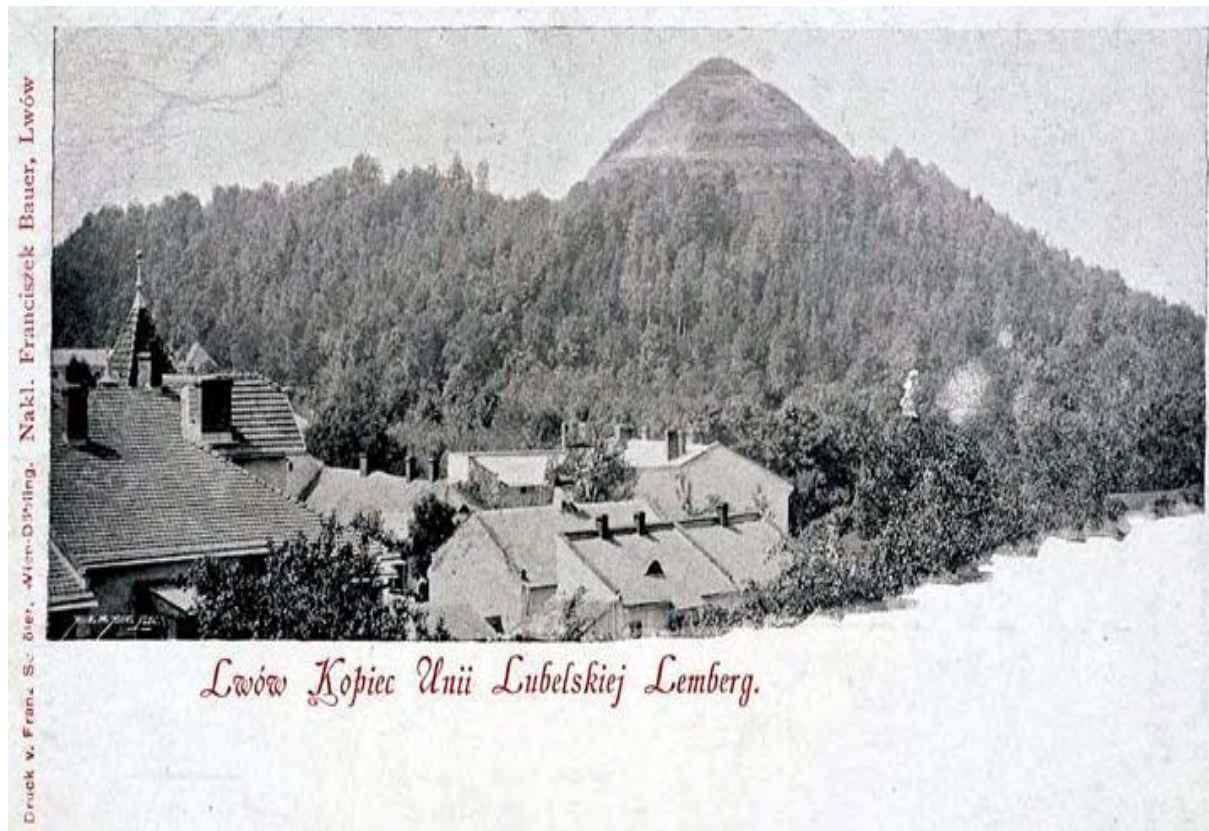


Rysunek 13. Szkic układów triangulacyjnych na obszarze Polski wykonanych w latach 1816–1910 [31]

Na terenach byłego zaboru rosyjskiego prace triangulacyjne rozpoczęto już 1816 roku. Pomiarami objęto początkowo Wileńszczyznę, Ziemię Grodzieńską, teren Wołynia, Białostoczczyznę i byłe Królestwo Polskie. Wszystkie obliczenia wykonano na elipsoidzie Walbeck'a, w dwóch układach: warszawskim – z punktem wyjścia w Warszawskim Obserwatorium Astronomicznym i niemieskim – z punktem wyjścia w miejscowości Niemież (obecnie Litwa). Niestety, po wykonaniu obliczeń końcowych, okazało się, że różnice współrzędnych geograficznych tego samego punktu w układzie warszawskim i niemieskim osiągnęły maksymalnie 3,2" (ok. 100 m) po szerokości i aż 13,2" (ok. 250 m) po długości geograficznej [25]. Wprowadzenie do obliczeń tzw. elipsoidy wyrównywującej, która miała

na celu zmniejszenie różnic współrzędnych nie przyniosło oczekiwanego rezultatu. Co prawda różnice zmniejszyły się, ale nadal dochodziły do 55 metrów [25]. Prace triangulacyjne prowadzone pod koniec XIX wieku wykonano aż na trzech elipsoidach odniesienia: wyrównywującej z punktem wyjścia Warszawa, Bessela z punktem wyjścia Dorpat I i Dorpat II oraz Walbeck'a z punktem wyjścia Niemież. Różnice współrzędnych punktów policzonych na dwóch różnych elipsoidach odniesienia dochodziły do 150 metrów [25].

Na terenach byłego zaboru pruskiego prace triangulacyjne rozpoczęto później, niż to miało miejsce w Rosji, bo pod koniec lat trzydziestych XIX wieku. Do wszystkich obliczeń przyjęto elipsoidę Bessela, początkowo z punktem wyjścia Rauenberg, a następnie z punktem wyjścia Potsdam-Helmertturm. Niestety, współrzędne punktów otrzymane w wyniku wyrównania pruskiej sieci triangulacyjnej, głównie z powodu zbyt dużej odległości pomiędzy bazami, nie spełniały wymagań stawianych na przełomie XIX i XX wieku. Zmusiło to władze pruskie do wykonania na początku XX wieku nowych prac triangulacyjnych, już według najnowszych wymagań technicznych. Wymagania te dotyczyły nie tylko samych pomiarów, lecz również stabilizacji punktów.



Rysunek 14. Punkt wyjścia dla układu lwowskiego – Lwów, Kopiec Unii Lubelskiej

Na terenach byłego zaboru austriackiego prace triangulacyjne I rzędu rozpoczęto najpóźniej, bo dopiero w połowie XIX wieku. Wszystkie obliczenia dla punktów I rzędu wykonano na elipsoidzie Bessela, z punktem wyjścia Hermannskogel koło Wiednia. Triangulację szczegółową wykonano i obliczono w całości w układzie współrzędnych płaskich Soldnera, z trzema punktami wyjścia: Katedra św. Stefana w Wiedniu dla Śląska Cieszyńskiego, Kopiec Unii Lubelskiej we Lwowie dla terenów Galicji oraz obserwatorium astronomiczne Gellertthey w Budapeszcie dla części Spiszu i Orawy.

Jednolita, dobrze pomierzona i wyrównana sieć triangulacyjna stanowi pewną podstawę do wykonywania wszelkich opracowań kartograficznych. Dopiero w latach trzydziestych XX wieku w Wojskowym Instytucie Geograficznym przeprowadzono analizę wyników starych triangulacji oraz ocenę ich dokładności, a co za tym idzie ocenę dokładności opartych na nich map topograficznych [31]. Z analizy wynikało, że każdy wzięty z osobna układ triangulacyjny nadawał się do opracowywania map nawet w skali 1 : 21 000. Napotymano jednak pewne trudności przy próbach połączenia map opartych na różnych układach. Niedokładności siatek geograficznych na mapach leżących na granicy dwóch różnych triangulacji były tak duże, że można je było zaniedbać dopiero na mapach w skali 1 : 1 000 000.

W 1925 roku Wojskowy Instytut Geograficzny rozpoczął prace związane z założeniem nowej, jednolitej sieci triangulacyjnej na terenie Polski. Ponieważ na efekty nowych pomiarów trzeba było czekać latami, dlatego do opracowywania map przez cały czas wykorzystywano dane geodezyjne pochodzące od byłych państw zaborczych. Z powodu trudnego dostępu do danych pozaborczych, postanowiono zebrać wszystkie współrzędne punktów występujących na terenie II RP w jednym katalogu punktów trygonometrycznych [25], który ukazał się dopiero w 1932 roku. Katalog, został wydany przez Wojskowy Instytut Geograficzny i zawierał ok. 24 000 punktów. Znalazły się tam szczegółowe informacje dotyczące wszystkich prac triangulacyjnych i niwelacyjnych przeprowadzonych na terenach II Rzeczypospolitej. Autorzy podali dokładne parametry elipsoid wykorzystywanych do obliczeń oraz długości geograficzne dla Ferro niemieckiego i austriackiego, dla Greenwich i dla Pułkowa. Podano też wielkości poszczególnych wzorców długości wykorzystywanych podczas pomiarów (sążnie, klaftry) wyrażone w metrach. Poza tym autorzy zawarli wszystkie źródła, z których korzystali przy tworzeniu katalogu. W załącznikach można znaleźć: *Szkie sieci podstawowych wykonanych przez Austrię, Niemcy i Rosję przed rokiem 1918,*

*Szkic źródeł podstawowych materiałów geodezyjnych, Szkic zasięgu elipsoid odniesienia i punktów wyjściowych oraz Skorowidz map w skali 1 : 100 000.* W części katalogowej podano następujące informacje: oznaczenie godła mapy (pas, słup, nazwa arkusza), elipsoidę odniesienia oraz początek układu. Dla każdego punktu podano: nazwę, rząd, szerokość geograficzną, długość geograficzną (ze wskazaniem od jakiego południka jest mierzona), wysokość punktu oraz rubrykę z uwagami. Dla punktów triangulacji szczegółowej byłego zaboru austriackiego współrzędne podano w metrach, bez podawania rzędu punktu. Po analizie współrzędnych nielicznych punktów wspólnych łatwo zauważyć, że współrzędne tego samego punktu wzięte z dwóch różnych układów triangulacyjnych różnią się nawet o 250 metrów.

Wydanie Katalogu sprawiło, że wszystkie współrzędne punktów zostały zebrane w jednej, łatwo dostępnej publikacji. Jednak bezpośrednie korzystanie z tych danych było niewłaściwe ze względu na różne elipsoidy odniesienia oraz różne punkty wyjścia występujące w granicach byłych zaborów. Rok po ukazaniu się Katalogu [25] wydano książkę pt.: *„Uzgodnienie wyników triangulacji na obszarze Polski”* [32], w której zawarto między innymi informacje jak prawidłowo korzystać z danych zawartych w Katalogu [25]. Gruntowna analiza wyników triangulacji pomierzonych i policzonych przez poszczególnych zaborców doprowadziła do opracowania sprawdzonych sposobów przeliczania współrzędnych z jednego układu na inny. Autor przestrzega przed bezpośrednim wykorzystaniem danych zamieszczonych w Katalogu [25] bez dokonania stosownych przeliczeń. Udowadnia, że stosowanie sztywnych stałych liczbowych do przeliczania długości geograficznej dla różnych elipsoid jest błędne, gdyż są one zależne od szerokości geograficznej. We wstępie znalazło się znamienne zdanie: *„Pomyślnie rozwiązanie zagadnienia ścisłej konstrukcji map można znaleźć albo w uzgodnieniu dawnych, różnych systemów triangulacji, albo poprzez nowe, podstawowe i jednolite pomiary”*. Mając powyższe na uwadze, nasuwają się co najmniej dwa pytania: W jaki sposób wyglądało wykorzystywanie danych do konstruowania siatek kartograficznych do czasu wydania Katalogu z 1932 roku i *„Uzgodnienia wyników triangulacji...”* i jaki to miało wpływ na dokładność opracowywanych map? Czy aktualizację map przeprowadzano z wykorzystaniem nieprzeliczonych odpowiednio współrzędnych punktów triangulacyjnych, czy może w oparciu, na przykład, o trwałe szczegóły terenowe?

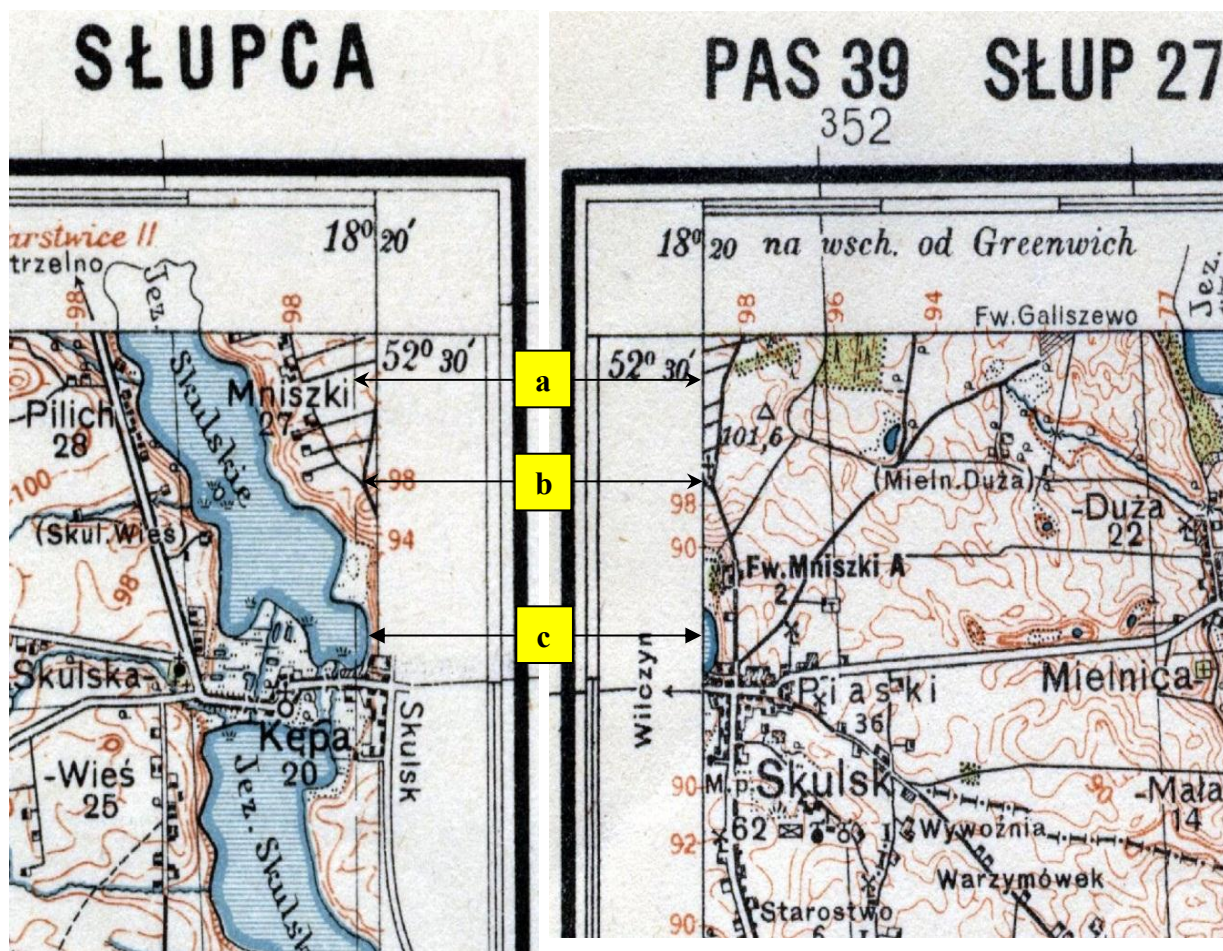


Początkowo wydawano mapy tylko po częściowej reambulacji\*, czyli mapy z poprawionymi, ewentualnie wniesionymi granicami administracyjnymi (chodziło głównie o granicę naszego kraju). Następnie przystąpiono do częściowej aktualizacji map w terenie lub aktualizacji na podstawie zdjęć lotniczych (głównie tereny góryste). Niezgodności jakie napotkano na niektórych mapach leżących wzdłuż dawnych granic poszczególnych zaborów były tak duże, że zmusiło to ówczesnych kartografów do nietypowych rozwiązań. Najczęściej stosowano dwa sposoby wybrnięcia z niecodziennych sytuacji wynikających z niedokładności dawnych triangulacji. Pierwszy sposób polegał na wdrukowywaniu na mapę ramki arkusza sąsiedniego. Wdrukowana ramka zachodziła na treść danego arkusza, czyli pewien wycinek mapy był wspólny dla obu godeł (patrz Rysunek 16.). Natomiast w drugim przypadku kartografowie byli zmuszeni dodrukować pasek (klin) treści mapy poza ramką wewnętrzną danego arkusza. Ten dodatkowo dodrukowany fragment treści mapy „nie mieścił się” ani na danej mapie ani na sąsiedniej – styk treści map nie następował wzdłuż ramek arkuszy, lecz z uwzględnieniem tego dodatkowo wdrukowanego paska (patrz Rysunek 17). Dzisiejsza kartografia nie stwarza tego typu sytuacji i są one trudne do wyobrażenia, dlatego też prześledźmy je dokładniej na konkretnych przykładach.

Przypadek pierwszy, czyli nakładanie się na siebie dwóch sąsiednich godeł zaprezentuję na przykładzie godła: Pas 39 Słup 26 SŁUPCA – arkusz leżący na granicy pomiędzy byłym zaborem rosyjskim i pruskim. Na dole arkusza widoczna jest następująca informacja: *„Przerywana linja wzdłuż wschodniej ramki ark. Słupca, jest ramką zach. ark. Sompolno”*. W tym przypadku szerokość „wspólnego” wycinka treści mapy wynosi ok. 1,3 mm w skali mapy, czyli ok. 130 metrów w terenie. Mapę sprawdzono w terenie w 1933 roku, opracowano (kartograficznie) w 1935 roku i wydrukowano również w 1935 roku.

---

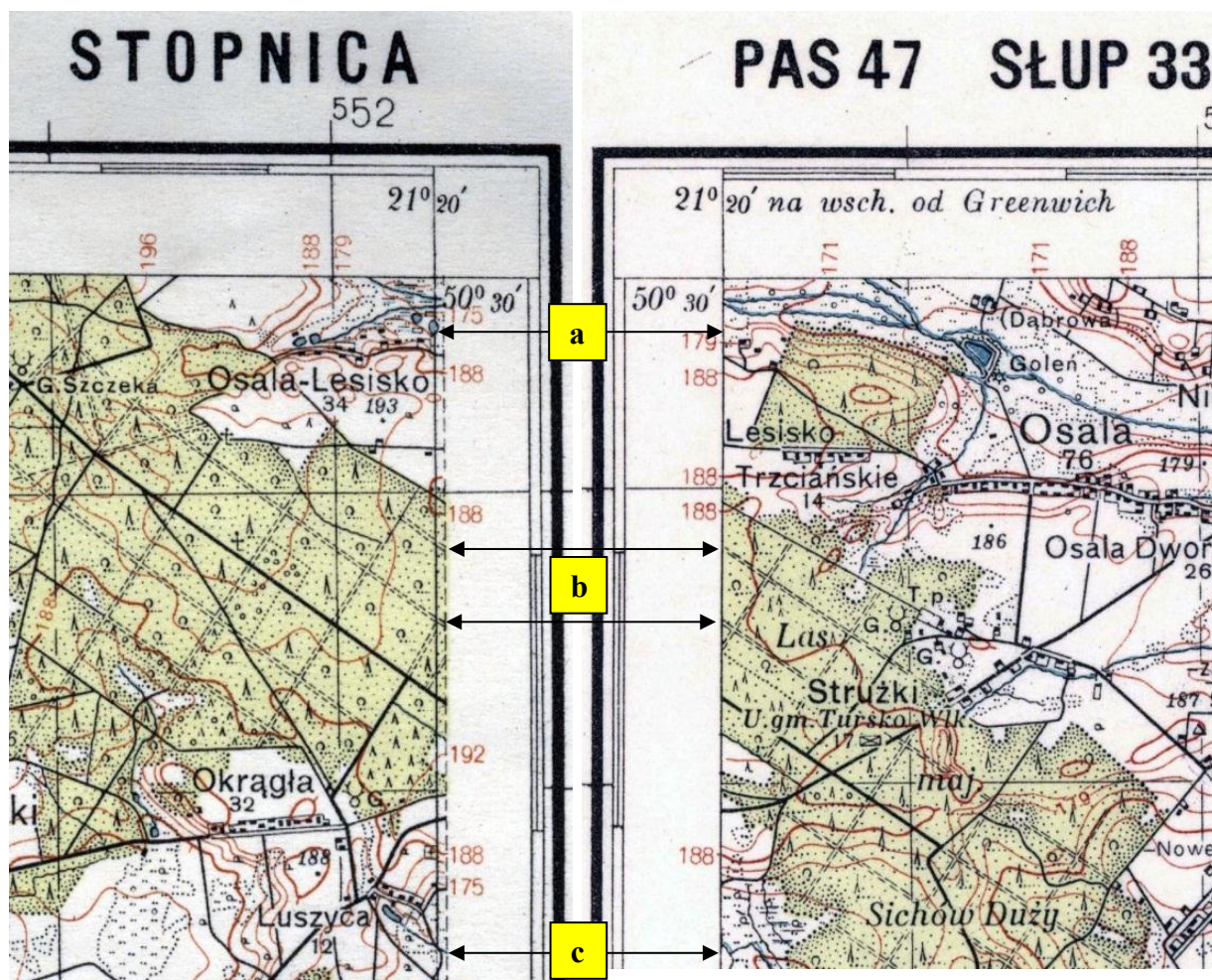
\* Reambulacja – kontrola poprawności już dokonanych pomiarów gruntu dokonywana przez geodetów – na podstawie: Praktyczny Słownik Współczesnej Polszczyzny pod redakcją Haliny Zgólkowej, tom 35, strona 295, Wydawnictwo Kurpisz, Poznań 2002.



Rysunek 16. Przykład nakładania się na siebie dwóch sąsiednich godel: a – ta sama ramka arkusza, b – to samo skrzyżowanie widoczne na obydwu mapach, c – fragment jeziora widoczny na obydwu mapach

Drugi przypadek, czyli „dodatkowy” pasek mapy dodrukowany poza ramką wewnętrzną, zaprezentuję na przykładzie godła: Pas 47 Słup 32 STOPNICA – arkusz leżący na granicy pomiędzy byłym zaborem rosyjskim i austriackim. Na dole arkusza widoczna jest następująca informacja: „Linie przerywane przy południowych i wschodnich rogach arkusza są ramkami map Tarnów i Mielec. Przesunięcie południków i siatki km na styku południowym i wschodnim wynika z niezgodności dawnych triangulacyj”. W tym przypadku szerokość wycinka treści mapy leżącego poza ramką wewnętrzną wynosi ok. 0,6 mm w skali mapy, czyli ok. 60 metrów w terenie. Mapę opracowano na podstawie mapy w skali 1 : 25 000 z roku 1936, następnie opracowano kartograficznie w latach 1937-38 i wydrukowano w 1938 roku.





Rysunek 17. Przykład „dodatkowego” paska mapy dodrukowanego poza ramką wewnętrzną: a – ta sama ramka arkusza, b – te same drogi, c – ewidentne różnice na styku dwóch map

Powyższe przykłady wyraźnie ukazują z jak niecodziennymi trudnościami, wynikającymi z niedokładności lub braku uzgodnienia triangulacji pozaborczych, musieli borykać się kartografowie z Wojskowego Instytutu Geograficznego. Przedstawiono tutaj tylko dwa takie przypadki, ale map z tego typu błędami jest więcej.

W książce „Uzgodnienie wyników triangulacji na obszarze Polski” [32] oprócz dokładnego wyjaśnienia jak należy przeliczać współrzędne zawarte w Katalogu z 1932 roku, autor podaje kilka alarmujących informacji. Pierwsza dotyczy niewłaściwie przyjętego, przy opracowywaniu Katalogu, stosunku długości klafta do metra. Błędnie przyjęta do obliczeń długość klafta dała w rezultacie różnicę 9 metrów na odległości 100 km – oznacza to, że podane w Katalogu współrzędne pochodzące z sieci austriackiej są obarczone błędem systematycznym – błąd skali. Druga niepokojąca informacja dotyczy błędnie podanych

współrzędnych początku układu we Lwowie. Według źródeł austriackich początek układu lwowskiego (Kopiec Unii Lubelskiej) „powinien znajdować się o 1,26 m na północ i 5,13 m na wschód” od centra podanego w Katalogu z 1932 roku. Wychodzi na to, że wszystkie współrzędne z początkiem układu we Lwowie powinny być poprawione odpowiednio o powyższe wartości. Analizując polską literaturę fachową z lat trzydziestych XX wieku dotyczącą tego tematu napotykamy na jeszcze jedną nieścisłość, na którą warto zwrócić uwagę. W Katalogu z 1932 roku podano, że na terenie byłej Galicji i Śląska Cieszyńskiego wykonano triangulacje podstawowe, a do obliczeń przyjęto wymiary elipsoidy Bessela. W książce „Uzgodnienie wyników triangulacyj...” [32] Słomczyński potwierdza tę informację, natomiast rok później w innej swojej publikacji [31] na szkicu zaznaczył, że w byłym zaborze austriackim przyjęto do obliczeń elipsoidę Delambre’a. Uwzględnienie do obliczeń niewłaściwej elipsoidy odniesienia powoduje błędy wynikające z różnicy jej wymiarów.

W „Instrukcji użycia współrzędnych geograficznych część I ZACHÓD” [19], która została wprowadzona do użytku służbowego w połowie 1939 roku, w uwadze do tabeli: „Wykaz poprawek do przejścia na współrzędne układu Rauenberg z współrzędnych, odmierzonych na mapie” można przeczytać: „Arkusze oznaczone gwiazdką mają siatkę nie przydatną do celów kartometrycznych, z powodu błędów w materiałach źródłowych”. Jak widać, sprawa niedokładności osnowy kartograficznej nie została w pełni rozwiązana nawet pod koniec lat trzydziestych XX wieku. Zacytowana uwaga dotyczy aż 21 z 297 godeł map w skali 1 : 25 000, a jest to tylko część pierwsza tej Instrukcji obejmująca teoretycznie „lepszą”, bo zachodnią, część kraju.

