

ISBN: 978-83-60024-11-9

INSTYTUT GEODEZJI I KARTOGRAFII

SERIA MONOGRAFICZNA NR 13

JAN KRYŃSKI

**PRECYZYJNE MODELOWANIE
QUASIGEOIDY NA OBSZARZE POLSKI -
- WYNIKI I OCENA DOKŁADNOŚCI**

Warsaw 2007



Rada Wydawnicza
przy Instytucie Geodezji i Kartografii
Editorial Council
at the Institute of Geodesy and Cartography

Adam Linsenbarth (przewodniczący, chairman),
Andrzej Ciolkosz (zastępca przewodniczącego, deputy chairman),
Teresa Baranowska, Stanisław Białousz (Wydział Geodezji i Kartografii PW),
Wojciech Janusz, Jan R. Olędzki (Wydział Geografii i Studiów Regionalnych UW),
Andrzej Sas-Uhrynowski, Janusz Zieliński (Centrum Badań Kosmicznych),
Hanna Ciolkosz (sekretarz, secretary)

Redaktor naukowy wydawnictwa
Scientific Editor
Adam Linsenbarth

Zastępca redaktora naukowego wydawnictwa
Deputy Scientific Editor
Andrzej Ciolkosz

Zespół redakcyjny
Editorial Staff
Wojciech Janusz
Andrzej Sas-Uhrynowski
Agata Styk

Adres Redakcji
Instytut Geodezji i Kartografii
02-679 Warszawa, ul. Modzelewskiego 27
Address of the Editorial Board:
Institute of Geodesy and Cartography
02-679 Warsaw, Modzelewskiego 27 St.
Poland
e-mail: boi@igik.edu.pl

© Copyright by Instytut Geodezji i Kartografii

ISBN: 978-83-60024-11-9

IGiK, Warszawa 2007 r.
Skład komputerowy i druk: IGiK

Recenzent:
prof. dr hab. Władysław Góral

Słowa kluczowe: modelowanie quasigeoidy, globalne modele geopotencjału, dane grawimetryczne, odchylenia pionu, dane satelitarno-niwelacyjne, dane mareograficzne, dane altimetryczne, numeryczne modele terenu, gęstość skorupy ziemskiej, poprawki terenowe, średnie anomalie grawimetryczne, regionalny model poziomu morza

SPIS TREŚCI

1. Wprowadzenie.....	18
2. Dane wyjściowe i ich analiza jakościowa i ilościowa.....	26
2.1. Dane grawimetryczne i ich analiza.....	26
2.1.1. Zbiór punktowych danych grawimetrycznych z obszaru Polski.....	26
2.1.2. Zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych z obszaru Polski.....	30
2.1.3. Zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych z rejonów otaczających Polskę.....	30
2.1.4. Zbiór morskich danych grawimetrycznych.....	32
2.1.5. Zbiór lotniczych danych grawimetrycznych.....	34
2.2. Odchylenia pionu i ich analiza.....	35
2.3. Dane niwelacyjne i ich analiza.....	38
2.4. Dane satelitarne GPS i ich analiza.....	41
2.4.1. Zbiór danych z sieci POLREF.....	41
2.4.2. Zbiór danych z sieci EUVN.....	46
2.4.3. Zbiór danych z sieci WSSG.....	48
2.4.4. Nowe jednolite opracowanie archiwalnych obserwacji GPS z kampanii EUREF-POL, POLREF i EUVN.....	49
2.5. Dane altimetryczne i ich analiza.....	52
2.6. Dane mareograficzne i ich analiza.....	56
2.7. Dane geologiczne i ich analiza.....	60
2.8. Dane topograficzne i ich analiza.....	63
2.8.1. Porównanie modelu DTED2 z wysokościami normalnymi punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG.....	66
2.8.2. Porównanie modelu DTED2 z regionalnymi modelami sporządzonymi metodami fotogrametrycznymi o wyższej rozdzielczości.....	67
2.8.3. Porównanie modelu DTED2 z modelem Tatr o rozdzielczości 10 m.....	68

2.8.4. Porównanie modelu DTED2 z modelem SRTM3I.....	69
2.8.5. Porównanie modelu DTED2 z wysokościami punktów gawimetrycznych z bazy danych gawimetrycznych.....	69
3. Opracowanie systemu i założenie baz danych.....	72
3.1. Wybór środowiska programowego.....	72
3.2. Elementy wspólne baz danych.....	72
3.3. Aplikacje wspólne baz danych.....	73
3.4. Utworzenie Systemu Baz Danych.....	74
3.4.1. Baza danych gawimetrycznych.....	74
3.4.2. Baza danych niwelacyjnych.....	76
3.4.3. Baza danych astrometrycznych.....	76
3.4.4. Baza danych satelitarno-niwelacyjnych.....	77
3.4.5. Baza danych geologicznych.....	78
3.4.6. Baza danych mareograficznych.....	78
3.4.7. Numeryczne modele terenu.....	78
4. Projekty i wykonanie uzupełniających obserwacji.....	80
4.1. Kontrolne pomiary GPS.....	80
4.1.1. Kontrola terenowa jakości współrzędnych punktów z gawimetrycznej bazy danych.....	80
4.1.2. Kontrola terenowa jakości współrzędnych punktów POLREF, EUVN i WSSG.....	81
4.2. Kontrolne pomiary gawimetryczne.....	85
4.2.1. Kontrola jakości punktów osnowy gawimetrycznej geologicznych zdjęć gawimetrycznych oraz transformacji z systemu PIG-IGSN71 do systemu POGK99.....	85
4.3. Kontrolne pomiary astronomiczne.....	87
5. Opracowanie jednolitych standardów i ujednolicenie danych	89
5.1. Rodzaj danych i stosowane układy odniesienia.....	90
5.1.1. Dane gawimetryczne.....	90
5.1.2. Dane astronomiczno-geodezyjne.....	100
5.1.3. Dane niwelacyjne.....	101
5.1.4. Dane GPS.....	101

5.1.5. Dane altimetryczne.....	102
5.1.6. Dane mareograficzne.....	102
5.1.7. Dane geologiczne.....	102
5.1.8. Poprawki do obserwacji (anomalii) grawimetrycznych.....	102
5.2. Określenie jednolitego standardu i układu odniesienia.....	103
5.3. Ujednolicenie danych.....	104
5.3.1. Dane grawimetryczne.....	104
5.3.2. Dane astronomiczno-geodezyjne.....	108
5.3.3. Dane niwelacyjne.....	109
5.3.4. Dane GPS.....	109
6. Ocena przydatności modeli geopotencjału.....	110
7. Metodyka i obliczenie poprawek terenowych.....	115
7.1. Wybór metody obliczeń poprawek terenowych.....	115
7.2. Określenie parametrów do obliczenia poprawek terenowych oraz wymagań dotyczących danych o topografii terenu.....	118
7.3. Obliczenie poprawek terenowych dla stacji grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych dla Polski.....	123
8. Metodyka i obliczenie średnich anomalii grawimetrycznych	128
9. Modelowanie średniego poziomu Morza Bałtyckiego.....	137
9.1. Regionalny model poziomu Morza Bałtyckiego.....	138
9.2. Wyznaczenie tempa zmiany trendu z danych mareograficznych.....	140
9.3. Regionalne i lokalne charakterystyki modelu BSLM.....	144
9.4. Rola regionalnego modelu poziomu morza w efektywnym wykorzystaniu krótkich ciągów obserwacji mareograficznych do modelowania poziomu morza.....	145
9.5. Wyznaczenie wznoszenia kontynentu w rejonie Bałtyku z wykorzystaniem BSLM.....	147
9.6. Relacja między zmianami poziomu morza na Bałtyku i parametrami ruchu bieguna.....	149

10. Projekt i założenie trawersu kontrolnego.....	150
10.1. Projekt trawersu kontrolnego.....	150
10.1.1. Projekt przebiegu trawersu kontrolnego.....	151
10.1.2. Projekt strategii pomiaru trawersu kontrolnego.....	152
10.1.3. Projekt logistyki pomiaru trawersu kontrolnego.....	154
10.2. Pomiar trawersu kontrolnego.....	155
10.3. Opracowanie obserwacji GPS na punktach trawersu kontrolnego.....	156
10.3.1. Opracowanie obserwacji GPS przy zastosowaniu programu Bernese v.4.2.....	156
10.3.2. Opracowanie obserwacji GPS przy zastosowaniu programu Pinnacle.....	158
10.4. Porównanie obliczonych wysokości quasigeoidy na punktach trawersu kontrolnego z modelami quasigeoidy 2000 i 2001.....	162
11. Metodyka i opracowanie modeli quasigeoidy.....	164
11.1. Geoida astronomiczno-geodezyjna.....	164
11.1.1. Metodyka modelowania geoidy astronomiczno-geodezyjnej.....	164
11.1.2. Obliczenie modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej.....	167
11.1.3. Ocena dokładności modelu geoidy astronomiczno- -geodezyjnej.....	170
11.2. Quasigeoida grawimetryczna.....	176
11.2.1. Metodyka modelowania quasigeoidy grawimetrycznej.....	176
11.2.2. Dane do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej.....	181
11.2.3. Obliczone modele quasigeoidy grawimetrycznej.....	183
11.2.4. Ocena dokładności obliczonych modeli quasigeoidy grawimetrycznej.....	184
11.3. Quasigeoida satelitarno-niwelacyjna.....	190
11.3.1. Czysto numeryczne modele quasigeoidy satelitarno- -niwelacyjnej.....	190
11.3.2. Model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej <i>kriging</i> wzmocniony danymi grawimetrycznymi.....	192

11.4. Kompleksowa quasigeoida.....	197
11.4.1. Metodyka kompleksowego modelowania quasigeoidy.....	198
11.4.2. Dane do kompleksowego modelowania quasigeoidy.....	201
11.4.3. Obliczenie kompleksowego modelu quasigeoidy i wewnętrzna ocena dokładności.....	202
11.4.4. Ocena dokładności kompleksowego modelu quasigeoidy oraz jakości składowej wysokościowej położenia punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG.....	203
11.5. Dopasowana quasigeoida grawimetryczna.....	206
11.5.1. Metodyka wpasowywania quasigeoidy grawimetrycznej w punkty sieci satelitarno-niwelacyjnej.....	207
11.5.2. Metodyka oceny jakości parametrycznego modelu powierzchni korekcyjnej.....	208
11.5.3 Wyniki porównania modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c z wysokościami punktów sieci POLREF.....	209
11.5.4 Wyniki wpasowania modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c w wysokości punktów sieci POLREF.....	211
11.5.5. Dokładność wyznaczonego parametrycznego modelu powierzchni korekcyjnej.....	216
11.5.6. Utworzenie modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c_corr wpasowanej w wysokości punktów sieci POLREF.....	217
11.5.7. Ocena dokładności modelu dopasowanej quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c_corr.....	218
12. Analiza porównawcza utworzonych modeli quasigeoidy.....	219
12.1. Dane wykorzystane do analizy modeli quasigeoidy.....	219
12.1.1. Kompleksowy model quasigeoidy.....	219
12.1.2. Model geoidy/quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej.....	220
12.1.3. Modele quasigeoidy grawimetrycznej.....	220
12.1.4. Model quasigeoidy grawimetrycznej – wpasowanej.....	221
12.1.5. Modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej.....	221
12.1.6. Wysokości quasigeoidy punktów trawersu kontrolnego.....	221

12.2. Porównanie modelu geoidy/quasigeoidy astronomiczno- -geodezyjnej z innymi modelami quasigeoidy.....	221
12.3. Porównanie modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05b z innymi modelami.....	226
12.4. Porównanie modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej z innymi modelami quasigeoidy.....	229
12.5. Porównanie modelu quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej quasi05c_corr z kompleksowym modelem quasigeoidy „2005”.....	231
12.6. Porównanie badanych modeli z anomaliami wysokości trawersu kontrolnego.....	232
12.7. Analiza porównawcza badanych modeli z modelem quasigeoidy GUGiK 2001.....	235
12.8. Określenie dla obszaru Polski modelu quasigeoidy optymalnego do wykorzystania technik obserwacyjnych GPS do precyzyjnego wyznaczania wysokości.....	241
12.9. Kompleksowa ocena istniejącego materiału obserwacyjnego wykorzystanego do modelowania quasigeoidy na obszarze Polski.....	242
13. Podsumowanie.....	245
Podziękowania.....	249
Bibliografia.....	250
Summary.....	265

CONTENTS

1. Introduction.....	18
2. Initial data and its quality and quantity analysis.....	26
2.1. Gravity data and its analysis.....	26
2.1.1. Point gravity data from Poland.....	26
2.1.2. Mean free-air anomalies from Poland.....	30
2.1.3. Mean free-air anomalies from neighbouring countries.....	30
2.1.4. Seaborne gravity data.....	32
2.1.5. Airborne gravity data.....	34
2.2. Deflections of the vertical and their analysis.....	35
2.3. Levelling data and its analysis.....	38
2.4. GPS data and its analysis.....	41
2.4.1. POLREF data.....	41
2.4.2. EUVN data.....	46
2.4.3. WSSG data.....	48
2.4.4. New uniform processing of archive GPS data from EUREF-POL, POLREF and EUVN campaigns.....	49
2.5. Altimetry data and its analysis.....	52
2.6. Tide gauge data and its analysis.....	56
2.7. Geological data and its analysis.....	60
2.8. Topographic data and its analysis.....	63
2.8.1. Comparison of the DTED2 model with normal heights of the POLREF, EUVN and WSSG network points.....	66
2.8.2. Comparison of the DTED2 model with regional DTMs developed using digital photogrammetry.....	67
2.8.3. Comparison of the DTED2 model with high resolution regional DTM in Tatra Mountains.....	68
2.8.4. Comparison of the DTED2 model with the SRTM3I model.....	69
2.8.5. Comparison of the DTED2 model with levelled heights of gravity points from the gravity database.....	69

INSTITUTE OF GEODESY AND CARTOGRAPHY

Monographic Series No 13

3. Elaboration and developing of databases.....	72
3.1. Specification of programming environment.....	72
3.2. Common elements of databases.....	72
3.3. Common applications of databases.....	73
3.4. Realization of the System of Databases.....	74
3.4.1. Gravity database.....	74
3.4.2. Levelling database.....	76
3.4.3. Astrometry database.....	76
3.4.4. GPS/levelling database.....	77
3.4.5. Geological database.....	78
3.4.6. Tide gauge database.....	78
3.4.7. Digital terrain models.....	78
4. Projects and performance of complementary observations.....	80
4.1. Control GPS survey.....	80
4.1.1. Quality control of horizontal coordinates of points from gravity database.....	80
4.1.2. Field tests of quality of coordinates of POLREF, EUVN and WSSG network points.....	81
4.2. Control gravity survey.....	85
4.2.1. Quality control of gravity network points used as gravity reference for geological gravity survey and transformation from PIG-IGSN71 system into POGK99 system.....	85
4.3. Control astronomic survey.....	87
5. Elaboration of uniform standards and data unification.....	89
5.1. Data type and reference systems used.....	90
5.1.1. Gravity data.....	90
5.1.2. Astro-geodetic data.....	100
5.1.3. Levelling data.....	101
5.1.4. GPS data.....	101

INSTITUTE OF GEODESY AND CARTOGRAPHY

Monographic Series No 13

5.1.5. Altimetry data.....	102
5.1.6. Tide gauge data.....	102
5.1.7. Geological data.....	102
5.1.8. Corrections to gravity data (gravity anomalies).....	102
5.2. Determination of uniform standard and reference system.....	103
5.3. Unification of data.....	104
5.3.1. Gravity data.....	104
5.3.2. Astro-geodetic data.....	108
5.3.3. Levelling data.....	109
5.3.4. GPS data.....	109
6. Estimation of suitability of global geopotential models.....	110
7. Methodology and computation of terrain corrections.....	115
7.1. Specification of the method of terrain corrections computation.....	115
7.2. Determination of parameters for the computation of terrain corrections and requirements concerning topography height data.....	118
7.3. Computation of terrain corrections for all gravity points from the gravity database for Poland.....	123
8. Methodology and computation of mean gravity anomalies.....	128
9. Modelling of the mean sea level of the Baltic Sea	137
9.1. Regional model of the sea level of the Baltic Sea.....	138
9.2. Determination of the rate of trend from tide gauge data.....	140
9.3. Regional and local characteristics of the BSLM model.....	144
9.4. The role of regional sea level model in the effective use of short tide gauge records for modelling sea level.....	145
9.5. Determination of land uplift in the Baltic region with the use of the BSLM.....	147
9.6. Relationship between the variations of Baltic Sea level and the parameters of polar motion.....	149

10. Project and establishment of the control GPS/levelling traverse.....	150
10.1. Project of the control GPS/levelling traverse.....	150
10.1.1. Design of the control GPS/levelling traverse.....	151
10.1.2. Strategy of survey of the control GPS/levelling traverse.....	152
10.1.3. Logistics of survey of the control GPS/levelling traverse.....	154
10.2. Survey of the control GPS/levelling traverse.....	155
10.3. Processing of GPS data acquired at the points the control GPS/levelling traverse.....	156
10.3.1. GPS data processing with the use of the Bernese v.4.2 program	156
10.3.2. GPS data processing with the use of the Pinnacle program.....	158
10.4. Comparison of quasigeoid heights calculated at the points of the control GPS/levelling traverse with the respective ones calculated from 2000 i 2001 quasigeoid models.....	162
11. Methodology and development of quasigeoid models.....	164
11.1. Astro-geodetic geoid.....	164
11.1.1. Methodology of astro-geodetic geoid modelling.....	164
11.1.2. Determination of astro-geodetic geoid model.....	167
11.1.3. Estimation of accuracy of astro-geodetic geoid model developed.....	170
11.2. Gravimetric quasigeoid.....	176
11.2.1. Methodology of gravimetric quasigeoid modelling.....	176
11.2.2. Data used for gravimetric quasigeoid modelling.....	181
11.2.3. Developed models of gravimetric quasigeoid.....	183
11.2.4. Estimation of accuracy of gravimetric quasigeoid models developed.....	184
11.3. GPS/levelling quasigeoid.....	190
11.3.1. Pure numerical models of GPS/levelling quasigeoid.....	190
11.3.2. The „kriging” GPS/levelling quasigeoid model supported with gravity data.....	192

11.4. Combined (integrated) quasigeoid.....	197
11.4.1. Methodology of integrated quasigeoid modelling.....	198
11.4.2. Data used for integrated quasigeoid modelling.....	201
11.4.3. Developed model of integrated quasigeoid and internal accuracy estimation.....	202
11.4.4. Estimation of accuracy of integrated quasigeoid model developed and of quality of vertical component of POLREF, EUVN and WSSG network points.....	203
11.5. Best-fitted gravimetric quasigeoid.....	206
11.5.1. Methodology of fitting gravimetric quasigeoid in the points of GPS/levelling network.....	207
11.5.2. Methodology of quality estimation of parametric model of corrector surface.....	208
11.5.3 Comparison of gravimetric quasigeoid model quasi05c with heights of the POLREF network points.....	209
11.5.4 Fitting of gravimetric quasigeoid model quasi05c in heights of the POLREF network points.....	211
11.5.5. Accuracy of the developed parametric model of corrector surface.....	216
11.5.6. Developing of gravimetric quasigeoid model quasi05c_corr best-fitted in heights of the POLREF network points.....	217
11.5.7. Estimation of accuracy of best-fitted gravimetric quasigeoid model quasi05c_corr.....	218
12. Comparison analysis of quasigeoid models developed.....	219
12.1. Data used for quasigeoid models analysis.....	219
12.1.1. Combined (integrated) quasigeoid model.....	219
12.1.2. Astro-geodetic geoid/quasigeoid model.....	220
12.1.3. Gravimetric quasigeoid models.....	220
12.1.4. Best-fitted gravimetric quasigeoid model.....	221
12.1.5. GPS/levelling quasigeoid models.....	221
12.1.6. Quasigeoid heights of GPS/levelling control traverse points.....	221

INSTITUTE OF GEODESY AND CARTOGRAPHY

Monographic Series No 13

12.2. Comparison of astro-geodetic geoid/quasigeoid model with - other quasigeoid models developed.....	221
12.3. Comparison of gravimetric quasigeoid model quasi05b with other quasigeoid models developed.....	226
12.4. Comparison of GPS/levelling quasigeoid model with other quasigeoid models developed.....	229
12.5. Comparison of best-fitted gravimetric quasigeoid model quasi05c_corr with integrated quasigeoid model „2005”.....	231
12.6. Comparison of quasigeoid models developed with height anomalies of GPS/levelling control traverse points.....	232
12.7. Comparison analysis of quasigeoid models developed with the GUGiK 2001 quasigeoid model.....	235
12.8. Determination for Poland of quasigeoid model optimum for precise heighting with the use of GPS technique.....	241
12.9. Complex quality estimate of the existing data used for modelling quasigeoid in Poland.....	242
13. Conclusions.....	245
Acknowledgements.....	249
References.....	250
Summary.....	265

ZARYS TREŚCI: Niniejsze opracowanie stanowi przegląd i podsumowanie wyników prac badawczych nad modelowaniem quasigeoidy na obszarze Polski wykonanych w krajowych ośrodkach naukowych, ze szczególnym uwzględnieniem wyników badań związanych z precyzyjnym modelowaniem quasigeoidy uzyskanych w latach 2002–2005 w trakcie realizacji projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002, zamówionego przez Komitet Badań Naukowych, oraz prac wykonanych w tym zakresie w IGiK w ramach badań statutowych w okresie 2005–2007. Wynikające z potrzeb oraz dostępności do nowych, niewykorzystanych dotychczas danych uzasadnienie podjęcia na szeroką skalę działań w kierunku utworzenia modelu centymetrowej quasigeoidy na obszarze Polski poprzedzono krótkim przeglądem historycznym prac wykonanych w tym zakresie w Polsce. Wyszczegółono i scharakteryzowano wszystkie dostępne dane zgromadzone na potrzeby projektu oraz przedstawiono wyniki analizy jakościowej i ilościowej tych danych. Zaliczają się do nich: naziemne dane grawimetryczne w postaci punktowych wartości przyspieszenia siły ciężkości lub średnich anomalii wolnopowietrznych z obszaru Polski i terenów przyległych, morskie dane grawimetryczne z Bałtyku i Morza Północnego, lotnicze dane grawimetryczne z rejonu południowego Bałtyku, południowej Szwecji i Danii, astronomiczno-geodezyjne i astronomiczno-grawimetryczne odchylenia pionu z obszaru Polski, dane niwelacyjne z podstawowej osnowy wysokościowej kraju, rozwiązania GPS i wysokości normalne punktów sieci satelitaro-niwelacyjnych POLREF, EUVN i WSSG, dane altimetryczne z Bałtyku i Morza Północnego, dane mareograficzne ze stacji w basenie Morza Bałtyckiego, gęstości górnej litosfery na obszarze Polski, numeryczne modele terenu dla Polski i terenów przyległych. W opisie Systemu Baz Danych podano charakterystykę utworzonych dla każdego typu danych baz składowych systemu. W celu weryfikacji danych grawimetrycznych, danych satelitaro-niwelacyjnych oraz odchyleń pionu zaprojektowano, a następnie wykonano kontrolne pomiary GPS, grawimetryczne i astronomiczne. Przeanalizowano standardy i układy odniesienia wszystkich zgromadzonych danych, a następnie sprowadzono wszystkie dane do jednolitych standardów i układów odniesienia. Przebadano różne dostępne globalne modele geopotencjału pod kątem wyboru najbardziej odpowiedniego do precyzyjnego modelowania quasigeoidy w Polsce. Opracowano metodykę dokładnego wyznaczenia poprawek terenowych z użyciem optymalnego maksymalnego promienia całkowania efektów grawitacyjnych topografii w postaci graniastopów. Przeanalizowano obliczone dla 1 078 046 punktów grawimetrycznych w Polsce poprawki terenowe do obserwowanego przyspieszenia siły ciężkości. Opracowano przystosowany do wymagań dokładnościowych i dostępnych danych wysokościowych algorytm obliczania średnich anomalii Faye'a oraz obliczono nowy zbiór średnich anomalii grawimetrycznych dla obszaru Polski. Utworzono regionalny model poziomemu Morza Bałtyckiego,

przebadano jego regionalne i lokalne charakterystyki oraz możliwości aplikacyjne: efektywne wykorzystanie krótkich ciągów obserwacji mareograficznych do modelowania poziomu morza, wyznaczanie wznoszenia kontynentu w rejonie Bałtyku, badanie relacji między zmianami poziomu morza na Bałtyku i parametrami ruchu bieguna. Podano opis założonego w ramach projektu badawczego satelitarno-niwelacyjnego trawersu kontrolnego przeznaczonego do kontroli jakości modeli quasigeoidy na obszarze Polski oraz porównano wyniki opracowania danych z trawersu kontrolnego z wysokościami quasigeoidy modelu GUGiK 2001. Przedstawiono złożenia metodyczne, algorytmy oraz wyniki opracowania modeli geoidy/quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej, quasigeoidy grawimetrycznej, quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej i kombinowanego modelu quasigeoidy z wyspecyfikowaniem danych użytych do ich wyznaczenia. Utworzone modele zostały wzajemnie porównane i oceniono ich dokładność. Dokonano także niezależnej oceny ich jakości z wykorzystaniem danych z trawersu kontrolnego. Modelem quasigeoidy optymalnym do wykorzystania technik obserwacyjnych GNSS do precyzyjnego wyznaczania wysokości jest wpasowany model quasigeoidy grawimetrycznej. Dokładność otrzymanych modeli quasigeoidy na obszarze Polski opracowanych z użyciem danych grawimetrycznych ocenia się na 2 cm.

1. WPROWADZENIE

Zasadniczy cel wyznaczania geoidy wynika z potrzeby precyzyjnego określenia geometrycznego związku pomiędzy powierzchnią Ziemi i elipsoidą odniesienia, który jest wykorzystywany w pracach geodezyjnych, geofizycznych, geologicznych i oceanograficznych. Znajomość precyzyjnego modelu geoidy urosła do kluczowej rangi w ostatnim dziesięcioleciu z uwagi na jego zastosowanie w technikach precyzyjnego pozycjonowania przy użyciu globalnych systemów nawigacyjnych, w szczególności do wyznaczania wysokości. Precyzyjne modelowanie regionalnej geoidy stało się jednym z podstawowych zadań licznych ośrodków badawczych oraz agencji geodezyjnych.

Wzrostowi pokrycia terenów lądowych obserwacjami grawimetrycznymi i odchyleniami pionu w pierwszych dziesięcioleciach XX w. towarzyszyło powstawanie regionalnych modeli geoidy (np. Hirvonen, 1934; Tanni, 1948). Pierwszy model grawimetrycznej geoidy dla Centralnej Europy, z uwzględnieniem obszaru Polski, został opracowany w 1949 r., przy wykorzystaniu średnich anomalii izostatycznych $5^\circ \times 5^\circ$ i $1^\circ \times 1^\circ$ (Tanni, 1949). Dokładność modelu, według jego autora, wynosiła 6–12 m. W tym samym czasie podjęto w Polsce prace w kierunku zgromadzenia danych grawimetrycznych i astronomicznych w aspekcie ich wykorzystania do opracowania regionalnego modelu geoidy. Pierwszy regionalny model geoidy astronomiczno-grawimetrycznej dla Polski został opracowany w 1961 r. w Instytucie Geodezji i Kartografii (IGiK) w Warszawie z wykorzystaniem 134 astrono-

miczno-geodezyjnych odchyłeń pionu i anomalii grawimetrycznych odczytanych z map grawimetrycznych (Bokun, 1961). Model ten, o dokładności około 60 cm, został następnie dwukrotnie udoskonalony w IGiK w 1970 r. (Bokun, 1970) oraz w 1978 r. (Bokun, 1978) poprzez zastosowanie danych grawimetrycznych z bardziej szczegółowych map grawimetrycznych oraz wykorzystanie nowych obserwacji astronomicznych. Dokładność udoskonalonego modelu geoidy na przeważającym obszarze Polski oszacowano na około 30 cm (Łyszkowicz, 1993).

Stosunkowo niska dokładność obliczanych regionalnych modeli geoidy, mimo dysponowania materiałem grawimetrycznym o odpowiedniej jakości z badanego rejonu, wynikała z braku jednolitego pokrycia kuli ziemskiej danymi grawimetrycznymi, a jednocześnie ograniczonego dostępu do istniejących danych grawimetrycznych. Istotną przeszkodą w tworzeniu dokładnych regionalnych modeli geoidy była również bardzo ograniczona znajomość globalnego opisu geopotencjału. Wraz tworzeniem i udostępnianiem kolejnych globalnych modeli geopotencjału, wyznaczanych z rosnącą rozdzielczością i dokładnością przy wykorzystaniu danych satelitarnych oraz naziemnych danych grawimetrycznych, pojawiła się możliwość udoskonalenia regionalnego modelowania grawimetrycznej geoidy i podniesienia dokładności obliczanych modeli. Opracowana metoda *remove-compute-restore* w wyniku usunięcia z obserwowanych anomalii grawimetrycznych efektu globalnego przy użyciu globalnego modelu geopotencjału pozostawia w nich efekty regionalne i lokalne. Obszar, z jakiego należy wykorzystywać do modelowania geoidy anomalie grawimetryczne zredukowane o efekty globalne (długofalowa część widma), ulega znacznemu zmniejszeniu, przy jednoczesnym zachowaniu poziomu dokładności wynikowego modelu. Na końcowym etapie modelowania, do wysokości geoidy obliczonych ze zredukowanych anomalii grawimetrycznych dodawana jest wysokość geoidy obliczona z globalnego modelu geopotencjału. Dyskusję nad rolą wysokorozdzielczych globalnych modeli geopotencjału w tworzeniu lokalnych modeli pola grawitacyjnego Ziemi dla obszaru Polski (wysokości geoidy i anomalie grawimetryczne) zapoczątkowano w Polsce w 1986 r. w Zakładzie Geodezji Planetarnej Centrum Badań Kosmicznych PAN (CBK), korzystając z wybranych spośród dostępnych wówczas trzech modeli geopotencjału: GEM10B (36, 36), OSU78 (180, 180) i OSU81 (180, 180) (Kryński, 1987). Podniesienie dokładności regionalnych modeli geoidy obliczanych z danych grawimetrycznych z obszaru ograniczonego wokół badanego regionu można uzyskać, zastępując klasyczną funkcję Stokesa, która ma charakter globalny, odpowiednio zmodyfikowaną funkcją Stokesa – dopasowaną do rozmiaru ograniczenia obszaru całkowania. Badania nad wpływem zmodyfikowanych przez Meissela i Molodenskigo funkcji Stokesa na dokładność modelowania geoidy z użyciem globalnego modelu geopotencjału (180, 180) przeprowadzono w CBK w 1986 r. (Kryński i Łyszkowicz, 1988). Skutecznym hamulcem w rozwoju prac badawczych nad modelowaniem regionalnego pola siły ciężkości, a w szczególności doskonalenia regionalnych

modeli quasigeoidy, nie tylko w Polsce, ale we wszystkich krajach tzw. bloku wschodniego, była klauzula tajności, jaką w latach po II wojnie światowej zostały obłożone obok szczegółowych informacji o krajowych układach i systemach geodezyjnych oraz danych geodezyjnych wszelkie dane grawimetryczne.

Do dalszego postępu w modelowaniu regionalnej geoidy na obszarze Polski przyczyniło się zdjęcie po 1989 r. klauzuli tajności z danych geodezyjnych i grawimetrycznych w Polsce, a następnie, od początku lat 90., sukcesywne udostępnianie krajowych danych grawimetrycznych. Istotną rolę w ożywieniu działalności w zakresie modelowania geoidy odegrał również szeroki dostęp do zaawansowanych technik obliczeniowych.

W roku 1991, Przedsiębiorstwo Badań Geofizycznych (PBG) w Warszawie na zlecenie CBK PAN opracowało dla obszaru Polski zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $5' \times 5'$ (Łyszkowicz, 1991). Zbiór ten został wykorzystany do opracowania w CBK w 1992 r. pierwszego modelu grawimetrycznej geoidy „GEOID92” dla Polski (Łyszkowicz, 1993). Dokładność tego modelu szacuje się na około 10 cm. Do modelowania geoidy zastosowano kombinację metody kolokacji z klasyczną metodą całkową (Lachapelle, 1977; Kearsley i in., 1985) z użyciem techniki *remove-compute-restore* oraz najlepszego podówczas globalnego modelu geopotencjału OSU86 (360, 360) (Łyszkowicz, 1993). Obliczenia przeprowadzono, korzystając ze zmodyfikowanego przez Kryńskiego i przetestowanego na danych z poligonu wojskowego White Sands w stanie Nowy Meksyk w USA programu autorstwa Lachapelle’a (Kearsley i in., 1985).

Te same dane grawimetryczne wraz z niskorozdzielczym modelem terenu posłużyły w 1993 r. do wyznaczenia dla obszaru Polski drugiego modelu grawimetrycznej geoidy – „geoid94” (Łyszkowicz i Denker, 1994). Obliczenia modelu geoidy przeprowadzono tym razem przy wykorzystaniu techniki FFT oraz pakietu *GRAVSOF*T. W obliczeniach korzystano także z najnowszego wówczas globalnego modelu geopotencjału OSU91A (360, 360).

Zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $5' \times 5'$ został przekazany przez CBK PAN w 1991 r. do Międzynarodowego Biura Grawimetrycznego w Tuluzie, a tym samym udostępniony do wykorzystania w projektach badawczych Międzynarodowej Asocjacji Geodezji (IAG). Średnie anomalie wolnopowietrzne w siatce $5' \times 5'$ z obszaru Polski zostały włączone do zbioru naziemnych danych grawimetrycznych wykorzystanych do opracowania globalnego modelu geopotencjału EGM96 (360, 360). Model ten znakomicie aproksymuje pole grawitacyjne w rejonie Polski. Błąd przypadkowy modelu geoidy obliczonego z EGM96 dla obszaru Polski określony w wyniku porównania z najlepszymi współczesnymi wpasowanymi modelami quasigeoidy wynosi 11.2 cm, zaś błąd systematyczny – około 50 cm (Kryński, 2005a).

W latach 80. zespół PBG na zlecenie IGiK sukcesywnie opracowywał dla obszaru Polski zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $1' \times 1'$, z wykorzystaniem punktowych danych grawimetrycznych (przyspieszenia

siły ciężkości oraz wysokości punktów grawimetrycznych pomierzone przy użyciu niwelacji technicznej) z pól szczegółowych zdjęć grawimetrycznych Polski (Królikowski, 2006). Anomalie te były w miarę ich udostępniania wykorzystywane do opracowania na potrzeby wojskowych map anomalii grawimetrycznych Faye'a i Bouguera w skali 1:200 000.

Opracowany przez PBG zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $1' \times 1'$ dla obszaru Polski, zwolniony z klauzuli tajności, za zgodą Ministerstwa Obrony Narodowej został udostępniony w roku 1992 przez IGiK wydziałowi GETECH (Geophysical Exploration Technology) Uniwersytetu w Leeds w Wielkiej Brytanii – koordynatorowi projektu międzynarodowego West-East Europe Gravity Project, w którego realizacji IGiK miał status członka stowarzyszonego (WEEGP, 1994). W ramach tego projektu zgromadzono dane grawimetryczne oraz numeryczne modele terenu, a także dane altimetryczne z obszaru całej Europy od Islandii po Ural ($30^\circ\text{N} \leq \varphi \leq 85^\circ\text{N}$; $-25^\circ\text{W} \leq \lambda \leq 60^\circ\text{E}$), a następnie wygenerowano anomalie wolnopowietrzne i anomalie Bouguera w siatce $8 \text{ km} \times 8 \text{ km}$. W drugiej połowie lat 90., wykorzystując zgromadzone w ramach projektu WEEGP dane wysokościowe, opracowano w GETECH numeryczny model terenu dla Europy w siatce $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$, w odwzorowaniu stożkowym Lamberta. Model ten został udostępniony Instytutowi Geodezji i Kartografii w Warszawie.

W roku 1993 zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $1' \times 1'$ dla obszaru Polski został udostępniony przez IGiK Instytutowi Geodezji (IfE) Uniwersytetu Technicznego w Hanowerze w celu wykorzystania go do poprawienia modelu geoidy dla Europy w realizowanym pod patronatem Międzynarodowej Asocjacji Geodezji projekcie European Geoid Project. W rezultacie działań w ramach projektu opracowany został w Hanowerze model quasigeoidy europejskiej EGG97, wygenerowany w siatce $1.0' \times 1.5'$ dla obszaru $25^\circ\text{N} \leq \varphi \leq 77^\circ\text{N}$; $35^\circ\text{W} \leq \lambda \leq 67.4^\circ\text{E}$. Model ten jest udostępniony do dystrybucji Biuru Sekretarza Generalnego Międzynarodowej Asocjacji Geodezji.

W roku 1994 opracowany przez PBG zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $1' \times 1'$ dla obszaru Polski został udostępniony przez IGiK Centrum Badań Kosmicznych PAN – ośrodkowi badawczemu najbardziej podówczas zaawansowanemu w kraju w pracach nad modelowaniem pola grawitacyjnego Ziemi. Nieco później, w tym samym roku model ten został udostępniony National Survey and Cadastre (KMS) w Kopenhadze. Dane z tego modelu wraz ze zgromadzonymi danymi grawimetrycznymi z sąsiadujących z Polską obszarów oraz numerycznym modelem terenu w siatce $1.5' \times 3'$ wygenerowanym przy wykorzystaniu modeli terenu w siatkach $30'' \times 30''$ dla Polski, oraz $5' \times 7.5'$ dla sąsiadujących obszarów, posłużyły do wyznaczenia dla obszaru Polski kolejnego modelu grawimetrycznej quasigeoidy – quasi95 (Łyszkowicz i Forsberg, 1995). Obliczenia modelu quasigeoidy przeprowadzono przy zastosowaniu techniki FFT oraz pakietu *GRAVSOF*T. W obliczeniach korzystano również z globalnego modelu geopotencjału OSU91A. W roku 1996

model quasi95 został wykorzystany przez Główny Urząd Geodezji i Kartografii (GUGiK) przy modernizacji krajowej sieci poziomej. Wysokości quasigeoidy z tego modelu wyinterpolowano w CBK PAN w 6852 punktach podstawowej osnowy geodezyjnej. Na tych samych punktach obliczono również składowe odchylenia pionu (Łyszkowicz, 1996a).

Wykorzystując wzbogacony materiał grawimetryczny z otaczających Polskę obszarów, w 1996 r. w CBK PAN opracowano na zlecenie GUGiK nowy zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $1' \times 1'$ dla terytorium Polski i obszarów przyległych, a następnie przy użyciu techniki *remove-compute-restore* z zastosowaniem najnowszego globalnego modelu geopotencjału EGM96 oraz metody FFT – wygenerowano model quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b. Dokładność tego modelu oceniono na 5 cm w odniesieniu do wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF (Łyszkowicz, 1996b, 1998). Do wyrażenia średnich anomalii grawimetrycznych w obowiązującym systemie grawimetrycznym i układzie odniesienia użytych do obliczenia wspomnianych modeli quasigeoidy korzystano z uproszczonych modeli transformacji, ograniczonych do stałych wyrazów translacyjnych.

Kierując się potrzebą zapewnienia możliwości obliczenia dokładnej wysokości quasigeoidy w celu umożliwienia realizacji praktycznych prac geodezyjnych, wykonywanych coraz powszechniej przy wykorzystaniu satelitarnych technik pomiarowych, GUGiK podjął, począwszy od 1999 r., intensywne działania w kierunku utworzenia odpowiedniego modelu quasigeoidy. Wiązały się one z opracowaniem wyników kampanii zagęszczającej na terenie Polski sieć EUVN, czego konsekwencją było, zgodne z zaleceniem Międzynarodowej Asocjacji Geodezji, przeniesienie na teren Polski kontynentalnego wysokościowego układu odniesienia. Za podstawę kolejnych wersji modeli quasigeoidy, nazywanych geoidą niwelacyjną, przyjęto model quasi97b wpasowany w wysokości punktów sieci POLREF (Łyszkowicz, 1997).

Model o nazwie „Geoida niwelacyjna 2000” jest czysto geometrycznym satelitarno-niwelacyjnym modelem quasigeoidy opartym na wysokościach punktów sieci EUREF-POL, POLREF, EUVN, WSSG oraz Tatry. Dyskretny model „Geoida niwelacyjna 2000” wygenerowany na powierzchni o minimalnej krzywiznie w siatce $0.01^\circ \times 0.01^\circ$ został wykorzystany w załączonym do Wytycznych Technicznych G 1-10 programie *TRANSPOL* (Kadaj, 2001b). Kolejną opublikowaną wersją quasigeoidy jest zatwierdzony w 2001 r. przez Głównego Geodetę Kraju do stosowania w praktyce geodezyjnej model o nazwie „Geoida niwelacyjna 2001” (Pażus, 2001). Model ten powstał w wyniku wpasowania modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b w model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej QGEOID'PL01, oparty na 752 punktach, z których 62 należą do sieci EUVN, 11 – do EUREF-POL, 330 – do POLREF, 23 – do Tatry i 326 – do WSSG. Dyskretny model w postaci wysokości quasigeoidy w węzłach siatki $1' \times 1'$ wyznaczono przy użyciu funkcji sklejaney

3 stopnia (Osada, 2002, Pażus i in., 2002). Model ten wraz z programem interpolującym dwuliniowo wysokości quasigeoidy został wykorzystany w programie *Geoida*, dołączonym do Instrukcji Technicznej G-2 (Pażus, 2001). W publikowanych w ostatnich latach wynikach badań nad precyzyjnym modelowaniem quasigeoidy na obszarze Polski modelowi temu nadano nazwę „Model quasigeoidy GUGiK 2001”.

Innym, niepublikowanym modelem quasigeoidy dla obszaru Polski jest model o nazwie GEOIDPOL’2001 (Kadaż, 2001c). Model ten wyznaczono dwuetapowo. Na pierwszym etapie za pośrednictwem współrzędnych kartezjańskich przetransformowano model quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b z układu EUREF89 do układu wysokościowego EUVN97. Drugi etap polegał na wpasowaniu przetransformowanej quasigeoidy grawimetrycznej, przy użyciu wielomianów 9 stopnia, w te same punkty sieci EUVN, EUREF-POL, POLREF, Tatry i WSSG, co w przypadku modelu „Geoida niwelacyjna 2001”. Model ten w siatce $0.01^\circ \times 0.01^\circ$ wraz z programem interpolującym dwuliniowo wysokości quasigeoidy został wykorzystany w programie GEOIDPOL (Kadaż, 2001c).

Dostęp do punktowych grawimetrycznych danych obserwacyjnych z grawimetrycznej bazy danych Państwowego Instytutu Geologicznego (PIG), numerycznych modeli terenu o wysokiej rozdzielczości oraz pokrycie Polski w latach 90. gęstą siecią satelitarno-niwelacyjną punktów o precyzyjnie wyznaczonych wysokościach elipsoidalnych i normalnych (sieci POLREF, EUVN, WSSG), a także przeprowadzenie czwartej kampanii niwelacyjnej (pomiar krajowej osnowy wysokościowej I klasy w latach 1999–2002) były czynnikami mobilizującymi do podjęcia kompleksowych badań nad utworzeniem modelu centymetrowej geoidy na obszarze Polski. Badania nad modelowaniem centymetrowej geoidy z wykorzystaniem danych geodezyjnych, grawimetrycznych, astronomicznych, geologicznych i satelitarnych, zostały wykonane w latach 2002–2005 przez zespół specjalistów reprezentujących różne dyscypliny nauk o Ziemi, koordynowany przez Instytut Geodezji i Kartografii w Warszawie, w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002, zamówionego przez Komitet Badań Naukowych. W realizacji zadań projektu, obok zespołu Zakładu Geodezji i Geodynamiki IGiK, uczestniczyły grupy badawcze z Państwowego Instytutu Geologicznego w Warszawie, Politechniki Warszawskiej i Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie oraz pojedynczy specjaliści z Politechniki Wrocławskiej, Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie, Politechniki Słowackiej w Bratysławie, a także Narodowego Duńskiego Centrum Badań Kosmicznych (zespół dawnego KMS) w Kopenhadze (rys. 1.1).



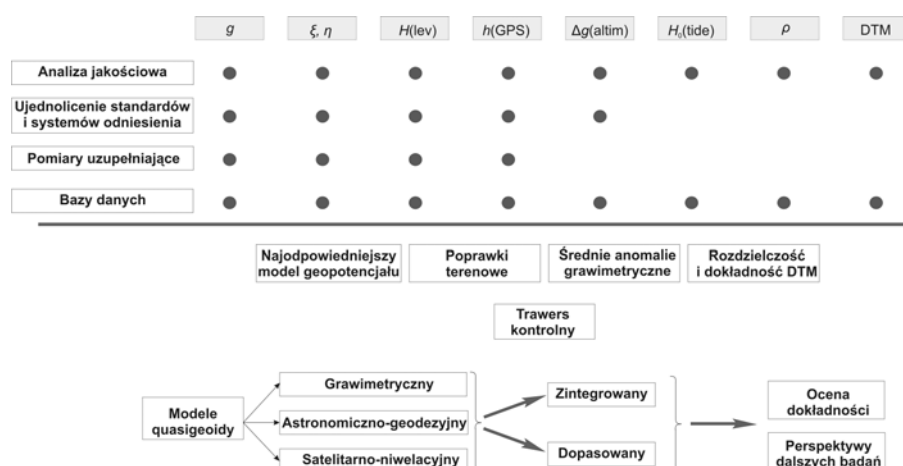
Rys. 1.1. Uczestnicy projektu badawczego dotyczącego precyzyjnego modelowania geoidy na obszarze Polski (2002–2005)

Celem działań objętych projektem PBZ-KBN-081/T12/2002 było przeprowadzenie kompleksowych badań, związanych z wyznaczeniem centymetrowej geoidy dla obszaru Polski, z uwzględnieniem specyfiki regionalnej. Badania te dotyczyły metodyki adekwatnego do centymetrowych wymagań dokładnościowych modelowania różnych realizacji quasigeoidy oraz metodyki kompleksowego opracowania modelu quasigeoidy z wykorzystaniem danych grawimetrycznych, astronomiczno-geodezyjnych, niwelacji precyzyjnej i GPS, ze szczególnym uwzględnieniem wyników obserwacji z permanentnych stacji GPS, danych altimetrycznych, danych mareograficznych, danych dotyczących rozkładu gęstości oraz rzeźby terenu (numerycznego modelu terenu – DTM).

Istotnym elementem badań poprzedzających modelowanie precyzyjnej quasigeoidy na obszarze Polski było przeprowadzenie dogłębnej jakościowej i ilościowej analizy istniejących danych oraz wykonanie obserwacji astronomicznych, grawimetrycznych i GPS w celu uzupełnienia zasadniczych luk w zbiorach danych i dodatkowej oceny jakości istniejących danych. Wykonane dodatkowe obserwacje grawimetryczne zostały ponadto wykorzystane do sporządzenia archiwalnego materiału grawimetrycznego do obowiązującego układu i standardu. Zaobserwowane punktowe dane grawimetryczne po obliczeniu i wprowadzeniu do nich poprawek terenowych z użyciem numerycznego modelu terenu wykorzystano do wygenerowania średnich anomalii grawimetrycznych z użyciem zarówno pomierzonych wysokości stacji grawimetrycznych, jak i numerycznego modelu terenu. Określono również najlepiej pasujący do danych z rejonu Polski globalny model geopotencjału przeznaczony do precyzyjnego modelowania quasigeoidy grawimetrycznej.

Na podstawie istniejących i pozyskanych dodatkowo w trakcie realizacji projektu danych zgromadzonych w bazach danych zostały opracowane udos-

konalone modele realizacji quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej, grawimetrycznej i satelitarno-niwelacyjnej oraz kompleksowy (zintegrowany), a także dopasowany model quasigeoidy dla Polski. Przeprowadzono analizę dokładności otrzymanych modeli geoidy. Do niezależnej oceny dokładności uzyskanych modeli geoidy wykorzystano wyniki wykonanych w ramach realizacji projektu obserwacji GPS na reperach niwelacyjnych zaprojektowanego trawersu kontrolnego. Schemat struktury badań przeprowadzonych w projekcie PBZ-KBN-081/T12/2002 przedstawiono na rysunku 1.2.



Rys. 1.2. Schemat struktury badań wykonanych w ramach projektu PBZ-KBN-081/T12/2002

W niniejszym opracowaniu przedstawiono wyniki badań nad precyzyjnym modelowaniem quasigeoidy na obszarze Polski, uzyskanych w ramach prac przygotowawczych, a następnie w ramach realizacji projektu PBZ-KBN-081/T12/2002 (2002–2005), a także w ramach prac statutowych Zakładu Geodezji i Geodynamiki IGiK w latach 2005–2007. Te ostatnie dotyczą głównie nowych analiz metodologii obliczania poprawek terenowych i średnich anomalii grawimetrycznych, opracowania nowych modeli quasigeoidy, weryfikacji wyników opracowania trawersu kontrolnego oraz większości porównań i ocen jakości opracowanych modeli. Większość wyników badań wykonanych w ramach projektu PBZ-KBN-081/T12/2002 została zamieszczona w złożonych do IGiK raportach z wykonania poszczególnych zadań projektu. Część z nich nie została jednak opublikowana, stąd niektóre raporty znalazły się na liście cytowanych prac w niniejszym opracowaniu.

2. DANE WYJŚCIOWE I ICH ANALIZA JAKOŚCIOWA I ILOŚCIOWA

Podstawowym warunkiem uzyskania precyzyjnego modelu quasigeoidy jest pozyskanie wszelkich dostępnych niezbędnych danych o odpowiedniej jakości. Na potrzeby projektu PBZ-KBN-081/T12/2002 zgromadzono następujące dane wyjściowe: dane grawimetryczne z obszaru Polski i rejonów przyległych, odchylenia pionu z obszaru Polski, dane niwelacyjne z krajowej osnowy wysokościowej, dane satelitarne w postaci wyników opracowania sieci POLREF, EUVN i WSSG, anomalie grawimetryczne z altimetrii satelitarnej z obszaru Bałtyku i Morza Północnego, dane mareograficzne ze stacji w basenie Bałtyku, numeryczne modele terenu dla obszaru Polski i rejonów przyległych oraz gęstości górnej litosfery na obszarze Polski. Wszystkie wymienione dane zostały poddane wnikliwej analizie jakościowej i ilościowej.

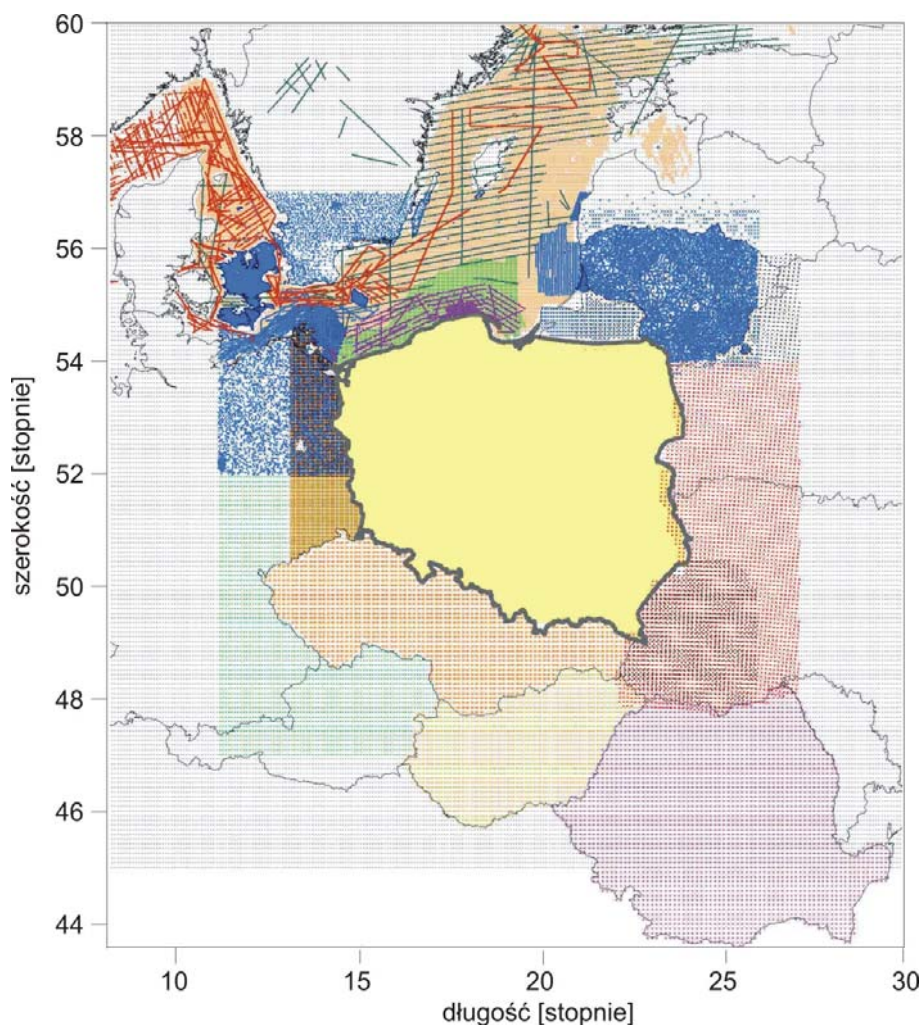
2.1. Dane grawimetryczne i ich analiza

Na dane grawimetryczne zgromadzone w IGiK na potrzeby projektu badawczego składają się następujące zbiory (rys. 2.1):

- 1) naziemne dane grawimetryczne,
 - punktowe dane grawimetryczne z obszaru Polski,
 - średnie anomalie wolnopowietrzne z obszaru Polski,
 - średnie anomalie wolnopowietrzne z otaczających Polskę rejonów;
- 2) morskie dane grawimetryczne z południowego Bałtyku i Morza Północnego;
- 3) lotnicze dane grawimetryczne z południowego Bałtyku.

2.1.1. Zbiór punktowych danych grawimetrycznych z obszaru Polski

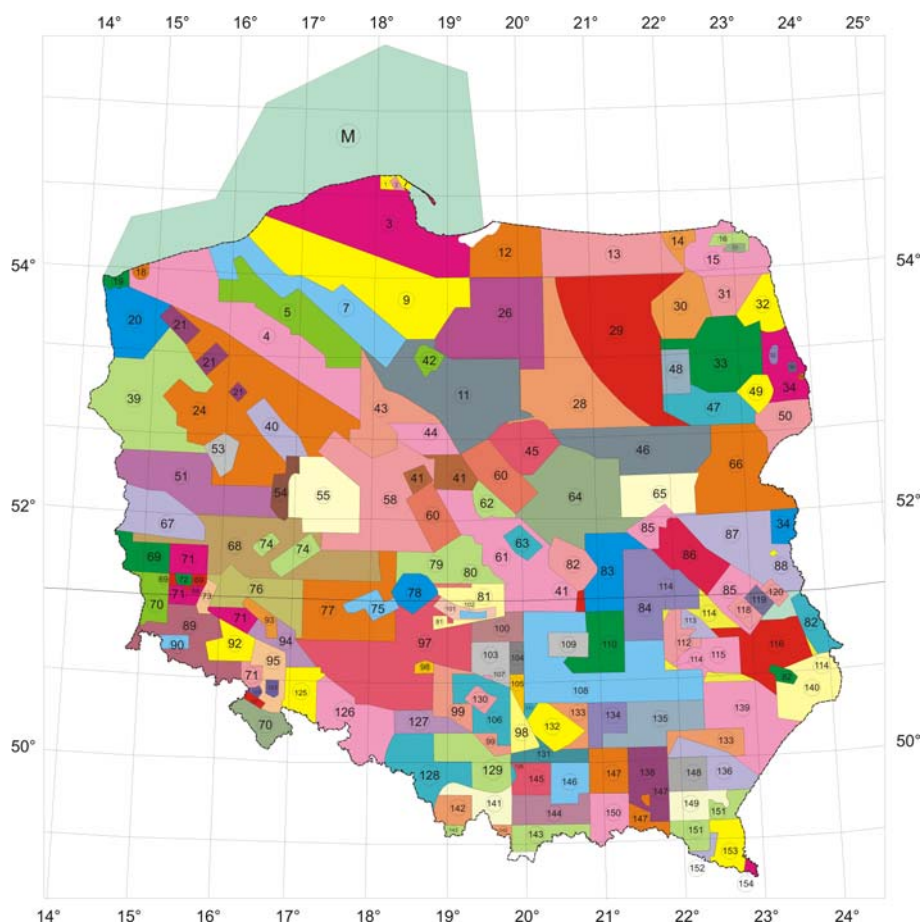
Zbiór punktowych danych grawimetrycznych z obszaru Polski (na rys. 2.1 – obszar wewnątrz granic Polski) zawiera wartości przyspieszenia siły ciężkości i wyznaczone techniką niwelacji wysokości nad poziom morza w 1 089 062 punktach o współrzędnych odczytanych z map topograficznych w skali 1:50 000 w układzie „Borowa Góra”. Oprócz 6543 punktów osnowy grawimetrycznej III klasy oraz 8423 punktów pomierzonych w trakcie grawimetrycznych zdjęć morskich wykonanych przez konsorcjum PETROBALTIC w latach 1978–1980 na potrzeby geologiczne na zlecenie PIG w ramach profilowego zdjęcia Bałtyku, zbiór ten składa się z punktów grawimetrycznych zdjęć półszczegółowych i szczegółowych (rys. 2.2) (Kryński i in., 2005c, 2005h; Królikowski, 2006).



Rys. 2.1. Rozkład dostępnych naziemnych, morskich i lotniczych danych grawimetrycznych

Osnowa grawimetryczna III klasy, służąca jako podstawa wyznaczanego z pomiarów względnych przyspieszenia siły ciężkości na punktach zdjęć grawimetrycznych, została dowiązana do założonej przez PIG w latach 1955–1957, składającej się z 18 zastabilizowanych punktów tworzących osnowę I klasy oraz zagęszczonej przez PIG, PBG i IGiK w latach 1957–1962, składającej się ze 144 stacji osnowy II klasy – w nawiązaniu do punktu odniesienia w Poczdamie. Błędy średnie wyrównanych wartości przyspieszenia siły ciężkości, wyznaczonych w systemie PIG-62 (tak został nazwany ten system grawimetryczny przez autorów projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002), na punktach osnowy I i II klasy wahają się w granicach ± 0.016 – 0.062 mGal. Jak wynika z materiałów archiwalnych,

wysokości nad poziomem morza punktów osnowy grawimetrycznej zostały wyznaczone przy użyciu niwelacji technicznej z błędem ± 2 cm, zaś pozycje punktów osnowy grawimetrycznej z dokładnością ± 50 m (Kryński i in., 2005c, 2005h; Królikowski, 2006).



Rys. 2.2. Rozmieszczenie półszczełowych zdjęć grawimetrycznych na obszarze Polski

Półszczełowe zdjęcie grawimetryczne Polski wykonane zostało przez Państwowe Przedsiębiorstwo Poszukiwań Geofizycznych (obecne PBG) w latach 1957–1979. Na 154 grawimetrycznych zdjęciach półszczełowych pomierzono ponad 900 000 punktów (2.9 punktu na km^2). Błąd średni wartości przyspieszenia siły ciężkości wyznaczonych w systemie PIG-62 na punktach zdjęć półszczełowych szacowany jest na poziomie ± 0.06 mGal. Wysokości nad poziomem morza punktów zdjęć półszczełowych zostały wyznaczone przy użyciu niwelacji technicznej z błędem ± 4 cm, zaś pozycje

punktów zostały wyznaczone z map topograficznych w skali 1:50 000 w układzie „Borowa Góra” z dokładnością około 50 m (Królikowski, 2004).

W latach 1976–1992 PIG wspólnie z PBG zrealizował projekt zakładania komputerowej bazy danych grawimetrycznych. W ramach projektu wartości przyspieszenia siły ciężkości (łącznie z punktami osnowy grawimetrycznej I i II klasy) zostały przeliczone z odniesionego do Poczdamu systemu grawimetrycznego PIG-62 do zbliżonego do międzynarodowego systemu grawimetrycznego IGSN71 – systemu PIG-IGSN71 (nazwa nadana przez autorów projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002) według wzoru

$$g_{\text{PIG-IGSN71}} = g_{\text{PIG-62}} - 14.00 \text{ mGal} \quad (2.1-1)$$

W ramach tego samego projektu dla wchodzących w skład komputerowej bazy danych punktów grawimetrycznych, pokrywających 27% powierzchni Polski (wybrano punkty, na których spadek terenu przekraczał 6°), na podstawie szczegółowych informacji o otaczającej je topografii terenu w promieniu 22.5 km obliczono poprawki terenowe dla trzech różnych gęstości litosfery w zależności od rejonu kraju: 2.25 g/cm^3 na Niżu, 2.55 g/cm^3 w Karpatach i 2.60 g/cm^3 w południowej Polsce (Królikowski, 2006). Nie zachował się niestety źródłowy materiał obserwacyjny, znane natomiast są wartości użytych gęstości litosfery. Jakość tych poprawek, których dokładność co prawda oceniana jest na ± 0.05 – 0.13 mGal (Królikowski, 2006), nie odpowiada wymaganiom stawianym przy modelowaniu geoidy o centymetrowej dokładności.

W utworzonej przez PBG na zlecenie PIG komputerowej bazie danych, z uwagi na możliwości techniczne, nie zostały zapisane wyrównane wartości przyspieszenia siły ciężkości. Zastąpiono je anomaliami Bouguera obliczonymi dla gęstości 2.25 g/cm^3 , 2.60 g/cm^3 i 2.67 g/cm^3 górnej litosfery oraz anomaliami Faye’a z przyspieszeniem normalnym według wzoru Helmerta. Błąd wyznaczonych anomalii Bouguera szacowany jest na $\pm 0.124 \text{ mGal}$. Pozycje punktów w komputerowej bazie danych pozostały w układzie „Borowa Góra” (Królikowski, 2006). Znajomość wysokości nad poziomem morza, anomalii Bouguera, anomalii Faye’a i parametrów redukcji Bouguera, a także położenia punktu umożliwiają odtworzenie przyspieszenia siły ciężkości i obliczenie anomalii wolnopowietrznej w każdym punkcie grawimetrycznym bazy danych. Udostępniony IGiK dla celów projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 zbiór danych grawimetrycznych, przekształcony następnie w bazę danych grawimetrycznych, zawierał odtworzone wyrównane punktowe przyspieszenia siły ciężkości, poprawki terenowe z zaznaczeniem użytej gęstości warstwy topografii oraz wysokości punktów grawimetrycznych.

W wyniku przeprowadzonej w ramach projektu PBZ-KBN-081/T12/2002 analizy osnów grawimetrycznych, do których nawiązane zostały półszczegółowe i szczegółowe zdjęcia grawimetryczne na obszarze Polski, określono

relację pomiędzy używanymi do zdjęć geologicznych i obowiązującymi w kraju poziomami grawimetrycznymi i jednostkami grawimetrycznymi oraz błąd otrzymanego z bazy danych przyspieszenia siły ciężkości na poziomie ± 0.075 mGal (Kryński i in., 2005c, 2005h).

2.1.2. Zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych z obszaru Polski

W latach 80., na podstawie punktowych danych grawimetrycznych w utworzonej przez PIG komputerowej bazie danych wygenerowany został dla obszaru Polski przez PBG zbiór 78 401 średnich anomalii wolnopowietrznych w blokach $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$. Brak dokumentacji powoduje, że nie jest dokładnie znany algorytm obliczenia tych anomalii. Nie jest również znane oszacowanie dokładności tych anomalii. Istnieją zaledwie przypuszczenia, iż wykorzystano w nim dane topograficzne z komputerowej bazy danych, a algorytmy uśredniające zredukowano do średniej arytmetycznej. Średnie anomalie wolnopowietrzne z tego zbioru odniesione są do systemu PIG-62 (nawiązany do systemu poczdamskiego), układu odniesienia „Borowa Góra” i obliczone z użyciem przyspieszenia normalnego według wzoru Helmerta. Zbiór ten, udostępniony CBK PAN przez Instytut Geodezji i Kartografii, od 1994 r. był wykorzystywany do obliczeń modeli geoidy i quasigeoidy grawimetrycznej na obszarze Polski, do modelu quasi97b włącznie (Łyszkowicz, 1998).

W roku 1991 na zamówienie CBK w PBG został również opracowany zbiór 5903 średnich anomalii wolnopowietrznych dla obszaru Polski i południowego wybrzeża Bałtyku w blokach $5' \times 5'$. Średnie anomalie wolnopowietrzne z tego zbioru odniesione są do systemu PIG-IGSN71, układu odniesienia „Borowa Góra” i obliczone z użyciem przyspieszenia normalnego według wzoru i parametrów GRS80. Ich dokładność szacowana jest na ± 2 mGal (Łyszkowicz i Jarmołowski, 2004). Zbiór ten był wykorzystywany do obliczeń pierwszych modeli geoidy grawimetrycznej na obszarze Polski. Został on również za pośrednictwem Międzynarodowego Biura Grawimetrycznego włączony do zbioru naziemnych danych grawimetrycznych wykorzystanych do opracowania globalnego modelu geopotencjału EGM96.

2.1.3. Zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych z rejonów otaczających Polskę

W tabeli 2.1 zestawiono dostępne dane grawimetryczne z otaczających Polskę rejonów (rys. 2.1). Dane grawimetryczne z Czech i Słowacji, Węgier, Rumunii i zachodniej Ukrainy prawdopodobnie opracowano w jednolity sposób, to jest na podstawie map anomalii Bouguera, przyjmując gęstość skorupy ziemskiej 2.67 g/cm^3 . Średnie anomalie grawimetryczne zostały prawdopodobnie utworzone jako średnie wartości z obszarów $5' \times 7.5'$. Nie jest znana liczba uśrednianych pomiarów w bloku. Nie jest również znany

algorytm uśredniania w bloku. Dla tych danych nie zostały udostępnione żadne informacje dotyczące dokładności obliczonych średnich anomalii (Łyszkowicz i Jarmołowski, 2004).

Oprócz danych zestawionych w tabeli 2.1 dostępne są także bardzo różnorodne zbiory, które zawierają średnie i punktowe dane, otrzymane z map lub bezpośrednich pomiarów w krajach ościennych. Brak dokładniejszych informacji dotyczących ich opracowania nie pozwala na stwierdzenie ich jakości, chociaż zapewne część z nich jest cennym materiałem grawimetrycznym.