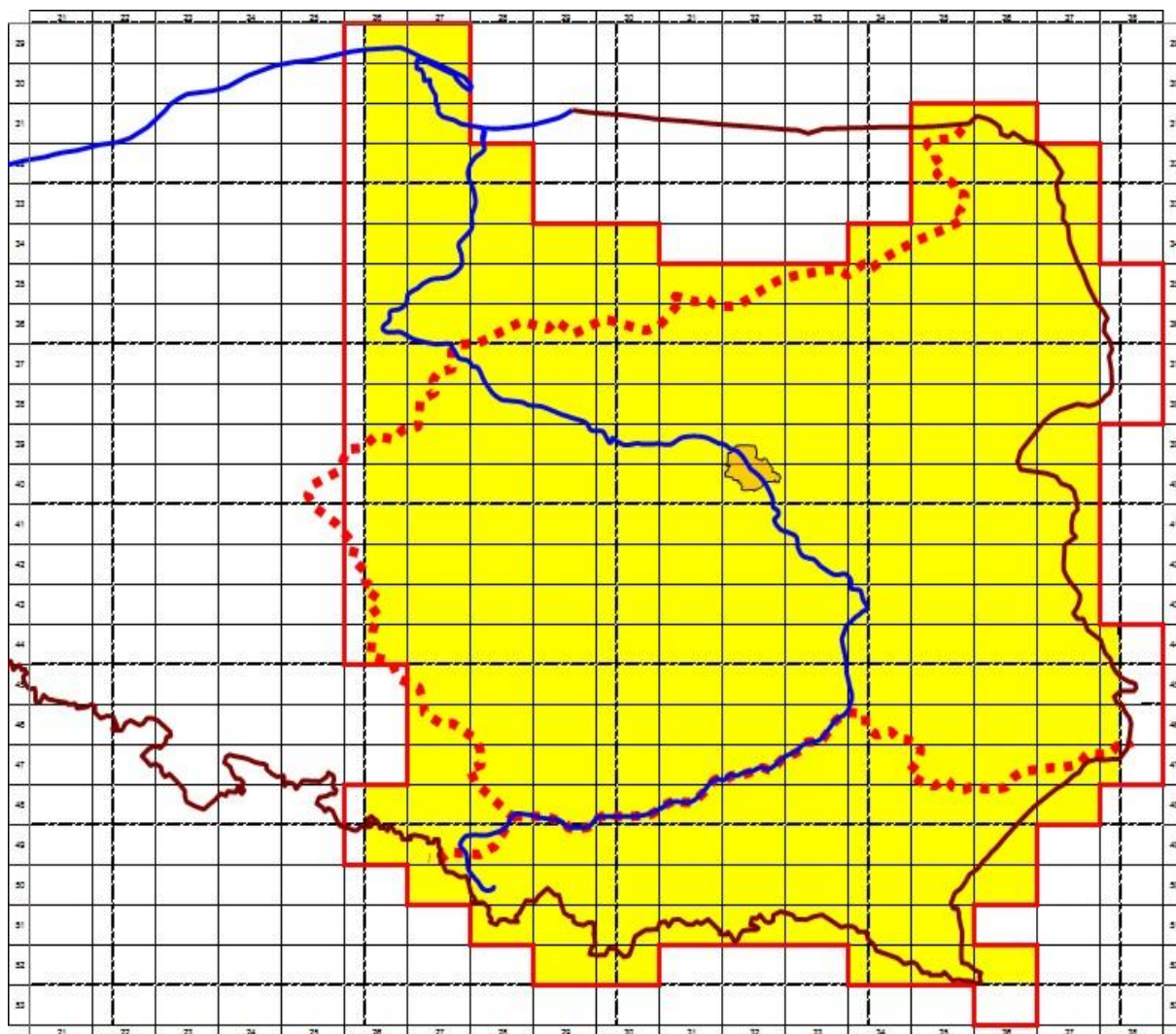
Przez cały okres trwania II Rzeczypospolitej brakowało nam jednolitej osnowy kartograficznej, która mogłaby spełnić wszystkie kryteria dokładnościowe dla map w skalach 1 : 100 000 i większych. Powodem takiego stanu rzeczy był głównie brak dokładnego uzgodnienia starych triangulacji, zaś nowa triangulacja, której pomiar rozpoczęto w połowie lat dwudziestych i planowano ukończyć dopiero w latach pięćdziesiątych XX wieku została przerwana z powodu wybuchu II Wojny Światowej.

### 3.2.2. Zakres opracowania

Zakres opracowania uwarunkowany był dostępnością materiałów do badań, głównie chodzi o dostępność współrzędnych punktów przedwojennych triangulacji [25].

Do obliczeń przyjęto obszar wspólny pomiędzy II Rzeczpospolitą, a obecnym terytorium kraju, zawężony dodatkowo do jednej sześciostopniowej strefy odwzorowawczej znajdującej się pomiędzy południkami 18° i 21° długości geograficznej wschodniej (od Greenwich).

Obszar ten obejmuje 237 arkuszy map w skali 1:100 000 (mapy WIG) oraz 17 arkuszy map w skali 1:250 000 (mapy współczesne).



Rysunek 18. Zakres opracowania (obszar wspólny zakolorowano na żółto)

### 3.2.3. Materiał podstawowy

W zakresie opracowania wystąpiło **12 571 punktów** należących do starych triangulacji, w tym:

- **6381 punktów** policzonych na elipsoidzie Wyrównywującej (Żylińskiego) z punktem wyjścia Warszawa, długość geograficzna liczona od Pułkowa (**WrW0Pu**);
- **2403 punkty** policzone na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Potsdam-Helmerttum, długość geograficzna liczona od Ferro niemieckiego (**BsPHFN**);
- **1750 punktów** policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Rauenberg, długość geograficzna liczona od Ferro niemieckiego (**BsRbFN**);
- **1565 punktów** policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Kopiec Unii we Lwowie, współrzędne Soldnera (**BsLwSo**);
- **232 punkty** policzone na elipsoidzie Wyrównywującej (Żylińskiego) z punktem wyjścia Warszawa, długość geograficzna liczona od Pułkowa (punkty do publikacji [25] włączono z *Katalogu zachodniego pogranicza z lat 1880-1892*) (**WrW2Pu**);
- **130 punktów** policzonych na elipsoidzie Wyrównywującej (Żylińskiego) z punktem wyjścia Warszawa, długość geograficzna liczona od Pułkowa (punkty do publikacji [25] włączono z *Katalogu zachodniego pogranicza z lat 1886-1901*) (**WrW1Pu**);
- **57 punktów** policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Hermannskogel, długość geograficzna liczona od Ferro austriackiego (**BsHkFA**),
- **53 punkty** policzone na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia katedra św. Stefana w Wiedniu, współrzędne Soldnera (**BsWdSo**).

Ponieważ powyższy materiał dostępny jest tylko w postaci papierowej, dlatego najpierw całość katalogu należało ręcznie przepisać do postaci cyfrowej. Przepisywanie ogromnej ilości danych alfanumerycznych, pomimo zastosowania różnego rodzaju mechanizmów kontrolnych, może być źródłem ewentualnych błędów, dlatego też punkty z układu pierwotnego, które wytypowano jako punkty dostosowania sprawdzono ponownie z papierowym katalogiem współrzędnych i w tej sytuacji nie ma niebezpieczeństw wystąpienia błędów typu „literówka”. Jeśli jednak w przypadku któregoś punktu z układu pierwotnego popełniono omyłkę przy przepisywaniu i z tego powodu nie został on

zakwalifikowany do pary punktów dostosowania, to taki punkt, a co za tym idzie para w skład której powinien wejść, zostały „utracone” do dalszych obliczeń. Przykład jednej ze stron „*Katalogu punktów trygonometrycznych*” [25] znajduje się w Załączniku 5.

Dla lepszej i szybszej orientacji z jakim punktem w danej chwili mam do czynienia, każdemu punktowi z „*Katalogu punktów trygonometrycznych*” [25] nadałem specjalny sześciocyfrowy kod, w którym zapisałem typ elipsoidy odniesienia, punkt wyjścia oraz to, od którego południka podano długość geograficzną. W przypadku współrzędnych Soldnera zakodowałem punkt wyjścia dla poszczególnych układów oraz sam fakt, że są to właśnie współrzędne Soldnera. Wymieniając powyżej ile i jakie punkty weszły w zakres opracowania, podałem również ich oznaczenia kodowe. W przypadku współrzędnych wszystkich zaborców dwie pierwsze litery oznaczają typ elipsoidy. Oznaczenie „Bs” przyjąłem dla elipsoidy Bessela, a „Wr” dla elipsoidy Wyrównywującej (Żylińskiego).

W przypadku współrzędnych niemieckich (pruskich), dwie kolejne litery identyfikują punkt wyjścia, i tak: „PH” to Potsdam – Helmerttum, a „Rb” – Rauenberg. Ostatnie dwie litery oznaczają od jakiego południka zerowego podano (mierzone i liczone) długość geograficzną. Litery „FA” oznaczają Ferro austriackie, a „FN” – Ferro niemieckie.

W przypadku współrzędnych rosyjskich trzecia z kolei litera (W) oznacza punkty dla których punktem wyjścia jest Warszawa, na czwartym miejscu umieściłem cyfrę, która oznacza odpowiednio: 0 – punkty uzyskane od Rosjan, 1 – punkty, które pochodzą z *Katalogu zachodniego pogranicza z lat 1886-1901*, 2 – punkty, które pochodzą z *Katalogu zachodniego pogranicza z lat 1880-1892*. Dwie ostatnie litery – „Pu” – oznaczają, że długości geograficzne zostały podane od Pułkowa.

W przypadku współrzędnych austriackich trzecia i czwarta litera „Hk” oznaczają Hermannskogel, zaś dwie ostatnie „FA” i „FN” wskazują południk zerowy, identycznie jak dla współrzędnych niemieckich.

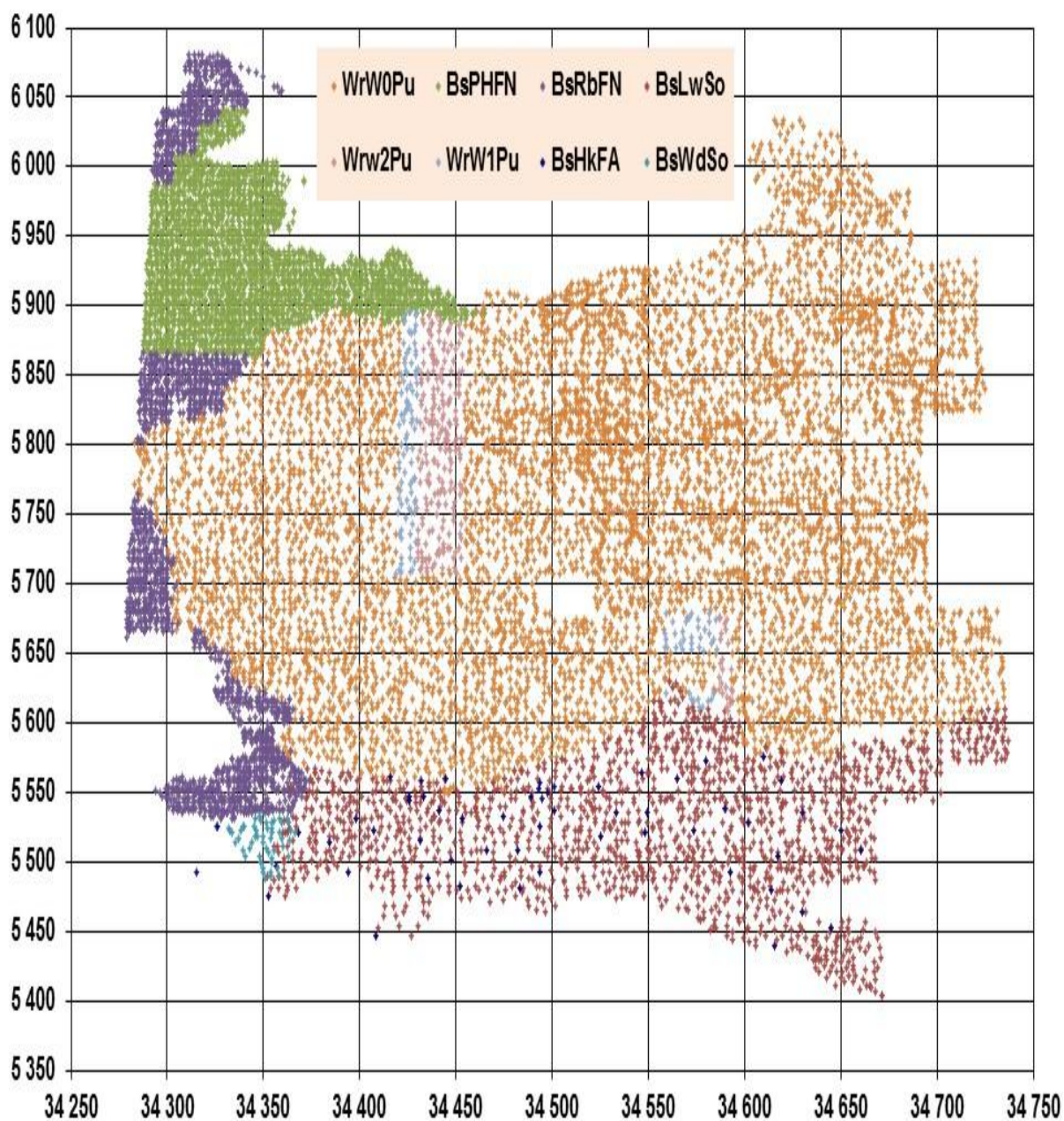
W przypadku współrzędnych Soldnera (Austria) dwie środkowe litery oznaczają, w którym układzie wyznaczono dane współrzędne i tak: „Lw” oznacza układ lwowski, „Wd” układ wiedeński. Dwie ostatnie litery „So” oznaczają, że są to właśnie współrzędne Soldnera.

---

Z powodu braku współczynników do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne dla punktów policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia katedra św. Stefana w Wiedniu (BsWdSo), punktów tych nie uwzględniono w obliczeniach – patrz *Załącznik 2 - Dane oraz wzory do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne*. W dostępnej literaturze nie znaleziono wzorów, według których zostały wyliczone współczynniki do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne dla punktów policzonych na elipsoidzie Bessela dla układu lwowskiego. Podano tylko same wartości współczynników. Wzory te pozwoliłyby policzyć współczynniki również dla układu wiedeńskiego.

Rysunek 19 przedstawia wszystkie punkty pochodzące ze starych triangulacji, które znalazły się w zakresie opracowania. Na wykresie łatwo zauważyć dwa obszary, na których występuje brak punktów triangulacyjnych. Pierwszy obszar leży w samym centrum rejonu opracowania, jego środek znajduje się dokładnie w miejscu położenia miasta Radom i ma kształt zbliżony do koła o promieniu 20 kilometrów. Na potrzeby tych rozważań obszar ten został nazwany „dziurą radomską”. Jakie są przyczyny występowania luki w katalogu punktów w tym rejonie trudno teraz dociec. Najprawdopodobniej zabrakło danych przy tworzeniu katalogu, a nie samych punktów. „Dziura radomska” prawie dokładnie pokrywa się z zasięgiem godła: Pas 43 Słup 32 – Radom. Nawet pobieżna analiza treści tego godła potwierdza, że występują na tym terenie punkty sieci triangulacyjnej, których jednak zabrakło w katalogu. Drugi obszar leży w południowo wschodniej części rejonu opracowania, a jego środek znajduje się dokładnie w miejscu położenia miasta Tomaszów Lubelski i ma kształt prostokąta położonego równoleżnikowo, o wymiarach 40 na 15 kilometrów. Na potrzeby tego opracowania obszar ten został nazwany „szczeliną roztoczańską”. W tym wypadku zasięg obszaru, dla którego brakuje w katalogu współrzędnych punktów pokrywa się dokładnie z tą częścią godła Pas 47 Słup 37 – Tomaszów Lubelski, która przedstawia tereny należące do zaboru rosyjskiego. Punkty leżące na terenie byłego zaboru austriackiego przedstawione na tym godle znajdują się w katalogu. Można z tego wyciągnąć wniosek, że twórcy katalogu po prostu nie dysponowali odpowiednimi danymi z tego obszaru, tym bardziej, że już pobieżna analiza treści tego godła potwierdza występowanie punktów triangulacyjnych na tym terenie.

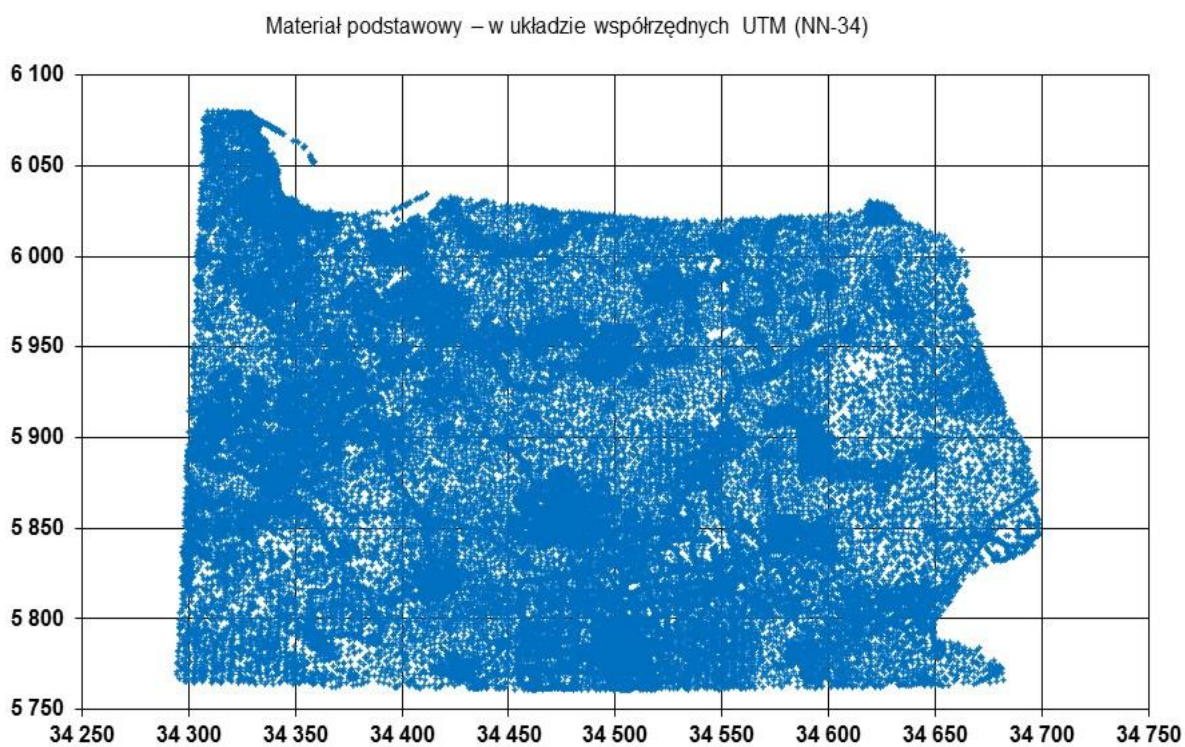
Współrzędne na wykresie są współrzędnymi w układzie *Borowa Góra* i podano je w kilometrach.



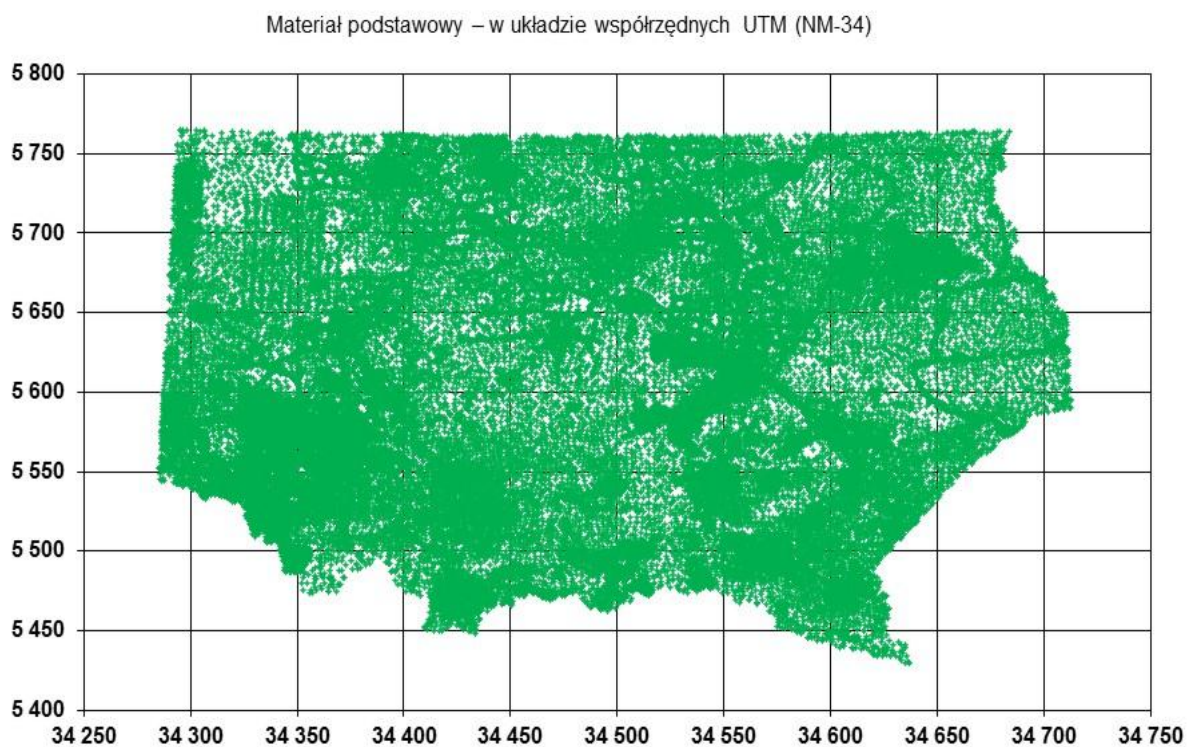
Rysunek 19. Materiał podstawowy – punkty z *Katalogu punktów trygonometrycznych* [25]

W zakresie opracowania wystąpiło 119 595 punktów w układzie współrzędnych *UTM* przeliczonych na elipsoidzie odniesienia WGS-84. Punkty zostały skatalogowane według następujących kryteriów: strefa sześciostopniowa, południk osiowy: 21 stopni od Greenwich, system wysokości normalnych – zero mareografu w Kronsztadzie, azymut topograficzny podany w stopniach, minutach i sekundach ( $^{\circ} ' ''$ ). Przykład jednej ze stron „*Katalogu współrzędnych punktów geodezyjnych*”, który był źródłem punktów w układzie współrzędnych *UTM*, znajduje się w Załączniku 6.

## Materiał podstawowy



Rysunek 20. Materiał podstawowy – w układzie współrzędnych *UTM* (NN-34)



Rysunek 21. Materiał podstawowy – w układzie współrzędnych *UTM* (NM-34)



Powyższy materiał nie wymagał wykonania żadnych przeliczeń, został jedynie poddany zwykłym technicznym czynnościom mającym na celu włączenie go do dalszych obliczeń. Katalog współrzędnych zawiera bardzo dużo istotnych informacji, które były pomocne przy ocenie poprawności wytypowanych par dostosowania. Można w nim znaleźć informacje dotyczące klasy punkty, typu stabilizacji, roku wykonania obserwacji (pomiarów), ewentualnie z jakim dawnym punktem pokrywa się dany punkt. Podano również wysokość punktów nad poziom morza oraz dane dotyczące punktów kierunkowych (azymuty, odległości), excentrów i punktów przeniesienia. Część tych informacji pomogła podczas formułowania wniosków końcowych.

### **3.2.4. Przeliczanie współrzędnych punktów z układu pierwotnego na współrzędne prostokątne płaskie odwzorowania stereograficznego Roussilhe'a**

Jak już wcześniej zostało zaznaczone, wszelkie przekształcenia matematyczne zostały przeprowadzone tylko na współrzędnych punktów w układzie pierwotnym (układ niejednorodny), współrzędne punktów w układzie wtórnym ( $X_w, Y_w$ ) weszły do obliczeń bez żadnych przekształceń.

Najpierw na współrzędne geograficzne przeliczono 1565 punktów z układu lwowskiego, które w katalogu [25] przedstawiono za pomocą współrzędnych Soldnera (BsLwSo). Obliczeń dokonano zgodnie z danymi i wzorami zawartymi w *Załączniku 2 - Dane oraz wzory do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne*. Punkty z układu wiedeńskiego (53 punkty) pominięto, ze względu na brak odpowiednich współczynników (BsWdSo).

Następnie wszystkie punkty z układu pierwotnego (12 518 punktów) przeliczono na współrzędne prostokątne płaskie odwzorowania stereograficznego Roussilhe'a zgodnie z danymi, wzorami i współczynnikami zawartymi w *Załączniku 3 - Dane podstawowe kartograficznego odwzorowania stereograficznego Roussilhe'a zastosowanego do obszaru Polski oraz wzory do przeliczania współrzędnych*.

Do wszystkich obliczeń przyjęto następujące wartości dla poszczególnych południków zerowych (źródło: *Katalog punktów trygonometrycznych z 1932 roku* [25]):

**Pułkowo:                    30° 19' 38,7''                    od Greenwich,**

**Ferro austriackie:    17° 39' 49''                    od Greenwich,**

**Ferro niemieckie:    17° 40' 00''                    od Greenwich,**

W wyniku dokonania powyższych przeliczeń uzyskano współrzędne punktów, które w algorytmie badań oznaczono jako  $X_p, Y_p$ .

### 3.2.5. Etap parowania punktów – pierwsze przejście

Do pierwszego przejścia etapu parowania punktów wytypowano 144 pary punktów, które uznano wstępnie jako pary punktów dostosowania. Były to głównie punkty łatwo identyfikowalne (kościół) oraz takie, dla których w katalogu punktów w układzie współrzędnych *UTM* znaleziono potwierdzenie, że są to te same punkty, co przyporządkowane im punkty z układu pierwotnego. Wykaz współrzędnych użytych do obliczenia pierwszych parametrów ( $W_x, W_y$ ) oraz ( $T$ ) został podany w załączniku 7.

Zgodnie ze wzorami (1) i (2) policzono przybliżone współrzędne środków ciężkości (biegunów przekształcenia) wytypowanych zbiorów punktów dostosowania ( $O_p$  i  $O_w$ ) i otrzymano następujące wartości:

$$\text{dla układu pierwotnego: } X_{Op} = \frac{\sum X_p}{n} = \mathbf{491\ 037}$$

$$Y_{Op} = \frac{\sum Y_p}{n} = \mathbf{466\ 492}$$

$$\text{dla układu wtórnego: } X_{Ow} = \frac{\sum X_w}{n} = \mathbf{5\ 750\ 569}$$

$$Y_{Ow} = \frac{\sum Y_w}{n} = \mathbf{34\ 435\ 032}$$

Następnie zgodnie ze wzorami (3) obliczono pierwsze, przybliżone składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) i otrzymano następujące wyniki:

$$W_X = X_{O^w} - X_{O^p} = \mathbf{5\ 259\ 532}$$

$$W_Y = Y_{O^w} - Y_{O^p} = \mathbf{33\ 968\ 540}$$

Kąt skręcenia ( $T$ ) policzono jako różnicę średnich azymutów kierunków liczonych ze środków ciężkości ( $O_p$  i  $O_w$ ) obydwu układów na wszystkie punkty dostosowania.

Ze wzorów (5) i (6) otrzymano następujące wyniki:

$$A_{O^p} = \frac{\sum A_p}{n} = \mathbf{217,038\ 42^\circ}$$

$$A_{O^w} = \frac{\sum A_w}{n} = \mathbf{216,257\ 31^\circ}$$

Ostatecznie kąt skręcenia ( $T$ ) wyniósł:

$$T = A_{O^w} - A_{O^p} = \mathbf{-0,781\ 11^\circ = -46' 52''}$$

Mając powyższe wartości przekształcono współrzędne w układzie pierwotnym  $X_p, Y_p$  z wykorzystaniem wzorów (8) i (9) do postaci  $X'_p, Y'_p$ . Wstępne przesunięcie obu układów oraz skręcenie znacznie zmniejszyło różnice we współrzędnych punktów odpowiadających, co ułatwiło typowanie kolejnych par punktów dostosowania.