Tabela 2.1. Zestawienie średnich anomalii wolnopowietrznych z otaczających Polskę rejonów

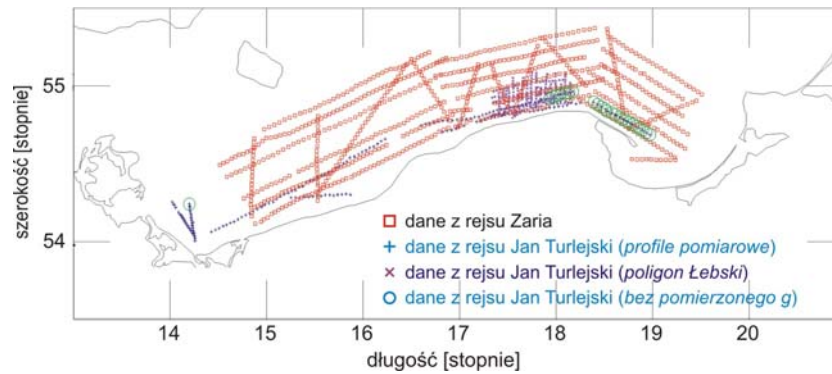
Opis	Krótki opis zbioru	Licz. zbioru	Średnia [mGal]/ variancja C_0 [mGal ²]/ odl. korel. [arcmin]	Wzór na pole normalne	Grawim. poziom odniesienia	Wysok. poziom odniesienia	Geod. system odn.
1	Średnie 5' × 7.5' anomalie wolnopowietrzne z obszaru zachodniej Ukrainy (ukr.dat)	768	-5.8 818.9 25.4'	GRS80	Poczdham	bałtycki	?
2	Średnie 5' × 7.5' anomalie wolnopowietrzne z obszaru Czech i Słowacji (czech.dat)	1402	26.9 426.9 13.4'	GRS80	IGSN71	bałtycki	S-JTSK
3	Średnie 5' × 7.5' anomalie wolnopowietrzne z obszaru Węgier (hun.dat)	1147	16.3 159.6 11.2'	Cassini	Poczdham	EOMA	HD-72
4	Średnie 5' × 7.5' anomalie wolnopowietrzne z obszaru Rumunii (rum.dat)	2770	18.3 1523.3 20.8'	Cassini	IGSN71	bałtycki	?
5	Średnie i punktowe anomalie wolnopowietrzne z obszaru południowej Skandynawii (sklist.dat)	27993	-2.3 185.3 -	GRS80	IGSN71	DNN	ED50
6	Średnie 5' × 5' anomalie wolnopowietrzne z obszaru Niemiec otrzymane z IfE w Hanowerze (gra.dat)	47520	-6.7 648.8 37.6'	GRS80	IGSN71	DHHN	ED50

7	Średnie 2' × 3' anomalie wolnopowietrzne z obszaru Niemiec otrzymane z Lipska (uwe.dat)	3913	3.1 229.3 26.6'	GRS80	IGSN71	?	?
8	Dane grawimetryczne w węzłach siatki 8 km × 8 km – średnie anomalie Bouguera, wolnopowietrzne i wysokości – z obszaru Białorusi częściowo Ukrainy i Litwy (weegp. dat)	3861	2.2 445.6 35.6'	GRS80	IGSN71	-	-
9	Dane grawimetryczne w węzłach siatki 8 km × 8 km – średnie anomalie Bouguera, wolnopowietrzne i wysokości z obszaru $45^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 60^{\circ}\text{N}$; $8^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 30^{\circ}\text{E}$ otrzymane z Leeds (getech.dat)	50515	3.1 632.3 45.0'	GRS80	IGSN71	-	-

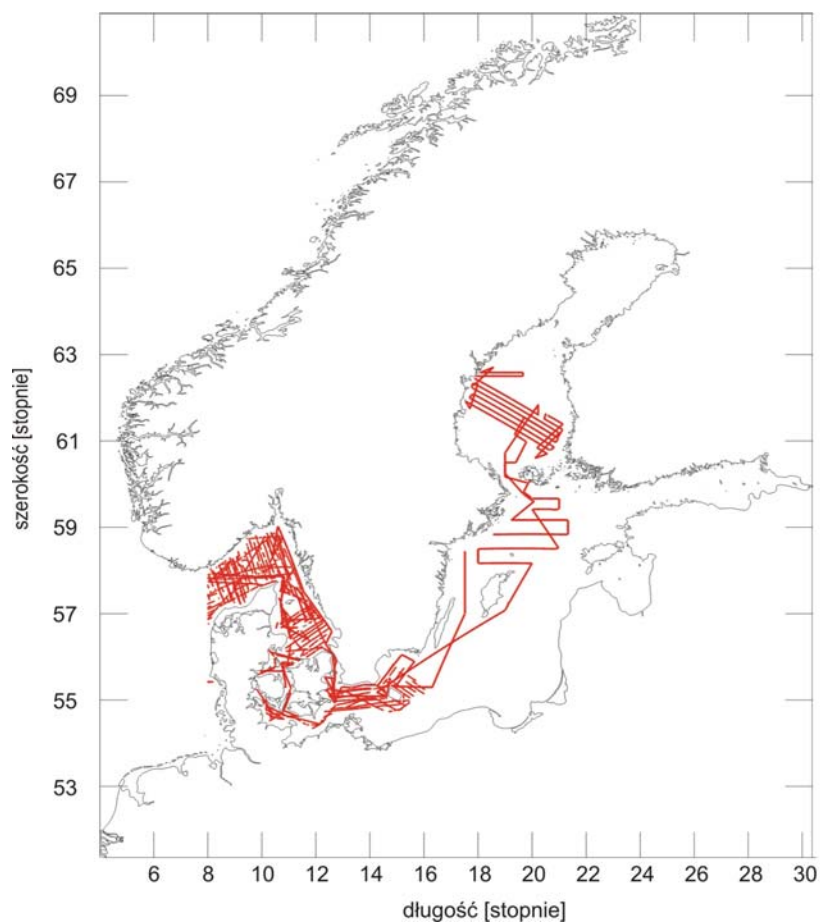
2.1.4. Zbiór morskich danych grawimetrycznych

Zebrano i przeanalizowano grawimetryczne obserwacje na Bałtyku z misji Zaria i Turlejski z lat 1971–1972 (rys. 2.3), ze zdjęć morskich wykonanych przez konsorcjum PETROBALTIC w latach 1978–1980 na potrzeby geologiczne na zlecenie PIG (oznaczone kolorem zielonym na rysunku 2.1) oraz zdjęć morskich wykonanych podczas misji Håkon Mosby przez zespół Uniwersytetu w Bergen w Norwegii w 1996 r. (rys. 2.4) (Kryński i Jarmołowski, 2004, 2005a; Łyszkowicz i Jarmołowski, 2004; Królikowski, 2004).

Pomiary grawimetryczne w ramach misji geofizycznych Zaria i Turlejski wykonywane były 1 m pod poziomem morza. Przyspieszenie siły ciężkości na punktach pomiarowych wyznaczono w systemie poczdamskim z dokładnością ± 2 mGal. Położenie punktów pomiarowych wzdłuż trawersów określano przy użyciu techniki radionawigacyjnej z dokładnością ± 100 m (Otchet, 1972).



Rys. 2.3. Rozkład morskich danych grawimetrycznych z rejsów Zaria i Turlejski



Rys. 2.4. Rozkład morskich danych grawimetrycznych z rejsu Håkon Mosby

Dane grawimetryczne dostarczone przez konsorcjum PETROBALTIC pokrywają przybrzeżny morski obszar południowego Bałtyku do odległości około 100 km od lądu. Pomiar grawimetryczne były wykonywane radzieckimi grawimetrami co 4 km wzdłuż równoległych profilów rozłożonych co 10 km (1 pomiar na 4 km²). Na punktach osnowy pomiary grawimetryczne wykonano przy użyciu grawimetrów dennych GAK. Początkowo przyspieszenie siły ciężkości było wyrażone w systemie IGSN71. Średni błąd obliczonych anomalii Bouguera i anomalii wolnopowietrznej został oszacowany na ± 0.57 mGal. Pozycje punktów grawimetrycznych wyznaczono przy użyciu systemu „Poisk” w układzie „1942” z dokładnością ± 80 m. Głębokość morza wyznaczano przy użyciu systemów „Paltus” i „Atlas Electronic” z dokładnością ± 1.4 m. Przed wprowadzeniem tych danych do geologicznej komputerowej bazy danych przetransformowano je do układu „Borowa Góra” i systemu poczdamskiego (PIG-62), korzystając z przyspieszenia normalnego obliczonego zgodnie ze wzorem Helmerta 1901 (Kryński i in., 2005c; Jarmołowski, 2005b).

Dane grawimetryczne z misji Håkon Mosby pokrywają przybrzeżne obszary Szwecji od granicy z Norwegią do Sztokholmu (rys. 2.4). Niestety, pokrycie tymi danymi na Bałtyku jest bardzo rzadkie. Przyspieszenie siły ciężkości jest wyrażone w systemie IGSN71, zaś pozycje punktów pomiarowych były wyznaczone techniką GPS z dokładnością kilkunastu metrów (Kryński i Jarmołowski, 2004; Łyszkowicz i Jarmołowski, 2004; Królikowski, 2004).

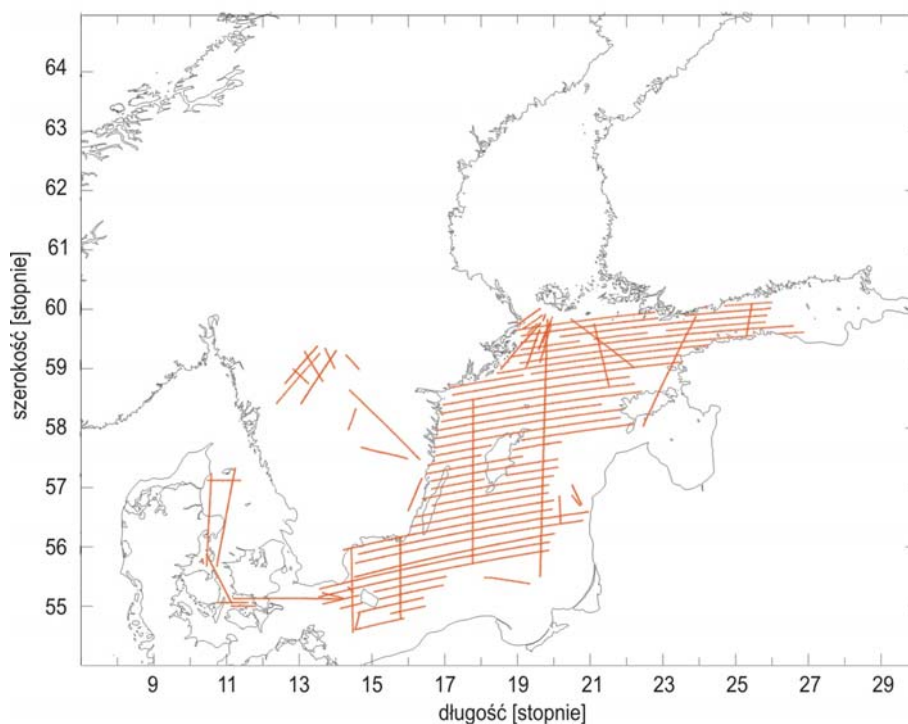
2.1.5. Zbiór lotniczych danych grawimetrycznych

Zbiór lotniczych danych grawimetrycznych zawiera dane punktowe wzdłuż profili grawimetrii lotniczej zgromadzone przez National Survey and Cadaster (KMS) w Kopenhadze w ramach projektu wykonanego w 1999 r. (rys. 2.5). Do pomiarów wykorzystano grawimetr LaCoste&Romberg, stabilizowany na platformie tłumiącej drgania, dzięki czemu dokładność grawimetrycznych pomiarów lotniczych jest zbliżona do dokładności morskich pomiarów grawimetrycznych. Lot nad Bałtykiem przebiegał na wysokości 200–300 metrów nad poziomem morza; jedynie niewielka część danych z obszaru południowej Szwecji (jezioro Vänern) odnosi się do pomiarów na wyższych wysokościach, tzn. 600, 800, a nawet nieco powyżej 1000 metrów (Kryński i Jarmołowski, 2004; Łyszkowicz i Jarmołowski, 2004; Królikowski, 2004; Jarmołowski, 2005b).

Lotnicze dane grawimetryczne zostały dowiązane na lotniskach (z uwzględnieniem wysokości samolotu) do punktów odniesienia nawiązanych do punktów absolutnych w układzie IGSN71. Pozycja była wyznaczona techniką GPS w odniesieniu do licznych stacji referencyjnych dowiązanych do układu ITRF94.

Wzajemne porównania pomierzonych wielkości przyspieszenia siły ciężkości na przecięciach profili wykazały średni błąd obserwacji przyspie-

szenia siły ciężkości w granicach $\pm 2\text{--}3$ mGal. Porównania z danymi morskimi misji statku Håkon Mosby, a także z wynikami polskich dennych pomiarów grawimetrycznych wykazały średni błąd pojedynczej obserwacji na poziomie ± 1.9 mGal; średni błąd g oszacowany na podstawie porównania z danymi z grawimetrii dennej z obszarów przybrzeżnych Łotwy i Estonii wyniósł ± 1.2 mGal, (Forsberg i Solheim, 2001). Wykonawcy projektu grawimetrii lotniczej na Bałtyku w 1999 r. oszacowali, na podstawie analizy wewnętrznej oraz porównań zewnętrznych, średni błąd obserwacji grawimetrycznej w przedziale $\pm 1.5\text{--}2$ mGal (Forsberg i Solheim, 2001).



Rys. 2.5. Rozkład lotniczych danych grawimetrycznych z pomiarów w 1999 r.

2.2. Odchylenia pionu i ich analiza

Archiwalne dane astronomiczno-geodezyjne zachowane w zasobach Centralnego Ośrodka Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej (CODGiK) i IGiK znajdują się w jedenastu katalogach opracowanych w latach 1967–1981 i obejmują 165 astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu (rys. 2.6) i 376 astronomiczno-grawimetrycznych odchyłeń pionu (rys. 2.7). Dane te, niestety, nie zawierają materiałów z terenów Polski do 1939 r. Oprócz wymienionych katalogów nie zachowały się materiały

źródłowe w postaci dzienników obserwacyjnych ani też zestawień wyników obserwacji astronomicznych (Rogowski i in., 2003a).



Rys. 2.6. Rozkład archiwalnych astronomiczno-geodezyjnych odchyleń pionu



Rys. 2.7. Rozkład archiwalnych astronomiczno-grawimetrycznych odchyleń pionu

Archiwalne dane astronomiczno-geodezyjne zawierają średnie wartości wyznaczonych współrzędnych z epoką ich obserwacji (data). Zawierają one również informacje dotyczące liczby obserwowanych par gwiazd, metody obserwacji astronomicznych, użytego instrumentu oraz katalogu gwiazd wykorzystanego do redukcji obserwacji.

W większości obserwacje zostały zredukowane przy użyciu katalogu FK3. Dla dziesięciu wyznaczeń odchyleń pionu wykorzystano katalog FK4, zaś dla trzech – katalog Eichelberger. Zachowane informacje zawierają również wartości redukcji do konwencjonalnego średniego bieguna i poprawkę do systemu czasu UT1, zgodne z obowiązującymi w epoce opracowania konwencjami Międzynarodowej Unii Astronomicznej. Obserwacje astronomiczne wykonywano przy użyciu różnych instrumentów. Stosowano również różne metody wyznaczania współrzędnych astronomicznych. Do wyznaczania szerokości astronomicznych stosowano metody Talcotta, Sternecka i Piewcowa, zaś do wyznaczania długości astronomicznych – metody Zingera i Mayera.

Zamieszczone w katalogach odchylenia pionu, wyznaczone metodą niwelacji astronomiczno-grawimetrycznej, są wyrażone w układzie JSAG (elipsoida Krasowskiego 1942, punkt przyłożenia Pułkowo).

Punkty, na których wyznaczono odchylenia pionu, są równomiernie rozłożone na obszarze kraju. Większe ich zagęszczenie występuje w rejonach Karpat i Sudetów. Średnia odległość pomiędzy punktami o znanych odchyleniach pionu na obszarze Polski wynosi około 70 km.

Nie zachowały się materiały z opisem obserwacji wykorzystanych w niwelacji astronomiczno-geodezyjnej, jak również danych użytych do niwelacji astronomiczno-grawimetrycznej. Ocena dokładności, dokonana przez zespół Politechniki Warszawskiej, ma zatem charakter szacunkowy. Przyjęto, że dokładność pomiarów astronomicznych (a więc i astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu, ponieważ dokładność wyznaczeń współrzędnych geodezyjnych jest o kilka rzędów wielkości wyższa) wynosi $\pm 0.5''$, natomiast astronomiczno-grawimetrycznych odchyłeń pionu wynosi $\pm 0.7''$ (Rogowski i in., 2003a).

Podobne wyniki dotyczące oceny dokładności archiwalnych odchyłeń pionu uzyskano niezależnie w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim na podstawie porównania odchyłeń pionu obliczonych techniką *remove-compute-restore* z danych grawimetrycznych z archiwalnymi odchyleniami pionu (Łyszkowicz, 2003). Po usunięciu 5 odchyłek odstających z różnic z astronomicznymi odchyleniami pionu ($\theta^{\text{astro/geod}} - \theta^{\text{graw}}$) odchylenie standardowe 166 różnic wyniosło $\pm 0.5''$. Identyczną wartość odchylenia standardowego otrzymano dla 363 różnic z grawimetrycznymi odchyleniami pionu ($\theta^{\text{astro/graw}} - \theta^{\text{graw}}$) po usunięciu 7 odchyłek odstających. Wyniki te wskazują, że w zbiorze archiwalnych odchyłeń pionu z obszaru Polski astronomiczno-grawimetryczne odchylenia pionu można traktować jako równie dokładne jak odchylenia pionu astronomiczno-geodezyjne.

Dostępne dane archiwalne zostały poddane analizie jakościowej w Politechnice Warszawskiej. Na podstawie danych pochodzących z dwóch modeli quasigeoidy: *quasi97b* (Łyszkowicz, 1998) i *QGEOID'PL01* (Osada, 2001) zostały obliczone różnice pomiędzy wartościami archiwalnych składowych odchyłeń pionu a wielkościami obliczonymi z modeli. W celu utworzenia wspomnianych różnic składowe odchyłeń pionu wyznaczone z modeli zostały wyinterpolowane do punktów, w których znajdują się archiwalne odchylenia pionu. Obliczone różnice zostały wykorzystane do usunięcia z dalszych analiz punktów z odstającymi wartościami wyznaczonych składowych odchyłeń pionu. Jako kryterium wartości odstających różnic przyjęto $\pm 2''$, co odpowiada potrójnemu błędowi średniemu archiwalnych odchyłeń pionu. Na podstawie analizy otrzymanych różnic odchylenia pionu na 7 punktach przedstawionych w tabeli 2.2 uznano za obarczone błędami grubymi.

Wyniki przeprowadzonej analizy umożliwiły określenie wstępnych wskazówek dotyczących lokalizacji punktów wymagających wykonania na nich kontrolnych obserwacji astronomicznych oraz punktów, na których należy wykonać obserwacje uzupełniające (Rogowski i in., 2003a, 2005c).

Tabela 2.2. Punkty, na których wartości archiwalnych odchyleń pionu uznano za odstające

Numer punktu	Nazwa punktu	Nr arkusza mapy	φ	λ
6	Unieszyno	N-33-60	54°25.5'	17°38.8'
90	Góra Donas	N-34-49	54°28.2'	18°26.3'
91		N-34-49	54°21.2'	18°09.4'
85	Chłapowo	N-33-143	52°18.1'	17°20.7'
325	Sobótka	M-33-46	50°51.9'	16°42.6'
345	Biskupska Kupa, centr polski	M-33-71	50°15.5'	17°25.8'
477	Piotrków	M-34-34	51°02.8'	22°37.0'

2.3. Dane niwelacyjne i ich analiza

Wysokości normalne punktów krajowej osnowy satelitarnej POLREF, do której wpasowywane są modele quasigeoidy grawimetrycznej z przeznaczeniem do wykorzystania techniki GPS do pomiarów wysokości w praktycznych pracach geodezyjnych, a także punktów sieci EUVN i WSSG, zostały wyznaczone w wyniku dowiązania tych punktów przy użyciu niwelacji precyzyjnej do reperów osnowy wysokościowej I i II klasy, wyrównanej na podstawie pomiarów wykonanych w ramach 3 kampanii niwelacyjnej (1974–1982) w systemie wysokościowym Kronstadt86. System wysokościowy Kronstadt86 powstał w wyniku wyrównania pomiarów 3 kampanii niwelacyjnej z wpasowaniem w 23 punkty Jednolitej Wysokościowej Sieci Niwelacyjnej (JWSN), opracowanej dla krajów bloku wschodniego przez służbę geodezyjną ZSRR przy wykorzystaniu obserwacji z lat 1974–1979 — 3 kampanii niwelacyjnej i udostępnionej w 1983 r. (Wyrzykowski, 1988).

Prace pomiarowe w ramach 4 kampanii niwelacyjnej pomiaru osnowy wysokościowej I klasy w Polsce obejmującej 382 linii niwelacyjnych o długości 17 516 km (rys. 2.8) rozpoczęte w maju 1999 r., zostały zakończone w czerwcu 2002 r. Opracowywaną sieć uzupełniono trzema liniami pomierzonymi odpowiednio w latach 1997, 1998 i 2003. Do wyników pomiarów wprowadzono poprawki komparacyjne łąt, poprawki termiczne oraz poprawki pływowe (Gajderowicz, 2004a).

Średni błąd odcinka linii niwelacyjnej obliczony dla całej sieci na podstawie różnic z pomiarów „wstecz” i „wprzód” wyniósł $\pm 0.278 \text{ mm/km}^{1/2}$. Błąd przypadkowy i systematyczny, oszacowane przy użyciu wzoru Lallemanda, wyniosły odpowiednio $\pm 0.261 \text{ mm/km}^{1/2}$ i $\pm 0.088 \text{ mm/km}$.



Rys. 2.8. Przebieg linii niwelacyjnych kampanii 1999–2002, wielkości błędów zamknięć poligonów [mm] i długości poligonów [km]

Wstępne wyrównanie sieci dokonano w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim w systemie wysokości normalnych osnowy wysokościowej I klasy z nawiązaniem do jednego reperu [reperu węzłowego nr 50 (26330081), znajdującego się w dzielnicy Warszawa Wola]. Przyjęto, że wysokość tego reperu wynosi 112.6395 m i jest równa wysokości obliczonej z wyrównania poprzedniej sieci niwelacyjnej pomierzonej w latach 1972–1984 (3 kampanii niwelacyjnej). Sporządzono dokładny opis zaobserwowanych podczas tej kampanii przewyższeń pomiędzy reperami z ich charakterystyką dokładnościową i epoką obserwacji, wprowadzonymi poprawkami (w szczególności poprawki pływowej). Wyszpecyfikowano obliczone różnice wysokości z podaniem algorytmu, formuły na przyspieszenie normalne (na elipsoidzie, na poziomej stacji oraz średnie wzdłuż normalnej linii pionu) oraz podano użyte parametry i poziom odniesienia. Podano charakterystykę błędów wyznaczonych wysokości wraz z ich rozkładem oraz algorytm obliczenia poprawek z podaniem użytych

parametrów. Rozkład średnich błędów wysokości punktów węzłowych sieci przedstawiono na rysunku 2.9 (Gajderowicz, 2004a).



Rys. 2.9. Rozkład średnich błędów wysokości punktów węzłowych sieci z wyrównania swobodnego obserwacji z kampanii 1999–2002 [mm]

Dokonano oceny błędów systematycznych i przypadkowych dla odcinków, linii i oczek sieci dla kampanii 1974–1982 oraz kampanii 1999–2002 przeprowadzonej w większości na tych samych reperach. Wykonano szczegółową analizę błędów systematycznych i przypadkowych w odniesieniu do obu kampanii. Wysokości normalne ze swobodnego wyrównania obserwacji z 4 kampanii wykazują zgodność z identycznie wyrównanymi wysokościami normalnymi z 3 kampanii niwelacyjnej. Średni błąd wyrównanej obserwacji o jednostkowej wadze jest identyczny z obu wyrównań i wynosi ± 0.088 mm/km (Gajderowicz, 2004a; Łyszkowicz i Gajderowicz, 2005).

W latach 2005–2006 dokonano ostatecznego wyrównania osnowy wysokościowej I klasy z wykorzystaniem pomiarów z 4 kampanii niwelacyjnej (Gajderowicz, 2005), tworząc nowy krajowy system odniesienia wyso-

kościowego – Kronstadt2006. W wyrównaniu swobodnym z jednopunktowym nawiązaniem w punkcie węzłowym Warszawa Wola (nr 26330081) przyjęto taką wysokość punktu nawiązania, aby średnia wartość różnic wysokości nowych (H_{2006}) i wysokości starych (H_{86}), tzn. w systemie Kronstadt86, na punktach wiekowych była równa 0. Po obliczeniu średniej różnicy pomiędzy wysokościami ze swobodnego wyrównania obserwacji z 4 kampanii i odpowiadającymi wysokościami w systemie Kronstadt86 na punktach wiekowych, która wyniosła -0.0060 m, określono wysokość punktu węzłowego Warszawa Wola $H_{2006} = 112.6455$ m w systemie Kronstadt2006. Stwierdzono, że różnice wysokości $r = H_{2006} - H_{86}$, policzone dla reperów wiekowych, mieszczą się w granicach od -19 mm w miejscowości Łęczyce (koło Łęborka) do $+22$ mm w Sanoku (Gajderowicz, 2005).

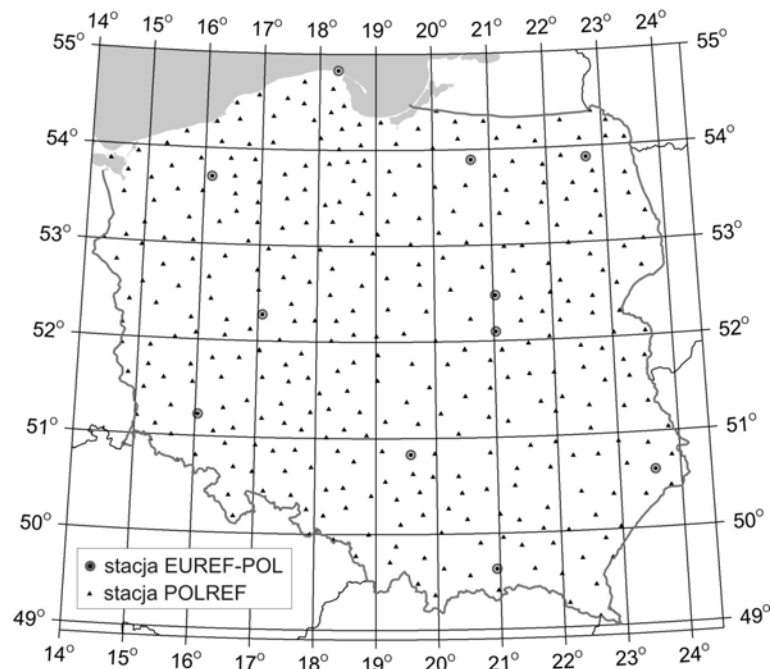
Zaobserwowane nachylenie systemu Kronstadt2006 względem systemu Kronstadt86 jest zbliżone do otrzymywanego nachylenia modelu quasigeoidy grawimetrycznej względem odniesionych do systemu Kronstadt86 dotychczasowych modeli quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej. Z powodu znacznego opóźnienia w ostatecznym opracowaniu obserwacji z 4 kampanii niwelacyjnej nowo wyznaczone wysokości nie zostały jednak wykorzystane w projekcie PBZ-KBN-081/T12/2002 do precyzyjnego modelowania quasigeoidy. Oczekuje się, że wykorzystanie wysokości w systemie Kronstadt2006 przyczyni się do dalszego udoskonalenia modeli quasigeoidy na obszarze Polski.

2.4. Dane satelitarne GPS i ich analiza

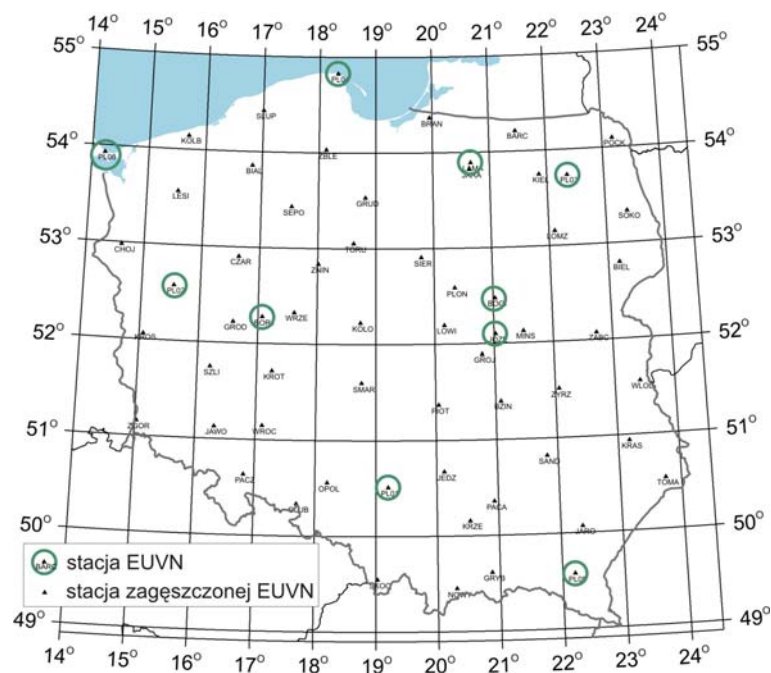
Zebrano i opracowano szczegółowe informacje dotyczące sieci satelitarnych GPS: POLREF (rys. 2.10), EUVN (rys. 2.11) i WSSG (rys. 2.12) (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005a, 2005i; Kryński i Figurski, 2005). Charakterystykę kampanii EUREF-POL, POLREF i EUVN oraz ich opracowania przedstawiono w tabeli 2.3.

2.4.1. Zbiór danych z sieci POLREF

Na XIX Zgromadzeniu Generalnym Międzynarodowej Unii Geodezji i Geofizyki (IUGG) w Vancouver w 1987 r. powstała koncepcja nowego układu odniesienia dla kontynentu europejskiego. Z tej inicjatywy została powołana specjalna podkomisja EUREF Międzynarodowej Asocjacji Geodezji (IAG), której powierzono opracowanie podstaw naukowych tego przedsięwzięcia. Jednocześnie organizacja Comité Européen des Responsables de la Cartographie Officielle (CERCO) zajęła się względami czysto praktycznymi w kontekście potrzeb geodezji i kartografii. W wyniku działania obu wymienionych organizacji zostały podjęte decyzje, które pozwoliły wprowadzić projekt utworzenia Europejskiego Ziemińskiego Systemu Odniesienia ETRS (European Terrestrial Reference System) (Seeger, 1993), zastępującego system ED50, w fazę realizacji (Rogowski i Figurski, 2004).



Rys. 2.10. Rozmieszczenie stacji sieci EUREF-POL i POLREF

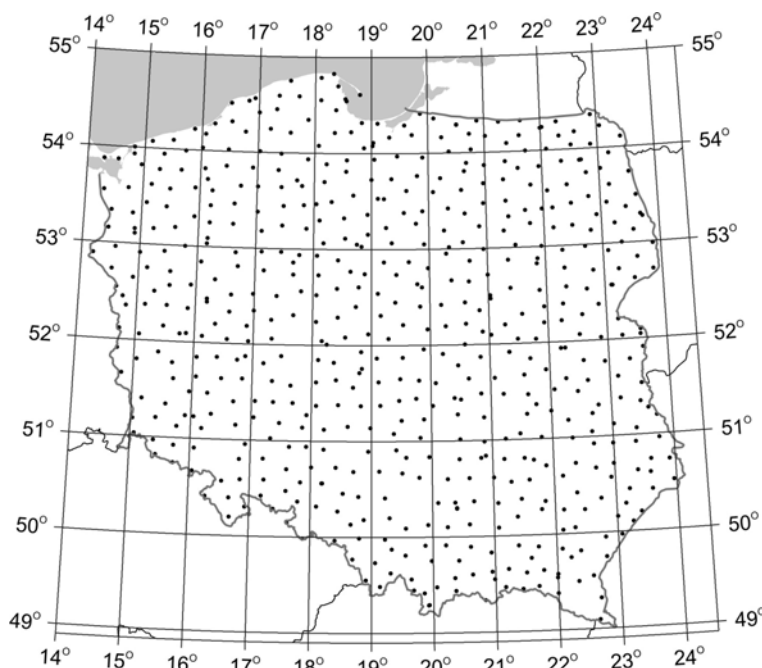


Rys. 2.11. Rozmieszczenie stacji sieci EUVN

Tabela 2.3. Charakterystyka kampanii EUREF-POL, POLREF i EUVN oraz ich opracowania

	EUREF-POL 1992	EUREF-POL 2001	POLREF 1994 i 1995	EUVN 1997	EUVN 1999
Liczba punktów	11	9 EUREF-POL92 + 6 pol. st. perm. + PL05	348	10	52
Sesje obserwacyjne	$4 \times 10.5h + 1 \times 4h$	$5 \times 25h$	$\geq 2 \times 3h40m$	$6.5 \times 24h$	$2 \times 24h$
Opracowanie wyników (instytucja)	BKG Lipsk CBK PAN	CBK PAN	CBK PAN	BKG Lipsk	PW, CBK PAN
Układ odniesienia	ITRF91 epoka 1992.5	ITRF2000 epoka 2001.74	1994 SE, NE – ITRF92 1995 W – ITRF93, ep ?	ITRF96 epoka 1997.4	ITRF96, ITRF97 epoka obserwacji
Nawiązanie	GRAZ, HOHE, METS, ONSA, WETT	GOPE, GRAZ, METS, ONSA, PENC, RIGA, WTZR	Punkty (11) sieci EUREF-POL 1992	36 European fiducial stations	Punkty sieci EUVN 1997 (10)
Sposób nawiązania	Fiducial network – fixed	Fiducial network – constraint 0.0001 m	Fiducial network – fixed	Fiducial network – constraint 0.0001 m	Fiducial network – constraint 0.0001 m
Transformacja wyników do systemu ETRS89	ETRS89 oficjalne parametry (Boucher, 1993) lub plate motion NNR-NUVEL1	ETRS89 oficjalne parametry (Boucher i in., 2001) oraz wyznaczone lokalne parametry	ETRS89 wytównanie z założoną bezbieżnością punktów naw. EUREF-POL 1992 (współrzędne ETRF89)	ETRF96 ep. 1997.4 oficjalne parametry (Boucher, 1998) lub plate motion NNR-NUVEL1A	PW: ETRS890 oficjalne parametry (Boucher i in., 2001) CBK: ETRF96 ep. 1997.4

Oprogramowanie	<i>Bernese v.3.4</i>	<i>Bernese v.4.2</i>	<i>Bernese v.3.4+ Trimvec</i>	<i>Bernese v.4.0</i>	<i>Bernese v.4.1- PW, Bernese v.4.0 - CBK</i>
Modele specjalne	Brak informacji	Globalny model jonosfery	Brak informacji	Brak informacji	Globalny model jonosfery
Dokładność	N: ± 0.007 m E: ± 0.012 m H: ± 0.022 m (powtarzalność rozw. dobowych)	N: ± 0.001 m E: ± 0.001 m H: ± 0.003 m (powtarzalność rozw. dobowych)	N: ± 0.005 - 0.010 m E: ± 0.005 - 0.010 m H: ± 0.010 - 0.015 m (odchylenie standardowe)	N: ± 0.001 - 0.002 m E: ± 0.001 - 0.002 m H: ± 0.004 - 0.005 m (powtarzalność rozw. dobowych)	N: ± 0.0019 m E: ± 0.0017 m H: ± 0.0034 m (powtarzalność rozw. dobowych)



Rys. 2.12. Rozmieszczenie stacji sieci WSSG

W dniach 4–8 lipca 1992 r. została przeprowadzona międzynarodowa kampania pomiarowa EUREF-POL 1992, której celem było włączenie Polski do sieci EUREF, definiującej europejski układ odniesienia. Obserwacje wykonano na 30 punktach rozmieszczonych na obszarze całej Europy, w tym na 11 punktach w Polsce (rys. 2.10). Tak duża liczba punktów wynikała z planowanego sposobu opracowania sieci EUREF, polegającego na wyznaczeniu regionalnych orbit na podstawie znanych współrzędnych punktów odniesienia, za jakie przyjęto stacje laserowych obserwacji satelitarnych (SLR) i stacje sieci radiointerferometrii długich baz VLBI. Wyniki kampanii opracowano w IfAG we Frankfurcie nad Menem (obecne BKG) oraz w CBK PAN, z zastosowaniem tej samej strategii. Obserwacje na punktach sieci EUREF-POL wykonano w czterech sesjach 10.5h i jednej sesji 4h. Współrzędne stacji nawiazania (SLR/VLBI) w układzie ITRF91 przetransformowano do epoki obserwacji 1992.5. W tym też układzie na epokę 1992.5 wyznaczono współrzędne stacji EUREF-POL, które następnie przeliczono do systemu ETRS89. W wyniku przeprowadzonego w IfAG porównania 5 niezależnych rozwiązań oceniono średnie błędy standardowe współrzędnych punktów sieci EUREF-POL na $\sigma_\varphi = \pm 3$ mm, $\sigma_\lambda = \pm 6$ mm i $\sigma_h = \pm 15$ mm. W podsumowaniu raportu stwierdzono, że „ostateczna dokładność rozwiązania dla sieci EUREF-POL jest prawdopodobnie na poziomie ± 2 – 3 cm” (Zieliński i in., 1993).

Sieć POLREF została założona jako zagęszczenie na obszarze Polski sieci EUREF-POL. Pomiary GPS na 360 specjalnie zastabilizowanych punktach,

wchodzących w skład sieci POLREF (rys. 2.10), wykonano w trzech oddzielnych kampaniach: kampania POLREF-SE (1994), kampania POLREF-NE (1994) i kampania POLREF-W (1995), w dwóch 4h sesjach obserwacyjnych. Z analizy materiałów źródłowych wynika, że część z punktów sieci POLREF była obserwowana w interwałach czasu krótszych od założonego. Wyniki kampanii POLREF opracowano w CBK PAN przy zastosowaniu oprogramowania *TRIMVEC-PLUS* i *TRIMNET* oraz *Bernese v.3.4*, w dwóch grupach. Pierwszą grupę, obejmującą obserwacje z kampanii POLREF-SE (1994) i kampanii POLREF-NE (1994), opracowano w układzie ITRF92, drugą zaś, obejmującą obserwacje z kampanii POLREF-W (1995) – w układzie ITRF93, w nawiązaniu do punktów sieci EUREF-POL, przyjmując współrzędne tych punktów jako stałe. Otrzymane wyniki przeliczono następnie do systemu ETRS89. Na punktach wspólnych dla obu opracowań stwierdzono zgodność wyników na poziomie 1–2 cm. Błąd standardowy pojedynczej obserwacji oceniono na ± 3.9 mm, zaś średnie błędy standardowe współrzędnych punktów sieci POLREF oceniono na $\sigma_\varphi = \pm 5$ –10 mm, $\sigma_\lambda = \pm 5$ –10 mm i $\sigma_h = \pm 10$ –15 mm (Zieliński i in., 1997).

Punkty sieci EUREF-POL i POLREF zostały dowiązane niwelacyjnie do krajowej osnowy wysokościowej. Wysokości normalne H^N tych punktów zostały wyznaczone w systemie Kronstadt86 z dokładnością ± 1.0 –1.5 cm. Dokładność σ_ζ anomalii wysokości $\zeta = h - H^N$ na punktach tych sieci szacowana jest na ± 2 cm. Oszacowanie to jest jednak zbyt optymistyczne. Wyniki precyzyjnych prac pomiarowych wielokrotnie wskazywały na większe, niż wynikałoby to z oficjalnej oceny dokładności, błędy w wyznaczeniu pozycji punktów sieci POLREF. Tezę o niedoszacowaniu oficjalnie podawanego błędu składowej wysokościowej potwierdziły dodatkowo wyniki badań nad wyznaczeniem modelu centymetrowej geoidy na obszarze Polski prowadzone w ramach projektu PBZ-KBN-081/T12/2002. W wyniku dogłębnej analizy oraz nowego, jednolitego opracowania archiwalnych obserwacji GPS wykonanych w kampaniach EUREF-POL i POLREF z uwzględnieniem standardów EPN dokładność wyznaczenia składowej wysokościowej punktów sieci POLREF oceniona została na poziomie 3–4 cm (Kryński i Figurski, 2005, 2006).

2.4.2. Zbiór danych z sieci EUVN

Podczas Sympozjum Podkomisji EUREF IAG w Helsinkach w 1995 r. została podjęta rezolucja (Resolution 2 of the EUREF Symposium in Helsinki, 3–6 May, 1995) połączenia istniejącej sieci EUREF, regionalnych sieci niwelacyjnych Europy (UPLN i UELN) oraz sieci europejskich mareografów w jednolitą, zintegrowaną sieć. Elementem wiążącym wymienione sieci w jedną całość była międzynarodowa kampania GPS, która została przeprowadzona na wybranych, odpowiednio rozmieszczonych punktach trzech wymienionych wyżej sieci. Opracowanie wyników tej kampanii umożliwiło zdefiniowanie sieci pod nazwą European Vertical Reference Network (EUVN), która jako kontynentalny wysokościowy układ

odniesienia o dokładności na poziomie 1 cm powinna spełniać obecne potrzeby naukowe i praktyczne.

Kampanię obserwacyjną EUVN 1997 przeprowadzono w okresie od 21 maja do 29 maja 1997 r. Uczestniczyło w niej 217 stacji GPS, w tym 37 stacji o znanych współrzędnych w układzie ITRF96. W kampanii wzięło udział 11 stacji z terenu Polski (rys. 2.11). Do ostatecznego opracowania włączono 7 pełnych dobowych sesji obserwacyjnych. Wyniki kampanii opracowano w BKG w Lipsku w układzie ITRF96 na epokę 1997.4 przy wykorzystaniu programu *Bernese* v.4.0. Wyznaczone współrzędne stacji przeliczono również do systemu ETRS89. Z porównania niezależnych rozwiązań dobowych średnie błędy standardowe współrzędnych punktów sieci EUVN 1997 oceniono na $\sigma_\varphi = \pm 1\text{--}2$ mm, $\sigma_\lambda = \pm 1\text{--}2$ mm i $\sigma_h = \pm 4\text{--}5$ mm (Ineichen i in., 1999).

Przeprowadzone w podkomisji EUREF analizy jednoznacznie wykazały, że utworzenie kontynentalnego wysokościowego układu odniesienia o dokładności poniżej ± 10 cm wymaga zagęszczenia sieci EUVN 1997 punktami odległymi wzajemnie o 50–100 km. Sieć EUVN52, występująca również pod nazwą EUVN 1999, stanowi zagęszczenie na terenie Polski sieci EUVN 1997. Punkty sieci EUVN52 założone zostały na reperach krajowej osnowy wysokościowej I klasy. Pomiar sieci EUVN52 został wykonany na 52 nowych punktach, na 7 punktach istniejącej w Polsce sieci EUVN 1997 oraz na 3 polskich stacjach permanentnych: BOR1, JOZE i LAMA w dniach od 2 września do 16 września 1999 r. Włączenie do opracowania większej liczby stacji pracujących w sieciach IGS i EPN miało na celu lepsze związanie sieci EUVN 1999 z systemem ETRS89, a także dodatkową kontrolę systemu wysokości EUVN 1997. Każdy z punktów, na których wykonane były obserwacje w kampanii zagęszczenia sieci EUVN 1997, obserwowany był dwukrotnie przez 24h w odstępie co najmniej jednej doby. Wyniki kampanii opracowano w Politechnice Warszawskiej, w układzie ITRF96 na epokę 1997.4, z założeniem błędności punktów nawiązania JOZE, BOR1, LAMA, PL01, PL02, PL03, PL04, PL05 i PL06, używając programu *Bernese* v.4.0. Opierając się na oszacowaniach programu *Bernese*, średnie błędy standardowe współrzędnych punktów sieci EUVN52 oceniono na $\sigma_\varphi = \pm 1.7$ mm, $\sigma_\lambda = \pm 1.9$ mm i $\sigma_h = \pm 3.4$ mm (IGWiAG, 1999; Pacus, 2002). Oszacowanie to jest jednak zbyt optymistyczne. W wyniku dogłębnej analizy oraz nowego, jednolitego opracowania archiwalnych obserwacji GPS wykonanych w kampaniach EUVN 1977 i EUVN 1999 z uwzględnieniem standardów EPN dokładność wyznaczenia składowej wysokościowej punktów sieci EUVN 1977 i EUVN 1999 została oceniona na poziomie 1 cm (Kryński i Figurski, 2005, 2006). Dokładność σ_ζ anomalii wysokości $\zeta = h - H^N$ na punktach tych sieci szacowana jest na ± 2 cm (Kryński i Figurski, 2005, 2006).

2.4.3. Zbiór danych z sieci WSSG

Wojskową Satelitarną Sieć GPS stanowią punkty wchodzące w skład dwóch sieci: WPSG – Wojskowa Podstawowa Sieć Geodezyjna, sieć rzędu zerowego składająca się z 53 punktów (kilka z nich jest punktami sieci EUREF-POL), które zostały pomierzone w kampanii obserwacyjnej od 13 września 1993 r. do 24 września 1993 r. i WSSG – Wojskowa Specjalna Sieć Geodezyjna (rys. 2.12). WSSG jest zagęszczeniem sieci WPSG. Wyniki kampanii WPSG opracowano w układzie ITRF92, a następnie przeliczono je do systemu ETRS89 (Osada i in., 2003).

Pomiary na 534 punktach sieci WSSG wykonano w trzech kampaniach. W okresie od 17 października 1994 r. do 26 października 1994 r. wykonano pomiary na 129 parach punktów stanowiących północno-wschodnią część sieci WSSG oraz na 10 punktach sieci podstawowej WPSG; w okresie od 9 października 1995 r. do 21 października 1995 r. wykonano pomiary na 202 punktach stanowiących południowo-zachodnią część sieci WSSG oraz na 14 punktach sieci podstawowej WPSG; w okresie od 10 czerwca 1996 r. do 26 czerwca 1996 r. wykonano pomiary na 259 punktach stanowiących północno-zachodnią oraz południowo-wschodnią część sieci WSSG oraz na 30 punktach sieci podstawowej WPSG. Punkty oporowe (prawdopodobnie punkty sieci WPSG) mierzono w sesjach 24h, natomiast punkty sieci WSSG były mierzone w sesjach 3h (po dwie sesje na punkcie). W trakcie kampanii pomiarowych obserwacje GPS były wykonywane w systemie ciągłym na punktach BOR1 (Borowiec) oraz JOZE (Józefosław), które potraktowano w obliczeniach jako punkty główne. Na pierwszym etapie wyniki każdej z kampanii były opracowywane niezależnie w Politechnice Warszawskiej przy użyciu programów *Bernese* v.3.5 i *GPSurvey*. Pierwszą kampanię opracowano w układzie ITRF92, zaś dwie kolejne – w układzie ITRF93. Łączne wyrównanie sieci w układzie ITRF94 wykonano programem *Bernese* v.4.0, w nawiązaniu do kilku europejskich stacji permanentnych sieci EUREF, których współrzędne przyjęto z katalogu układu ITRF94 na epokę 1993.0. Punkty wspólne dla kampanii nie wykazały błędów większych niż ± 4 cm (Osada i in., 2003). Wyznaczone współrzędne stacji WSSG przeliczono również do systemu ETRS89. Błąd standardowy pojedynczej obserwacji oceniono na ± 3.9 mm, zaś średnie błędy standardowe współrzędnych punktów sieci WSSG oceniono na $\sigma_\varphi = \pm 2$ cm, $\sigma_\lambda = \pm 2$ cm i $\sigma_h = \pm 3$ cm.

Punkty sieci WSSG zostały dowiązane niwelacyjnie do krajowej osnowy wysokościowej. Wysokości normalne H^N tych punktów zostały wyznaczone w systemie Kronstadt86 z dokładnością ± 2 –3 cm. Dokładność σ_ζ anomalii wysokości $\zeta = h - H^N$ na punktach tych sieci szacowana jest na ± 5 cm. Jest to zbyt optymistyczne oszacowanie. W rzeczywistości dokładność ta wynosi ± 6 –7 cm.

2.4.4. Nowe jednolite opracowanie archiwalnych obserwacji GPS z kampanii EUREF-POL, POLREF i EUVN

W kampaniach EUREF-POL, POLREF i EUVN (tab. 2.3) pomiary GPS zostały wykonane zgodnie z ówczynie obowiązującymi standardami zarówno w zakresie technologii obserwacji, jak i strategii. Strategie zastosowane do opracowania kampanii, a co za tym idzie uzyskane wyniki i ocena ich dokładności nie spotkały się z pełną akceptacją środowiska geodezyjnego. Brak lub nieuwzględnienie wyników niezależnych od przyjętych do zasobu geodezyjnego opracowań sieci zerowego rzędu w Polsce stanowił czynnik dodatkowo podważający zaufanie do oceny dokładności wyznaczonych współrzędnych punktów tych sieci. Wyniki precyzyjnych prac pomiarowych wielokrotnie wskazywały na większe, niż wynikałoby to z oficjalnych ocen dokładności, błędy w wyznaczeniu pozycji punktów sieci zerowego rzędu w Polsce. Wiarygodność oceny dokładności wyznaczenia współrzędnych punktów sieci zerowego rzędu w Polsce była podważana również na podstawie wyników rozważań teoretycznych i badań eksperymentalnych, np. analiza ciągów czasowych rozwiązań GPS (Kryński i Zanimonskiy, 2003, 2005) lub kilkucentymetrowe odchyłki quasigeoidy na punktach EUREF-POL, POLREF i EUVN (Kryński i Łyszkowicz, 2005b).

Współczesne strategie i standardy opracowywania wyników obserwacji na punktach sieci EPN, udoskonalone programy obliczeniowe, rozbudowana wiedza na temat stosowanych układów odniesienia i oceny ich jakości, udoskonalone modele obserwacyjne oraz współczesne możliwości obliczeniowe pozwoliły na dokonanie jednolitego opracowania obserwacji z kampanii EUREF-POL, POLREF i EUVN oraz bardziej wiarygodnej oceny dokładności wyznaczonych pozycji stacji tych sieci. Jednolite opracowanie archiwalnych obserwacji GPS wykonanych w kampaniach EUREF-POL, POLREF i EUVN z uwzględnieniem standardów EPN powstało w 2005 r. we współpracy IGiK z Wojskową Akademią Techniczną (Kryński i Figurski, 2005). Dane z kampanii EUREF-POL, POLREF i EUVN zawarte w plikach obserwacyjnych i dziennikach obserwacyjnych, wykorzystane do zdefiniowania krajowego geodezyjnego układu odniesienia, zostały poddane gruntownej weryfikacji. Potwierdzona została teza o konieczności opracowania sieci POLREF w najnowszym układzie odniesienia, tj. w układzie ITRF2000 (tab. 2.4) (Kryński i Figurski, 2006).

Na zmniejszenie średnich błędów wyznaczonych współrzędnych stacji złożyły się również: wykorzystanie nowych modeli anten, łączne opracowanie kampanii pomiarowych, precyzyjne wyznaczenie wektorów prędkości stacji permanentnych i analiza materiałów źródłowych. Nawiązanie wszystkich kampanii pomiarowych do tych samych stacji permanentnych umożliwia wyeliminowanie błędów systematycznych wnoszonych przez punkty nawiązania.

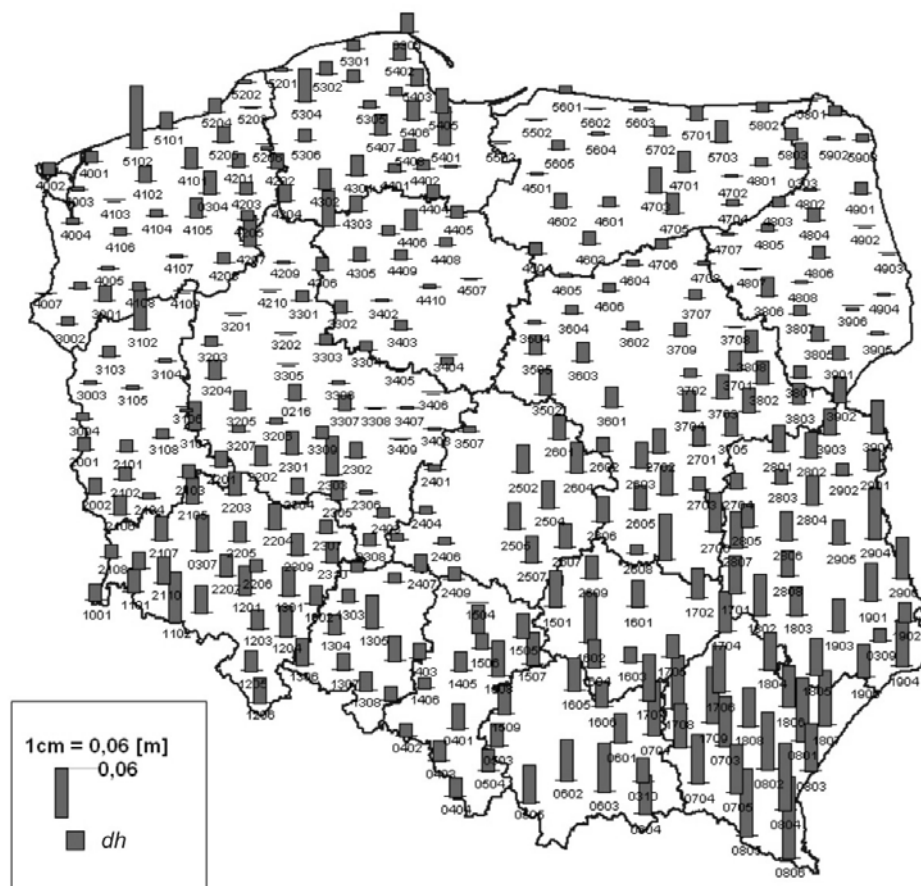
Tabela 2.4. Średnie błędy wyrównanych składowych punktów sieci EUREF-POL, POLREF i EUVN w ITRF

	ITRF	N [mm]	E [mm]	U [mm]
POLREF 1994	ITRF2000	3.09	5.70	9.13
	ITRF92	3.94	6.49	9.67
POLREF 1995	ITRF2000	2.25	2.29	8.28
	ITRF93	2.55	2.46	8.38
EUREF-POL 2001	ITRF2000	1.13	0.81	2.28
EUREF-POL 1992	ITRF2000	2.71	3.92	5.89
	ITRF91	3.31	4.78	6.58
(EUREF-POL 1994)	ITRF2000	1.76	2.39	4.35
	ITRF92	2.76	3.99	6.07
(EUREF-POL 1995)	ITRF2000	1.86	2.23	6.49
	ITRF93	1.98	2.28	8.90
EUVN 1997	ITRF2000	0.92	0.86	2.63
	ITRF97	1.44	1.10	3.70
EUVN 1999	ITRF2000	2.09	2.55	3.35
	ITRF97	2.08	2.56	3.37

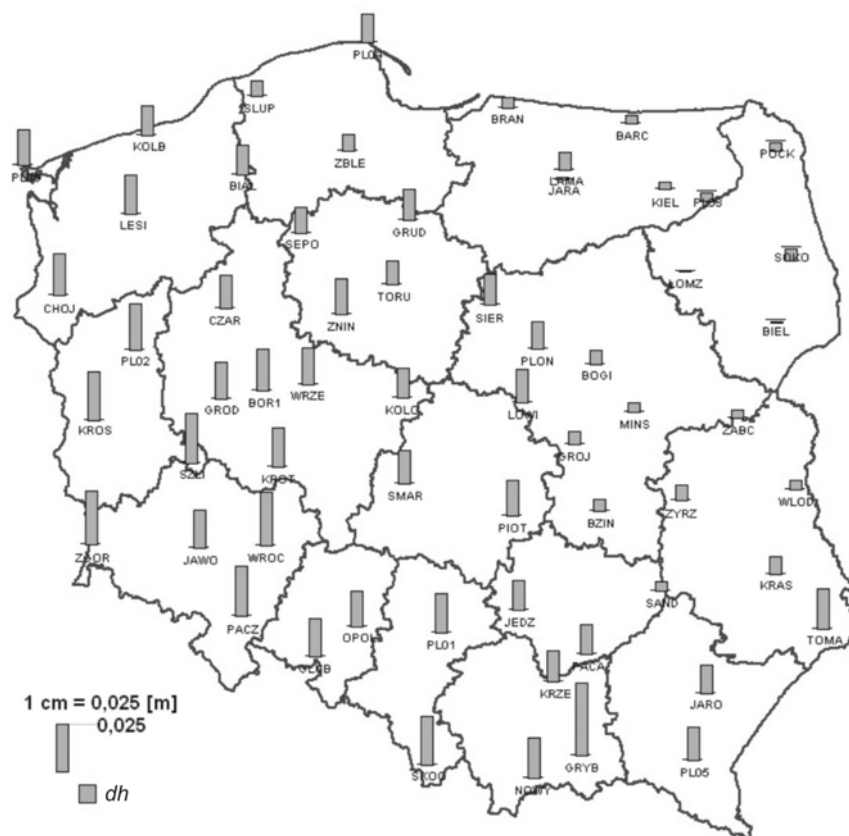
Wykazano, że średnie błędy wyznaczonych współrzędnych stacji z opracowania kampanii POLREF z 2005 r. znacznie przewyższają wartości podane w pierwotnym opracowaniu z 1996 r. Różnice pomiędzy współrzędnymi punktów sieci POLREF obliczonymi na podstawie pomiarów kontrolnych i współrzędnymi otrzymanymi z nowego jednolitego opracowania kampanii POLREF z 2005 r. są dwukrotnie mniejsze niż różnice wynikające z porównania ze współrzędnymi katalogowymi GUGiK. Różnice wysokości elipsoidalnych w systemie ETRS89 z obliczeń kampanii POLREF (2005-katalogowe) i EUVN 1999 przedstawiono odpowiednio na rysunkach 2.13 i 2.14 (Kryński i Figurski, 2006). Rozbieżności uzyskane na punktach EUVN mają charakter jednorodny. Źródła tych rozbieżności można dopatrywać się w użyciu różnych układów ITRF w rozwiązaniach. Rozkład różnic wysokości elipsoidalnych na punktach POLREF z obu rozwiązań obok efektu użycia różnych układów ITRF w rozwiązaniach wyraźnie obciążony jest również efektem niejednorodności rozwiązania katalogowego.

Doświadczenia wynikające z prowadzonych prac polowych, z badań związanych z modelowaniem centymetrowej quasigeoidy w Polsce, a wreszcie wyniki analizy rezultatów jednolitego opracowania archiwalnych obserwacji GPS wykonanych w kampaniach EUREF-POL, POLREF i EUVN z uwzględnieniem standardów EPN wskazują, iż dokładności wysokości wyznaczonych zarówno w trakcie pierwotnego opracowania kampanii POLREF z 1996 r., jak i opra-

cowania z 2005 r. odbiegają od wymagań stawianych punktom nawiązania niwelacji GPS. Ponowny pomiar GPS na punktach sieci POLREF jest zatem niezbędny do korzystania z tej sieci w praktyce geodezyjnej (Kryński i Figurski, 2005, 2006).



Rys. 2.13. Różnice wysokości elipsoidalnych w ETRS89 z obliczeń kampanii POLREF (2005 – katalogowe)

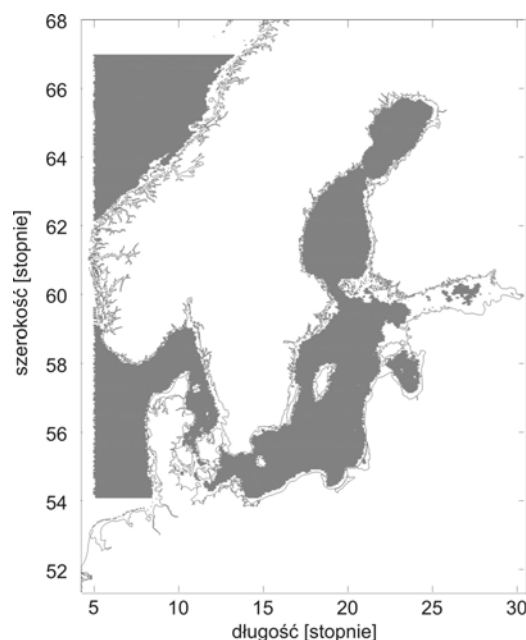


Rys. 2.14. Różnice wysokości elipsoidalnych w ETRS89 z obliczeń kampanii EUVN 1999 (2005 – katalogowe)

2.5. Dane altimetryczne i ich analiza

Dane altimetryczne z obszaru Bałtyku, części Morza Północnego i Morza Norweskiego zostały udostępnione przez KMS w Kopenhadze w postaci przetworzonej do siatki $2' \times 2'$ średnich anomalii wolnopowietrznych (rys. 2.15) (Kryński i Jarmołowski, 2004).

Anomalie wolnopowietrzne (rys. 2.15) zostały wygenerowane na podstawie obserwacji altimetrycznych z pierwszych 18 miesięcy misji satelity GEOSAT (1985–1986) oraz z 11-miesięcznej misji satelity ERS-1 (1994–1995). Do obliczenia orbit obydwu satelitów wykorzystano model geopotencjału JGM-3. Anomalie obliczone z danych z satelity GEOSAT odniesiono do elipsoidy WGS84, zaś z danych z satelity ERS-1 – do elipsoidy GRS80.



Rys. 2.15. Rozkład anomalii grawimetrycznych wygenerowanych z danych altimetrii satelitarnej

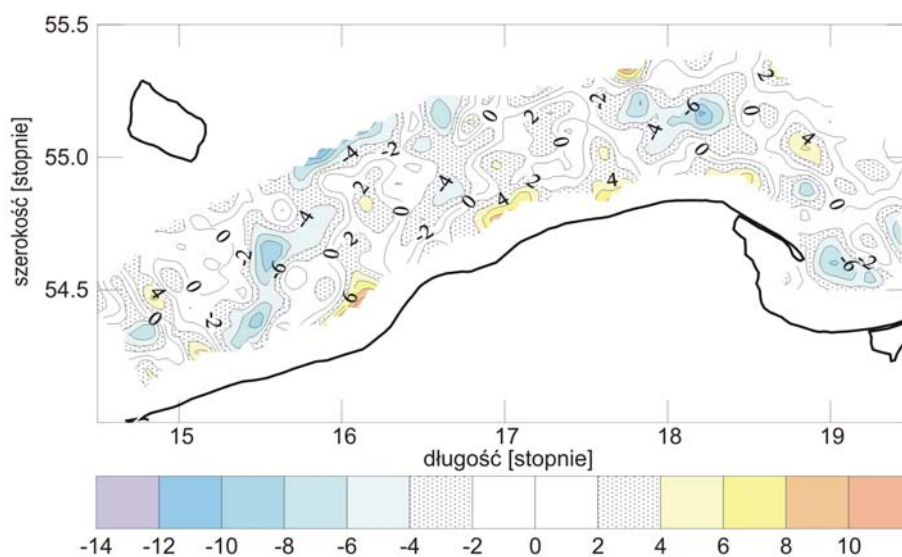
Anomalie wolnopowietrzne wygenerowane z obserwacji altimetrycznych satelitów GEOSAT i ERS-1 zostały porównane przez zespół KMS w Kopenhadze (Andersen i Knudsen, 1998) z anomaliami grawimetrycznymi otrzymanymi z morskich i lotniczych obserwacji grawimetrycznych na trzech obszarach o różnych gradientach poziomych anomalii wolnopowietrznych. Największy z nich znajduje się w centralnej części Oceanu Atlantyckiego w okolicy Azorów (Azor). Jest to obszar o bardzo dużej intensywności ruchów oceanograficznych. Drugi z kolei obszar testowy to częściowo pokryty lodem region około Antarktyki (Anta). Trzeci obszar wybrano we wschodniej części Morza Śródziemnego (Śród). Charakteryzuje się on największą spośród wybranych obszarów zmiennością pola grawitacyjnego i zgodnie z oczekiwaniami odchylenie standardowe różnic anomalii grawimetrycznych jest w nim największe. Wyniki porównania anomalii wolnopowietrznych na tych obszarach zestawiono w tabeli 2.5 (Kryński i Jarmołowski, 2004).

Podobną analizę przeprowadzono w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 dla obszaru Bałtyku. Porównano anomalie grawimetryczne obliczone z obserwacji altimetrii satelitarnej z anomaliami wolnopowietrznymi uzyskanymi z morskich obserwacji grawimetrycznych wykonanych w ramach misji geofizycznych statków Zaria i Turlejski w latach 1971 i 1972 (rys. 2.16) oraz z morskimi danymi grawimetrycznymi z lat 1978–1980, dostarczonymi przez konsorcjum PETROBALTIC (rys. 2.17). Wyniki porównania nie odbiegają od wyników uzyskanych w KMS. Wskazują one na zgodność danych altime-

trycznych z morskimi obserwacjami grawimetrycznymi w granicach kilku miligali (Kryński i Jarmołowski, 2004).

Tabela 2.5. Zestawienie wyników porównania anomalii wolnopowietrznych wygenerowanych z obserwacji altimetrycznych satelitów GEOSAT i ERS-1

Nazwa obszaru	Zasięg obszaru	Liczba różnic	Zmienność Δg [mGal]	Odch. std. [mGal]	Średnia [mGal]
Azor	10°N–50°N; 60°W–10°W	23663	$-100 \leq \Delta g \leq 123$	5.8	-4.4
Anta	60°S–70°S; 0°E–40°E	3642	$-70 \leq \Delta g \leq 85$	3.8	0.8
Śród		4151	$-218 \leq \Delta g \leq 116$	9.7	-1.1

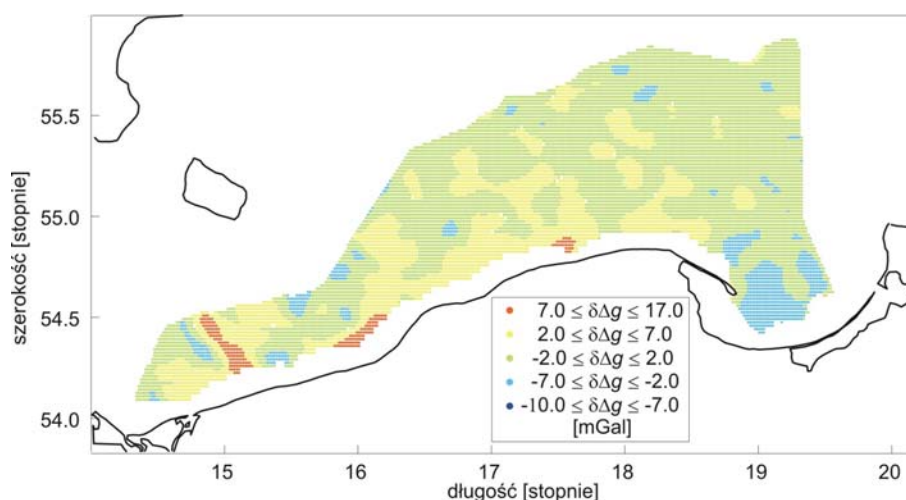


Rys. 2.16. Rozkład różnic między anomaliami grawimetrycznymi wygenerowanymi z danych altimetrii satelitarnej i anomaliami grawimetrycznymi z pomiarów morskich wykonanych w ramach misji Zaria i Turlejski [mGal]

Statystyki różnic anomalii grawimetrycznych obliczonych z altimetrii satelitarnej z anomaliami grawimetrycznymi wyinterpolowanymi z danych z rejsu Zaria z całego obszaru pokrycia morskimi pomiarami grawimetrycznymi oraz z wydzielonego poligonu łebskiego o zagęszczonym pokryciu pomiarami przedstawiono w tabeli 2.6 (Kryński i Jarmołowski, 2004).

Tabela 2.6. Statystyki różnic anomalii grawimetrycznych obliczonych z altimetrii satelitarnej z anomaliami grawimetrycznymi wyinterpolowanymi z danych z rejsu Zaria [mGal]

$\Delta g_{\text{altim}} - \Delta g_{\text{Zaria}}$	Średnia	Odch. std.	Min	Max
Cały obszar	-0.8	3.2	-12.8	11.9
Poligon łebski	1.0	2.9	-6.0	7.6



Rys. 2.17. Rozkład różnic między anomaliami grawimetrycznymi wygenerowanymi z danych altimetrii satelitarnej i anomaliami grawimetrycznymi z pomiarów morskich wykonanych przez konsorcjum PETROBALTIC

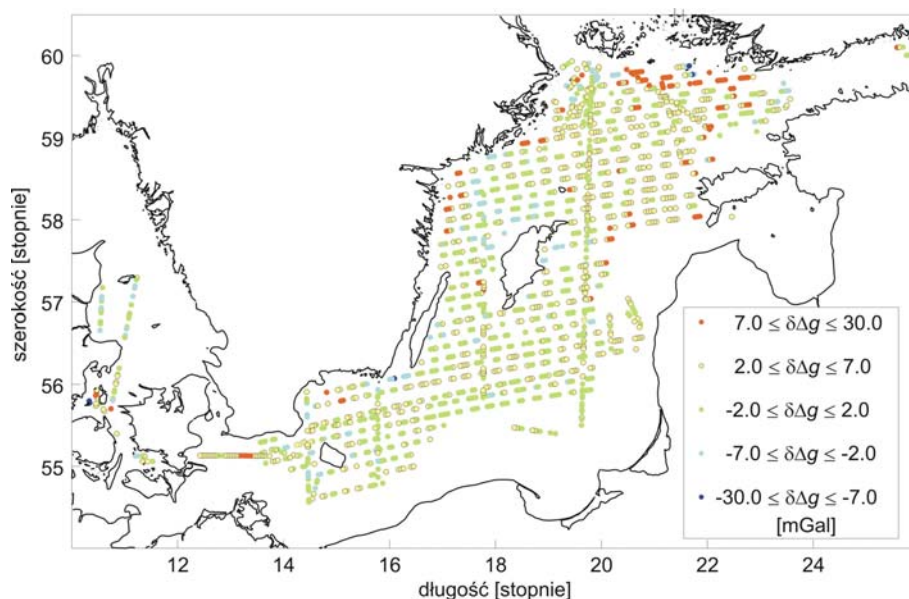
Statystyki różnic anomalii grawimetrycznych obliczonych z altimetrii satelitarnej z anomaliami grawimetrycznymi wyinterpolowanymi z morskich danych grawimetrycznych wykonanych przez konsorcjum PETROBALTIC przedstawiono w tabeli 2.7 (Jarmołowski 2005a).