Ponieważ na tym etapie Zbiorcza Tabela Poprawek nie została jeszcze policzona (zostanie policzona dopiero po pierwszym pełnym przejściu całego algorytmu badań), dlatego dla poprawek  $V'_{X^p}, V'_{Y^p}$  przyjąłem wartości zerowe i przystąpiłem do dobierania par punktów dostosowania na zasadzie najbliższej leżącego punktu.

Po wytypowaniu kolejnych par punktów dostosowania poddałem je analizie pod względem poprawności ich doboru. Pary punktów, dla których nie był spełniony warunek  $\Delta_2 < D_2$  odrzuciłem. Wartość graniczną  $D_2$  dla parametru  $\Delta_2$  przyjąłem na poziomie 300 metrów, a jej uzasadnienie znajduje się w kolejnym rozdziale. Nowo wytypowane pary, które zostały odrzucone w wyniku powyżej opisanego warunku poddałem ponownej analizie

pod kątem występowania błędów grubych i omyłek – należy pamiętać, że część materiału badawczego była przepisywana ręcznie, co mogło być źródłem błędów.

Po wytypowaniu nowych par punktów dostosowania, po ich przeanalizowaniu i odrzuceniu niektórych (warunek  $\Delta_2$ ) ponownie obliczyłem środki ciężkości otrzymanych zbiorów punktów dostosowania ( $O_p$  i  $O_w$ ), składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) oraz kąt skręcenia ( $T$ ) obydwu układów. Dysponując nowymi wartościami powyższych parametrów ponownie przekształciłem współrzędne w układzie pierwotnym  $X_p, Y_p$  z wykorzystaniem wzorów (8) i (9) do postaci  $X'_p, Y'_p$ . Z tych samych powodów, co wyżej dla poprawek  $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ , które zostaną policzone dopiero w późniejszym etapie, przyjąłem wartości zerowe i przystąpiłem do dobierania nowych par punktów dostosowania. Powyższe czynności wykonywałem do momentu, gdy składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ) oraz kąt skręcenia ( $T$ ) obydwu układów przestały się zmieniać, a co za tym idzie zbiory punktów dostosowania pozostały stałe. Po tym etapie znacznie wzrosła liczba punktów dostosowania, na koniec było już ponad 2000 zweryfikowanych par.

### 3.2.6. Etap wyznaczania poprawek – pierwsze przejście

Na początku tego etapu dysponowałem już stosunkowo dużym zbiorem punktów dostosowania, co pozwoliło na dokładniejsze wyznaczenie dla większości z nich wartości poprawek ( $V'_{Xp}, V'_{Yp}$ ), z kolei na końcu tego etapu, pozwoliło na precyzyjniejsze wyznaczenie poprawek dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek.

Jednak pomimo posiadania ponad 2000 par punktów dostosowania, dla części punktów z układy pierwotnego zdarzyło się, że gęstość tych par w rejonie opracowania nie była wystarczająca do poprawnego wyliczenia poprawki. Mając świadomość, że zbyt duża wartość parametru R (otoczenie punktu dla którego waga  $p_d$  jest niezerowa) powoduje pewne zniekształcenia przy liczeniu wartości poprawek dlatego podczas pierwszego przejścia przyjąłem wartość większą niż podczas kolejnych przejść. To jednorazowe zwiększenie parametru R do 30 km pozwoliło mi na znalezienie w takiej odległości od punktu, dla którego liczyłem poprawki, odpowiedniej liczby punktów dostosowania, a co za tym idzie na wyliczenie wartości szukanych poprawek. Większy promień R spowodował, że na wartości poprawek w danym punkcie miały wpływ punkty z większego obszaru i co za tym idzie

wzrosło prawdopodobieństwo zafałszowania ich wartości. Przy kolejnych przejściach całego algorytmu badań zmniejszyłem już wielkość parametru  $R$  do 20 km. Przy następnych przejściach, gdy rosła liczba punktów dostosowania, wzrastała ich gęstość w rejonie opracowania, a co za tym idzie malało prawdopodobieństwo, że „zabraknie” punktów w otoczeniu o promieniu  $R$ . Wartość parametru  $R$  na poziomie 20 km zostawiłem z trzech powodów. Po pierwsze średnia odległość boku w triangulacji głównej wynosi około 20 km. Jeżeli współrzędne któregoś z punktów należących do triangulacji głównej, z bliżej nieznanых powodów, uległy deformacji, to po wyrównaniu całej sieci punkty sąsiednie zostaną również obarczone tą deformacją. Współrzędne wszystkich punktów niższych klas, które zostały pomierzone w oparciu o ten „skażony” punkt, też będą zdeformowane. Patrząc na to zagadnienie z drugiej strony, analizując deformacje w takim promieniu możemy porównywać je z deformacją danego punktu. Drugim powodem dla którego przyjąłem wartość 20 km jest fakt, że średni okrąg opisany na mapie w skali 1:100 000 ma właśnie promień 20 km. Mówiąc inaczej, wybierając punkt na środku arkusza, należy mieć świadomość, że wszystkie punkty znajdujące się na nim mają wpływ na wielkość poprawek dla tego punktu. Trzecim argumentem, który przemawia za przyjęciem takiej wartości dla parametru  $R$  jest analiza, która została zaprezentowana na początku następnego rozdziału. Z analizy tej wynika, że w okręgu o promieniu  $R=20$  km występuje średnio około 30 punktów dostosowania. Zmniejszając promień chociażby do 15 km średnia ilość punktów dostosowania maleje do 17, a dla promienia 10 km jest już tylko 7. Jak widać wraz ze zmniejszaniem promienia szybko wzrasta prawdopodobieństwo, że dla jakiegoś punktu nie znajdzie się żadna para punktów dostosowania. Dlatego ostatecznie pozostałem przy wartości 20 km.

Drugim kluczowym parametrem jest parametr  $D$ , ale zanim wybrałem jego wartość, to w pierwszej kolejności przeanalizowałem w jakim zakresie mogą zmieniać się poprawki dla współrzędnej  $X'$  i  $Y'$ . Okazało się, że dla współrzędnej  $X'$  należy oczekiwać poprawek w zakresie od  $-100$  do  $+150$  metrów, zaś dla współrzędnej  $Y'$  w zakresie od  $-200$  do  $+200$  metrów. Jak widać rozpiętość poprawek dla współrzędnej  $X'$  może wynosić około 250 metrów, a dla współrzędnej  $Y'$  aż 400 metrów. Ponieważ materiał ten ma posłużyć do oceny dokładności map w skali 1:100 000, mając też na uwadze zakresy poprawek dla obu współrzędnych, doszedłem do wniosku, że  $D = 10$  metrów będzie wystarczające w tym wypadku. Odległość 10 metrów to 0,1 mm w skali mapy 1:100 000, czyli jest to dokładność

kartowania. Korzystając ze wzoru (27) otrzymałem następujące wielkości poszczególnych wartości granicznych:

$$D = 10 \text{ metrów}$$

$$D_1 = 100 \text{ metrów}$$

$$D_2 = 300 \text{ metrów}$$

Obliczenia wykonane na tym etapie spowodowały, że oba układy współrzędnych zostały lepiej do siebie dopasowane na skutek wyliczenia poprawek w oparciu o powiększony zbiór par punktów dopasowania. Zbiór ten został wygenerowany na etapie parowania punktów. Dopasowanie to nie jest tylko zwykłym „naciągnięciem” układu pierwotnego na układ wtórny. Poprzez konstrukcję i sposób liczenia poprawek punktów cały algorytm niejako „wyszukuje ogniska deformacji”, które miały wpływ na leżące w ich pobliżu punkty osnowy. Odpowiednio dobrane parametry  $\Delta_2, \Delta_1$  i  $\Delta$  oraz związane z nimi wagi  $p_\Delta$  powodują, że układy te dopasowują się w sposób prawidłowy. Parametr  $\Delta$  oraz waga  $p_\Delta$  „badają” jak deformacja danego punktu „pasuje” do deformacji punktów dostosowania znajdujących się w jego otoczeniu. Jeśli występuje spójność tych deformacji, to jest to wykorzystywane do poprawy „modelu deformacji”. Zbiorcza Tabela Poprawek jest właśnie takim „modelem deformacji”, który „zapamiętuje” i udokładnia wielkość, znak i rozkład deformacji na badanym terenie.

Po kilkukrotnym przeliczeniu całego etapu wyznaczania poprawek otrzymałem wartości parametrów  $\Delta$  dla poszczególnych par punktów dostosowania, które przestały się już zmieniać i mogłem przejść do tworzenia Zbiorczej Tabeli Poprawek.

W trakcie usunąłem te pary punktów dostosowania, dla których nie był spełniony warunek  $\Delta_1 < D_1$ . Spowodowało to zmniejszenie ilości koniecznych do wykonania obliczeń bez wpływu na ich wyniki. Odrzucone pary punktów poddałem dodatkowej analizie na okoliczność występowania błędów grubych oraz omyłek w zapisie ich współrzędnych.

Z tak wyselekcjonowanym zbiorem par punktów dostosowania przystąpiłem do tworzenia Zbiorczej Tabeli Poprawek.

### 3.2.7. Zbiorcza Tabela Poprawek – pierwsze przejście

Zanim pierwszy raz przystąpiłem do tworzenia Zbiorczej Tabeli Poprawek, najpierw przeanalizowałem posiadane zbiory punktów w układzie pierwotnym i wtórnym oraz wyliczyłem, że obszar wspólny dla obydwu układów wynosi około 225 tysięcy km<sup>2</sup>.

Przy ilości 12 518 punktów w układzie pierwotnym, średnia gęstość punktów wyniosła 1 punkt na około 18 km<sup>2</sup>, co daje w przybliżeniu 4,8 km średniej odległości pomiędzy punktami. Dla układu pierwotnego wypada średnio około 160 punktów w okręgu o promieniu 30 km (pierwsza wartość parametru R) oraz około 70 punktów w okręgu o promieniu 20 km (właściwa wartość parametru R).

Natomiast przy ilości 119 595 punktów w układzie wtórnym, średnia gęstość punktów wyniosła 1 punkt na około 1,9 km<sup>2</sup>, co daje w przybliżeniu 1,5 km średniej odległości pomiędzy punktami. Dla układu wtórnego wypada średnio ponad 1500 punktów w okręgu o promieniu 30 km oraz około 670 punktów w okręgu o promieniu 20 km.

Po analizie wstępnych wyników obliczeń doszedłem do wniosku, że ostatecznie mogę się spodziewać około 5 000 par punktów dostosowania. Przekłada się to na średnią gęstość punktów dostosowania w wymiarze 1 para na ponad 45 km<sup>2</sup>, co odpowiada średnio 7-8 km odległości pomiędzy punktami. Przy takiej ilości punktów dostosowania przypada średnio ponad 60 punktów w okręgu o promieniu 30 km oraz około 30 punktów w okręgu o promieniu 20 km, co powinno zabezpieczyć potrzeby obliczeniowe.

Biorąc powyższe pod uwagę oraz pamiętając zakresy w jakich zmieniają się poprawki dla współrzędnej X' (-100,+150) i współrzędnej Y' (-200,+200) przyjąłem następujące wartości parametrów dla Zbiorczej Tabeli Poprawek:

Nazwa parametru	Wartość parametru
Wartość minimalna dla współrzędnej X'	<b>5 400 000 m</b>
Wartość maksymalna dla współrzędnej X'	<b>6 100 000 m</b>
Wartość minimalna dla współrzędnej Y'	<b>34 250 000 m</b>
Wartość maksymalna dla współrzędnej Y'	<b>34 750 000 m</b>
Wielkość „oczka”	<b>5 000 m</b>
Wielkość „cięcia warstwicowego” dla wykresów powierzchniowych poprawek do współrzędnych X' i Y'	<b>50 m</b>

**Tabela 1. Wielkości parametrów charakteryzujących Zbiorczą Tabelę Poprawek – źródło: obliczenia własne**

Powyższe wartości parametrów uznałem za wystarczające również ze względu na przyszłe potrzeby, czyli liczenie poprawek dla dowolnie wybranego punktu z wewnątrz rejonu opracowania. Pisząc „wewnątrz rejonu opracowania” nie mam na myśli dokładnie prostokąta o bokach określonych powyżej, ale rozumiem przez to punkty leżące wewnątrz obszaru, który powstał przez połączenie wszystkich zewnętrznych punktów z układu wtórnego. Jak łatwo sobie wyobrazić jest to figura o wielu bokach i bardzo nieregularnym kształcie.

Na koniec tego etapu policzyłem wielkości poprawek zgodnie ze wzorami (28) i (29). Poprawki policzyłem tylko dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek, które leżą wewnątrz rejonu opracowania, punkty leżące poza tym obszarem zostawiłem jako nieoznaczone.

W celu lepszej oceny sytuacji wykonałem też graficzną interpretację Zbiorczej Tabeli Poprawek, po raz pierwszy w całości mogłem zobaczyć, wstępne przybliżenie rozkładu deformacji układu pierwotnego względem układu wtórnego.



### 3.2.8. Po pierwszym pełnym przejściu autorskiego algorytmu badań

Mając wyliczone wartości poprawek dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek, powróciłem do etapu parowania punktów. Dzięki temu mogłem wykonać korektę współrzędnych układu pierwotnego o poprawki ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ) wyliczane ze Zbiorczej Tabeli Poprawek na podstawie wzorów (11) i (12). Tym razem wartości parametru  $\Delta_2$  (wzór 13) były znacznie mniejsze, a co za tym idzie znacznie wzrosła (z 2000 do ponad 4000 par) liczba punktów dostosowania. Jak widać poprawki liczone ze Zbiorczej Tabeli Poprawek poprawiły sytuację w sposób zdecydowany i sprawiły, że oba układy zaczęły lepiej do siebie przystawać. Całą operację parowania punktów z uwzględnieniem już wszystkich etapów wykonałem kilka razy, odrzucając w międzyczasie pary punktów dla których wartość parametru  $\Delta_2$  była większa od wartości granicznej  $D_2$ , czyli niedopasowanie punktów o współrzędnych  $X''_p, Y''_p$  i  $X_w, Y_w$  było większe od 300 metrów (chodzi o „odległość” między nimi). Nowe pary punktów dostosowania podniosły dokładność wyliczenia kąta skręcenia ( $T$ ) oraz składowych wektora przesunięcia ( $W_x, W_y$ ) układu pierwotnego względem układu wtórnego. Cały czas analizowałem pary punktów, które właśnie weszły do zbioru oraz pary, które usuwałem. Analizie poddawałem tylko nowe pary, pod kątem występowania błędów grubych i omyłek. Na koniec etapu parowania punktów miałem blisko 4000 par punktów dopasowania, z którymi przeszedłem do etapu wyznaczania poprawek.

Wraz ze wzrostem liczby par punktów dostosowania zauważyłem, że wartości parametru  $\Delta$  zaczęły się polaryzować, to znaczy zaczęły przyjmować albo bardzo małe albo duże wartości. Świadczy to o tym, że oba zbiory punktów w układzie pierwotnym i wtórnym, poprzez Zbiorczą Tabelę Poprawek, zaczęły do siebie przystawać.

Gdy wartości parametru  $\Delta$  dla poszczególnych par punktów dostosowania ustabilizowały się, to znaczy przestały się zmieniać, czyli *de facto* ustalił się konkretny zestaw par, które miały wpływ na wyniki obliczeń przeszedłem do kolejnego etapu, czyli etapu udokładniania wartości poprawek dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek. W trakcie można oczywiście wykonać graficzną interpretację otrzymanych wyników, ale nie jest to konieczne, gdyż dopiero wykresy po ostatnim przejściu całego algorytmu badań są dla nas istotne. Ja, z ciekawości, wykonywałem je za każdym razem

i bacznie analizowałem, wraz z wartościami poprawek dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek.

Ponieważ obszar opracowania jest stosunkowo duży, a liczba punktów za każdym przejściem całego algorytmu badań rosła, to po 2-3 przejściach etapu liczenia poprawek odrzuciłem pary punktów dostosowania dla których nie był spełniony warunek  $\Delta_1 < D_1$ . Zmniejszony zbiór par punktów dostosowania spowodował zmniejszenie ilości obliczeń, ale w żaden sposób nie wpłynął na dokładność wyników tych obliczeń, gdyż odrzucone pary punktów i tak miały wagę  $p_\Delta$  równą zero. Jak już wcześniej napisałem, wartość graniczną  $D_1$  dla parametru  $\Delta_1$  przyjąłem na poziomie 100 metrów.

Opisane czynności wykonywałem do momentu gdy wszystkie parametry takie jak:

- składowe wektora przesunięcia ( $W_X, W_Y$ ),
- kąt skręcenia ( $T$ ),
- parametry  $\Delta_2, \Delta_1$  oraz najważniejszy  $\Delta$ ,
- poprawki dla punktów węzłowych w Zbiorczej Tabeli Poprawek,

przestały się zmieniać w sposób istotny. Wtedy uznałem, że cały algorytm badań został zrealizowany, a cel osiągnięty. Dysponując wartościami poprawek w Zbiorczej Tabeli Poprawek możliwe jest przetransformowanie dowolnego punktu z układu pierwotnego do układu wtórnego. Należy tylko pamiętać, aby punkt w układzie pierwotnym zawierał się wewnątrz rejonu opracowania.

### 3.2.9. Ostateczne wyniki obliczeń

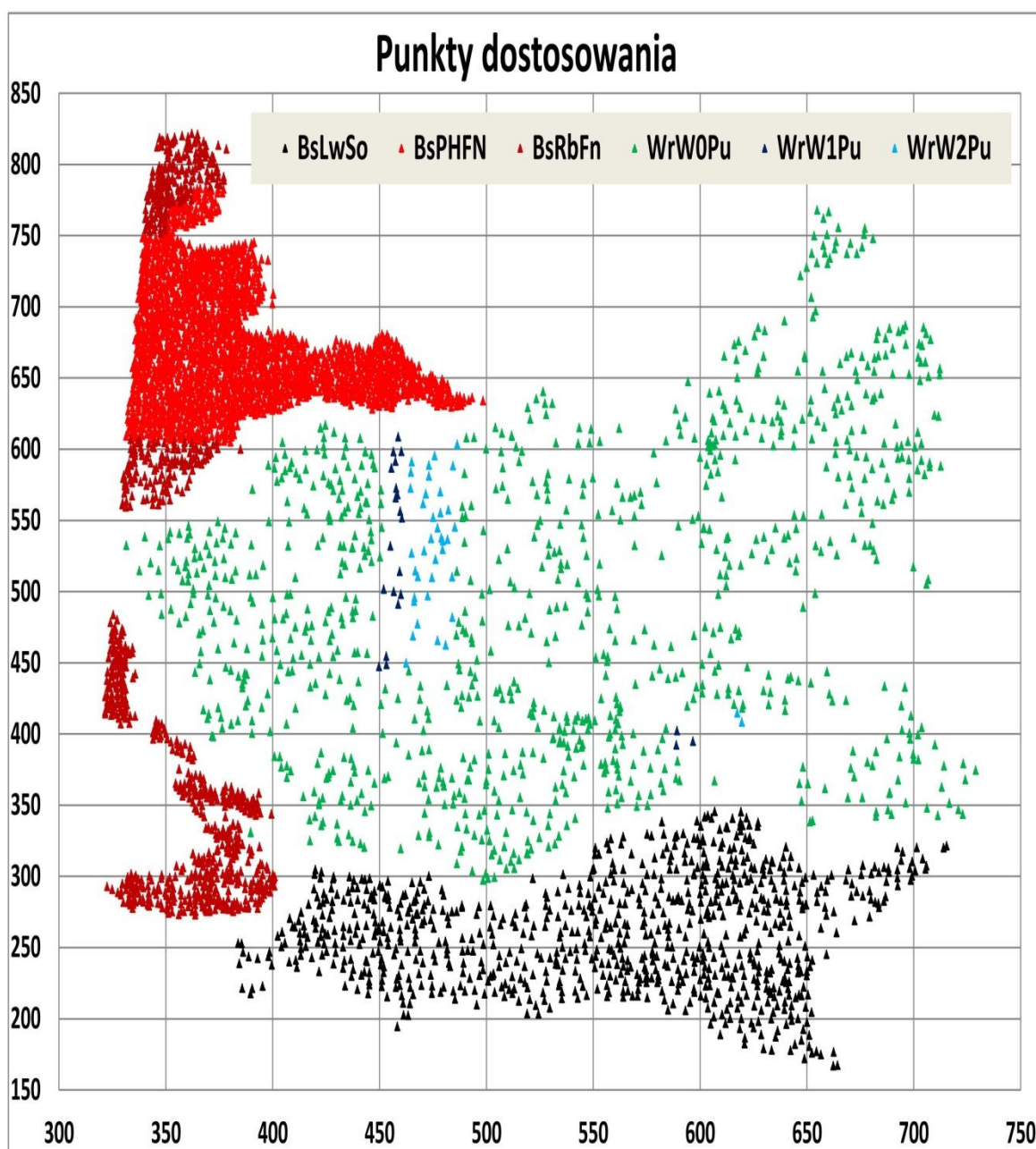
Realizując autorski algorytm badań wykonałem 12 pełnych cykli obliczeniowo-analitycznych, ale oceniam, że w tym wypadku wystarczyłoby tylko 5-6 cykli. W czasie wykonywania tych ponadplanowych cykli testowałem różne wartości poszczególnych parametrów, takich jak: wartości graniczne  $D_2, D_1$  oraz  $D$ , a także różne wartości dla promienia  $R$ .

Ostateczne wartości poszczególnych wielkości i parametrów, które otrzymałem i były wykorzystywane podczas wykonywania obliczeń w całym algorytmie badań prezentuje poniższa tabela.

Opis parametru	Symbol	Wartość ostateczna
Współrzędne środka ciężkości układu pierwotnego	$X_{O^p}, Y_{O^p}$	523 344; 447 159
Współrzędne środka ciężkości układu wtórnego	$X_{O^w}, Y_{O^w}$	5 782 616; 34 415 265
Składowa X wektora przesunięcia obydwu układów	$W_X$	5 259 272
Składowa Y wektora przesunięcia obydwu układów	$W_Y$	33 968 106
Średni azymut kierunków liczonych ze środka ciężkości $O_p$ na wszystkie punkty dostosowania dla układu pierwotnego	$A_{O^p}$	231,658 09°
Średni azymut kierunków liczonych ze środka ciężkości $O_w$ na wszystkie punkty dostosowania dla układu wtórnego	$A_{O^w}$	230,879 76°
Kąt skręcenia układu pierwotnego względem wtórnego	$T$	-46'42''
Wartość graniczna dla parametru $\Delta_2$	$D_2$	300 m
Wartość graniczna dla parametru $\Delta_1$	$D_1$	100 m
Wartość graniczna dla parametru $\Delta$	$D$	10 m
Otoczenie punktu dla którego wartość wagi $p_d$ jest większa od zera	$R$	20 km
Ostateczna ilość par punktów dostosowania	$n$	4706 par

Tabela 2. Ostateczne wartości niektórych wielkości i parametrów, uzyskane podczas realizacji autorskiego algorytmu badań – źródło: obliczenia własne

Poniższy rysunek przedstawia wszystkie 4 706 punktów z układu pierwotnego, które ostatecznie weszły do obliczeń. Współrzędne na wykresie są współrzędnymi w kartograficznym odwzorowaniu stereograficznym Roussilhe'a, podano je w kilometrach.



Rysunek 22. Współrzędne punktów dostosowania, które weszły do ostatecznych obliczeń – źródło: obliczenia własne

Analizując układ punktów dostosowania przedstawionych na ostatnim rysunku (patrz: Rysunek 22) łatwo zauważyć, jak wyglądał przebieg granic pomiędzy poszczególnymi zaborami oraz które punkty należały do sieci danego państwa zaborczego.

W ostatecznej liczbie **4 706** punktów dostosowania, spośród **12 571**, należących do starych triangulacji, znalazły się następujące punkty:

- **950 punktów** (spośród **6 381**) policzonych na elipsoidzie Wyrównywującej (Żylińskiego) z punktem wyjścia Warszawa, długość geograficzna liczona od Pułkowa (**WrW0Pu**) – co stanowi 15 % tego rodzaju;
- **1 984 punkty** (spośród **2403**) policzone na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Potsdam - Helmerttum, długość geograficzna liczona od Ferro niemieckiego (**BsPHFN**) – co stanowi 83 % tego rodzaju;
- **854 punkty** (spośród **1750**) policzone na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Rauenberg, długość geograficzna liczona od Ferro niemieckiego (**BsRbFN**) – co stanowi 49 % tego rodzaju;
- **857 punktów** (spośród **1565**) policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Kopiec Unii we Lwowie, współrzędne Soldnera (**BsLwSo**) – co stanowi 55 % tego rodzaju;
- **39 punktów** (spośród **232**) policzonych na elipsoidzie Wyrównywującej (Żylińskiego) z punktem wyjścia Warszawa, długość geograficzna liczona od Pułkowa (punkty do publikacji [25] włączono z *Katalogu zachodniego pogranicza z lat 1880-1892*) (**WrW2Pu**) – co stanowi 17 % tego rodzaju;
- **22 punkty** (spośród **130**) policzone na elipsoidzie Wyrównywującej (Żylińskiego) z punktem wyjścia Warszawa, długość geograficzna liczona od Pułkowa (punkty do publikacji [25] włączono z *Katalogu zachodniego pogranicza z lat 1886-1901*) (**WrW1Pu**) – co stanowi 17 % tego rodzaju;
- **0 punktów** (spośród **57**) policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Hermannskogel, długość geograficzna liczona od Ferro austriackiego (**BsHkFA**);
- **0 punktów** (spośród **53**) policzonych na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia katedra św. Stefana w Wiedniu, współrzędne Soldnera (**BsWdSo**) – brak współczynników do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne dla punktów w układzie wiedeńskim.

Jak widać największy procent punktów danego rodzaju (83%) stanowią punkty policzone na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Potsdam - Helmerttum, gdzie długość geograficzna była liczona od Ferro niemieckiego (BsPHFN). Najmniejszy procent punktów danego rodzaju (0%) stanowią punkty policzone na elipsoidzie Bessela z punktem wyjścia Hermannskogel, długość geograficzna liczona od Ferro austriackiego (BsHkFA).

Przy ostatecznej ilości 4 706 punktów dostosowania, średnia gęstość punktów wyniosła 1 punkt na około 48 km<sup>2</sup>, co daje około 8 km średniej odległości pomiędzy punktami, co z kolei przekłada się na 26 punktów w okręgu o promieniu 20 km (parametr R).