Tabela 2.7. Statystyki różnic anomalii grawimetrycznych obliczonych z altimetrii satelitarnej z anomaliami grawimetrycznymi z pomiarów morskich wykonanych przez konsorcjum PETROBALTIC ($\Delta g_{\text{altim}} - \Delta g_{\text{PETROBALTIC}}$) [mGal]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
0.930	2.356	-5.930	14.980

Anomalie grawimetryczne obliczone z obserwacji altimetrii satelitarnej porównano także z anomaliami wolnopowietrznymi uzyskanymi z lotniczych obserwacji grawimetrycznych wykonanych w 1999 r. (Jarmołowski, 2005a). Wyniki porównania (rys. 2.18) oraz statystyki uzyskanych różnic (tab. 2.8)

wskazują na zgodność danych altimetrycznych z lotniczymi obserwacjami grawimetrycznymi w granicach kilku miligali.



Rys. 2.18. Rozkład różnic między anomaliami grawimetrycznymi wygenerowanymi z danych altimetrii satelitarnej i anomaliami grawimetrycznymi z pomiarów lotniczych

Tabela 2.8. Statystyki różnic anomalii grawimetrycznych obliczonych z altimetrii satelitarnej z anomaliami grawimetrycznymi z pomiarów lotniczych ($\Delta g_{\text{altim}} - \Delta g_{\text{airborne}}$) [mGal]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
2.198	3.496	-12.210	25.660

2.6. Dane mareograficzne i ich analiza

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 zgromadzono dane mareograficzne z 25 stacji z wybrzeża Polski, Niemiec, Danii, Szwecji i Finlandii, które brały udział w Baltic Sea Level Project (BSLP) i dla których istnieje w miarę kompletna dokumentacja. Niestety, nie uzyskano dotychczas danych ze stacji Visby, Shepelevo, Gotland. Dodatkowo włączono stacje mareograficzne z Gdańska, Helu, Kołobrzegu, i Kronstadtu (Łyszkowicz, 2004). Większość danych mareograficznych (średnie miesięczne i roczne) uzyskano z bazy danych mareograficznych zgromadzonych w Permanent Service of Mean Sea Level (PSMSL), część z Instytutu Meteorologii

i Gospodarki Wodnej, Oddział w Gdyni, a dane dla stacji Kronstadt zaczerpnięto z publikacji (Bogdanow i in., 1994) (rys. 2.19).



Rys. 2.19. Rozmieszczenie analizowanych stacji mareograficznych

Charakterystykę danych z poszczególnych stacji mareograficznych przedstawiono w tabeli 2.9 (Łyszkowicz, 2004). Korzystając ze zgromadzonych ciągów czasowych danych mareograficznych, opracowano przebiegi zmian poziomu morza na poszczególnych stacjach. Podano także dla polskiej części wybrzeża Morza Bałtyckiego opis zgromadzonych w PSMSL danych mareograficznych typu „METRIC”, tj. postaci, w jakiej zostały przesłane przez agencje i znacznie bardziej nadających się do celów naukowych danych typu „RLR” – zredukowanych przez PSMSL do wspólnego poziomu odniesienia, krótkie opisy stacji mareograficznych uzyskane z PSMSL oraz charakterystykę układów wysokościowych (Łyszkowicz, 2004).

Istotną część opracowania poświęcono analizie dokładności i spójności dostępnych danych mareograficznych. Na błąd wyznaczenia poziomu morza składają się czynniki wywołane przez środowisko, czynniki wynikające z błędów instrumentalnych i czynniki wynikające ze zręczności operatora. Ocena dokładności obserwacji mareograficznych została przeprowadzona w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim poprzez porównanie modelu z danymi źródłowymi.

Ponieważ obserwacje mareograficzne są zazwyczaj obarczone znacznymi błędami, dlatego w pierwszym kroku przeprowadzono wygładzenie obserwacji metodą średniej ruchomej oraz metodą wykładniczą z wykorzystaniem analizy widmowej. Następnie przeprowadzono predykcję średniego poziomu morza metodą regresji liniowej. Uzyskane wyniki porównano z wartościami uzyskanymi przez innych autorów. Przeprowadzono również predykcje metodą średniej ruchomej oraz próbę predykcji metodą AR(I)MA (Łyszkowicz, 2004).

Tabela 2.9. Charakterystyka danych z analizowanych stacji mareograficznych

Nazwa stacji	Kod stacji	Współrzędne stacji				Dane typu RLR od–do	Liczebność danych RLR
		φ		λ			
		[°]	[']	[°]	[']		
Hamina	060361	60	34	27	11	1929–2001	69
Helsinki	060351	60	09	24	58	1884–2001	104
Degerby	060281	60	02	20	23	1924–2001	70
Hanko	060331	59	49	22	59	1889–1997	91
Mäntyluoto	060101	61	36	21	28	1911–2001	87
Vaasa	060051	63	06	21	34	1884–2001	104
Raahe	060021	64	40	24	25	1923–2001	68
Kemi	060001	65	40	24	31	1920–2001	73
Furuögrund	050201	64	55	21	14	1916–2001	84
Ratan	050191	64	00	20	55	1923–2001	68
Spikarna	050183	62	22	17	32	1969–2001	33
Stockholm	050141	59	19	18	05	1887–2001	133
Visby							
Ölands N.Udde	050091	57	22	17	06	1887–2001	115
Kungsholmsfort	050081	56	06	15	35	1887–2001	115
Klagshamn	050051	55	31	12	54	1930–2001	71
Vyborg	080002	60	42	28	44	1889–1938	50
Shepelevo							
Gotland							
Gdańsk NP	110022	54	24	18	41	1951–1999	49
Hel	110042	54	36	18	48	1951–1994	44
Władysławowo	110047	54	48	18	25	1951–1999	49
Ustka	110057	54	35	16	52	1951–1999	49
Kołobrzeg	110072	54	11	15	33	1951–1999	49
Świnoujście	110092	53	55	14	14	1811–1999	181
Warnemünde 2	120012	54	11	12	05	1856–2000	144
Sassnitz	120004	54	31	13	39	1936–2000	54
Kronstadt						1777–1990	179

Obserwacje poziomu morza na kilku sąsiadujących ze sobą stacjach mareograficznych stwarzają możliwość wyznaczenia wspólnej krzywej przebiegu zmian poziomu morza lub wspólnego przestrzennego modelu zmian poziomu morza dla tych stacji w zależności od: liczby analizowanych stacji mareograficznych, jakości danych i stopnia korelacji między seriami danych. Przy niewielkiej liczbie stacji i słabej jakości danych nie zaleca się wyznaczania przestrzennego modelu zmian poziomu morza. Jeśli natomiast dostępne są dane z dostatecznie dużej liczby stacji, wówczas warto sprawdzić, czy istnieje jedna wspólna krzywa lub jeden wspólny przestrzenny model opisujący zmiany poziomu morza (Łyszkowicz, 2004).

Wyznaczono trendy dla sześciu stacji mareograficznych na polskim wybrzeżu Morza Bałtyckiego (tab. 2.10) i przeanalizowano współczynniki korelacji między obserwacjami (tab. 2.11). We wszystkich rozważonych przypadkach współczynnik korelacji przekracza wartość 0.9 (Łyszkowicz, 2004).

Tabela 2.10. Oszacowane trendy i średni trend dla sześciu stacji na polskim wybrzeżu Bałtyku

Nazwa stacji	Dane od	Trend [mm/rok]
Świnoujście	1951	1.40
Kołobrzeg	1951	1.25
Ustka	1951	1.69
Władysławowo	1951	2.40
Hel	1951	2.07
Gdańsk NP	1951	2.88
Wartość średnia		1.95

Tabela 2.11. Współczynniki korelacji między znormalizowanymi średnimi rocznymi poziomami morza na sześciu stacjach polskiego wybrzeża Bałtyku

	Świnoujście	Kołobrzeg	Ustka	Władysławowo	Hel	Gdańsk NP
Świnoujście	1.000					
Kołobrzeg	0.923	1.000				
Ustka	0.955	0.924	1.000			
Władysławowo	0.915	0.931	0.956	1.000		
Hel	0.946	0.928	0.962	0.977	1.000	
Gdańsk NP	0.915	0.903	0.953	0.976	0.964	1.000

Dla porównania wyznaczono korelacje między średnimi poziomami morza dla wybranych stacji na wybrzeżu fińskim (tab. 2.12) (Łyszkowicz, 2004). Wartości współczynnika korelacji wahają się w granicach od 0.9 do 0.06.

Tabela 2.12. Współczynniki korelacji między znormalizowanymi średnimi rocznymi poziomami morza na pięciu stacjach fińskiego wybrzeża Bałtyku

	Hamina	Helsinki	Hanko	Mäntyluoto	Vaasa
Hamina	1.000				
Helsinki	0.354	1.000			
Hanko	0.063	0.519	1.000		
Mäntyluoto	0.466	0.906	0.405	1.000	
Vaasa	0.354	1.000	0.519	0.906	1.000

Badania wykazały, że trudno jest znaleźć dobry wskaźnik oceny metod wygładzania danych. Im mniej wygładzona jest seria danych, tym mniejszy jest błąd wartości wygładzonych w odniesieniu do wartości źródłowych. Jednak w przypadku wiarygodnej metody wygładzania małe zmiany w parametrach modelu nie powinny powodować istotnych zmian wygładzanych wartości. Stwierdzono, że w przypadku bardziej zaawansowanych metod uzyskiwane wyniki są w znacznym stopniu zależne od doboru wartości parametrów modelu. Niestety, brak jest jasnych kryteriów doboru wartości parametrów. Spośród rozważanych metod, metoda średniej ruchomej jest najbardziej odporna na wybór parametrów modelu. Metody spektralne powinny być wykorzystywane tylko do ustalenia, przy jakich częstotliwościach obecne są fluktuacje w danych mareograficznych (Łyszkowicz, 2004).

Obserwacje mareograficzne zawierają trend i wahania długookresowe. Większość stosowanych w praktyce metod opracowania obserwacji mareograficznych nie jest właściwie dobrana do predykcji tego typu danych. Z przedstawionych metod, metoda regresji liniowej i metoda AR(I)MA wydają się najlepsze do predykcji poziomu morza. W przypadku regresji liniowej wiarygodna predykcja wymaga obserwacji mareograficznych z długiego okresu. Metoda AR(I)MA może być wiarygodna tylko w przypadku wygładzonych obserwacji (Łyszkowicz, 2004).

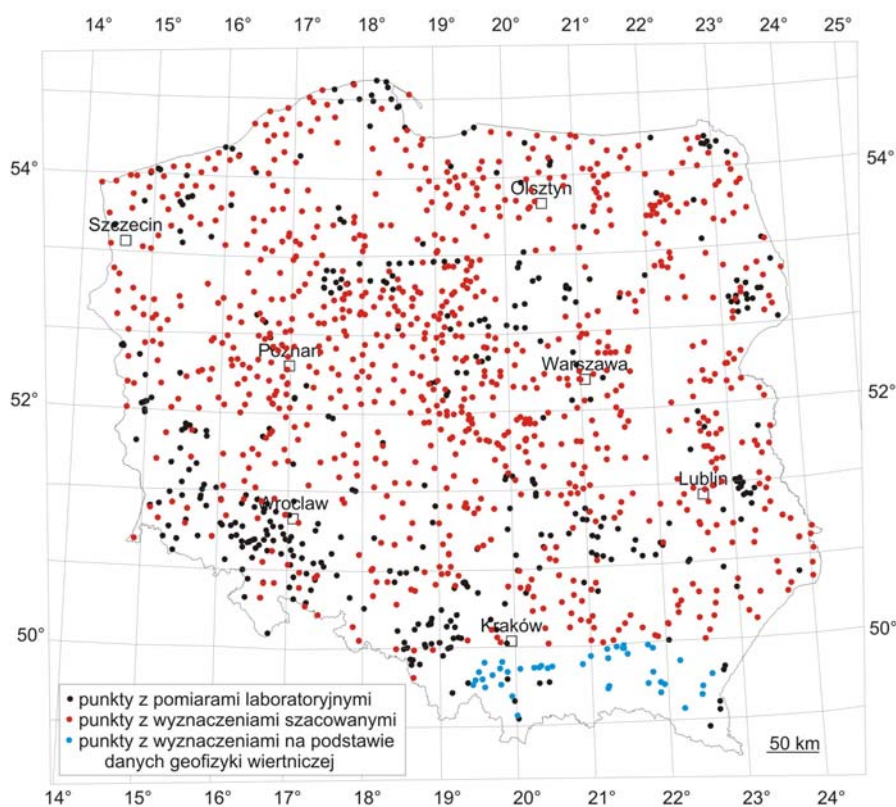
2.7. Dane geologiczne i ich analiza

Jednym z najważniejszych parametrów fizycznych charakteryzujących skały jest ich gęstość. Od gęstości zależą inne ważne własności fizyczne skał, jak oporność elektryczna, prędkość rozchodzenia się fal sprężystych, przewodnictwo cieplne, a pośrednio również własności magnetyczne. Powierzchnie kontrastów gęstości stanowią granice odbijające lub załamujące dla fal sejsmicznych rozchodzących się w ośrodkach skalnych.

W badaniach grawimetrycznych gęstość skał ma znaczenie podstawowe. To rozkład gęstości warunkuje obraz anomalii siły ciężkości na powierzchni Ziemi. Ich źródłem są powierzchnie kontrastu gęstości. Zazwyczaj gęstość rośnie wraz z głębokością. Im starsze są utwory tym większa jest ich gęstość.

Państwowy Instytut Geologiczny prowadził na terenie Polski badania gęstości od końca II wojny światowej. Od początku lat 50. badania wykonywało Przedsiębiorstwo Badań Geofizycznych, głównie na zlecenie PIG, ale także Górnictwa Naftowego.

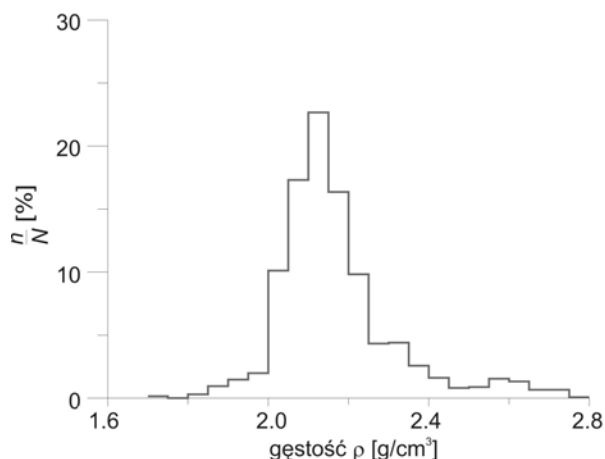
W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 dokonano opracowania, w którym omówiono metodykę pomiarów gęstości i porowatości, ze szczególnym akcentem na grunty luźne budujące utwory kenozoiku, które dominują na Niżu Polskim w warstwie nad poziomem morza. Rozkład punktów, w których określono gęstość utworów nad poziomem morza, przedstawiono na rysunku 2.20 (Królikowski i Żółtowski, 2004).



Rys. 2.20. Lokalizacja punktów wyznaczeń gęstości utworów zalegających nad poziomem morza w Polsce

Histogram gęstości utworów występujących nad poziomem morza w Polsce pokazano na rysunku 2.21. Opracowano go na podstawie informacji zgromadzonych na 1363 punktach, z których na 419 dokonano wyznaczeń na podstawie pomiarów laboratoryjnych, na 901 punktach – wyznaczeń szacowanych, a na 43 punktach – wyznaczeń na podstawie danych geofizyki

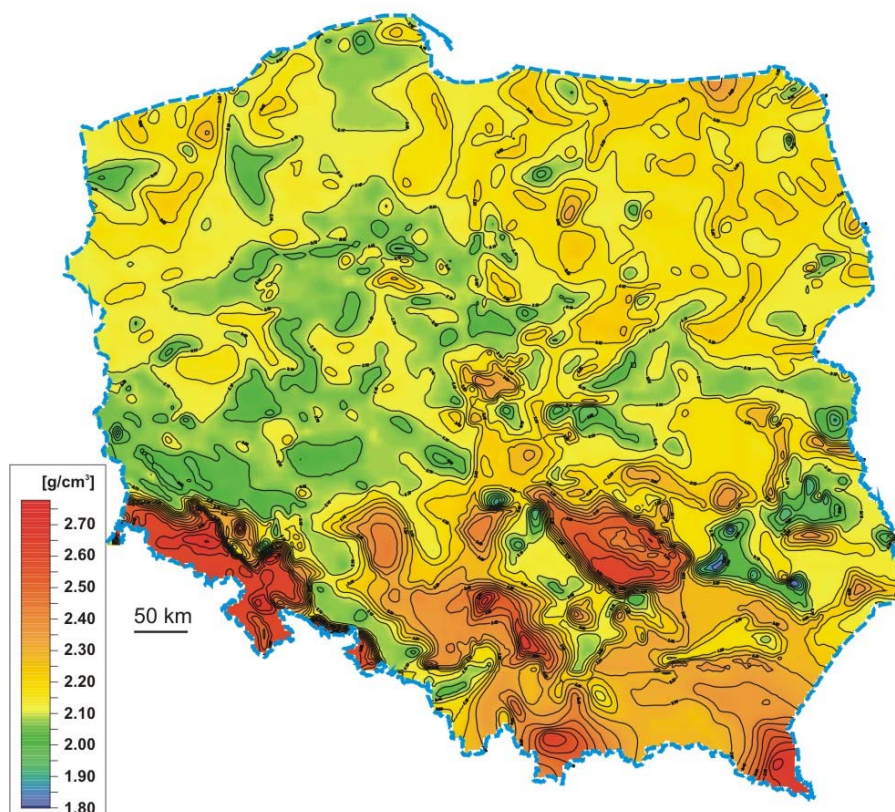
wiertniczej. Daje to średnie zagęszczenie 1 punkt na 230 km^2 , co odpowiada 1 punktowi w kwadracie o boku 15 km (Królikowski i Żółtowski, 2004). Jest to zatem rozpoznanie właściwe dla skali 1:1 000 000.



Rys. 2.21. Histogram gęstości utworów w Polsce
(n – liczba punktów w przedziale, N – liczba wszystkich punktów)

W PIG przeprowadzono analizę dokładności laboratoryjnych pomiarów gęstości oraz oznaczeń gęstości na podstawie interpretacji danych geofizyki wiertniczej. Wyniki laboratoryjnego wyznaczenia gęstości praktycznie pokrywają się z wynikami uzyskanymi na podstawie danych geofizyki wiertniczej. Średnia gęstość utworów nad poziomem morza na całym obszarze kraju wynosi 2.17 g/cm^3 , jest więc znacznie mniejsza niż dotychczas przyjmowana do redukcji pomiarów grawimetrycznych na Niżu Polskim (2.25 g/cm^3). Należy się zatem spodziewać, że anomalie grawimetryczne obliczone przy przyjęciu zbyt dużej gęstości będą wykazywać ujemną korelację z morfologią terenu. Przedział zmian gęstości wynosi $1.71\text{--}2.76 \text{ g/cm}^3$, a odchylenie standardowe 0.15 g/cm^3 (Królikowski i Żółtowski, 2004).

Opracowano aktualną mapę rozkładu gęstości skał nad poziomem morza dla obszaru Polski, wyznaczając średnie gęstości w poszczególnych regionach. Mapę tę przeprowadzono do postaci cyfrowej w regularnej siatce o rozdzielczości 2.5 km, a następnie wykreślono przy zastosowaniu normalnej procedury interpolacyjnej mapę przeglądową w skali 1:1 000 000, właściwej dla stopnia rozpoznania (rys. 2.22). Izodensy na mapie wykreślono, stosując cięcie co 0.05 g/cm^3 (Królikowski i Żółtowski, 2004; Polechońska i Królikowski, 2005). Dokonano też oceny stopnia rozpoznania oznaczeń gęstości na obszarze Polski (Królikowski i Żółtowski, 2004).



Rys. 2.22. Przeglądowa mapa gęstości utworów zalegających nad poziomem morza w Polsce

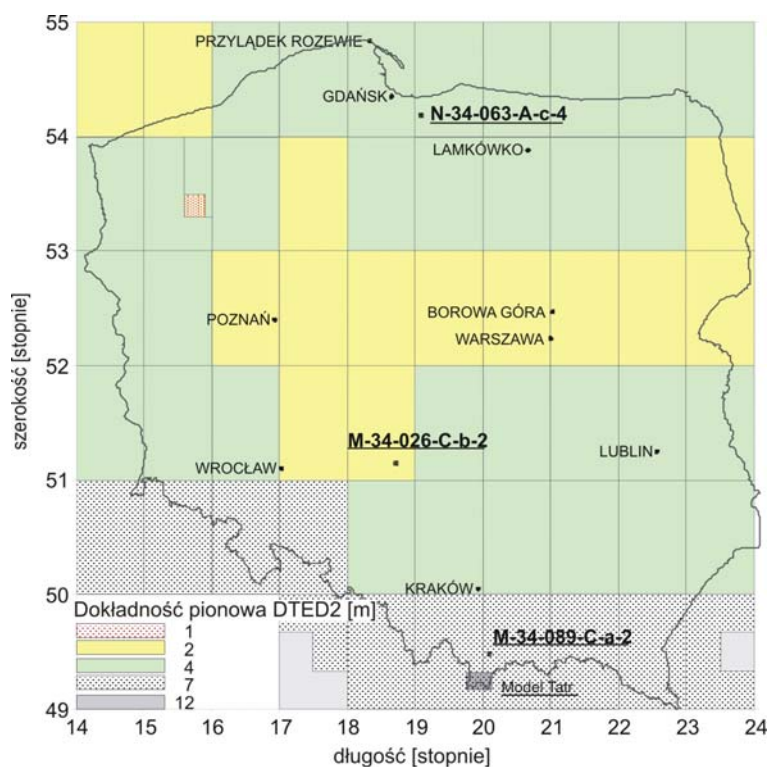
2.8. Dane topograficzne i ich analiza

Numeryczny model terenu DTED (Digital Terrain Elevation Data), udostępniony przez Zarząd Geografii Wojskowej Sztabu Generalnego Wojska Polskiego dla celów badawczych w projekcie PBZ-KBN-081/T12/2002, opracowany został według standardu NATO-STANAG 3809. Jako materiał źródłowy do opracowania modelu zostały wykorzystane wojskowe mapy topograficzne w skali 1:50 000 z cięciem warstwicowym 10 m, w układzie współrzędnych płaskich „1942” oraz punkty wojskowej sieci geodezyjnej. Jako materiały pomocnicze były wykorzystane mapy topograficzne w skali 1:25 000. Model terenu został opracowany w ZGW z rysunku rastrowego materiału źródłowego (diapozytywów mapy) na zwektoryzowanych warstwicach, uzupełnionych o obiekty wysokościowe.

Zgodnie ze standardem, dane poziome zostały wyrażone w systemie WGS84, zaś dane pionowe odniesione zostały do Średniego Poziomu Morza

(MSL) w punkcie Kronstadt. Jeziora oraz morze uznano za obszary zamknięte o jednakowej wysokości – dla morza 0 m, dla jezior wysokość koty. Wysokość węzłów siatki została podana do jednego metra. Model DTED dostępny jest na obszarze $49^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 55^{\circ}\text{N}$; $14^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 24^{\circ}\text{E}$ w dwóch poziomach rozdzielczości: poziom 1 o rozdzielczości $3'' \times 3''$ i poziom 2 (DTED2) o rozdzielczości $1'' \times 1''$ (Polska Południowa) i $1'' \times 2''$ (Polska Północna).

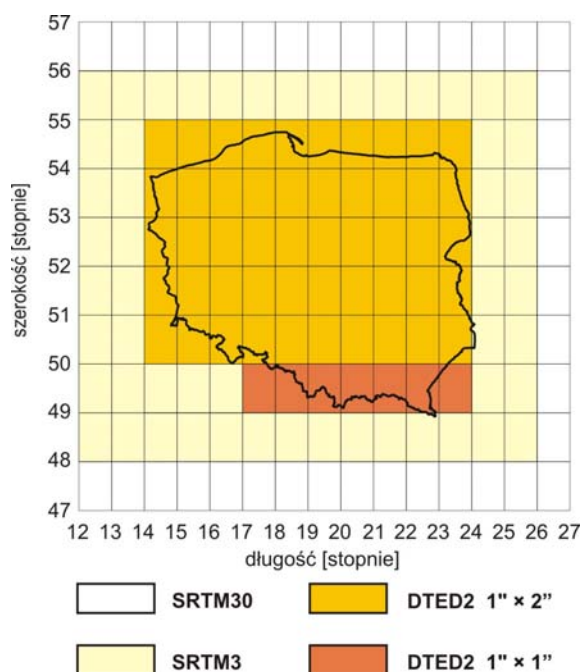
W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 w IGiK poddano analizie model odpowiadający standardowi poziomu 2, tj. DTED2, którego rozdzielczość odpowiada w przybliżeniu $30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$. Błąd wysokości oraz błąd położenia w poziomie wynikają ze specyfiki materiału źródłowego. Przyjmuje się, że błąd wysokości jest równy około $1/3$ cięcia warstwicowego. Podana przez twórców modelu jego dokładność pozycji w poziomie wynosi $\pm 15\text{--}16 \text{ m}$, zaś dokładność pionowa w wydzielonych podregionach wynosi ± 2 , ± 4 oraz $\pm 7 \text{ m}$ (rys. 2.23) (Kryński i Mańk, 2004; Kryński i in., 2005g, 2005j).



Rys. 2.23. Dokładność pionowa modelu DTED2 oraz położenie modeli regionalnych wykorzystanych do analizy jakościowej modelu DTED2

Drugim z kolei modelem poddanym analizie w IGiK był model o nazwie SRTM (Shuttle Radar Topography Mission). Obserwacje radarowe wykorzystane do wygenerowania tego modelu zgromadzono podczas 11-dniowej misji satelitarnej w lutym 2000 r. na obszarze lądów w pasie pomiędzy równoleżnikami

54°S i 60°N, pokrywającym 80% lądowej powierzchni Ziemi (Bamler, 1999). Wyznaczone w wyniku interferometrycznych pomiarów radarowych wysokości w modelu SRTM nie zawsze odnoszą się do naturalnej topografii terenu. Udostępniony na obszarze $48^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 56^{\circ}\text{N}$; $12^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 26^{\circ}\text{E}$ model SRTM3 o rozdzielczości $3'' \times 3''$ jest produktem wstępnego opracowania zgromadzonych danych i nie w pełni odpowiada założonym standardom (JPL, 2004). Dane poziome wyrażone zostały w systemie WGS84, zaś dane pionowe odniesione zostały do geoidy globalnego modelu geopotencjału EGM96. Dokładność modelu SRTM3 jest stała na całym obszarze pokrycia. Absolutny błąd wysokości w modelu szacowany jest na ± 16 m, zaś absolutny błąd horyzontalny oceniony jest na ± 20 m. Na obszarze Polski występują niewielkie regiony niemające pokrycia w modelu SRTM3. Brakujące dane zostały uzupełnione w procesie interpolacji. W rezultacie powstał model o nazwie SRTM3I, który stał się przedmiotem analizy w ramach projektu PBZ-KBN-081/T12/2002. W projekcie korzystano także z ogólnodostępnego modelu SRTM30 o rozdzielczości $30'' \times 30''$ z obszaru $47^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 57^{\circ}\text{N}$; $12^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 27^{\circ}\text{E}$. Model ten powstał w wyniku generalizacji modelu SRTM3. Zakres wykorzystywanych modeli terenu przedstawia rysunek 2.24.



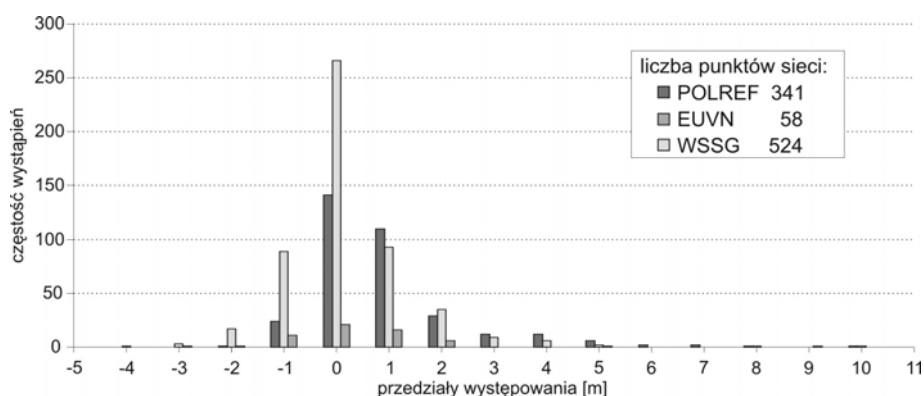
Rys. 2.24. Dostępne pokrycie modelami DTED2 i SRTM

Cenna informacja o topografii terenu na obszarze Polski zawarta jest w krajowej geologicznej bazie danych grawimetrycznych. Każdemu z 1 089 062 punktów tej bazy przypisana jest wysokość nad poziomem morza, pochodząca

z pomiarów niwelacyjnych. Pozycje punktów grawimetrycznych wyznaczone są z dokładnością $\pm 50\text{--}100$ m w układzie „Borowa Góra”. Dokładność wysokości punktów grawimetrycznych szacowana jest na ± 20 cm.

2.8.1. Porównanie modelu DTED2 z wysokościami normalnymi punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG

Wysokości normalne punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG zostały porównane z wysokościami odpowiadających punktów, wyinterpolowanymi z modelu DTED2 (Kryński i Mańk, 2004). Histogram odchyłek przedstawiono na rysunku 2.25, zaś ich statystykę w tabeli 2.13.

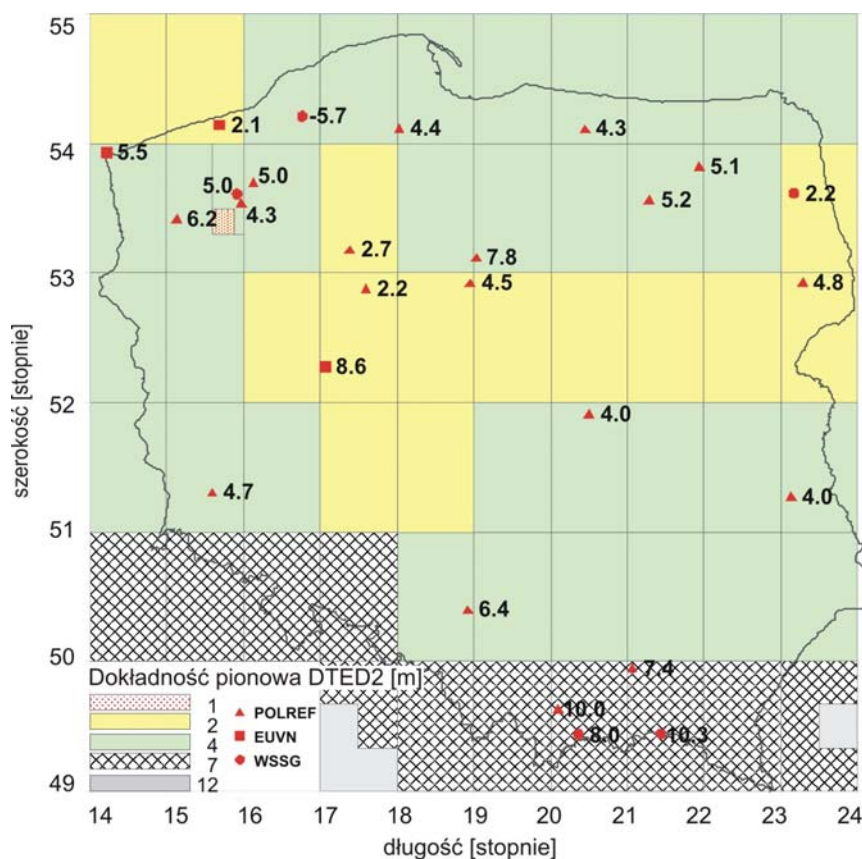


Rys. 2.25. Histogram odchyłek $v = H_{\text{pkt.sieci}} - H_{\text{DTED}}$ na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG

Tabela 2.13. Zestawienie otrzymanych odchyłek $v = H_{\text{pkt.sieci}} - H_{\text{DTED}}$ [m]

	POLREF	EUVN	WSSG	Wszystkie sieci
Liczba punktów	341	58	524	923
Min	-2.14	-3.40	-5.68	-5.68
Max	10.01	8.61	10.32	10.32
Średnia	0.87	0.45	0.21	0.47
Odch. std.	1.49	1.69	1.23	1.40

Odchyłki (tab. 2.13) mieszczą się w przedziale 15 m, przy czym 90% odchyłek mieści się w granicach 2 m, zaś niecały 1% stanowią odchyłki przekraczające 7 m. Z zestawienia otrzymanych odchyłek z podanymi dokładnościami modelu DTED2 wynika, że 2.8% odchyłek przekroczyło podane w charakterystyce dokładnościowej modelu wartości (rys. 2.26). Próba statystyczna przeprowadzona została na wyinterpolowanych punktach powierzchni pokrytej modelem DTED2 i objęła 0.00089% węzłów siatki (Kryński i Mańk, 2004).

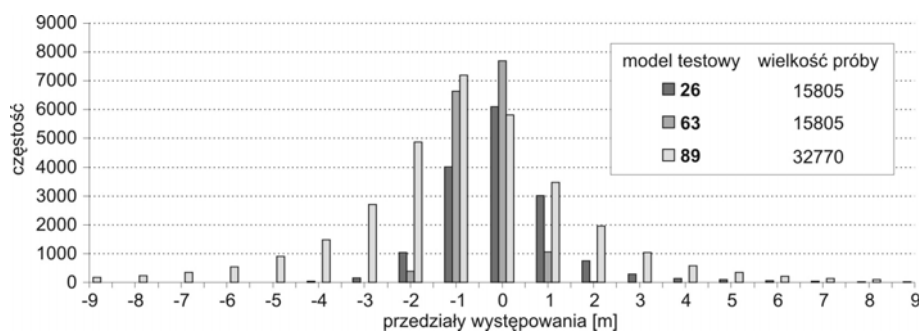


Rys. 2.26. Punkty, na których odchyłki przekraczają granice nominalnej dokładności pionowej DTED2 [m]

2.8.2. Porównanie modelu DTED2 z regionalnymi modelami sporządzonymi metodami fotogrametrycznymi o wyższej rozdzielczości

Na kolejnym etapie analizy wykorzystano opracowane w ramach innych projektów numeryczne modele regionalne o wyższej rozdzielczości przestrzennej ($25 \text{ m} \times 25 \text{ m}$) wygenerowane przy zastosowaniu fotogrametrii cyfrowej na podstawie zdjęć lotniczych w skali 1:26 000 (Kryński i Mańk, 2004). Każdy z modeli regionalnych (oznaczone „26”, „63” i „89”) o nominalnej dokładności pionowej $\pm 0.8 \text{ m}$ znajduje się w jednym z trzech obszarów dokładności pionowej modelu DTED2: $\pm 2 \text{ m}$, $\pm 4 \text{ m}$ i $\pm 7 \text{ m}$ i odpowiada powierzchnią arkuszowi mapy 1:10 000 w układzie „1942”. Wysokości z regionalnych modeli terenu przeliczono, stosując algorytm interpolacji na punkty siatki modelu DTED2, a następnie porównano je z wysokościami modelu DTED2. Ilość odchyłek nieprzekraczających nominalnej wartości

błędu wysokości DTED2 wyniosła odpowiednio 91.12%, 99.96% i 95.90% dla modeli „26”, 63” i „89”. Badane próby statystyczne objęły 0.0040%, 0.0040%, 0.0081% odpowiednich węzłów siatki modelu DTED2. Histogram odchyłek przedstawiono na rysunku 2.27. Dodatkowo dla każdego z modeli regionalnych wybrano po jednym profilu i porównano wysokości z wysokościami z modelu DTED2.



Rys. 2.27. Histogram odchyłek modelu DTED2 względem modeli regionalnych otrzymanych techniką fotogrametrii cyfrowej

2.8.3. Porównanie modelu DTED2 z modelem Tatr o rozdzielczości 10 m

Dalszym etapem analizy jakościowej modelu DTED2 było sprawdzenie tego modelu na terenach górzystych, o dużych przewyższeniach oraz znacznym nachyleniu. W tym celu model DTED2 został porównany z wysokorozdzielczym (rozdzielczość nominalna 10 m) numerycznym modelem terenu dla obszaru Tatr (Kryński i Mańk, 2004). Model Tatr został wygenerowany w IGiK przy zastosowaniu metod kartograficznych – na podstawie zwektoryzowanych warstw, uzupełnionych punktami wysokościowymi. Jako materiał źródłowy wykorzystano do niego diapozytywy mapy topograficznej Zarządu Topograficznego Sztabu Generalnego WP w skali 1:10 000 „Tatry Polskie”. Analizowano odchyłki modelu Tatr od DTED2 wzdłuż wybranego profilu równoleżnikowego przecinającego Wysokie Tatry. Tylko 13% odchyłek z próby 1525 nie przekroczyło nominalnej dokładności ± 7 m dla modelu DTED2 na badanym obszarze. Rozrzut odchyłek osiągnął 415.8 m. Uzyskane wyniki świadczą o tym, że dokładność wysokości modelu DTED2 dla terenów wysokogórskich jest znacznie niższa niż podawana przez autorów modelu, tj. ± 7 m, a jednocześnie rozdzielczość modelu DTED2 jest niewystarczająca dla takich terenów.

2.8.4. Porównanie modelu DTED2 z modelem SRTM3I

Wysokości z modelu DTED2 wyinterpolowane na węzły siatki modelu SRTM3I porównano z wysokościami modelu SRTM3I na całym obszarze Polski (Kryński i in., 2005b). Maksymalna różnica między wysokościami z tych modeli wyniosła 393 m. Statystyki odchyłek obliczono w 42 blokach $1^\circ \times 1^\circ$. Przedziały występowania średniej, odchylenia standardowego, wartości minimalnej i maksymalnej odchyłek w wysokości w blokach $1^\circ \times 1^\circ$ podano w tabeli 2.14.

Tabela 2.14. Przedziały występowania średniej, odchylenia standardowego, wartości minimalnej i maksymalnej odchyłek w wysokości z modeli DTED2 i SRTM3I w blokach $1^\circ \times 1^\circ$ [m]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$H_{\text{DTED2}} - H_{\text{SRTM3I}}$	$-2.1 \div +4.1$	$3.9 \div 11.2$	$-237 \div +20$	$22 \div 190$

Uzyskane wyniki pozostają w zgodności z wynikami otrzymanymi z porównania na terenie Niemiec wysokości modelu SRTM3I z krajowym modelem terenu typu DTED o rozdzielczości $1'' \times 1''$, w którym maksymalna różnica między wysokościami z modeli wyniosła 940 m, zaś odchylenie standardowe odchyłek wahało się od 6.60 m do 12.27 m (Denker, 2004).

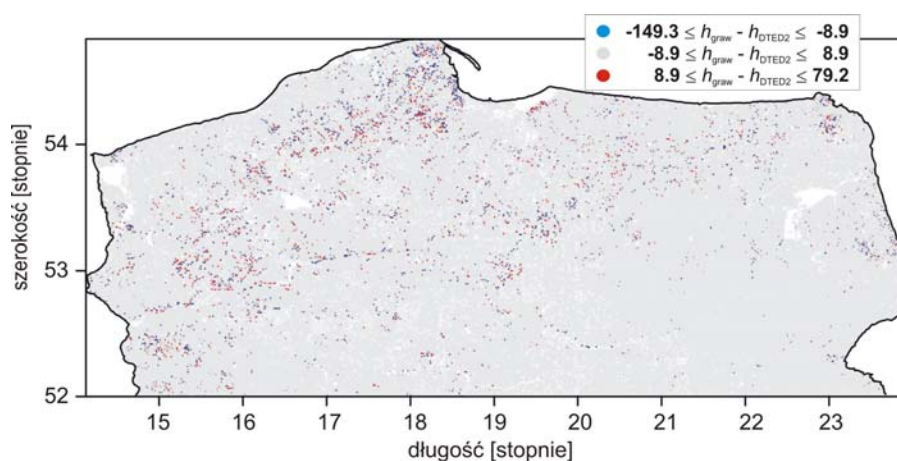
Model SRTM3I został także porównany z regionalnymi modelami sporządzonymi metodami fotogrametrycznymi (Kryński i in., 2005b). Zaobserwowano lepszą zgodność modelu SRTM3I z tymi modelami niż z modelem DTED2.

2.8.5. Porównanie modelu DTED2 z wysokościami punktów grawimetrycznych z bazy danych grawimetrycznych

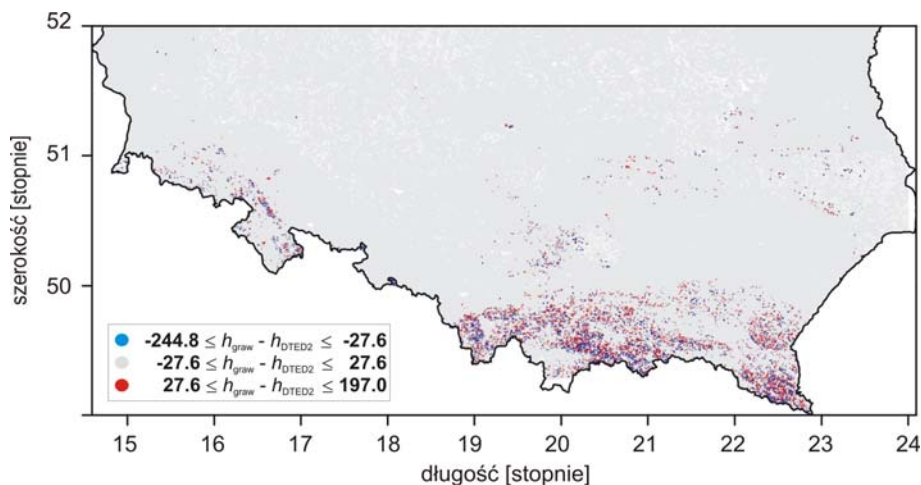
Wysokości z modelu DTED2, wyinterpolowane na punkty grawimetryczne z bazy danych grawimetrycznych, porównano z istniejącymi w bazie danych wysokościami tych punktów oddzielnie dla północnej (531 652 punkty) i południowej Polski (546 047 punktów) (Kryński i in., 2005b). Rozkład i statystyki odchyłek dla północnej i południowej Polski wraz z przyporządkowaniem obliczonych odchyłek do trzech przedziałów określonych na podstawie kryterium 3σ przedstawiono odpowiednio na rysunkach 2.28 i 2.29 oraz w tabelach 2.15 i 2.16 (Kryński i in., 2005b).

Uzyskane wyniki wskazują na względnie dużą liczbę wielkości odstających (wg kryterium 3σ). W północnej Polsce oszacowano 9095 (1.7%) odstających odchyłek, zaś w południowej Polsce – 14 147 (2.6%). Zarówno liczba, jak i wartości odchyłek wysokości, szczególnie w północnej Polsce, mogą sugerować, że wysokości z modelu DTED2 są bardziej wiarygodne od wysokości z grawimetrycznej bazy danych. Konieczne jest przeprowadzenie

wnikliwej analizie zaobserwowanych różnic i weryfikacji danych wysokościowych.



Rys. 2.28. Różnice między wysokościami punktów grawimetrycznych i odpowiednimi wysokościami wyinterpolowanymi z modelu DTED2 dla północnej Polski [m]



Rys. 2.29. Różnice między wysokościami punktów grawimetrycznych i odpowiednimi wysokościami wyinterpolowanymi z modelu DTED2 dla południowej Polski [m]

Tabela 2.15. Statystyki różnic między wysokościami z modelu DTED2 wyinterpolowanymi na punkty grawimetryczne z bazy danych grawimetrycznych i istniejącymi w bazie danych wysokościami tych punktów – dla północnej Polski

Statystyka [m]		Występowanie		
Min	-149.30	przedział [m]	liczba	%
Max	79.18	-149.3 ÷ -8.9	5160	1.0
Średnia	-0.04	-8.9 ÷ 8.9	522557	98.3
Odch. std.	2.96	8.9 ÷ 79.2	3935	0.7

Tabela 2.16. Statystyki różnic między wysokościami z modelu DTED2 wyinterpolowanymi na punkty grawimetryczne z bazy danych grawimetrycznych i istniejącymi w bazie danych wysokościami tych punktów – dla południowej Polski

Statystyka [m]		Występowanie		
Min	-244.79	przedział [m]	liczba	%
Max	196.68	-244.8 ÷ -27.6	7275	1.3
Średnia	-0.04	-27.6 ÷ 27.6	531900	97.4
Odch. std.	9.21	27.6 ÷ 197.0	6872	1.3

Przeprowadzono również serię eksperymentów numerycznych w celu zbadania przydatności istniejących modeli terenu do precyzyjnego wyznaczania średnich anomalii grawimetrycznych (Kryński i in., 2005b). Uzyskane wyniki wskazują na przydatność do tego celu nie tylko modelu DTED2, lecz także SRTM3I. W większości testowanych obszarów górskich zastąpienie modelu DTED2 modelem SRTM3I nie prowadzi do większego od 1 mGal zniekształcenia średniej anomalii grawimetrycznej.

3. OPRACOWANIE SYSTEMU I ZAŁOŻENIE BAZ DANYCH

Jednym z warunków efektywnego precyzyjnego modelowania quasigeoidy, wymagającego wykorzystania różnorodnych danych, jest utworzenie w wybranym środowisku programowym systemu baz danych wraz z niezbędnym zbiorem aplikacji.

3.1. Wybór środowiska programowego

Przyjęto realizację Systemu Baz Danych w środowisku *MS Access 2000* na komputerze IBM PC. Środowisko to wybrano jako spełniające wymagania pod względem wydajności, zapewniając jednocześnie łatwość tworzenia i ewentualnego przebudowywania baz danych, projektowanych i wypełnianych danymi w niezależnych ośrodkach. *MS Access*, w łatwy w realizacji sposób, zapewnia także integralność danych przechowywanych w bazie oraz jako składnik powszechnie używanego pakietu biurowego *MS Office* jest w naturalny, bezinwestycyjny sposób dostępny we wszystkich ośrodkach zaangażowanych w prace nad Systemem Baz Danych (Sękowski, 2004, 2005).

3.2. Elementy wspólne baz danych

Przyjęto, że bazy danych zostaną stworzone z zachowaniem warunków zaproponowanych jako wspólne dla wszystkich baz składowych systemu (Sękowski, 2004, 2005). Należą do nich:

- 1) przejrzysta definicja tablic i relacji między nimi; podział treści bazy danych na rozłączne elementy definiowane zbiorami właściwych im atrybutów, np. punkty, odcinki, linie, dokumentacje;
- 2) ściśle wskazanie na relacje pomiędzy poszczególnymi elementami baz danych;
- 3) przyjęcie tablicy „punktów” o określonych współrzędnych oraz innych zależnych od treści danej bazy danych atrybutach jako podstawowej tablicy każdej z baz składowych systemu;
- 4) struktura pól i rekordów zapewniająca jednoznaczność treści i kontrolę spójności przechowywanych danych, tj.
 - a) niedublowanie informacji przechowywanych w różnych tablicach, z wyjątkiem pól kluczowych służących do ustanawiania relacji między nimi,
 - b) definicja indeksów zapewniających kontrolę powtarzania się wartości pól lub grup pól, które nie są kluczami tablic, a których wartości w tablicy powinny być unikatowe,
 - c) definicje indeksów zapewniających kontrolę pól pustych,
 - d) zdefiniowanie masek wprowadzania danych ograniczających możliwości wprowadzenia danych błędnych;

- 5) identyfikowanie rekordów za pomocą wewnętrznych identyfikatorów (pole: 'IDnazwa' typu: 'Autonumerowanie') jako kluczy identyfikujących dane, niezależnie od istniejących identyfikatorów „fizycznych”, tj. numerów głowic, punktów grawimetrycznych lub identyfikatorów linii niwelacyjnych;
- 6) w wypadku występowania pól o wartościach powtarzających się w ograniczonym zakresie tworzenie odpowiednich tablic kodowych eliminujących możliwość powstawania błędów typograficznych;
- 7) stworzenie podstawowego zestawu kwerend koniecznych do przeszukiwania informacji zgromadzonej w bazach danych;
- 8) przechowywanie danych liczbowych z zachowaniem informacji o dokładności tych danych, np. w polach tekstowych lub jako dwóch pól typu liczbowego określających wartość oraz jej dokładność.

3.3. Aplikacje wspólne baz danych

Wymagania dotyczące objętości bazy danych w aktualnym stanie technicznym nie stanowią problemu. Skoncentrowano się zatem na sprawności i szybkości działania systemu. Bazy danych zaprojektowano jako statyczne, tj. wszelkiego rodzaju dane stanowiące wynik przetwarzania danych źródłowych, przechowywanych w bazach, uznano za wytworzone poza Systemem Bazy Danych i następnie do niego wprowadzone. Nie przewidziano wyposażania systemu w wewnętrzne aplikacje, dynamicznie, w czasie rzeczywistym, przetwarzające zgromadzone dane (np. przeliczanie pomiędzy układami).

W zakresie importu danych przyjęto następujące ustalenia wspólne (Sękowski, 2004, 2005):

- 1) import danych z plików tekstowych ASCII jako rozwiązanie najbardziej uniwersalne i standard dla wszystkich baz danych systemu;
- 2) wyposażenie każdej ze składowych baz danych systemu w zestaw „specyfikacji importowych”;
- 3) wyposażenie każdej ze składowych baz danych systemu w zestaw aplikacji, w postaci zewnętrznych programów, przygotowujących i/lub przetwarzających zewnętrzne zbiory danych do formatu akceptowanego przez moduł importu *MS Access*;
- 4) wyposażenie każdej ze składowych baz danych systemu w zestaw aplikacji kontrolnych sprawdzających merytoryczną spójność danych (np. zgodność wysokości z danymi pomiarowymi linii niwelacyjnej); spójność logiczna danych będzie zapewniona przez więzy struktury Systemu Baz Danych.

Możliwości programu *MS Access* w zakresie prezentacji, w szczególności graficznej, danych zgromadzonych w Systemie Baz Danych są oparte na mechanizmach współpracy z zewnętrznym oprogramowaniem, za pośrednictwem systemu Windows. Ze względu na stabilność i wydajność Systemu

Baz Danych przyjęto więc, że prezentacja graficzna danych powinna być również przeniesiona poza System Baz Danych. W tym zakresie poczyniono następujące wspólne ustalenia:

- 1) format tekstowy ASCII jako standardowy dla wszystkich plików danych eksportowanych z systemu;
- 2) wyposażenie każdej ze składowych baz danych systemu w zestaw odpowiednich „specyfikacji eksportowych”;
- 3) wyposażenie każdej ze składowych baz danych systemu w zestaw zewnętrznych programów przetwarzających wyeksportowane dane, takie jak transformacje międzyukładowe czy zmiana formatu danych (stopnie z ułamkiem $\leftrightarrow$ stopnie, minuty, sekundy itp.).

3.4. Utworzenie Systemu Baz Danych

System Baz Danych zaprojektowany na potrzeby projektu modelu centymetrowej geoidy na obszarze Polski składa się z pięciu baz danych o klasycznej strukturze relacyjnej oraz zbioru plików dyskowych zawierających dane reprezentowane w formie gridu, nienadające się do przechowywania w strukturze tekstowych baz relacyjnych.

System Baz Danych obejmuje wszystkie dostępne dane geodezyjne i geofizyczne dotyczące całego obszaru Polski. Poszczególne bazy danych wchodzące w skład systemu zawierają dane grawimetryczne, niwelacyjne, satelitarne, astrometryczne oraz mareograficzne. Zbiór plików zawierających dane na siatce dwuwymiarowej (grid) obejmuje kilka rodzajów danych geologicznych i geofizycznych (gęstości, anomalie grawimetryczne), jak również numeryczne modele terenu.

Wszystkie bazy danych wchodzące w skład systemu utworzone są przy wykorzystaniu oprogramowania *MS Access 2000* wchodzącego w skład pakietu *MS Office 2000*. Zapewnia to pełną zgodność pomiędzy poszczególnymi elementami systemu.

Relacyjne bazy danych, zawierające informacje w formie tekstowej, uzupełnione zostały zbiorem skryptów powłoki systemu operacyjnego Windows (batch files) oraz skryptów i programów w językach Perl i C, służących do importowania, eksportowania, łączenia oraz przetwarzania danych zawartych w tekstowych bazach danych oraz plikach na siatce dwuwymiarowej, jak również przygotowujących dane do ich przetwarzania przez zewnętrzne programy narzędziowe, służące np. do obrazowania wyników (pakiet *Generic Mapping Tools*, GMT).

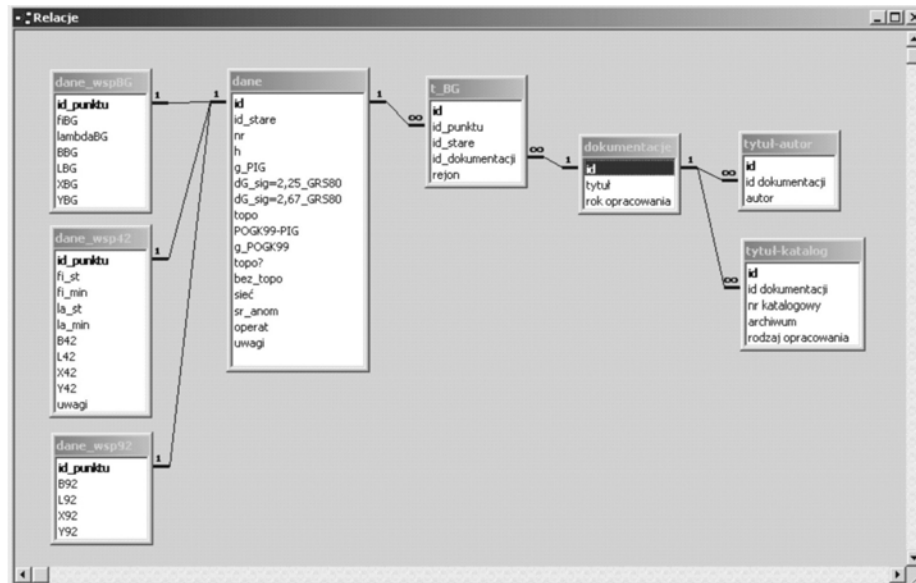
3.4.1. Baza danych grawimetrycznych

Baza danych grawimetrycznych zawiera łącznie 1 089 062 punktów pokrywających obszar całej Polski. 6543 z nich stanowią punkty osnowy grawimetrycznej, 927 523 punktów pochodzi z pomiarów zdjęć pólscze-

gólowych, 8423 – z profilowego zdjęcia Bałtyku, zaś pozostałe 153 116 – z pomiarów zdjęć szczegółowych oraz profili grawimetrycznych.

Relacyjnej bazie danych grawimetrycznych towarzyszy zbiór 16 plików zawierających średnie anomalie wolnopowietrzne na siatce dwuwymiarowej. Dane te pokrywają obszar całej Polski oraz wszystkich krajów sąsiednich i Morza Bałtyckiego (rys. 2.1, tab. 2.1). Oczka siatki dwuwymiarowej mają rozmiar, zależnie od obszaru, odpowiednio: $5' \times 7.5'$ dla obszaru południowo-zachodniej Ukrainy, Czech, Słowacji, Węgier i Rumuni; $2' \times 3'$ dla wschodniej części Niemiec oraz $8 \text{ km} \times 8 \text{ km}$ dla zachodniej części Ukrainy, Białorusi i Litwy. Istnieje także zbiór średnich anomalii wolnopowietrznych dla Polski w siatce $5' \times 5'$ oraz cztery zbiory średnich anomalii wolnopowietrznych w siatce $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$. Dane dla obszaru Morza Bałtyckiego zostały zebrane na siatce o rozmiarze $1' \times 1'$. Zbiór danych pokrywających całościowo obszar centralnej Europy reprezentowany jest na siatce o rozmiarze $5' \times 5'$.

Struktura bazy danych obejmuje osiem tablic, połączonych relacjami (rys. 3.1). Informacje przechowywane w tablicach są rozdzielone na zbiory dotyczące pozycji, danych grawimetrycznych oraz opisów i dokumentacji (Polechońska, 2004a).



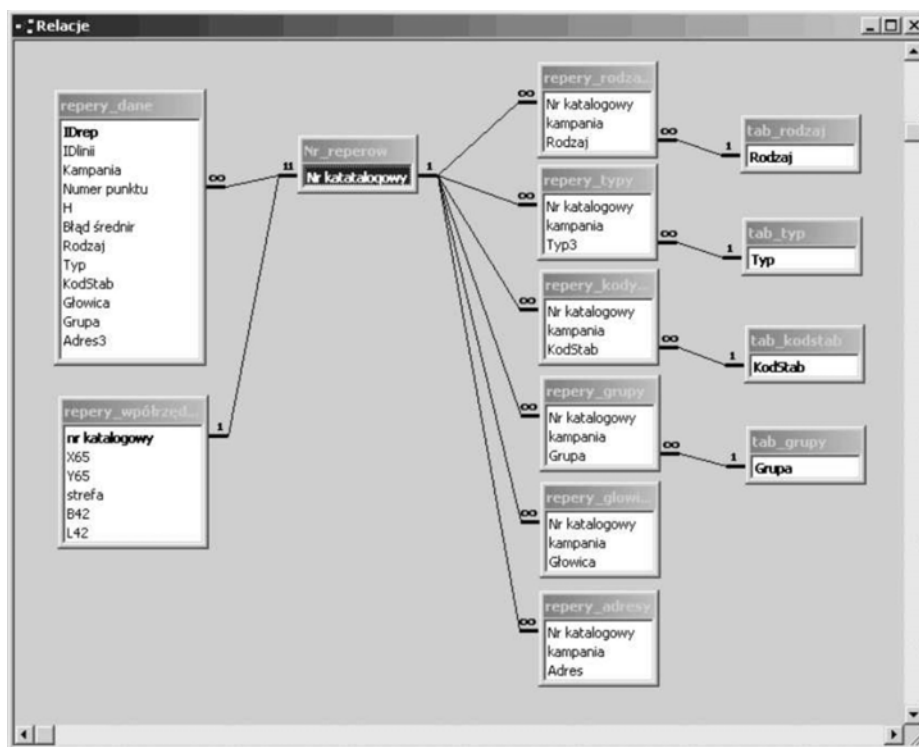
Rys. 3.1. Związki relacyjne między tablicami danych grawimetrycznych

W bazie danych zdefiniowano kilka standardowych kwerend umożliwiających szybkie wyszukiwanie i eksportowanie danych grawimetrycznych znajdujących się w zadanym obszarze – definiowanym przez współrzędne geodezyjne w kilku różnych układach („Borowa Góra”, „1942” i „1992”).

Baza danych została uzupełniona zbiorem skryptów i programów służących do łączenia i przetwarzania danych oraz przygotowujących je do ich przetwarzania przez zewnętrzne programy narzędziowe, przeznaczone do obrazowania wyników.

3.4.2. Baza danych niwelacyjnych

Baza danych niwelacyjnych zawiera wyrównane dane z dwóch kampanii niwelacyjnych krajowej osnowy wysokościowej, przeprowadzonych odpowiednio w latach 1974–1982 oraz 1999–2002. Obejmują one przede wszystkim wysokości normalne 32 799 reperów, a także wszystkie stosowane w obliczeniach i wyrównaniach poprawki oraz różnice wysokości na poszczególnych odcinkach niwelacyjnych (Gajderowicz, 2004b). Schemat struktury bazy oraz relacji między tablicami przedstawia rysunek 3.2 (Sękowski, 2004, 2005).

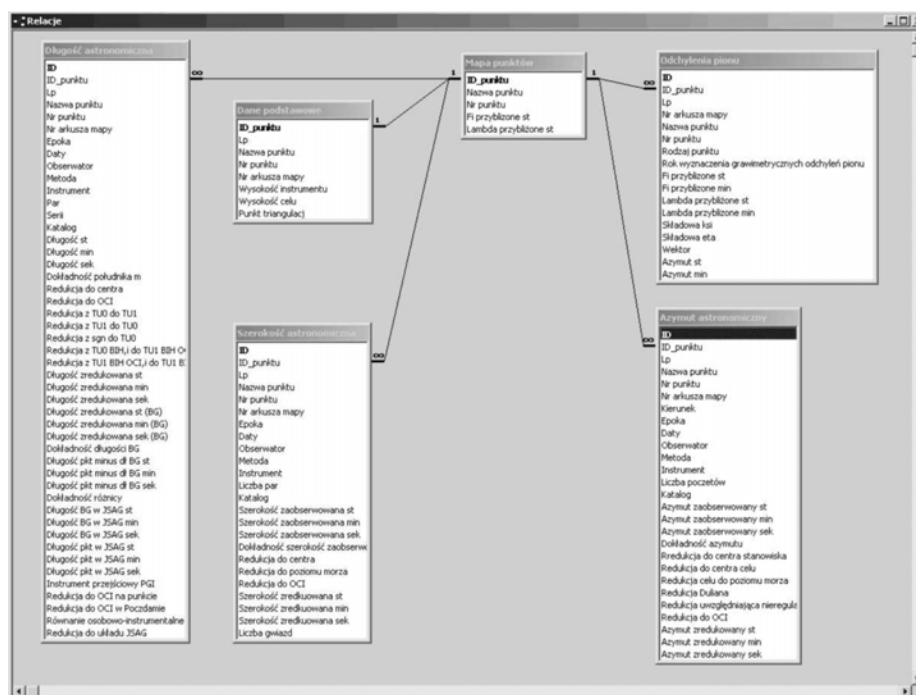


Rys. 3.2. Struktura bazy danych niwelacyjnych

3.4.3. Baza danych astrometrycznych

Baza danych astrometrycznych zawiera dane o geodezyjnych i astronomicznych długościach i szerokościach, odchyleniach pionu i azymutach astro-

onomicznych 541 punktów na terenie Polski. Rysunek 3.3 przedstawia strukturę bazy danych – kilka podstawowych tablic grupujących odpowiednie dane – powiązanych relacjami (Rogowski i in., 2003b).



Rys. 3.3. Struktura bazy danych astrometrycznych

3.4.4. Baza danych satelitarno-niwelacyjnych

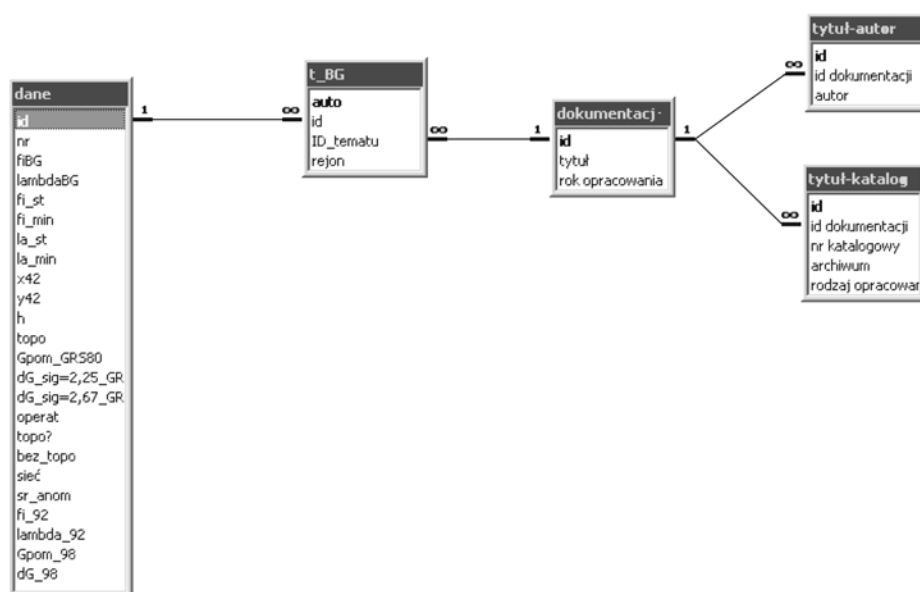
Baza danych satelitarno-niwelacyjnych zawiera dane podstawowych polskich trójwymiarowych sieci GPS oraz wysokości normalne punktów tych sieci. Dane pozycyjne zawarte w bazie obejmują punkty sieci POLREF/EUREF-POL, punkty zagęszczonej sieci EUVN oraz punkty wojskowej sieci WSSG. Baza danych zawiera poziome pozycje 348 punktów sieci POLREF/EUREF-POL, 63 punktów sieci EUVN oraz 592 punktów sieci WSSG (Osada, 2003). Pozycje punktów w bazie danych wyrażone są w państwowym systemie odniesienia ETRS89 (współrzędne geodezyjne) oraz we wszystkich głównych układach współrzędnych płaskich: „1942”, „65” i „1992”.

Bazę danych uzupełnia procedura transformująca współrzędne w wymienionych układach do układu „Borowa Góra”, w którym wyrażona jest większość pozycji punktów geologicznych i grawimetrycznych.

3.4.5. Baza danych geologicznych

Baza danych geologicznych zawiera różnorodne informacje uzyskane z 2348 odwiertów geologicznych wykonanych na terenie całego kraju. Najważniejszymi danymi, w aspekcie modelowania centymetrowej geoidy na terenie Polski, zawartymi w bazie danych są dane dotyczące gęstości skał. Rysunek 3.4 przedstawia strukturę bazy danych geologicznych (Polechońska, 2004b).

Bazę danych uzupełnia zbiór skryptów i programów przetwarzających i umożliwiających graficzną prezentację zawartych w niej danych.



Rys. 3.4. Struktura bazy danych geologicznych

3.4.6. Baza danych mareograficznych

Baza danych mareograficznych jest bazą o skrajnie prostej strukturze, zawiera bowiem wyłącznie dwie niewielkie tablice grupujące dane mareograficzne – średnie miesięczne i roczne odczyty z 25 mareografów europejskich (w większości z rejonu Morza Bałtyckiego). Dane zawarte w tablicach pokrywają okres ponad 100 ostatnich lat (Łyszkowicz, 2004; Sękowski, 2005).

3.4.7. Numeryczne modele terenu

W skład Systemu Baz Danych, poza klasycznymi relacyjnymi bazami danych gromadzącymi dane tekstowe, włączony został zbiór szeregu plików w formacie tekstowym oraz binarnym, zawierających dane reprezentowane na

dwuwymiarowej siatce. Zgromadzone w tej formie dane obejmują przede wszystkim numeryczne modele terenu (Mańk, 2004).

W Systemie Baz Danych zostało umieszczonych kilka różnych numerycznych modeli terenu zapisanych w formatach DTED2 (obszar 49°N–55°N; 14°E–24°E; rozdzielczość 1" × 1" lub 1" × 2"; dokładność ±2–7 m), SRTM3 (obszar 48°N–56°N; 12°E–26°E; rozdzielczość 100 m × 100 m; dokładność ±16 m) oraz SRTM30 (obszar 47°N–57°N; 12°E–27°E; rozdzielczość 1 km × 1 km; dokładność ±16 m).

4. PROJEKTY I WYKONANIE UZUPEŁNIAJĄCYCH OBSERWACJI

Celem wykonania obserwacji uzupełniających dane pozyskane dla celów precyzyjnego modelowania quasigeoidy na obszarze Polski była weryfikacja jakości istniejących danych, w szczególności dokonanie niezależnej oceny dokładności określenia położenia punktów grawimetrycznych oraz wysokości punktów POLREF, EUVN i WSSG, kontrola poprawności opracowanych metod transformacji między układami odniesienia oraz systemami grawimetrycznymi, a także ewentualne uzupełnienie zbiorów danych. W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 wykonano kontrolne pomiary GPS i pomiary grawimetryczne oraz kontrolno-uzupełniające pomiary astronomiczne. Wykonanie każdego typu pomiarów poprzedzone było odpowiednimi pracami projektowymi.

4.1. Kontrolne pomiary GPS

4.1.1. Kontrola terenowa jakości współrzędnych punktów z grawimetrycznej bazy danych

Współrzędne geodezyjne 1 089 062 punktów grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych zostały odczytane z map topograficznych w skali 1:50 000 w układzie „Borowa Góra” (Królikowski, 2006). Błąd określenia tych współrzędnych szacuje się na ± 50 –100 m. W celu określenia faktycznej dokładności współrzędnych geodezyjnych punktów grawimetrycznych został przeprowadzony przez zespół IGiK test terenowy. Spośród punktów grawimetrycznych osnowy III klasy, które posiadały opisy topograficzne pozwalające przypuszczać, że ich położenie nie uległo zmianie i można precyzyjnie odtworzyć je w terenie, do pomiaru GPS wybrano 7 punktów ze zdjęcia geologicznego nr 64 oraz 12 punktów ze zdjęć geologicznych nr 12, 13, 26, 28 i 29 (rys. 4.5). Dodatkowo do pomiaru GPS wybrano 2 punkty osnowy geodezyjnej, o znanych współrzędnych katalogowych w układach „Borowa Góra” i „1942” (Sas-Uhrynowski i in., 2005a).

Pomiar GPS na wybranych punktach wykonano w 1h sesjach obserwacyjnych. Obliczenia pozycji punktów w układzie ETRF2000 na epokę 1989.0 wykonano programem *Pinnacle*, w nawiązaniu do stacji permanentnych BOGO, BOGI, JOZE i LAMA. Błędy średnie obliczonych współrzędnych tych punktów nie przekraczały ± 15 cm. Uzyskane w układzie ETRF współrzędne punktów przeliczono następnie na układ „1942” programem *TRANSPOL* (Kadaj, 2001), z błędem szacowanym przez autora programu na ± 0.5 m. Uzyskane wyniki porównano z przeliczonymi opracowanym w IGiK programem BG/42 z układu „Borowa Góra” do układu „1942” współrzędnymi odpowiednich punktów z geologicznej bazy danych grawimetrycznych oraz ze współrzędnymi tych punktów odczytanymi z map topograficznych (Cisak i Sas, 2004b, 2005).

Rozbieżności między pomierzonymi i odczytanymi z mapy przez autorów współrzędnymi punktów kształtują się na poziomie kilkunastu metrów, dochodząc w skrajnym przypadku do 40 m. Odpowiada to w pełni dokładności odczytu położenia punktów na mapach w skalach 1:50 000 i 1:100 000, z uwzględnieniem błędu kartowania, a jednocześnie potwierdza poprawność zastosowanej procedury weryfikacyjnej.

Rozbieżności zaś między pomierzonymi współrzędnymi punktów i ich współrzędnymi zawartymi w geologicznej bazie danych grawimetrycznych kształtują się na poziomie kilkudziesięciu metrów, w skrajnych przypadkach znacznie przekraczając 100 m. Biorąc pod uwagę nieznaczący w tym wypadku błąd pomiaru GPS (poniżej 0.5 m) oraz błąd transformacji z układu „Borowa Góra” do układu „1942”, duże rozbieżności we współrzędnych na badanych punktach wskazują, iż rzeczywista dokładność współrzędnych punktów grawimetrycznych w geologicznej bazie danych grawimetrycznych kształtuje się na poziomie 100 m (Sas-Uhrynowski i in., 2005b).

4.1.2. Kontrola terenowa jakości współrzędnych punktów POLREF, EUVN i WSSG

Przeprowadzone w początkowej fazie realizacji projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 analizy nie doprowadziły do jednoznacznego wskazania odstających punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG (Osada i in., 2003). Jednocześnie, uwzględniając ograniczone środki przewidziane na pomiary kontrolne GPS, już na etapie planowania podjęto decyzję połączenia w czasie tych pomiarów z pomiarami trawersu kontrolnego. Przy opracowaniu projektu pomiaru punktów kontrolnych GPS założono, że będą one wybierane spośród punktów leżących w podobnych odległościach od punktów węzłowych trawersu kontrolnego jak punkty pośrednie, czyli maksymalnie do 25 km. Przeznaczone do pomiaru punkty kontrolne sieci POLREF, EUVN i WSSG przyjęto jako równorzędne punktom pośrednim trawersu kontrolnego i mierzono je w sesjach 4h. Dokładność pomiarów w sesjach 4h oceniono na podstawie *postprocessingu* wykonanego wstępnie programem komercyjnym *Pinnacle* (Cisak, 2003).

Lokalizację punktów sieci POLREF, EUVN lub WSSG zaprojektowanych do pomiaru GPS w trakcie kampanii pomiarowych trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 4.1.

Ostateczną decyzję dotyczącą wyboru punktów sieci POLREF, EUVN lub WSSG do przeprowadzenia kontrolnego pomiaru GPS pozostawiono zespołom pomiarowym, które w terenie oceniały dostępność i warunki pomiarowe. Każdy zespół pomiarowy zarówno „całodobowy” jak i „czterogodzinny” zaopatrzony został w listę współrzędnych geodezyjnych punktów trzech sieci oraz w mapy topograficzne 1:100 000 lub w wydruki map 1:250 000 i 1:50 000 z zaznaczonymi punktami do pomiaru (Cisak i in., 2005).



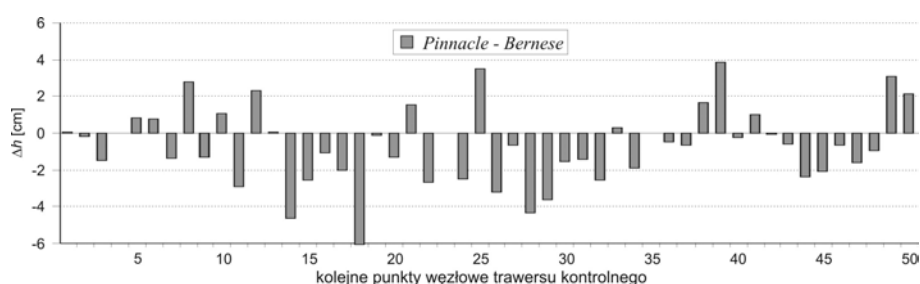
Rys. 4.1. Rozkład zaprojektowanych do kontrolnego pomiaru GPS punktów sieci POLREF, EUVN lub WSSG wzdłuż trawersu kontrolnego

Wzdłuż trawersu kontrolnego (z wyjątkiem jego pierwszego odcinka) zmierzono kontrolnie 3 punkty sieci EUVN, 19 punktów sieci POLREF oraz 25 punktów sieci WSSG (rys. 4.2).

Wyniki pomiarów opracowano niezależnie przy użyciu programu *Bernese* v.4.2 i programu *Pinnacle*, z zachowaniem w miarę możliwości podobnych standardów obliczeniowych. Programem *Bernese* współrzędne pomierzonych punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG wyznaczono w odniesieniu do stacji permanentnych, zaś programem *Pinnacle* – w odniesieniu pozycji punktów węzłowych trawersu kontrolnego, wyznaczonych uprzednio programem *Bernese* w odniesieniu do stacji permanentnych. Różnice w składowej wysokości obu rozwiązań przedstawiono na rysunku 4.3 (Cisak i in., 2005).



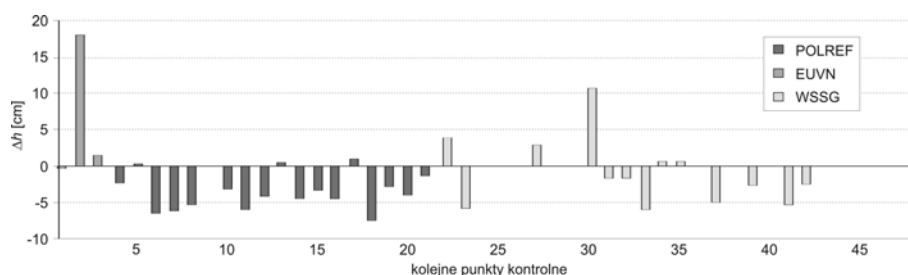
Rys. 4.2. Rozkład pomierzonych kontrolnie punktów sieci POLREF, EUVN lub WSSG wzdłuż trawersu kontrolnego



Rys. 4.3. Różnice w składowej wysokościowej punktów węzłowych trawersu kontrolnego z rozwiązań programami Pinnacle i Bernese

Obliczone programami *Pinnacle* i *Bernese* wysokości elipsoidalne pomierzonych punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG porównano z odpowiednimi wielkościami katalogowymi. Otrzymane różnice charakteryzują się bardzo zbliżonym przebiegiem (Cisak i in., 2005). Na rysunku 4.4 przedstawiono różnice

w wysokościach elipsoidalnych między rozwiązaniem otrzymanym programem *Bernese* i wielkościami katalogowymi.



Rys. 4.4. Różnice między katalogowymi wysokościami elipsoidalnymi kontrolnie pomierzonych punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG i otrzymanymi z rozwiązania programami *Bernese*

Bardzo podobny do przedstawionego na rysunku 4.4 przebieg różnic otrzymano z porównania wysokości quasigeoidy obliczonych na pomierzonych punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG z wysokościami quasigeoidy na tych punktach wygenerowanymi programem *TRANSPOL* z modelu quasigeoidy GUGiK 2001.

Rozbieżności między pomiarami kontrolnymi na punktach sieci POLREF i wartościami katalogowymi w składowej wysokościowej kształtują się na poziomie 5 cm i charakteryzują się wyraźnym kilkucentymetrowym przesunięciem systematycznym. Podobny efekt stwierdzono w wyniku nowego jednolitego opracowania sieci POLREF w 2005 r. (Kryński i Figurski, 2005). Sieć POLREF wymaga powtórnego pomiaru według współczesnych standardów dla sieci wykorzystywanych jako oparcie dla regionalnych geodezyjnych układów odniesienia (Kryński i Figurski, 2006).

Stwierdzono potrzebę przeprowadzenia dalszej analizy wyników kontrolnych pomiarów na kilku punktach, na których uzyskano zbyt duże rozbieżności, a także na punktach sieci WSSG po uzyskaniu brakujących danych katalogowych.

Z uwagi na stosunkowo krótkie odległości od punktów nawiązania wystarczające jest wykorzystanie programu komercyjnego *Pinnacle* do opracowania pomiarów kontrolnych punktów POLREF, EUVN i WSSG w nawiązaniu do punktów węzłowych trawersu kontrolnego, których współrzędne obliczone zostały programem *Bernese* przy zastosowaniu strategii używanej w opracowywaniu obserwacji w sieci EPN (Cisak i in., 2005).

4.2. Kontrolne pomiary grawimetryczne

4.2.1. Kontrola jakości punktów osnowy grawimetrycznej geologicznych zdjęć grawimetrycznych oraz transformacji z systemu PIG-IGSN71 do systemu POGK99

Błąd ε różnicy między pomierzoną wartością przyspieszenia siły ciężkości i wartością przetransformowaną z bazy danych grawimetrycznych (Sas-Uhrynowski i in., 2005a)

$$\varepsilon = g_{\text{POGK99}} - (g_{\text{PIG-IGSN71}} + \delta) \quad (4.2-1)$$

gdzie:

- g_{POGK99} – wyznaczona w wyniku pomiarów terenowych wartość przyspieszenia siły ciężkości punktu w systemie POGK99,
- $g_{\text{PIG-IGSN71}}$ – wartość przyspieszenia siły ciężkości tego samego punktu zawarta w bazie danych,
- δ – poprawka systemowa,

oszacowano przy użyciu następujących oszacowań:

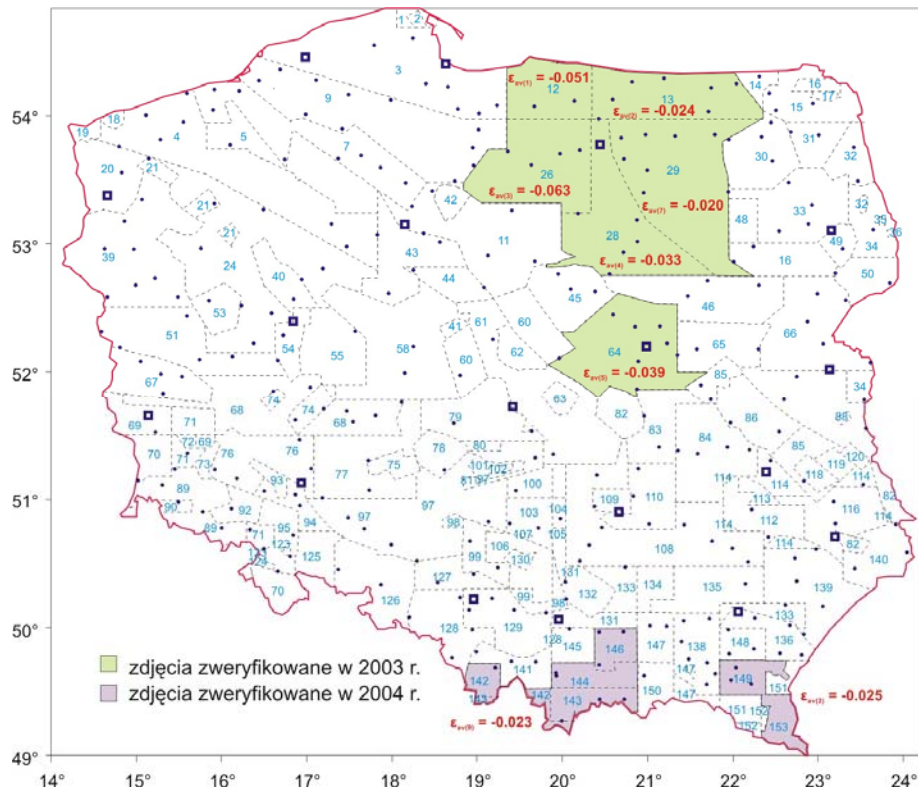
- błąd wyznaczenia wartości g z pomiaru przęsła nawiązującego w systemie POGK99 wynosi ± 0.023 mGal,
- błąd wartości g punktów osnowy grawimetrycznej III klasy na podstawie dokumentacji geologicznej wynosi ± 0.045 mGal,
- maksymalny błąd wartości poprawki systemowej wynosi ± 0.018 mGal.

Błąd ε obliczony ze wzoru

$$m_{\varepsilon} = \pm \sqrt{m_{g_{\text{POGK99}}}^2 + m_{g_{\text{PIG-IGSN71}}}^2 + m_{\delta}^2} \quad (4.2-2)$$

wynosi $m_{\varepsilon} = \pm 0.055$ mGal.

W celu weryfikacji terenowej opracowanej metody i wyznaczonych parametrów transformacji przyspieszenia siły ciężkości z systemu PIG-IGSN71 do systemu POGK99 na 15 półszczełowych zdjęciach geologicznych w północnej, centralnej i południowej Polsce wytypowano do pomiarów grawimetrycznych 32 punkty kontrolne (rys. 4.5). Wybrane punkty obejmowały swym zasięgiem cały zakres zmienności poprawki systemowej δ oraz gwarantowały powtarzalność pomiarów z uwagi na upływ czasu (Sas-Uhrynowski i in., 2005a; Kryński i in., 2005c).



Rys. 4.5. Lokalizacja zdjęć geologicznych,
których nawiązanie grawimetryczne zweryfikowano pomiarami terenowymi

W latach 2003 i 2004 zespół IGiK wykonał skalibrowanymi na bazie grawimetrycznej grawimetrami LaCoste&Romberg pomiary kontrolne przyspieszenia siły ciężkości na wytypowanych punktach. Obliczono różnice między wyznaczonym z pomiaru przyspieszeniem siły ciężkości w systemie POGK99 i przyspieszeniem siły ciężkości z wyjściowego zbioru danych grawimetrycznych w systemie PIG-IGSN71, przetransformowanym do systemu POGK99. Z wyjątkiem kilku punktów średnia różnica

$$\varepsilon_{\text{sr}} = g_{\text{POGK99}} - g_{\text{POGK99(przetransformowane z PIG-IGSN71)}} \quad (4.2-3)$$

na zdjęciu nie przekracza wyliczonej powyżej wartości ± 0.055 mGal. Wynik ten pozostaje zatem w zgodności z oszacowanym błędem przyspieszenia siły ciężkości na punktach pomocniczej dla półszczegółowych zdjęć grawimetrycznych osnowy grawimetrycznej (osnowa III klasy) w systemie POGK99. Większe rozbieżności otrzymane na kilku punktach wynikają prawdopodobnie z podniesienia się terenu w otoczeniu tych punktów. Należy nadmienić, że punkty osnowy III klasy nie były stabilizowane, zaś wyboru punktów przeznaczonych do kontrolnych pomiarów grawimetrycznych dokonano po gruntownej analizie ich opisów topograficznych. Podsumowując

otrzymane wyniki, można stwierdzić, że opracowana w IGiK metoda i program pozwalający przeliczać zawarte w banku danych geologicznych wartości punktów grawimetrycznych z systemu PIG-IGSN71 do systemu POGK99 w badanych rejonach Polski są poprawne (Sas-Uhrynowski i in., 2005a). Dokładność przyspieszenia siły ciężkości na punktach zdjęć półszeregółowych po przeliczeniu do systemu POGK99 szacuje się na $\sigma_g = 0.075$ mGal.

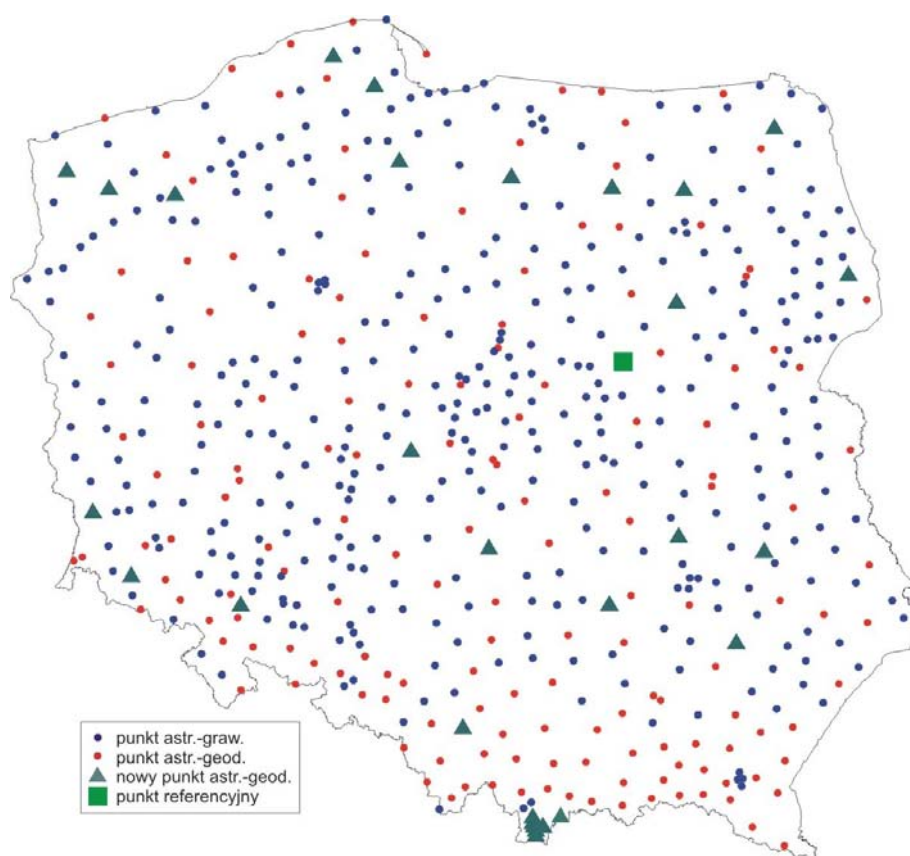
4.3. Kontrolne pomiary astronomiczne

Projekt wykonania uzupełniających obserwacji astronomicznych opracowany został przez zespół Politechniki Warszawskiej na podstawie analiz wartości odchyłeń pionu oraz różnic w odchyleniach pionu między danymi archiwalnymi oraz uzyskanymi z istniejących modeli quasigeoidy (Rogowski i in., 2003d).

Biorąc pod uwagę rozmieszczenie punktów z określonymi odchyleniami pionu, na których stwierdzono błędy grube, konieczność weryfikacji pewnej liczby punktów istniejących oraz poprawienie równomierności rozłożenia punktów sieci niwelacji astronomiczno-geodezyjnej i astronomiczno-grawimetrycznej, zaplanowano wykonanie pomiarów astronomicznych na 30 punktach (22 punkty uzupełniające lub zagęszczające, punkt referencyjny Borowa Góra oraz 7 punktów na poligonie geodynamicznym w Tatrach). Rozmieszczenie przeznaczonych do pomiaru punktów na tle punktów archiwalnych przedstawiono na rysunku 4.6.

Zgodnie z opracowaną w ramach projektu technologią, po zaadaptowaniu sprzętu pomiarowego i przygotowaniu odpowiednich oprogramowań (Rogowski i in., 2003e), w latach 2003 i 2004 wykonano obserwacje astronomiczne na 30 punktach, rozmieszczonych głównie w północnej i wschodniej części kraju oraz w Sudetach i w Tatrach (Rogowski i in., 2004). Do wyznaczenia współrzędnych astronomicznych użyto instrumentu circumzenitale VÚGTK 50/500 mm, którego konstrukcja oparta jest na idei Gaussa wyznaczeń współrzędnych astronomicznych z gwiazd znajdujących się na tych samych odległościach zenitalnych. Na każdym stanowisku obserwacje były prowadzone przez dwóch obserwatorów – Janusza Bogusza (IGWiAG PW) i Macieja Moskwińskiego (IGiK). W tym samym okresie wykonano także pięć sesji obserwacyjnych w Obserwatorium Geodezyjno-Geofizycznym IGiK Borowa Góra w celu kontroli i eliminacji błędów osobowo-instrumentalnych. Program obserwacji, zgodnie z wymaganiami BIH, składał się z gwiazd wybranych z katalogu FK5, na podstawie którego opracowano oprogramowanie obliczające efemerydy przejścia gwiazd przez almukantarat $39^\circ 58'$, bazując na wzorach redukcyjnych dla trójkąta paralaktycznego, z wykorzystaniem równikowych współrzędnych średnich na połowę roku oraz przybliżonej wartości szerokości astronomicznej miejsca obserwacji. Obserwacje astrometryczne zostały opracowane przez Jana Heftę z Politechniki Słowackiej w Bratysławie, obserwacje GPS – w Instytucie

Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej. Błędy wyznaczonych na 30 punktach astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu kształtują się na poziomie $\pm 0.3\text{--}0.5''$ i pozostają w zgodności z dokładnością archiwalnych astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu (Rogowski i in., 2004).



Rys. 4.6. Rozmieszczenie przeznaczonych do pomiaru astronomicznego punktów na tle punktów archiwalnych

5. OPRACOWANIE JEDNOLITYCH STANDARDÓW I UJEDNOLICENIE DANYCH

Rozważania na temat możliwości wyznaczenia regionalnej geoidy o wysokiej rozdzielczości z błędem rzędu centymetra stanowią od kilku lat przedmiot prac prezentowanych na międzynarodowych konferencjach i seminariach naukowych (np. Torge, 1992; Hipkin, 1994; Kotsakis i Sideris, 1999). Doświadczenia zdobyte przy tworzeniu modeli geoidy wskazują na to, że jakość wynikowego modelu uzależniona jest od ilości i rozkładu dostępnych danych obserwacyjnych i ich dokładności. Ograniczona ilość danych stanowi przeszkodę na drodze tworzenia modelu precyzyjnej geoidy o wysokiej rozdzielczości. Jednocześnie pozyskiwanie danych astronomiczno-geodezyjnych oraz danych grawimetrycznych jest procesem czasochłonnym. Pozyskanie odpowiedniego materiału obserwacyjnego na terenie kraju takiego jak Polska wymaga, nawet przy współczesnej technice, od kilku do kilkunastu lat. Dane obserwacyjne, jakie mogą zostać wykorzystane do modelowania geoidy, odnoszą się zatem do różnych systemów, układów i poziomów odniesienia. Wymagają one ujednolicenia i sprowadzenia do jednolitych systemów i układów dostosowanych do obowiązujących standardów (Kryński, 2003).

Taktyka modelowania geoidy, polegająca na jednoczesnym wykorzystaniu różnorodnych danych zgromadzonych przy użyciu różnych technik obserwacyjnych, stwarza możliwość uzyskania lepszych jakościowo rozwiązań (np. Kühtreiber, 1999, 2001; Blazquez i in., 2001). W szczególności powinna ona znaleźć zastosowanie w pracach nad tworzeniem centymetrowej geoidy o wysokiej rozdzielczości. Użycie różnorodnych danych obserwacyjnych, do których zaliczają się naziemne, morskie i lotnicze dane grawimetryczne, dane astronomiczno-geodezyjne, dane altimetryczne, dane GPS i niwelacyjne, numeryczne modele terenu, dane geologiczne, wymaga tym bardziej ich ujednolicenia i sprowadzenia do jednolitych układów dostosowanych do obowiązujących standardów.

Zasadnicze trudności w określeniu wzajemnej zależności między modelami matematycznymi występującymi w poszczególnych metodach wyznaczania geoidy stanowią główną przyczynę rozbieżności między wynikami wyznaczeń geoidy różnymi metodami.

Istniejące dla obszaru Polski modele quasigeoidy grawimetrycznej były opracowane na podstawie dostępnego materiału, składającego się z niejednorodnych danych, w dużej mierze wstępnie przetworzonych z wykorzystaniem modeli niedostosowanych do wymagań dokładnościowych na poziomie centymetra. Nie uwzględniono w nich w pełni specyfiki geofizycznych i geologicznych uwarunkowań regionu, np. rzeźby terenu, rozkładu gęstości. Przewiduje się, że w niedalekiej przyszłości na bazie współczesnych regionalnych opracowań modelu centymetrowej geoidy oraz modelu globalnej geoidy powstałej w wyniku misji GOCE uzyska się w krajach europejskich

(w tym w Polsce) model geoidy o rozdzielczości 5 km i dokładności 1 cm (ESA, 1999).

5.1. Rodzaj danych i stosowane układy odniesienia

5.1.1. Dane grawimetryczne

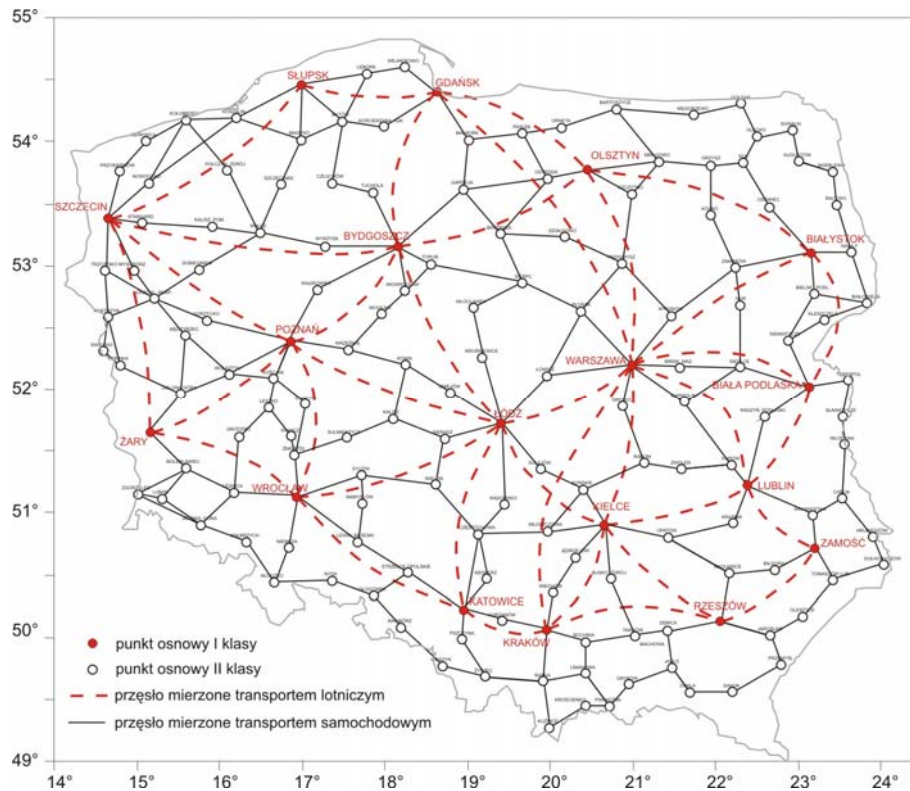
Dane grawimetryczne z obszaru Polski, zarchiwizowane w Państwowym Instytucie Geologicznym, zostały zgromadzone w ramach tworzenia na potrzeby geologiczne grawimetrycznych zdjęć półszeregówowych w latach 1956–1989, a także zdjęć szczegółowych. W 1956 r. zostało w zasadzie zakończone zdjęcie regionalne o zagęszczeniu 1 punkt na 4 km². Było ono początkowo dowiązywane do istniejących grawimetrycznych punktów wahadłowych, założonych z inicjatywy Instytutu Geodezji i Kartografii przez zespół Politechniki Warszawskiej i dowiązanych do systemu poczdamskiego. Fundamentalnym punktem realizującym od 1952 r. w Polsce poziom grawimetryczny systemu poczdamskiego był punkt zlokalizowany w Głównym Urzędzie Miar przy ul. Elektoralnej w Warszawie (Królikowski, 2006). Po założeniu w 1958 r. i opracowaniu międzynarodowej sieci grawimetrycznej krajów bloku wschodniego: Warszawa–Poczdám–Praga krajowa służba geodezyjna przyjęła punkt Warszawa Okęcie przy al. Żwirki i Wigury za punkt fundamentalny w Polsce, realizujący poziom grawimetryczny systemu poczdamskiego dla osnowy grawimetrycznej kraju. W wyniku porozumienia zawartego w 1961 r. między służbami geodezyjną i geologiczną wartość przyspieszenia siły ciężkości na punkcie Warszawa Okęcie przyjęto jako poziom odniesienia dla wszelkich prac grawimetrycznych w Polsce (Bujnowski, 1965). Termin porozumienia związany był z dobiegającymi końca pracami nad zakładaniem podstawowej osnowy grawimetrycznej kraju: osnowy I klasy, założonej w latach 1955–1957 przez PIG, i osnowy II klasy, założonej w latach 1957–1962 przez zespoły PIG, Państwowego Przedsiębiorstwa Poszukiwań Geofizycznych (PPPG) i IGiK.

Osnowa grawimetryczna I klasy składała się z 18 zastabilizowanych punktów (rys. 5.1). Punkty te zlokalizowano na lotniskach w celu umożliwienia wykonania na nich względnych pomiarów grawimetrycznych przy wykorzystaniu transportu lotniczego, co miało zmniejszyć wpływ efektu nieliniowości dryftu grawimetru na pomierzone różnice przyspieszenia siły ciężkości. Pomiary różnic przyspieszenia siły ciężkości wykonano cechowanim na punktach wahadłowych sieci IGiK grawimetrem Askania GS-11 z błędem $\sigma_{\Delta g} = \pm 0.11$ mGal. Pozycje punktów osnowy określono z map topograficznych w skali 1:50 000 w odniesieniu do elipsoidy Bessela systemie „Borowa Góra”, z błędem $\sigma_x = \sigma_y = \pm 50$ m, zaś ich wysokości wyznaczono poprzez dowiązanie niwelacyjne do osnowy wysokościowej z błędem $\sigma_H = \pm 2$ cm. Obserwacje wyrównano w PIG w 1959 r. według metody spostrzeżeń pośrednich w systemie poczdamskim, przyjmując czasowo jako odniesienie punkt międzynarodowej sieci grawimetrycznej

Warszawa Okęcie (Bujnowski i Bronowska, 1961). Błędy przyspieszenia siły ciężkości σ_g po wyrównaniu zawierają się w przedziale ± 0.039 – 0.070 mGal.

Osnowa grawimetryczna II klasy składała się z 144 niezastabilizowanych punktów odległych wzajemnie o 50–60 km (rys. 5.1). Pomiary różnic przyspieszenia siły ciężkości wykonano cechowanymi na punktach osnowy I klasy grawimetrami Askania GS-11 z błędem $\sigma_{\Delta g} = \pm 0.04$ mGal, korzystając z transportu samochodowego. Pozycje punktów osnowy określono z map topograficznych w skali 1:50 000 w systemie „Borowa Góra” z błędem $\sigma_X = \sigma_Y = \pm 50$ m, zaś ich wysokości wyznaczono poprzez dowiązanie niwelacyjne do osnowy wysokościowej z błędem $\sigma_H = \pm 2$ cm. Obserwacje wyrównano w IGiK w 1962 r. w systemie poczdamskim w dwóch wersjach. W pierwszej wersji wyrównania wartości przyspieszenia siły ciężkości na punktach osnowy I klasy przyjęto jako stałe, w drugiej zaś przyspieszenia siły ciężkości na wszystkich punktach osnowy I i II klasy poddano wyrównaniu, przyjmując jako odniesienie punkt międzynarodowej sieci grawimetrycznej Warszawa Okęcie. W ten sposób przeniesiono jednostkę międzynarodowej sieci grawimetrycznej „1958” na bazę grawimetryczną i krajową osnowę grawimetryczną. Błędy przyspieszenia siły ciężkości σ_g po wyrównaniu z pierwszej i drugiej wersji opracowania zawierają się odpowiednio w przedziałach ± 0.015 – 0.0143 mGal i ± 0.016 – 0.062 mGal. Wyniki drugiej wersji wyrównania przyjęto w PIG jako system grawimetryczny dla Polski – system PIG-62 – i umieszczono w katalogu obejmującym 162 stacje. Uzyskane dokładności punktów sieci uznano za wystarczające do prac grawimetrycznych prowadzonych dla celów geologiczno-poszukiwawczych przez resort geologii (Królikowski, 2006).

W systemie PIG-62 wyrażano pierwotnie przyspieszenia siły ciężkości punktów regionalnego zdjęcia grawimetrycznego, a także przyspieszenia siły ciężkości ponad 900 000 punktów półszczegółowego zdjęcia grawimetrycznego kraju (2.9 punktu na km²), wykonanego przez PPPG w latach 1957–1979. Dla pomiarów grawimetrycznych zdjęć półszczegółowych założono osnowę grawimetryczną III klasy, dowiązaną do punktów osnowy grawimetrycznej I i II klasy. Pomiary grawimetryczne w ramach półszczegółowych zdjęć grawimetrycznych wykonano grawimetrami Askania GS-11, Sharpe, Scintrex, Sodin i Worden z błędami $\sigma_{\Delta g}$ w przedziale ± 0.01 – 0.03 mGal. Pozycje punktów grawimetrycznych określono z map topograficznych w skali 1:50 000 w systemie „Borowa Góra” z błędem $\sigma_X = \sigma_Y = \pm 50$ m, zaś ich wysokości (wysokość n.p.m., a dokładniej wysokość normalna w systemie Kronstadt60) wyznaczono poprzez dowiązanie niwelacyjne do osnowy wysokościowej z błędem $\sigma_H = \pm 4$ cm. Obserwacje grawimetryczne wyrównano w systemie PIG-62. Błędy przyspieszenia siły ciężkości σ_g po wyrównaniu szacowane są na ± 0.06 mGal.



Rys. 5.1. Osnowa grawimetryczna systemu PIG-62

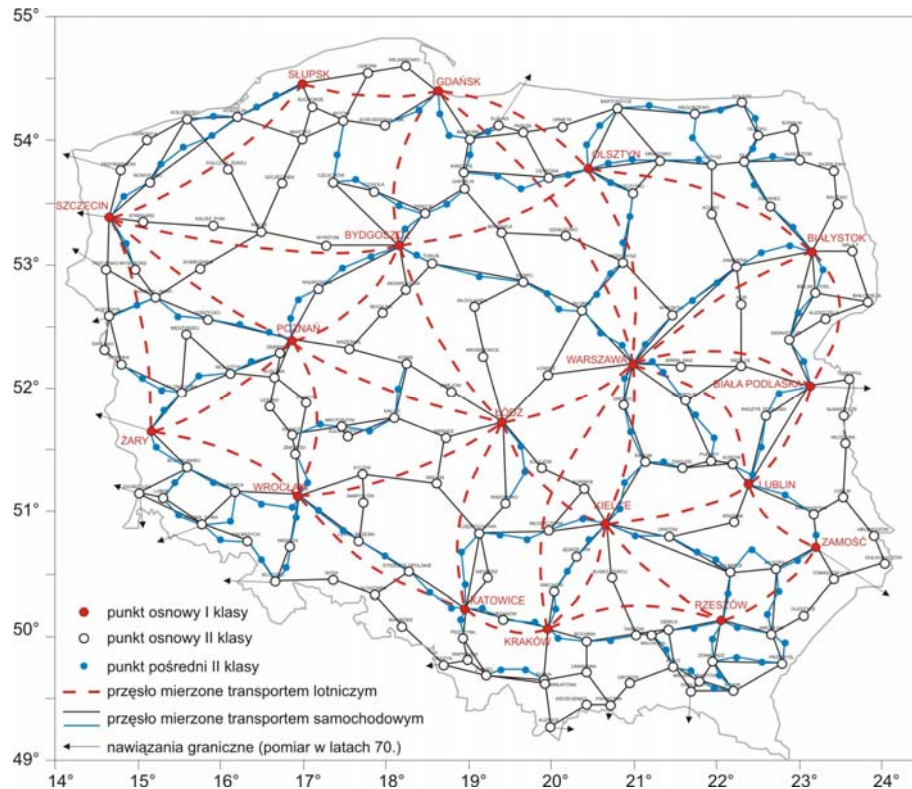
W zbiorze danych grawimetrycznych zarchiwizowanych w PIG współrzędne geograficzne punktów sieci I klasy (podobnie jak II klasy) podano w układzie „1942”. Współrzędne punktów zdjęć grawimetrycznych podano w układzie „Borowa Góra” (BG) odniesionym do elipsoidy Bessela. Do obliczenia anomalii grawimetrycznych zawartych w zarchiwizowanych przez PIG danych grawimetrycznych stosowano przyspieszenie normalne liczone na podstawie wzoru Helmerta na (teoretycznie geocentrycznej) elipsoidzie Bessela. Przyspieszenia siły ciężkości podane w zbiorze danych grawimetrycznych zarchiwizowanych w PIG zostały obliczone na podstawie punktowych anomalii Bouguera zachowanych w pierwotnym zbiorze danych grawimetrycznych.

W ramach prac prowadzonych przez PIG i PBG nad tworzeniem pierwszej komputerowej bazy danych grawimetrycznych w latach 1976–1992 wartości przyspieszenia siły ciężkości punktów osnowy grawimetrycznej zostały, zgodnie z uchwałą XV Zgromadzenia Generalnego Międzynarodowej Unii Geodezji i Geofizyki w Moskwie w 1971 r., skorygowane o stałą poprawkę systemu poczdamskiego względem IGSN71 zgodnie z wyrażeniem

$$g_{\text{PIG-IGSN71}} = g_{\text{PIG-62}} - 14.00 \text{ mGal} \quad (5.1-1)$$

W rezultacie powstał w PIG nowy katalog punktów osnowy grawimetrycznej, zawierający dane 162 punktów w systemie grawimetrycznym PIG-IGSN71, o współrzędnych w systemie „1942”. Wartości przyspieszenia siły ciężkości wszystkich punktów grawimetrycznych zdjęć regionalnych, półszczegółowych, a także szczegółowych i profili grawimetrycznych przeliczono zgodnie z (5.1-1) do systemu PIG-IGSN71.

Założona w latach 1955–1962 podstawowa osnowa grawimetryczna nie spełniała standardów określonych przez Międzynarodową Asocjację Geodezji. Dla celów grawimetrii geodezyjnej zarówno dokładność, jak i zagęszczenie istniejącej osnowy nie były wystarczające (Bokun i Sas, 1984). Przeprowadzona w IGiK analiza wyników wyrównania oraz wyniki uzyskane z grawimetrycznych pomiarów kontrolnych wykazały na kilku punktach I klasy błędy przekraczające granice tolerancji; również błąd przyjętej wartości jednostki grawimetrycznej przekraczał granice określone standardem (Bujnowski, 1962). Nie powiodły się próby uzgodnienia stanowiska i ewentualnych wspólnych działań służb geodezyjnej i geologicznej w kierunku udoskonalenia podstawowej osnowy grawimetrycznej kraju (Królikowski, 2006). Prace nad modernizacją tej osnowy podjęte zostały w IGiK. Liczbę punktów II klasy zwiększono do 164. Dodatkowo zaprojektowano i pomierzono w IGiK w latach 1962–1964 122 punktów pośrednich II klasy (rys. 5.2). Do osnowy włączono również wyniki względnych pomiarów grawimetrycznych na przesłach Gdańsk–Warszawa–Kraków (1962 r.), pomiarów względnych aparatem czterowahadłowym (z lat 1956–1959) oraz wykorzystano nawiazania grawimetryczne do punktów w Poczdamie (w latach 1958 i 1964), w Pradze (1958 r.) i Sliachu na Słowacji (1960 r.). Dodatkowe pomiary wykonano grawimetrem Askania GS-11, kalibrowanym na punktach osnowy I klasy oraz sieci grawimetrycznych punktów wahadłowych IGiK (Bokun, 1973). Pozycje punktów określono z map topograficznych w skali 1:50 000 w systemie „Borowa Góra” z błędem $\sigma_X = \sigma_Y = \pm 50$ m, zaś ich wysokości wyznaczono poprzez dowiązanie niwelacyjne do osnowy wysokościowej z błędem $\sigma_H = \pm 2$ cm. Z opracowania obserwacji usunięto wykorzystany w tworzeniu systemu PIG-62 punkt Grodziec, którego obserwacje obciążone były niemożliwym do usunięcia błędem grubym. Opracowanie obserwacji i wyrównanie sieci z uwzględnieniem wag wykonano w IGiK w 1965 r. na maszynie elektronicznej UMC-10 w systemie poczdamskim z wykorzystaniem 4 punktów odniesienia należących do założonej w 1958 r. międzynarodowej sieci grawimetrycznej bloku wschodniego: Warszawa Okęcie przy al. Żwirki i Wigury, Poczdam, Praga i Sliach. Błędy przyspieszenia siły ciężkości σ_g po wyrównaniu dla punktów I i II klasy zawierają się odpowiednio w przedziałach ± 0.007 – 0.023 mGal i ± 0.015 – 0.042 mGal. Wyniki wyrównania przyjęto w IGiK jako system grawimetryczny dla Polski – system IGiK-66 – i umieszczono w katalogu obejmującym 318 punktów osnowy. Poziom grawimetryczny tej sieci był zatem określony przez międzynarodową sieć krajów bloku wschodniego z 1958 r. Jednostka miligala sieci w systemie IGiK-66 była określona z dokładnością $\pm 3 \div 4 \times 10^{-4}$ jednostki sieci międzynarodowej 1958 r.



Rys. 5.2. Osnowa grawimetryczna systemu IGIK-66

Kolejny system grawimetryczny – system IGIK-68 powstał jako konsekwencja założonego w 1968 r. Międzynarodowego Poligonu Grawimetrycznego (MEGP), składającego się z 19 punktów międzynarodowych (rys. 5.3). Założenie tego poligonu miało na celu zapewnienie jednorodności standardu i skali sieci grawimetrycznych w byłych państwach socjalistycznych (Bokun, 1973).

Do sieci MEGP na terenie Polski należały punkty: Gdańsk, Warszawa i Kraków. Wartości różnic Δg prześłów utworzonych przez te punkty pozwoliły na określenie współczynnika zmiany skali między jednostką sieci w systemie IGIK-66 i jednostką Międzynarodowego Poligonu Grawimetrycznego według wzoru

$$k = \frac{\Delta g_{68}}{\Delta g_{66}} = 0.999\,616 \pm 1.02 \times 10^{-4} \quad (5.1-2)$$

Za pomocą współczynnika k zredukowano wszystkie prześła sieci pomierzone w systemie IGIK-66, doprowadzając je do skali Międzynarodowego Poligonu Grawimetrycznego. Tak przygotowany materiał posłużył do pono-

wnego wyrównania istniejącej sieci w oparciu o trzy wyżej wymienione punkty. Ponowne wyrównanie istniejącej sieci grawimetrycznej określiło nowy system IGiK-68 (Bokun i Sas, 1984). Wyniki wyrównania przeprowadzonego w IGiK umieszczono w katalogu obejmującym 318 punktów osnowy.



Rys. 5.3. Międzynarodowy Poligon Grawimetryczny

W latach 1968–1971 na bazie punktów MEGP zakładane były narodowe poligony grawimetryczne. Założony przez IGiK Polski Narodowy Poligon Grawimetryczny (NEGP) opierał się na przesłach Gdańsk–Warszawa–Kraków oraz Kraków–Kuźnice i zawierał 13 punktów. Wyniki pomiarów na NEGP opracowano w systemie grawimetrycznym IGiK-68.

Uchwałą XV Zgromadzenia Generalnego Międzynarodowej Unii Geodezji i Geofizyki w Moskwie w 1971 r. na potrzeby geodezji wprowadzono nowy, międzynarodowy system grawimetryczny International Gravity Standardization Net – 1971 (IGSN71), który zastąpił dotychczasowy system poczdamski. Potrzeba przejścia do nowego systemu grawimetrycznego uzasadniona była przede wszystkim wynikami pomiarów absolutnych uzyskanych przy użyciu nowoczesnych grawimetrów balistycznych. Ustalono, że w celu przejścia od systemu poczdamskiego do IGSN71 należy wprowadzić poprawkę -14 mGal do przyspieszenia siły ciężkości. Przeliczenie wartości g na nowy system dokonuje się zatem według wzoru

$$g_{\text{IGSN71}} = g_{\text{sys. poczd.}} - 14 \text{ mGal} \quad (5.1-3)$$

Konferencja Służb Geodezyjnych krajów bloku wschodniego w Warszawie w kwietniu 1972 r. przyjęła system IGSN71 jako obowiązujący we wszystkich byłych krajach socjalistycznych, w tym także w Polsce. W celu zmiany poziomu odniesienia pomiędzy systemem „1968” (system poczdamski) i systemem IGSN71 zalecono stosowanie zależności

$$g_{\text{IGSN71}} = g_{1968} - 14.000 \text{ mGal} \quad (5.1-4)$$

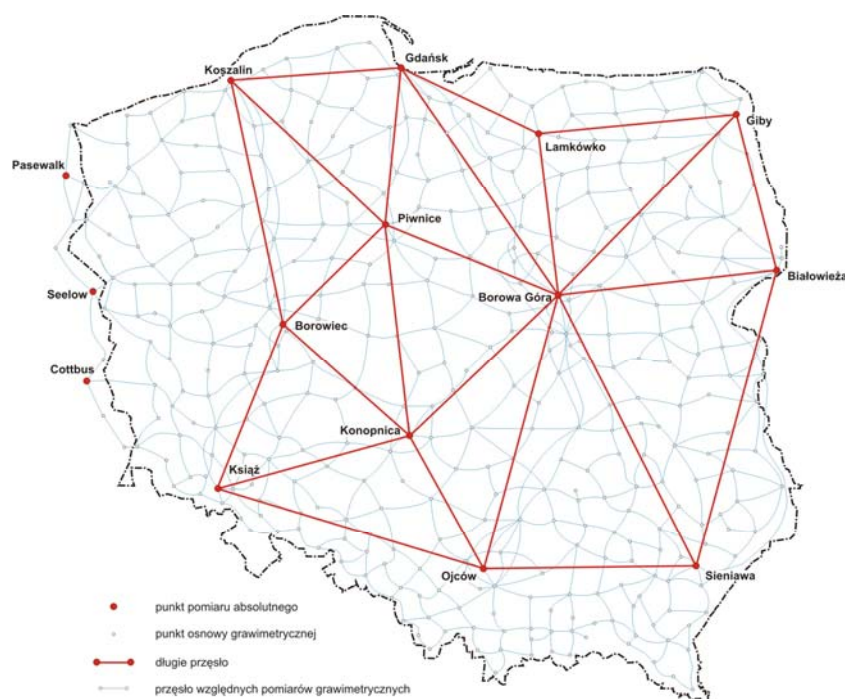
Kierując się potrzebą uzyskania z wysoką dokładnością przyspieszenia siły ciężkości na punktach osnowy grawimetrycznej I i II klasy w systemie IGSN71, zarówno pod względem jednostki, jak i poziomu odniesienia, zamiast skorzystania z transformacji (5.1-4), w 1973 r. w IGiK przystąpiono do ponownego opracowania i wyrównania istniejącego materiału grawimetrycznego (Bokun, 1973). Jako wyjściowe przyjęto wartości przyspieszenia siły ciężkości na 15 punktach punkty MEGP i NEGP: Poczdam, Praga, Warszawa, Gdańsk, Kraków oraz Kończewice, Elbląg, Pawłowo, Mdzewo, Radom, Kielce, Jędrzejów, Miechów, Białtowa i Kuźnice, uznając je jednocześnie za bezbłędne. Przed przystąpieniem do wyrównania, do każdego pomierzonego przesła (z wyjątkiem przesła łączących punkty NEGP z punktami osnowy grawimetrycznej I i II klasy) wprowadzono poprawkę z tytułu zmiany jednostki

$$\Delta g_{\text{IGSN71}} = \Delta g_{1966} \times (1 + \lambda) \quad (5.1-5)$$

gdzie współczynnik $\lambda = -3.8 \times 10^{-4}$. Dla obserwacji na przesłach wprowadzono standardowe wagi, odwrotnie proporcjonalne do kwadratu średniego błędu pomiaru. Obliczenia w dwóch wariantach wyrównania przeprowadzono metodą spostrzeżeń pośrednich na maszynie cyfrowej Odra 1204. W wariancie pierwszym uwzględniono wszystkie przesła sieci IGiK 1966, przesła nawiązujące punkty NEGP do punktów I i II klasy oraz nawiązania do zagranicznych punktów MEGP (Poczdam i Praga). W wariancie drugim nie uwzględniono obserwacji wykonanych w latach 1957–1959 przez PIG przy użyciu transportu lotniczego na przesłach łączących punkty I klasy z uwagi na znaczne średnie błędy obserwacji. Wyniki wyrównania obu wariantów okazały się praktycznie identyczne w granicach ± 0.01 – 0.02 mGal. Do praktycznych celów geodezyjnych postanowiono przyjąć wyniki wyrównania wariantu I, które określiły osnowę grawimetryczną Polski w systemie 1971, nazwanym IGiK-IGSN71. Wartości przyspieszenia siły ciężkości na 318 punktach osnowy grawimetrycznej I i II klasy obliczone w procesie wyrównania wariantu pierwszego umieszczono w katalogu punktów podstawowej sieci grawimetrycznej Polski w systemie IGiK-IGSN71 (Bokun i Sas, 1974).

Od roku 1999 odniesienie dla wszelkich względnych wyznaczeń przyspieszenia siły ciężkości na terenie Polski stanowi założona przez IGiK (pomiaru wykonane przez zespoły IGiK, Politechniki Warszawskiej, Zarządu

Topograficznego Wojska Polskiego oraz BKG z Frankfurtu nad Menem w latach 1994–1998) nowa, jednolita krajowa osnowa grawimetryczna POGK99 (rys. 5.4), oparta na 12 punktach absolutnych wyznaczeń przyspieszenia siły ciężkości przy użyciu dwóch grawimetrów FG5 oraz grawimetru JILAg5 z dokładnością $\sigma_g = \pm 0.002\text{--}0.005$ mGal (Kryński i in., 2003).

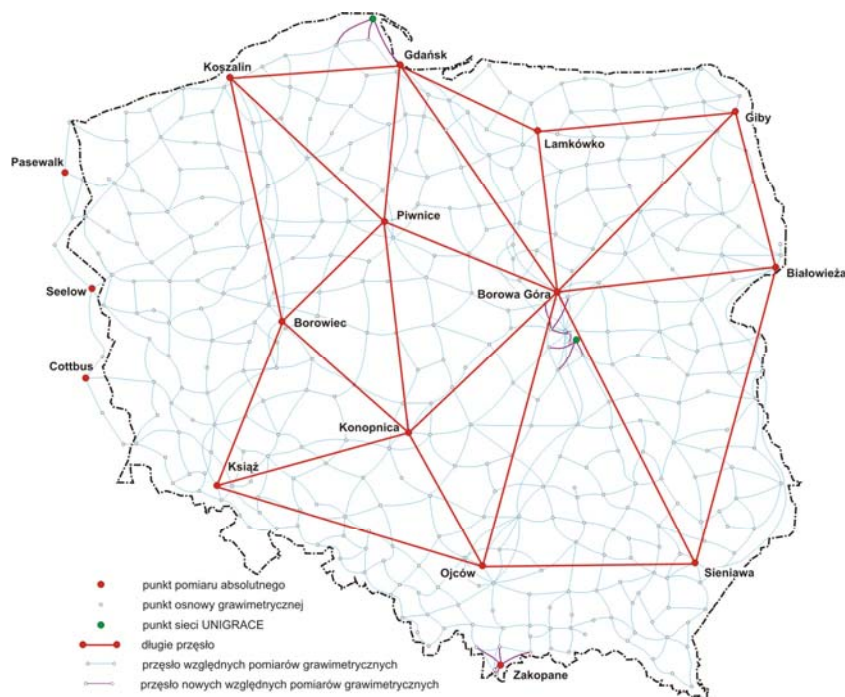


Rys. 5.4. Osnowa grawimetryczna systemu POGK99

Osnowa ta składa się z 363 punktów i zawiera jedynie 18 ocalałych punktów poprzednich osnów grawimetrycznych I i II klasy. Względne pomiary grawimetryczne wykonano kalibrowanymi na krajowej grawimetrycznej bazie kalibracyjnej grawimetrami LaCoste&Romberg z dokładnością $\sigma_{\Delta g} = \pm 0.010$ mGal. Pozycje punktów osnowy określono z map topograficznych w skali 1:50 000 w systemie „1942” z błędem $\sigma_X = \sigma_Y = \pm 50$ m. Wysokości punktów osnowy nie zostały wyznaczone niwelacyjnie. Niezależne, względne pomiary grawimetryczne wykonał zespół IGiK grawimetrami LaCoste&Romberg na 26 długich przesłach łączących punkty absolutne (z uwzględnieniem punktów zagranicznych: Pasewalk, Seelow, Cottbus, Polom i Wilno). Dokładność wyznaczonych różnic przyspieszenia siły ciężkości oszacowano na $\sigma_{\Delta g} = \pm 0.010$ mGal. Obserwacje grawimetryczne wyrównano w IGiK w 1999 r. Sieć została opracowana jako swobodna z punktem odniesienia w Obserwatorium Geodezyjno-Geofizycznym Borowa Góra. Błąd wyrównanej wartości przyspieszenia siły

ciężkości na punkcie osnowy nie przekracza $\sigma_g = \pm 0.010$ mGal. Wyniki wyrównania przyjęto jako system grawimetryczny dla Polski – system POGK99 – i umieszczono w katalogu obejmującym 378 stacji (łącznie z 17 stacjami absolutnymi oraz 6 stacjami połączonymi z osnową pojedynczym przęsłem) (Kryński i in., 2003).

W roku 2004 opracowano w IGiK kolejny system grawimetryczny dla Polski o nazwie POGK04 (rys. 5.5). Dane wykorzystane do utworzenia systemu POGK99 uzupełniono pomiarami grawimetrycznymi 4 dodatkowych punktów osnowy wykonanymi kalibrowanymi na grawimetrycznej bazie kalibracyjnej grawimetrami LaCoste&Romberg z dokładnością $\sigma_{\Delta g} = \pm 0.010$ mGal oraz pomiarem absolutnym przyspieszenia siły ciężkości wykonanym z dokładnością $\sigma_g = \pm 0.003$ mGal na punkcie w Zakopanem grawimetrem balistycznym FG5 Fińskiego Instytutu Geodezji w Helsinkach. Obserwacje grawimetryczne wyrównano w IGiK w 2005 r. Sieć została opracowana jako swobodna z punktem odniesienia w Obserwatorium Geodezyjno-Geofizycznym Borowa Góra. Błąd wyrównanej wartości przyspieszenia siły ciężkości na punkcie osnowy nie przekracza $\sigma_g = \pm 0.010$ mGal. Wyniki wyrównania przyjęto jako nieoficjalny system grawimetryczny dla Polski – system POGK04 – i umieszczono w katalogu obejmującym 383 stacje (łącznie z 18 stacjami absolutnymi oraz 6 stacjami połączonymi z osnową pojedynczym przęsłem).



Rys. 5.5. Osnowa grawimetryczna systemu POGK04

Pozycje punktów grawimetrycznych określone były w systemie „Borowa Góra” z elipsoidą Bessela lub w systemie „1942” z elipsoidą Krasowskiego. Od 2000 r. w Polsce obowiązuje nowy geodezyjny system odniesienia. Statyczny układ odniesienia, zwany dalej „EUREF-89”, jako realizacja kinematycznego europejskiego ziemskiego systemu odniesienia ETRS89, jest rozszerzeniem europejskiego ziemskiego układu odniesienia ETRF89 na obszar Polski w wyniku kampanii pomiarowej EUREF-POL 92, której rezultaty zostały zatwierdzone przez Podkomisję ds. Europejskiego Układu Odniesienia (EUREF) Międzynarodowej Asocjacji Geodezji w Warszawie w 1994 r. (rezolucja No 1, Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Astronomisch-Geodätische Arbeiten, Heft Nr. 54, München 1994, str. 360). Sieć europejskich stacji permanentnych o dokładnie wyznaczonych współrzędnych na epokę odniesienia oraz ich zmianach w czasie w ETRS89, w tym stacji krajowych: BOGO, BOGI, BOR1, JOZE, JOZ2, KRAW, LAMA, WROC, stanowi praktyczną realizację tego systemu dla użytkowników satelitarnych systemów pozycjonowania. Geodezyjny układ odniesienia to układ EUREF-89 wraz z geocentryczną elipsoidą (duża półś $a = 6\,378\,137$ m, spłaszczenie $1/f = 298.257\,222\,101$) Geodezyjnego Systemu Odniesienia 1980 (GRS80), przyjętego na XVII Zgromadzeniu Generalnym Międzynarodowej Unii Geodezji i Geofizyki w Canberze w 1979 r. (rezolucja No 7, *The Geodesist's Handbook 1980*, Bulletin Géodésique, Vol. 54, No 3, Paris, str. 371). Elipsoida ta jest jednocześnie elipsoidą normalnego pola siły ciężkości, na której normalne przyspieszenie siły ciężkości γ jest obliczane ze wzoru ścisłego

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (5.1-6)$$

gdzie φ – szerokość geodezyjna, $\gamma_e = 9.780\,326\,7715 \text{ ms}^{-2}$ – normalne przyspieszenie siły ciężkości na równiku elipsoidy, $e^2 = 0.006\,694\,380\,022\,90$ – kwadrat pierwszego mimośrodu oraz współczynnik $k = 0.001\,931\,851\,353$.

Wysokości normalne punktów grawimetrycznych wyrażone były w systemach wysokościowych Amsterdam (punkt odniesienia Toruń-Ratusz z jego wysokością z sieci międzywojennej) (Wyrzykowski, 1988), Kronstadt60 i Kronstadt86. W zbiorach danych grawimetrycznych nie rozróżniano systemów wysokości, nazywając wszystkie wysokości – wysokościami nad poziomem morza. Należy się spodziewać, że od 2007 r. w Polsce będzie obowiązywał system wysokościowy Kronstadt2006, określony w wyniku opracowania czwartej kampanii niwelacyjnej z lat 1999–2002. W związku z postępującą w krajach Europy integracją krajowych systemów wysokościowych oczekuje się, iż w niedalekiej przyszłości systemem wysokościowym dla krajów europejskich stanie się system UELN-95 Amsterdam.

Dostępne morskie obserwacje grawimetryczne na obszarze Bałtyku pochodzą z trzech źródeł: IGIK, PIG i KMS w Kopenhadze. Obserwacje dostarczone przez IGIK pochodzą z rejsów statków Zaria i Jan Turlejski odbytych w latach 1971–1972. Wyznaczone przyspieszenia siły ciężkości odnoszą się do układu poczdamskiego, zaś pozycje punktów pomiarowych prawdopodobnie do układu „1942” (dokładność pozycji rzędu ± 100 m). Morskie dane grawimetryczne dostarczone przez PIG to przetworzone do przyspieszeń siły ciężkości w węzłach siatki obserwacje grawimetryczne wykonane przez konsorcjum PETROBALTIC w latach 1975–1978 na statku Ivan Grozny w celu penetracji geologicznej warstw pod dnem Bałtyku. Wartości przyspieszenia siły ciężkości odniesione są do układu poczdamskiego, zaś pozycje punktów pomiarowych – prawdopodobnie do układu „1942” (dokładność pozycji rzędu ± 100 m). Obserwacje grawimetryczne dostarczone przez KMS w Kopenhadze obejmują dane zgromadzone podczas rejsu statku norweskiego Håkon Mossby na wodach Bałtyku w 1996 r. Dane te prawdopodobnie są odniesione do absolutnego poziomu przyspieszenia siły ciężkości (system IGSN71), zaś pozycje punktów pomiarowych – prawdopodobnie do ETRS89 (dokładność pozycji rzędu ± 100 m). Grawimetryczne obserwacje lotnicze z obszaru południowego i środkowego Bałtyku, udostępnione przez KMS w Kopenhadze, zostały wykonane w 1999 r. w ramach projektu badawczego Nordyckiej Komisji Geodezyjnej. Dane te prawdopodobnie są odniesione do absolutnego poziomu przyspieszenia siły ciężkości (system IGSN71), zaś pozycje punktów pomiarowych – do ETRS89.

Dostępne dane grawimetryczne z terenów sąsiadujących z Polską pochodzą z różnych okresów, odnoszą się do różnych poziomów grawimetrycznych i są podane w różnych układach odniesienia.

5.1.2. Dane astronomiczno-geodezyjne

Dostępne dane astronomiczno-geodezyjne, zachowane w zasobach Centralnego Ośrodka Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej (CODGiK) i IGIK, znajdują się w jedenastu katalogach opracowanych w latach 1967–1981. Obejmują one 166 punktów (53 punkty Laplace'a, 112 punktów niwelacji astronomiczno-grawimetrycznej, z czego 34 I klasy i 78 II klasy, oraz punkt podstawowy Borowa Góra), na których w latach 1952–1975 wykonano pomiary astronomiczne. Z ogólnej liczby 165 szerokości astronomicznych punktów polowych 153 jest obliczonych w systemie katalogu FK3, 6 – w systemie katalogu FK4, 4 pomierzone w latach 1931–1938 (Kolno, Sobótka, Łosień i Zubowice) w systemie katalogu PGC, zaś pozostałe 2 pomierzone w roku 1940 (Morze i Radziwiłłówka) w systemie katalogu PGC lub PK3. Są one zredukowane do poziomu morza oraz do początku układu współrzędnych bieguna w systemie CIO. Długości astronomiczne 148 punktów polowych wyznaczono względem Borowej Góry, w latach 1931, 1936, 1938 i 1953–1971. Różnice długości, wyprowadzone z pomiarów wykonanych w latach 1953–1963 (134 wartości), obliczono w systemie katalogu FK3, a wyprowadzone z pomiarów wykonanych w latach 1968–

1971 (11 wartości) – w systemie katalogu FK4. Są one zredukowane do poziomu morza i do początku układu współrzędnych bieguna w systemie CIO, a także do UT1 BIH CIO 1968. Obliczone odchylenia pionu w katalogach przedstawione są w układzie JSAG (elipsoida Krasowskiego 1942, punkt przyłożenia Pułkowo) (Rogowski i in., 2003a).

Odchylenia pionu uzyskane metodą astronomiczno-grawimetryczną obejmują 541 punkty. Względne odchylenia pionu zamieszczone w katalogach przedstawione są w układzie JSAG.

Na przestrzeni ubiegłych kilkudziesięciu lat nastąpiły zasadnicze zmiany w stosowanych systemach i układach odniesienia mających zastosowanie do określenia odchyleń pionu. Obecnie obowiązują: katalog Hipparcos, wyznaczone przez IERS współrzędne bieguna ITRS w systemie CIP, UT1 zgodne z definicją IAU2000 oraz system ETRS89 wraz z GRS80.

5.1.3. Dane niwelacyjne

Wysokości normalne punktów wykorzystywanych do wyznaczenia geoidy satelitarno-niwelacyjnej w Polsce, tj. punktów należących do sieci POLREF, EUVN i WSSG, zostały wyznaczone poprzez nawiązanie niwelacyjne tych punktów do reperów I, II i III klasy osnowy wysokościowej założonej w latach 1974–1982 i wyrównanej w odniesieniu do poziomu Kronstadt86. Obserwacje ostatniej, czwartej kampanii niwelacyjnej, przeprowadzonej w latach 1999–2002 w większości na tych samych reperach osnowy I klasy, zostały wstępnie opracowane i poddane regionalnemu wyrównaniu w 2003 r. (bez nawiązań do osnów wysokościowych krajów ościennych). W latach 2005–2006 z inicjatywy GUGiK dokonano ostatecznego wyrównania osnowy wysokościowej I klasy z wykorzystaniem pomiarów z czwartej kampanii niwelacyjnej z lat 1999–2002 (Gajderowicz, 2005), tworząc nowy krajowy system odniesienia wysokościowego – Kronstadt2006. Oczekuje się, że zgodnie z zaleceniami EUREF obserwacje czwartej kampanii niwelacyjnej, po nawiązaniu do osnów niemieckich i czeskich, zostaną ponownie opracowane, a wysokości reperów krajowej osnowy wysokościowej będą odniesione do poziomu Amsterdam. W pracach nad wyznaczeniem precyzyjnej quasigeoidy na obszarze Polski w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 korzystano z wysokości normalnych odniesionych do poziomu Kronstadt86.

5.1.4. Dane GPS

Rozwiązania dla współrzędnych punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG z oficjalnych opracowań kampanii obserwacyjnych, wykonanych odpowiednio w latach 1994–1995, 1997 i 1999 oraz 1999, odnoszą się do różnych układów odniesienia i różnych epok. I tak rozwiązanie POLREF wyrażone jest w systemie ETRS89, rozwiązanie EUVN – w układzie ITRF96 na epokę 1997.4, zaś rozwiązanie WSSG – w systemie ETRS89.

W celu ujednolicenia wysokości quasigeoidy wyznaczonych z pomiarów satelitarno-niwelacyjnych na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG współrzędne tych punktów powinny zostać sprowadzone do jednolitego systemu, bądź układu i epoki, najlepiej do ETRS89.

5.1.5. Dane altimetryczne

Dane altimetryczne wykorzystane w projekcie badawczym PBZ-KBN-081/T12/2002 pochodzą z 18-miesięcznej misji satelity Geosat (1985–1986) oraz 11-miesięcznej misji satelity ERS-1 (1994–1995). Udostępnione przez KMS w Kopenhadze dane zawierają zarówno obliczone odstępstwa geoidy od elipsoidy, jak i anomalie wolnopowietrzne w węzłach siatki o gęstości $1/16^\circ \times 1/16^\circ$ na obszarze całego Bałtyku z niepełnym pokryciem Zatoki Fińskiej, a także Morza Północnego i Morza Norweskiego. Pozycje węzłów siatki odniesione są do systemu ETRS89, zaś odstępstwa geoidy i anomalie grawimetryczne – odpowiednio do systemów GRS80 i IGSN71.

5.1.6. Dane mareograficzne

Dane ze stacji mareograficznych w basenie Morza Bałtyckiego dostępne są w postaci średnich miesięcznych z odczytów mareografów w katalogach Permanent Service of Mean Sea Level (PSMSL). Szeregi czasowe średnich miesięcznych podano w milimetrach w odniesieniu do skal poszczególnych mareografów.

5.1.7. Dane geologiczne

Gęstości litosfery ponad geoidą zostały wyznaczone w jednostkach $[g/cm^3]$ w punktach, w których dokonano odwiertów geologicznych. Położenie tych punktów podano w układzie „Borowa Góra” oraz w układzie „1942”, zaś wysokości wykorzystywane do obliczenia średnich gęstości to „wysokości nad poziomem morza”.

5.1.8. Poprawki do obserwacji (anomalii) grawimetrycznych

Do modelowania geoidy przy zastosowaniu wzoru całkowego Stokesa wykorzystuje się anomalie grawimetryczne na powierzchni geoidy, otrzymywane poprzez zastosowanie redukcji grawimetrycznej do obserwowanych wartości przyspieszenia siły ciężkości. Podobnej redukcji grawimetrycznej wymagają – używane do modelowania quasigeoidy przy zastosowaniu wzoru całkowego Molodenskigo – anomalie grawimetryczne obliczane na fizycznej powierzchni Ziemi. Poza redukcją wolnopowietrzną niezbędne jest uwzględnienie poprawki atmosferycznej (usunięcie mas atmosfery znad geoidy), która zależy od wysokości punktu nad poziomem morza. Wynosi ona od 0.87 mGal na poziomie morza do 0.64 mGal na wysokości 2.5 km (Moritz, 1984). Inne podejście do określania poprawki atmosferycznej, prowadzące do

różniących się od przyjętych przez IAG w 1979 r. standardów obliczeniowych, przedstawione jest w pracach Sjöberga (np. Sjöberg, 2001).