## Ostateczne wyniki obliczeń

Część ostatecznych wartości poprawek dla współrzędnej X' prezentuje poniższa skrócona Zbiorcza Tabela Poprawek, w której podano wartości poprawek dla oczka o boku 50 km. Cała Zbiorcza Tabela Poprawek (część dla współrzędnej X') znajduje się w Załączniku 8 – bok oczka dla tabeli w załączniku wynosi 5 km. Współrzędne we wspomnianych tabelach podane są w kilometrach, a wartości poprawek zaokrąglono do metra.

<b>Poprawki dla X'</b>	<b>34 300</b>	<b>34 350</b>	<b>34 400</b>	<b>34 450</b>	<b>34 500</b>	<b>34 550</b>	<b>34 600</b>	<b>34 650</b>	<b>34 700</b>
<b>6 050</b>	-28	-34							
<b>6 000</b>	-14	-19					186	204	
<b>5 950</b>	-6	-9	-6				151	182	
<b>5 900</b>	-5	-6	-2	5	79	103	120	149	167
<b>5 850</b>	-7	-2	47	53	57	83	101	112	133
<b>5 800</b>	4	14	19	24	33	48	56	66	
<b>5 750</b>	-23	-14	-13	-4	4	-1	25	-43	
<b>5 700</b>	-32	-41	-35	-28	-22	-21	-18	-34	0
<b>5 650</b>	-33	-56	-59	-54	-44	-45	-41	-55	-72
<b>5 600</b>		-20	-75	-67	-66	10	13	-87	-100
<b>5 550</b>	-33	-13	30	24	20	20	18	18	
<b>5 500</b>		-22	-9	4	12	19			
<b>5 450</b>			-23	-20	4	18	19	15	

**Tabela 3. Skrócona Zbiorcza Tabela Poprawek - poprawki dla współrzędnej X' – źródło: obliczenia własne**

## Ostateczne wyniki obliczeń

Część ostatecznych wartości poprawek dla współrzędnej Y' prezentuje poniższa skrócona Zbiorcza Tabela Poprawek, w której podano wartości poprawek dla oczka o boku 50 km. Cała Zbiorcza Tabela Poprawek (część dla współrzędnej Y') znajduje się w Załączniku 9 – bok oczka dla tabeli w załączniku wynosi 5 km. Współrzędne we wspomnianych tabelach podane są w kilometrach, a wartości poprawek zaokrąglono do metra.

<b>Poprawki dla Y'</b>	<b>34 300</b>	<b>34 350</b>	<b>34 400</b>	<b>34 450</b>	<b>34 500</b>	<b>34 550</b>	<b>34 600</b>	<b>34 650</b>	<b>34 700</b>
<b>6 050</b>	30	20							
<b>6 000</b>	20	11					49	64	
<b>5 950</b>	12	8	2				64	121	
<b>5 900</b>	7	8	5	2	-1	60	95	133	182
<b>5 850</b>	6	2	-54	-22	14	60	100	164	174
<b>5 800</b>	-94	-95	-50	-18	27	69	122	175	
<b>5 750</b>	-29	-95	-42	-8	40	82	150	186	
<b>5 700</b>	26	-81	-43	6	36	83	136	189	224
<b>5 650</b>	36	-57	-35	6	47	85	141	182	221
<b>5 600</b>		55	-29	10	45	-105	-126	178	205
<b>5 550</b>	82	73	-66	-85	-107	-124	-134	-134	
<b>5 500</b>		-41	-57	-79	-102	-121			
<b>5 450</b>			-39	-50	-92	-120	-142	-160	

**Tabela 4. Skrócona Zbiorcza Tabela Poprawek - poprawki dla współrzędnej Y' – źródło: obliczenia własne**

Nieliczne puste pola w dwóch powyższych tabelach oraz w tabelach z załączników 8 i 9 wynikają z braku danych do transformacji dla danego punktu węzłowego. Powyższe tabele pokazują również w sposób przybliżony wielkość i zakres rejonu opracowania.



Trzeba pamiętać, że powyższe wartości poprawek do współrzędnych X' i Y' należy rozpatrywać łącznie ze współrzędnymi środka ciężkości układu pierwotnego, układu wtórnego, składowych wektora przesunięcia oraz kąta skręcenia. Tylko łączne uwzględnienie wszystkich wspomnianych wielkości daje poprawne wyniki. Dla innych wartości wymienionych parametrów wielkości poprawek będą odmienne.

Nazwa parametru	Wartość minimum	Wartość maximum	Średnia	Odchylenie standardowe	Zakres w który zawiera się 96% poprawek	
	min	max	$\mu$	$\delta$	$\mu - 2\delta$	$\mu + 2\delta$
<b>Poprawki dla X'</b>	-188,0	467,1	12,6	62,7	-112,8	137,9
<b>Poprawki dla Y'</b>	-219,3	299,2	17,9	95,1	-172,2	208,0
<b>Poprawka łączna</b>	0,0	499,0	96,6	63,9	-31,2	224,4

**Tabela 5.** Charakterystyka zbioru wartości poprawek ze Zbiorczej Tabeli Poprawek – źródło: obliczenia własne

Jak wynika z zamieszczonej powyżej tabeli wartości poprawek dla współrzędnej X', w Zbiorczej Tabeli Poprawek, przyjmują wartości z szerszego zakresu niż poprawki dla współrzędnej Y'. Z kolei, odchylenie standardowe poprawek dla współrzędnej Y' jest ponad 1,5 razy większe niż odchylenie standardowe poprawek dla współrzędnej X'. Zdecydowana większość poprawek dla współrzędnej X' i zawiera się w zakresie od -113 metrów do +138 metrów (rozpiętość 251 metrów), zdecydowana zaś większość poprawek dla współrzędnej Y' zawiera się w zakresie od -172 metrów do +208 metrów (rozpiętość 380 metrów). Natomiast poprawka łączna dochodzi do blisko 500 metrów.

W wyniku przeprowadzonej transformacji, średnia odległość punktu dostosowania od środka ciężkości obydwu układów wyniosła:

dla układu pierwotnego: 193 623,730 metra (przed transformacją: 193 621,674 metra),

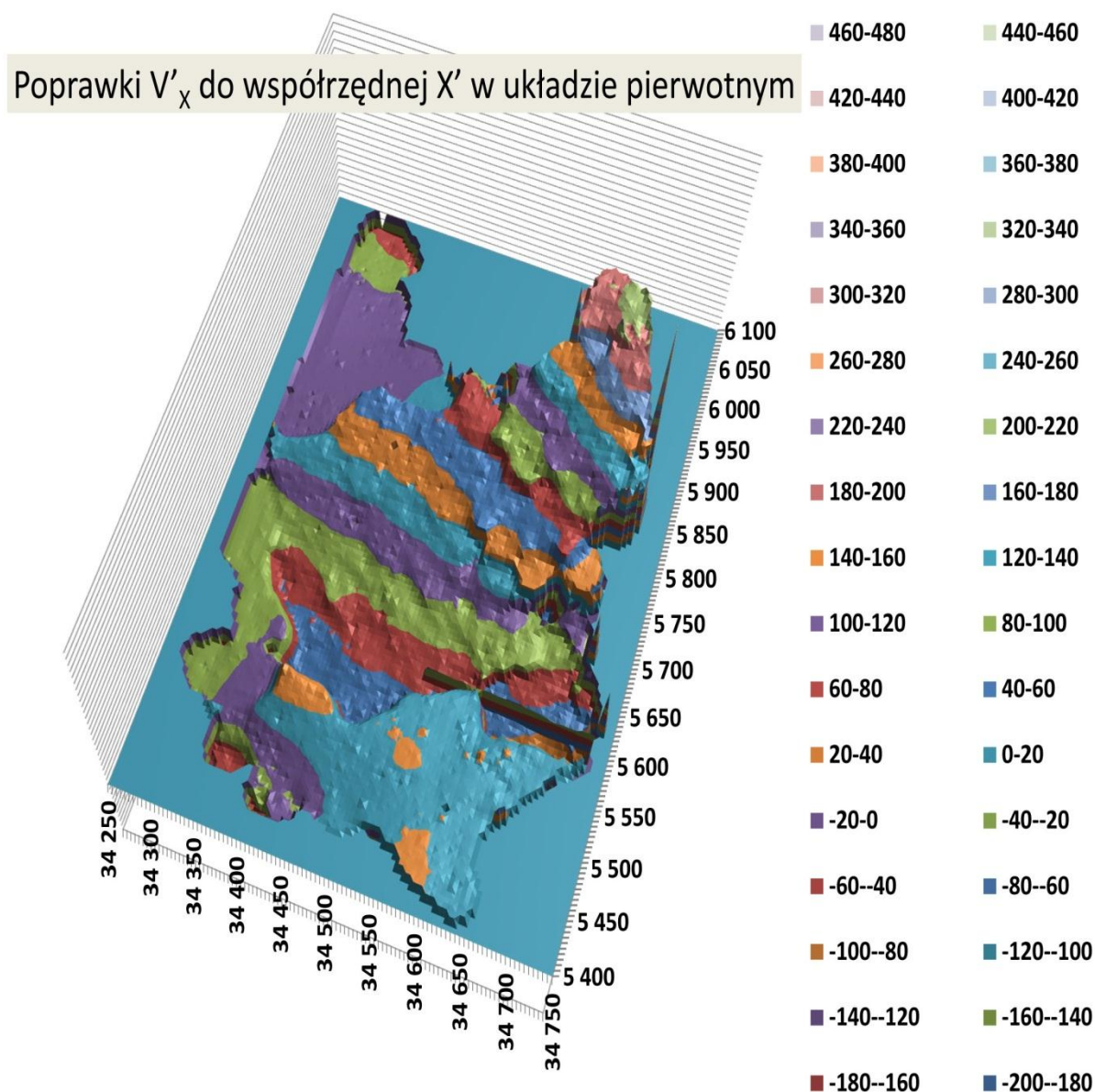
dla układu wtórnego: 193 623,868 metra,

to znaczy, że układ pierwotny został powiększony o współczynnik skali wynoszący 1,000 010 6 (10,6 mm / 1 km). Jak widać powyżej, układ pierwotny nadal jest skurczony, ale już w nieistotnym stopniu, współczynnik skurczenia wynosi: 0,999 999 3 (0,7 mm / 1 km), przed transformacją współczynnik ten wynosił 0,999 988 7 (11,3 mm / 1 km).

### 3.2.10. Graficzna interpretacja wyników obliczeń

Rejon opracowania objął około 225 000 km<sup>2</sup>, dlatego czytanie i analizowanie Zbiorczej Tabeli Poprawek w postaci ciągów liczb jest bardzo trudne i mało efektywne. Wartości liczbowe można wykorzystać do wyliczania poprawek dla konkretnych współrzędnych lub do przeanalizowania sytuacji na jakimś wybranym obszarze o znacznie mniejszym zasięgu niż zasięg Zbiorczej Tabeli Poprawek. Wykresy powierzchniowe utworzone ze wspomnianych tabel, dla każdej współrzędnej X' i Y' oddzielnie, pomagają w ogólnym spojrzeniu na całość zagadnienia. Należy pamiętać, że współrzędne widoczne na wykresach są to współrzędne X', Y' w układzie pierwotnym, czyli współrzędne po przeliczeniach ze względu na skręt i przesunięcie układu pierwotnego względem wtórnego. Dzięki skręceniu obydwu układów i ich wzajemnym przesunięciu wykresy poprawek będą łatwiejsze do interpretacji, gdyż lepiej ukażą wielkość i rozkład samych deformacji współrzędnych. Gdyby pominąć te proste przekształcenia (obrót i przesunięcie), oba wykresy przesunęłyby się o odpowiednią wartość w górę lub w dół i jeszcze do tego nachyliłyby się pod pewnym kątem – kątem nachylenia wykresu wynika ze skręcenia układów. Kąt skręcenia oraz składowe wektora przesunięcia zostały tak dobrane, aby poprawki dla wszystkich punktów dostosowania zbilansowały się odpowiednio dla każdej współrzędnej. W efekcie suma wszystkich poprawek liczona oddzielnie dla jednej i drugiej tabeli ze Zbiorczej Tabeli Poprawek powinna być zbliżona do zera. Wykresy mają pomóc w wizualnej ocenie wielkości, charakteru i zasięgu geograficznego poszczególnych deformacji w badanym rejonie opracowania.

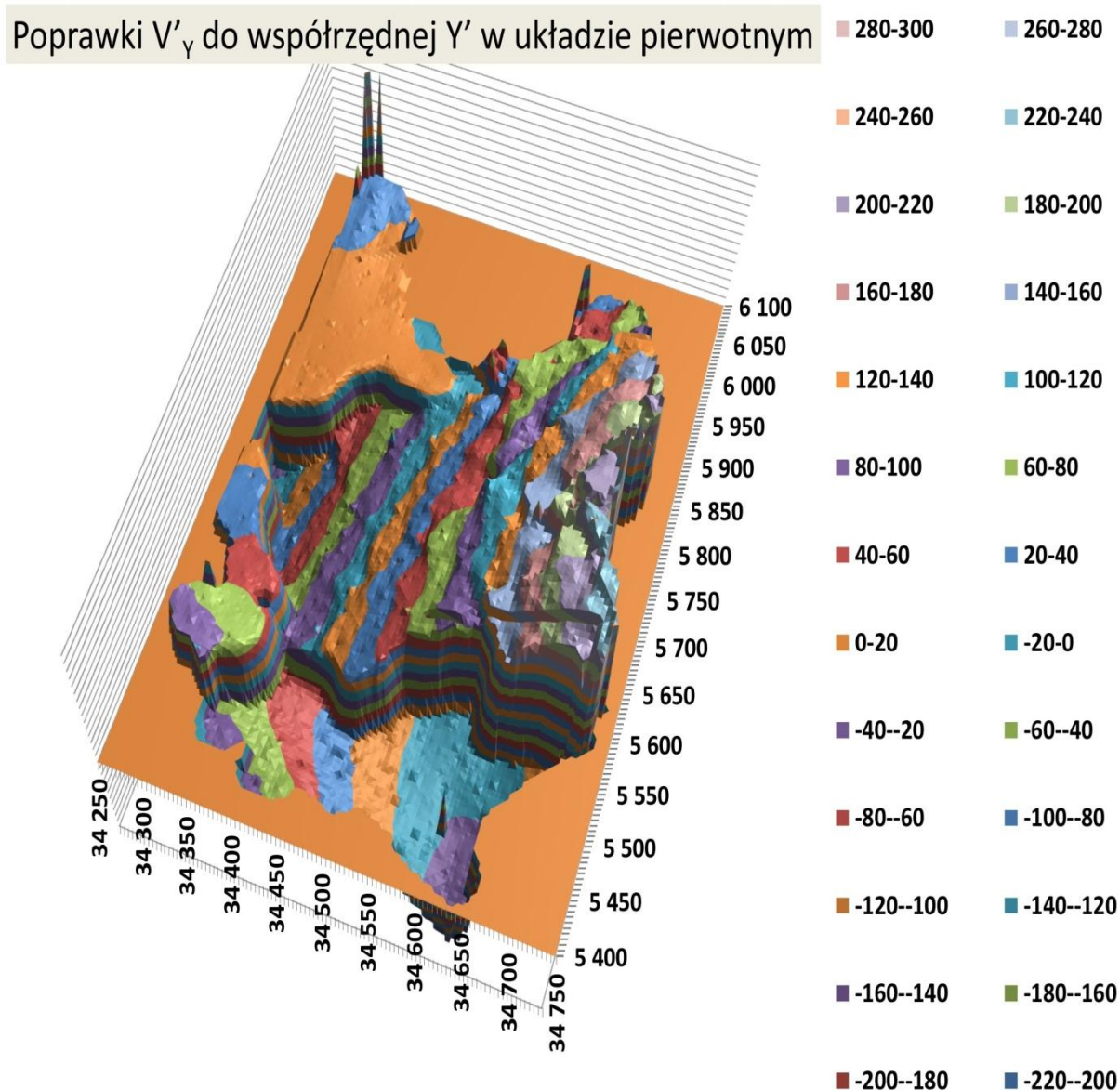
Poniższy rysunek przedstawia wykres powierzchniowy dla poprawek do współrzędnej  $X'$  w całym rejonie opracowania. Punkty węzłowe, dla których nie można było policzyć wartości poprawek są oznaczone na rysunku kolorem niebieskim – płaska powierzchnia na obrzeżach wykresu. Współrzędne podano w kilometrach, a wartości poprawek w metrach.



Rysunek 23. Graficzna interpretacja poprawek  $V'_x$  do współrzędnej  $X'$  w układzie pierwotnym – źródło: obliczenia własne

W załączniku 10 znajduje się ten sam wykres, tylko w lepszej rozdzielczości, gdzie „cięcia warstwiczne” dla wartości poprawek do współrzędnej  $X'$  przyjąłem na poziomie 10 metrów.

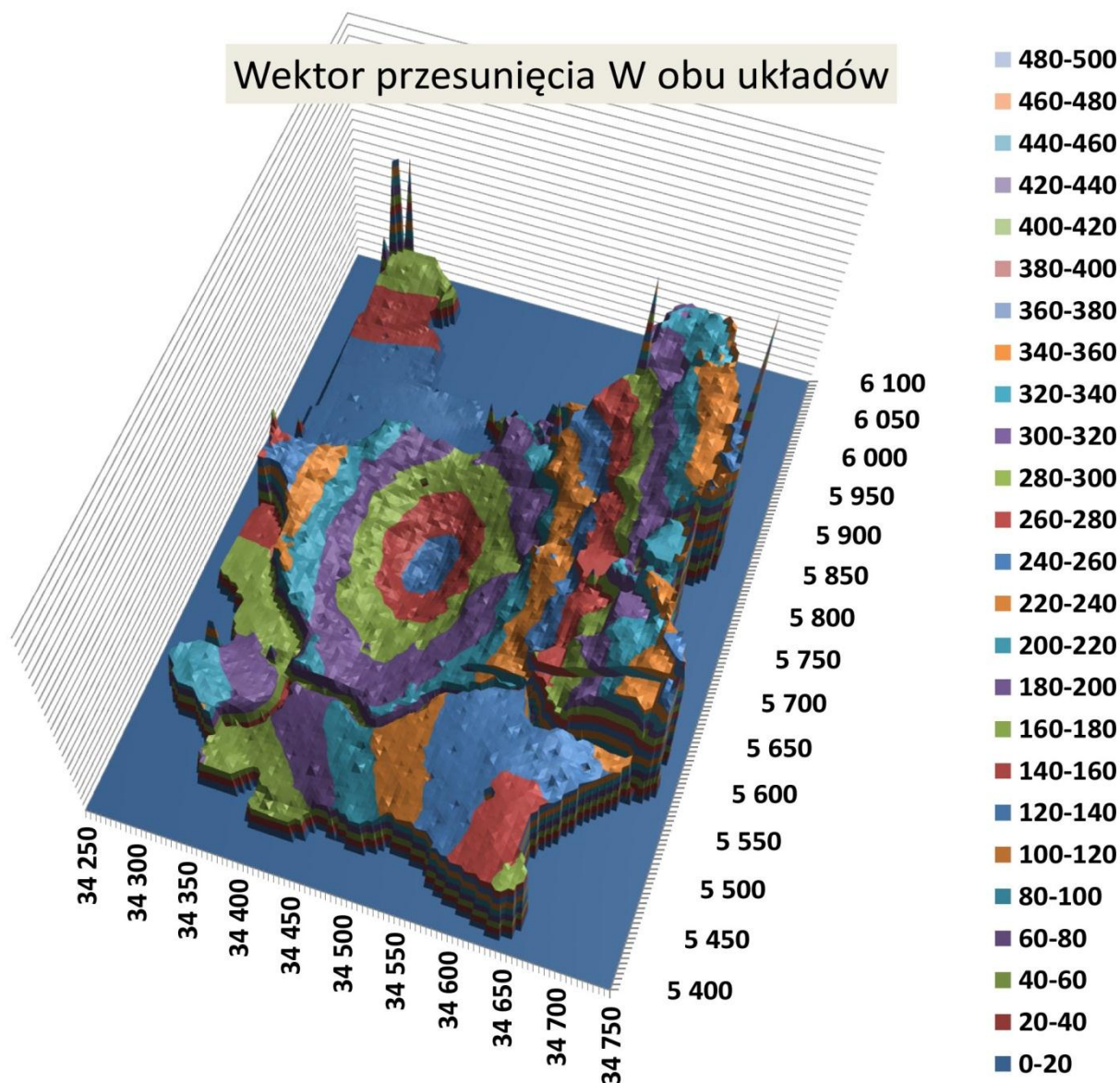
Poniższy rysunek przedstawia wykres powierzchniowy dla poprawek do współrzędnej  $Y'$  w całym rejonie opracowania. Punkty węzłowe, dla których nie można było policzyć wartości poprawek są oznaczone na rysunku kolorem pomarańczowym – płaska powierzchnia na obrzeżach wykresu. Współrzędne podano w kilometrach, a wartości poprawek w metrach.



Rysunek 24. Graficzna interpretacja poprawek  $V'_Y$  do współrzędnej  $Y'$  w układzie pierwotnym – źródło: obliczenia własne

W załączniku 11 znajduje się ten sam wykres, tylko w lepszej rozdzielczości, gdzie „cięcia warstwiczne” dla wartości poprawek do współrzędnej  $Y'$  przyjąłem na poziomie 10 metrów.

Ciekawe wyniki otrzymano poprzez wyliczenie i graficzną prezentację długości samych wektorów przesunięcia obydwu układów oraz azymutów tych wektorów przesunięcia. Poniższy rysunek przedstawia wykres powierzchniowy dla wektorów przesunięcia. Współrzędne podano w kilometrach, a wartości wektorów przesunięcia w metrach.



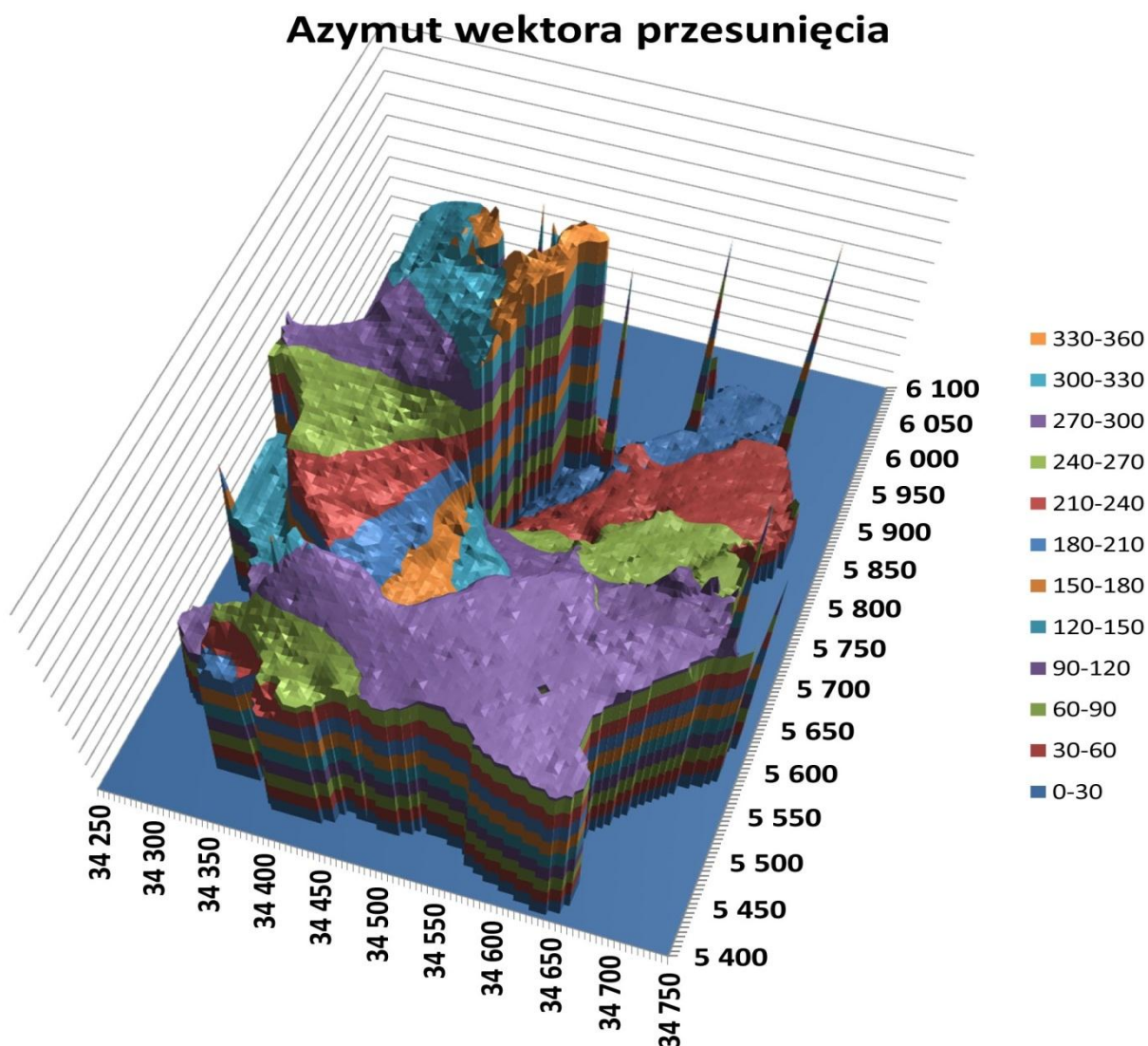
Rysunek 25. Graficzna interpretacja wektora przesunięcia  $\bar{W}$  obu układów – źródło: obliczenia własne

Na rysunku zwraca uwagę miejsce, gdzie wielkości wektora przesunięcia schodzą do zera, przybliżone współrzędne tego punktu, odczytane ze Zbiorczej Tabeli Poprawek, wynoszą:

$$X = 5\,755\,000; Y = 34\,460\,000$$

W tym wypadku, są to zarazem współrzędne  $X'$ ,  $Y'$  w układzie pierwotnym jak i współrzędne  $X$ ,  $Y$  w układzie wtórnym, gdyż wektor przesunięcia równy jest zero. Odnajdując to miejsce na mapie okazuje się, że jest to punkt oddalony od punktu przyłożenia elipsoidy w układzie *Borowa Góra* o około 70 - 75 km na południowy zachód (okolice Mszczonowa).

Poniżej zaprezentowano wykres azymutu wektorów przesunięcia obydwu układów. Współrzędne podano w kilometrach, a wartości azymutów wektorów przesunięcia przedstawiono na wykresie w stopniach.



Rysunek 26. Graficzna interpretacja azymutu wektora przesunięcia – źródło: obliczenia własne

Jak widać z wykresu przedstawiającego azymuty poprawek łącznych, wartości tych azymutów układają się na kształt kręconych schodów. Wykres należy czytać w następujący sposób, im wyżej, tym większa wartość azymutu. Wychodzi na to, że wszystkie poprawki rozchodzą się promieniście od środka na zewnątrz, czyli potwierdzają się wyniki mówiące, że układ pierwotny został powiększony.