Ze wzrostem promienia obszaru całkowania przy liczeniu undulacji geoidy za pomocą wzoru całkowego Stokesa rośnie błąd wynikający ze sferycznej aproksymacji geoidy, zwany efektem eliptyczności Ziemi. Efekt ten przy promieniu całkowania rzędu 3° może zniekształcić obliczaną undulację geoidy o wielkość rzędu 5 cm (Sjöberg, 2003a, 2003b).

5.2. Określenie jednolitego standardu i układu odniesienia

Jednolity standard i układ odniesienia dla danych wyjściowych i opracowywanych modeli quasigeoidy powinien obejmować (Kryński, 2003):

- geodezyjny system odniesienia: ETRS89 z systemem GRS80 (parametry elipsoidy geocentrycznej, przyspieszenie normalne i prędkość kątowa ruchu obrotowego Ziemi);
- poziomy układ odniesienia: układ współrzędnych płaskich prostokątnych „1992”;
- system wysokościowy: wysokości normalne odniesione do Kronstadt86 oraz UELN-95 Amsterdam;
- ruch bieguna: biegun ITRS w systemie CIP (biuletyn C IERS);
- skala czasu: TDT i UT1 (definicje IAU2000);
- katalog gwiazdowy: Hipparcos lub FK5;
- grawimetryczny poziom odniesienia: IGSN71 i POGK99;
- składowa pływowa w redukcjach grawimetrycznych (średnia, zerowa, niepływowa);
- epoka: obserwacji, z wyjątkiem pozycji odniesionej do epoki 1989.

Według terminologii stosowanej przez Ekmana (1989) w średnim systemie pływowym („*mean-tide*” system) zachowana jest stała składowa pływowa (*permanent tide*). W systemie tym położenie skorupy ziemskiej i geoidy odpowiada ich średniemu położeniu względem zmiennych w czasie pływów spowodowanych przyciąganiem Księżyca i Słońca. System niepływowy („*non-tidal*” system) jest systemem, z którego usunięto wszystkie efekty stałej składowej pływowej (zarówno w położeniu skorupy ziemskiej, jak i geoidy). Jest on nierealistyczny, gdyż ani położenie skorupy ziemskiej, ani geoidy nie mogą być w nim „obserwowane”, nie są również dostatecznie znane liczby Love’a, za pomocą których opisywana jest stała składowa pływowa. W zerowym systemie pływowym („*zero-tide*” system) położenie skorupy ziemskiej jest takie samo jak w średnim systemie pływowym, zaś z geoidy usunięta jest bezpośrednia stała składowa pływowa. Zerowy system pływowy jest również zwany systemem zerowej częstotliwości („*zero-frequency*” system).

Rezolucje IUGG zalecają stosowanie zerowego systemu pływowego lub średniego systemu pływowego. W stosowanych przez IERS konwencjach dotyczących ITRF używany jest system niepływowy. W Polsce system wysokoś-

ciowy jest systemem niepływowym (niwelacyjna poprawka pływowa w całości usuwa efekt grawitacyjny Księżyca i Słońca).

Wartości przyspieszenia siły ciężkości występujące w zasobie udostępnionym przez PIG zostały odtworzone z obliczonych uprzednio anomalii Bouguera. Nie są to zatem wartości uzyskane z bezpośredniego wyrównania obserwacji. Odzyskanie oryginalnych obserwacji grawimetrycznych wymaga odtworzenia algorytmów użytych do obliczenia anomalii Bouguera z uwzględnieniem wszystkich stosowanych poprawek redukcyjnych oraz podobnych algorytmów odwrotnego przejścia do przyspieszenia siły ciężkości na stacjach grawimetrycznych.

Na szczególną uwagę z tytułu wysokich wymagań dokładnościowych stawianych modelowi geoidy zasługuje zdefiniowanie anomalii wolno-powietrznej, użytych redukcji grawimetrycznych oraz opisujących je parametrów. Podobnie dokładnej analizie wymaga przejście od wysokości normalnych do wysokości ortometrycznych, co ma zasadnicze znaczenie przy określeniu wzajemnego położenia geoidy i quasigeoidy.

5.3. Ujednolicenie danych

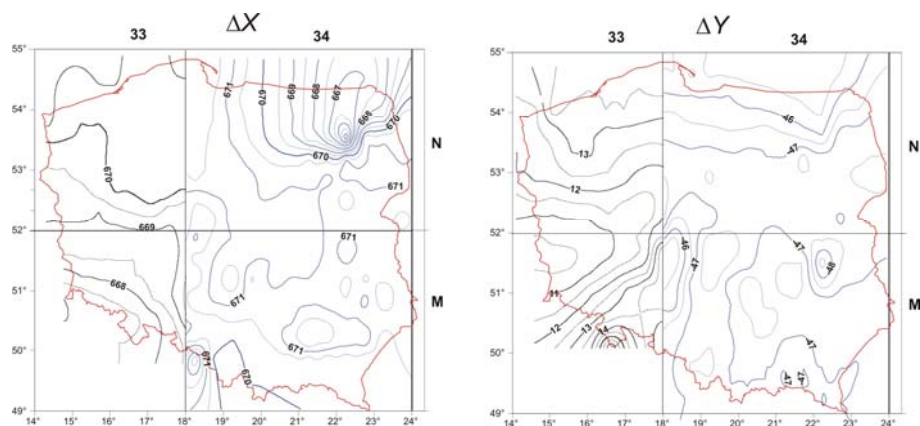
5.3.1. Dane grawimetryczne

Pozycje punktów grawimetrycznych zostały sprowadzone do geodezyjnego systemu odniesienia ETRS89 z elipsoidą odniesienia GRS80 oraz wyrażone w układzie współrzędnych płaskich prostokątnych „1992”. Podstawowym problemem było przeprowadzenie współrzędnych punktów grawimetrycznych z układu „Borowa Góra” do układu „1942”. W tym celu w IGiK opracowano trzy metody transformacji o dokładnościach od decymetrowej do kilkumetrowej. Uwzględniając znaczny błąd pozycji punktów grawimetrycznych, który może przekraczać nawet ± 100 m, do praktycznej transformacji pozycji punktów grawimetrycznych z układu „Borowa Góra” do układu „1942” użyto algorytmu opartego na metodzie średnich dla arkuszy map w skali 1:100 000 wartości różnic współrzędnych płaskich, tj. ΔX i ΔY w obu układach (Cisak i Sas, 2004a, 2005; Sas i Cisak, 2005). Algorytm ten zapewnia dokładność transformacji na poziomie ± 4.5 m (Cisak i Sas, 2004b). Przebieg różnic współrzędnych płaskich, tj. ΔX i ΔY , przedstawiono na rysunku 5.6 (Cisak i Sas, 2004a; Kryński i Łyszkowicz, 2004; Kryński i in., 2005c).

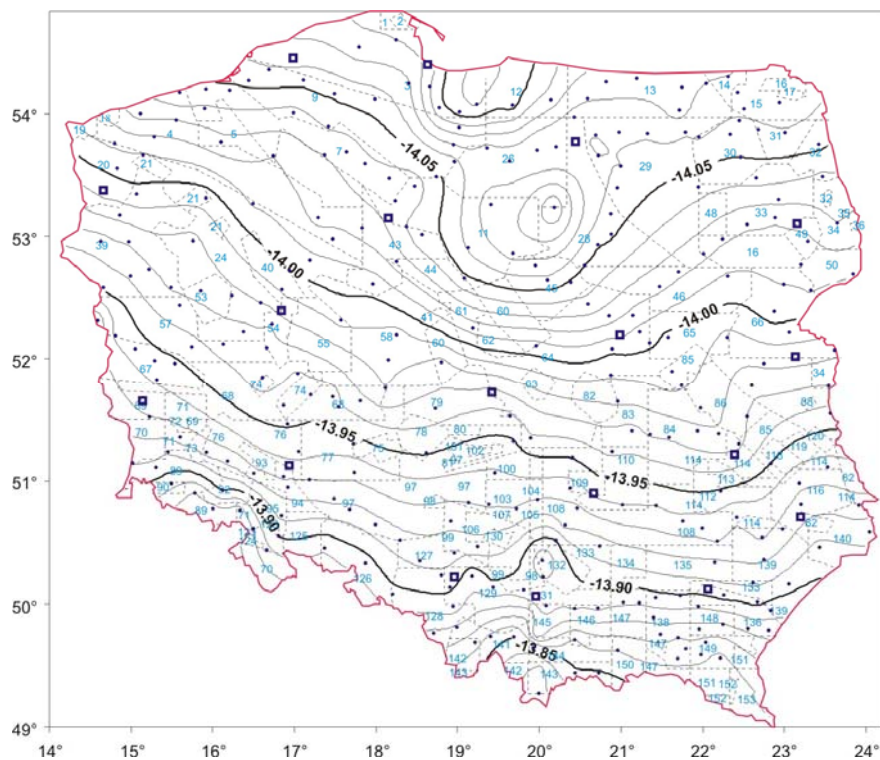
Prace nad wymaganiem do precyzyjnego modelowania quasigeoidy w Polsce ujednoliceniem wartości przyspieszenia siły ciężkości zostały poprzedzone wykonanymi w IGiK badaniami dotyczącymi określenia wzajemnych relacji między używanymi systemami grawimetrycznymi. W szczególności badano relacje między systemami IGiK-66 i IGiK-IGSN71 oraz IGiK-IGSN71 i POGK99.

Na podstawie różnic przyspieszenia siły ciężkości w 318 punktach osnowy, wyrażonego w systemach IGiK-66 i IGiK-IGSN71, obliczono w tych punktach poprawki, jakie należy dodać do przyspieszenia siły ciężkości w systemie IGiK-66, aby otrzymać odpowiednie w systemie IGiK-IGSN71

(rys. 5.7). Błąd średni transformacji w dowolnym punkcie kraju ocenia się na $\sigma_g = \pm 0.067$ mGal (Kryński i in., 2005c).

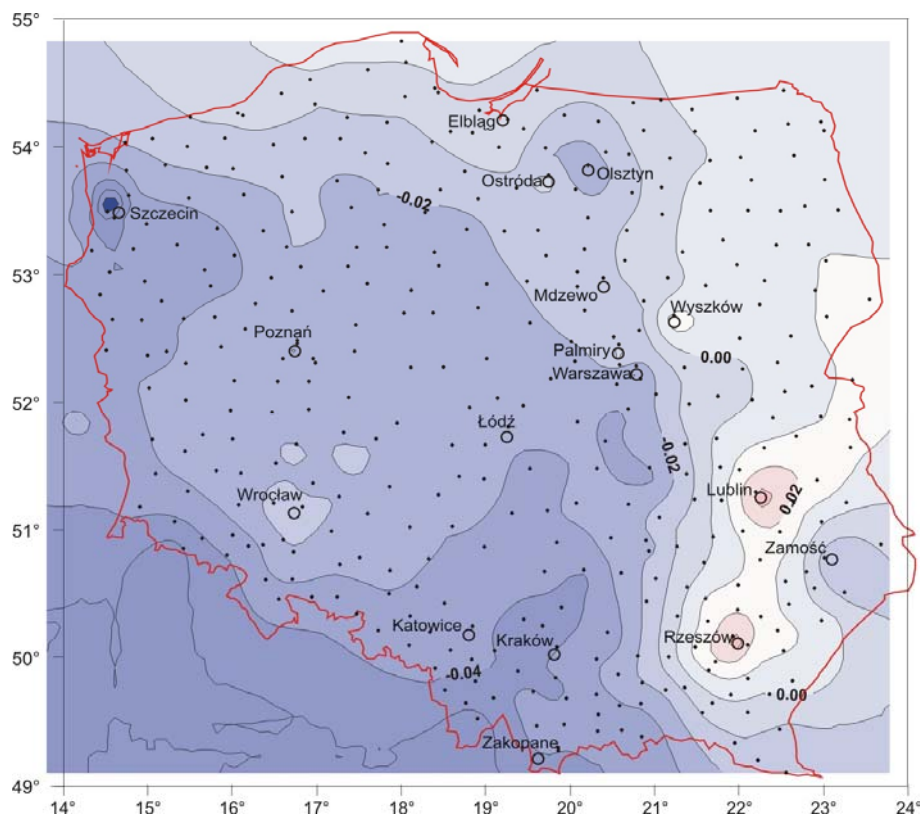


Rys. 5.6. Różnice ΔX i ΔY między współrzędnymi płaskimi w układach „Borowa Góra” i „1942” [m]



Rys. 5.7. Różnice wartości przyspieszenia siły ciężkości między systemami IGIK-66 i IGIK-IGSN71

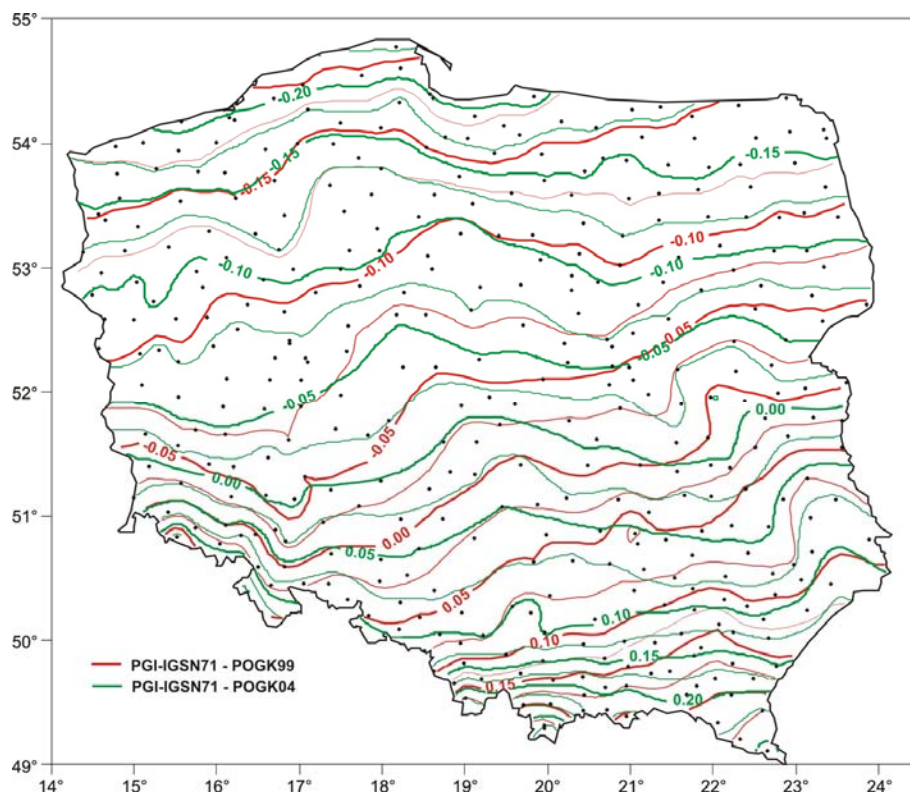
W celu określenia relacji między wartościami przyspieszenia siły ciężkości w systemach IGiK-IGSN71 i POGK99 w systemie IGiK-IGSN71 dokonano wyrównania obserwacji użytych do opracowania systemu POGK99. Do wyrównania wykorzystano wartości przyspieszenia siły ciężkości znanych w obu systemach na 18 wspólnych punktach. W następnym kroku w 363 punktach osnowy grawimetrycznej obliczono poprawki, jakie należy dodać do przyspieszenia siły ciężkości w systemie IGiK-IGSN71, aby otrzymać odpowiednie w systemie POGK99 (rys. 5.8). Średni błąd transformacji w dowolnym punkcie kraju ocenia się na $\sigma_g = \pm 0.021$ mGal (Kryński i in., 2005c).



Rys. 5.8. Różnice wartości przyspieszenia siły ciężkości między systemami IGiK-IGSN71 i POGK99 [mGal] (izolinie co 0.01 mGal)

Ujednolicenia wartości przyspieszenia siły ciężkości dokonano na kilku poziomach. Mniej dokładne dane grawimetryczne, tj. dane naziemne z krajów ościennych, dane morskie i lotnicze, oraz dane altimetryczne zostały odniesione do międzynarodowego systemu grawimetrycznego IGSN71. Krajowe dane grawimetryczne z grawimetrycznej bazy danych zostały przeliczone do systemów grawimetrycznych POGK99 i utworzonego w trakcie realizacji

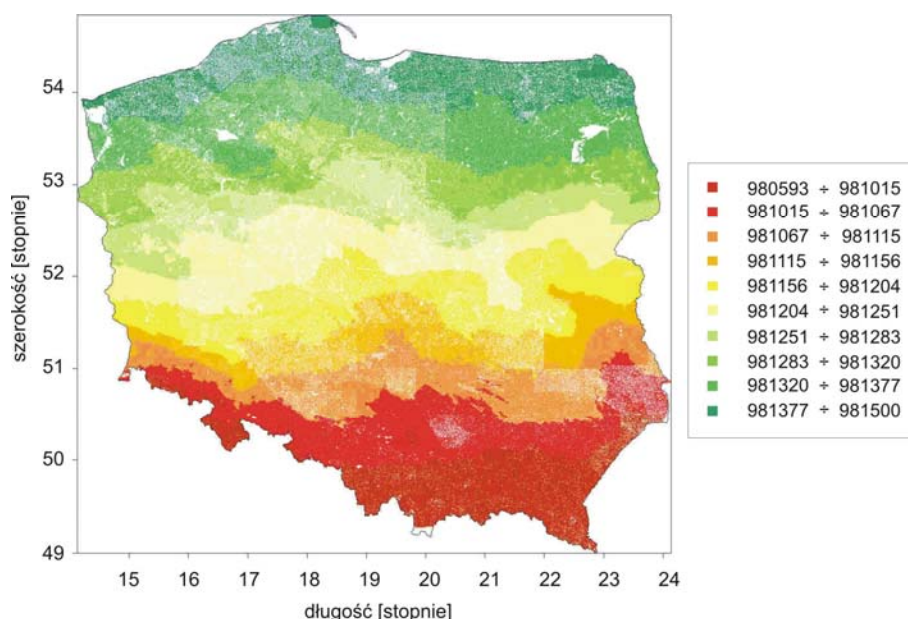
projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 systemu POGK04. Algorytm przeliczeniowy oparto na wynikach wyrównania sieci 363 stacji POGK99 i 367 stacji POGK04 w systemie PIG-IGSN71 z wykorzystaniem 8 wspólnych punktów. Błąd średni transformacji, równoważny błędowi średniemu określenia poprawki systemowej, oszacowano na ± 0.018 mGal. Przebieg poprawek, jakie należy dodać do wartości przyspieszenia siły ciężkości w systemie PIG-IGSN71, aby otrzymać odpowiadające wartości g w systemach POGK99 i POGK04, przedstawia rysunek 5.9 (Sas-Uhrynowski i in., 2004; Sas i Cisak, 2005; Kryński i in., 2005c). Algorytm ten został wykorzystany do przeliczania wartości przyspieszenia siły ciężkości wszystkich punktów grawimetrycznej bazy danych do systemu POGK99.



Rys. 5.9. Różnice między przyspieszeniem siły ciężkości w systemie PIG-IGSN71 oraz w systemach POGK99 i POGK04 [mGal] (izolinie co 0.025 mGal)

Ujednolicone pozycje punktów grawimetrycznych oraz wartości przyspieszenia siły ciężkości (rys. 5.10) zostały wprowadzone do bazy danych grawimetrycznych. Wysokości punktów grawimetrycznych w grawimetrycznej bazie danych wyznaczano poprzez ich niwelacyjne nawiązanie do krajowej osnowy wysokościowej z dokładnością wyższą niż ± 4 cm. Nie zachowała się jednak dokumentacja pomiarowo-obliczeniowa, nie jest również znany

system wysokości i poziomu odniesienia wysokości punktów grawimetrycznych. Z materiałów archiwalnych wiadomo jedynie, że są to wysokości nad poziomem morza. Przy modelowaniu geoidy przyjęto, że wysokości punktów grawimetrycznych są wyrażone w systemie wysokości normalnych Kronstadt60.



Rys. 5.10. Przyspieszenie siły ciężkości w systemie POGK99 na punktach grawimetrycznej bazy danych [mGal]

5.3.2. Dane astronomiczno-geodezyjne

Brak dzienników obserwacyjnych, w tym szczególnie danych identyfikujących obserwowane gwiazdy, uniemożliwił wykonanie pełnej transformacji (poprawienie współrzędnych astronomicznych o wpływ zmiany współrzędnych gwiazd i ich ruchów własnych do katalogów FK5 i Hipparcos) dostępnych materiałów archiwalnych do obowiązującego systemu odniesienia. Zachowane informacje pozwoliły jedynie na odniesienie wyznaczonych współrzędnych astronomicznych do obowiązującego bieguna średniego (bieguna ITRS) zgodnie z biuletynem C IERS oraz skali czasu TDT i UT1, a także ponowne obliczenie składowych względnych odchyłeń pionu dla wszystkich archiwalnych punktów astronomicznych w odniesieniu do elipsoidy geocentrycznej GRS80 (ETRS89) (Rogowski i in., 2003c). Ujednolicone odchylenia pionu zostały wprowadzone do bazy danych astronomiczno-geodezyjnych (Rogowski i Kłęk, 2003).

5.3.3. Dane niwelacyjne

Dane niwelacyjne wykorzystywane w projekcie odniesione były do systemu Kronstadt86. Niestety, do końca trwania projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 nie zostało wykonane ostateczne wyrównanie czwartej kampanii niwelacyjnej z lat 1999–2002 w jednolitym systemie europejskim z odniesieniem do punktu w Amsterdamie. Przeprowadzone w ramach grantu badania nad wpływem dokładności błędów systematycznych w wysokościach stacji grawimetrycznych wykazały, że błędy wynikające z przejścia z jednego na drugi system wysokościowy nie mają istotnego wpływu na model centymetrowej quasigeoidy dopasowanej do wysokości quasigeoidy wyznaczonych metodą satelitarno-niwelacyjną na punktach sieci POLREF.

5.3.4. Dane GPS

Wykonane w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 analizy wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG wykazały, że przyczyną uzyskanych rozbieżności jest w pierwszym rzędzie sposób pozyskania i opracowania obserwacji GPS oraz wyrównania tych sieci. Niezależnie zatem od projektu PBZ-KBN-081/T12/2002, na zamówienie GUGiK wykonano ponowne, jednolite opracowanie obserwacji i wyrównanie sieci POLREF i EUVN w układzie odniesienia ITRF2000, zgodnie ze standardem strategii opracowania obserwacji ze stacji EPN w ramach działalności Podkomisji EUREF, i wyznaczono współrzędne stacji tych sieci w systemie ETRS89 (Kryński i Figurski, 2005, 2006).

6. OCENA PRZYDATNOŚCI MODELI GEOPOTENCJAŁU

Wybór globalnego modelu geopotencjału użytego w procedurze *remove–compute–restore* w procesie wyznaczania regionalnej quasigeoidy ma wpływ na rozwiązanie, w szczególności gdy oczekuje się dokładności centymetrowej. Globalny model geopotencjału odgrywa także istotną rolę w określeniu jakości anomalii wysokości wyznaczonych z pomiarów GPS na punktach o znanej wysokości normalnej, które używane są do określenia zewnętrznej dokładności modeli quasigeoidy.

Badaniami wykonanymi w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 objęto 6 globalnych modeli geopotencjału: EGM96 (Lemoine i in., 1998), EIGEN-CH03S (Reigber i in., 2004), GGM01S (Tapley i in., 2004a), GGM02S, GGM02C (Tapley i in., 2004b) i GGM02S/EGM96 (Forsberg i in., 2004), o różnej rozdzielczości i dokładności, z których 5 ostatnich zostało wygenerowanych przy użyciu danych z dedykowanych modelowaniu pola grawitacyjnego Ziemi misji kosmicznych CHAMP i GRACE (tab. 6.1).

Tabela 6.1. Badane globalne modele geopotencjału

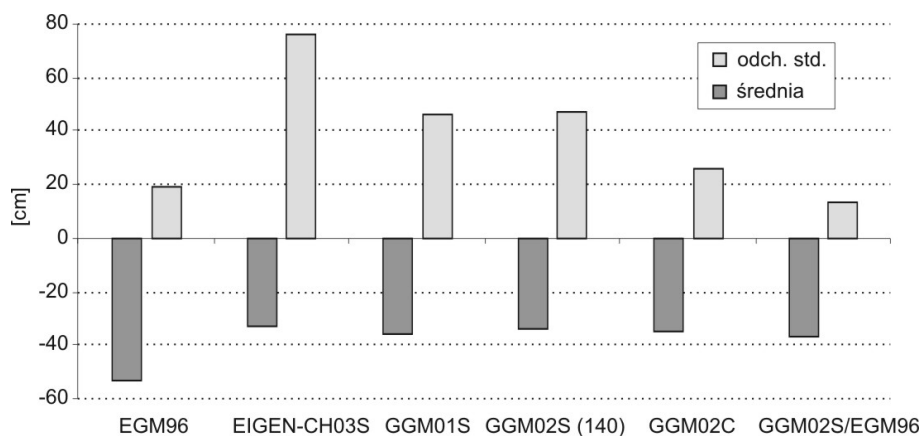
Model	Stopień	Typ
EGM96	360	kombinowany
EIGEN-CH03S	140	tylko satelitarny
GGM01S	120	tylko satelitarny
GGM02S (140)	160	tylko satelitarny
GGM02C	200	kombinowany
GGM02S/EGM96	360	kombinowany

Przeprowadzono trzy rodzaje testów numerycznych modeli geopotencjału, w których wykorzystano naziemne dane grawimetryczne oraz wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF i EUVN52 (Łyszkowicz, 2005a; Kryński i Łyszkowicz, 2005a, 2005c).

Pierwszy test dotyczył porównania anomalii wysokości na punktach sieci POLREF i EUVN52 z odpowiadającym anomaliami wysokości obliczonymi z różnych globalnych modeli geopotencjału. W obu przypadkach uzyskano porównywalne wyniki. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF przedstawiono w tabeli 6.2, zaś graficzny obraz zmienności średniej i odchylenia standardowego tych różnic w funkcji globalnego modelu geopotencjału ukazuje rysunek 6.1.

Tabela 6.2. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF [cm]

Model	Średnia	Odch. std.	Min	Max
EGM96	-53	19	-103	8
EIGEN-CH03S	-33	76	-222	106
GGM01S	-36	46	-170	105
GGM02S (140)	-34	47	-153	123
GGM02C	-35	26	-109	49
GGM02S/EGM96	-37	13	-79	5



Rys. 6.1. Średnia i odchylenie standardowe różnic między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF dla badanych globalnych modeli geopotencjału

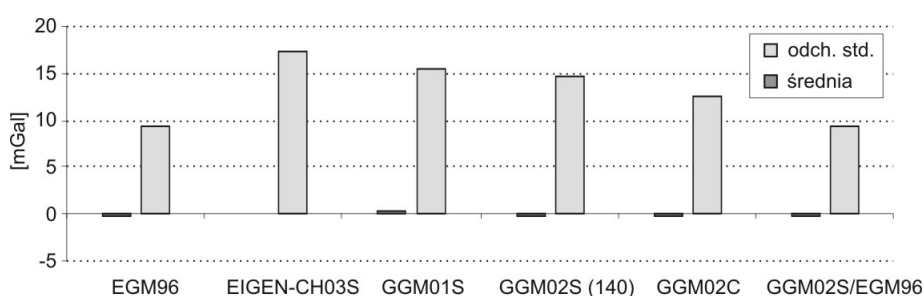
Anomalie wysokości obliczone z modelu EGM96 obarczone są błędem systematycznym o niemal 20 cm większym niż anomalie wysokości obliczone z pozostałych badanych modeli, opartych na danych z misji kosmicznych CHAMP i GRACE (tab. 6.2 i rys. 6.1). Uzyskane wyniki potwierdzają tezę, iż w modelach geopotencjału opracowanych przy wykorzystaniu danych z grawimetrycznych misji satelitarnych obserwuje się wyraźną w odniesieniu do poprzedzających je modeli poprawę współczynników niskiego stopnia i rzędu, odpowiedzialnych za dominującą składową spektralną anomalii wysokości.

W ramach drugiego testu porównano anomalie grawimetryczne z obszaru Polski i krajów sąsiednich z odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału. Statystyki różnic między anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału

i odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z naziemnych i morskich danych grawimetrycznych przedstawiono w tabeli 6.3, zaś graficzny obraz zmienności średniej i odchylenia standardowego tych różnic w funkcji globalnego modelu geopotencjału ukazuje rysunek 6.2.

Tabela 6.3. Statystyki różnic między anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z naziemnych i morskich danych grawimetrycznych [mGal]

Model	Średnia	Odch. std.	Min	Max
EGM96	-0.18	9.39	-112.01	137.34
EIGEN-CH03S	0.00	17.30	-111.42	182.54
GGM01S	0.26	15.37	-109.94	166.07
GGM02S (140)	-0.14	14.81	-111.89	157.57
GGM02C	-0.20	12.44	-115.57	153.86
GGM02S/EGM96	-0.30	9.31	-115.56	135.44



Rys. 6.2. Średnia i odchylenie standardowe różnic między anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z naziemnych i morskich danych grawimetrycznych dla badanych globalnych modeli geopotencjału

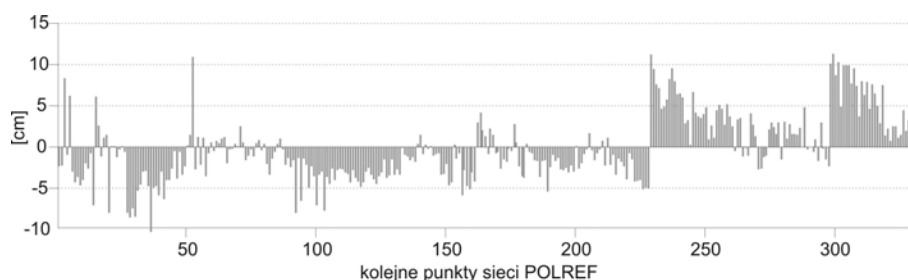
W przypadku anomalii grawimetrycznych, podobnie jak w przypadku anomalii wysokości, najmniejsze odchylenia standardowe otrzymano, korzystając z modeli EGM96 i GGM02S/EGM96.

Trzeci test obejmował porównanie modeli quasigeoidy grawimetrycznej – w tym 4 modeli opracowanych w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002, obliczonych przy użyciu różnych globalnych modeli geopotencjału – z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF i EUVN52. Również i tym razem w obu przypadkach uzyskano porównywalne wyniki. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF i EUVN przedstawiono w tabeli 6.4, zaś graficzny

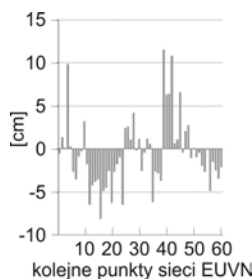
obraz tych różnic na poszczególnych punktach sieci POLREF i EUVN ukazuje rysunek 6.3.

Tabela 6.4. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z modeli quasigeoidy grawimetrycznej i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF i EUVN [cm]

Sieć	Model quasigeoidy	Średnia	Odch. std.	Min	Max
POLREF	<i>quasi97b</i>	−30.0	3.4	−39.2	−17.6
	<i>quasi04a</i>	−30.4	3.2	−38.8	−20.3
	<i>quasi04b</i>	−29.6	4.1	−41.6	−18.8
	<i>quasi04c</i>	−31.3	3.9	−41.5	−19.9
	<i>quasi04d</i>	−32.4	3.6	−42.9	−21.5
EUVN52	<i>quasi97b</i>	−32.2	3.3	−38.8	−22.5
	<i>quasi04a</i>	−32.3	3.4	−39.3	−21.3
	<i>quasi04b</i>	−31.7	3.2	−38.4	−22.3
	<i>quasi04c</i>	−33.8	4.0	−41.4	−17.9
	<i>quasi04d</i>	−34.8	3.7	−42.4	−23.4



Rys. 6.3. Różnice między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z modeli quasigeoidy grawimetrycznej i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF



Rys. 6.4. Różnice między wysokościami quasigeoidy obliczonymi z modeli quasigeoidy grawimetrycznej i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci EUVN

Na podstawie uzyskanych wyników dokonano oceny jakości danych grawimetrycznych oraz wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF i EUVN52. Wysokorozdzielczy globalny model geopotencjału GGM02S/EGM96 oparty na kombinacji danych z misji GRACE z naziemnymi danymi wykorzystanymi do utworzenia modelu EGM96, pasuje najlepiej spośród badanych modeli do wysokości quasigeoidy otrzymanych z pomiarów GPS i niwelacji na punktach sieci POLREF i EUVN. Model ten pasuje również najlepiej do naziemnych obserwacji grawimetrycznych na obszarze Polski, chociaż niemal tak samo dobrze pasuje do nich model EGM96. Zastąpienie modelem GGM02S/EGM96 stosowanego dotychczas do obliczeń quasigeoidy modelu geopotencjału EGM96 nie ma istotnego wpływu na jakość dopasowania do danych satelitarno-niwelacyjnych obliczonego przy jego użyciu modelu quasigeoidy na terenie Polski. Należy się jednak spodziewać, że użycie nowszych globalnych modeli geopotencjału opracowanych na podstawie kumulowanych danych z misji GRACE, a w najbliższej przyszłości również i z misji GOCE, w bardziej znaczący sposób przyczyni się do podniesienia dokładności modeli quasigeoidy grawimetrycznej na terenie Polski (Kryński i Łyszkowicz, 2005a, 2005c).

7. METODYKA I OBLICZENIE POPRAWEK TERENOWYCH

Przy wyznaczaniu centymetrowej geoidy niezbędne jest uwzględnienie nieregularności topografii występujących wokół stacji grawimetrycznej, czyli wprowadzenie poprawek terenowych do pomierzonego przyspieszenia siły ciężkości. Wyznaczanie poprawek terenowych jest procesem żmudnym, pracochłonnym i wymagającym długotrwałych obliczeń. Przed przystąpieniem do obliczeń należało zatem określić odpowiednią metodykę wyznaczania poprawek terenowych z uwzględnieniem charakterystyki dostępnych danych wysokościowych i ich dokładności. Dokładność obliczanych poprawek terenowych ma wpływ na dokładność wyznaczanego modelu geoidy. Zależy ona od dokładności i rozdzielczości danych wysokościowych, zastosowanego modelu oraz parametrów użytych do wyznaczania poprawek terenowych. Badania nad określeniem metodyki wyznaczania poprawek terenowych oraz obliczenie poprawek terenowych do obserwacji grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych dla terenu Polski wykonał zespół IGiK.

7.1. Wybór metody obliczeń poprawek terenowych

Do wyznaczenia poprawek terenowych na terenie Polski wybrano metodę graniastosłupów (Grzyb, 2005), a dokładnie jej szczególną postać – metodę prostopadłościanów. Jest to klasyczna metoda obliczania poprawek terenowych, wymagająca danych wysokościowych rozmieszczonych w regularnych siatkach. Numeryczne modele terenu (Digital Terrain Model – DTM) DTED2 i SRTM3 są odpowiednim rodzajem danych wejściowych do wyznaczenia poprawek terenowych tą metodą. Obliczenie poprawek terenowych w znacznie krótszym czasie umożliwia metoda wykorzystująca szybką transformatę Fouriera (Fast Fourier Transform – FFT). Jednak z powodu problemów z jednoczesnym przetwarzaniem na komputerach dostępnych w IGiK ogromnych zbiorów danych, których rozmiary wynikają z bardzo wysokiej rozdzielczości numerycznych modeli terenu użytych jako dane wejściowe, po wykonaniu serii prób obliczeń techniką FFT zdecydowano, że poprawki będą obliczane metodą polegającą na sumowaniu pochodzących od graniastosłupów składników poprawek. Dodatkową zaletą metody graniastosłupów jest możliwość przeprowadzania analitycznej oceny dokładności poprawek terenowych.

Metoda graniastosłupów polega na sumowaniu składowej pionowej efektów grawitacyjnych, wynikających z nadwyżek lub niedoborów rzeczywistych mas przedstawionej w postaci graniastosłupów warstwy topograficznej, w odniesieniu do przechodzącej przez punkt P stacji grawimetrycznej płyty Bouguera o ustalonej gęstości. Wysokości graniastosłupów odpowiadają różnicom między wysokościami stacji grawimetrycznych i wysokościami poszczególnych elementów numerycznego modelu terenu. Boki podstaw graniastosłupów odpowiadają krokom siatki numerycznego modelu terenu. Przy użyciu metody grania-

stosłupów poprawki terenowe są wyznaczone w punktach odpowiadających stacjom grawimetrycznym. Inaczej jest w przypadku metody wykorzystującej transformaty Fouriera, gdzie poprawki terenowe obliczane są we wszystkich węzłach siatki jednocześnie. Z poprawek terenowych w siatce interpolowane są następnie poprawki terenowe w punktach odpowiadających stacjom grawimetrycznym.

Przy założeniu tej samej gęstości dla wszystkich prostopadłościanów tworzących numeryczny model terenu, poprawkę terenową c metodą graniastosłupów oblicza się korzystając ze wzoru (Forsberg, 1997)

$$c = G\rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z=H_p}^{z=H(x,y)} \frac{z - H_p}{\left[(x_Q - x_p)^2 + (y_Q - y_p)^2 + (z_Q - H_p)^2 \right]^{3/2}} dx_Q dy_Q dz_Q \quad (7.1-1)$$

gdzie:

x_p, y_p – współrzędne płaskie stacji grawimetrycznej,

H_p – wysokość stacji grawimetrycznej,

x_Q, y_Q – współrzędne płaskie elementu topografii (środka graniastosłupa),

z_Q – wysokość elementu topografii (graniastosłupa),

dx_Q, dy_Q – kroki siatki modelu terenu, odpowiednio w kierunku północnym i wschodnim,

dz_Q – różnica między wysokością stacji grawimetrycznej i wysokością graniastosłupa tworzącego numeryczny model terenu,

G – stała grawitacji,

ρ – gęstość mas tworzących topografię.

Współrzędne płaskie uzyskuje się ze współrzędnych geodezyjnych uznanych za współrzędne sferyczne na sferze o promieniu $R = 6371$ km jako ich rzut na płaszczyznę horyzontu stacji grawimetrycznej.

Poprawki terenowe wykorzystywane do modelowania grawimetrycznej quasigeoidy o centymetrowej dokładności muszą być wyznaczone z odpowiednią dokładnością. Płaskie przybliżenie powierzchni Ziemi w algorytmie stosowanym do obliczenia poprawek terenowych nie spełnia wymagań dokładnościowych. W wysokościach elementów numerycznego modelu terenu uwzględniane jest zatem zakrzywienie Ziemi poprzez wprowadzanie do nich poprawek dh

$$dh = \frac{r^2}{2R} \quad (7.1-2)$$

gdzie r jest odległością elementu topografii od stacji grawimetrycznej, zaś $R = 6371$ km jest średnim promieniem Ziemi.

Do wyznaczenia poprawek terenowych w projekcie badawczym PBZ-KBN-081/T12/2002 wykorzystano program *TC* należący do pakietu *GRAVSOF*T (Forsberg, 1997). Poprawki terenowe wyznaczone programem

TC odnoszą się do zakłócenia grawimetrycznego, aby więc uzyskać poprawki do anomalii grawimetrycznej, należy uwzględnić efekt pośredni poprzez wprowadzenie redukcji wolnopowietrznej równej

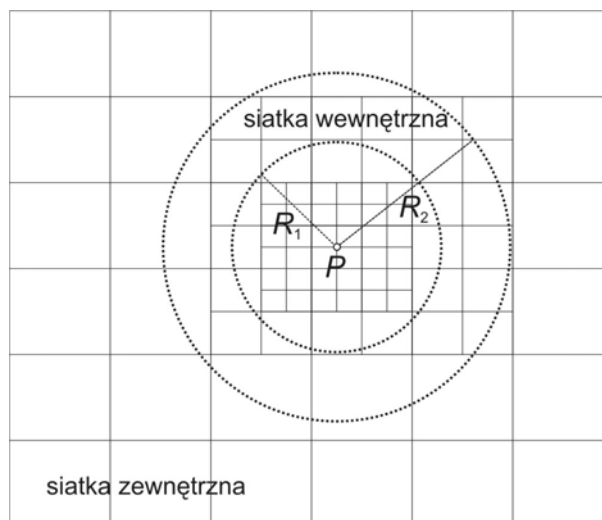
$$0.3086 \times \delta\zeta \quad (7.1-3)$$

gdzie $\delta\zeta$ jest anomalią wysokości wynikającą z nieregularności topografii.

Każda poprawka terenowa obliczona w ramach projektu metodą prostopadłościaków została wyznaczona na podstawie danych wysokościowych w postaci numerycznych modeli terenu o dwóch różnych rozdzielczościach:

- numerycznego modelu terenu o wysokiej rozdzielczości, uwzględnianego do odległości R_1 od stacji grawimetrycznej, oraz
- modelu terenu o mniejszej rozdzielczości, uwzględnianego od odległości R_1 od stacji grawimetrycznej do odległości R_2 (rys. 7.1).

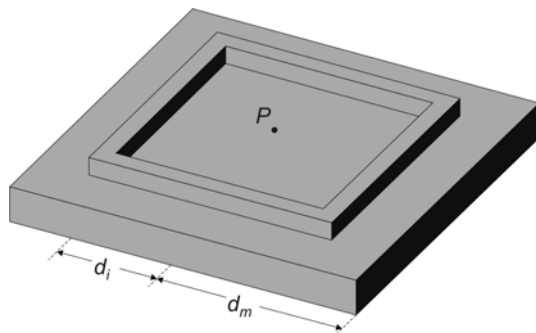
Punkty siatki gęstszego modelu znajdujące się w najbliższym otoczeniu stacji grawimetrycznej (3×3 elementy) zostały dodatkowo zagęszczone (interpolacja funkcjami sklejanymi trzeciego stopnia, tzw. *bicubic splines*), by stworzyć jeszcze gęstszy „gładki” zbiór wysokości w strefie wewnętrznej i tym samym zwiększyć dokładność uzyskiwanych wyników (rys. 7.1). Dodatkowo, aby uniknąć znaczących błędów poprawek terenowych wynikających z niezgodności wysokości stacji grawimetrycznej z wartością wysokości wyinterpolowaną z numerycznego modelu terenu, poprawki zostały obliczone w wyniku dopasowania wysokości stacji grawimetrycznych do wysokości terenu z DTED2 (Grzyb, 2005).



Rys. 7.1. Usytuowanie siatki zewnętrznej i wewnętrznej oraz utworzenie strefy wewnętrznej znajdującej się w bezpośrednim sąsiedztwie stacji grawimetrycznej

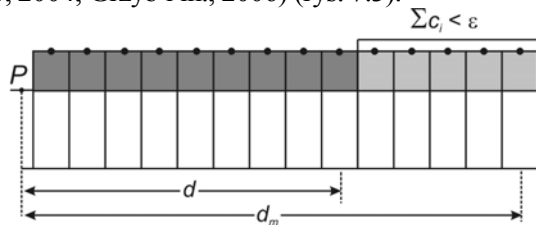
7.2. Określenie parametrów do obliczenia poprawek terenowych oraz wymagań dotyczących danych o topografii terenu

Jednym z parametrów używanych przy liczeniu poprawek terenowych jest odległość d , do jakiej należy uwzględnić topografię (Kryński i in., 2005d). Odległość ta zależy od charakteru rzeźby terenu i wymaganej dokładności wyznaczenia poprawki terenowej. W celu jej wyznaczenia utworzono szereg sztucznych numerycznych modeli terenu, w których jedynie elementy znajdujące się w odległości d_i od położonej w centrum modelu stacji grawimetrycznej miały wysokości różne od pozostałych o Δh . Utworzone modele obejmowały obszar o wymiarach $2d_m \times 2d_m$ (rys. 7.2) (Grzyb i in., 2006).



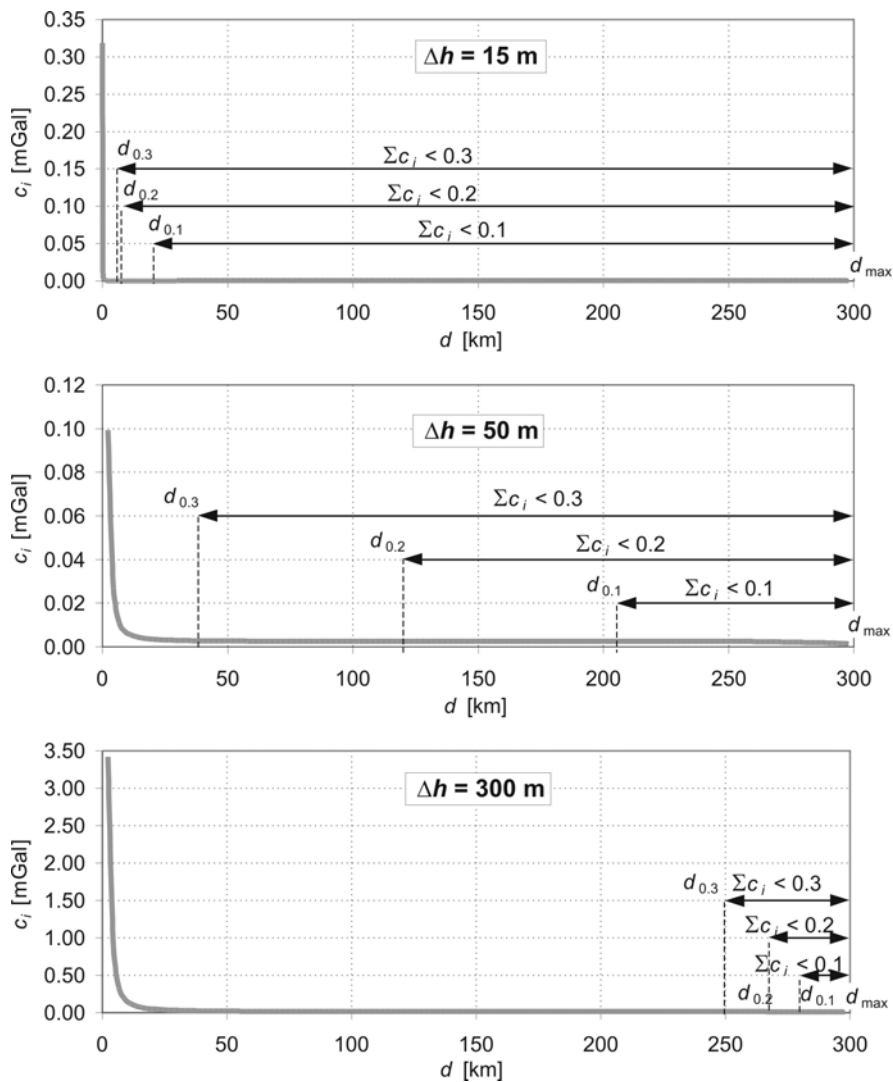
Rys. 7.2. Koncepcja eksperymentalnego modelu terenu wykorzystanego do wyznaczenia optymalnego maksymalnego promienia obszaru całkowania graniastosłupów przy obliczaniu poprawki terenowej

W modelach eksperymentalnych jedynie elementy topografii (graniastosłupy) odległe o d_i we współrzędnych x, y od punktu P stacji grawimetrycznej różnią się w wysokości o Δh od płyty Bouguera punktu P . Badano zbieżność ciągu poprawek terenowych, obliczanych dla rosnących wartości d_i i różnych Δh . Uznano, że wartość odległości d , do jakiej należy uwzględnić wpływ topografii na poprawkę terenową przy danym przewyższeniu Δh , jest prawidłowa, gdy suma grawitacyjnych efektów rzeźby terenu na obszarze od d do d_m jest mniejsza od wartości ε , która jest zakładanym dopuszczalnym błędem wyznaczenia poprawki (Grzyb, 2004; Grzyb i in., 2006) (rys. 7.3).



Rys. 7.3. Koncepcja wyznaczenia optymalnego maksymalnego promienia d obszaru całkowania graniastosłupów przy obliczaniu poprawki terenowej

Ponieważ błąd 1 mGal w anomalii grawimetrycznej powoduje błąd rzędu 1 cm w wysokości geoidy (Duchnowski i Baran, 2004), wyznaczono wartości d kolejno dla $\varepsilon = 0.1$ mGal, $\varepsilon = 0.2$ mGal oraz $\varepsilon = 0.3$ mGal, przyjmując, że błąd poprawki terenowej może wynieść odpowiednio 10%, 20%, 30% błędu anomalii grawimetrycznej (Grzyb i in., 2006) (rys. 7.4).



Rys. 7.4. Wyznaczenie optymalnego maksymalnego promienia d obszaru całkowania graniastosłupów przy obliczaniu poprawki terenowej dla Δh równych 15 m, 50 m i 300 m oraz ε równych 0.1 mGal, 0.2 mGal i 0.3 mGal

Wielkości 80%, 90.8% i 96.6% poprawek terenowych na terenie Polski nie przekraczają odpowiednio 1 mGal, 2 mGal i 3 mGal, toteż wybór błędów

ε wyznaczenia poprawek terenowych równych 0.1 mGal, 0.2 mGal i 0.3 mGal w testach numerycznych jest w pełni uzasadniony. Wyniki testów dla różnych wartości Δh zostały podsumowane w tabeli 7.1. Przy wyznaczaniu poprawek terenowych dla rzeczywistego terenu przyjęto, że wartości Δh odpowiada odchylenie standardowe zbioru wysokości danego obszaru.

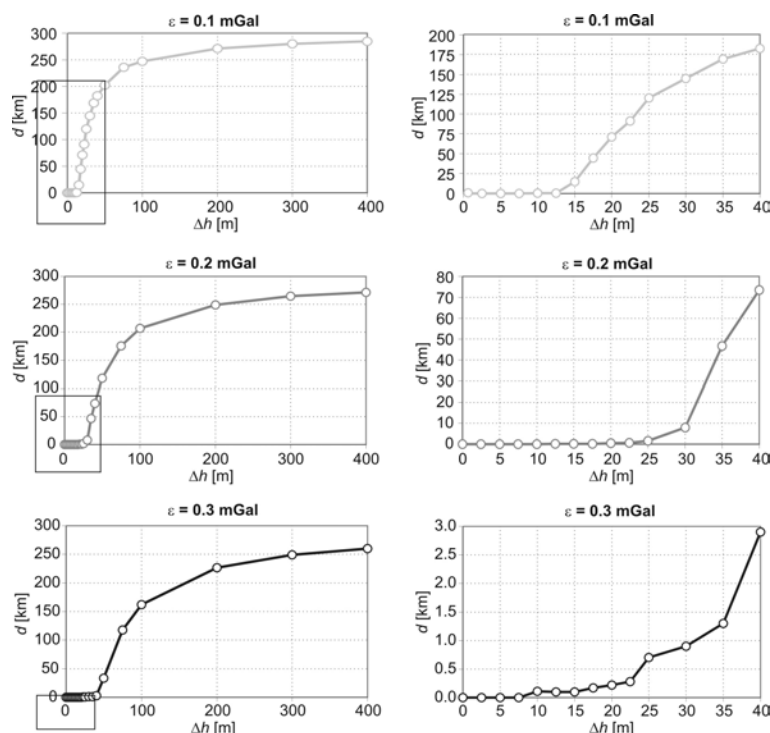
Tabela 7.1. Optymalny maksymalny promień d [km] dla różnych charakterystyk Δh zróżnicowania topografii

Dokładność poprawki terenowej [mGal]	Optymalny maksymalny promień d [km]		
	$\Delta h = 15$ m (płaski)	$\Delta h = 50$ m (pagórkowaty)	$\Delta h = 300$ m (górzysty)
0.1	14.9	205	280
0.2	0.22	118	265
0.3	0.06	33	249

Przedstawione w tabeli 7.1 wyniki dotyczące $\Delta h = 300$ m mogą nie być w pełni reprezentatywne z uwagi na ograniczenie w eksperymentach numerycznych d_m do 300 km. Pokazują one jednak wyraźnie, że promień d całkowania graniastosłupów ulega dramatycznemu zmniejszaniu wraz z obniżaniem wymagań dokładnościowych stawianych obliczanym poprawkom terenowym.

Wyniki kolejnych eksperymentów numerycznych przedstawiono na rysunku 7.5. Można je wykorzystać do określenia optymalnej odległości d , do jakiej należy uwzględniać topografię przy założonej dokładności poprawki terenowej i informacji o ukształtowaniu terenu wokół stacji (Kryński i in., 2005d; Grzyb i in., 2006).

Badania nad wpływem rozdzielczości i dokładności modeli terenu na dokładność wyznaczenia poprawek terenowych na obszarze Polski wykonano, korzystając z modeli terenu DTED2, SRTM3 oraz modelu utworzonego przez wysokości stacji grawimetrycznych z geologicznej bazy danych grawimetrycznych. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla trzech obszarów testowych (Grzyb i in., 2006) (rys. 7.6).

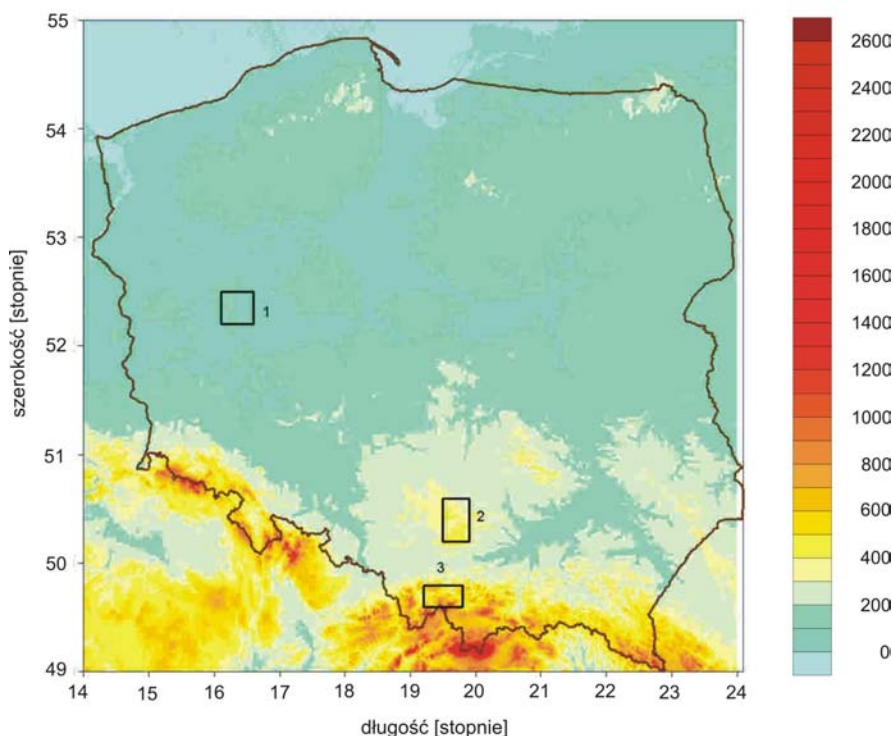


Rys. 7.5. Wartości odległości d , do jakich należy uwzględniać topografię dla różnych dokładności ε poprawki terenowej

Przykładowo, wpływ rozdzielczości modelu terenu na poprawki terenowe w odniesieniu do ich wartości obliczonych przy wykorzystaniu oryginalnych danych z modelu DTED2 w siatce $1'' \times 2''$ ($31 \text{ m} \times 40 \text{ m}$) w obszarach testowych 1 (płaski) i 2 (pagórkowaty), lub $1'' \times 1''$ ($31 \text{ m} \times 20 \text{ m}$) w obszarze testowym 3 (górzysty) ilustrują statystyki przedstawione w tabeli 7.2 (Grzyb i in., 2006).

Tabela 7.2. Statystyki różnic między poprawkami terenowymi obliczonymi z użyciem danych wysokościowych z modelu DTED2 i obliczonymi z użyciem rozrzedzonych modeli terenu [mGal]

Obszar testowy	Krok siatki modelu terenu				Min	Max	Średnia	Odch. std.
	$\phi [']$	$\lambda [']$	$y [\text{m}]$	$x [\text{m}]$				
1	2	4	62	79	-0.013	0.020	0.001	0.002
	4	8	124	159	-0.011	0.090	0.001	0.004
	8	16	247	318	-0.011	0.113	0.002	0.005
2	2	4	62	79	-0.176	0.332	0.004	0.022
	4	8	124	159	-0.147	0.605	0.016	0.044
	8	16	247	318	-0.138	1.236	0.040	0.095
3	2	2	62	40	-0.309	0.281	0.006	0.049
	4	4	124	79	-0.447	0.590	0.033	0.081
	8	8	247	159	-0.342	1.677	0.128	0.161



Rys. 7.6. Rozmieszczenie obszarów testowych na tle rzeźby terenu [m]

Dla większości obszaru Polski model terenu DTED2 jest odpowiedni, zarówno pod względem rozdzielczości, jak i dokładności, do modelowania quasigeoidy z dokładnością na poziomie centymetrowym. Całkowity błąd wysokości tego modelu wynosi, dla wydzielonych subregionów DTED2, odpowiednio ± 2.01 m, ± 4.02 m i ± 7.29 m. Błędy te przeniesione na poprawki terenowe wynoszą odpowiednio 0.022 mGal, 0.085 mGal i 0.311 mGal, z odchyleniami standardowymi ± 0.017 mGal, ± 0.066 mGal, ± 0.246 mGal i nie przekraczają 1 mGal przyjętego za maksymalny błąd danych grawimetrycznych tolerowany przy modelowaniu centymetrowej geoidy. Dokładność poprawek poniżej ± 0.1 mGal przy wykorzystaniu modelu DTED2 osiągalna jest dla terenów nizinnych i wyżynnych Polski. Dla obszarów górskich dokładność ta gwałtownie maleje.

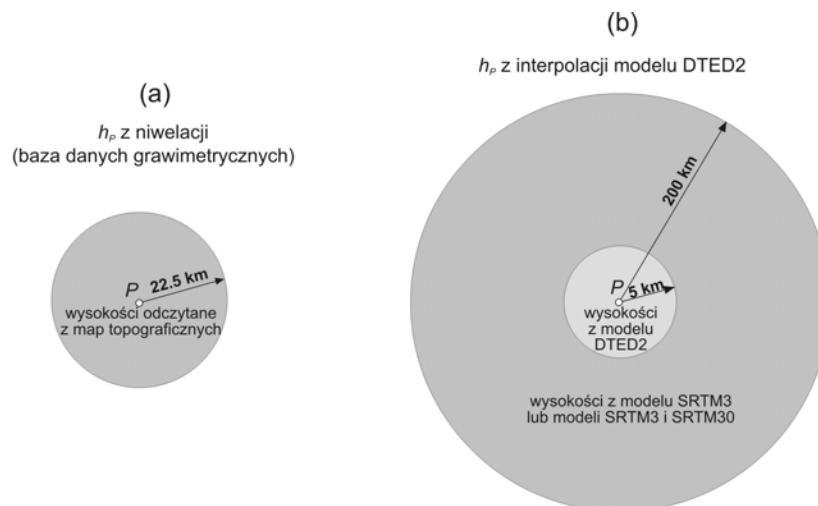
Na terenach nizinnych (60% obszaru Polski) nie ma potrzeby używania do obliczeń modeli o tak dużej rozdzielczości, jaką charakteryzuje się model DTED2, by otrzymać poprawki terenowe z dokładnością ± 0.1 mGal. W takim przypadku DTM o rozdzielczości $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$, np. SRTM3, wydaje się wystarczający. Model DTED2 zapewnia dokładność wyznaczenia poprawki terenowej na poziomie ± 0.1 mGal na terenach wyżynnych, nie jest jednak wystarczający do zapewnienia takiej dokładności na terenach górskich.

Badane dane wysokościowe mają wystarczająco wysoką rozdzielczość na większości obszarów naszego kraju (ponad 80%).

Opracowano metodykę obliczenia poprawek terenowych dla obszaru Polski (Grzyb, 2005) w wyniku czego powstał zestaw procedur pozwalających najpierw na odpowiednie przygotowanie danych wejściowych z uwzględnieniem struktur zbiorów danych reprezentujących dostępne numeryczne modele terenu, a następnie wyznaczenie grawimetrycznych poprawek terenowych. Ponieważ analiza porównawcza wysokości stacji grawimetrycznych uzyskanych z niwelacji (wysokości z geologicznej bazy danych grawimetrycznych) z odpowiednimi wysokościami wyinterpolowanymi z numerycznego modelu terenu DTED2 wykazała istnienie znaczących różnic (Kryński i Mańk, 2004; Kryński i in., 2005b), do obliczenia poprawek terenowych użyto wysokorozdzielczego modelu terenu DTED2.

7.3. Obliczenie poprawek terenowych dla stacji grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych dla Polski

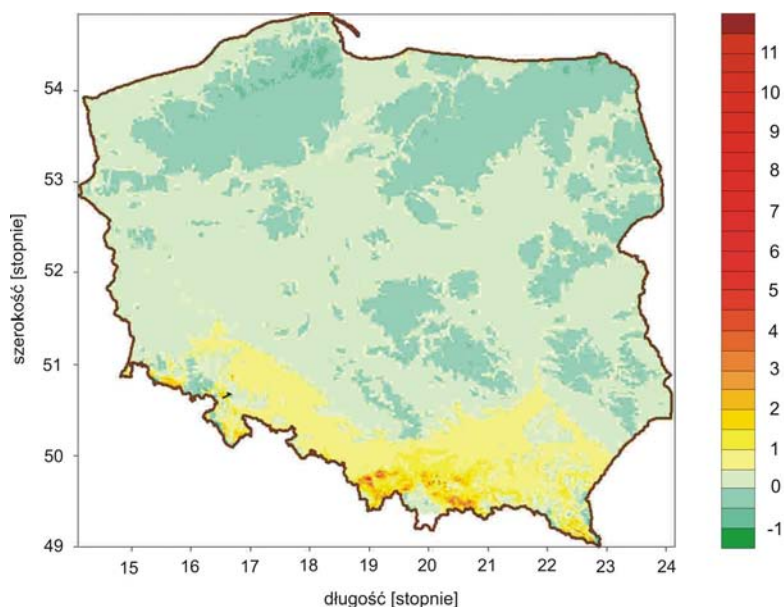
W grawimetrycznej bazie danych dla Polski, utworzonej przez PIG w latach 1974–1992, tylko część stacji miała wyznaczone wartości poprawek terenowych (zbiór poprawek terenowych „1992”). Poprawki terenowe do przyspieszenia siły ciężkości obliczono wówczas tylko tych dla stacji grawimetrycznych, dla których nachylenie terenu w promieniu 100 m przekracza 6^0 (Królikowski, 2004). Odstępstwa topografii od płyty Bouguera stacji grawimetrycznej uwzględniane były do 22.5 km przy wykorzystaniu map topograficznych (rys. 7.7).



Rys. 7.7. Promień całkowania i źródło danych wysokościowych przy liczeniu poprawek terenowych „1992” (a) i poprawek terenowych „2005” (b)

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 w wyniku badań i wykonanych obliczeń wyznaczono po raz pierwszy poprawki terenowe dla wszystkich punktów grawimetrycznych z krajowej bazy danych grawimetrycznych pokrywających obszar całego kraju. Poprawki terenowe wyznaczono dla 1 078 046 stacji grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych dla Polski, z uwzględnieniem przewyższeń na podstawie modelu DTED2 (rozdzielczość $1'' \times 1''$ dla stacji położonych na obszarze ograniczonym równoleżnikami 49°N i 50°N oraz $1'' \times 2''$ dla stacji położonych w granicach od 50°N do 55°N) w promieniu 5 km oraz modelu SRTM3 (rozdzielczość $100\text{ m} \times 100\text{ m}$) w odległości od 5 km do 200 km (rys. 7.7) dla centralnej Polski lub danych wysokościowych SRTM3 i SRTM30 (rozdzielczość $1\text{ km} \times 1\text{ km}$) na obrzeżach kraju (zbiór poprawek terenowych „2005”) (Mańk i in., 2006). Poprawki terenowe wyznaczono przy założeniu tej samej gęstości dla wszystkich prostopadłościanów, tworzących numeryczny model terenu, równej 2.67 g/cm^3 (Grzyb i in., 2005, 2006).

Ze względu na bardzo dużą liczbę danych dla całego kraju obliczenia podzielone zostały na etapy. Kolejnym etapom odpowiadało wyznaczenie poprawek terenowych dla bloków $1^\circ \times 1^\circ$, których granicami były południki i równoleżniki o wartościach całkowitych w stopniach. Obliczenia trwały około 80 dób. Wartości poprawek terenowych „2005” zostały umieszczone w bazie danych przy zachowaniu w niej poprawek terenowych „1992”. Mapę poprawek terenowych obliczonych dla stacji z grawimetrycznej bazy danych dla Polski przedstawia rysunek 7.8 (Grzyb i in., 2006).



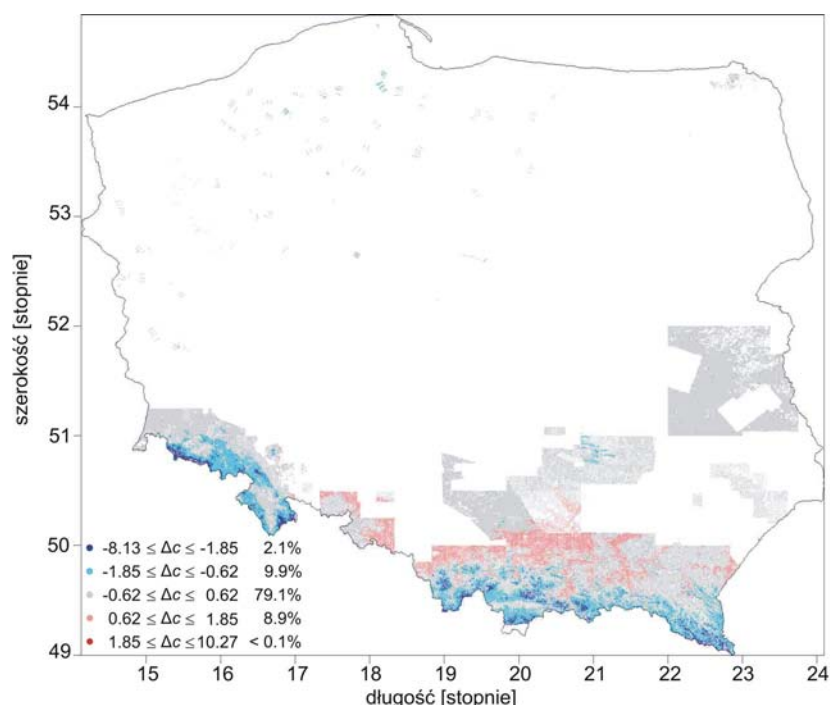
Rys. 7.8. Mapa poprawek terenowych „2005” na wszystkich stacjach grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych dla Polski [mGal]

Maksymalna wartość poprawki terenowej uzyskana dla danych grawimetrycznych z bazy danych wynosi 22.3 mGal. W bazie danych nie ma jednak stacji na terenie Tatr, gdzie z pewnością wartość poprawek terenowych byłaby dużo większa. Tylko 10% ze wszystkich wyznaczonych poprawek przekracza wartość 0.5 mGal, a 3% poprawek jest większe niż 1 mGal.

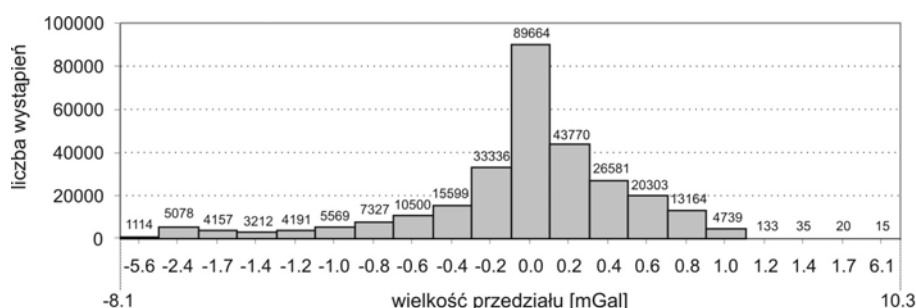
Poprawki terenowe „1992” porównano z poprawkami „2005” obliczonymi w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 (Grzyb i in., 2006). Powstałe różnice podane są w tabeli 7.3. Są one również przedstawione na rysunku 7.9, a granice widocznych tam przedziałów wyznaczają pojedyncza (0.62 mGal) i potrójna (1.85 mGal) wartość odchylenia standardowego różnic. Rozmieszczenie stacji, dla których porównywane były wartości poprawek „1992” i „2005”, pokrywa się z rozmieszczeniem stacji, dla których zostały policzone poprawki terenowe „1992”. Rysunek 7.10 przedstawia histogram różnic poprawek „1992” i „2005”.