### 3.2.11. Ocena dokładności wykonanych obliczeń

W wyniku obliczeń uzyskano następujące różnice pomiędzy wartościami początkowymi, a wartościami końcowymi niektórych parametrów:

Opis parametru	Symbol	Wartość
Różnica składowej X wektora przesunięcia obydwu układów	$\Delta W_X$	260 m
Różnica składowej Y wektora przesunięcia obydwu układów	$\Delta W_Y$	434 m
Różnica kąta skręcenia obydwu układów	$\Delta T$	10''

Tabela 6. Różnice pomiędzy początkowymi i ostatecznymi wartościami niektórych wielkości i parametrów, uzyskane podczas realizacji autorskiego algorytmu badań – źródło: obliczenia własne

Jak wynika z powyższej tabeli sposób na oszacowanie poszczególnych parametrów był wystarczający dokładny.

Przeanalizowałem również, czy wielkość oczka, którą obrałem dla Zbiorczej Tabeli Poprawek (5 km) jest optymalna, to znaczy, czy pozwoli na interpolację wartości poprawek dla dowolnie obranego punktu z wystarczającą dokładnością. W tym celu zbadłem jak zmieniają się wartości poprawek dla obu współrzędnych, dla sąsiednich punktów węzłowych. Policzyłem różnice poprawek dla kolejnych punktów węzłowych, oddzielnie dla kierunku równoleżnikowego oraz południkowego. Następnie policzyłem wartości średnie oraz odchylenia standardowe, w celu zbadania ile poprawek dla sąsiednich punktów węzłowych różni się o więcej niż o wartość  $\Delta$ , czyli więcej niż 10 metrów. Wszystkie parametry charakteryzujące różnice poprawek dla kolejnych punktów węzłowych prezentuje poniższa

tabela. Zbiorcza Tabela Poprawek zawiera po ponad 9000 punktów węzłowych dla których możliwe było policzenie poprawki oddzielnie dla współrzędnej  $X'$  i  $Y'$ .

Nazwa parametru	Wartość minimum	Wartość maximum	Średnia	Odchylenie standardowe	Zakres w który zawiera się 96% poprawek	
	min	max	$\mu$	$\delta$	$\mu - 2\delta$	$\mu + 2\delta$
Średnia różnica równoleżnikowa poprawek dla współrzędnej $X'$	-306,8	161,8	-0,6	10,8	-22,2	20,9
Średnia różnica południkowa poprawek dla współrzędnej $X'$	-137,7	303,9	0,8	9,6	-18,5	20,0
Średnia różnica równoleżnikowa poprawek dla współrzędnej $Y'$	-308,6	281,5	0,8	15,3	-29,8	31,4
Średnia różnica południkowa poprawek dla współrzędnej $Y'$	-316,8	281,9	-1,2	16,4	-34,1	31,8

Tabela 7. Charakterystyka zbioru wartości poprawek ze Zbiorczej Tabeli Poprawek w kontekście wielkości oczka – źródło: obliczenia własne

Poszczególne różnice dla sąsiednich punktów węzłowych oraz poszczególnych współrzędnych liczyłem w następujący sposób:

- w przypadku różnic równoleżnikowych: od wschodniej wartości odejmowałem zachodnią wartość,
- w przypadku różnic południkowych, od południowej wartości odejmowałem północną wartość.

Jak wynika z powyższej tabeli różnice równoleżnikowe różnią się od różnic południkowych. Najgorzej przedstawia się sytuacja dla średniej różnicy południkowej poprawek dla współrzędnej  $Y'$ , gdzie 96 % różnic zawiera się w przedziale od  $-34,1$  metra do  $31,8$  metra. W tym wypadku przyjdzie interpolować wartość poprawki z dużego zakresu, może to mieć wpływ na otrzymane wyniki.

Ponieważ zgodnie ze wzorami (22) składowe parametru  $\Delta$  ( $\Delta_X, \Delta_Y$ ) definiowane są jako różnica pomiędzy różnicami odpowiednich współrzędnych ( $X'_p, Y'_p$ ) i ( $W_X, W_Y$ )



a wartościami składowych poprawek ( $V'_{xp}, V'_{yp}$ ). Czyli składowe  $\Delta_x, \Delta_y$  można przyjąć jako miarę niedopasowania współrzędnych układu pierwotnych względem układu wtórnego. W związku powyższym wartość parametru  $\Delta$  przyjąłem jako empiryczny błąd położenia transformacji dla każdego punktu dostosowania z układu pierwotnego. Przy takim założeniu średni empiryczny błąd położenia punktu po transformacji dla punktów dostosowania z układu pierwotnego wyraża się wzorem:

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad (30)$$

Średni empiryczny błąd położenia punktu po transformacji dla punktów dostosowania z układu pierwotnego wyniósł:

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} = 2,68 \text{ metra}$$

Zbadałem również rozkład normalny dla wartości składowych parametru  $\Delta$  oraz samego parametru  $\Delta$  i otrzymałem następujące wyniki:

Nazwa parametru	Wartość minimum	Wartość maximum	Średnia	Odchylenie standardowe	Zakres w który zawiera się 96% parametru $\Delta$	
	min	max	$\mu$	$\delta$	$\mu - 2\delta$	$\mu + 2\delta$
Składowa $\Delta_x$	-9,6	9,6	0,0	1,8	-3,5	3,6
Składowa $\Delta_y$	-9,6	9,6	0,0	1,8	-3,5	3,6
Parametr $\Delta$	0,0	10,0	1,6	2,2	0,0	5,9

Tabela 8. Charakterystyka wartości parametru  $\Delta$  – źródło: obliczenia własne

Jak wynika z powyższej tabeli, składowe parametru  $\Delta$  przyjmują maksymalnie wartości  $\pm 10$  metrów, sam parametr  $\Delta$  również przyjmuje maksymalnie wartość 10 metrów, co jest zgodne z założeniami. Średnie poszczególnych składowych udało się zbilansować w procesie transformacji (takie było dążenie). Jak widać, jednak zdecydowana większość parametrów  $\Delta$  (96%) przyjmuje wartości do 5,9 metra. Parametr  $\Delta$  zgodnie ze wzorami (22) i (25) można przyjąć jako empiryczny błąd położenia punktu dostosowania w układzie pierwotnym po transformacji.

---

## Rozdział 4

---

### Wnioski

#### 4.1. Wnioski końcowe

Głównym celem rozprawy było opracowanie nowej metody transformacji współrzędnych niejednorodnej sieci triangulacyjnej na układ współrzędnych jednorodnych – cel główny został osiągnięty. W przedstawionej metodzie zastosowano nowatorskie podejście do problemu niejednorodności zbioru współrzędnych punktów poprzez odpowiednią analizę wielkości poprawek, ich kierunku (znaku) oraz rozkładu geograficznego. Pozwoliło to na praktyczne zbadanie i zaprezentowanie wielkości i rozkładu deformacji niejednorodnej sieci triangulacyjnej odziedziczonej po zaborcach, co jest zgodne z pierwszą częścią tezy pracy. Jednocześnie poprzez wprowadzenie odpowiednich poprawek do współrzędnych punktów, homogeniczność sieci znacząco się poprawiła, co z kolei jest zgodne z drugą częścią tezy pracy. Średni błąd położenia punktu dostosowania po zastosowaniu zaproponowanej metody transformacji wyniósł 2,68 metra, czyli można uznać, że drugi cel pracy został osiągnięty.

Proste w interpretacji graficzne przedstawienie deformacji układu niejednorodnego poprzez wykorzystanie wykresów powierzchniowych ułatwia analizę otrzymanych wyników. Każda z tabel poprawek do współrzędnych  $X'$  i  $Y'$  ze Zbiorczej Tabeli Poprawek przybiera postać podobną do Numerycznego Modelu Terenu (DTED), gdzie dokładnie widać wszystkie aspekty związane z deformacją układu niejednorodnego, co z kolei ułatwia ocenę jego dokładności.

Ostatnim celem pracy było umożliwienie praktycznego wykorzystania wyników badań w celu zastosowania nowoczesnych technik pozycjonowania z użyciem popularnych „wigówek”. Korzystając z wartości poprawek zamieszczonych w Zbiorczej Tabeli Poprawek można przetransformować każde godło mapy leżące wewnątrz rejonu opracowania na układ współrzędnych *UTM* na elipsoidzie WGS84. Następnie, w zależności od posiadanego sprzętu, wiedzy i umiejętności oraz w zależności od potrzeb, można taką przetransformowaną mapę wykorzystywać do różnych celów związanych z nawigowaniem przy pomocy satelitów i odbiorników satelitarnych.

W pracy udzielono obszernych odpowiedzi na pytania ogólne i szczegółowe postawione w rozdziale *Problemy badawcze*.

Pytania ogólne:

*Jakie są największe deformacje sieci?* Jak pokazały obliczenia poprawki dla współrzędnej  $X'$  zmieniały się w przedziale od  $-188$  metrów do  $+467$  metrów, dla współrzędnej  $Y'$  było to odpowiednio od  $-219$  metrów do ponad  $+299$  metrów, zaś poprawka łączna przyjmowała wartości do  $499$  metrów.

*Jaki jest ogólny rozkład deformacji sieci na badanym obszarze?* Wykresy powierzchniowe dokładnie pokazały i potwierdziły wcześniejsze przypuszczenia, że rozkład deformacji jest związany z zasięgami sieci triangulacyjnych poszczególnych zaborców.

*Jakie parametry należy przyjąć podczas realizacji autorskiego algorytmu badań?* W pracy przedstawiono i uzasadniono wartości dla poszczególnych parametrów.

Pytania szczegółowe:

*Jakie są składowe wektora przesunięcia środka ciężkości współrzędnych punktów niejednorodnej sieci triangulacyjnej względem układu współrzędnych jednorodnych oraz kąt skręcenia obydwu sieci?* W rozdziale *Ostateczne wyniki obliczeń* podano szczegółowe dane dotyczące wektora przesunięcia.

*Które punkty kwalifikują się jako pary punktów dostosowania (pary punktów odpowiadających)?* W omówieniu autorskiego algorytmu badań podano szczegółowe kryteria

doboru par punktów dostosowania. Z powodu ilości par punktów dostosowania (4 706) ich wykazu nie załączono w pracy.

W rozdziale *Problemy badawcze* określono też zakres czynności do wykonania:

- *obliczenie deformacji sieci triangulacyjnej z wykorzystaniem zmodyfikowanych formuł do obliczania korekt posttransformacyjnych Hausbrandt'a* – czynność wykonano;
- *policzenie Zbiorczej Tabeli Poprawek dla badanego obszaru* – czynność wykonano;

oraz

- *graficzne przedstawienie wielkości i znaku deformacji sieci, wraz z ich geograficzną lokalizacją* – czynność wykonano.

Metoda najmniejszych kwadratów jest najczęściej stosowana podczas wyznaczania parametrów transformacji. Niestety, metoda ta ma jedną zasadniczą wadę – nie jest odporna na występowanie błędów grubych. Oznacza to, że dane obarczone takimi błędami traktowane są na równi ze wszystkimi innymi danymi. Taka sytuacja powoduje, że błędy te, niekiedy w znaczący sposób, wpływają na wyznaczone wartości parametrów transformacji, a w efekcie końcowym na wyniki całej transformacji. Opracowana przeze mnie metoda jest wrażliwa na występowanie błędów grubych wśród punktów dostosowania. Dzięki specjalnemu algorytmowi badane są współrzędne każdego punktu dostosowania w kontekście stopnia deformacji współrzędnych punktów z jego otoczenia. Jeśli istnieje korelacja pomiędzy deformacją dla danego punktu, a deformacją występującą w jego otoczeniu, to punkt jest kwalifikowany do dalszych obliczeń, w przeciwnym razie zostaje odrzucony. Kwalifikowanie i odrzucanie odbywa się na zasadzie przydzielenia odpowiednich wag: 1 albo 0. Przy kolejnej iteracji może się okazać, że dany punkt jednak spełnia postawione kryterium, wtedy otrzymuje wagę równą jeden i ponownie wchodzi do obliczeń. W tym wypadku, rozwiązanie to ma przewagę nad metodą najmniejszych kwadratów, gdyż automatycznie eliminuje z obliczeń „podejrzanę punkty”.

Okazuje się również, że metoda jest „odporna” na pewne braki w danych. Wspomniane w rozdziale *Materiał podstawowy: Dziura radomska oraz Szczelina*

*roztoczańska*, nie stanowiły żadnej przeszkody dla wyliczenia najbardziej prawdopodobnych wartości poprawek na tych obszarach.

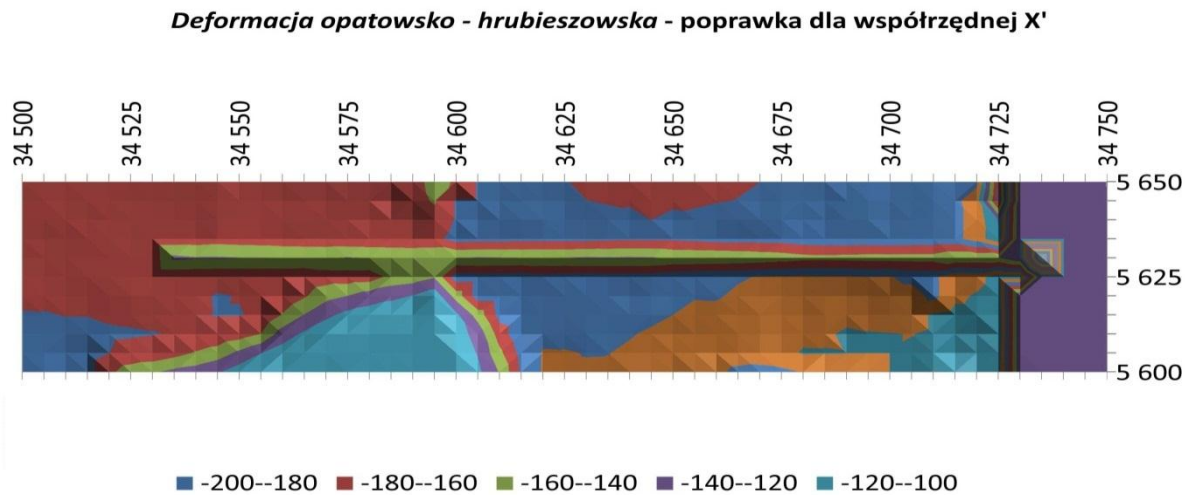
Na uwagę zasługuje jeszcze jedna szczególna deformacja – *deformacja opatowsko - hrubieszowska*. Na wykresach powierzchniowych dla poprawek X' i Y', w południowo-wschodniej części rejonu opracowania jest widoczna, rozciągająca się południkowo, charakterystyczna deformacja. Jej regularny kształt tworzący odcinek długości blisko 200 km, który biegnie dokładnie wzdłuż osi Y, nie może być przypadkowy. Po analizie charakteru, wielkości oraz geograficznej lokalizacji tej deformacji zauważyłem, że deformacja ta pokrywa się ze stykami kilku kolejnych godła map w układzie *Borowa Góra*. Biegnie ona od miejscowości Opatów w obecnym województwie świętokrzyskim, co najmniej do miejscowości Hrubieszów w obecnym województwie lubelskim, 5 kilometrów na wschód od Hrubieszowa kończy się zakres opracowania. Poniższy diagram pokazuje o jakie godła chodzi.



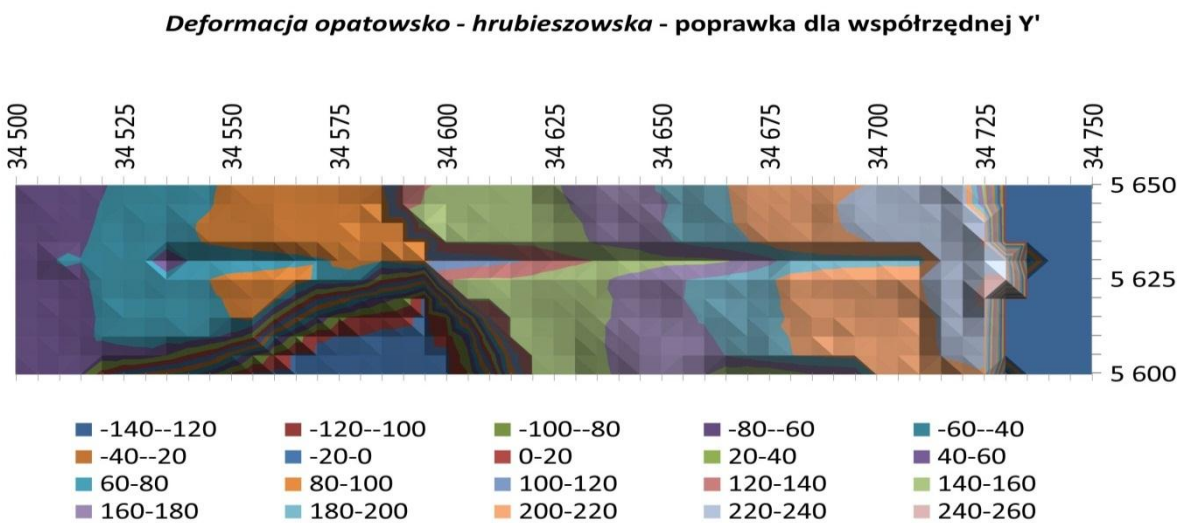
Rysunek 27. *Deformacja opatowsko - hrubieszowska*

Pokrywanie się deformacji ze stykami kilku arkuszy nasuwa wniosek, że ówczesni kartografowie nie wiedzieli co zrobić z niezgodnościami wynikającymi z różnych współrzędnych tego samego punktu, ale wyliczonych z dwóch triangulacji pozaborczych. Niezrozumiałym jest fakt, że na godłach zlokalizowanych o jeden pas niżej (Pas 47) umieszczono w legendzie kilku map uwagi dotyczące występowania różnych „anomalii” związanych z niedokładnością starych triangulacji – patrz chociażby Rysunek 16 oraz Rysunek 17. Natomiast na godłach map gdzie występuje wspomniana deformacja nie ma żadnej informacji na ten temat.

Poniższe dwa rysunki pokazują zasięg, wielkość, znak i lokalizację deformacji odpowiednio dla obydwu współrzędnych.



Rysunek 28. *Deformacja opatowsko – hrubieszowska – poprawka do współrzędnej X'*



Rysunek 29. *Deformacja opatowsko – hrubieszowska – poprawka do współrzędnej Y'*

Patrząc na Rysunek 23, Rysunek 24 oraz Rysunek 25 można zaobserwować jak powyższa deformacja przedstawia się na tle całego obszaru opracowania. Dwa pierwsze ze wspomnianych rysunków prezentują graficzną interpretację wielkości, znaku i rozkładu geograficznego składowych poprawek  $V'_X$  i  $V'_Y$ , trzeci rysunek pokazuje analogiczny wykres dla poprawki łącznej. Skalę tej deformacji najwyraźniej widać na Rysunek 23. Nie ulega wątpliwości, że ówcześni kartografowie celowo postanowili „zgubić” otrzymane niedokładności w tym jednym miejscu.

## 4.2. Możliwości praktycznego wykorzystania wyników przeprowadzonych badań

Otrzymane wyniki badań można wykorzystać do kontroli poprawności przeliczenia około miliona punktów grawimetrycznych, znajdujących się w bazie danych Państwowego Instytutu Geologicznego (PIG). Punkty te przeliczono z układu *Borowa Góra* do układu *1942*, a następnie na układ *ETRF89* (*European Terrestrial Reference Frame*), kilka lat temu. Dane te posłużyły do opracowania centymetrowej geoidy dla obszaru Polski.

Po uzyskaniu wartości poprawek dla wszystkich narożników dowolnego arkusza mapy oraz dla wybranych punktów mieszczących się w jego zasięgu, można następnie przetransformować elektroniczną wersję danego arkusza do układu współrzędnych *UTM* na elipsoidzie *WGS84*. W zależności od potrzeb i możliwości dany arkusz można wpasować do nowego układu współrzędnych z wykorzystaniem tylko 4 punktów wpasowania (same narożniki) lub większej ilości punktów – wykorzystując dodatkowo punkty osnowy oraz wybrane obiekty terenowe. Następnie, jeśli będzie taka potrzeba, można dany arkusz mapy przetransformować do dowolnego układu współrzędnych. Oczywiście im większą liczbę punktów wybierzemy, tym nasza mapa będzie lepiej wpasowana. Taka sytuacja daje ogromne możliwości wykorzystania archiwalnych map topograficznych wraz z nowoczesnymi technikami pozycjonowania. Nie będę tutaj szerzej rozwijał tematu wykorzystania przetransformowanych cyfrowych wersji map archiwalnych wraz z możliwościami jakie daje współczesna technika. Zakres tych możliwości stale wzrasta i jest uzależniony od potencjału technicznego posiadanego urządzenia do nawigacji satelitarnej, poziomu wiedzy i umiejętności użytkownika, oraz od jego wyobraźni i potrzeb.

Dotychczasowe próby wpasowania całości map archiwalnych z terenów Polski na współrzędne współcześnie wykorzystywane, dały błędy położenia punktu w granicach 100-200 metrów, a niekiedy przekraczały nawet 250 metrów. Stąd bierze się zapotrzebowanie na wyniki niniejszej pracy, w celu poprawienia dokładności pasowania przedwojennych map na współczesne podkłady kartograficzne. Możliwości jakie będą dawać dobrze wpasowane pliki rastrowe map archiwalnych są bardzo duże. Można je będzie wykorzystywać do różnych celów, począwszy od rekreacyjnych, przez hobbystyczne aż do celów naukowych.

### **4.3. Możliwości praktycznego wykorzystania opracowanej metody transformacji współrzędnych punktów z układu współrzędnych niejednorodnych do układu współrzędnych jednorodnych**

Opracowaną metodę można wykorzystać do transformacji różnych materiałów obrazowych, które ze względu na swoją niekartometryczność nie mogą być użyte do celów kartograficznych. Przykładem takiego materiału mogą być chociażby nachylone zdjęcia lotnicze o przypadkowej orientacji przestrzennej, wykonane aparatem fotograficznym z obiektywem o nieznanym charakterystykach. Takie zdjęcia posiadają nieliniową skalę wynikającą, z jednej strony z nachylenia powierzchni fotografowanej do powierzchni światłoczułej, a z drugiej strony z powodu zniekształceń spowodowanych przez przejście promieni światła przez zespół soczewek tworzących obiektyw. Trzecią przyczyną nieliniowości skali na tego typu zdjęciach są zniekształcenia spowodowane różnicami wysokości terenu na fotografowanym terenie – wpływ deniwelacji na przesunięcie rzutów obiektów terenowych na powierzchni światłoczułej. Dotychczas tego typu materiał nie mógł być wykorzystywany do celów kartograficznych. Teraz, dzięki zastosowaniu opracowanej metody transformacji, która pozwala na poprawę kartometryczności materiałów o niejednorodnych zniekształceniach będzie je można szerzej wykorzystywać.

Innym przykładem możliwości wykorzystania opracowanej metody mogą być współrzędne punktów w układzie 1965. Pomimo teoretycznych założeń, że będzie to układ składający się z pięciu jednorodnych stref okazało się, że empiryczne współczynniki charakteryzujące ten układ nie pokrywają się ze współczynnikami teoretycznymi. Na to nałożyły się jeszcze innego rodzaju błędy i w efekcie końcowym otrzymano układ współrzędnych, który składa się z pięciu niejednorodnych stref. Opracowana metoda nadaje się do przetransformowania współrzędnych punktów z tego układu na dowolny układ jednorodny. Po zastosowaniu opracowanej metody, jasnym się stanie, które punkty „psują” układ 1965 oraz w jakim stopniu.

Kolejnym przykładem na możliwość wykorzystania zaprezentowanej metody transformacji są układy lokalne. Dzięki możliwościom jakie daje nam technika GPS, łatwo można pomierzyć współrzędne pewnej liczby punktów, należących do danej sieci lokalnej, a następnie przetransformować całość sieci do wybranego układu współrzędnych.



#### 4.4. Dalsze możliwe kierunki badań

Po uzupełnieniu brakujących, archiwalnych danych źródłowych można rozszerzyć rejon opracowania o tereny należące do obecnej i przedwojennej Polski. Pozwoliłoby to na przetransformowanie wszystkich przedwojennych map wykonanych przez Wojskowy Instytut Geograficzny, a które obecnie są w zasobach Geografii Wojskowej.

Można wykorzystać opracowaną metodę transformacji do odnajdywania prawdopodobnych błędów w zapisie współrzędnych pochodzących z „*Katalogu punktów trygonometrycznych*” wydanego w 1932 roku [25]. W tym celu należy wykonać transformację odwrotną całego zbioru współrzędnych współczesnych do układu *Borowa Góra* – konieczne jest rozpisanie nowych wzorów na te przekształcenia oraz zdefiniowanie odpowiednich arkuszy kalkulacyjnych, czy stworzenie specjalnego programu komputerowego. Następnie, dla przetransformowanych punktów z układu wtórnego, czyli analogicznie do oznaczeń w pracy dla punktów:  $(X''_w, Y''_w)$ , należy wyszukać punkty z układu pierwotnego  $(X_p, Y_p)$ , które różnią się w dowolnej współrzędnej o charakterystyczne wartości. Jeżeli jedna albo druga współrzędna różnią się o wielokrotność 100 lub 1000 metrów, to jest duże prawdopodobieństwo, że mamy do czynienia z „literówką” w zapisie współrzędnych w układzie pierwotnym. Różnice we współrzędnych należy rozpatrywać z uwzględnieniem dokładności błędu położenia punktu po transformacji, czyli z dokładnością do ok. 3 metrów. Literówka mogła wystąpić na etapie przepisywania współrzędnych na potrzeby tych badań lub w przeszłości na etapie zestawiania katalogu. Tak wytypowane punkty należy poddać dodatkowej analizie i warunkowo włączyć do ponownych obliczeń ze zmienionymi współrzędnymi. Na koniec należy sprawdzić jak włączenie punktów o poprawionych współrzędnych wpłynęło na zmianę wyników obliczeń.

Po analizie różnych dostępnych informacji przypuszczam, że mapy w układzie 1942 mogą być częściowo obarczone błędami, które są pochodną deformacji występujących na mapach w układzie *Borowa Góra*, deformacje te z kolei są konsekwencją niejednorodności i niejednorodności pozaborczych triangulacji. Należałoby zatem zbadać wielkość, znak oraz geograficzny rozkład deformacji współrzędnych w układzie 1942 względem współrzędnych *UTM* na elipsoidzie WGS84. Po dokonaniu tych badań należy przeanalizować, czy otrzymane, skumulowane deformacje wynikają tylko i wyłącznie z przyjęcia różnych elipsoid i różnych odwzorowań, czy miały na nie wpływ jeszcze innego

rodzaju deformacje. W ramach tego zagadnienia konieczne jest porównanie otrzymanych wyników badań z wielkościami średnich różnic współrzędnych płaskich  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  środków arkuszy map topograficznych w skali 1:100 000, w układzie współrzędnych 1942 względem układu współrzędnych *Borowa Góra*. Wielkości  $\Delta X$  i  $\Delta Y$  środków map posłużyły w latach pięćdziesiątych XX wieku do przetransformowania treści map w układzie *Borowa Góra* do układu 1942.