Tabela 7.3. Charakterystyka statystyczna różnic między poprawkami terenowymi „1992” z grawimetrycznej bazy danych i nowo wyznaczonymi „2005” [mGal]

Liczba stacji	Min	Max	Średnia	Odch. std.
288 507	-8.135	10.260	-0.050	0.616



Rys. 7.9. Mapa różnic Δc między poprawkami terenowymi „1992” i „2005” [mGal]



Rys. 7.10. Histogram różnic między poprawkami terenowymi „1992” i „2005” [mGal]

Mimo znacznych różnic między poprawkami terenowymi „1992” i „2005”, występuje duże skorelowanie między wartościami poprawek znajdującymi się w grawimetrycznej bazie danych oraz nowo obliczonymi. Współczynnik korelacji między poprawkami terenowymi „1992” i „2005” wyznaczony dla obszarów testowych kształtuje się na poziomie 0.87 (Grzyb i in., 2006).

Porównanie poprawek terenowych do przyspieszenia siły ciężkości, uzyskanych metodą graniastosłupów i metodą FFT, pozwala zweryfikować równoważność obu metod, a jednocześnie uwiarygodnić uzyskane wyniki. Poprawki terenowe zostały obliczone obydwiema metodami w kilkunastu punktach, będących jednocześnie punktami siatki numerycznego modelu DTED2, w trzech obszarach testowych: nizinny, wyżynny i podgórski. Charakterystykę statystyczną różnic między odpowiadającymi sobie poprawkami przedstawia tabela 7.4 (Grzyb i in., 2006).

Tabela 7.4. Statystyki różnic między poprawkami terenowymi obliczonymi metodą graniastosłupów i metodą FFT w trzech rejonach Polski o różniącym się ukształtowaniu terenu [mGal]

Obszar testowy	Liczba punktów	Min	Max	Średnia	Odch. std.
nizinny	14	-0.001	0.024	0.004	0.006
wyżynny	13	0.000	0.053	0.019	0.014
górski	13	-0.076	0.098	0.007	0.056

Z porównania poprawek terenowych obliczonych w różniących się topografią trzech regionach przy użyciu obydwu metod (tab. 7.4) wynika, że metody te są praktycznie równoważne. Przeprowadzone w tym celu obliczenia wykazały poprawność opracowanych programów obliczeniowych, a jednocześnie pewną niespójność procedur stosowanych w porównywanych metodach (Grzyb i in., 2006).

Różnice między odpowiadającymi uzyskanymi wartościami poprawek terenowych wynikają nie tylko z błędów numerycznych charakterystycznych dla metody wykorzystującej transformaty Fouriera, a więc nie tylko z innego sposobu obliczeń, ale również z faktu, że przy obliczaniu poprawek terenowych metodą wykorzystującą transformaty Fouriera Ziemia traktowana była jako płaska, zaś w metodzie prostopadłościaków uwzględniane było zakrzywienie Ziemi. Inaczej była zatem traktowana płyta Bouguera. Podane wartości poprawek nie zawierają efektu pośredniego, są to poprawki do zakłócenia grawimetrycznego (Grzyb, 2005).

8. METODYKA I OBLICZENIE ŚREDNICH ANOMALII GRAWIMETRYCZNYCH

Do modelowania geoidy grawimetrycznej wykorzystuje się wolnopowietrzne anomalie grawimetryczne lub – w miarę możliwości – uwzględniające efekt topografii terenu anomalie Faye’a. Niezbędna dla celów obliczeń numerycznych dyskretyzacja wzorów całkowych Stokesa lub Molodenskigo wymaga przekształcenia zbioru punktowych anomalii grawimetrycznych w równoważny zbiór anomalii średnich. Ponieważ zarówno anomalie wolnopowietrzne, jak i anomalie Faye’a są silnie skorelowane z topografią terenu, a jednocześnie ilość i rozkład punktowych danych grawimetrycznych w Polsce (1–6 punktów na km²) (Królikowski, 2004, 2006) nie są wystarczające do bezpośredniego obliczenia w pełni reprezentatywnych średnich anomalii, spełniających wymagania stawiane przy modelowaniu centymetrowej quasigeoidy, proces uśredniania jest wykonywany za pośrednictwem anomalii Bouguera lub anomalii izostatycznych, które jako znacznie mniej skorelowane z topografią charakteryzują się bardziej gładkim przebiegiem, zmniejszającym błędy interpolacji.

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 w IGiK opracowano metodykę obliczania przeznaczonych do precyzyjnego modelowania quasigeoidy na obszarze Polski średnich anomalii grawimetrycznych, z wykorzystaniem wszystkich dostępnych danych. Biorąc pod uwagę gęstość i stopień równomierności rozkładu punktowych danych grawimetrycznych na terenie Polski uznano, że zastąpienie istniejącego zbioru punktowych anomalii grawimetrycznych zbiorem średnich anomalii w siatce 1' × 1' w procesie modelowania quasigeoidy nie wpłynie zauważalnie na pogorszenie jakości wyznaczanego modelu.

Dla obszaru Polski średnie anomalie Faye’a w siatce 1' × 1' wyznaczono za pośrednictwem anomalii Bouguera (Kryński i in., 2005e; Kryński i Łyszkowicz, 2006b). Obliczenia wykonano według następującego algorytmu:

- 1) obliczenie punktowych anomalii wolnopowietrznych Δg_P^F

$$\Delta g_P^F = g_P + \delta g_P^F - \gamma_{P_0} \quad (8-1)$$

przy czym

$$\delta g_P^F = 0.3086 \times H_P \quad (8-2)$$

- 2) obliczenie punktowych anomalii Faye’a $\Delta g_{P'}^{\text{Faye}}$

$$\Delta g_{P'}^{\text{Faye}} = \Delta g_P^F + c_P \quad (8-3)$$

- 3) obliczenie punktowych anomalii Bouguera Δg_P^B

$$\Delta g_P^B = \Delta g_P^{\text{Faye}} - 2\pi G \rho H_P \quad (8-4)$$

- 4) interpolacja punktowych anomalii Bouguera (Δg_i^{int}) oraz wysokości terenu (H_i^{int}) w siatce o większej rozdzielczości niż wynikowa siatka średnich anomalii Faye'a
- 5) obliczenie średnich anomalii Bouguera $\overline{\Delta g}^B$ w blokach $1' \times 1'$

$$\overline{\Delta g}^B = \frac{1}{\sigma} \sum_i \Delta g_i^{\text{int}} \Delta \sigma \quad (8-5)$$

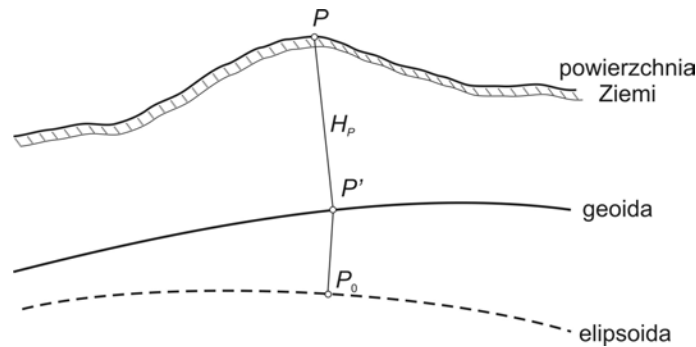
- 6) obliczenie średnich wysokości $\overline{H}$ w blokach $1' \times 1'$

$$\overline{H} = \frac{1}{\sigma} \sum_i H_i^{\text{int}} \Delta \sigma \quad (8-6)$$

- 7) obliczenie średniej anomalii Faye'a $\overline{\Delta g}^{\text{Faye}}$ w blokach $1' \times 1'$

$$\overline{\Delta g}^{\text{Faye}} = \overline{\Delta g}^B + 2\pi G \rho \overline{H} \quad (8-7)$$

gdzie P jest punktem na powierzchni Ziemi, w którym wyznaczono przyspieszenie siły ciężkości g oraz obliczono punktową anomalię grawimetryczną Δg , P_0 jest rzutem punktu P na elipsoidę (rys. 8.1), w którym oblicza się normalne przyspieszenie siły ciężkości γ , H jest wysokością nad poziomem morza, c jest poprawką terenową, G jest stałą grawitacyjną, ρ jest gęstością górnej litosfery, zaś σ jest polem powierzchni bloku.



Rys. 8.1. Rozmieszczenie punktów, do których odnoszą się wielkości obserwowane (P) oraz normalne przyspieszenie siły ciężkości (P_0)

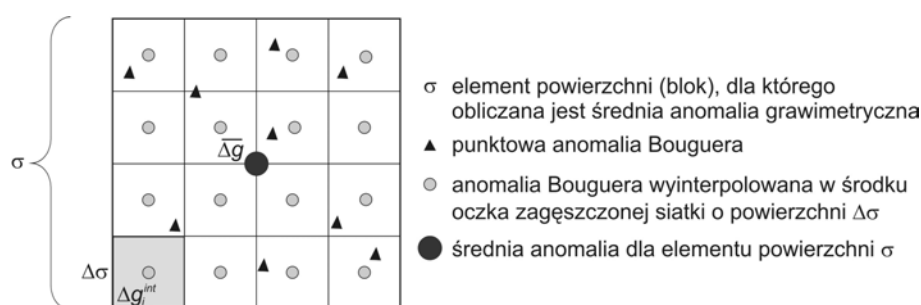
Do obliczeń średnich anomalii grawimetrycznych wykorzystano sprowadzone do systemu grawimetrycznego POGK99 punktowe obserwacje grawi-

metryczne g_P znajdujące się w geologicznej bazie danych grawimetrycznych wraz z ich wysokościami nad poziomem morza H_P . Pozycje punktów grawimetrycznych zostały odniesione do systemu ETRS89.

Normalne przyspieszenie siły ciężkości γ_P w (8-1) obliczono zgodnie ze standardami GRS80 (Moritz, 1984). Do obliczenia punktowych anomalii Faye'a (8-2) wykorzystano poprawki terenowe c_P , wygenerowane uprzednio dla wszystkich punktów geologicznej bazy danych grawimetrycznych. W obliczeniach punktowych anomalii Bouguera (8-3) oraz średnich anomalii Faye'a (8-7) przyjęto stałą dla całego kraju gęstość warstwy topografii terenu nad poziomem morza, $\rho = 2.67 \text{ g/cm}^3$.

Rozdzielczość siatki, w której oczkach były interpolowane punktowe anomalie Bouguera (Δg_i^{int}) oraz wysokości terenu (H_i^{int}) w (8-4), określono w wyniku badań empirycznych z uwzględnieniem rozkładu i rozdzielczości wyjściowych punktowych danych grawimetrycznych oraz określonej rozdzielczości wynikowego zbioru średnich anomalii. Do interpolacji punktowych anomalii Bouguera w środkach oczek regularnej siatki wykorzystano metodę kolokacji z użyciem modelu funkcji kowariancji Markova drugiego rzędu. Obliczenia wykonane zostały przy użyciu programu *Geogrid* z pakietu *GRAVSOF*T (Kryński i in., 2005e).

W kolejnych krokach (5 i 6) generowania średnich anomalii grawimetrycznych, wychodząc z regularnie rozłożonych, wyinterpolowanych punktowych anomalii Bouguera Δg_i^{int} oraz wysokości terenu H_i^{int} , obliczono średnie anomalie Bouguera $\overline{\Delta g}^B$ i średnie wysokości $\overline{H}$ w blokach $1' \times 1'$. Schemat obliczenia średnich anomalii Bouguera przedstawiono na rysunku 8.2 (Kryński i in., 2005e; Kryński i Łyszkowicz, 2006b).



Rys. 8.2. Schemat obliczenia średnich anomalii grawimetrycznych

Zasadniczy wpływ na jakość wyznaczanych średnich anomalii Faye'a, obok zastosowanej metodyki, ma jakość wyjściowych danych grawimetrycznych łącznie z dokładnością wyznaczenia pozycji i wysokości punktów grawimetrycznych oraz rozdzielczość i dokładność dostępnych numerycznych modeli terenu. Dane grawimetryczne z obszaru Polski zarówno pod względem

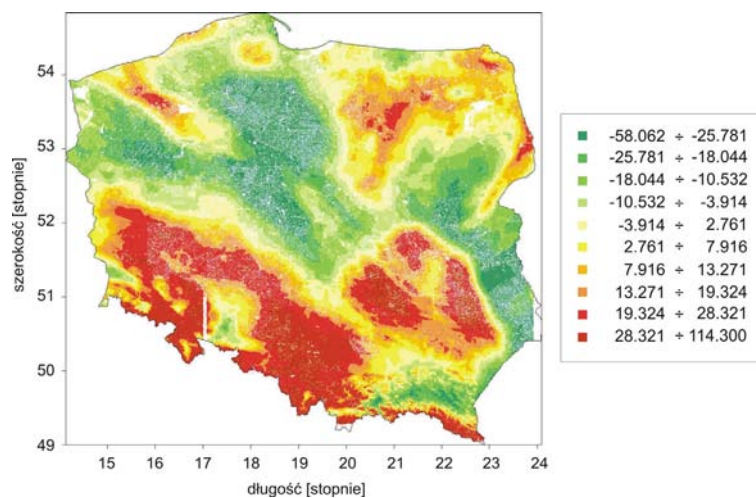
ilości, rozkładu, jak i dokładności odpowiadają wymaganiom precyzyjnego modelowania quasigeoidy. Wymaganiom tym odpowiada również kilkucentymetrowa dokładność wyznaczonych wysokości punktów grawimetrycznych. Jakość krajowych danych grawimetrycznych jest znacząco obniżona przez bardzo niską dokładność wyznaczonego położenia punktów grawimetrycznych, szacowaną na około 100 m. Stąd w procesie precyzyjnego modelowania quasigeoidy na terenie Polski, w tym wyznaczenia średnich anomalii Faye'a, niezwykle istotną rolę odgrywa dodatkowa informacja o topografii terenu. Do obliczenia średnich anomalii na obszarze Polski można użyć danych wysokościowych z bazy danych grawimetrycznych, tj. zaniwelowanych wysokości stacji grawimetrycznych. Można także skorzystać z dostępnych numerycznych modeli terenu.

Dla obszaru Polski opracowano trzy warianty średnich anomalii grawimetrycznych (Mańk i in., 2006) (tab. 8.1).

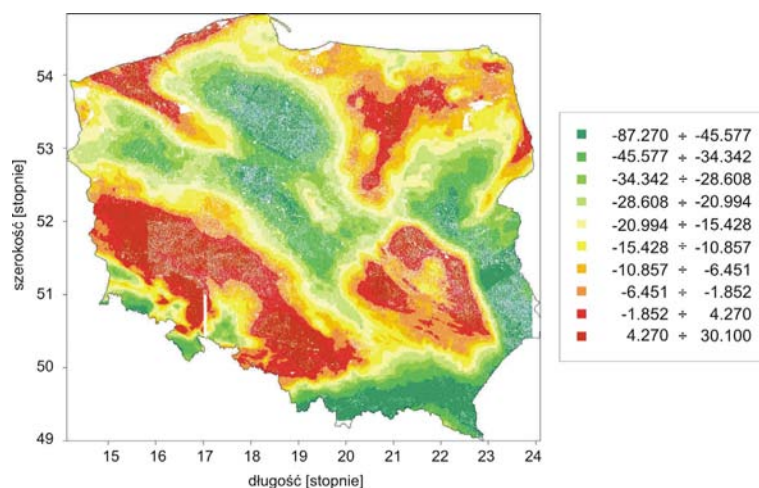
Tabela 8.1. Warianty obliczeń średnich anomalii Faye'a

Wariant średnich anomalii Faye'a	Wysokości wykorzystane do obliczenia punktowych anomalii Bouguera	Wysokości wykorzystane do przywrócenia efektu płyty Bouguera
Wariant I	wysokości stacji	wysokości stacji
Wariant II	wysokości z modelu DTED2	wysokości z modelu DTED2
Wariant III	wysokości stacji	wysokości z modelu DTED2

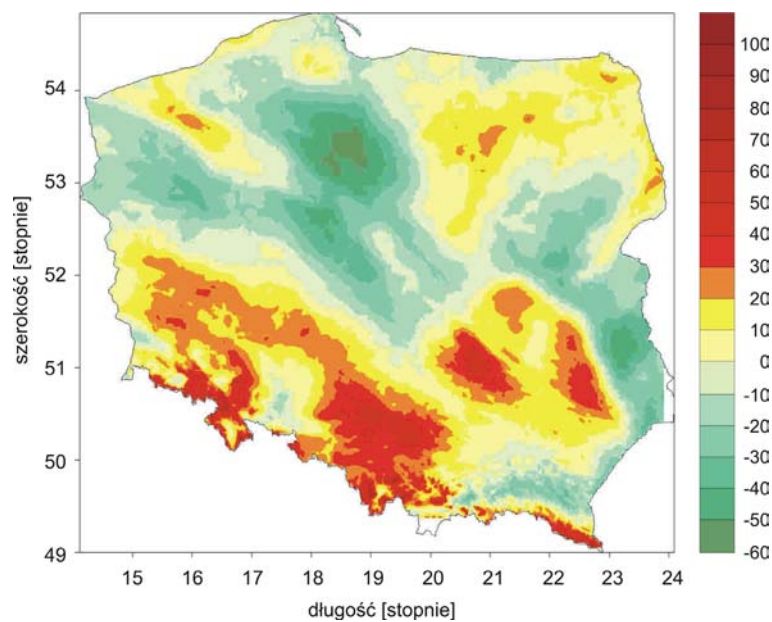
Rozkład punktowych anomalii Faye'a i anomalii Bouguera obliczonych przy użyciu wysokości stacji z bazy danych grawimetrycznych przedstawiono na rysunkach 8.3 i 8.4, zaś średnich anomalii Faye'a obliczonych w wariantcie III – na rysunku 8.5.



Rys. 8.3. Rozkład i wartości punktowych anomalii Faye'a [mGal]

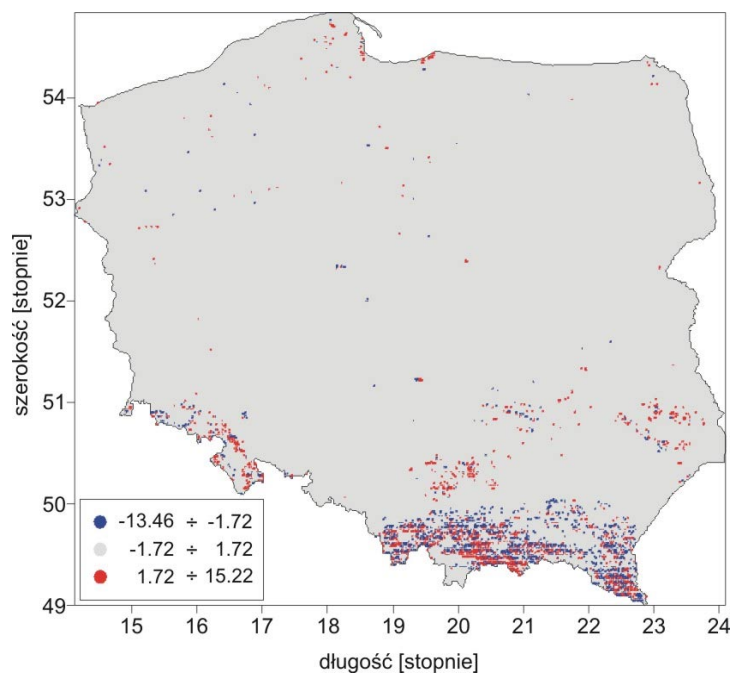


Rys. 8.4. Rozkład i wartości punktowych anomalii Bouguera [mGal]

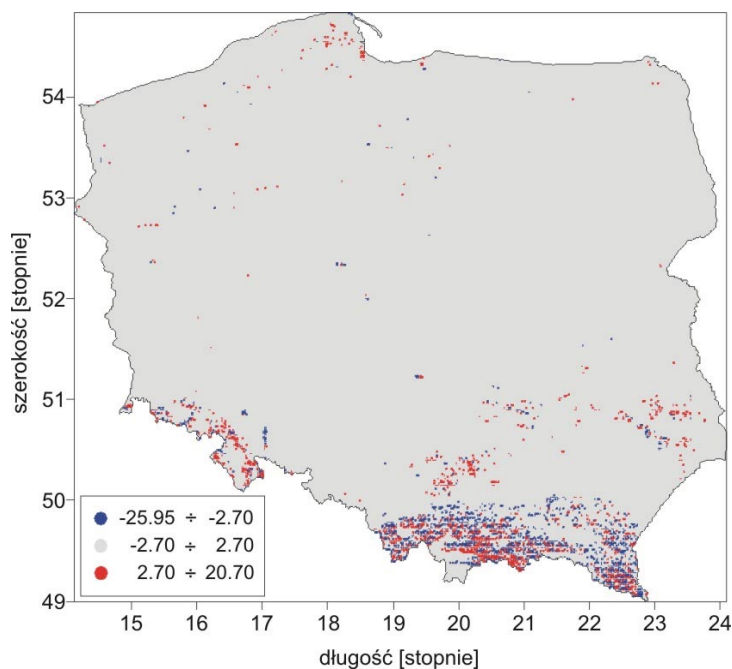


Rys. 8.5. Rozkład i wartości średnich anomalii Faye'a (wariant III) [mGal]

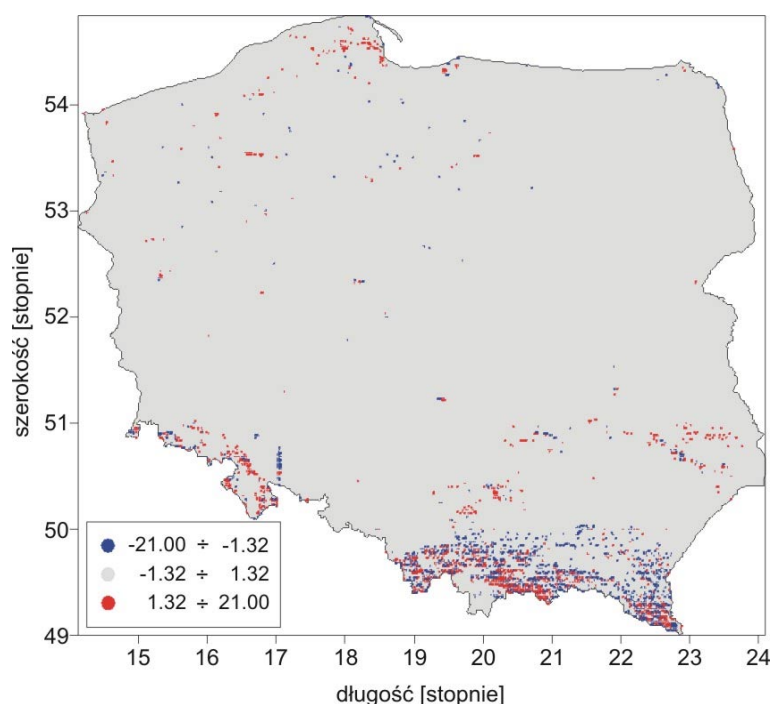
Wyniki porównania średnich anomalii Faye'a obliczonych w wariantach I, II i III zilustrowano na rysunkach 8.6, 8.7 i 8.8, zaś statystyki porównań wyników w poszczególnych wariantach przedstawiono w tabeli 8.2.



Rys. 8.6. Różnice między średnimi anomaliami Faye'a (variant III – variant II) [mGal]



Rys. 8.7. Różnice między średnimi anomaliami Faye'a (variant II – variant I) [mGal]



Rys. 8.8. Różnice między średnimi anomaliami Faye'a
(wariant I – wariant III) [mGal]

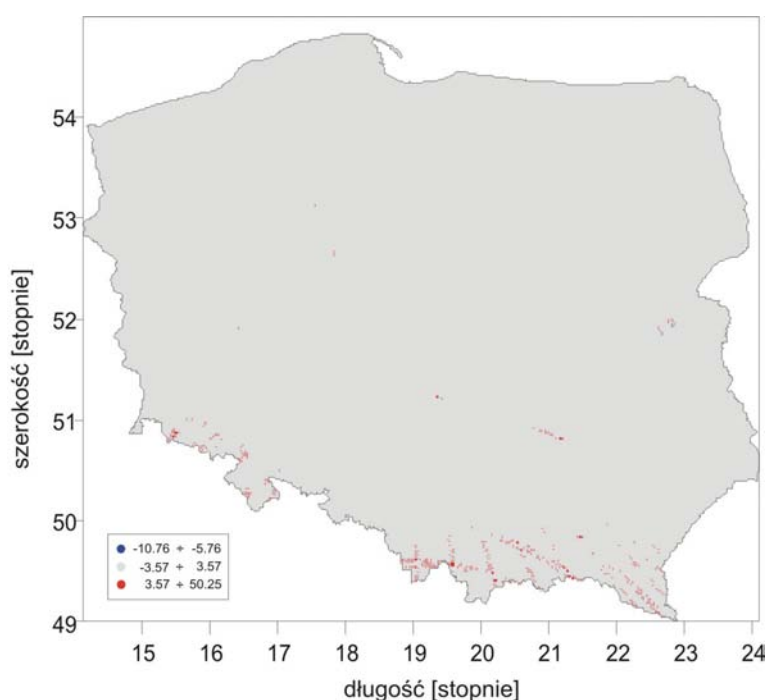
Tabela 8.2. Statystyki różnic między obliczonymi w trzech wariantach średnimi anomaliami Faye'a [mGal]

Różnice średnich anomalii Faye'a	Liczba punktów	Min	Max	Średnia	Odch. std.
wariant III – wariant II	147 371	-13.457	15.211	0.003	0.572
wariant II – wariant I	147 371	-25.955	20.760	-0.014	0.948
wariant I – wariant III	147 371	-20.786	20.191	-0.017	0.440

Wyniki porównania trzech wariantów średnich anomalii Faye'a (rys. 8.6, 8.7 i 8.8 oraz tab. 8.2) wskazują, że wybór danych wysokościowych do obliczenia średnich anomalii grawimetrycznych na obszarze Polski ma znaczący wpływ na jakość tych anomalii i w konsekwencji na dokładność opracowanego przy ich wykorzystaniu modelu grawimetrycznej quasigeoidy.

Za najbardziej optymalny uznano wariant III, w którym do obliczenia punktowych anomalii wolnopowietrznych, a następnie anomalii Bouguera wykorzystano wysokości punktów grawimetrycznych z bazy danych grawimetrycznych, natomiast w procesie przywrócenia efektu płyty Bouguera i obliczenia średnich anomalii Faye'a wykorzystano numeryczny model

terenu DTED2. Średnie anomalie obliczone w wariancie III porównano z obliczonymi przez PIG w 1994 r. średnimi anomaliami Faye'a używanymi w latach 90. do modelowani quasigeoidy w Polsce (Łyszkowicz, 1993, 1998) (rys. 8.9), a statystyki różnic przedstawiono w tabeli 8.3.



Rys. 8.9. Różnice między średnimi anomaliami Faye'a (wariant III – obliczone przez PIG w 1994 r.) [mGal]

Tabela 8.3. Statystyki różnic między średnimi anomaliami Faye'a (wariant III – obliczone przez PIG w 1994 r.) [mGal]

Liczba punktów	Min	Max	Średnia	Odch. std.
77 785	-10.76	50.25	0.87	1.19

Średnie anomalie Faye'a i średnie anomalie Bouguera dla obszaru Polski obliczone w węzłach siatki $1'' \times 1''$ z wykorzystaniem wysokości H_P punktów grawimetrycznych z bazy danych grawimetrycznych, gęstości $\rho = 2.67 \text{ g/cm}^3$ i średnich wysokości $\bar{H}$ obliczonych w blokach $1' \times 1'$ z modeli DTED2 i SRTM3 zostały wprowadzone do bazy danych grawimetrycznych (Kryński i in., 2005b; Kryński i Łyszkowicz, 2006b).

Kolejny etap weryfikacji danych grawimetrycznych z krajowej grawimetrycznej bazy danych przeprowadzonego w 2006 r. w IGIK wykazał

niespójność danych grawimetrycznych ze zdjęć szczegółowych oraz profilów grawimetrycznych z danymi ze zdjęć półszczełowych. Na podstawie wyselekcjonowanych z bazy danych punktowych danych grawimetrycznych ze zdjęć półszczełowych opracowano niezależnie według algorytmu wariantu III zbiory średnich anomalii Faye'a i średnich anomalii wolnopowietrznych w siatkach $5' \times 5'$ oraz $1' \times 1'$ dla obszaru Polski. Opracowane zbiory średnich anomalii Faye'a i średnich anomalii wolnopowietrznych $5' \times 5'$ zostały przekazane do National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) w USA w celu wykorzystania ich w tworzonym wysokorozdzielczym (do stopnia i rzędu 2160) globalnym modelu geopotencjału EGM06. Zbiór średnich anomalii Faye'a $1' \times 1'$ dla obszaru Polski został wykorzystany do opracowania kolejnego modelu quasigeoidy grawimetrycznej dla obszaru Polski. Został on również umieszczony w bazie danych grawimetrycznych.

9. MODELOWANIE ŚREDNIEGO POZIOMU MORZA BAŁTYCKIEGO

Monitorowanie poziomu morza na podstawie danych mareograficznych jest istotnym elementem badań geodezyjnych, geodynamicznych i oceanograficznych. Dostarcza ono informacji wykorzystywanych do określania poziomu odniesienia systemów wysokościowych, modelowania geoidy na obszarach nadmorskich, badania ruchów skorupy ziemskiej oraz badania dynamiki oceanów. Badanie zmian poziomu Morza Bałtyckiego stanowi ważny element studiów geodynamicznych na obszarze środkowej i północnej Europy. W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 przeprowadzono w IGiK analizę ciągów czasowych obserwacji ze stacji mareograficznych w basenie Morza Bałtyckiego. Na podstawie wspólnych cech zaobserwowanych w ciągach czasowych z różnych stacji mareograficznych został opracowany model zmienności poziomu Morza Bałtyckiego BSLM (Kryński i Zanimonskiy, 2004; Kryński i in., 2005k). Koncepcja modelu BSLM oparta jest na zaobserwowanym wzajemnym podobieństwie szeregów czasowych danych mareograficznych ze stacji w basenie Bałtyku. W wyniku uśrednienia ciągów czasowych z różnych stacji mareograficznych uzyskuje się ciąg czasowy, uwolniony niemal całkowicie od zależnych od stacji szumów, reprezentujących z dokładnością do współczynnika skali lokalne zmiany poziomu morza. Zmiany poziomu morza mogą być zatem przedstawione jako suma dobrze dopasowanej i wyskalowanej składowej wspólnej dla wszystkich uwzględnionych ciągów czasowych oraz składowej residualnej reprezentującej lokalne cechy zmian poziomu morza. Model BSLM reprezentuje zmiany w czasie poziomu morza z wykorzystaniem niezależnego od czasu dwuwymiarowego rozkładu współczynnika skali. Składowa residualna odzwierciedla liniowy trend, który jest spowodowany pionowym ruchem ładu względem poziomu morza. Residua są interpretowane jako wynik lokalnych zakłóceń w zapisie poziomu morza.

Zapis poziomu morza h_{ki} ze stacji mareograficznej k jest funkcją epoki t_i oraz współrzędnych stacji φ_k, λ_k (Kryński i Zanimonskiy, 2004)

$$h_{ki} = h(\varphi_k, \lambda_k, t_i) \quad (9-1)$$

W punkcie o współrzędnych φ_j, λ_j regularnej siatki na morzu poziom Morza Bałtyckiego modelu BSLM w epoce t_i wyrażony jest w postaci

$$H_{ij} = \hat{H}(\varphi_j, \lambda_j) \cdot \tilde{H}(t_i) \quad (9-2)$$

gdzie $\hat{H}(\varphi_j, \lambda_j)$ jest dwuwymiarowym rozkładem niezależnego od czasu współczynnika skali, zaś $\tilde{H}(t_i)$ jest ciągiem zależnej od czasu składowej modelu BSLM. Składową tę uzyskano w procesie nakładania na siebie i uśredniania ciągów danych mareograficznych z poszczególnych stacji w następujący sposób

$$\tilde{H}(t_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{k=1}^{n_i} h_{ki} \quad (9-3)$$

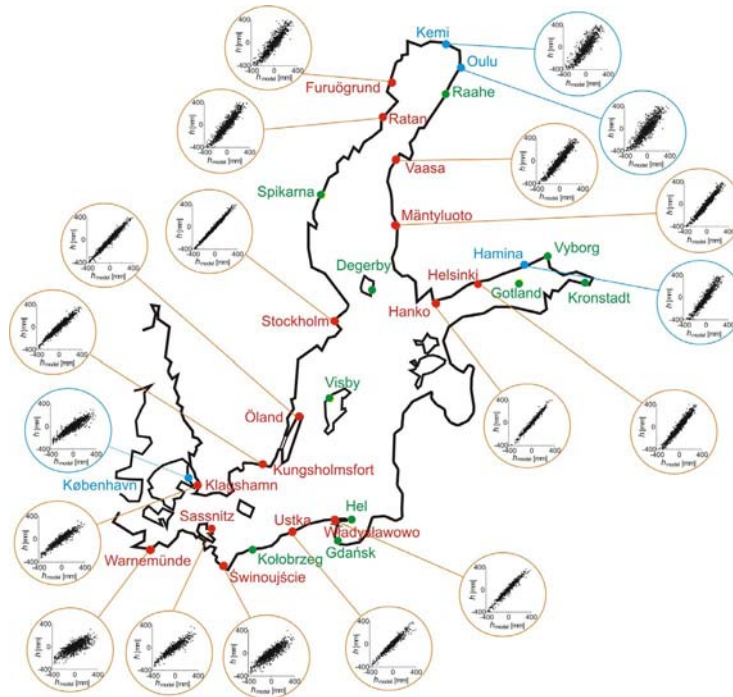
gdzie

$$n_i = \sum_{k=1}^N (h_{ki})^0 \quad (9-4)$$

jest liczbą obserwacji w epoce t_i w ciągach danych z N mareografów, użytych do wygenerowania modelu (Kryński i Zanimonskiy, 2004).

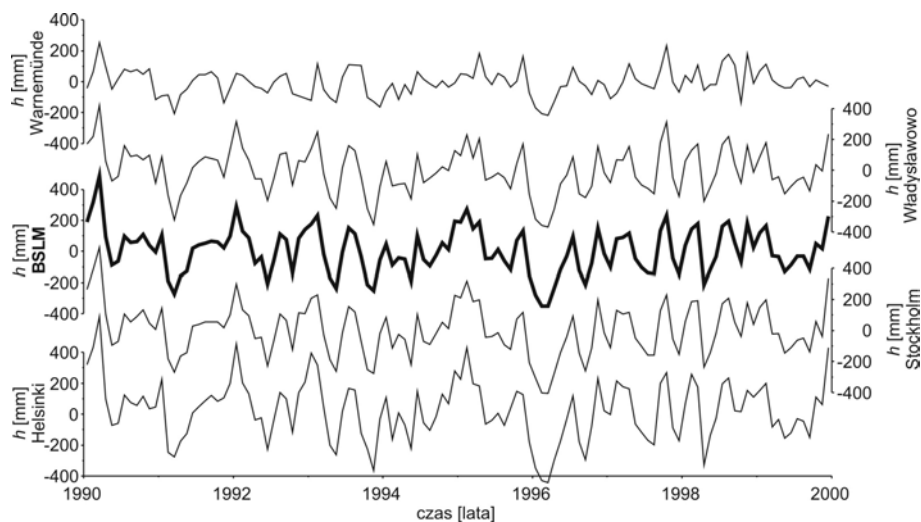
9.1. Regionalny model poziomu Morza Bałtyckiego

Opracowany model odzwierciedla zasadnicze czasowe i przestrzenne charakterystyki zmian poziomu Morza Bałtyckiego. Wartości współczynników skali na poszczególnych mareografach odpowiadają współczynnikom regresji obserwowanych względem modelowanych ciągów czasowych. O poprawności opracowanego modelu świadczy wysoki stopień jego skorelowania z danymi mareograficznymi z poszczególnych stacji (rys. 9.1) (Kryński i in., 2005k).

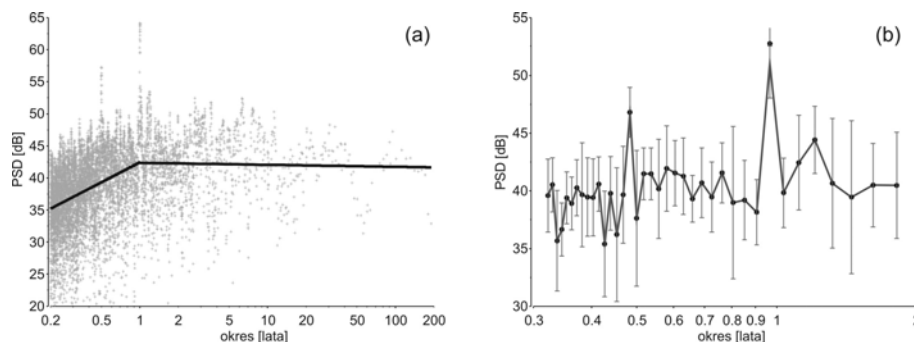


Rys. 9.1. Lokalizacja mareografów w basenie Morza Bałtyckiego wraz z przykładami korelacji między składową regionalną i danymi z poszczególnych stacji (na czerwono – stacje wykorzystane do utworzenia modelu; na niebiesko – stacje użyte do testowania modelu; na zielono – stacje niewykorzystane w eksperymentach obliczeniowych)

Przebieg ciągu czasowego modelu BSLM oraz uwolnionych od trendu ciągów czasowych z wybranych 4 stacji mareograficznych z okresu 10 lat przedstawiono na rysunku 9.2 (Kryński i Zanimonskiy, 2004), zaś periodogramy zmian poziomu regionalnego modelu Morza Bałtyckiego obliczone na podstawie danych mareograficznych z okresu 200 lat oraz uzyskane z uśrednienia w segmentach szeregów czasowych przedstawiono na rysunku 9.3 (Kryński i in., 2004b, 2005k).



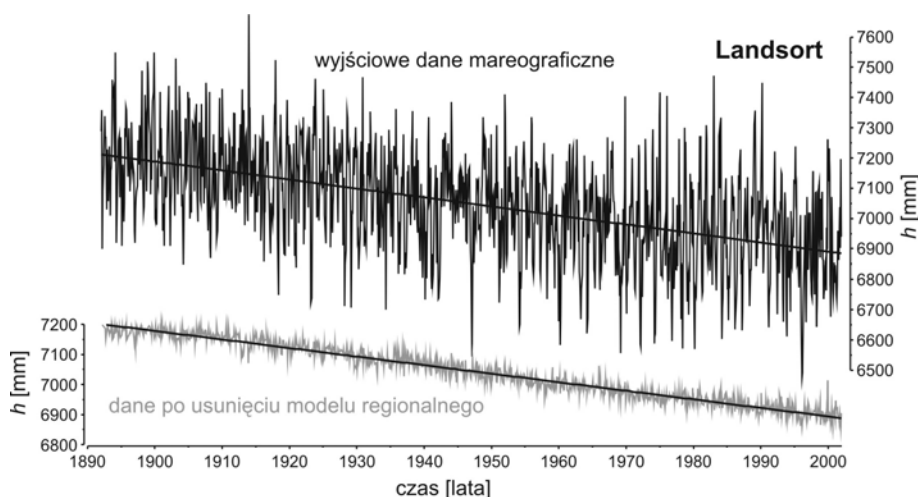
Rys. 9.2. Przebieg ciągu czasowego modelu BSLM oraz uwolnionych od trendu ciągów czasowych z wybranych 4 stacji mareograficznych



Rys. 9.3. Periodogramy zmian poziomu regionalnego modelu poziomu Morza Bałtyckiego obliczone na podstawie danych mareograficznych z okresu 200 lat (a) oraz uzyskane z uśrednienia w segmentach szeregów czasowych (b)

9.2. Wyznaczenie tempa zmiany trendu z danych mareograficznych

Analiza regionalnego modelu poziomu morza, zarówno w dziedzinie czasu, jak i częstotliwości wykazała, że w skali czasu od pojedynczych lat do 100 lat model w sensie wartości oczekiwanej wartości średniej zachowuje się tak, jak stacjonarny proces losowy. Odjęcie zatem modelu od danych obserwacyjnych nie powinno mieć wpływu na parametry liniowego trendu wyznaczone z residualnego ciągu czasowego. Zarówno trend, jak i tempo jego zmiany w czasie nie powinny ulec zmianie po odjęciu modelu. Oczekuje się natomiast znacznego zmniejszenia rozrzutu parametrów wyznaczonych z residualnego ciągu czasowego (rys. 9.4) (Kryński i in., 2004b, 2005k).

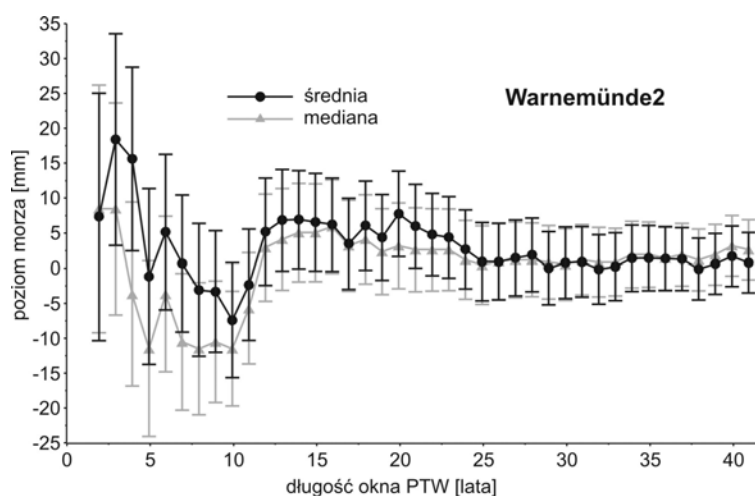


Rys. 9.4. Efekt usunięcia regionalnego modelu poziomu Morza Bałtyckiego z danych mareograficznych stacji Landsort

Usunięcie modelu regionalnego poziomu morza z danych mareograficznych umożliwia znacznie dokładniejsze wyznaczenie tempa zmiany trendu. Dla większości badanych ciągów czasowych ze stacji mareograficznych wyznaczone tempo zmiany trendu mieści się w granicach pojedynczego błędu średniego. Obserwuje się jednak sporadyczne zakłócenie tej reguły, spowodowane różniącymi się długościami i rozdzielczością czasową dostępnych ciągów obserwacyjnych. Za w pełni wiarygodne tempo zmiany trendu można uznać wyznaczone metodą wykorzystującą obok danych mareograficznych dane niwelacyjne lub dane z pomiarów satelitarnych.

W badaniach wykonanych w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 zastosowano prostą technikę wyznaczania tempa zmiany trendu i średniego poziomu morza. Polega ona na wykorzystaniu narzędzia numerycznego zwanego *progressive total window* (PTW) do wyznaczenia wartości wewnątrz okna o zmiennej długości przy ustalonej

epoce początkowej lub końcowej. W praktyce wyznaczania średniego poziomu morza częściej stosuje się ustalenie epoki końcowej. Jednym z przedmiotów badań było określenie minimalnej długości okna, które umożliwiłoby wiarygodne wyznaczenie poziomu morza (Kryński i in., 2004b, 2005k).

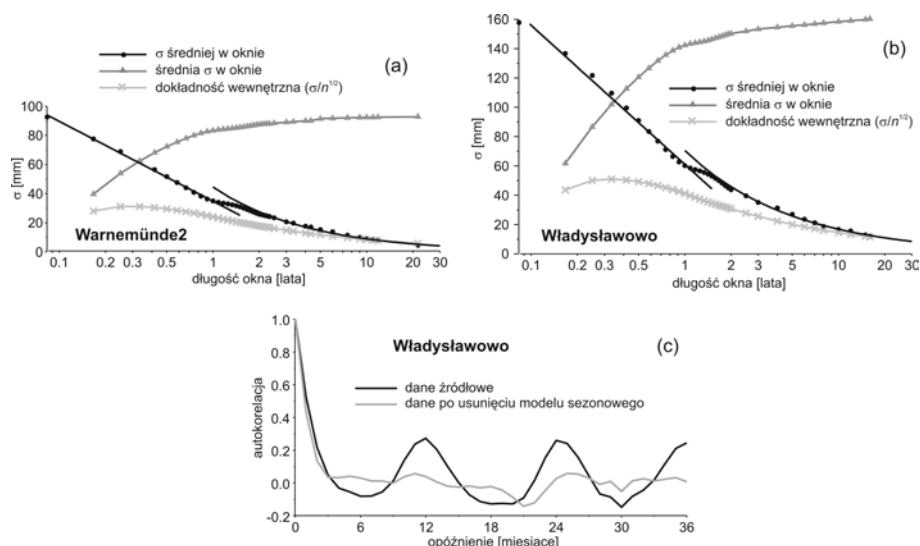


Rys. 9.5. Wartość średnia i mediana poziomu morza w funkcji długości okna PTW dla danych z mareografu Warnemünde2

Wartość średnia i mediana praktycznie pokrywają się. Błąd wartości średniej nie przekracza 5 mm, gdy długość okna PTW jest dłuższa od 25 lat. Zależność błędu średniego wartości średniej, błędu średniego miesięcznych średnich ciągów czasowych ze stacji mareograficznych Warnemünde2 i Władysławowo oraz dokładności wewnętrznej od długości okna przedstawiono na rysunku 9.6 (Kryński i in., 2004b, 2005k).

Dokładność zewnętrzna wyznaczenia poziomu morza reprezentowana przez błąd średni poziomu morza uśrednionego w przedziale czasowym 20–25 lat wynosi 5 mm (rys. 9.6) i pokrywa się z dokładnością wewnętrzną. Na wykresach przedstawionych na rysunku 9.6a i 9.6b zauważa się charakterystyczne załamanie krzywych. Jest ono związane z załamaniem linii aproksymującej spektralne tendencje ciągów czasowych danych mareograficznych, ukazanych uprzednio na rysunku 9.3.

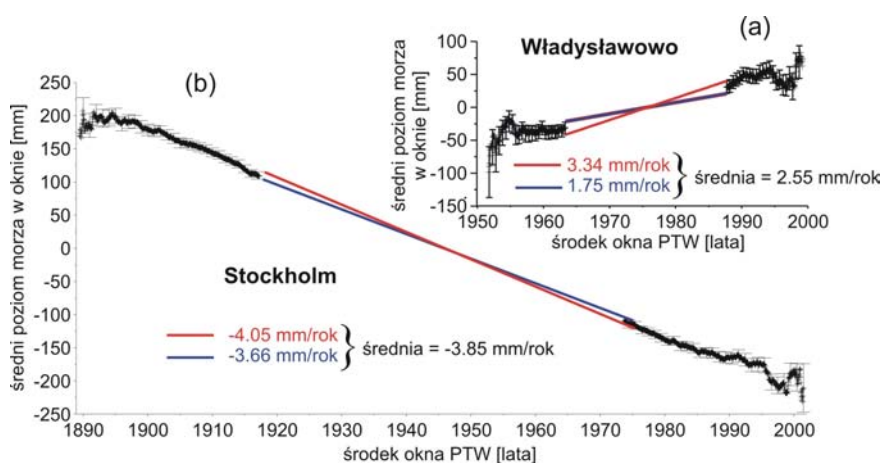
Wyniki przedstawione na rysunku 9.6 wskazują, że dokładność wewnętrzna ciągów danych mareograficznych jest 1.5–2 razy wyższa niż dokładność zewnętrzną reprezentowaną przez błąd średni wartości średniej. Wraz ze wzrostem długości ciągów danych mareograficznych, po przekroczeniu bariery 10 lat, dokładność zewnętrzna asymptotycznie zbliża się do dokładności wewnętrznej. Wskazuje to, że ciągi czasowe danych mareograficznych nie są w pełni losowe oraz że średnie miesięczne są skorelowane (rys. 9.6c).



Rys. 9.6. Błąd średni wartości średniej w oknie, przeciętny błąd średni w oknie danych miesięcznych oraz dokładność wewnętrzna danych mareograficznych ze stacji Warnemünde2 (a) i Władysławowo (b) w funkcji długości okna; autokorelacja danych mareograficznych ze stacji Władysławowo (c)

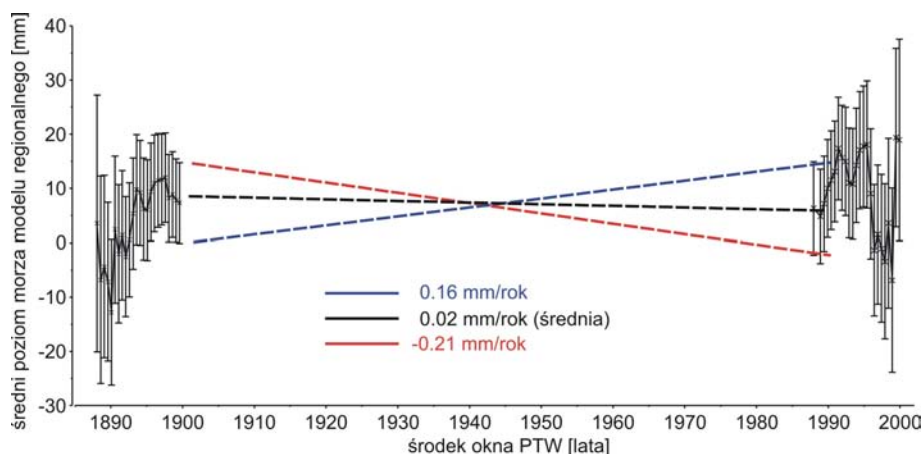
Statystyki ciągów czasowych z poszczególnych stacji mareograficznych z basenu Morza Bałtyckiego (np. stacje na rys. 9.6) charakteryzują się dużym podobieństwem.

Przykłady użycia okna PTW do wyznaczenia zmian w czasie poziomu morza na stacjach mareograficznych przedstawiono na rysunku 9.7 (Kryński i in., 2004b, 2005k).



Rys. 9.7. Wyznaczenie zmiany w czasie względnego poziomu morza przy użyciu okna PTW o długości nieprzekraczającej 25 lat dla danych mareograficznych ze stacji Władysławowo (a) i Stockholm (b)

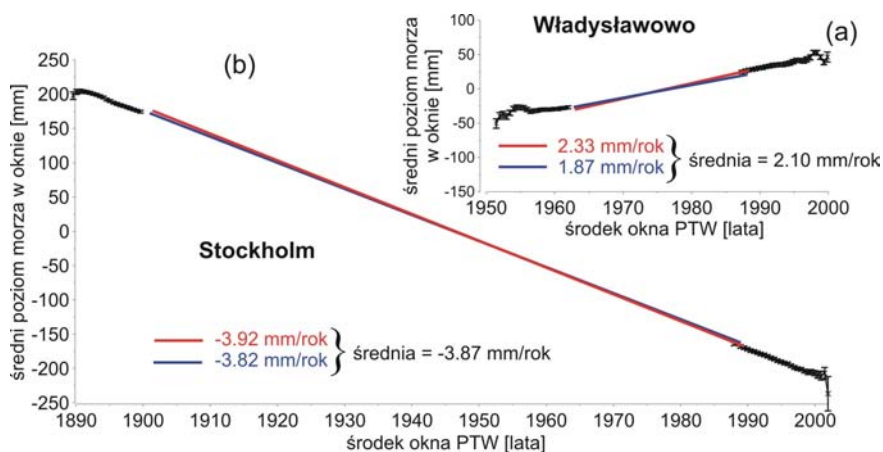
Tempo zmiany trendu wyznaczone dla stacji Stockholm zawiera się w granicach od -4.05 mm/rok do -3.66 mm/rok, zaś dla stacji Władysławowo – od 1.75 mm/rok do 3.34 mm/rok. Odpowiednie wartości wyznaczone w 2000 r. (Wöppelmann i in., 2000) są mniejsze o 0.3 mm/rok. Rysunek 9.7 ilustruje zależność dyspersji wyznaczanej zmiany w czasie poziomu morza od długości wykorzystywanego w tym celu ciągu czasowego danych mareograficznych. Z przeprowadzonej analizy wynika, że dyspersja wzrasta od poziomu 5% dla ciągów danych o długości 110 lat do 30% dla ciągów o długości 50 lat. Zmniejszenie dyspersji w uśrednionych miesięcznych danych mareograficznych umożliwia dokładniejsze i bardziej wiarygodne wyznaczenie zmiany w czasie poziomu morza. Można to uzyskać poprzez usunięcie modelu regionalnego z ciągu czasowego danych wyjściowych (rys. 9.8). Zredukowany w ten sposób ciąg czasowy powinien ponadto zostać uwolniony od liniowego trendu (Kryński i in., 2004b, 2005k).



Rys. 9.8. Zmiana w czasie trendu w regionalnym modelu obliczona przy użyciu okna PTW o długości 25 lat

Wartość tempa zmiany trendu w regionalnym modelu nie przekracza 0.2 mm/rok. Wyniki przedstawione na rysunku 9.8 odnoszą się do danych mareograficznych rejestrowanych od 1887 r., kiedy co najmniej cztery mareografy rejestrowały poziom Morza Bałtyckiego (Kryński i in., 2004b, 2005k).

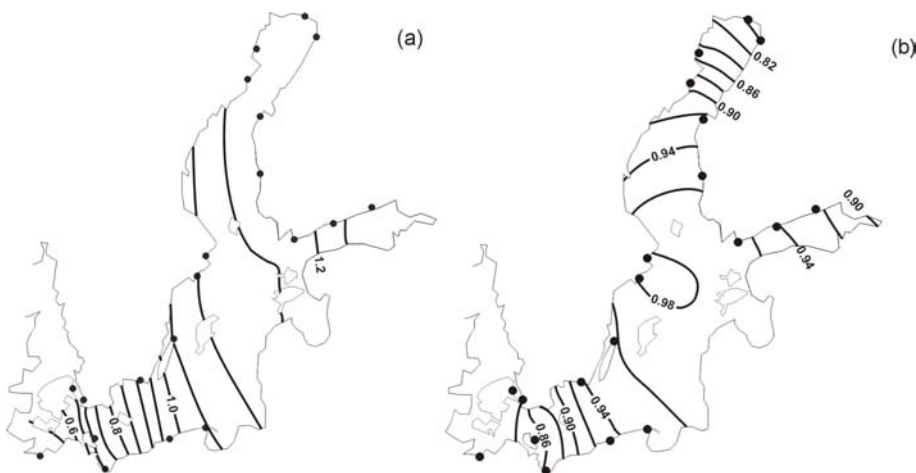
Dyspersja wyznaczonego tempa zmiany trendu na stacji Stockholm wyniosła ± 0.05 mm/rok, zaś na stacji Władysławowo ± 0.23 mm/rok. Przy zachowaniu proporcji jest ona 3 mniejsza od uzyskanej w 2000 r. (Wöppelmann i in., 2000).



Rys. 9.9. Wyznaczenie zmiany w czasie względnego poziomu morza przy użyciu okna PTW o długości nieprzekraczającej 25 lat dla danych mareograficznych ze stacji Władysławowo (a) i Stockholm (b) po usunięciu modelu regionalnego

9.3. Regionalne i lokalne charakterystyki modelu BSLM

Współczynniki regresji i korelacji obserwowanych ciągów czasowych z modelowanymi zależą od stacji. Rozkład współczynnika regresji i współczynnika korelacji, określonych w zaznaczonych stacjach mareograficznych, zilustrowano na rysunku 9.10 (Kryński i Zanimonskiy, 2004; Kryński i in., 2005k).



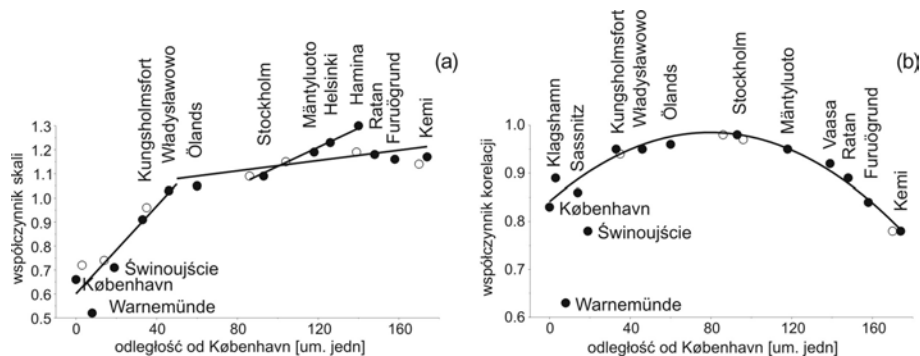
Rys. 9.10. Rozkład współczynnika regresji szeregów obserwacyjnych z szeregiem modelu BSLM (a); rozkład współczynnika korelacji szeregów obserwacyjnych z szeregiem modelu BSLM (b)

Regionalne charakterystyki modelu badano przy użyciu metod regresji i analizy korelacyjnej. Pokazano, że model odzwierciedla zarówno globalne,

jak i lokalne cechy zmienności poziomu Morza Bałtyckiego (Kryński i Zanimonskiy, 2004; Kryński i in., 2005k).

Współczynnik regresji zmienia się od 0.52 w Warnemünde do 1.17 w Kemi i 1.30 w Hamina. Na obszarze, gdzie współczynnik regresji przekracza wartość 1, zmiany poziomu morza są większe, niż wynikałoby to z modelu BSLM. Wyraźną szybką zmienność w zmianach poziomu morza obserwuje się w południowo-zachodnim rejonie Bałtyku. Rozkład współczynnika korelacji, który zmienia się od 0.78 w Kemi i 0.83 w Kopenhadze i osiąga 0.98 w Sztokholmie, wskazuje na dobrą zgodność modelu BSLM z danymi obserwacyjnymi.

Analiza przebiegu współczynnika regresji wskazuje na istnienie trzech grup stacji o wspólnych charakterystykach ciągów obserwacyjnych. Pierwsza to rejon Zatoki Botnickiej, druga skupiona jest wokół osi Sztokholm–Helsinki, trzecia zaś obejmuje Bałtyk Południowy, z wyjątkiem Warnemünde i Świnoujścia, położonych w rejonie narażonym na turbulencje (rys. 9.11) (Kryński i Zanimonskiy, 2004; Kryński i in., 2005k).

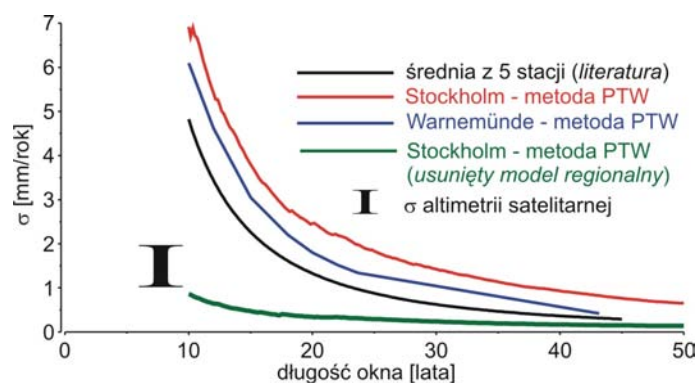


Rys. 9.11. Współczynniki regresji (a) i korelacji (b) wyjściowych ciągów czasowych danych mareograficznych z ciągami czasowymi z modelu w funkcji odległości od Kopenhagi wzdłuż centralnego profilu Morza Bałtyckiego

9.4. Rola regionalnego modelu poziomu morza w efektywnym wykorzystaniu krótkich ciągów obserwacji mareograficznych do modelowania poziomu morza

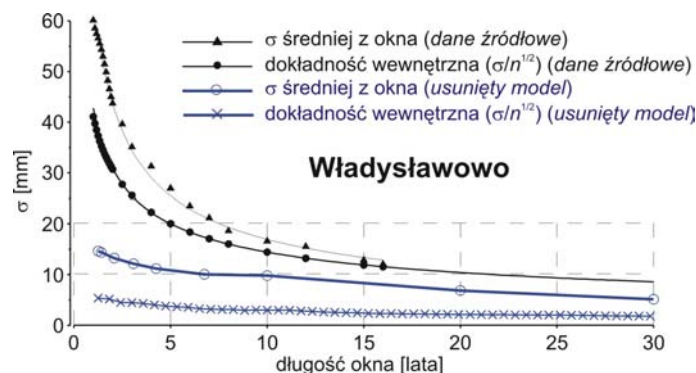
Stacjonarność regionalnego modelu poziomu morza jest szczególnie istotna przy badaniu zmian poziomu morza z wykorzystaniem kombinacji danych satelitarnych z danymi mareograficznymi. Zmiany poziomu morza wyznaczone na podstawie danych satelitarnych są obciążone małymi błędami przypadkowymi i cechują się wysoką rozdzielczością czasową. Wymagają one jednak kalibracji z użyciem danych naziemnych. Długość ciągów czasowych rozwiązań satelitarnych wynosi niestety zaledwie kilka dziesiątków lat i jest znacznie krótsza od długości ciągów czasowych obser-

wacji mareograficznych, przekraczających niekiedy 200 lat. Błąd wyznaczenia tempa zmian poziomu morza na podstawie danych satelitarnych osiąga poziom $\pm 1.5\text{--}2$ mm/rok. Uzyskiwane obecnie wyniki wskazują, że wykorzystanie regionalnych modeli umożliwi w najbliższej przyszłości wyznaczanie średniego poziomu morza na podstawie danych mareograficznych z podobną dokładnością i rozdzielczością czasową, jakie uzyskuje się na podstawie danych satelitarnych. Średnie błędy obliczonego na podstawie danych mareograficznych z użyciem okna PTW tempa trendu poziomu Morza Bałtyckiego, porównane z danymi z literatury i dokładnością danych satelitarnych, przedstawiono na rysunku 9.12 (Kryński i in., 2004b).



Rys. 9.12. Porównanie błędu średniego tempa trendu poziomu Morza Bałtyckiego obliczonego z okna danych o różnej długości z wykorzystaniem metody PTW z odpowiednim błędem średnim tempa trendu poziomu morza uśrednionego z 5 stacji: Newlyn, Aberdeen II, Hoek van Holland, Esbjerg i Bergen (Woodworth, 1997)

Zależność błędu wyznaczenia średniego poziomu morza we Władysławowie od długości okna przedstawia rysunek 9.13 (Kryński i in., 2004b).

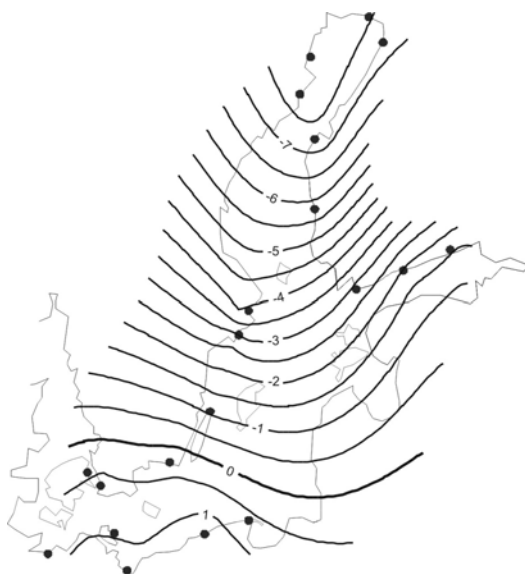


Rys. 9.13. Błąd średni średniego poziomu morza wyznaczonego z danych z okna o różnej długości bez usunięcia i z usunięciem modelu regionalnego

Usunięcie z opracowywanych danych regionalnego modelu poziomu morza powoduje znaczące zmniejszenie dyspersji residuów oraz błędów wyznaczenia średniego poziomu morza. Użycie regionalnego modelu umożliwia zatem skrócenie ciągu czasowego danych mareograficznych z 20 do 10 lat z jednoczesnym zachowaniem dokładności 1 cm w wyznaczeniu poziomu morza. Z dokładnością 1.5 cm poziom morza można wyznaczyć z użyciem modelu regionalnego już z danych mareograficznych z 2–3 lat. Użycie regionalnego modelu umożliwia efektywną realizację programów badawczych związanych z badaniem zmienności poziomu Morza Bałtyckiego i kinematyki wznoszenia się kontynentu w regionie przy wykorzystaniu względnie krótkich ciągów czasowych danych mareograficznych (Kryński i in., 2004b).

9.5. Wyznaczenie wznoszenia kontynentu w rejonie Bałtyku z wykorzystaniem BSLM

Wykazano, że model BSLM jest wygodnym narzędziem do badania nieliniowych składowych polodowcowego wznoszenia się litosfery (*land uplift*) oraz do wiarygodnego wyznaczania parametrów polodowcowego wznoszenia się litosfery przy wykorzystaniu krótkich szeregów czasowych ze stacji mareograficznych (Kryński i Zanimonskiy, 2004). Na podstawie danych mareograficznych ze stacji z basenu Morza Bałtyckiego wyznaczono również parametry pionowego ruchu kontynentalnego (rys. 9.14). Ruch ten określono w zaznaczonych czarnymi kropkami stacjach, przy założeniu liniowości trendu residualnych ciągów czasowych (powstałych po odjęciu modelu BSLM od ciągów wyjściowych). Przed wyznaczeniem tempa trendu każdy residualny ciąg czasowy był aproksymowany funkcją liniową przy użyciu metody najmniejszych kwadratów. Uzyskane wyniki są zgodne z wynikami otrzymanymi przez innych autorów (Scherneck i in., 1998; Vermeer i in., 1989; Wöppelmann i in., 2000) używających innych modeli wymagających dużo dłuższych serii obserwacyjnych poziomu morza (tab. 9.1) (Kryński i Zanimonskiy, 2004; Kryński i in., 2005k).



Rys. 9.14. Prędkości wznoszenia kontynentu [mm/rok] obliczone na podstawie danych mareograficznych z wykorzystaniem modelu BSLM

Tabela 9.1. Wyznaczenie tempa trendu i porównanie z danymi z literatury

Stacja mareograficzna	Tempo trendu (wyznaczone) [mm/rok]	Błąd średni tempa trendu (wyznaczone) [mm/rok]	Tempo trendu (dane z literat.) [mm/rok]	Błąd średni tempa trendu (dane z literat.) [mm/rok]
Helsinki	-1.72	0.10	-2.16* -2.49**	0.08* 0.17**
Stockholm	-3.96	0.05	-3.89**	0.17**
Świnoujście	1.07	0.14	0.82**	0.06**
Władysławowo	1.95	0.10	2.28**	0.65**
Warnemünde	1.07	0.15	1.17**	0.08**
Hamina	-1.25	0.14	-1.67*	0.07*
Hanko	-2.75	0.09	-2.75* -2.74**	0.07* 0.21**
Kungsholmsfort	0.25	0.07	-0.09**	0.14**
Oulu	-6.82	0.22	-6.92*	0.10*
Kemi	-7.17	0.23	-7.36* -7.28**	0.11* 0.39**
Mäntyluoto	-5.73	0.10	-6.33*	0.02*
Vaasa	-7.18	0.14	-7.67* -7.30**	0.04* 0.17**
Ratan	-7.80	0.16	-7.83** -8.35***	0.20** 0.06***
Ustka	1.25	0.10	1.63**	0.59**

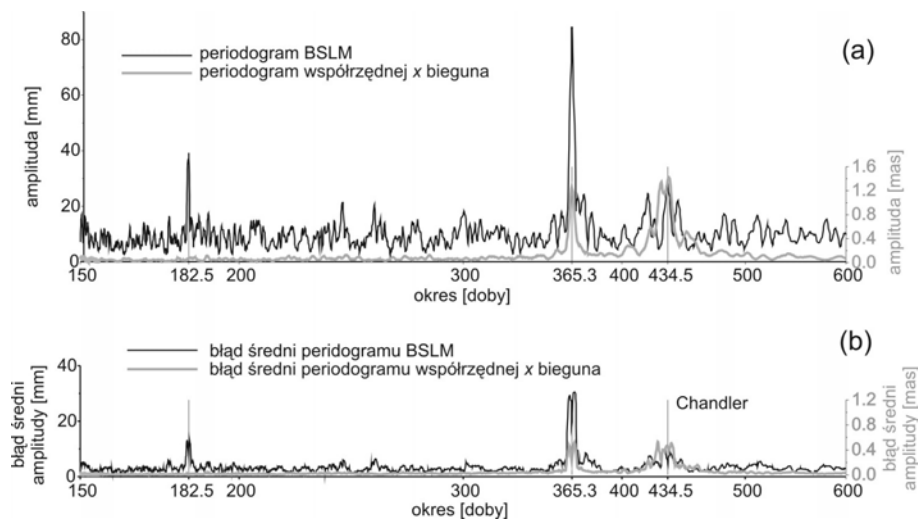
*(Vermeer i in., 1989)

** (Wöppelmann i in., 2000)

*** (Scherneck i in., 1998)

9.6. Relacja między zmianami poziomu morza na Bałtyku i parametrami ruchu bieguna

Przedmiotem oddzielnej dyskusji były możliwości użycia opracowanego modelu BSM jako odniesienia do badania w mareograficznych ciągach czasowych lokalnych cech, które odzwierciedlają specyficzne dla konkretnej stacji zmiany poziomu morza. Z analizy spektralnej modelu zmienności poziomu Morza Bałtyckiego na podstawie danych mareograficznych z okresu około 200 lat wynika, iż w zmiennościach tych, obok zasadniczych wyrazów okresowych o okresach rocznym i półrocznym, występuje wyraźny wyraz o okresie Chandlera (rys. 9.15). Obecność składowej charakterystycznej dla nutacji swobodnej w zmienności poziomu Morza Bałtyckiego była badana przy użyciu analizy korelacyjnej (Kryński i Zanimonskiy, 2004; Kryński i in., 2005k).



Rys. 9.15. Periodogramy zmian poziomu Morza Bałtyckiego i zmian współrzędnej x ruchu bieguna (a) oraz błędy średnie ich amplitud (b)

10. PROJEKT I ZAŁOŻENIE TRAWERSU KONTROLNEGO

Sumaryczny błąd składowej wysokościowej z obserwacji GPS oraz wyznaczonej wysokości normalnej punktów istniejących sieci satelitarno-niwelacyjnych zerowego rzędu w Polsce, tj. POLREF, EUVN i WSSG, kształtuje się na poziomie kilku centymetrów. Z takim błędem wyznaczone są na punktach tych sieci wysokości quasigeoidy. W dodatku przeciętna odległość pomiędzy punktami tych sieci wynosi kilkadziesiąt kilometrów. Zbyt niska dokładność i niedostateczna gęstość tych punktów nie kwalifikują ich do wykorzystania w wiarygodnej ocenie jakości modeli grawimetrycznej quasigeoidy o dokładności centymetrowej. Wynikła zatem potrzeba założenia sieci punktów satelitarno-niwelacyjnych o odpowiednim zagęszczeniu, na których sumaryczny błąd składowej wysokościowej z pomiaru GPS oraz wyznaczonej niwelacyjnie wysokości normalnej nie przekroczy ± 1 cm. Najkorzystniejszym rozwiązaniem, w szczególności z perspektywy modelowania quasigeoidy, byłoby pokrycie całego kraju gęstą siecią punktów oddalonych wzajemnie o kilka kilometrów, na których wykonano by wielodobowe obserwacje GPS i które precyzyjnie dowiązano by wysokościowo do krajowej osnowy wysokościowej. Takiego przedsięwzięcia mogłaby się podjąć służba geodezyjna. Utworzenie w ramach projektu badawczego sieci kontrolnej o wspomnianym przeznaczeniu wiązało się ze znacznymi ograniczeniami.

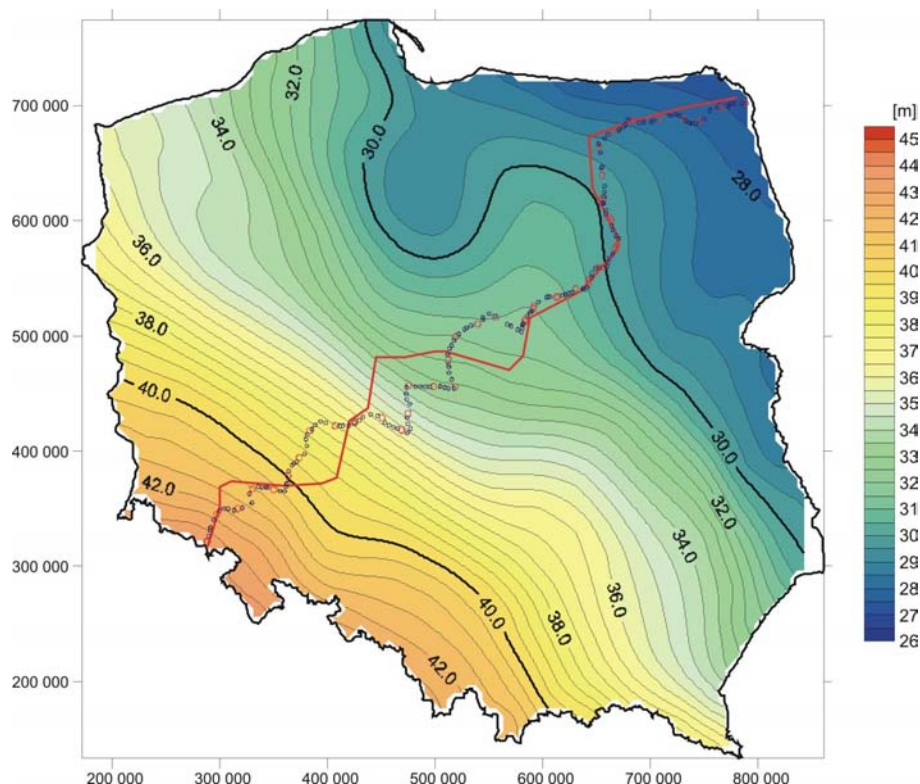
W fazie formułowania w IGiK projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 przyjęto, że do kontroli jakości modeli quasigeoidy zostaną założone dwa satelitarno-niwelacyjne trawersy kontrolne. Rozważając zasady zaprojektowania przebiegu trawersów kontrolnych, wzięto pod uwagę przebieg geoidy na terenie Polski. Ogólny charakter przebiegu geoidy w stosunku do elipsoidy, z głównym kierunkiem i zwrotem nachylenia NE–SW, narzuca w pewnym sensie naturalny kierunek prowadzenia badań i pomiarów kontrolnych. W ramach prac projektowych uwzględniono również logistyczne i ekonomiczne możliwości pomiarowe. W miejsce proponowanych w założeniach projektu badawczego dwóch trawersów kontrolnych – południkowego i równoleżnikowego w trakcie realizacji projektu PBZ-KBN-081/T12/2002 postanowiono założyć jeden spójny trawers kontrolny o ogólnym kierunku NE–SW, zawierający jednak w swoim przebiegu elementy równoleżnikowe, południkowe, prostopadłe do linii jednakowego nachylenia geoidy, oraz równoległe do tych linii (Kryński i in., 2004a).

10.1. Projekt trawersu kontrolnego

Projekt trawersu kontrolnego składa się z trzech zasadniczych części. Pierwsza z nich, dotycząca przebiegu trawersu, oraz druga, dotycząca strategii pomiaru związane są ściśle z przeznaczeniem trawersu i stawianymi wymaganiami dokładności. Trzecia część projektu dotyczy logistyki pomiaru.

10.1.1. Projekt przebiegu trawersu kontrolnego

Na podstawie wyników analizy interpolacji quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej metodą *kriging* (Osada i in., 2003) ustalono, że odległości między kolejnymi punktami trawersu nie powinny przekraczać 3–4 km. Korzystając z wykazów punktów dla poszczególnych linii niwelacyjnych osnowy wysokościowej I i II klasy wraz z adresami reperów ściennych i opisami topograficznymi reperów ziemnych, dokonano wstępnej selekcji punktów (reperów) uwzględniając klasę punktu, dostępność dla pomiarów GPS oraz możliwość ewentualnego ich wykorzystania w innych projektach geodynamicznych. W pierwszej kolejności wybrano wszystkie punkty stabilizowane znakami naziemnymi i podziemnymi, jeśli nie znajdowały się w lesie. Jako ostateczną trasę pomiaru GPS przyjęto ciąg linii niwelacyjnych, w których odległości między wybranymi punktami trawersu nie przekraczały kilku, a sporadycznie kilkunastu kilometrów (rys. 10.1).



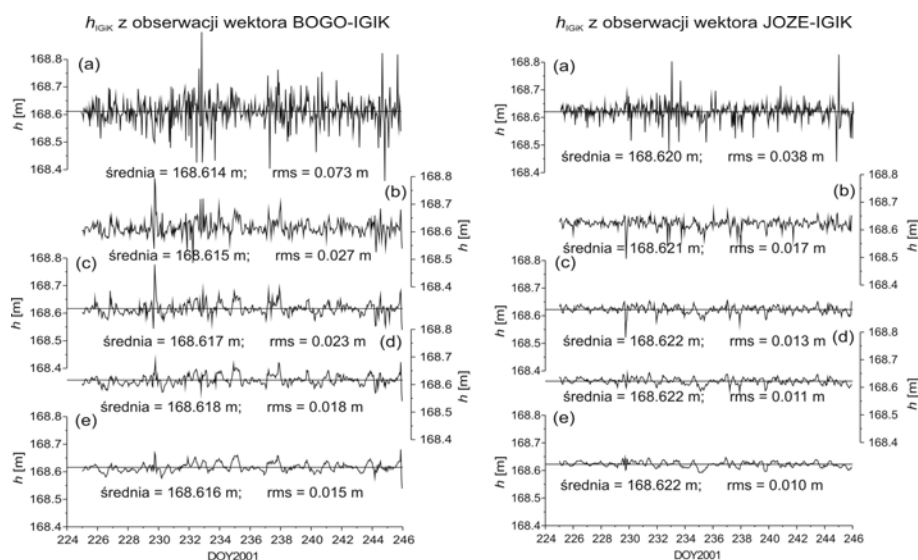
Rys. 10.1. Projektowany przebieg trawersu kontrolnego (czerwona linia ciągła) oraz ostateczny przebieg trawersu kontrolnego na tle mapy quasigeoidy na terenie Polski

Projekt przebiegu trawersu kontrolnego został zmodyfikowany po przeprowadzeniu wywiadu terenowego oraz dzięki doświadczeniom zdobytym w trakcie pomiaru pierwszego fragmentu trawersu (rys. 10.6). Przeprojektowano odcinki

trawersu wyznaczone pierwotnie wzdłuż ruchliwych arterii, w pobliżu których pomiar obejmujący zarówno sesje dobowe, jak i czterogodzinne jest bardzo trudny, a wielokrotnie niemożliwy ze względu na ogromny ruch samochodowy na tych trasach. Zaprojektowany trawers o długości 857 km składa się ze 193 stacji średnio oddalonych od siebie o 4.4 km. Ostateczny przebieg trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 10.1 (Kryński i in., 2005f).

10.1.2. Projekt strategii pomiaru trawersu kontrolnego

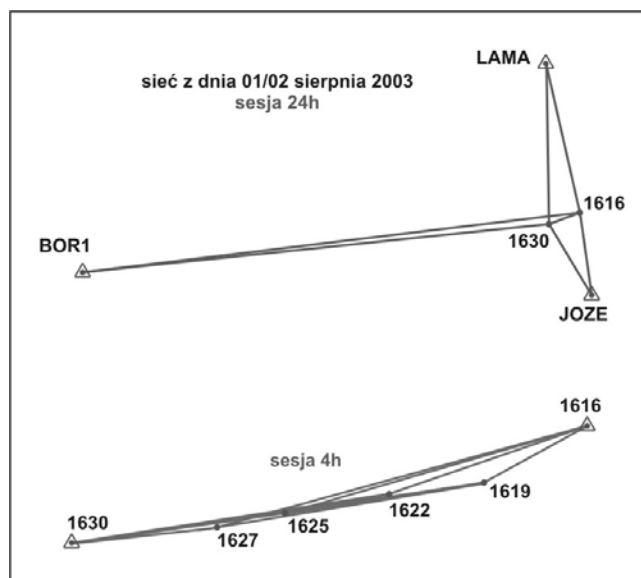
Zgodnie z celem zawartym w tytule projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 pomiar wysokości na punktach trawersu kontrolnego powinien być wykonany tak, aby zapewniona była centymetrowa dokładność wyznaczenia wysokości elipsoidalnej reperów. Biorąc pod uwagę fakt, że pomiar trawersu będzie wykonany jednorazowo, opracowanie strategii pomiaru zostało poprzedzone wnikliwą analizą, w której wykorzystano zgromadzony w IGIK materiał obserwacyjny oraz dane GPS z krajowych stacji permanentnych. W szczególności wykorzystano wyniki obliczeń wektorów BOGO-IGIK (27.0 km) oraz JOZE-IGIK (15.2 km) programem *Bernese* v.4.2 (Cisak i Figurski, 2005). Wektory te obliczono w 5 wariantach długości sesji obserwacyjnych (a) – 1h, (b) – 2h, (c) – 3h, (d) – 4h i (e) – 6h (rys. 10.2). Błędy średnie wyznaczenia wysokości z pojedynczych sesji są mniejsze od ± 1 cm nawet dla sesji o długości 4h.



Rys. 10.2. Dokładność wyznaczenia składowej wysokościowej stacji IGIK z obserwacji wektorów BOGO-IGIK (27.0 km) i JOZE-IGIK (15.2 km) programem *Bernese* v.4.2 w 5 wariantach długości sesji obserwacyjnych (a) – 1h, (b) – 2h, (c) – 3h, (d) – 4h i (e) – 6h

Wykonano także wyczerpującą analizę zależności pomiędzy długością sesji obserwacyjnych i długością wektora a dokładnością wyznaczonych wysokości, sposobu opracowania wyników pomiaru, nawiązania sieci lokalnej do sieci stacji permanentnych oraz transformacji do systemu ETRS89, z jednoczesnym wykorzystaniem danych z literatury (np. Hefty i in., 2001; Kryński i Zanimonskiy, 2003).

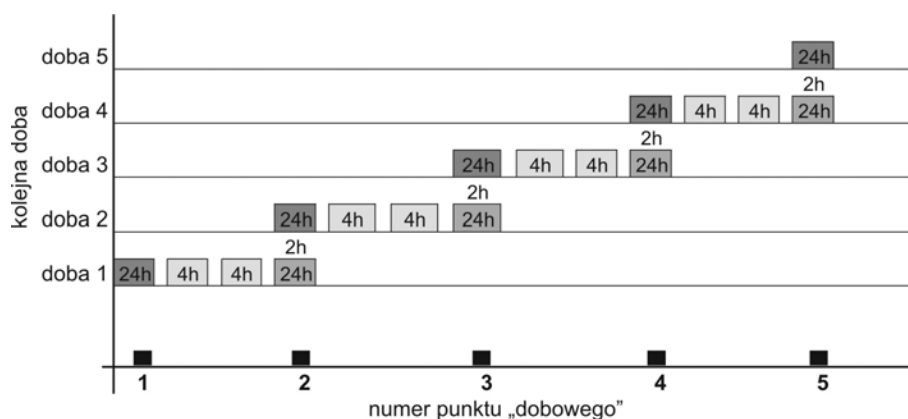
Początkowy zamiar pomiaru wszystkich punktów trawersu (193) w sesjach 24h zarzucono z uwagi na ogromną pracochłonność i koszty związane z jego realizacją. W zamian, wspierając się literaturą (np. Cacoń i in., 1998), podjęto decyzję utworzenia sieci dwurzędowej. Trawers podzielono na 39 powiązanych ze sobą sieci punktów, w których krańcowe punkty wiążące te sieci i będące jednocześnie punktami nawiązania punktów wewnętrznych będą mierzone dwukrotnie w sesjach dobowych z nawiązaniem do stacji permanentnych. Odległości między punktami krańcowymi, zakwalifikowanymi jako punkty pierwszego rzędu, będą wynosiły około 20 km. Punkty wewnętrzne, powiązane ze sobą i dowiązane do punktów krańcowych, stanowiły sieć drugiego rzędu. Postanowiono, że pomiar na punktach drugiego rzędu będzie wykonywany w sesjach 4h. Przeprowadzone analizy numeryczne potwierdziły słuszność założeń struktury sieci i planowanej strategii pomiaru. Na rysunku 10.1 punkty pierwszego rzędu (obserwowane w sesjach dobowych) oznaczono czerwonymi kółkami, zaś punkty drugiego rzędu (obserwowane w sesjach 4h) – kółkami niebieskimi. Przykładowy szkic ilustrujący dwurzędowość sieci punktów trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 10.3 (Kryński i in., 2004a).



Rys. 10.3. Przykładowy szkic ilustrujący dwurzędowość sieci punktów trawersu kontrolnego

10.1.3. Projekt logistyki pomiaru trawersu kontrolnego

Istotnym elementem prac projektowych związanych z założeniem trawersu kontrolnego było opracowanie logistyki pomiaru GPS. Obejmuje ona logistykę pomiaru na punktach pierwszego rzędu i jest sprzężona z logistyką pomiaru na punktach drugiego rzędu. Na końcach przęsła o długości około 20 km, tj. na punktach pierwszego rzędu, dwa zespoły (**A** i **B**) wykonują obserwacje trwające 24 godziny (punkty 1, 2 na rysunku 10.4). W tym czasie dwa inne zespoły wykonują obserwacje na punktach wewnątrz przęsła, tj. na punktach drugiego rzędu, odległych wzajemnie o średnio 4 km, na każdym punkcie po 4 godziny. Po upływie doby zespół **A** wykonujący pomiary na punkcie 1 przenosi się na punkt 2, na którym zostały już wykonane obserwacje dobowe przez zespół **B**. Zespół **B** zaś przenosi się na punkt 3, na którym wykonuje również pomiar dobowy. W tym czasie zespoły pomocnicze wykonują 4h pomiary na punktach wewnątrz przęsła, tj. na punktach drugiego rzędu (Kryński i in., 2004a).



Rys. 10.4. Schemat pomiaru na punktach trawersu kontrolnego

Przykładowy rozkład tygodnia pomiarowego dla jednego zespołu wykonującego pomiary dobowe na punktach pierwszego rzędu (kolor ciemnoszary) i jednego zespołu wykonującego pomiary czterogodzinne na punktach drugiego rzędu (kolor jasnoszary) przedstawia rysunek 10.5 (Kryński i in., 2004a).

	poniedziałek	wtorek	środa	czwartek	piątek	sobota
0:00						
1:00						
2:00						
3:00						
4:00						
5:00						
6:00						
7:00						
8:00						
9:00						
10:00						
11:00						
12:00						
13:00						
14:00						
15:00						
16:00						
17:00						
18:00						
19:00						
20:00						
21:00						
22:00						
23:00						

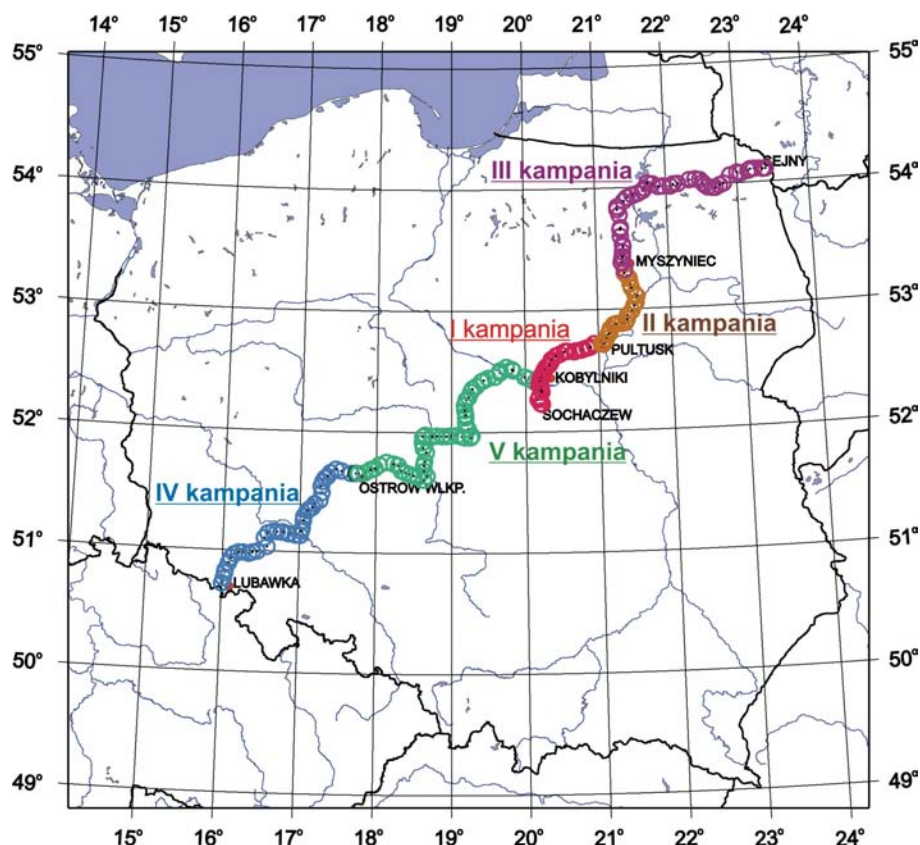
Rys. 10.5. Przykładowy rozkład tygodnia pomiarowego trawersu kontrolnego

10.2. Pomiar trawersu kontrolnego

Pomiar trawersu kontrolnego został wykonany przez zespół IGiK w latach 2003 i 2004 w pięciu kampaniach obserwacyjnych (rys. 10.6 i tab. 10.1) z wykorzystaniem opracowanej strategii i logistyki (Kryński i in., 2005f).

Tabela 10.1. Kampanie pomiarowe trawersu kontrolnego

Ni	Odcinek trawersu	Epoka pomiaru	Liczba punktów 1 rzędu (24h)	Liczba punktów 2 rzędu (4h)
1	Sochaczew–Ołdaki	lipiec/sierpień 2003	10	21
2	Ołdaki–Myszyniec	wrzesień 2003	10	22
3	Myszyniec–Poćkuny	kwiecień 2004	10	35
4	Lubawka–Ostrów Wlkp.	czerwiec/lipiec 2004	10	36
5	Ostrów Wlkp.–Kobylniki	wrzesień/październik 2004	13	44
Razem trawers			53	158



Rys. 10.6. Kampanie pomiarowe trawersu kontrolnego

10.3. Opracowanie obserwacji GPS na punktach trawersu kontrolnego

10.3.1. Opracowanie obserwacji GPS przy zastosowaniu programu Bernese v.4.2

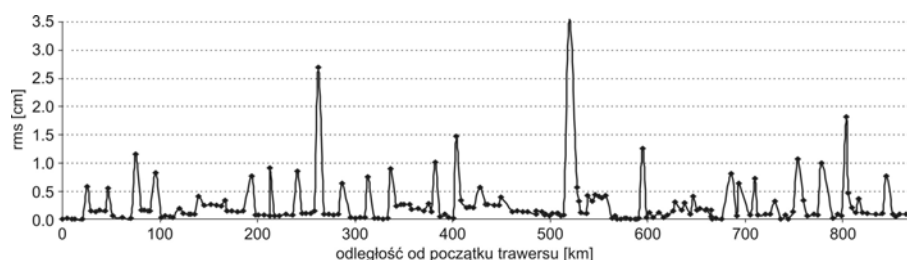
Na podstawie danych obserwacyjnych na punktach węzłowych trawersu (punktach pierwszego rzędu) oraz danych GPS ze stacji permanentnych BOGO, JOZE, KRAW, LAMA i VLNS obliczono w Wojskowej Akademii Technicznej współrzędne punktów węzłowych przy użyciu programu *Bernese* v.4.2 z zastosowaniem strategii stosowanej do opracowywania obserwacji z sieci EPN. W ten sam sposób policzono również programem *Bernese* współrzędne punktów pośrednich trawersu (punktów drugiego rzędu). Obliczenia zostały przeprowadzone w układzie ITRF2000, a współrzędne stacji nawiązania zostały odniesione do epoki obserwacji. Współrzędne stacji nawiązania zostały przyjęte z rozwiązań tygodniowych sieci WUT EPN. Wszystkie obserwacje wykonane wzdłuż trawersu kontrolnego zostały podzielone na tygodnie GPS, które odpowiadają rozwiązaniom z sieci EPN.

Niezależne wektory w sieci punktów trawersu analizowano z wykorzystaniem równań obserwacyjnych podwójnych różnic obserwacji fazowych. Nieoznaczoności fazy wyznaczono metodą QIF z założonym *a priori* modelem jonosfery IGS. W obliczeniach wykorzystano efemerydy precyzyjne IGS i parametry ruchu obrotowego Ziemi z IGS. Analizie poddano wszystkie obserwacje zarejestrowane powyżej 10° nad horyzontem. Refrakcję troposferyczną wyznaczano w procesie opracowania kolejnych wektorów z zastosowaniem funkcji odwzorowującej Niella. W opracowaniu wykorzystano obserwacje zgromadzone w interwałach 30 sekundowych. Dokładność współrzędnych stacji nawiązania z sieci EPN, wyznaczona z opracowań dobowych, wyniosła około 8 mm dla składowych horyzontalnych oraz około 11 mm dla składowej wysokościowej (Kryński i in., 2005f).

Współrzędne wszystkich wyznaczanych punktów zostały wyrażone w układzie ITRF2000 i odniesione do epoki obserwacji. Transformacja do systemu ETRS89 została wykonana zgodnie z algorytmem stosowanym w opracowywaniu sieci EPN.

Z uwagi na potrzebę wiarygodnego oszacowania dokładności wyznaczenia współrzędnych punktów trawersu dokonano podziału każdej sesji pomiarowej z 2003 r. na dwie sesje 12h. W 2004 r. na punktach mierzonych całodobowo wykonywano po dwie sesje 24h. W celu uniknięcia wagowania obserwacji w opracowaniu dla 2003 r. założono 30 sekundową epokę obserwacyjną, a w 2004 r. – 60 sekundową.

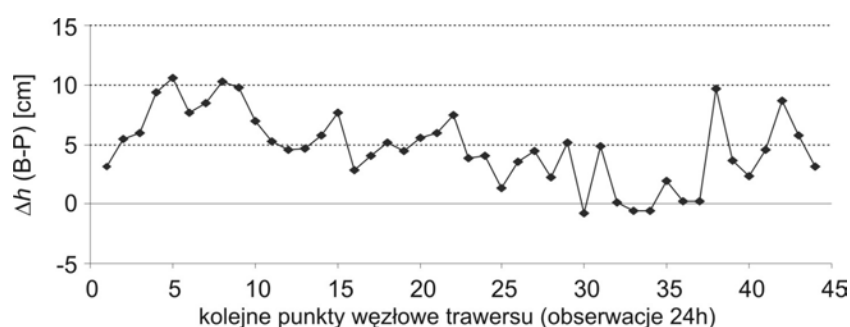
Oszacowana z wyrównania precyzja wyznaczenia wysokości punktów trawersu waha się na poziomie kilku milimetrów (rys. 10.7) (Cisak i Figurski, 2005). Dla 9 punktów z 31, na których wykonano dwie 24h sesje obserwacyjne ze zmianą odbiornika i anteny GPS, oszacowana precyzja wyznaczonej wysokości przekracza 1 cm, sięgając w skrajnym przypadku 3.5 cm. Przyczyny zaniżenia precyzji należy upatrywać w błędnym pomiarze wysokości anteny przynajmniej w jednej serii pomiarowej. Podane błędy średnie wyrównania charakteryzują precyzję obliczeń.



Rys. 10.7. Oszacowana z wyrównania precyzja wyznaczenia wysokości punktów trawersu

10.3.2. Opracowanie obserwacji GPS przy zastosowaniu programu Pinnacle

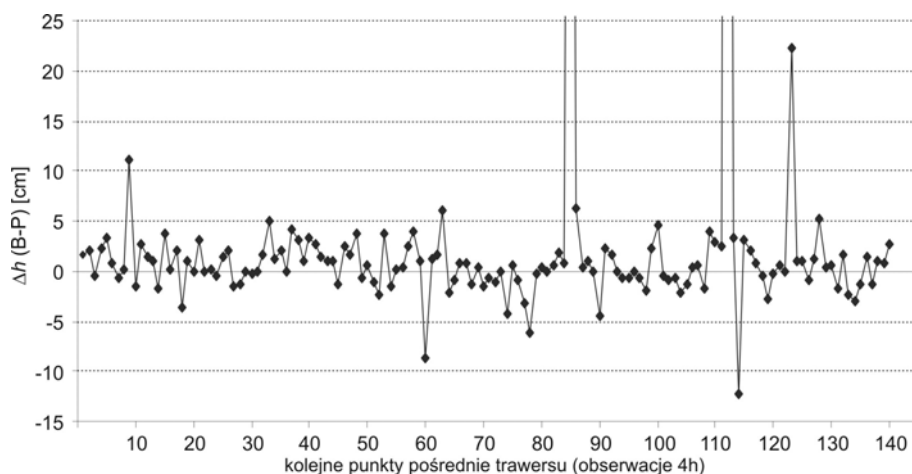
W celu weryfikacji wyników obliczeń wykonanych przy użyciu oprogramowania *Bernese* oraz sprawdzenia przydatności programu komercyjnego *Pinnacle* przeprowadzono ponownie obliczenia programem *Pinnacle* obserwacji GPS ze wszystkich punktów trawersu kontrolnego. W obliczeniach korzystano z efemeryd precyzyjnych opracowanych przez IGS. Do obliczeń przyjęto te same dane w formacie RINEX, z których korzystano w opracowaniu obserwacji programem *Bernese*. Obliczenie współrzędnych punktów obserwowanych w sesjach dobowych (pierwszego rzędu) wykonano w nawiązaniu do tych samych stacji permanentnych. Do obliczeń współrzędnych punktów pośrednich (drugiego rzędu) obserwowanych w sesjach 4h, jako nawiązanie przyjęto natomiast współrzędne punktów obserwowanych w sesjach dobowych (pierwszego rzędu), uzyskane z obliczeń programem *Bernese* (Kryński i in., 2005f; Cisak i Figurski, 2005). W wyniku analizy wartości wysokości elipsoidalnych obliczonych przy użyciu programów *Bernese* i *Pinnacle* stwierdzono błędy grube na pięciu punktach trawersu (jeden punkt pierwszego rzędu i 4 punkty drugiego rzędu). Punkty te usunięto z trawersu. W dalszej kolejności porównano wysokości quasigeoidy obliczone na punktach trawersu z odpowiadającymi wysokościami quasigeoidy wygenerowanymi z modeli quasigeoidy grawimetrycznej i satelitarno-niwelacyjnej (szczegóły w rozdz. 11). Wyznaczone na czterech punktach trawersu wysokości quasigeoidy uznano za obarczone błędami grubymi. Punkty te zostały usunięte z trawersu. W tabelach 10.2 i 10.3 oraz na rysunkach 10.8 i 10.9 przedstawiono różnice Δh między wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi programami *Bernese* i *Pinnacle*, odpowiednio dla punktów pierwszego i drugiego rzędu trawersu kontrolnego.



Rys. 10.8. Przebieg różnic Δh między wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi programami *Bernese* i *Pinnacle* dla punktów pierwszego rzędu trawersu kontrolnego w porządku SW–NE

Tabela 10.2. Różnice Δh między wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi programami *Bernese* i *Pinnacle* dla punktów pierwszego rzędu trawersu kontrolnego w porządku SW–NE

Numer roboczy	Δh (B–P) [cm]	Numer roboczy	Δh (B–P) [cm]	Numer roboczy	Δh (B–P) [cm]	Numer roboczy	Δh (B–P) [cm]
3108d1	3.2	4216	4.5	1507	3.9	1941d	–0.6
3142	5.4	4322	4.6	1505	4.0	1921	1.9
3406	6.0	4403	5.8	1630	1.3	1904	0.3
3703	9.4	4424	7.7	1616	3.5	2012	0.3
3832	10.6	4530	2.8	1715	4.4	2123	9.6
3961	7.7	4508	4.1	1712d	2.2	2102	3.7
3940	8.5	4647	5.2	1810d	5.2	2219	2.3
3915	10.3	4624	4.4	1814d	–0.8	2304	4.6
4012	9.7	4714	5.6	1831	4.9	2321	8.7
4120	7.0	1524	6.0	1834d	0.1	2350	5.8
4238	5.3	1520	7.4	1944d	–0.5	2400	3.1



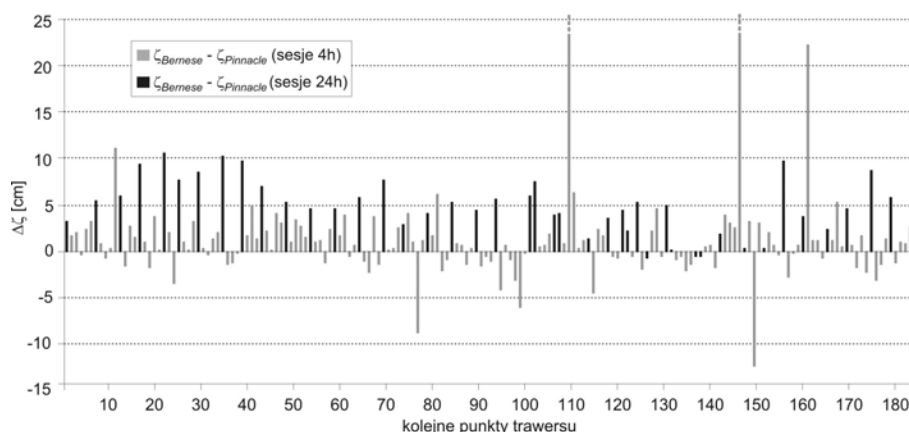
Rys. 10.9. Przebieg różnic Δh między wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi programami *Bernese* i *Pinnacle* dla punktów drugiego rzędu trawersu kontrolnego w porządku SW–NE

Tabela 10.3. Różnice Δh między wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi programami *Bernese* i *Pinnacle* dla punktów drugiego rzędu trawersu kontrolnego w porządku SW–NE

Numer robocze	Δh (B–P) [cm]	Numer robocze	Δh (B–P) [cm]	Numer robocze	Δh (B–P) [cm]	Numer robocze	Δh (B–P) [cm]
3108exc	1.6	4110	0.0	4708	–0.6	1939	0.5
3113	1.9	4247	4.1	4713	–1.1	1934	0.6
3124	–0.4	4242	3.1	4723	0.0	1930	–1.8
3126	2.3	4234	1.0	4726	–4.2	1919	3.9
3133	3.3	4231	3.4	4730	0.6	1915	3.0
3146	0.8	4226	2.7	4735	–1.0	1911	2.6
3210	–0.8	4222	1.4	1530	–3.2	1910	179.0
3204	0.2	4209	1.0	1527	–6.2	1901	3.3
3369	11.1	4308	1.1	1525	–0.2	2027	–12.3
3410	–1.6	4311	–1.3	1517	0.4	2017	3.1
3502	2.8	4317	2.4	1515	0.0	2009	2.0
3708	1.4	4327	1.6	1513	0.6	2131	0.7
3819	1.0	4330	3.8	1511	1.8	2127	–0.4
3821	–1.7	4335	–0.6	1652	0.8	2118	–2.9
3824	3.7	4341	0.5	1647	131.2	2114	–0.3
3827	0.1	4407	–1.1	1642	6.3	2112	0.6
3845	2.1	4413	–2.4	1641	0.3	2108	–0.1
3858	–3.5	4417	3.7	1639	1.1	2203	22.3
3956	0.9	4421	–1.5	1627	–0.1	2205	1.1
3948	0.0	4433	0.1	1625	–4.6	2213	1.1
3946	3.2	4436	0.3	1622	2.3	2216	–0.8
3943	–0.1	4441	2.5	1619	1.6	2226	1.1
3934	0.2	4525	4.0	1613	0.0	2229	5.3
3928	–0.5	4519	1.0	1606	–0.6	2232	0.4
3921	1.4	4513	–8.7	1717	–0.7	2307	0.6
3917	2.0	4511	1.1	1710	0.0	2311	–1.8
3913	–1.5	4505	1.6	1705	–0.7	2314	1.7
3907	–1.3	4655	6.1	1811g	–2.0	2317	–2.3
4024	0.0	4653	–2.1	1816	2.2	2325	–3.1
4019	–0.2	4650	–0.9	1820	4.5	2333	–1.4
4007	–0.1	4644	0.8	1824	–0.6	2346	1.3
4005	1.6	4638	0.7	1956	–0.9	2357	–1.2
4127	5.0	4636	–1.4	1954	–0.7	2360	0.9
4121	1.3	4629	0.3	1949	–2.2	2366	0.8
4115	2.1	4616	–1.6	1947	–1.4	2373	2.7

Sięgające decymetra rozbieżności między wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi programami *Bernese* i *Pinnacle* na punktach węzłowych trawersu wynikają z niedoskonałości komercyjnego programu *Pinnacle*, przeznaczonego do opracowywania pomiarów GPS w skali lokalnej. Nie są one miarą rzeczywistej precyzji wyznaczenia wysokości punktów węzłowych trawersu z obserwacji 24h. Za miarę precyzji wyznaczenia wysokości punktów pośrednich trawersu nie mogą posłużyć także rozbieżności pomiędzy wysokościami elipsoidalnymi obliczonymi dla tych punktów programami *Bernese* i *Pinnacle*. Przeprowadzone testy numeryczne wykazały, że wyniki opracowania 4h sesji pomiarowych w sieci lokalnej programem *Pinnacle* obarczone są mniejszymi błędami niż odpowiadające im wyniki uzyskane programem *Bernese* oraz że przyczyną przekraczających metr różnic Δh na dwóch punktach pośrednich trawersu oraz 20 cm na jednym punkcie pośrednim trawersu (tab. 10.3, rys. 10.9) są błędy w rozwiązaniach uzyskanych programem *Bernese*. Jako wynik opracowania trawersu kontrolnego, przeznaczonego do weryfikacji modeli quasigeoidy, dla punktów węzłowych trawersu przyjęto wysokości z rozwiązania programem *Bernese*, zaś dla punktów pośrednich – wysokości z rozwiązania programem *Pinnacle* (Cisak i Figurski, 2005; Kryński i in., 2005f).

Wykorzystując obliczone programami *Bernese* i *Pinnacle* wysokości elipsoidalne punktów trawersu kontrolnego oraz wysokości normalne tych punktów z niwelacji precyzyjnej (dane katalogowe wyrównania trzeciej kampanii niwelacyjnej z lat 1974-1982 i dowiązania niwelacyjne punktów trawersu do reperów), utworzono dwa zbiory wysokości quasigeoidy na punktach trawersu. Różnice pomiędzy wysokościami quasigeoidy z wysokości elipsoidalnych obliczonych przy użyciu programów *Bernese* i *Pinnacle* na punktach trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 10.10 (Kryński i in., 2005f).

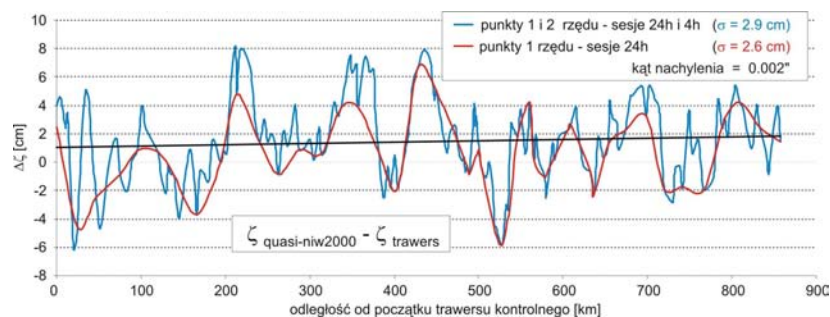


Rys. 10.10. Przebieg różnic między wysokościami quasigeoidy z wysokości elipsoidalnych obliczonych przy użyciu programów *Bernese* i *Pinnacle* na punktach trawersu kontrolnego w porządku SW-NE

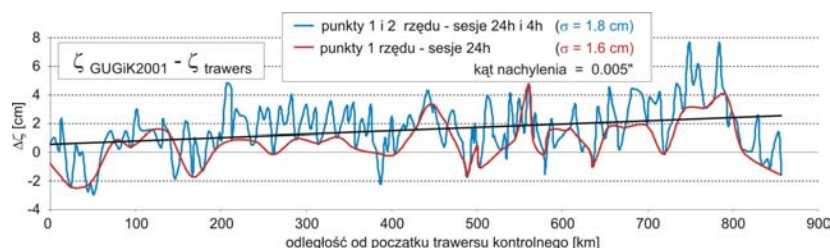
10.4. Porównanie obliczonych wysokości quasigeoidy na punktach trawersu kontrolnego z modelami quasigeoidy 2000 i 2001

Po usunięciu z trawersu kilku punktów, na których dokładność wyznaczenia wysokości elipsoidalnych odbiega od przyjętych założeń, wyznaczone wysokości elipsoidalne pozostałych punktów charakteryzują się dokładnością centymetrową. Opracowany trawers może zatem zostać wykorzystany do kontroli modeli quasigeoidy. Dodatkową ocenę dokładności wyznaczenia wysokości punktów trawersu można uzyskać na podstawie porównania z dokładnym modelem quasigeoidy, np. modelem GUGiK 2001 (oficjalny model geoidy niwelacyjnej 2001 GUGiK, zalecany do wykorzystania w pracach geodezyjnych), wpisanym do programu *Geoida* (Pażus, 2001), lub modelem quasigeoidy niwelacyjnej 2000 wpisanym do programu *TRANSPOL* (Kadaj, 2001b). Dokładność modelu GUGiK 2001 oceniana jest na subdecymetrową (Kryński i in., 2005f).

Różnice między wysokościami quasigeoidy niwelacyjnej 2000 oraz wysokościami quasigeoidy GUGiK 2001 a wysokościami quasigeoidy obliczonymi przy użyciu programów *Bernese* i *Pinnacle* na punktach trawersu kontrolnego wraz z odchyleniami standardowymi przedstawiono odpowiednio na rysunkach 10.11 i 10.12.



Rys. 10.11. Przebieg różnic między wysokościami quasigeoidy z wysokości elipsoidalnych obliczonych przy użyciu programów Bernese oraz Pinnacle i quasigeoidy niwelacyjnej 2000 na punktach trawersu kontrolnego



Rys. 10.12. Przebieg różnic między wysokościami quasigeoidy z wysokości elipsoidalnych obliczonych przy użyciu programów Bernese oraz Pinnacle i quasigeoidy GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego

Porównanie wyników przedstawionych na rysunkach 10.11 i 10.12 wskazuje jednoznacznie na przewagę jakościową modelu quasigeoidy GUGiK 2001 nad modelem quasigeoidy niwelacyjnej 2000. Przebieg różnic, w szczególności na rysunku 10.12, uwypukla mniejszą dokładność wyznaczenia anomalii wysokości na punktach trawersu kontrolnego obserwowanych w sesjach 4h w stosunku do anomalii wysokości na punktach pierwszego rzędu.

11. METODYKA I OPRACOWANIE MODELI QUASIGEOIDY

Przebadane w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 pod względem jakościowym i ilościowym dane astronomiczno-geodezyjne, grawimetryczne, satelitarno-niwelacyjne i topograficzne, a następnie sprowadzone do jednolitych układów i systemów odniesienia oraz częściowo uzupełnione dodatkowymi pomiarami zostały wykorzystane do opracowania modeli quasideoidy. Prace nad tworzeniem modeli geoidy astronomiczno-geodezyjnej (Rogowski i in., 2005a), quasideoidy grawimetrycznej (Łyszkowicz, 2005b), quasideoidy satelitarno-niwelacyjnej (Osada i Owczarek, 2004), kompleksowej quasideoidy (Osada i Owczarek, 2005) oraz najlepiej dopasowanej quasideoidy przeznaczonej do wykorzystania w niwelacji przy użyciu techniki GPS (Łyszkowicz, 2005c) były poprzedzone badaniami nad określeniem metodyki, która zapewniałaby centymetrową dokładność wynikowego modelu.

11.1. Geoida astronomiczno-geodezyjna

11.1.1. Metodyka modelowania geoidy astronomiczno-geodezyjnej

Utworzona w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 baza danych astronomiczno-geodezyjnych zawiera zarówno astronomiczno-geodezyjne, jak i astronomiczno-grawimetryczne odchylenia pionu.

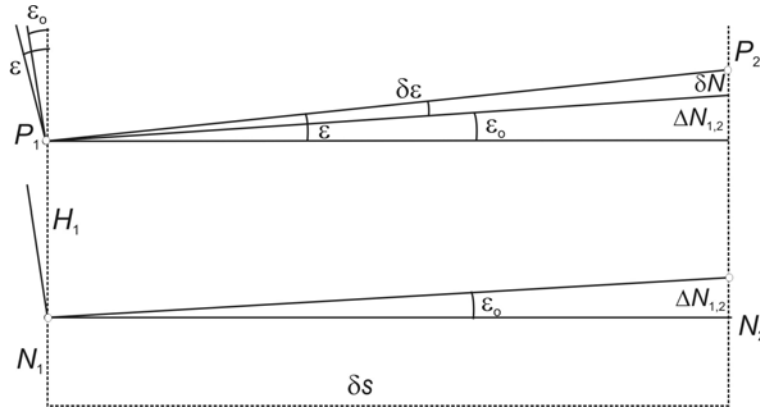
Na podstawie dostępnych informacji o dokładności wyznaczeń astrometrycznych, oraz doświadczeń własnych w tym zakresie (przy uwzględnieniu błędów systematycznych stosowanych katalogów i innych) zewnętrzną dokładność astronomiczno-geodezyjnych odchyleń pionu ocenia się na $\pm 0.4''$ – $0.5''$ (Rogowski i in., 2003a).

Interpolowane astronomiczno-grawimetryczne odchylenia pionu charakteryzują się mniejszą dokładnością. Mogą w nich dodatkowo występować regionalne systematyczne różnice związane z grawimetrycznym poziomem odniesienia i sposobem opracowania. Przeciętny błąd interpolowanych odchyleń linii pionu oszacowano na $\pm 0.6''$ – $0.7''$ (Rogowski i in., 2003a).

Do opracowania modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej jako standardowy przyjęto błąd składowej odchylenia pionu (Rogowski i in., 2005a):

- $\pm 0.5''$ dla astronomiczno-geodezyjnych odchyleń pionu,
- $\pm 0.7''$ dla astronomiczno-grawimetrycznych odchyleń pionu.

Metodę modelowania geoidy astronomiczno-geodezyjnej oparto na zasadzie niwelacji astronomicznej (rys. 11.1).



Rys. 11.1. Zasada niwelacji astronomicznej

Podstawową zależność wiążącą składowe odchylenia pionu ze zmianą odstępów geoidy od elipsoidy zgodnie z oznaczeniami na rysunku 11.1 można przedstawić w postaci

$$\Delta N_{1,2} = - \int_{P_1}^{P_2} (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha + \delta \epsilon) ds \quad (11.1-1)$$

gdzie $\epsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha$ jest odchyleniem pionu w azymucie przekroju normalnego, $\delta \epsilon$ jest kątem krzywizny linii pionu, zaś ΔN jest zmianą odstępów geoidy od elipsoidy pomiędzy dwoma punktami P_1 i P_2 .

Niwelację astronomiczno-geodezyjną oblicza się w kierunku „tam” i „na powrót”, a z obliczonych dwóch różnic $\Delta N_{1,2}$ oraz $\Delta N_{2,1}$ oblicza się średnią. Ten wariant obliczeń był zastosowany w opracowaniu odchyleń pionu z obszaru Polski. Długości linii łączących sąsiednie punkty sieci niwelacji astronomiczno-geodezyjnej zostały obliczone stosując rozwiązanie geodezyjnego zadania odwrotnego przy wykorzystaniu metody Levallois-Dupuy (Rogowski i in., 2005a).

Jako materiał wyjściowy do prac nad utworzeniem i wyrównaniem sieci niwelacji astronomiczno-geodezyjnej posłużyły dane odnoszące się do:

- 167 archiwalnych punktów astronomiczno-geodezyjnych,
- 23 uzupełniających punktów astronomiczno-geodezyjnych,
- 7 kontrolnych punktów astronomiczno-geodezyjnych,
- 364 archiwalnych punktów astronomiczno-grawimetrycznych.

Potraktowanie obserwacji astronomiczno-grawimetrycznych i obserwacji astronomiczno-geodezyjnych w tworzeniu sieci jako równorzędne uniemożliwia uwzględnienie różnej charakterystyki dokładnościowej tych danych i dodatkowo może stać się przyczyną problemów numerycznych. W pierwszym kroku utworzono więc sieć linii pomiędzy punktami astronomiczno-geodezyjnymi (rys. 11.2). Sieć ta ma boki o długości od 10 do 60 km. Mogłaby ona stanowić samodzielną sieć do opracowania geoidy astronomiczno-geodezyjnej, gdyby nie

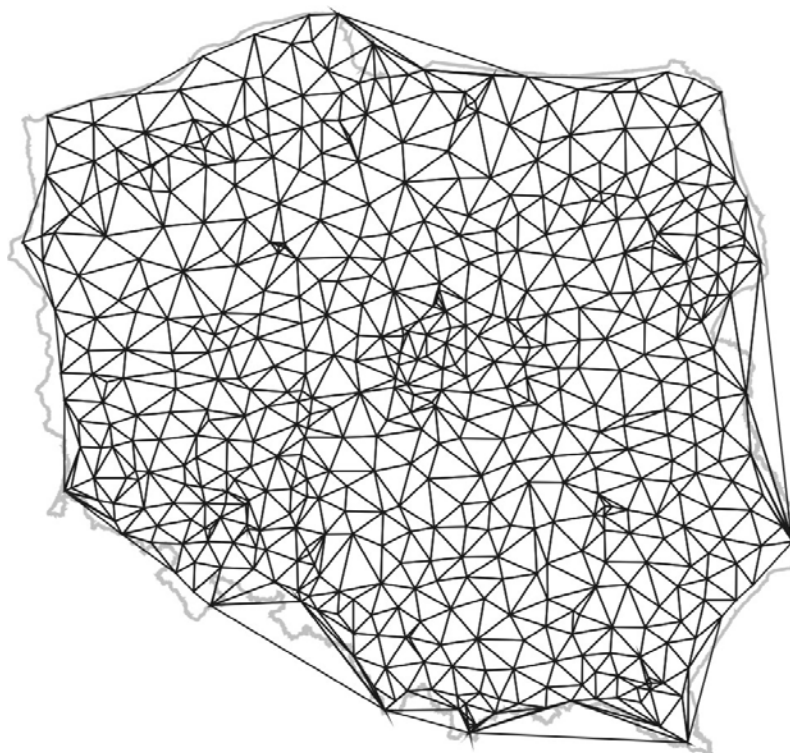
występujące w niej luki, szczególnie w północno-wschodnim rejonie Polski, jak również w kilku innych rejonach, gdzie powstały dość rozległe „oczka” nieposiadające dostatecznego zagęszczenia punktami.



Rys. 11.2. Szkic sieci niwelacji astronomiczno-geodezyjnej

Następnie w sieć astronomiczno-geodezyjną „włożono” linie utworzone zarówno między punktami astronomiczno-grawimetrycznymi, jak i punktami mieszanymi. Tak skonstruowana sieć, oparta na szkielecie punktów astronomiczno-geodezyjnych, okazała się znacznie bardziej niezawodna dzięki istnieniu bezpośrednich powiązań między punktami o wyższej dokładności (rys. 11.3) (Rogowski i in., 2005b).

Łącznie sieć niwelacji składa się z 561 punktów powiązanych 2099 liniami niwelacyjnymi.



Rys. 11.3. Szkic sieci niwelacji astronomiczno-geodezyjnej i astronomiczno-grawimetrycznej

11.1.2. Obliczenie modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej

Wyrównanie sieci niwelacji astronomiczno-geodezyjnej i astronomiczno-grawimetrycznej wykonano w Politechnice Warszawskiej przy użyciu dwóch programów: programu *WinCalc*, przystosowanego do konkretnego przypadku, oraz wielofunkcyjnego programu *GeoLab* v.2001.9.20 (Rogowski i in., 2005a).

W procesie wyrównania sieci, w którym wykorzystano 561 punktów, w tym 197 punktów astronomiczno-geodezyjnych, zastosowano elipsoidę odniesienia GRS80 (ETRS89) oraz przyjęto jako znaną i bezbłędną wartość odstęp geoidy od elipsoidy na punkcie BOGO, $N = 30.760$ m.

Program *GeoLab* wyposażony jest w edytor równań obserwacyjnych. Edytor ten umożliwia definitywne usuwanie obserwacji odstających. Aby umożliwić łatwe wycofanie się z nietrafnych decyzji podejmowanych w trakcie procesu opracowania danych, obserwacjom odstającym nadawano bardzo duże błędy średnie ($m \times 10$) na etapie testowania. Takie podejście umożliwiało praktyczną eliminację odstającej obserwacji z procesu wyrównania, ale jednocześnie ułatwiało jej przywrócenie.

Statystyki odchyłeń standardowych σ_N odstępów geoidy od elipsoidy z wyrównania sieci przedstawiono w tabeli 11.1 (Rogowski i in., 2005a).

Tabela 11.1. Statystyki odchyłeń standardowych σ_N z wyrównania sieci astronomiczno-geodezyjnej i astronomiczno-grawimetrycznej [cm]

$\sigma_{\max}$	$\sigma_{\text{przec.}}$	$\sigma_{\min}$
22.5	6.5	0.0

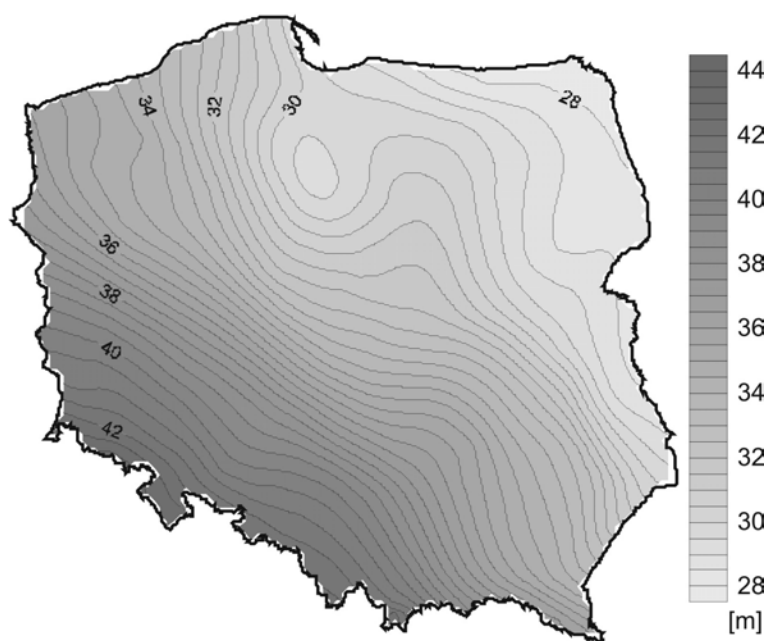
W wyniku wyrównania otrzymano zbiór wyznaczonych odstępów geoidy od elipsoidy wraz z ich odchyleniami standardowymi; zbiór wyrównanych „obserwacji” (ΔN); obliczonych wartości poprawek oraz wartości ich odchylenia standardowego; macierz kowariancyjną o wymiarach 560×560 .

Podobnie wyrównano sieć niwelacji astronomiczno-geodezyjnej składającej się ze 184 punktów. Statystyki odchyłeń standardowych σ_N odstępów geoidy od elipsoidy z wyrównania tej sieci przedstawiono w tabeli 11.2 (Rogowski i in., 2005a).

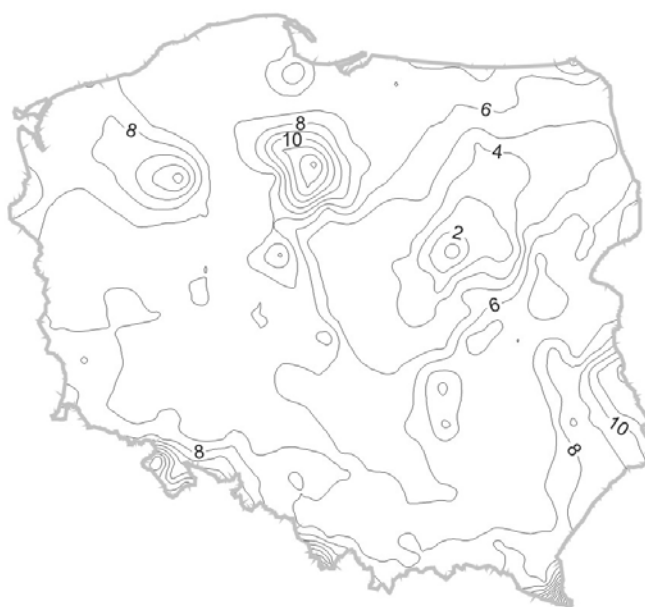
Tabela 11.2. Statystyki odchyłeń standardowych σ_N z wyrównania sieci astronomiczno-geodezyjnej [cm]

$\sigma_{\max}$	$\sigma_{\text{przec.}}$	$\sigma_{\min}$
16.2	5.9	1.9

Proces wyrównania sieci stworzonej ze szkieletu będącego powiązaniami między punktami astronomiczno-geodezyjnymi, uzupełnionego liniami utworzonymi między parami punktów astronomiczno-grawimetrycznych, jak i punktów mieszanych, przebiegł poprawnie i nawet przy zastosowaniu tak ostrych kryteriów, jak przyjęty poziom ufności 98% oraz kryterium zbieżności 0.0001 (drobne zmiany wag zastosowano dla 20 linii i miały one większy wpływ na zmianę charakterystyk statystycznych niż wyniki wyrównania), bez szczególnych zabiegów dotyczących korygowania wag różnic odstępów geoidy od elipsoidy uzyskano m_0 sieci równe 1.0070. Wyrównane wartości odstępów geoidy od elipsoidy charakteryzują się odchyleniami standardowymi nieprzekraczającymi 22.5 cm, o przeciętnej wartości 6.5 cm. Praktycznie wszystkie odstępów geoidy od elipsoidy z odchyleniem standardowym powyżej 10 cm dotyczą punktów sieci astronomiczno-grawimetrycznej. Mogą one być efektem kumulacji lokalnych błędów różnic odstępów geoidy od elipsoidy sieci astronomiczno-grawimetrycznej, ograniczonych w swej ekspansji obserwacjami o niemal dwukrotnie wyższej wadze (sieć astronomiczno-geodezyjna) (Rogowski i in., 2005a). Mapę odstępów geoidy od elipsoidy, opracowaną na podstawie wyników wyrównania, przedstawiono na rysunku 11.4. Błędy odstępów geoidy od elipsoidy z wyrównania przedstawiono na rysunku 11.5.



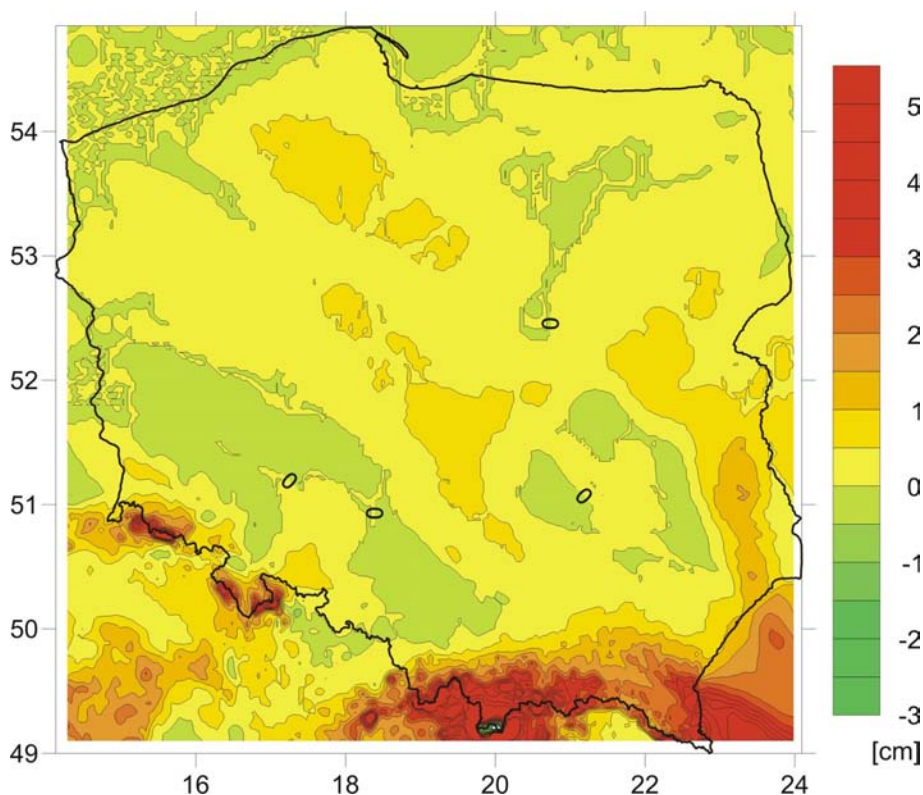
Rys. 11.4. Mapa odstępów geoidy od elipsoidy opracowana na podstawie wyników wyrównania [m]



Rys. 11.5. Mapa błędów odstępów geoidy od elipsoidy z wyrównania [m]

11.1.3. Ocena dokładności modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej

W pełni wiarygodną ocenę dokładności opracowanego modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej można byłoby uzyskać w wyniku analizy porównawczej tego modelu z innymi, niezależnie wyznaczonymi modelami geoidy. W analizach jakości modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej przeprowadzonych w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002, a także po jego zakończeniu, model geoidy astronomiczno-geodezyjnej porównywano z modelami quasigeoidy. Odstępy quasigeoidy od geoidy, obliczone przy wykorzystaniu wzoru (11.2-20) na obszarze objętym modelowaniem, przyjmują wartości w przedziale od -5 cm do 63 cm, ze średnią wartością równą 1 cm i odchyleniem standardowym równym 3 cm (Łyszkowicz, 2005c). Na obszarze Polski odstępów te przyjmują wartości w przedziale od -3 cm do 15 cm, ze średnią wartością równą 0.4 cm i odchyleniem standardowym równym 0.7 cm (rys. 11.6). Większość tych odstępów przybiera wartości co najwyżej kilku centymetrów, toteż, mając na uwadze kilkunastucentymetrową dokładność obliczonego modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej, w pierwszym przybliżeniu do oceny jakości tego modelu można korzystać z modeli quasigeoidy.



Rys. 11.6. Rozkład odstępów quasigeoidy od geoidy na obszarze Polski

Opracowany model geoidy astronomiczno-geodezyjnej został porównany z modelami quasigeoidy: „Geoida niwelacyjna 2000” zamieszczonym w oprogramowaniu *TRANSPOL* (Kadaj, 2001b), modelu GUGiK 2001, upowszechnianym przez GUGiK pod nazwą „Geoida niwelacyjna 2001” i zamieszczonym w oprogramowaniu *Geoida* (Pażus, 2001) i modelu quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr* (Kryński i Łyszkowicz, 2006b). Porównania dokonano a) w punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej (rys. 11.3) po wyinterpolowaniu na te punkty anomalii wysokości z zadanych w węzłach siatki $1.5' \times 3.0'$ modeli quasigeoidy oraz b) w węzłach siatki po wyinterpolowaniu na nie wysokości geoidy zadanych w punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej.

Interpolacji na węzły siatki $1.5' \times 3'$ wysokości geoidy astronomiczno-geodezyjnej, obliczonych w 556 punktach o zadanych odchyleniach pionu, dokonano przy zastosowaniu metody kolokacji najmniejszych kwadratów. W tym celu w 556 punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej obliczono undulacje geoidy N_p^{GGM} z globalnego modelu geopotencjału EGM96 i poprzez ich odjęcie od undulacji geoidy N_p^{astro} wyznaczonych z wyrównania odchylen pionu otrzymano w tych punktach residualne wysokości geoidy N_p^{res}

$$N_p^{res} = N_p^{astro} - N_p^{GGM} \quad (11.1-2)$$

a następnie obliczono znormalizowane residualne wysokości geoidy N_p^{res-n}

$$N_p^{res-n} = N_p^{res} - \text{średnia}(N_p^{res}) \quad (11.1-3)$$

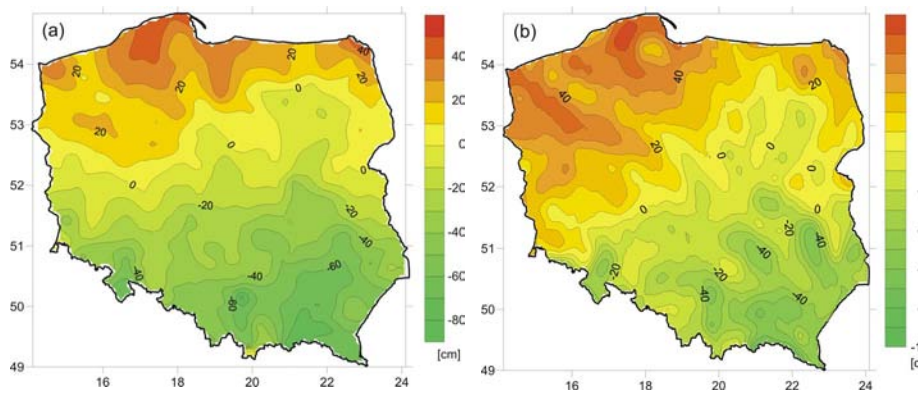
Korzystając z programu *geogrid* pakietu *GRAVSOFT* (Forsberg, 1997), obliczono empiryczną funkcję kowariancji znormalizowanych residualnych wysokości geoidy N_p^{res-n} , i po określeniu odległości korelacyjnej i wariancji szumu wyinterpolowano metodą kolokacji znormalizowane residualne wysokości geoidy N_s^{res-n} w węzłach siatki $3' \times 3'$. Residualne wysokości geoidy w węzłach siatki N_s^{res} otrzymano z zależności

$$N_s^{res} = N_s^{res-n} + \text{średnia}(N_p^{res}) \quad (11.1-4)$$

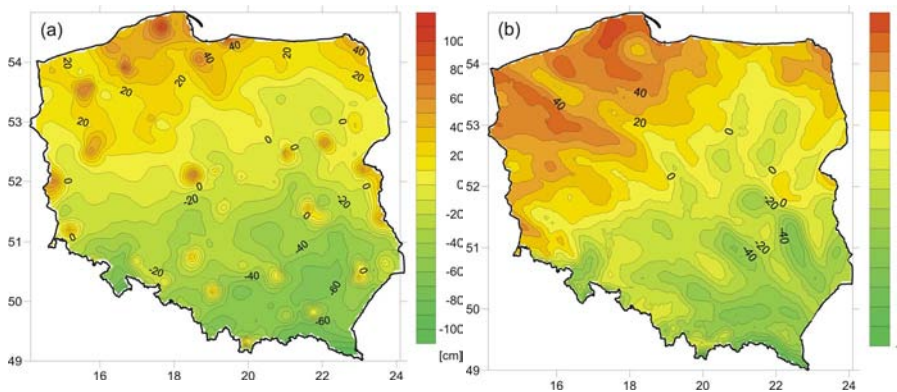
zaś wysokości geoidy w węzłach siatki po dodaniu undulacji geoidy N_s^{GGM} obliczonych z globalnego modelu geopotencjału EGM96 w węzłach siatki do residualnych wysokości geoidy

$$N_s^{astro} = N_s^{res} + N_s^{GGM} \quad (11.1-5)$$

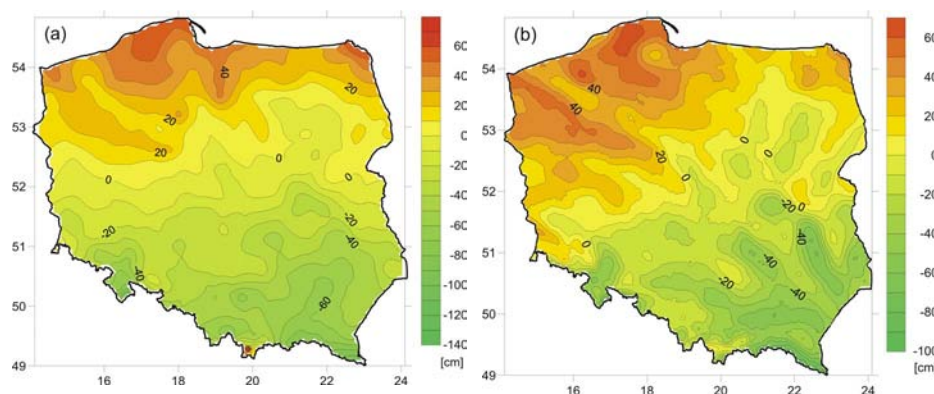
Różnice pomiędzy obliczonymi wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej na punktach sieci a wyinterpolowanymi z kolejnych modeli wysokościami quasigeoidy przedstawiono na rysunkach 11.7a, 11.8a i 11.9a (Rogowski i in., 2005a), zaś ich statystyki – w tabeli 11.3a. Różnice pomiędzy wyinterpolowanymi na węzły siatki $1.5' \times 3'$ wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami quasigeoidy uzyskanymi z kolejnych modeli przedstawiono na rysunkach 11.7b, 11.8b i 11.9b, zaś ich statystyki – w tabeli 11.3b.