Chciałbym w przyszłości poszerzyć zaprezentowaną metodę transformacji o uwzględnienie przy wyliczaniu poprawek wag związanych z błędami położenia punktów, zarówno w układzie pierwotnym jak i wtórnym. Sprawa jest jeszcze do rozstrzygnięcia, czy będą to wagi powiązane z klasą punktu, czy z innymi danymi dodatkowymi, które są w danym przypadku osiągalne.

Kolejnym kierunkiem przyszłych badań może być praktyczna kontrola poprawności przeliczenia około miliona punktów grawimetrycznych znajdujących się w bazie danych Państwowego Instytutu Geologicznego (PIG), które kilka lat temu zostały przeliczone z układu *Borowa Góra* do układu 1942, a następnie na układ *ETRF89* (*European Terrestrial Reference Frame*). W ramach tego zagadnienia należy dokonać analizy otrzymanych wyników pod kątem występowania deformacji współrzędnych wymienionych układów względem siebie oraz ich wpływu na dokładność przeliczeń punktów grawimetrycznych.

---

**Spis rysunków**

Rysunek 1.	Znak wydawniczy WIG, wersja druga.....	7
Rysunek 2.	Znak wydawniczy WIG, lata 30-te XX wieku.....	15
Rysunek 3.	Różnice długości półosi wybranych elipsoid obrotowych – mała półoś .....	25
Rysunek 4.	Różnice długości półosi wybranych elipsoid obrotowych – duża półoś.....	25
Rysunek 5.	Schemat autorskiego algorytmu badań .....	33
Rysunek 6.	Parowanie punktów .....	35
Rysunek 7.	Fragment tabeli poprawek $V_{XZ}$ dla współrzędnej $X'$ – sposób liczenia poprawki dla wybranego punktu.....	40
Rysunek 8.	Wyznaczanie poprawek .....	43
Rysunek 9.	Graficzna interpretacja wyznaczania składowej $X$ poprawki łączną $V'_p$ .....	49
Rysunek 10.	Graficzna interpretacja wyznaczania składowej $Y$ poprawki łączną $V'_p$ .....	50
Rysunek 11.	Przykład graficznej interpretacji poprawek $V'_X$ do współrzędnej $X'$ w układzie pierwotnym .....	54
Rysunek 12.	Przykład graficznej interpretacji poprawek $V'_Y$ do współrzędnej $Y'$ w układzie pierwotnym .....	55
Rysunek 13.	Szkic układów triangulacyjnych na obszarze Polski wykonanych w latach 1816–1910 [31] .....	58
Rysunek 14.	Punkt wyjścia dla układu lwowskiego – Lwów, Kopiec Unii Lubelskiej .....	59
Rysunek 15.	Sieć triangulacyjna I rzędu Polski [31] .....	62

---

Rysunek 16.	Przykład nakładania się na siebie dwóch sąsiednich godeł: a – ta sama ramka arkusza, b – to samo skrzyżowanie widoczne na obydwu mapach, c – fragment jeziora widoczny na obydwu mapach.....	64
Rysunek 17.	Przykład „dodatkowego” paska mapy dodrukowanego poza ramką wewnętrzną: a – ta sama ramka arkusza, b – te same drogi, c – ewidentne różnice na styku dwóch map .....	65
Rysunek 18.	Zakres opracowania (obszar wspólny zakolorowano na żółto) .....	67
Rysunek 19.	Materiał podstawowy – punkty z <i>Katalogu punktów trygonometrycznych</i> [25] .....	71
Rysunek 20.	Materiał podstawowy – w układzie współrzędnych <i>UTM</i> (NN-34) .....	72
Rysunek 21.	Materiał podstawowy – w układzie współrzędnych <i>UTM</i> (NM-34).....	72
Rysunek 22.	Współrzędne punktów dostosowania, które weszły do ostatecznych obliczeń – źródło: obliczenia własne .....	84
Rysunek 23.	Graficzna interpretacja poprawek $V'_X$ do współrzędnej $X'$ w układzie pierwotnym – źródło: obliczenia własne.....	91
Rysunek 24.	Graficzna interpretacja poprawek $V'_Y$ do współrzędnej $Y'$ w układzie pierwotnym – źródło: obliczenia własne.....	92
Rysunek 25.	Graficzna interpretacja wektora przesunięcia $W$ obu układów – źródło: obliczenia własne .....	93
Rysunek 26.	Graficzna interpretacja azymutu wektora przesunięcia – źródło: obliczenia własne.....	94
Rysunek 27.	<i>Deformacja opatowsko - hrubieszowska</i> .....	101
Rysunek 28.	<i>Deformacja opatowsko – hrubieszowska</i> – poprawka do współrzędnej $X'$ ....	102
Rysunek 29.	<i>Deformacja opatowsko – hrubieszowska</i> – poprawka do współrzędnej $Y'$ ....	102

**Spis tabel**

Tabela 1.	Wielkości parametrów charakteryzujących Zbiorcą Tabelę Poprawek – źródło: obliczenia własne.....	80
Tabela 2.	Ostateczne wartości niektórych wielkości i parametrów, uzyskane podczas realizacji autorskiego algorytmu badań – źródło: obliczenia własne.....	83
Tabela 3.	Skrócona Zbiorcza Tabela Poprawek - poprawki dla współrzędnej X' – źródło: obliczenia własne .....	87
Tabela 4.	Skrócona Zbiorcza Tabela Poprawek - poprawki dla współrzędnej Y' – źródło: obliczenia własne .....	88
Tabela 5.	Charakterystyka zbioru wartości poprawek ze Zbiorczej Tabeli Poprawek – źródło: obliczenia własne.....	89
Tabela 6.	Różnice pomiędzy początkowymi i ostatecznymi wartościami niektórych wielkości i parametrów, uzyskane podczas realizacji autorskiego algorytmu badań – źródło: obliczenia własne .....	95
Tabela 7.	Charakterystyka zbioru wartości poprawek ze Zbiorczej Tabeli Poprawek w kontekście wielkości oczka – źródło: obliczenia własne .....	96
Tabela 8.	Charakterystyka wartości parametru $\Delta$ – źródło: obliczenia własne .....	97

---

## Bibliografia

### Publikacje

1. Balcerzak J., Pędzich P. – *Badanie nieregularności odwzorowania Cassiniego-Soldnera elipsoidy obrotowej spłaszczonej* – Roczniki Geomatyki, tom VI, zeszyt 4, Warszawa 2008.
2. Banasik P. – *Optymalny stopień wielomianu. Analiza lokalnej transformacji współrzędnych płaskich do układu 2000 na przykładzie Układu Lokalnego Krakowa* – Magazyn Geoinformacyjny GEODETA, kwiecień 2009.
3. Bauer R., Sanecki J. – *Charakterystyka sieci triangulacyjnych występujących na terenie II RP z uwzględnieniem ich wpływu na dokładność opracowań kartograficznych* – Materiały IV Konferencji Naukowo-Technicznej, Rzeszów-Polańczyk-Solina, 2011.
4. Biernacki F. – *O współrzędnych i odwzorowaniu Soldnera* – Wiadomości Służby Geograficznej, zeszyt 3/1934, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1934.
5. Biernacki F., Słomczyński J. – *Odwzorowanie quasi-stereograficzne Wojskowego Instytutu Geograficznego*. – Biblioteka Służby Geograficznej, tom 9, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1932.
6. Biesaga Z. – *Geodezja wyższa. Geodezyjne układy współrzędnych i ich transformacja*. – skrypt na prawach rękopisu Wojskowej Akademii Technicznej, Warszawa 1992.
7. Cisak M., Sas A. – *Analiza dokładności przeliczeń współrzędnych punktów zawartych w bazie danych grawimetrycznych z układu „Borowa Góra” do układu „1942”* – Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, tom L, Nr 108, Warszawa 2004.
8. Cisak M., Sas A. – *Transformacja współrzędnych punktów z układu „Borowa Góra” do układu „1942”* – Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, tom L, Nr 108, Warszawa 2004.
9. Drabek J. – *Reprodukcje niemieckie map WIG. 1:25 000, 1:100 000, 1:300 000, 1:500 000, 1:1 000 000*. – praca magisterska wykonana pod kierunkiem prof. dr J. Wąsowicza w Katedrze Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław 1961.
10. Dzikiewicz Br. – *Podstawowe pomiary kraju* – Wiadomości Służby Topograficznej, zeszyt 1-2, Warszawa 1949.
11. Fic K. – *Transformacje układów współrzędnych stosowane w Oddziale Kartografii Morskiej Biura Hydrograficznego Marynarki Wojennej* – Przegląd Hydrograficzny Nr 4, Gdynia 2008.
12. Gajderowicz I. – *Kartografia Matematyczna dla geodetów* – Wydawnictwo ART, Olsztyn 1999.
13. Gajderowicz I. – *Odwzorowania kartograficzne. Podstawy* – Wydawnictwo UWM, Olsztyn 2009.

14. Gąsiewicz F. – *Siatki na mapach* – PPWK, Warszawa 1964.
15. Gąsiewicz S. – *Terenoznawstwo kartoznawstwo i zdjęcia terenu* – Główna Księgarnia Wojskowa, Warszawa 1931.
16. Gutkowski A. – *Geodezja II. Podstawowe wiadomości o poziomych osnowach geodezyjnych. Część I* – Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa 1978.
17. Hausbrandt S. – *Rachunek wyrównawczy i obliczenia geodezyjne* – PPWK, Warszawa 1971.
18. *Instrukcja topograficzna Wojskowego Instytutu Geograficznego, Część III, Zdjęcie stolikowe* – Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1936.
19. *Instrukcja użycia współrzędnych prostokątnych, część I, ZACHÓD* – Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1939.
20. Jaworski J. – *Jak przeliczać* – Magazyn Geoinformacyjny GEODETA, kwiecień 2000.
21. Kreutzinger J. – *Topografia. Pomiar i zdjęcie kraju, kartografia i wojskowe znaczenie terenu* – Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1928.
22. Macioch A. – *Układy współrzędnych polskich map topograficznych, ich relacje i skutki praktyczne* – IX Szkoła Kartograficzna. Komorowo 10-14.10.1994, Warszawa 1994.
23. Michalski T. – *Triangulacja szczegółowa* – PPWK, Warszawa 1975.
24. Michalski Z. – *Wyrównanie sieci zewnętrznej rejonu X triangulacji I rzędu* – Wiadomości Służby Geograficznej, zeszyt 1/1939, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1939.
25. Michałowski J., Sikorski T. – *Katalog punktów trygonometrycznych*. – Biblioteka Służby Geograficznej, tom 8, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1932.
26. Osada E., Sergieieva K. – *Długości, pola lub kąty. O badaniu zniekształceń modeli transformacji map na podstawie elipsy Tissota*. – Magazyn Geoinformacyjny GEODETA, styczeń 2010.
27. Plesner W. – *Transformacja współrzędnych geograficznych i granice dokładności*. – Biblioteka Służby Geograficznej, tom 18, Wojskowy Instytut Geograficzny, Edinburgh 1944.
28. Pytkowski W. – *Organizacja badań i ocena prac naukowych* – PWN, Warszawa 1981.
29. Sergieieva K., Osada E. – *Recepta na błędne osnowy. Metody wyrównywania sieci wysokościowych z jednoczesnym wykrywaniem odstających punktów dowiązania* – Magazyn Geoinformacyjny GEODETA, listopad 2009.
30. Skórczyński A. – *Podstawy obliczeń geodezyjnych* – PPWK, Warszawa 1983.
31. Słomczyński J. – *Polskie mapy wojskowe* – Wiadomości Służby Geograficznej, zeszyt 3/1934, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1934.
32. Słomczyński J. – *Uzgodnienie wyników triangulacji na obszarze Polski*. – Biblioteka Służby Geograficznej, tom 11, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1933.

33. Sobczyński E., Tomaszewski Z., Sielecki J. – *Polskie wojskowe mapy w standardach NATO (Przewodnik)* – Sztab Generalny WP, Warszawa 2000.
34. Szpunar W. – *Podstawy geodezji wyższej* – PPWK, Warszawa 1982.
35. *Tabele logarytmów* – Wydawnictwo Wojskowego Instytutu Naukowo-Wydawniczego, Warszawa 1932.
36. *Ustawa z dnia 17 maja 1989 r. Prawo geodezyjne i kartograficzne* – (Dz. U. 2010 nr 193 poz. 1287 tekst jednolity).
37. Weigel K. – *Przyczynek do metody wyrównania sieci triangulacyjnej I rzędu przy pomocy punktów pomocniczych* – Wiadomości Służby Geograficznej, zeszyt 1/1939, Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1939.
38. *Współrzędne prostokątne punktów trygonometrycznych w odwzorowaniu W.I.G. Arkusz mapy 1:000 000. RADOM P.43 S.32* – Wojskowy Instytut Geograficzny, Warszawa 1939.
39. *Wytyczne techniczne G-1.10. Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych* – Główny Urząd Geodezji i Kartografii, Warszawa 2001.
40. Ząbek J. – *Geodezja I* – Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.

### **Materiały internetowe**

41. *Druga odsłona "Mapy WIG w XXI wiek"* – Cartomatic – <http://www.cartomatic.pl/index.php/pl/newsy/9-aktualnoci/48-druga-odsona-qmapy-wig-w-xxi-wiekq> (dostęp na dzień 01.05.2012).
42. Kadaj R. – *Krótki wykład o transformacji. Elipsoidy a układy* – <http://geoforum.pl/?menu=46812,46826,46911&link=geodezja-krotki-wyklad-o-transformacji-elipsoidy-a-uklady> (dostęp na dzień 01.05.2012).
43. Kadaj R. – *Krótki wykład o transformacji. Osnowy a układy* – <http://geoforum.pl/?menu=46812,46826,46912&link=geodezja-krotki-wyklad-o-transformacji-osnowy-a-uklady> (dostęp na dzień 01.05.2012).
44. Kadaj R. – *Krótki wykład o transformacji. Rady na układy* – <http://geoforum.pl/?menu=46812,46826,46911&link=geodezja-krotki-wyklad-o-transformacji-rady-na-uklady> (dostęp na dzień 01.05.2012).
45. Kadaj R. – *Krótki wykład o transformacji. Wzory na układy* – <http://geoforum.pl/?menu=46812,46826,46911&link=geodezja-krotki-wyklad-o-transformacji-wzory-na-uklady> (dostęp na dzień 01.05.2012).
46. Kadaj R. – *Polskie układy współrzędnych. Formuły transformacyjne, algorytmy i programy* – [http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/uklady\\_new.doc](http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/uklady_new.doc) (dostęp na dzień 20.05.2012).

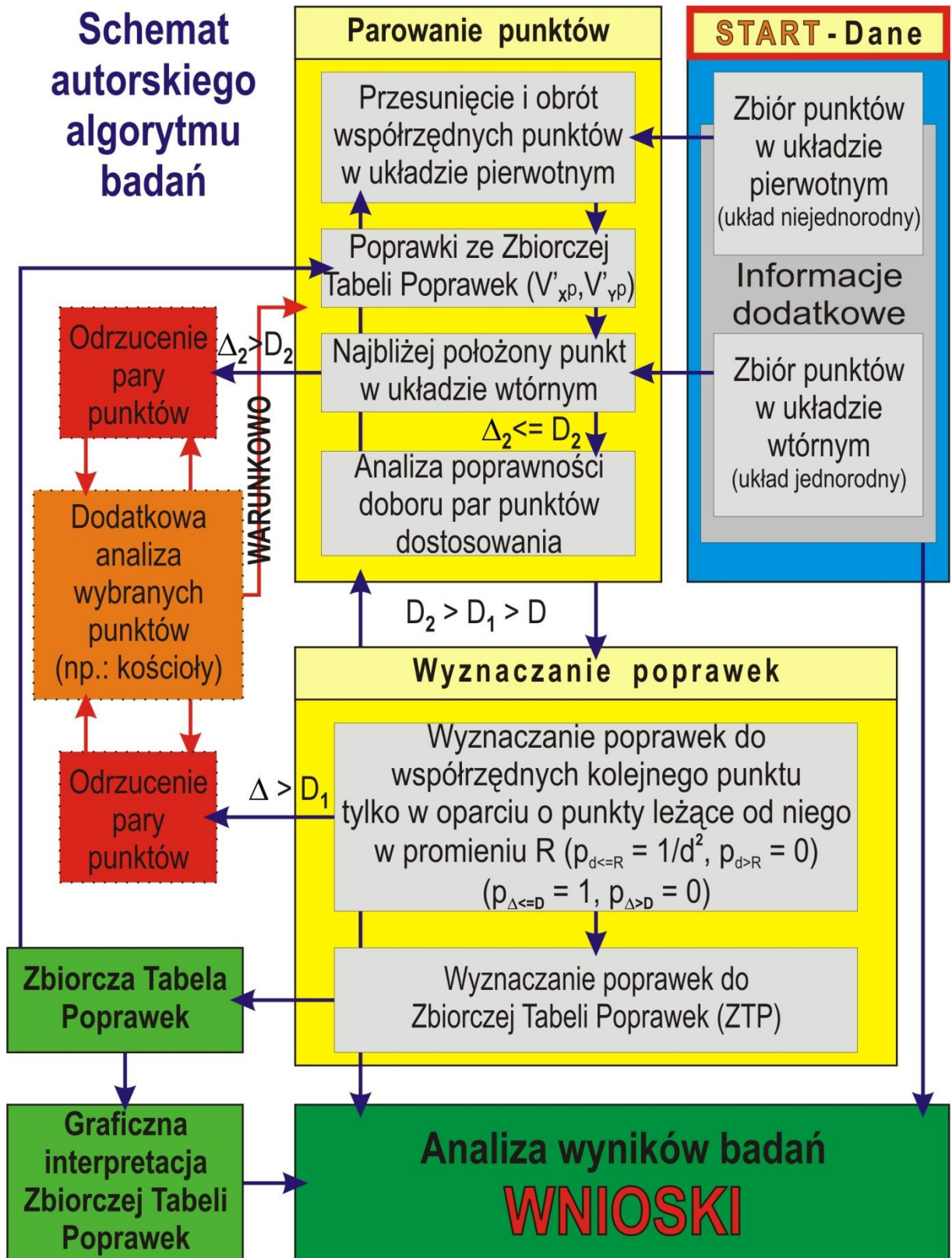


- 
47. Kadaj R. – *Problematyka korekt układu „1965” i ich rozwiązanie w programie GEONET\_unitrans* – <http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/korekty65.doc> (dostęp na dzień 01.05.2012).
  48. Kadaj R. – *Problematyka obliczeniowa poziomych osnów szczegółowych III klasy oraz osnów pomiarowych w układzie 2000 (część VI)* – [http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/osnowy\\_w\\_2000\\_6.doc](http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/osnowy_w_2000_6.doc) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  49. Kadaj R. – *Problematyka obliczeniowa poziomych osnów szczegółowych III klasy oraz osnów pomiarowych w układzie 2000 (część VII)* – [http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/osnowy\\_w\\_2000\\_7.doc](http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/osnowy_w_2000_7.doc) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  50. Kadaj R. – *Problematyka obliczeniowa poziomych osnów szczegółowych III klasy oraz osnów pomiarowych w układzie 2000 (część VIII)* – [http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/osnowy\\_w\\_2000\\_8.doc](http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/osnowy_w_2000_8.doc) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  51. Kadaj R. – *Problematyka wyznaczenia formuł transformacyjnych pomiędzy układem lokalnym a układem państwowym* – [http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/uklady\\_lokalne.doc](http://www.geonet.net.pl/gfx/pliki/uklady_lokalne.doc) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  52. Kozakiewicz W. – *Kalibracja map do współpracy z GPS* – <http://www.numerus.net.pl/kalibracja.html> (dostęp na dzień 01.05.2012).
  53. Kozakiewicz W. – *Mapy WIG a GPS* – [http://www.numerus.net.pl/wig\\_problem.html](http://www.numerus.net.pl/wig_problem.html) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  54. Kozakiewicz W. – *Program OziExplorer* – [http://www.numerus.net.pl/ozi\\_wstep.html](http://www.numerus.net.pl/ozi_wstep.html) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  55. *Osnowa grawimetryczna systemu PIG-62* – Instytut Geodezji i Kartografii, <http://www.igik.edu.pl/index.php/pl/geodezja/grawimetria/osnowy-grawimetryczne/233> (dostęp na dzień 01.05.2012).
  56. Syryjczyk T. – *Borowa Góra 1925* – <http://www.syryjczyk.krakow.pl/BG1925.htm> (dostęp na dzień 01.05.2012).
  57. Syryjczyk T. – *Mapy Polskie a GPS* – [http://www.syryjczyk.krakow.pl/Mapy\\_Polskie\\_GPS.htm](http://www.syryjczyk.krakow.pl/Mapy_Polskie_GPS.htm) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  58. Syryjczyk T. – *Obliczenie korekty False Easting i False Northing dla układów WIG, 1965/1-1965/4 oraz GUGiK-80* – <http://www.syryjczyk.krakow.pl/ObliczenieFNiFE.htm> (dostęp na dzień 01.05.2012).
  59. Syryjczyk T. – *Współrzędne geograficzne i prostokątne* – [http://www.syryjczyk.krakow.pl/Uklad\\_1965\\_i\\_inne.htm](http://www.syryjczyk.krakow.pl/Uklad_1965_i_inne.htm) (dostęp na dzień 01.05.2012).
  60. Zieliński Z., Bargański A., Neugass H., Niecikowski K., Pluciński T. – *Archiwum map Wojskowego Instytutu Geograficznego 1919 - 1939* – <http://polski.mapywig.org/news.php> (dostęp na dzień 01.05.2012).

**Wykaz załączników**

- Załącznik 1. Schemat autorskiego algorytmu badań
- Załącznik 2. Dane oraz wzory do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne
- Załącznik 3. Dane podstawowe kartograficznego odwzorowania stereograficznego Roussilhe'a zastosowanego do obszaru Polski oraz wzory do przeliczania współrzędnych
- Załącznik 4. Zestawienie wartości elementów elipsoid wykorzystywanych do prac triangulacyjnych wykonywanych na terenie Polski
- Załącznik 5. Przykładowa strona z „*Katalogu punktów trygonometrycznych*” [25]
- Załącznik 6. Przykładowa strona z „*Katalogu współrzędnych punktów geodezyjnych*”
- Załącznik 7. Wykaz punktów użytych do obliczenia pierwszych parametrów  $T$ ,  $W_X$  i  $W_Y$ ,
- Załącznik 8. Zbiorcza Tabela Poprawek – poprawki dla współrzędnej X'
- Załącznik 9. Zbiorcza Tabela Poprawek – poprawki dla współrzędnej Y'
- Załącznik 10. Graficzna interpretacja Zbiorczej Tabeli Poprawek – poprawki dla współrzędnej X'
- Załącznik 11. Graficzna interpretacja Zbiorczej Tabeli Poprawek – poprawki dla współrzędnej Y'
- Załącznik 12. Graficzna interpretacja wektora przesunięcia  $\overline{W}$  obu układów
- Załącznik 13. Graficzna interpretacja azymutu wektora przesunięcia

## Schemat autorskiego algorytmu badań



## Dane oraz wzory do przeliczania współrzędnych Soldnera na współrzędne geograficzne [32]

### Oznaczenia

$\varphi$	–	szerokość geograficzna poszukiwanego punktu
$\lambda$	–	długość geograficzna poszukiwanego punktu
$\varphi_0$	–	szerokość geograficzna początku układu
$\lambda_0$	–	długość geograficzna początku układu
$x, y$	–	współrzędne soldnerowskie punktu
$a, b,$	}	współczynniki stałe zależne od elipsoidy oraz od $\varphi_0$
$c, d,$		
$e, f, g$		
$h, i,$		
$k, l,$		
$m, n$		

### Dane, stałe i wzory

Kopiec Unii we Lwowie:  $\varphi_0 = 49^\circ 50' 55'',243$   
 $\lambda_0 = 41^\circ 42' 29'',5684$  od Ferro austriackiego

Wieża katedry św. Stefana w Wiedniu:  $\varphi_0 = 48^\circ 12' 31'',54$   
 $\lambda_0 = 34^\circ 02' 27'',32$  od Ferro austriackiego

$$\varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi = ax + bx^2 + cy^2 + dy^2x + ex^3 + fy^2x^2 + g^4$$

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = hy + iyx + kyx^2 + ly^3 + my^3x + nyx^3$$

### Wartości liczbowe współczynników dla układu lwowskiego ( $\varphi_0 = 49^\circ 50' 55'',243$ )

a =	3,23702E-02
b =	2,51642E-11
c =	3,00249E-09
d =	-9,49839E-16
e =	4,49159E-19
f =	1,76863E-22
g =	3,19597E-23
h =	5,00613E-02
i =	9,28686E-09
k =	2,33755E-15
l =	-5,74267E-16
m =	-4,71187E-22
n =	5,09147E-22

**Dane podstawowe kartograficznego odwzorowania stereograficznego  
Roussilhe'a zastosowanego do obszaru Polski  
oraz wzory do przeliczania współrzędnych**

**Oznaczenia**

- $O$  – punkt główny odwzorowania  
 $a$  – duża półoś elipsoidy odniesienia  
 $b$  – duża półoś elipsoidy odniesienia  
 $e$  – mimośród elipsoidy  
 $\varphi_o$  – szerokość geograficzna punktu głównego odwzorowania  
 $\lambda_o$  – długość geograficzna punktu głównego odwzorowania  
 $\varphi$  – szerokość geograficzna danego punktu  
 $\lambda$  – długość geograficzna danego punktu  
 $M_o$  – promień krzywizny południka w punkcie  $O$   
 $N_o$  – promień krzywizny elipsoidy prostopadle do południka w punkcie  $O$   
 $P_o$  – promień równoleżnika elipsoidy w punkcie  $O$   
 $R_o$  – średni promień krzywizny elipsoidy w punkcie  $O$   
 $S$  – łuk południka od równoleżnika o szerokości geograficznej  $\varphi$  do równoleżnika o szerokości  $\varphi_o$   
 $u$  – łuk równoleżnika od południka o długości geograficznej  $\lambda$  do równoleżnika o szerokości  $\lambda_o$   
 $X_o, Y_o$  – współrzędne prostokątne punktu głównego odwzorowania  
 $x, y$  – współrzędne prostokątne danego punktu w stosunku do punktu głównego odwzorowania  
 $X, Y$  – ostateczne współrzędne prostokątne danego punktu

**Dane, stałe i wzory**

Elementy skurczonej elipsoidy Bessela przyjętej jako elipsoida odniesienia:

$$a = 6\,374\,208,456\,42\text{ m}$$

$$b = 6\,352\,900,923\,77\text{ m}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0,006674372096835$$

Współrzędne punktu głównego odwzorowania *Borowa Góra*:

$$\begin{aligned} \varphi_o &= 52^\circ \\ \lambda_o &= 22^\circ \text{ (od Greenwich)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_o &= 500\,000\text{ m} \\ Y_o &= 600\,000\text{ m} \end{aligned}$$

$$M_o = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^3}} = \mathbf{6\ 371\ 232,14003}$$

$$N_o = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_o}} = \mathbf{6\ 387\ 458,68919}$$

$$P_o = N_o \cos \varphi = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_o}} = \mathbf{3\ 932\ 512,24008}$$

$$R_o = \sqrt{M_o N_o} = \frac{a \sqrt{(1 - e^2)}}{1 - e^2 \sin^2 \varphi_o} = \mathbf{6\ 379\ 340,25371}$$

$$s = a(1 - e^2) \left[ A(\varphi - \varphi_o) - B \cos(\varphi + \varphi_o) \sin(\varphi - \varphi_o) + \frac{C}{2} \cos 2(\varphi + \varphi_o) \sin 2(\varphi - \varphi_o) \right. \\ \left. - \frac{D}{3} \cos 3(\varphi + \varphi_o) \sin 3(\varphi - \varphi_o) + \frac{E}{4} \cos 4(\varphi + \varphi_o) \sin 4(\varphi - \varphi_o) \right. \\ \left. - \frac{F}{5} \cos 5(\varphi + \varphi_o) \sin 5(\varphi - \varphi_o) \right]$$

gdzie:

$$A = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10} = \mathbf{1,005037305946400}$$

$$B = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \frac{72765}{65536}e^{10} = \mathbf{0,005047849138264}$$

$$C = \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \frac{10395}{16384}e^{10} = \mathbf{0,000010563786404}$$

$$D = \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \frac{31385}{131072}e^{10} = \mathbf{0,00000020633341}$$

$$E = \frac{315}{16384}e^8 + \frac{3465}{65536}e^{10} = \mathbf{0,00000000038854}$$

$$F = \frac{693}{131072}e^{10} = \mathbf{0,000000000000070}$$

$$u = N \cos \varphi (\lambda - \lambda_o) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \cos \varphi (\lambda - \lambda_o)$$

$$\begin{aligned}
 x &= a_{0,1}s + a_{0,3}s^3 + a_{0,5}s^5 + a_{2,0}u^2 + a_{2,1}u^2s + a_{2,2}u^2s^2 + a_{2,3}u^2s^3 + a_{2,4}u^2s^4 \\
 &\quad + a_{4,0}u^4 - a_{4,1}u^4s - a_{4,2}u^4s^2 - a_{6,0}u^6 \\
 y &= a_{1,0}u + a_{1,2}us^2 + a_{1,4}us^4 - a_{3,0}u^3 - a_{3,1}u^3s - a_{3,2}u^3s^2 - a_{3,3}u^3s^3 - a_{5,0}u^5 \\
 &\quad - a_{5,0}u^5s
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$(-1)^{n+1}a_{n+1,r} = \frac{n}{n+1}(a_{n,0}k_r + a_{n,1}k_{r-1} + a_{n,2}k_{r-2} + \dots + a_{n,r}k_0) - \frac{r+1}{n+1}a_{n,r+1}$$

$$k_0 = \frac{1}{N_o} t_o = \mathbf{7,3018620611}$$

$$k_1 = \frac{1}{1! N_o^2} [(1 + t_o^2) + \zeta_o] = \mathbf{14,811078880}$$

$$k_2 = \frac{1}{2! N_o^3} [(2t_o + 2t_o^3) - 2t_o\zeta_o - 4t_o\zeta_o^2] = \mathbf{20,11210031}$$

$$k_3 = \frac{1}{3! N_o^4} [(2 + 8t_o^2 + 6t_o^4) + 4t_o^2\zeta_o + (-6 + 20t_o^2)\zeta_o^2 + (-4 + 24t_o^2)\zeta_o^3] = \mathbf{27,4950535}$$

$$\begin{aligned}
 k_4 &= \frac{1}{4! N_o^5} [(16t_o + 40t_o^3 + 24t_o^5) + (16t_o + 8t_o^3)\zeta_o + (72t_o - 56t_o^3)\zeta_o^2 + (160t_o - 216t_o^3)\zeta_o^3 \\
 &\quad + (88t_o - 192t_o^3)\zeta_o^4] = \mathbf{34,864741}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_5 &= \frac{1}{5! N_o^6} [(16 + 136t_o^2 + 240t_o^4 + 120t_o^6) + (32 + 64t_o^2 + 48t_o^4)\zeta_o \\
 &\quad + (88 - 456t_o^2 + 24t_o^4)\zeta_o^2 + (232 - 2192t_o^2 + 984t_o^4)\zeta_o^3 \\
 &\quad + (248 - 3440t_o^2 + 2688t_o^4)\zeta_o^4 + (88 - 1632t_o^2 + 1920t_o^4)\zeta_o^5] = \mathbf{40,23845}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_6 &= \frac{1}{6! N_o^7} [(272t_o + 1232t_o^3 + 1680t_o^5 + 720t_o^7) + (240t_o + 608t_o^3 + 336t_o^5)\zeta_o \\
 &\quad + (-1392t_o + 816t_o^3 - 192t_o^5)\zeta_o^2 + (-7568t_o + 16448t_o^3 - 2112t_o^5)\zeta_o^3 \\
 &\quad + (-16032t_o + 57248t_o^3 - 18624t_o^5)\zeta_o^4 \\
 &\quad + (-14496t_o + 72768t_o^3 - 38400t_o^5)\zeta_o^5 \\
 &\quad + (-4672t_o + 30528t_o^3 - 23040t_o^5)\zeta_o^6] = \mathbf{47,6113}
 \end{aligned}$$

$$t_o = \tan \varphi_o = \mathbf{1,279941632}$$

$$\zeta_o = \frac{e^2}{1 - e^2} \cos^2 \varphi_o = \mathbf{0,002546846}$$

**Policzone wartości współczynników**

$$a_{0,1} = 1$$

$$a_{0,3} = 2,04770420E-15$$

$$a_{0,5} = 5,031711E-30$$

$$a_{0,7} = 1,251100E-44$$

$$a_{1,0} = 1$$

$$a_{1,2} = 6,14311259E-15$$

$$a_{1,4} = 2,51585500E-29$$

$$a_{1,6} = 8,7579E-44$$

$$a_{2,0} = 1,001917738E-07$$

$$a_{2,1} = 2,62198956E-14$$

$$a_{2,2} = 7,0879633E-21$$

$$a_{2,3} = 1,711725E-27$$

$$a_{2,4} = 4,08476E-34$$

$$a_{2,5} = 9,67340E-41$$

$$a_{2,6} = 2,28400E-47$$

$$- a_{3,0} = 4,64455684E-15$$

$$- a_{3,1} = 3,10072450E-21$$

$$- a_{3,2} = 1,231207E-27$$

$$- a_{3,3} = 4,24991E-34$$

$$- a_{3,4} = 1,3194E-40$$

$$- a_{3,5} = 3,877E-47$$

$$a_{4,0} = 7,7161382E-23$$

$$- a_{4,1} = 7,586477E-29$$

$$- a_{4,2} = 6,19077E-35$$

$$- a_{4,3} = 3,2689E-41$$

$$- a_{4,4} = 1,377E-47$$

$$- a_{5,0} = 2,754248E-29$$

$$- a_{5,1} = 1,65969E-35$$

$$- a_{5,2} = 6,5600E-42$$

$$- a_{5,3} = 1,9880E-48$$

$$- a_{6,0} = 1,8285E-36$$

$$- a_{6,1} = 2,064E-42$$

$$- a_{6,2} = 1,29E-48$$

$$a_{7,0} = 1,90E-44$$

$$a_{7,1} = 8,73E-50$$

$$- a_{8,0} = 7,58E-51$$

**Ostatecznie**

$$X = X_0 + x = 500\ 000 + x$$

$$Y = Y_0 + y = 600\ 000 + y$$



**Zestawienie wartości elementów elipsoid wykorzystywanych  
do prac triangulacyjnych wykonywanych na terenie Polski**

<b>Nazwa elipsoidy</b>	<b>Rok</b>	<b>Duża półoś a [m]</b>	<b>Mała półoś b [m]</b>	<b>Splaszczanie e</b>
Delambre'a	1806	6 375 653	6 356 564	1 : 334,0
Walbeck'a	1819	6 376 895,0	6 355 834,0	1 : 302,78
Bessela	1841	6 377 397,15500	6 356 078,96325	1 : 299,1528
Wyrównywująca (Żylińskiego)	koniec XIX w.	6 380 879,979	6 356 673,017	1 : 263,59
Elipsoida Bessela przyjęta dla odwzorowania WIG (0,9995)	1929	6 374 208,45642	6 352 900,92377	1 : 299,1528
Krassowskiego	1940	6 378 245,000	6 356 863,01877	1 : 298,300
GRS-80	1979	6 378 137,0	6 356 752,3141	1 : 298,257222101
WGS-84	1984	6 378 137,0	6 356 752,3142452	1 : 298,257223563

## Przykładowa strona z „Katalogu punktów trygonometrycznych” [25]

L. P.	NAZWA PUNKTU	RZĄD	SZEROKOŚĆ	DLUGOŚĆ OD PÓŁKOWA	WYSOKOŚĆ M.	UWAGI
56	Wyględy . . . . .		52° 15' 55" 64	—9° 36' 53" 06	92.70	
57	Zaborów, kościół .		52 15 50.00	—9 38 56.83	119.20	gąłka pod
58	Koczargi Stare .		52 15 49.04	—9 32 19.42	97.65	krzyżem
59	Komorów . . . . .		52 15 27.63	—9 53 27.74	92.00	
<b>Pas 39 słup 32 — Warszawa-Północ</b>						
elipsoida wyrównywująca, punkt wyjścia Warszawa.						
1	Dębe . . . . .		52° 29' 56" 53	—9° 25' 0" 99	103.00	
2	Punkt Nr 31 . . .	p.p.	52 29 31.78	—9 11 6.22	86.53	
3	Dąbrówka, kościół	p.p.	52 29 5.67	—9 1 45.25	126.13	szczył krzyża
4	Punkt Nr 33 . . .	p.p.	52 28 59.72	—9 11 15.64	80.01	
5	Zegrzynek, komin fabryczny . . . .		52 28 45.38	—9 15 48.64	—	
6	Zegrze . . . . .		52 28 35.41	—9 17 22.31	108.23	
7	Skubianka . . . .		52 28 30.63	—9 20 20.08	106.40	
8	Kołaków . . . . .	p.p.	52 28 27.52	—9 6 46.45	102.00	
9	Punkt Nr 36 . . .	p.p.	52 28 10.93	—9 10 57.70	84.61	
10	Punkt Nr 25 . . .	p.p.	52 28 0.66	—9 2 57.65	91.76	
11	Ruda . . . . .	p.p.	52 27 50.62	—9 11 34.91	95.79	
12	Zegrze, kościół .		52 27 40.04	—9 17 19.31	—	
13	Punkt Nr 37 . . .	p.p.	52 27 33.94	—9 1 45.48	94.17	
14	Punkt Nr 40 . . .	p.p.	52 27 20.88	—9 10 59.49	83.37	
15	Punkt Nr 29 . . .	p.p.	52 27 12.20	—9 5 54.04	90.82	
16	Punkt Nr 41 . . .	p.p.	52 27 11.08	—9 10 59.56	88.35	
17	Wieliszew, kościół		52 27 8.26	—9 21 18.56	—	
18	Białobrzegi . . .		52 26 52.83	—9 16 3.61	—	
19	Poniatowo . . . .		52 26 50.46	—9 23 9.35	—	
20	Olszewnica . . . .		52 26 41.53	—9 25 41.60	86.32	
21	Punkt Nr 31 . . .	p.p.	52 26 35.10	—9 7 6.30	93.72	
22	Punkt Nr 39 . . .	p.p.	52 26 34.65	—9 0 54.47	97.09	
23	Radzymin . . . . .		52 26 6.03	—9 10 1.06	—	
24	Punkt Nr 41 . . .	p.p.	52 25 45.95	—9 2 3.12	96.94	
25	Michałów . . . . .		52 25 41.02	—9 20 10.24	94.47	
26	Folw. Dybów, komin domu . . . . .		52 25 33.40	—9 6 26.50	100.57	szczył
27	Nieporęt, kościół		52 25 17.78	—9 17 26.94	—	
28	Radzymin, kościół		52 25 8.55	—9 8 33.62	—	
29	Punkt Nr 43 . . .	p.p.	52 25 0.88	—9 3 10.04	96.09	
30	Chotomów . . . . .		52 24 52.08	—9 26 49.15	—	
31	Słupno . . . . .		52 24 40.55	—9 12 4.34	—	
32	Punkt Nr 45 . . .	p.p.	52 24 7.37	—9 4 3.53	97.78	
33	Punkt Nr 48 . . .	p.p.	52 23 37.68	—9 2 4.23	96.56	
34	Anusinek . . . . .		52 23 18.85	—9 17 54.74	—	
35	Punkt Nr 51 . . .	p.p.	52 22 33.65	—9 1 40.83	97.65	
36	Punkt Nr 52 . . .	p.p.	52 22 12.46	—9 2 3.67	98.42	
37	Choszczówka . . .		52 21 55.52	—9 22 38.47	—	
38	Michałów (Grabina) na) . . . . .		52 21 45.64	—9 19 15.29	—	

## Przykładowa strona z „Katalogu współrzędnych punktów geodezyjnych”

UKŁAD WSPÓLRZĘDNYCH UTM  
(Elipsoida WGS-84)  
STREFA 6 STOPNIOWA  
POŁUDNIK OSIOWY L = 15 STOPNI OD GREENWICH  
SYSTEM WYSOKOŚCI NORMALNYCH  
(zero mareografu w Kronsztadzie)  
AZYMUT TOPOGRAFICZNY  
(°'")

Nr kat.	Numer identyfikacyjny Nazwa punktu Rodzaj stabilizacji Rodzaj zabudowy Typ stabil. i rok obs. Nr kat. i nazwa p.kier.	Klasa	Współrzędne w metrach Kąty kierunkowe i odległ.		Wysokość n.p.m. H w metrach
			E A	N S	
	EXC. AF 4084 typ 36 1963 ,1993		34440445.16	5807253.01	109.12
40	26310153 SIENNICA GRANIT. sygnał żb. 4 m typ 37 1959	4	34486169.14	5824265.40	107.90 107.00
	p.kier. 36 typ 5 PIESCIROGI NOWE,W.W.		327°19'00.8"	2014.2	
	p.kier. 33 typ 2 NASIELSK,KOSC.		11°11'19.9"	2709.3	
	p.kier. typ 36 AF 1910		171°21'52.0"	574.1	
	EXC.,D.P. SIENNICA KOBYL AK PL.GRANIT. typ 26 1964		34486167.96	5824272.41	- 107.00
40	26310020 BOROWA GORA BLOK BET.Z B.MET. typ 68 1928,1941,1999	1	34502320.22	5813899.27	108.10
	EXC.,D.P.BAZOWY AA 3230 typ 55 1952 ,1999		34502335.56	5813913.69	108.83 107.82
	exc.5,d.p.pt AB 1725 AB 1725 typ 21 1953,1990		34502163.23	5813876.44	107.09
40	26430101 RUDA PNIEWNIK GRANIT. wieża triang. typ 37 1959	4	34546101.05	5804460.28	133.74 132.81
	p.kier. typ 36 AG 9101		182°19'25.6"	408.0	
	p.kier. typ 36 AG 9210		182°24'02.8"	346.0	

## Załącznik 7.

## Załącznik 7.

## Wykaz punktów użytych do obliczenia pierwszych parametrów $T$ , $W_X$ i $W_Y$

### Wykaz punktów użytych do obliczenia pierwszych wartości parametrów $T$ , $W_X$ , $W_Y$

Lp.	Punkty z katalogu WIG				Punkty z katalogu UTM		
	Nazwa	Kod	X	Y	Nazwa	X	Y
1	Zarnowiec, kościół	2926BsRbFN	817 195	348 186	ZARNOWIEC,KOSC.	6 075 055	34 312 346
2	Wejherowo, kościół farny	3026BsRbFN	795 991	357 198	WEJHEROWO,KOSC.FARNY	6 053 983	34 321 636
3	Oksywie, wieża kościoła	3027BsRbFN	788 892	377 153	OKSYWIE,KOSC.	6 047 153	34 341 677
4	Wysin, wieża kośc.	3226BsPHFN	740 064	357 287	WYSIN,KOSC.	5 998 080	34 322 474
5	Konczewice, wieża kościelna	3228BsPHFN	733 683	394 743	KONCZEWICE,KOSC.	5 992 206	34 360 004
6	Stara Kiszewa, wieża kościelna	3326BsPHFN	728 081	349 188	STR.KISZEWA,KOSC.	5 985 991	34 314 539
7	Dąbrówka, wieża kościelna	3327BsPHFN	718 069	371 957	DABROWKA,KOSC.KAT.	5 976 289	34 337 436
8	Dzierżazno, kośc.	3327BsPHFN	709 895	383 979	DZIERZAZNO,KOSC.	5 968 279	34 349 565
9	Piaseczno, kościół	3327BsPHFN	705 565	387 937	PIASECZNO,KOSC.	5 964 005	34 353 581
10	Opalenie, wieża kościoła kat.	3427BsPHFN	698 553	390 730	OPALENIE,KOSC.KAT.	5 957 032	34 356 468
11	Lipinki, kościół	3427BsPHFN	687 841	367 728	LIPINKI,KOSC.	5 946 010	34 333 616
12	Szenwald, wieża kościelna	3428BsPHFN	679 984	408 321	SZYNWALD,KOSC.	5 938 706	34 374 307
13	Drzycim, kościół	3426BsPHFN	674 803	355 885	DRZYCIM,KOSC.	5 932 814	34 321 951
14	Samplawa, wieża kościelna	3429BsPHFN	669 423	445 844	SAMPLAWA,KOSC.	5 928 660	34 411 967
15	Gruta, wieża kościelna	3528BsPHFN	666 887	398 772	GRUTA,KOSC.KAT.	5 925 481	34 364 939
16	Okonin, wieża kościelna	3528BsPHFN	664 333	393 894	OKONIN,KOSC.KAT.	5 922 862	34 360 096
17	Mikołajki, wieża kościelna	3529BsPHFN	663 554	435 146	MIKOŁAJKI,KOSC.	5 922 645	34 401 351
18	Łąkie Polskie, wieża kościelna	3526BsPHFN	663 001	349 106	POLSKIE LAKI,KOSC.	5 920 923	34 315 332
19	Rumian, wieża kościelna	3530BsPHFN	659 945	462 676	RUMIAN,KOSC.	5 919 415	34 428 926
20	Radzyń, wieża kościelna	3528BsPHFN	658 526	396 287	RADZYN,KOSC.KAT.	5 917 088	34 362 568
21	Serock, kościół ewangelicki	3526BsPHFN	658 161	339 452	SEROCK,KOSC.	5 915 953	34 305 745
22	Knojady, wieża kościoła ewang.	3528BsPHFN	654 604	415 859	KONOJADY,KOSC.	5 913 434	34 382 190
23	Łopatki, wieża kościelna	3528BsPHFN	652 772	401 179	LOPATKI POLSKIE,KOSC.	5 911 402	34 367 537
24	Pokrzydowo, wieża kościelna	3529BsPHFN	650 823	432 442	POKRZYDOWO,KOSC.	5 909 880	34 398 822
25	Lisewo, wieża kościoła kat.	3527BsPHFN	649 061	379 663	LISEWO,KOSC.	5 907 398	34 346 075
26	Dobcz, wieża kośc.	3526BsPHFN	647 783	343 285	DOBRCZ,KOSC.	5 905 627	34 309 718
27	Płośnica, wieża kościelna	3530BsPHFN	643 691	467 480	PLOSZNICA,KOSC.	5 903 230	34 433 952
28	Brodnica, wieża kościoła kat.	3529BsPHFN	643 012	427 400	BRODNICA,KOSC.KAT.	5 901 996	34 393 528
29	Działdowo, kościół	3630BsPHFN	639 453	479 195	DZIALDOWO,KOSC.KAT.	5 899 154	34 445 723
30	Dźwierzno, wieża kościelna	3627BsPHFN	639 547	381 790	DZWIERZNO,KOSC.	5 897 914	34 348 332
31	Jastrzębie, wieża kościelna	3629BsPHFN	638 064	434 554	JASTRZEBIE,KOSC.	5 897 152	34 401 108
32	Tykocin, kościół	3635WrW0Pu	634 674	651 819	TYKOCIN,KOSC.SGT.	5 896 847	34 618 504
33	Orzechowo, wieża kościelna	3627BsPHFN	638 036	387 897	ORZECHOWO,KOSC.	5 896 487	34 354 458
34	Górzno, wieża kościoła ewang.	3629BsPHFN	636 022	442 780	GORZNO,KOSC.	5 895 223	34 409 361
35	Pluskoweszy, wieża kościelna	3628BsPHFN	634 748	395 987	PLUSKOWESZY,KOSC.	5 893 309	34 362 592
36	Ostrowite, wieża kościoła ewang.	3628BsPHFN	631 574	397 806	OSTROWITE,KOSC.	5 890 161	34 364 454
37	Miastkowo, kościół	3633WrW0Pu	628 219	588 561	MIASTKOWO,KOSC.	5 889 503	34 555 284
38	Świerczynki, wieża kościelna	3627BsPHFN	627 909	367 758	SWIERCZYNKI,KOSC.	5 886 086	34 334 459
39	Kleczków, kościół	3634WrW0Pu	617 255	590 126	KLECZKOWO,KOSC.	5 878 553	34 557 002
40	Piski, kościół	3734WrW0Pu	610 610	590 863	PISKI,KOSC.	5 871 917	34 557 834
41	Czerwin, kościół	3733WrW0Pu	605 842	584 000	CZERWIN,KOSC.	5 867 051	34 551 031
42	Liszkowo, wieża kościelna	3726BsRbFN	605 599	346 300	LISZKOWO,KOSC.	5 863 487	34 313 305
43	Wymyslin, kościół	3729WrW0Pu	599 755	420 727	WYMYSLIN,KOSC.	5 858 710	34 387 733
44	Paproc Duża, kościół	3734WrW0Pu	595 938	609 419	PAPROC DUZA,KOSC.	5 857 498	34 576 609
45	Ciemniewko, kościół	3731WrW0Pu	591 404	515 348	CIEMNIEWKO,KOSC.	5 851 652	34 482 524
46	Raciaz, kościół	3730WrW2Pu	588 779	473 101	RACIAZ,KOSC.W.PN.	5 848 442	34 440 283
47	Zareby, kościół	3734WrW0Pu	584 122	608 326	ZAREBY KOSCIELNE, KOSC.	5 845 660	34 575 682
48	Zaduszniki, kościół	3828WrW0Pu	583 477	410 944	ZADUSZNIKI,KOSC.	5 842 292	34 378 163
49	Szpetał Górny, kościół	3828WrW0Pu	579 958	404 181	SZPETAL GORNY,KOSC.	5 838 680	34 371 442
50	Proboszczewice, kościół	3829WrW0Pu	575 897	444 483	PROBOSZCZEWICE,KOSC.	5 835 166	34 411 832
51	Zagroba, kościół	3830WrW1Pu	572 822	457 711	ZAGROBA,KOSC.	5 832 271	34 425 102
52	Rokicie, kościół	3829WrW0Pu	571 230	428 398	ROKICIE,KOSC.	5 830 279	34 395 799
53	Kościeszki, wieża kościelna	3826BsRbFN	569 976	350 913	KOSCIERZKI,KOSC.	5 827 927	34 318 403
54	Wyszków, kościół	3833WrW0Pu	566 285	563 644	WYSZKOW,KOSC.	5 827 192	34 531 202
55	Cieksyn, kościół	3831WrW0Pu	564 863	509 966	CHIEKSYN,KOSC.	5 825 025	34 477 507
56	Sierock, kościół	3832WrW0Pu	557 516	537 382	SEROCK,KOSC.	5 818 054	34 505 047
57	Miszewo - Murowane, kościół	3930WrW1Pu	556 378	459 649	MISZEWO MUROWANE,KOSC.	5 815 845	34 427 278
58	Radzikowo, kościół	3931WrW0Pu	551 988	488 783	RADZIKOWO STARE,KOSC.	5 811 853	34 456 485
59	Korytnica, kościół	3934WrW0Pu	546 233	589 805	KORYTNICA,KOSC.	5 807 490	34 557 667
60	Czerwińsk, kościół	3930WrW2Pu	545 456	485 227	CZERWINSK,KOSC..W.PN.	5 805 270	34 453 017
61	Raciecice, kościół	3927WrW0Pu	540 494	361 205	RACIECICE,KOSC.	5 798 611	34 328 971
62	Wrząca, kościół	3927WrW0Pu	534 309	373 707	WRZACA WIELKA,KOSC.	5 792 594	34 341 567
63	Górki, kościół	3935WrW0Pu	528 269	656 526	GORKI,KOSC.	5 790 440	34 624 698
64	Rybno, kościół	4030WrW2Pu	528 792	470 809	RYBNO,KOSC.	5 788 402	34 438 815
65	Warszawa, kościół na Woli	4032WrW0Pu	525 946	529 084	WOLA,KOSC.MISJONARZY	5 786 356	34 497 175
66	Kozłów Biskupi, kościół	4030WrW2Pu	522 686	476 194	KOZLOW BISKUPI,KOSC.	5 782 367	34 444 288
67	Siedlce, kościół garnizonowy (dawny sobór)	4034WrW0Pu	518 549	619 016	SIEDLCE,KOSC.GARNIZONOWY	5 780 195	34 587 287
68	Wilanów, kościół	4032WrW0Pu	518 993	537 801	WILANOW,KOSC.	5 779 520	34 505 993
69	Władysławów, kościół	4027WrW0Pu	517 591	359 110	WLADYSLAWOW,KOSC.	5 775 668	34 327 188
70	Tuliszków, kościół	4026WrW0Pu	515 117	346 582	TULISZKOW,KOSC.	5 773 021	34 314 683

## Załącznik 7.

71	Bolimów, kościół św. Anny	4030WrW2Pu	510 054	474 468	BOLIMOW,KOSC.	5 769 706	34 442 734
72	Radziejowice, kościół	4031WrW0Pu	501 544	501 484	RADZIEJOWICE,KOSC.	5 761 561	34 469 887
73	Osieck, kościół, podstawa krzyża	4133WrW0Pu	496 717	560 267	OSIECK,KOSC.,W.PN.ZACH.	5 757 542	34 528 778
74	Czersk, kościół	4132WrW0Pu	495 849	547 557	CZERSK,KOSC.	5 756 499	34 516 077
75	Poddebice, kościół	4128WrW0Pu	492 685	390 602	PODDEBICE,KOSC.	5 751 181	34 359 046
76	Lisków, kościół	4127WrW0Pu	487 654	352 350	LISKOW,KOSC.	5 745 623	34 320 832
77	Bełdów, kościół	4128WrW0Pu	484 682	406 332	BELDOW,KOSC.	5 743 391	34 374 900
78	Łódź, wsch. Kopia kościoła	4129WrW0Pu	479 104	424 671	BALUTY,KOSC. MATKI BOSKI	5 738 059	34 393 327
79	Chlewo, kościół	4127WrW0Pu	478 154	356 290	CHEWKO,KOSC.	5 736 173	34 324 905
80	Okrzeja, kościół	4234WrW0Pu	471 369	606 194	OKRZEJA,KOSC.	5 732 814	34 575 100
81	Wrzeszczewice, dzwonnica kośc.	4228WrW0Pu	467 483	399 889	WRZESZCZEWICE,KOSC.	5 726 095	34 368 688
82	Zduńska Wola, kościół	4228WrW0Pu	460 086	387 952	ZDUNSKA WOLA KOSC.KAT.,U	5 718 530	34 356 842
83	Bryja, kościół	4233WrW0Pu	455 905	554 892	BRZOZA,KOSC.	5 716 633	34 523 968
84	Grabów, kośc. Kat.	4226BsRbFN	452 574	330 778	GRABOW,KOSC. M.B.SZKAPLE	5 710 241	34 299 880
85	Buczek, kościół	4228WrW0Pu	448 842	403 532	BUCZEK,KOSC.	5 707 492	34 372 588
86	Golań, wieża pn. kościoła	4334WrW0Pu	443 220	591 635	GOLAB,KOSC.W.PD.	5 704 434	34 560 909
87	Lubartów, kościół	4335WrW0Pu	440 140	642 427	LUBARTOW,KOSC. OO.KAPUCY	5 702 056	34 611 791
88	Gomółin, kościół	4329WrW0Pu	438 370	431 284	GOMULIN,KOSC.	5 697 398	34 400 505
89	Myjomiec, wieża kościelna	4326BsRbFN	432 774	322 776	MYJOMICIE,KOSC.	5 690 330	34 292 151
90	Paradyż, kościół	4330WrW0Pu	424 452	468 836	PARADYZ,KOSC.W.PD.WSCH.	5 683 989	34 438 274
91	Kazanów, kościół	4333WrW0Pu	419 471	562 614	MIECHOW,KOSC.	5 680 295	34 532 191
92	Laski, wieża kościoła katolickiego, galka	4426BsRbFN	417 997	322 023	LASKI,KOSC.KAT.	5 675 542	34 291 603
93	Trzcínica, wieża kościelna, galka	4426BsRbFN	415 699	321 541	TRZCINICA,KOSC.	5 673 237	34 291 153
94	Omechau, wieża kościelna	4426BsRbFN	411 305	327 868	MIECHOWA,KOSC.	5 668 931	34 297 542
95	Mirzec, kościół, galka	4432WrW0Pu	404 595	534 192	MIRZEC-STARA WIES,KOSC.	5 665 022	34 503 949
96	Grabowiec, kościół	4433WrW0Pu	400 199	557 780	GRABOWIEC,KOSC.	5 660 946	34 527 615
97	Pawłowice, kościół	4433WrW0Pu	396 972	582 357	PAWLOWICE,KOSC.	5 658 051	34 552 254
98	Wzdół Plebański, kościół, galka	4532WrW0Pu	387 107	521 725	WZDOL RZADOWY,KOSC.	5 647 357	34 491 712
99	Bodzentyn, kościół, galka	4532WrW0Pu	383 068	526 709	BODZENTYN,KOSC.	5 643 384	34 496 755
100	Chelmce, kościół, galka	4531WrW0Pu	382 046	494 326	CHELMCE,KOSC.	5 641 918	34 464 369
101	Borzykowa, kościół	4529WrW0Pu	377 922	437 873	BORZYKOWA,KOSC.	5 637 020	34 407 926
102	Ślupia Nowa, kościół, galka	4532WrW0Pu	374 179	536 129	SLUPIA NOWA,KOSC.	5 634 620	34 506 303
103	Łomnica II, wieża kościelna	4527BsRbFN	375 464	356 137	LOMNICA,KOSC.	5 633 482	34 326 302
104	Kozłów, kościół	4530WrW0Pu	371 240	470 730	KOZLOW,KOSC.	5 630 784	34 440 900
105	Przyrów, kościół św. Mikołaja	4529WrW0Pu	368 978	425 130	PRZYROW,KOSC.SW.MIKOLAJA	5 627 898	34 395 298
106	Brzeziny, kościół	4531WrW0Pu	364 584	499 723	BRZEZINY,KOSC.	5 624 527	34 470 003
107	Góry, kościół, galka	4633WrW0Pu	360 253	582 758	GORY WYSOKIE,KOSC.	5 621 324	34 553 152
108	Przylek, kościół	4629WrW0Pu	358 244	441 534	PRZYLEK,KOSC.	5 617 382	34 411 856
109	Lubliniec, wieża kościoła katolickiego	4627BsRbFN	357 407	365 727	LUBLINIEC,KOSC. SW.MIKOL.	5 615 563	34 336 146
110	Mokrsko, kościół, galka	4631WrW0Pu	354 876	489 732	MOKRSKO DOLNE,KOSC.	5 614 682	34 460 138
111	Nakło, kościół	4629WrW0Pu	353 325	439 486	NAKLO,KOSC.	5 612 437	34 409 876
112	Chobrzany, kościół	4633WrW0Pu	349 305	570 318	CHOBZANY,KOSC.	5 610 207	34 540 853
113	Kije, kościół	4631WrW0Pu	346 381	499 056	KIJE,KOSC.	5 606 311	34 469 585
114	Szydłów, kościół	4632WrW0Pu	344 025	529 666	SZYDLOW,KOSC.	5 604 372	34 500 246
115	Włodowice, kościół	4629WrW0Pu	342 274	419 820	WLODOWICE,KOSC.	5 601 115	34 390 355
116	Wrocierz, kościół	4631WrW0Pu	335 089	486 416	WROCIERYZ,KOSC.	5 594 843	34 457 091
117	Busk, kościół	4731WrW0Pu	331 021	509 180	BUSKO-ZDROJ,KOSC.	5 591 084	34 479 923
118	Wielki Książ, kościół, galka	4730WrW0Pu	328 742	468 221	KSIAZ WIELKI,KOSC.	5 588 245	34 438 976
119	Chrobierz, kościół, galka	4731WrW0Pu	325 766	497 872	CHROBERZ,KOSC.	5 585 676	34 468 677
120	Pacanów, kościół, galka	4732WrW0Pu	322 974	532 093	PACANOW,KOSC.	5 583 349	34 502 960
121	Narol, wieża kościelna z zegarem	4736BsLwSo	317 332	694 704	NAROL,KOSC.	5 580 006	34 665 464
122	Jurków, kościół	4731WrW0Pu	318 522	503 621	JURKOW,KOSC.	5 578 507	34 474 532
123	Tarnowiec, wieża kościelna	4735BsLwSo	310 034	633 946	TARNAWIEC,KOSC.	5 571 881	34 604 808
124	Raniców, dzwonnica kościoła	4734BsLwSo	306 515	598 767	RANIZOW,KOSC.	5 567 883	34 569 677
125	Zgórsko, wieża kościelna	4832BsLwSo	304 552	549 612	ZGORSKO,KOSC.	5 565 254	34 520 567
126	Bujaków, wieża kościelna, galka	4827BsRbFN	303 286	371 590	BUJAKOW,KOSC.	5 561 535	34 342 764
127	Przemków, kościół, galka	4831WrW0Pu	299 430	503 719	PRZEMYKOW,KOSC.	5 559 413	34 474 890
128	Markowice, wieża kościelna, galka	4826BsRbFN	296 939	333 702	MARKOWICE,KOSC.	5 554 658	34 304 973
129	Janowiec, wieża kościelna, galka	4826BsRbFN	292 955	322 473	CYPRZANOW,KOSC.	5 550 517	34 293 803
130	Boguszowice, wieża kościelna, galka	4827BsRbFN	290 642	356 860	BOGUSZOWICE,KOSC.	5 548 688	34 328 214
131	Kraków, wieża kościoła Mariackiego	4830BsLwSo	286 637	452 812	KRAKOW,KOSC.MARIACKI, W.	5 546 033	34 424 059
132	Wielkie Oczy, wieża kościelna	4836BsLwSo	281 062	683 469	WIELKIE OCZY,KOSC.	5 543 581	34 654 708
133	Rzeszów, kościół Bernardynów	4834BsLwSo	282 122	600 343	RZESZOW,KOSC. OO BERNARD	5 543 516	34 571 584
134	Jarosław, wieża kościelna	4835BsLwSo	280 051	649 651	JAROSLAW,KOSC. GRECKO-KA	5 542 115	34 620 907
135	Krzyżanowice, wieża kościelna	4831BsLwSo	279 679	488 521	KRZYZANOWICE WLK.,KOSC.	5 539 555	34 459 844
136	Boguchwała, wieża kościelna	4934BsLwSo	275 854	596 411	BOGUCHWALA,KOSC.	5 537 196	34 567 737
137	Tyczyn, wieża kościelna	4934BsLwSo	273 489	602 795	TYCZYN,KOSC.	5 534 917	34 574 152
138	Jasło, wieża kościoła	5033BsLwSo	249 788	562 643	JASLO,KOSC.	5 510 673	34 534 338
139	Ształowa, najw. wieża kościoła	5032BsLwSo	242 867	529 794	SZTALOWA,KOSC.	5 503 300	34 501 601
140	Kalwaria Paławska, wieża kościelna	5035BsLwSo	236 939	651 443	KALWARIA PACLAWSKA,KOSC.	5 499 028	34 623 276
141	Rymanów, wieża kośc.	5034BsLwSo	230 474	590 686	RYMANOW,KOSC.	5 491 742	34 562 631
142	Odrowąż, wieża kościelna	5130BsLwSo	224 037	445 213	ODROWAZ,KOSC.	5 483 293	34 417 330
143	Nowy Targ, wieża kościelna	5130BsLwSo	222 208	457 568	NOWY TARG,KOSC.	5 481 637	34 429 703
144	Nowa Biała, wieża kośc.	5130BsLwSo	217 212	465 725	NOWA BIALA,KOSC.	5 476 753	34 437 925

Zestawił: ppłk mgr inż. Robert Wł. BAUER

Zalqcznik 8.

Zalqcznik 8.

Zbiorcza Tabela Poprawek – poprawki dla wspólniej X'

Table with 50 columns (34250 to 5400) and 50 rows (6100 to 5400). Each cell contains a numerical value representing a correction for a specific coordinate pair.

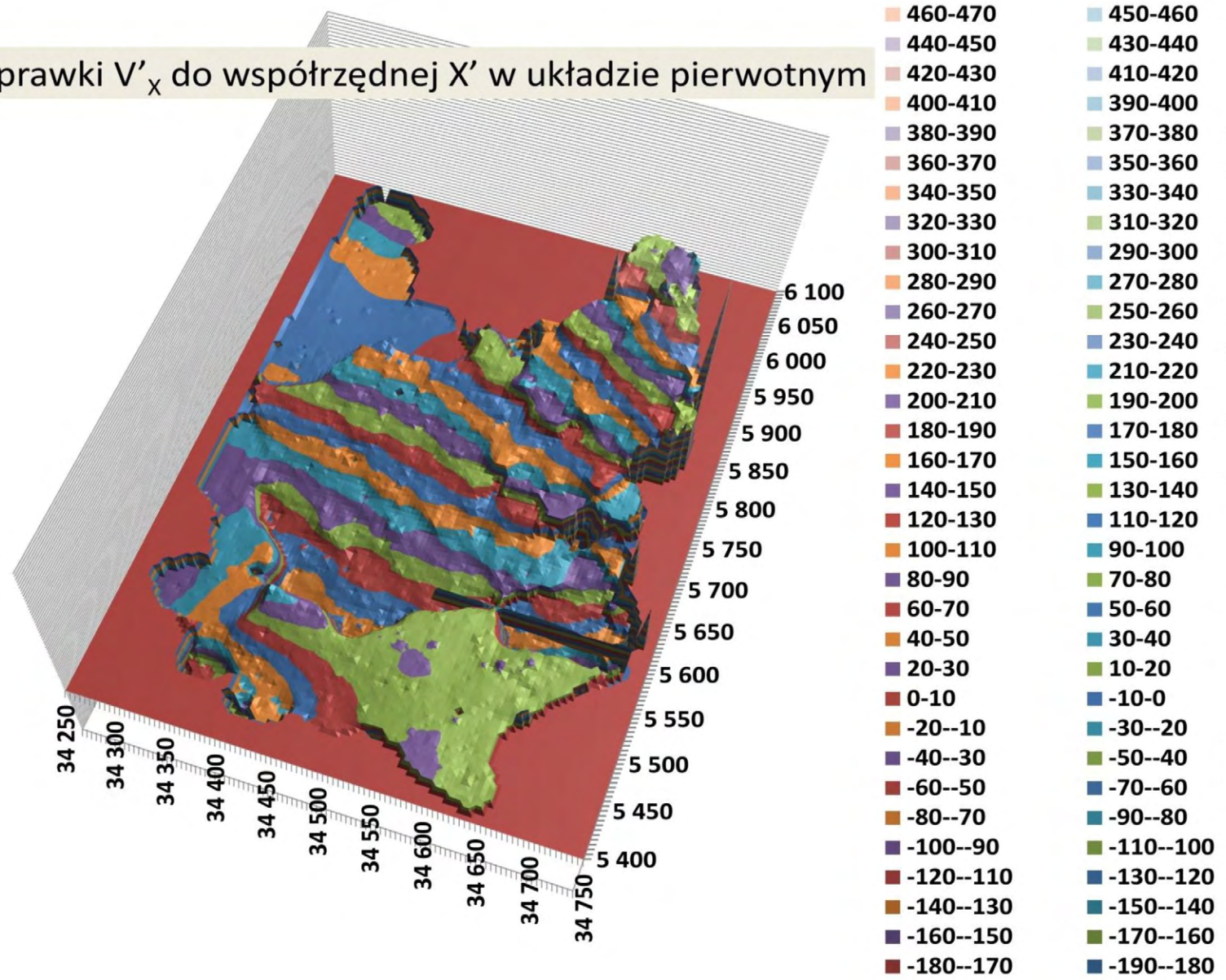
Zalqocun 9.

Zalqocun 9.

Zbiorcza Tabela Poprawek – poprawki dla współrzędnej Y'

Table with 50 columns (34250 to 5400) and 50 rows (6100 to 5400) containing numerical correction data for coordinate Y'.

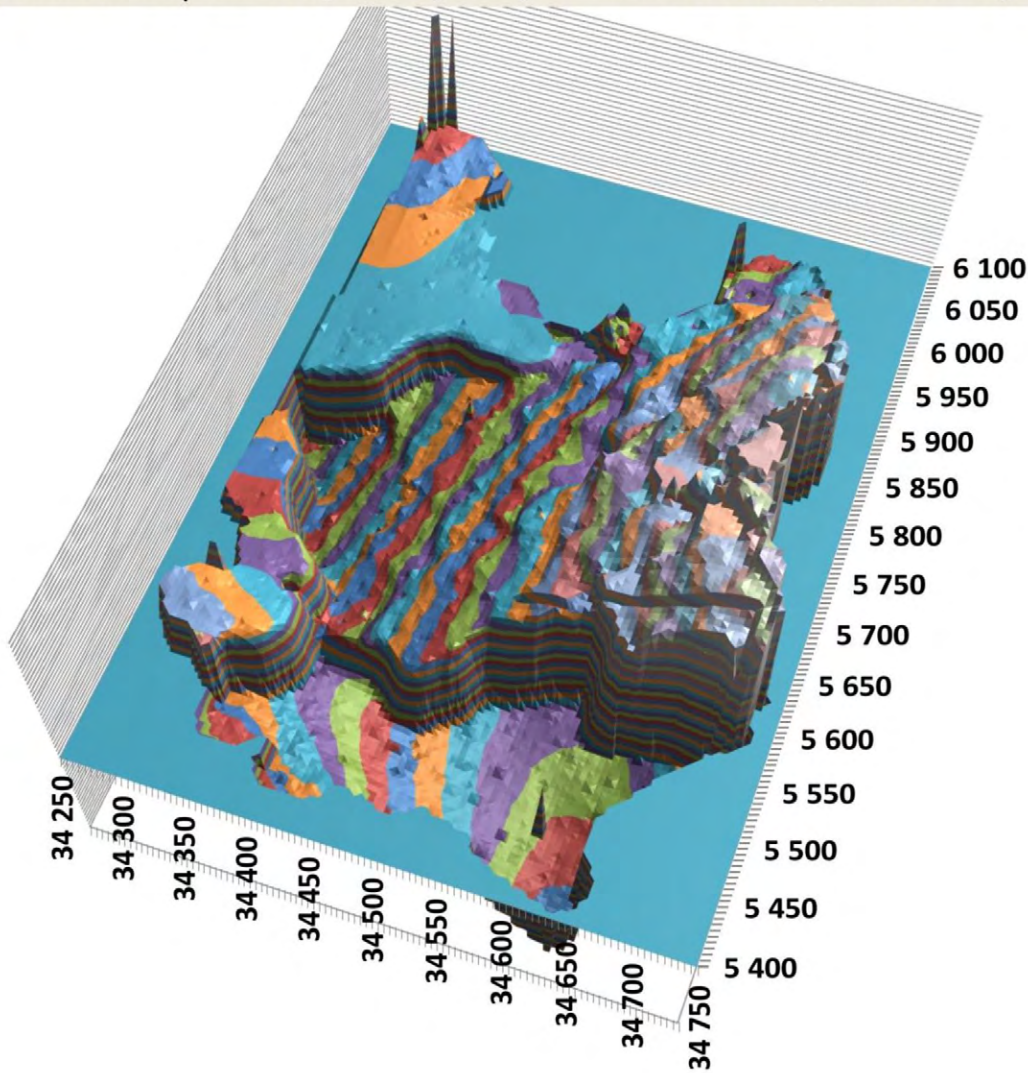
Poprawki  $V'_x$  do współrzędnej  $X'$  w układzie pierwotnym



Graficzna interpretacja Zbiornej Tabeli Poprawek  
 – poprawki dla współrzędnej  $X'$  – źródło: obliczenia własne



Poprawki  $V'_y$  do współrzędnej  $Y'$  w układzie pierwotnym



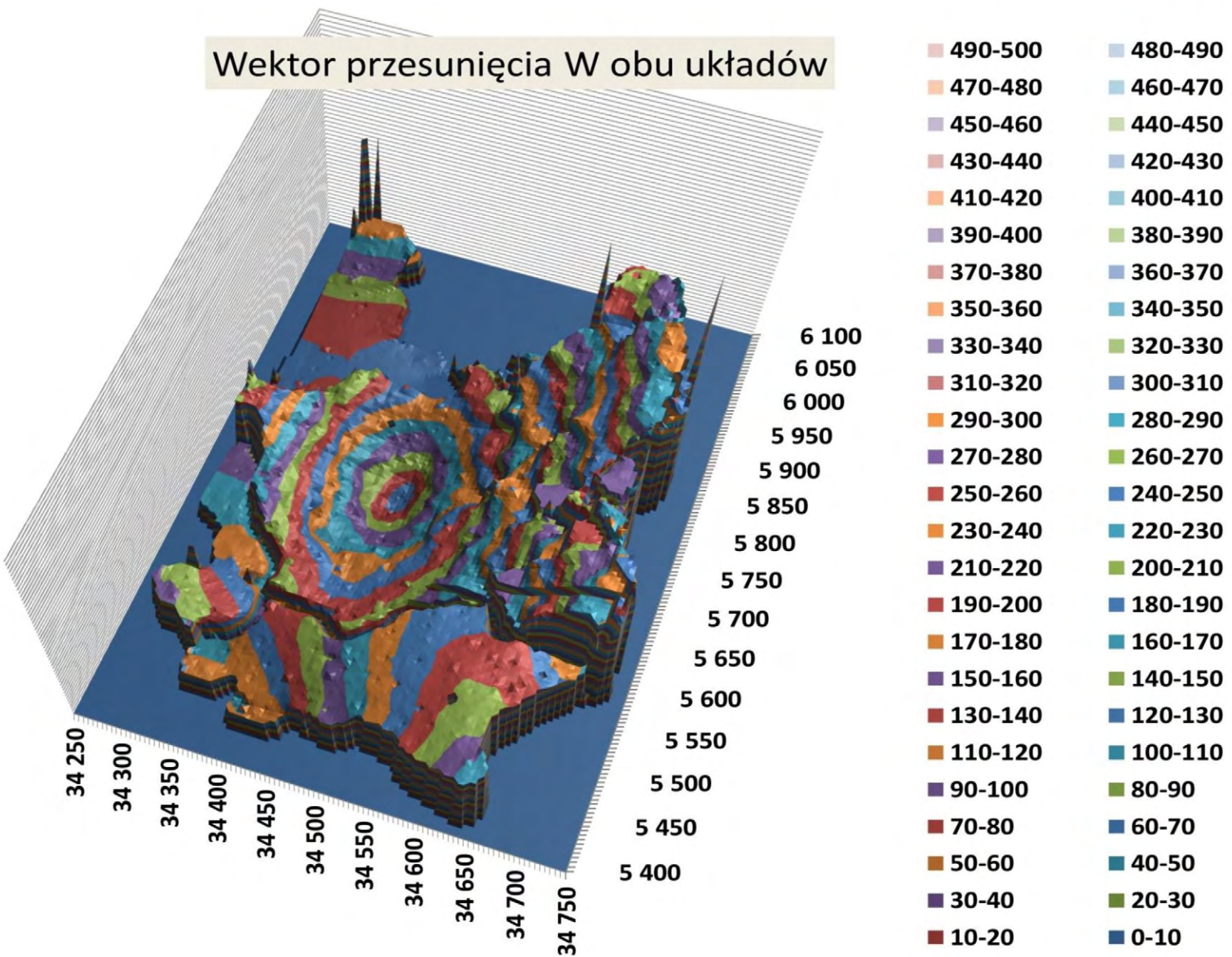
290-300	280-290
270-280	260-270
250-260	240-250
230-240	220-230
210-220	200-210
190-200	180-190
170-180	160-170
150-160	140-150
130-140	120-130
110-120	100-110
90-100	80-90
70-80	60-70
50-60	40-50
30-40	20-30
10-20	0-10
-10-0	-20--10
-30--20	-40--30
-50--40	-60--50
-70--60	-80--70
-90--80	-100--90
-110--100	-120--110
-130--120	-140--130
-150--140	-160--150
-170--160	-180--170
-190--180	-200--190
-210--200	-220--210

Graficzna interpretacja Zbiorczej Tabeli Poprawek  
 – poprawki dla współrzędnej  $Y'$  – źródło: obliczenia własne

Załącznik 11.

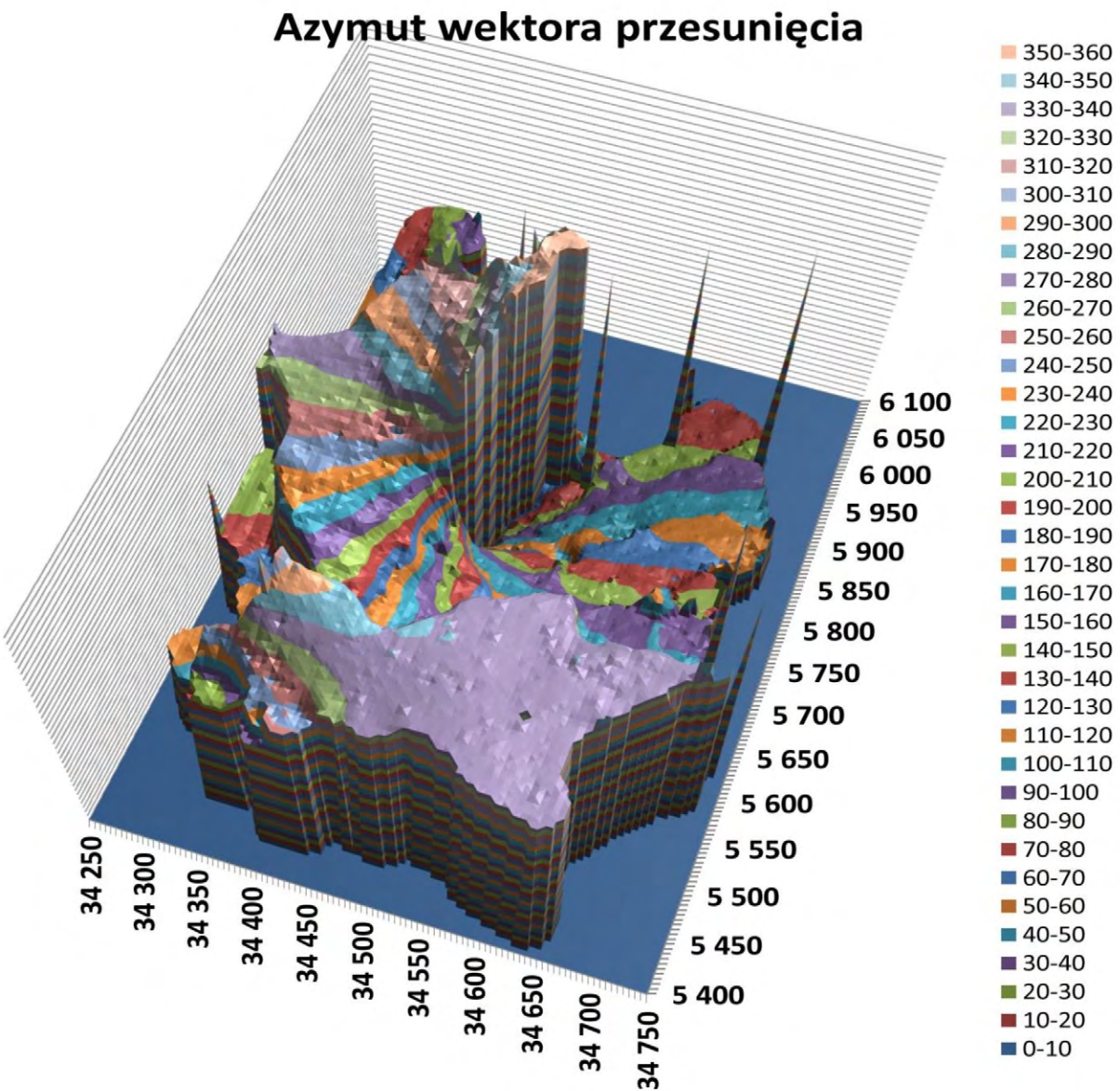
Załącznik 12.

Graficzna interpretacja wektora przesunięcia  $\overline{W}$  obu układów  
 źródło: obliczenia własne



Załącznik 13.

### Graficzna interpretacja azymutu wektora przesunięcia źródło: obliczenia własne



**Płyta CD z plikami**

Robert Władysław BAUER