Rys. 11.7. Odstepy obliczonej geoidy od quasigeoidy z modelu „geoida niwelacyjna 2000” [cm] z wyznaczenia na punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej (a) oraz z wyznaczenia w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ (b)



Rys. 11.8. Odstepy obliczonej geoidy od quasigeoidy z modelu GUGiK 2001 [cm] z wyznaczenia na punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej (a) oraz z wyznaczenia w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ (b)



Rys. 11.9. Odstepy obliczonej geoidy od quasigeoidy z modelu dopasowanego $quasi05c_corr$ [cm] z wyznaczenia na punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej (a) oraz z wyznaczenia w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ (b)

Tabela 11.3a. Statystyki różnic wysokości obliczonej geoidy astronomiczno-geodezyjnej z modelami geoidy niwelacyjnej 2000, quasigeoidy GUGiK 2001 i modelem dopasowanym quasigeoidy $quasi05c_corr$ [cm] z wyznaczenia na punktach sieci astronomiczno-grawimetrycznej

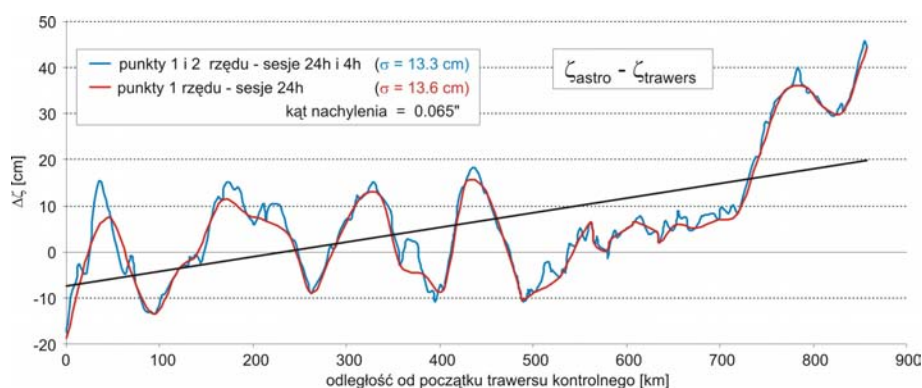
	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$N_{astro} - \zeta_{2000}$	-14.0	29.2	-83.6	51.0
$N_{astro} - \zeta_{2001}$	-10.1	32.9	-105.9	110.6
$N_{astro} - \zeta_{quasi05c_corr}$	-10.1	31.3	-106.7	167.4

Tabela 11.3b. Statystyki różnic wysokości obliczonej geoidy astronomiczno-geodezyjnej z modelami geoidy niwelacyjnej 2000, quasigeoidy GUGiK 2001 i modelem dopasowanym quasigeoidy $quasi05c_corr$ [cm] z wyznaczenia w węzłach siatki $1.5' \times 3'$

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$N_{astro} - \zeta_{2000}$	4.2	29.0	-83.5	64.0
$N_{astro} - \zeta_{2001}$	4.4	29.1	-94.0	67.6
$N_{astro} - \zeta_{quasi05c_corr}$	2.2	29.6	-97.2	69.1

Zgodnie z oczekiwaniami, przedstawione na rysunkach 11.7, 11.8 i 11.9 oraz w tabelach 11.3 wyniki porównań charakteryzują się wzajemną spójnością, wynikającą z bliskości modelu „geoidy niwelacyjnej 2000”, quasigeoidy GUGiK 2001 i modelu dopasowanego quasigeoidy $quasi05c_corr$ oraz wyraźnego odstawiania od nich modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej.

Wysokości quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowane na punkty trawersu kontrolnego z węzłów siatki $1.5' \times 3'$ zostały porównane z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego (rys. 11.10). Statystyki uzyskanych różnic zestawiono w tabeli 11.4.



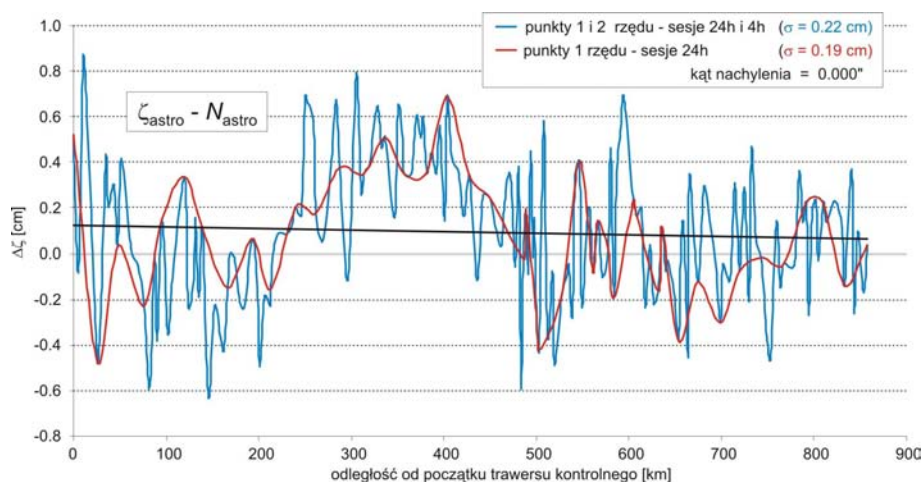
Rys. 11.10. Zgodność obliczonej quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego

Tabela 11.4. Statystyki różnic wysokości quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{astro}} - \zeta_{\text{trawers}}$	6.5	13.3	-18.8	45.7

Wyraźne zakłócenie przebiegu różnic między wysokościami quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego na ostatnim, najbardziej oddalonym na północny wschód 100 km odcinku trawersu (rys. 11.10) zasadniczo narusza charakter przystawania tych wysokości na odcinku 750 km od początku trawersu. Przyczyny zaobserwowanego zakłócenia można dopatrywać się w ograniczonym pokryciu tego rejonu astronomiczno-geodezyjnymi odchyleniami pionu (rys. 11.2).

Wyniki porównania wysokości geoidy astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowanych na punkty trawersu kontrolnego z węzłów siatki $1.5' \times 3'$ z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego są niemal identyczne z przedstawionymi na rysunku 11.10, a statystyki uzyskanych różnic pokrywają się z podanymi w tabeli 11.4. Różnice między przebiegiem quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej i geoidy astronomiczno-geodezyjnej na punktach trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 11.11, zaś statystyki tych różnic – w tabeli 11.5.



Rys. 11.11. Przebieg quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej względem geoidy astronomiczno-geodezyjnej wzdłuż trawersu kontrolnego

Tabela 11.5. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej wzdłuż trawersu kontrolnego [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{astro}} - N_{\text{astro}}$	0.0	0.22	-0.7	0.6

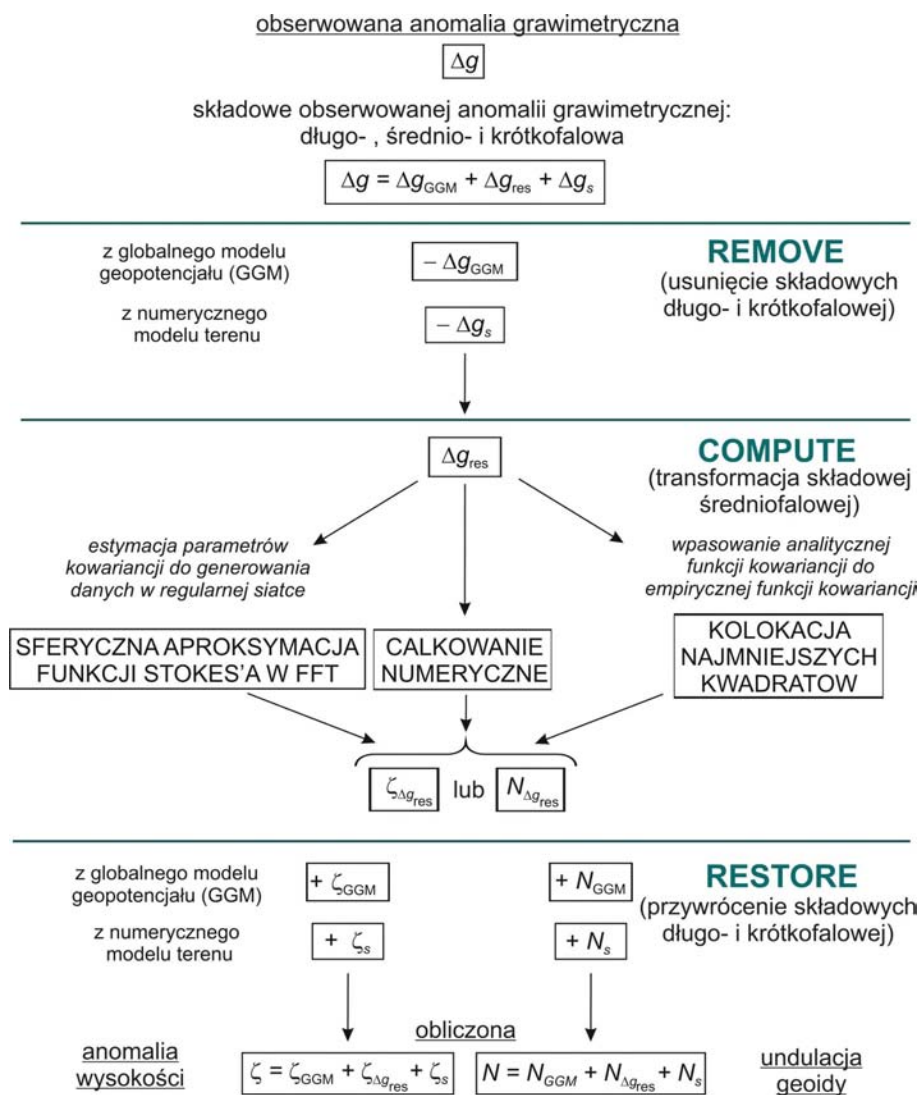
Uzyskane wyniki różnią się od przedstawionych w raportach z realizacji projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 (Rogowski i in., 2005a, 2005b; Kryński, 2006). Zaistniałe różnice wynikają z doboru modeli wykorzystanych do oceny dokładności opracowanego modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej oraz z zastosowanych metod interpolacji.

Analiza porównawcza rezultatów niniejszego opracowania z innymi jest nieco utrudniona, gdyż model geoidy uzyskany z opracowania odchyleń pionu na obszarze Polski wykazuje systematyczne nachylenie w kierunku północ-południe względem równoleżnikowej linii przebiegającej w przybliżeniu przez centrum kraju (przyłożenie jednopunktowe w punkcie BOGO w Obserwatorium Borowa Góra) o kąt szacowany na około 0.3" względem dostępnych modeli quasigeoidy. Źródła występowania tego systematycznego efektu nie udało się ustalić. Występujące nachylenie można eliminować przez kilkupunktowe nawiązanie wyznaczanego modelu geoidy lub transformację wyników wyrównania. Ze względu na przewidywane wykorzystanie wyników wyrównania do dalszych prac w postaci kombinacji z innymi rozwiązaniami nie jest wskazane narzucanie warunków na sieć niwelacji astronomiczno-geodezyjnej (Rogowski i in., 2005a).

11.2. Quasigeoida grawimetryczna

11.2.1. Metodyka modelowania quasigeoidy grawimetrycznej

Quasigeoidę grawimetryczną dla terenu Polski modelowano w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim z wykorzystaniem metody *remove-compute-restore* (rys. 11.12), stosowanej powszechnie do tworzenia modeli w skali regionalnej (Łyszkowicz, 2005b, 2005d).



Rys. 11.12. Schemat modelowania quasigeoidy grawimetrycznej z wykorzystaniem metody *remove-compute-restore*

W metodzie tej sygnały funkcjonalów potencjału zakłócającego przedstawiane są jako suma trzech składowych zawierających informacje pochodzące od:

- globalnego modelu geopotencjału (GGM), tzw. składowa długofalowa,
- residualnych średnich anomalii wolnopoietrnych (Δg_{res}), tzw. składowa średniofalowa,
- topografii terenu (s), tzw. składowa krótkofalowa.

Modelowanie quasigeoidy dla całego obszaru Polski przebiegało w dwóch krokach (Łyszkowicz, 2005b; Kryński, 2006). W pierwszym kroku tworzony był model geoidy, z którego następnie obliczano model quasigeoidy. Na wstępie do zaobserwowanych anomalii Faye'a $\Delta g_{\text{obs}}^{\text{Faye}}$ (anomalie wolnopoietrzone, do których dodano poprawkę terenową) dodaje się poprawkę atmosferyczną δg_A . Źródłem tej poprawki jest przyciąganie mas atmosferycznych usuniętych w teorii Stokesa, zakładającej, że ponad geoidą nie występują żadne masy. Wartość liczbowa tej poprawki jest niewielka (Moritz, 1984) i zazwyczaj do jej obliczenia wystarcza użycie uproszczonego modelu atmosfery. Zakładając sferyczny rozkład warstw w atmosferze, poprawkę atmosferyczną oblicza się ze wzoru (Wichiencharoen, 1982)

$$\delta g_A = (0.8658 - 9.727 \times 10^{-5} H + 3.482 \times 10^{-9} H^2) \text{ mGal} \quad (11.2-1)$$

Skorygowane o poprawkę atmosferyczną anomalie Faye'a

$$\Delta g = \Delta g_{\text{obs}}^{\text{Faye}} + \delta g_A \quad (11.2-2)$$

są danymi wejściowymi do modelowania geoidy. Rozłożone na składowe długo-, średnio- i krótkofalowe anomalie te mają postać

$$\Delta g = \Delta g_{\text{GGM}} + \Delta g_{\text{res}} + \Delta g_s \quad (11.2-3)$$

zaś wynikiem modelowania geoidy, w którym zasadniczą rolę odgrywa transformacja składowej średniofalowej, jest undulacja geoidy N

$$N = N_{\text{GGM}} + N_{\Delta g_{\text{res}}} + N_s \quad (11.2-4)$$

Wynikające z globalnego modelu geopotencjału składowe długofalowe Δg_{GGM} i ΔN_{GGM} obliczane są ze wzorów

$$\Delta g_{\text{GGM}} = R \sum_{n=2}^{n=n_{\text{max}}} \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \quad (11.2-5)$$

$$N_{\text{GGM}} = \gamma \sum_{n=2}^{n=n_{\text{max}}} (n-1) \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \quad (11.2-6)$$

gdzie C_{nm} i S_{nm} są współczynnikami globalnego modelu geopotencjału, P_{nm} są stowarzyszonymi funkcjami Legendre'a, $n = n_{\text{max}}$ jest maksymalnym stopniem modelu, a γ jest średnim normalnym przyspieszeniem siły ciężkości.

Składowa $N_{\Delta g_{\text{res}}}$ jest obliczana ze wzoru Stokesa (11.2-7) przy wykorzystaniu residualnych anomalii Δg_{res}

$$N_{\Delta g_{\text{res}}} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g_{\text{res}} S(\psi) d\sigma \quad (11.2-7)$$

gdzie

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2n+1}{n-1} \cdot P_n(\cos \psi) \quad (11.2-8)$$

lub

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} - \sin \psi + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \quad (11.2-9)$$

jest funkcją Stokesa.

Residualne anomalie Δg_{res} otrzymuje się przez odjęcie od skorygowanych o poprawkę atmosferyczną anomalii Faye'a Δg składowej Δg_{GGM} wynikającej z modelu geopotencjału i liczonej zgodnie z (11.2-5) oraz składowej krótkookresowej Δg_s . W procesie modelowania quasigeoidy grawimetrycznej na terenie Polski nie wyodrębniano składowej krótkookresowej. Początkowo przyczyną tego był brak odpowiedniego modelu terenu. W późniejszych wyznaczeniach modeli quasigeoidy efekt krótkookresowy był uwzględniany w postaci poprawek terenowych do anomalii grawimetrycznych.

Całka Stokesa (11.2-6) jest klasycznym rozwiązaniem zagadnienia brzegowego opartym na aproksymacji sferycznej. Absolutny błąd tej aproksymacji dla $N = 30$ m (odpowiada to średniej undulacji geoidy na obszarze Polski) i dla $N = 100$ m (maksymalna undulacja geoidy) wynosi odpowiednio ± 9 cm i ± 30 cm. Przy zastosowaniu techniki *remove-compute-restore* poprawka ta jest o rząd mniejsza, gdyż całkowana anomalia grawimetryczna uwolniona jest od składowej długofalowej poprzez usunięcie z niej wpływu globalnego modelu geopotencjału.

W przypadku użycia szybkiej transformaty Fouriera do oszacowania całki Stokesa przeważnie stosowana jest lokalna aproksymacja kuli przez płaszczyznę. W takiej sytuacji całka Stokesa będzie w dwuwymiarowym układzie opisana za pomocą współrzędnych płaskich. Na pewnym obszarze E powierzchnia kuli jest zastąpiona przez płaszczyznę styczną do kuli. Wówczas funkcja Stokesa (11.2-9) będzie aproksymowana przez

$$S(\psi) \cong \frac{1}{\sin \frac{\psi}{2}} \cong \frac{2}{\psi} \quad (11.2-10)$$

Wprowadzając współrzędne biegunowe, $\psi = s/R$, $\sin \psi \cong \psi$, równanie (11.2-9) przyjmie postać $S(\psi) = 2R/s$, a całkę Stokesa (11.2-7) można napisać w postaci

$$N_{\Delta g_{\text{res}}} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \frac{\Delta g_{\text{res}}}{s} s d\alpha ds \quad (11.2-11)$$

gdzie obszar całkowania E : $[0 \leq s \leq s_{\text{max}}, 0 \leq \alpha \leq 2\pi]$.

We współrzędnych prostokątnych obszar całkowania określony jest następująco: $E: [-X/2 \leq x \leq X/2, -Y/2 \leq y \leq Y/2]$, co daje

$$s d\alpha ds = dx dy \quad (11.2-12)$$

$$s = [(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2]^{1/2} \quad (11.2-13)$$

a całka Stokesa przyjmuje postać

$$N_{\Delta g_{\text{res}}}(x_p, y_p) = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \frac{\Delta g_{\text{res}}(x, y)}{[(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2]^{1/2}} dx dy \quad (11.2-14)$$

Równanie (11.2-14) można wyrazić w postaci

$$N_{\Delta g_{\text{res}}}(x, y) = \frac{1}{2\pi\gamma} \Delta g_{\text{res}}(x, y) * l(x, y) \quad (11.2-15)$$

gdzie operator $*$ oznacza dwuwymiarowy splot (konwolucję) dwu funkcji, a

$$l(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1/2} \quad (11.2-16)$$

jest funkcją jądra całki Stokesa.

Całka Stokesa praktycznie odnosi się nie do geoidy, a do tzw. co-geoidy (Heiskanen i Moritz, 1967). Z sumowania składowej $N_{\Delta g_{\text{res}}}$ obliczonej wzorami (11.2-7) lub (11.2-14) ze składową N_{GGM} obliczoną wzorem (11.2-6) otrzymuje się zatem undulację co-geoidy $N_{\text{co-geoid}}$

$$N_{\text{co-geoid}} = N_{\text{GGM}} + N_{\Delta g_{\text{res}}} \quad (11.2-17)$$

która nie pokrywa się z geoidą z uwagi na tzw. efekt pośredni, wywołany zniekształceniem pola siły ciężkości, a tym samym i powierzchni ekwipotencjalnej, z powodu zastosowania redukcji grawimetrycznych. Przez dodanie do undulacji co-geoidy poprawki N_1 z tytułu efektu pośredniego, otrzymuje się undulację geoidy.

Spśród wielu praktycznych wzorów wyrażających efekt pośredni (Wichiencharoen, 1982) wykorzystano uproszczony model, który daje wyniki

obliczeń z zadowalającą dokładnością. Wzór ten ma postać (Grushinskiy, 1976)

$$\delta N_I = -\frac{\pi G \rho H^2}{\gamma} \quad (11.2-18)$$

gdzie G jest stałą grawitacyjną, ρ – gęstością mas topograficznych (2.67 g/cm^3), H – wysokością punktu nad poziomem morza, γ – średnim przyspieszeniem normalnym (979 800 mGal). Dodatkowo, przesunięcie mas topograficznych pod geoidę powoduje, że anomalie grawimetryczne należy zredukować z geoidy na co-geoidę. Wielkość tej redukcji jest jednak bardzo mała (Wichiencharoen, 1982). Wynosi ona $0.3086 \times \delta N_I$ i w praktycznych obliczeniach może być zaniedbana (Łyszkowicz, 2005b).

Undulację geoidy N otrzymuje się zatem ze wzoru

$$N = N_{\text{co-geoid}} + \delta N_I \quad (11.2-19)$$

Zastosowany we wzorze (11.2-19) efekt pośredni δN_I jest równoważny krótkookresowej składowej undulacji geoidy N_s w wyrażeniu (11.2-4) (Łyszkowicz i Forsberg, 1995).

Przejścia od undulacji geoidy N do anomalii wysokości ζ , odpowiadającej wysokości quasigeoidy nad elipsoidą, dokonuje się za pośrednictwem anomalii Bouguera Δg^B , korzystając ze wzoru (Heiskanen i Moritz, 1967)

$$\zeta = N - \Delta g^B \times H \quad (11.2-20)$$

gdzie jeśli Δg^B wyrażone jest w Galach i H w kilometrach, to ζ i N obliczone są w metrach.

Modelowanie quasigeoidy dla rejonu południowego Bałtyku przeprowadzono w dwóch niezależnych wariantach (Jarmołowski, 2006). W obu wariantach składową średniofalową anomalię grawimetryczną przetransformowano na etapie *compute* do anomalii wysokości ζ , a nie jak w opisanym powyżej algorytmie – do undulacji geoidy N .

W pierwszym wariantcie transformacji średniofalowej składowej anomalii grawimetrycznej dokonano przy zastosowaniu sferycznej aproksymacji zmodyfikowanej funkcji Stokesa $S_{\text{mod}}(\psi)$ w szybkiej transformacji Fouriera FFT. Zastosowano modyfikację Wong-Gore'a jądra całki Stokesa (11.2-21 i 11.2-22), polegającą na eliminacji długofalowej składowej jądra poprzez odrzucenie wyrazów niższego stopnia (stopnia niższego od N_1) w rozwinięciu harmonicznym funkcji $S(\psi)$ (11.2-8) oraz liniowej interpolacji pozostałych w szeregu wyrazów (dla stopni od N_1 do N_2) (Featherstone, 2002; Forsberg i in., 2002).

$$S_{\text{mod}}(\psi) = S(\psi) - \sum_{n=2}^{N_2} \alpha(n) \frac{2n+1}{n-1} P_n \cos(\psi) \quad (11.2-21)$$

$$\alpha(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 2 \leq n \leq N_1 \\ \frac{N_2 - n}{N_2 - N_1} & \text{dla } N_1 \leq n \leq N_2 \\ 0 & \text{dla } N_2 \leq n \end{cases} \quad (11.2-22)$$

Interpolacja w interwale między N_1 i N_2 powoduje wyeliminowanie gwałtownego skoku spektrum w przypadku sprowadzenia do zera niskich częstotliwości sygnału. Wielkość tego interwału określono na podstawie eksperymentów numerycznych wykonanych przy wykorzystaniu dostępnych w literaturze doświadczeń użytkowników tej metody (Jarmołowski, 2006).

11.2.2. Dane do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej

Po udostępnieniu obliczonych w latach 80. przez zespół PBG średnich anomalii wolnopowietrznych w blokach $1' \times 1'$ zbiór ten był do 2003 r. jedynym źródłem wysokorozdzielczych danych grawimetrycznych z obszaru Polski, jakie mogły być wykorzystywane do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej na terenie Polski. Udostępnienie przez PIG w 2003 r. dla celów projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 geologicznej bazy danych grawimetrycznych, obejmującej ponad milion punktowych danych grawimetrycznych, głównie z półszczełowych zdjęć grawimetrycznych, zapoczątkowało proces stopniowego ujednolicania tych danych, obliczania redukcji odpowiednich do wymogów dokładnościowych precyzyjnego modelowania quasigeoidy oraz tworzenia średnich anomalii. W trakcie prac nad wspomnianym projektem powstawały w IGiK kolejne, coraz bardziej doskonalone zbiory średnich anomalii grawimetrycznych z obszaru Polski. Nieznacznemu wzbogaceniu uległ także w latach 2003–2005 zbiór danych grawimetrycznych z krajów sąsiednich.

Do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej na obszarze Polski korzystano z siedmiu wersji danych grawimetrycznych (Kryński i Łyszkowicz, 2006b):

- 1) Dane grawimetryczne z obszaru $47^\circ < \varphi < 57^\circ$ oraz $11^\circ < \lambda < 26^\circ$ użyte do obliczenia modelu quasigeoidy quasi97b. Na obszarze Polski składają się one ze średnich anomalii wolnopowietrznych obliczonych przez PBG w blokach $1' \times 1'$, odniesionych do poziomu grawimetrycznego poczdamskiego, elipsoidy Bessela w systemie „Borowa Góra” oraz normalnego pola siły ciężkości wyrażonego wzorem Helmerta. Dane te sprowadzono do poziomu grawimetrycznego IGSN71, stosując stałą poprawkę -14 mGal, oraz do normalnego pola siły ciężkości i elipsoidy GRS80. Do pozycji średnich anomalii wprowadzono bardzo uproszczone poprawki transformujące układy „Borowa Góra” i „1942” do układu „1992” w ETRS89 (Łyszkowicz, 1993). Na obszarach poza Polską dane

grawimetryczne odpowiadają danym opisanym w rozdziałach 2.1.3, 2.1.4 i 2.1.5.

- 2) Dane grawimetryczne (1), w których w 2004 r. wymieniono tylko dane z obszaru Polski i usunięto dane z Bornholmu. Do średnich anomalii wolnopowietrznych obliczonych przez PBG w blokach $1' \times 1'$ wprowadzono w 2004 r. w IGIK, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki do poziomu grawimetrycznego POGK99 oraz normalnego pola siły ciężkości i elipsoidy GRS80. Do pozycji średnich anomalii wprowadzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki z układu „Borowa Góra” do układu „1992” w ETRS89.
- 3) Dane grawimetryczne (2) uzupełnione danymi z Bornholmu.
- 4) Dane grawimetryczne z obszaru $47^\circ < \varphi < 57^\circ$ oraz $11^\circ < \lambda < 26^\circ$. Dane z terenów poza Polską – te same co w (1). Do punktowych anomalii grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych z obszaru Polski wprowadzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki do poziomu grawimetrycznego POGK99 oraz normalnego pola siły ciężkości i elipsoidy GRS80, a następnie poprawki terenowe. Do pozycji punktowych anomalii wprowadzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki z tytułu przejścia z układu „Borowa Góra” do układu „1992” w ETRS89. Średnie anomalie Faye’a obliczone zostały na obszarze Polski w blokach $1' \times 1'$ przy wykorzystaniu danych wysokościowych z modelu DTED2.
- 5) Dane grawimetryczne (4) uzupełnione średnimi anomaliami grawimetrycznymi ze wschodniej Białorusi i środkowej Ukrainy.
- 6) Dane grawimetryczne z obszaru $47^\circ < \varphi < 57^\circ$ oraz $11^\circ < \lambda < 26^\circ$. Dane z terenów poza Polską – te same co w (1), uzupełnione średnimi anomaliami grawimetrycznymi ze wschodniej Białorusi i środkowej Ukrainy. Do punktowych anomalii grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych z obszaru Polski wprowadzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki do poziomu grawimetrycznego POGK99 oraz normalnego pola siły ciężkości i elipsoidy GRS80, a następnie poprawki terenowe. Do pozycji punktowych anomalii wprowadzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki z tytułu przejścia z układu „Borowa Góra” do układu „1992” w ETRS89. Średnie anomalie Faye’a obliczone zostały na obszarze Polski w blokach $1' \times 1'$ przy wykorzystaniu danych wysokościowych z bazy danych grawimetrycznych (wysokości punktów grawimetrycznych pomierzone przy użyciu niwelacji technicznej) oraz z modelu DTED2.
- 7) Dane grawimetryczne z obszaru $47^\circ < \varphi < 57^\circ$ oraz $11^\circ < \lambda < 26^\circ$. Dane z terenów poza Polską – te same co w (1), uzupełnione średnimi anomaliami grawimetrycznymi ze wschodniej Białorusi i środkowej Ukrainy. Do punktowych anomalii grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych z obszaru Polski, oczyszczonych z uznanych za odstające danych ze zdjęć szczegółowych i profilów grawimetrycznych, wprowa-

dzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki do poziomu grawimetrycznego POGK99 oraz normalnego pola siły ciężkości i elipsoidy GRS80, a następnie poprawki terenowe. Do pozycji punktowych anomalii wprowadzono, zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 5.3.1, poprawki z tytułu przejścia z układu „Borowa Góra” do układu „1992” w ETRS89. Średnie anomalie Faye’a obliczone zostały na obszarze Polski w blokach $1' \times 1'$ przy wykorzystaniu danych wysokościowych z bazy danych grawimetrycznych (wysokości punktów grawimetrycznych pomierzone przy użyciu niwelacji technicznej) oraz z modelu DTED2.

Do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej na obszarze południowego Bałtyku korzystano z lądowych danych grawimetrycznych z obszaru $52^\circ < \varphi < 57^\circ$ oraz $11^\circ < \lambda < 26^\circ$ [podzbiór wersji 1) danych grawimetrycznych], morskich i lotniczych danych grawimetrycznych z południowego Bałtyku i danych altimetrycznych (Jarmołowski, 2005b, 2006).

11.2.3. Obliczone modele quasigeoidy grawimetrycznej

Opracowane modele quasigeoidy grawimetrycznej dla obszaru Polski różnią się między sobą użytym do ich obliczenia zbiorem danych grawimetrycznych oraz wykorzystanym globalnym modelem geopotencjału. Spośród sześciu badanych w ramach projektu PBZ-KBN-081/T12/2002 globalnych modeli geopotencjału (rozdz. 6) do obliczania modeli quasigeoidy grawimetrycznej wykorzystano cztery modele (tab. 11.6) (Łyszkowicz, 2005b).

Tabela 11.6. Globalne modele geopotencjału użyte do modelowania quasigeoidy

Model	Stopień	Rodzaj
EGM96	360	kombinowany
GGM02S (140)	160	tylko satelitarny
GGM02C	200	kombinowany
GGM02S/EGM96	360	kombinowany

W przypadku modelu GGM02S do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej użyto tylko współczynników do stopnia i rzędu 140, gdyż dalsze współczynniki są obciążone zbyt dużymi błędami i wprowadzają znaczne błędy do obliczeń quasigeoidy.

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 opracowano siedem modeli quasigeoidy grawimetrycznej dla obszaru Polski, zaś po jego zakończeniu – dodatkowo jeden model. Charakterystyka tych modeli, łącznie z użytym do kontroli modelem quasi97b (Łyszkowicz, 1998) jest podana w tabeli 11.7 (Kryński i Łyszkowicz, 2006b).

Tabela 11.7. Modele quasigeoidy grawimetrycznej

Lp.	Model quasigeoidy	Wersja danych	Model geopotencjału
1	quasi97b	1	EGM96
2	quasi04a	2	EGM96
3	quasi04b	2	GGM02S
4	quasi04c	2	GGM02S/EGM96
5	quasi04d	3	GGM02C
6	quasi05a	4	EGM96
7	quasi05b	5	EGM96
8	quasi05c	5	GGM02S/EGM96
9	quasi06a	6	GGM02S/EGM96

Obliczono również model quasigeoidy grawimetrycznej dla południowego Bałtyku (Jarmołowski, 2005b, 2006).

11.2.4. Ocena dokładności obliczonych modeli quasigeoidy grawimetrycznej

Dla wyznaczonych modeli quasigeoidy obliczono wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF, a następnie porównano je z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, uzyskanymi z pomiarów GPS i niwelacji (geometrycznymi) na tych punktach. Statystyki porównań dotyczące modeli quasi04a, quasi04b, quasi04c i quasi04d podano w tabeli 11.8, zaś modeli quasi05a, quasi05b, quasi05c i quasi06a – w tabeli 11.9 (Łyszkowicz, 2005b).

Tabela 11.8. Statystyki porównań modeli quasigeoidy quasi04a, quasi04b, quasi04c i quasi04d z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF [cm]

Statystyka	$\zeta_{GPS} - \zeta_{graw}$ (z błędnymi punktami)				$\zeta_{GPS} - \zeta_{graw}$ (po usunięciu stałego czynnika i punktów błędnych)			
	quasi04a	quasi04b	quasi04c	quasi04d	quasi04a	quasi04b	quasi04c	quasi04d
Średnia	-30.3	-29.6	-31.2	-32.3	0.0	0.0	0.0	0.0
Odch. std.	3.5	4.2	4.1	3.8	3.2	4.1	3.9	3.6
Min	-38.8	-45.0	-41.5	-42.9	-8.4	-12.0	-10.2	-10.5
Max	-12.1	-16.7	-17.6	-18.5	10.1	10.8	11.4	10.9

Tabela 11.9. Statystyki porównań modeli quasigeoidy quasi05a, quasi05b, quasi05c i quasi06a z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF [cm]

Statystyka	$\zeta_{GPS} - \zeta_{graw}$ (z błędnymi punktami)				$\zeta_{GPS} - \zeta_{graw}$ (po usunięciu stałego czynnika i punktów błędnych)			
	quasi05a	quasi05b	quasi05c	quasi06a	quasi05a	quasi05b	quasi05c	quasi06a
Średnia	-12.2	-12.7	-12.2	-12.6	0.0	0.0	0.0	0.0
Odch. std.	4.3	4.4	4.3	4.1	3.6	3.6	3.7	3.8
Min	-26.2	-25.8	-26.2	-27.2	-9.2	-9.2	-10.1	-10.3
Max	8.6	8.4	8.6	4.3	9.0	9.0	9.7	10.1

Na niektórych punktach sieci POLREF odchyłki w wysokościach quasigeoidy przekroczyły trzykrotną wartość odchylenia standardowego. Takie odchyłki uznano za „odstające” (Łyszkowicz, 2005b, 2005d). Listę punktów sieci POLREF, na których wystąpiły odchyłki uznane za „odstające” w odniesieniu do modeli quasigeoidy, przedstawiono w tabeli 11.10.

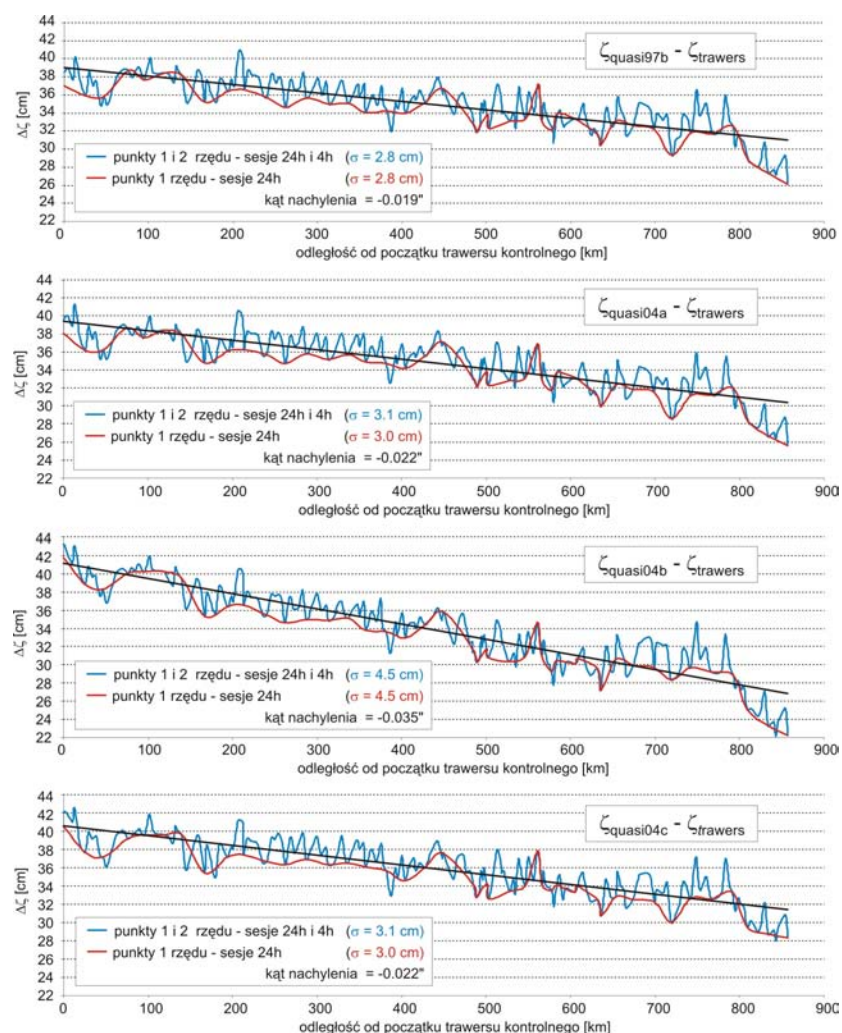
Tabela 11.10. Punkty sieci POLREF z „odstającymi” odchyłkami w odniesieniu do modeli quasigeoidy [cm]

lr pk	Nazwa pkt.	uasi04 _i	uasi04 _i	uasi04 _i	uasi04 _i	uasi05 _i	uasi05 _i	uasi05 _i	uasi06 _i
501	Koskowa					18.9	19.2	15.0	15.6
502	Rolów Wierch	18.2	12.9	13.6	13.7	20.8	21.1	16.2	16.9
503	Wieprz					11.0	11.3		
504	Żywiec					11.0	11.3		
603	Olszana					13.7	13.9		
604	Krynica					14.9	15.0		
1001	Kopaczów					-14.0	-13.1	-14.2	-14.6
1503	Jerzmanowice	13.8	-15.4		11.5	18.1	18.4	15.3	14.7
5101	Stramnica			12.5	12.4				
5202	Barzowice			13.2	11.8				

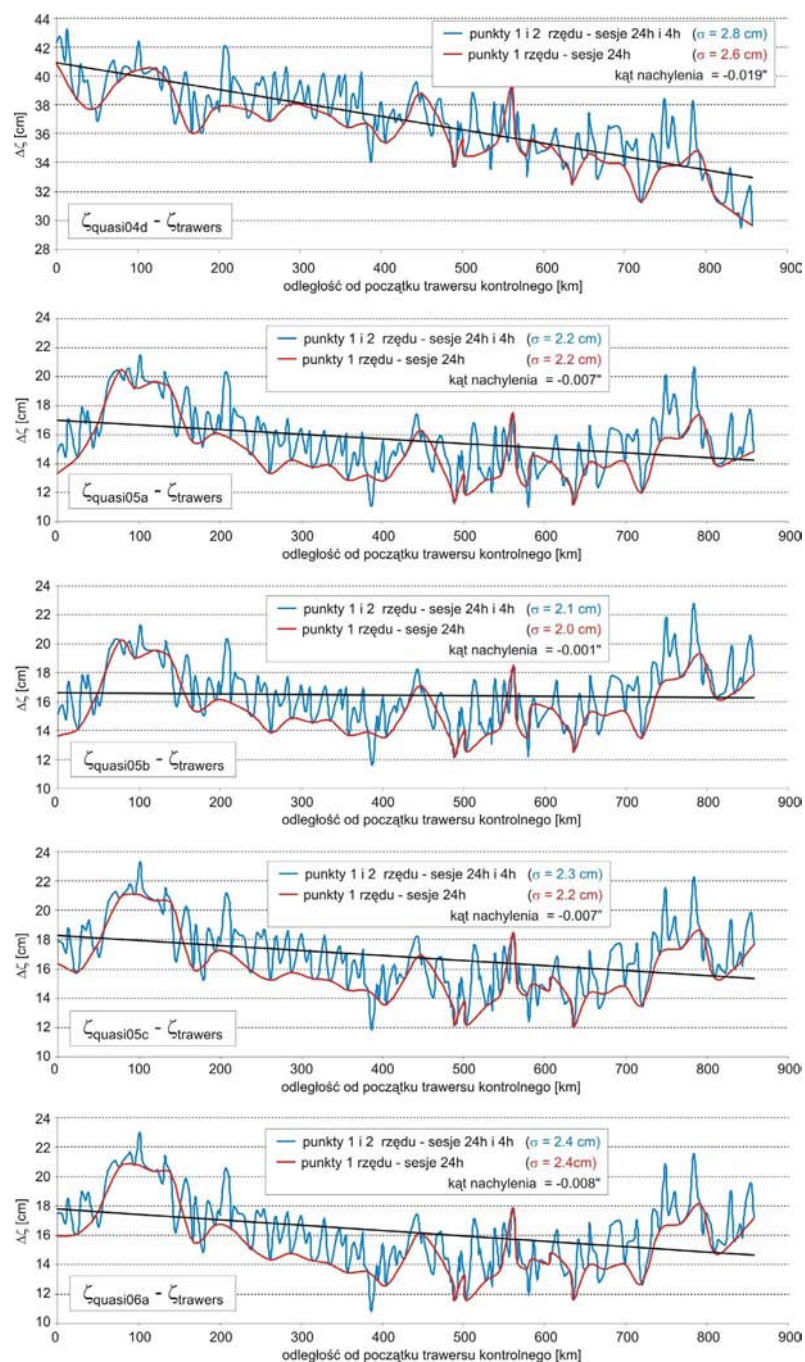
Wyznaczone modele quasigeoidy grawimetrycznej charakteryzują się dużą spójnością. Sprowadzenie danych grawimetrycznych do jednolitego systemu grawimetrycznego oraz ujednolicenie geodezyjnych układów odniesienia nie spowodowało znaczącego podniesienia jakości modeli. Poprawę, wyrażającą się głównie w około 60% zmniejszeniu błędu systematycznego modelu, spowodowało wygenerowanie nowych średnich anomalii grawimetrycznych dla terenu Polski na podstawie sprowadzonych do jednolitego systemu grawimetrycznego oraz do systemu odniesienia ETRS89 danych grawimetrycznych i uwzględnienie poprawek terenowych. Zachowanie przez modele quasigeoidy odchylenia standardowego na poziomie 3.5–4 cm w dużej mierze wynika z kilkucentymetrowych błędów w wysokościach punktów sieci POLREF. Jakość składowej

wysokościowej na punktach sieci POLREF nie jest wystarczająca do dalszego korzystania z punktów tej sieci w celu oceny jakości współczesnych modeli quasigeoidy grawimetrycznej w Polsce.

Oceny dokładności modeli quasigeoidy grawimetrycznej dokonano dodatkowo poprzez porównanie tych modeli z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach tego trawersu. Przebieg różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy poszczególnych modeli quasigeoidy grawimetrycznej i wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach tego trawersu przedstawiono na rysunkach 11.13 i 11.14.



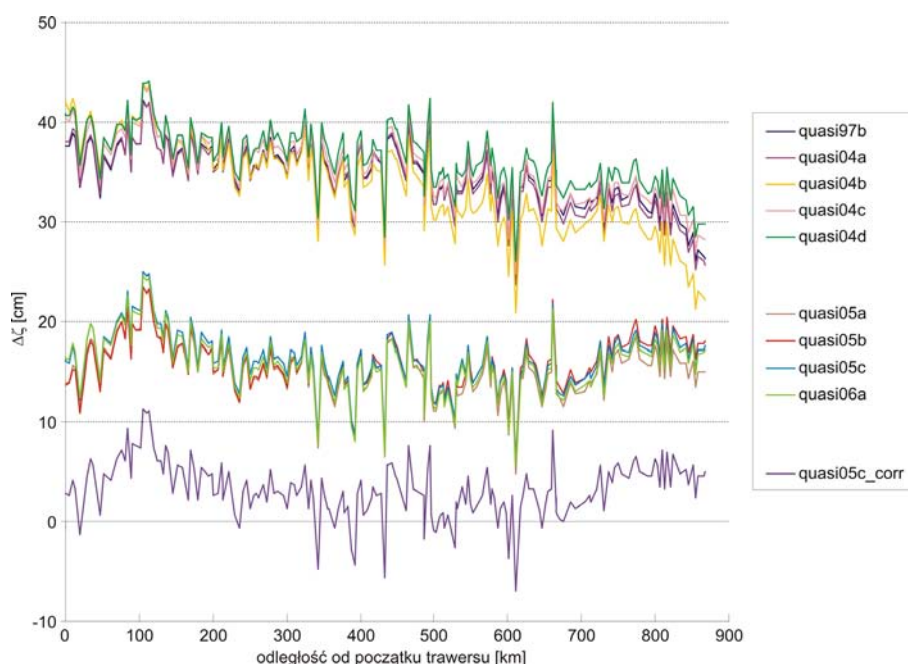
Rys. 11.13. Różnice między wysokościami quasigeoidy modeli quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b, quasi04a, quasi04b, quasi04c i wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach tego trawersu



Rys. 11.14. Różnice między wysokościami quasigeoidy modeli quasigeoidy grawimetrycznej *quasi04d*, *quasi05a*, *quasi05b*, *quasi05c*, *quasi06a* i wysokościami quasigeoidy satelitaro-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach tego trawersu

Przebiegi różnic wysokości quasigeoidy wzdłuż trawersu kontrolnego (rys. 11.13 i 11.14) wyraźnie uwypuklają błędy wyznaczenia wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach trawersu kontrolnego, wyraźnie odróżniając punkty węzłowe od punktów pośrednich. Zaobserwowana wewnętrzna zgodność odchyleń standardowych w przypadku każdej z analizowanych różnic świadczy o tym, że wysokości punktów pośrednich (obserwowane w sesjach 4h) trawersu kontrolnego odgrywają jednak statystycznie równorzędną rolę jak wysokości punktów węzłowych pierwszego rzędu (obserwowane w sesjach 24h) w procesie oceny dokładności modelu quasigeoidy.

Przebieg różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy poszczególnych modeli quasigeoidy grawimetrycznej oraz quasigeoidy grawimetrycznej wpasowanej i wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach tego trawersu przedstawiono na rysunku 11.15. Statystyki różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy z poszczególnych modeli i wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach tego trawersu przedstawiono w tabeli 11.11 (Łyszkowicz, 2005b).



Rys. 11.15. Porównanie modeli quasigeoidy grawimetrycznej z wysokościami quasigeoidy punktów trawersu kontrolnego

Tabela 11.11. Statystyki różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy z poszczególnych modeli i wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej trawersu kontrolnego na punktach trawersu [cm] oraz nachylenie modeli w odniesieniu do trawersu kontrolnego w kierunku SW–NE

Statystyki	quasi97b	quasi04a	quasi04b	quasi04c	quasi04d	quasi05a	quasi05b	quasi05c	quasi06a
Średnia	35.0	34.8	33.9	35.9	36.9	15.6	16.4	16.8	16.4
Odch. std.	2.8	3.1	4.5	3.1	2.8	2.2	2.1	2.3	2.4
Min	26.1	25.6	22.2	28.0	29.5	11.0	11.7	11.9	10.9
Max	40.9	41.3	43.3	42.5	43.2	21.5	22.8	23.3	23.0
Nachylenie	−0.019"	−0.022"	−0.035"	−0.022"	−0.019"	−0.007"	−0.001"	−0.007"	−0.008"

Wyniki porównania modeli quasigeoidy grawimetrycznej z wysokościami quasigeoidy na punktach trawersu kontrolnego (tab. 11.11) są zgodne z wynikami porównania na punktach sieci POLREF (tab. 11.8 i 11.9). Wskazują one jednak wyraźniej na poprawę w jakości kolejnych modeli quasigeoidy grawimetrycznej. Wprowadzenie do punktowych danych grawimetrycznych poprawek z tytułu ujednolicenia układu odniesienia i systemu grawimetrycznego, poprawek terenowych, bardziej rygorystyczne wyznaczenie średnich anomalii grawimetrycznych oraz wykorzystanie nowych danych grawimetrycznych z rejonu wschodniej Białorusi i środkowej Ukrainy zaowocowało zmniejszeniem błędu systematycznego modelu quasigeoidy grawimetrycznej z poziomu 35 cm do 16 cm, zmniejszeniem błędu przypadkowego o około 20% i jednocześnie ponaddwukrotnym zmniejszeniem nachylenia quasigeoidy grawimetrycznej względem quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej. Modele quasigeoidy grawimetrycznej, do których obliczenia wykorzystano globalne modele geopotencjału ograniczone do niższych stopni i rzędów niż 360, tj. 140 (quasi 04b) lub 200 (quasi04d) (tabela 11.6) charakteryzują się znacząco większymi błędami.

Opracowany w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim model quasigeoidy grawimetrycznej dla południowego Bałtyku, obliczony techniką FFT, został porównany ze skandynawskim modelem quasigeoidy NKG04 ($\sigma = \pm 1.7$ cm), z wysokościami na punktach sieci POLREF ($\sigma = \pm 2.1$ cm), z modelem oceanograficznym z altimetrii satelitarnej ($\sigma = \pm 6.8$ cm) oraz z wysokościami na punktach trawersu kontrolnego ($\sigma = \pm 1.2$ cm). Analogiczny model quasigeoidy grawimetrycznej dla południowego Bałtyku, obliczony metodą kolokacji, został porównany ze skandynawskim modelem quasigeoidy NKG04 ($\sigma = \pm 1.7$ cm), z wysokościami na punktach sieci POLREF ($\sigma = \pm 2.4$ cm), z modelem oceanograficznym z altimetrii satelitarnej ($\sigma = \pm 6.3$ cm) oraz z wysokościami na punktach trawersu kontrolnego ($\sigma = \pm 1.2$ cm) (Jarmołowski, 2006).

11.3. Quasigeoida satelitarno-niwelacyjna

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 zespół Politechniki Wrocławskiej opracował kilka modeli quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, różniących się techniką modelowania oraz sposobem wykorzystania dostępnych danych.

11.3.1. Czysto numeryczne modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej

Opracowano dwa czysto numeryczne modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, rozpięte na wysokościach quasigeoidy na punktach sieci POLREF (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005a).

W pierwszym rozwiązaniu, opartym na modelowaniu *kriging* (dokładnie odpowiada on kolokacji najmniejszych kwadratów), wysokość quasigeoidy $\zeta(x, y)$ jest wyrażona w postaci wielomianu wybranego stopnia (w konkretnym modelu zastosowano wielomian czwartego stopnia), nazwanego trendem oraz nieliniowej reszty $s(x, y)$, nazwanej sygnałem

$$\zeta(x, y) = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 + \dots + s(x, y) \quad (11.3-1)$$

Współczynniki $a, b, c, d, e, f, \dots$ wielomianu oraz wartości reszty $s_i = s_i(x_i, y_i)$ w punktach POLREF są wyznaczane z rozwiązania układu równań obserwacyjnych o postaci

$$\zeta_i(x, y) + v_i = a + bx_i + cy_i + dx_i^2 + ex_iy_i + fy_i^2 + \dots + s_i(x_i, y_i) \quad (11.3-2)$$

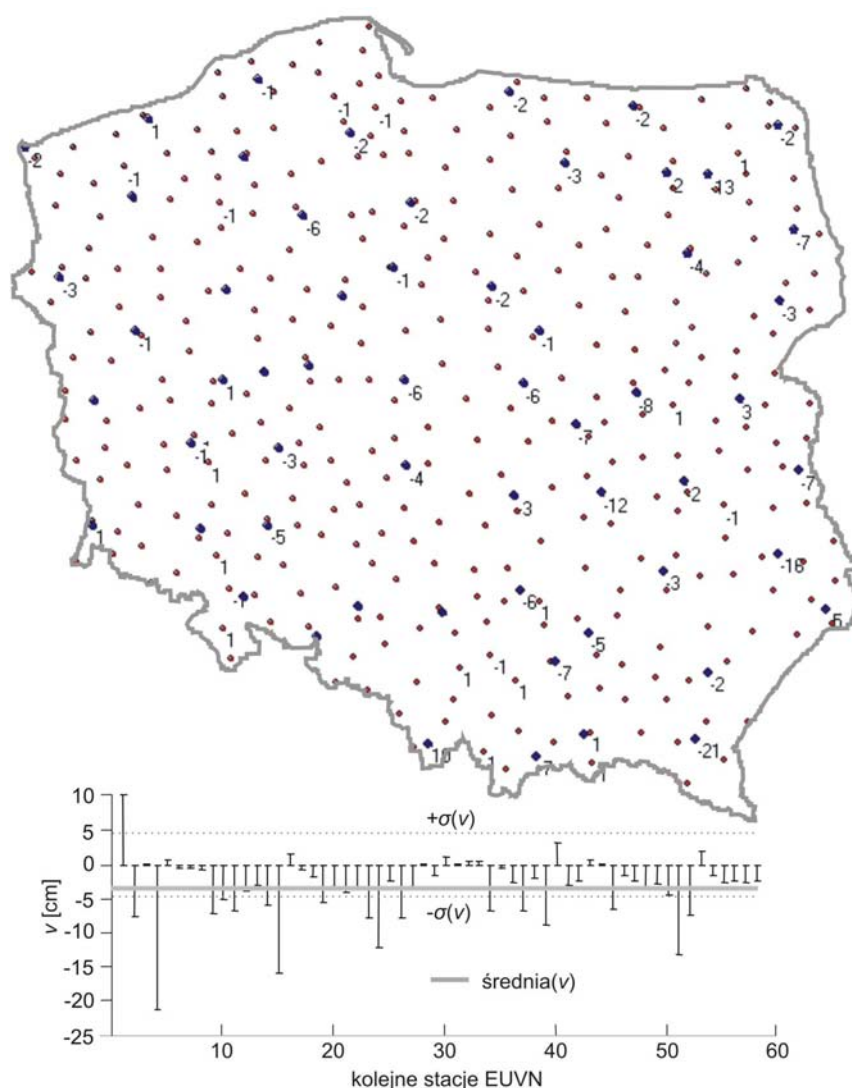
W drugim rozwiązaniu parametry modelującej quasigeoidę powierzchni o minimalnej krzywiznie są wyznaczane z wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF przy użyciu funkcji sklejaney $a_k = \text{spline}(x, y, \zeta, \sigma)$, gdzie współczynniki wariancji $\sigma = m_p$ są dobierane tak, aby różnice $v = \zeta - \zeta_{\text{obl}}$ danych i obliczonych wysokości quasigeoidy zawierały się w granicach błędów średnich m_p wysokości quasigeoidy w punktach sieci POLREF. Powierzchnia quasigeoidy o minimalnej krzywiznie opisana jest równaniem (Osada i in., 2003)

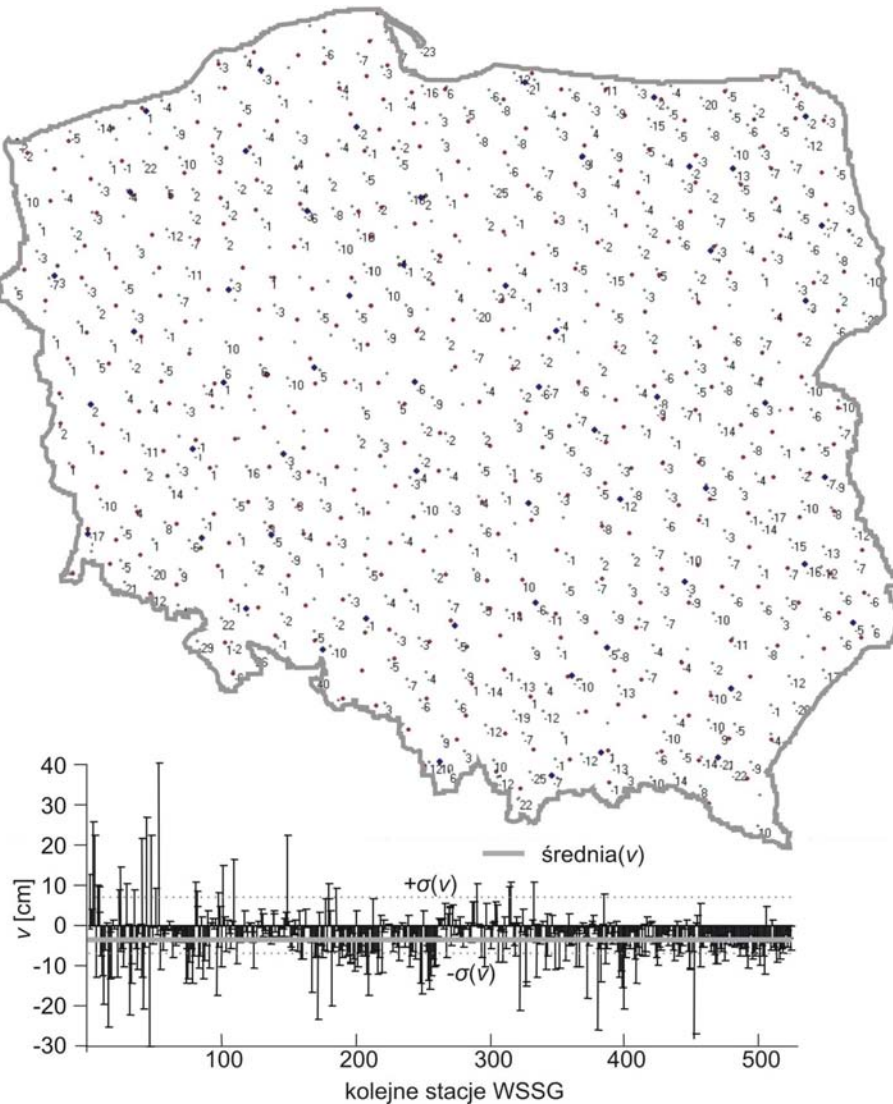
$$\begin{aligned} \zeta(x, y, X, Y, a) = & a_{k+1} + a_{k+2}x + a_{k+3}y \dots + \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \left[(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 \right] \ln \left[(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 \right] a_i \end{aligned} \quad (11.3-3)$$

Przeprowadzone testy numeryczne wskazują, że oba czysto numeryczne modele quasigeoidy dostarczają bardzo podobnych wyników. Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG wykorzystano do weryfikacji utworzonego modelu, a jednocześnie do oceny jakości składowej wysokościowej tych punktów. Różnice wysokości quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG przedstawiono odpowiednio na rysunkach 11.16 i 11.17, zaś obliczone statystyki – w tabeli 11.12 (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005i).

Tabela 11.12. Statystyki różnic wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{EUVN}}$	-3.4	4.8	-21.3	10.3
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{WSSG}}$	-3.1	5.4	-16.7	21.6

Rys. 11.16. Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN [cm]



Rys. 11.17. Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu kriging z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci WSSG [cm]

11.3.2. Model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej kriging wzmocniony danymi grawimetrycznymi

Kolejny model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej utworzono poprzez wzmocnienie danymi grawimetrycznymi numerycznego modelu *kriging* quasigeoidy, rozpiętego na wysokościach quasigeoidy na punktach sieci POLREF (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005a). Do tego celu użyto średnich anomalii grawimetrycznych Δg w siatce $1' \times 1'$. Metoda ta jest oparta na interpolacji wyso-

kości quasigeoidy za pomocą powierzchni ruchomej, z uwzględnieniem danych grawimetrycznych w postaci regularnej siatki anomalii grawimetrycznych. Powierzchnia w postaci wielomianu czwartego stopnia jest nakładana na punkty GPS z otoczenia interpolowanego punktu metodą najmniejszych kwadratów. Wagami są odwrotności kwadratów odległości punktów danych od punktu interpolowanego. Model ten określony jest równaniem

$$\zeta(x, y) = \zeta_{\Delta g}(x, y) + a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 + \dots + s(x, y) \quad (11.3-4)$$

gdzie anomalie wysokości $\zeta_{\Delta g}$ obliczane przy zastosowaniu płaskiej aproksymacji wzoru Stokesa (Osada i in., 2003)

$$\zeta_{\Delta g}(X, Y) = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta g}{\sqrt{(x-X)^2 + (y-Y)^2}} dx dy \quad (11.3-5)$$

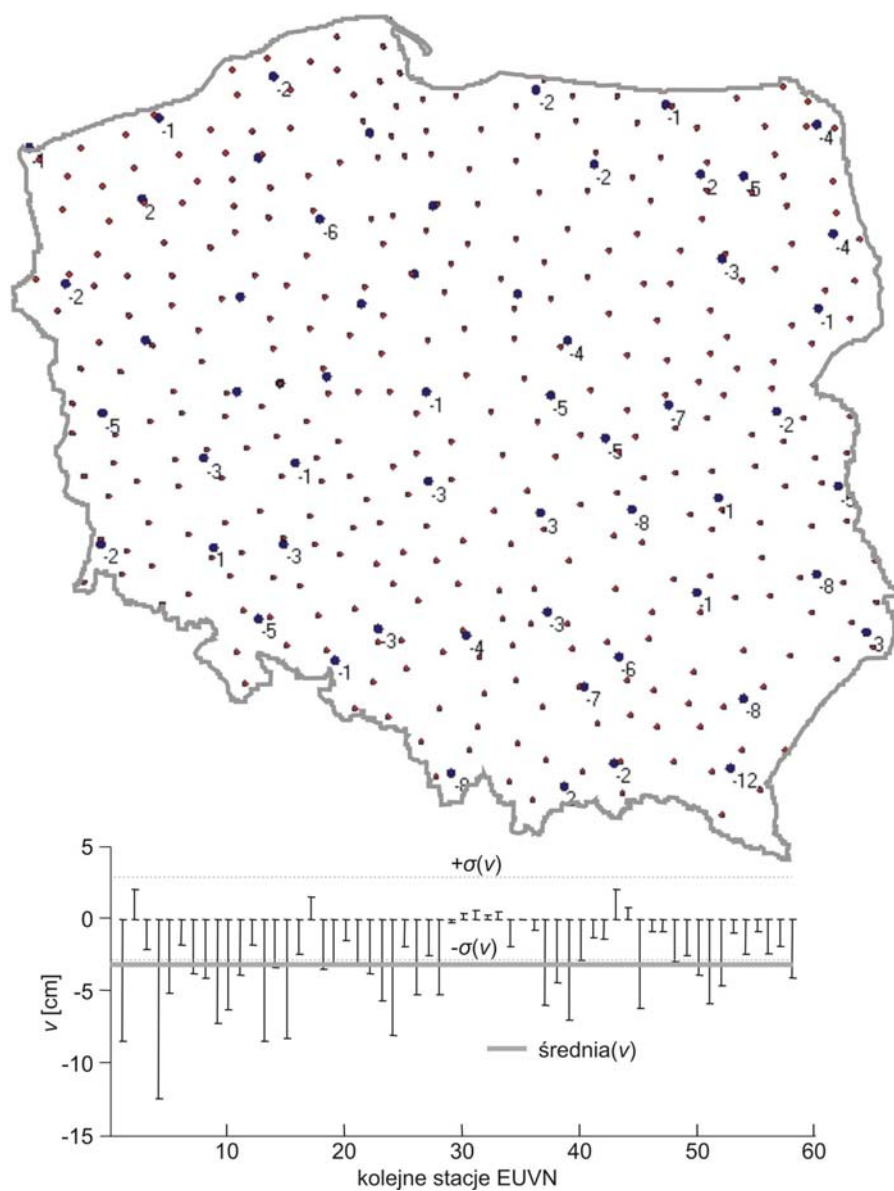
wnoszą istotną informację o przebiegu quasigeoidy między punktami POLREF.

Współczynniki $a, b, c, d, e, f, \dots$ wielomianu oraz wartości reszty $s_i = s_i(x_i, y_i)$ w punktach POLREF są wyznaczone z rozwiązania układu równań obserwacyjnych o postaci

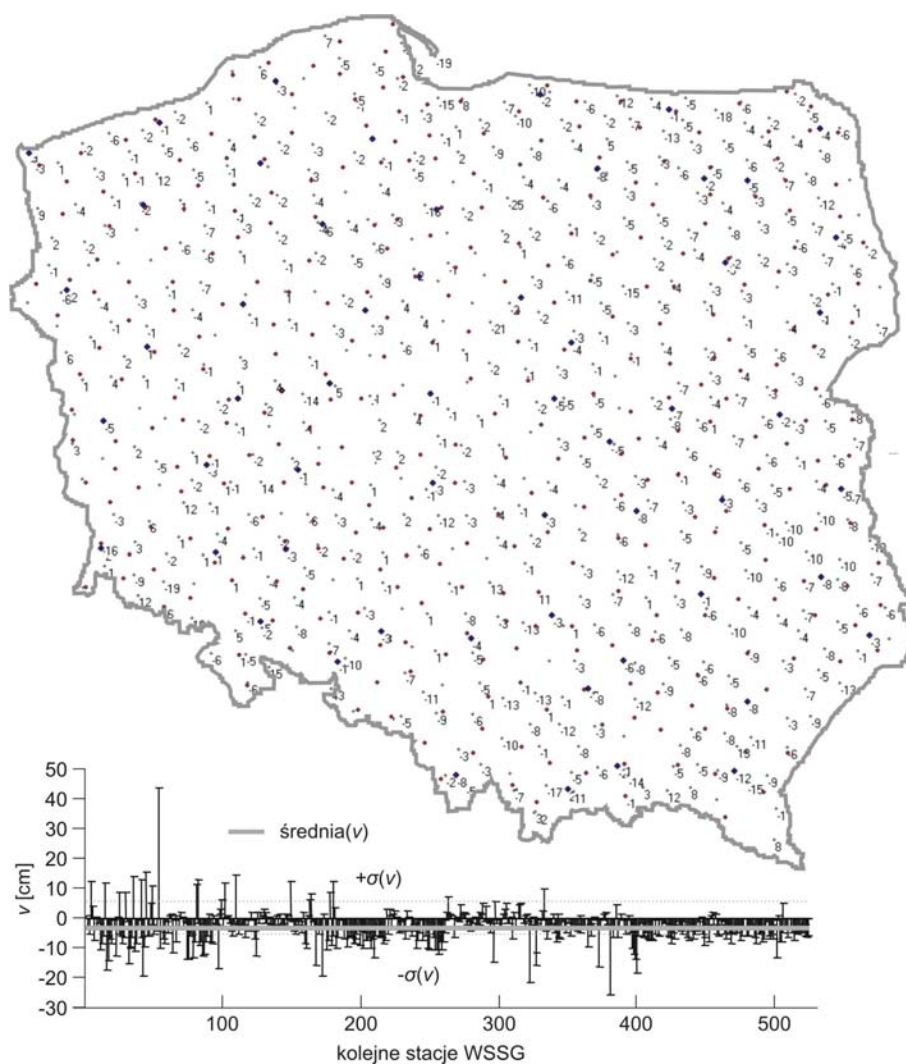
$$\zeta_i(x, y) + v_i = \zeta_{\Delta g}(x_i, y_i) + a + bx_i + cy_i + dx_i^2 + ex_iy_i + fy_i^2 + \dots + s_i(x_i, y_i) \quad (11.3-6)$$

W pierwszym podejściu do interpolacji przyjęto powierzchnię w postaci wielomianu dwóch zmiennych czwartego stopnia. Na podstawie licznych testów stwierdzono, że do obliczeń wystarczy wykorzystać 30 punktów danych z otoczenia punktu wyznaczanego, co oznacza, że na każdy z 15 wyznaczanych parametrów wielomianu przypadają dwa dane punkty. Zwiększanie liczby otaczających punktów do 40, 50 i 100 nie prowadziło do istotnych zmian wartości interpolowanej. Natomiast mniejsza liczba otaczających punktów, np. 20, prowadziła do znacznych zmian wartości w niektórych interpolowanych punktach, rzędu kilkunastu do kilkudziesięciu centymetrów, maksymalnie zaś 1.3 m. Na podstawie szeregu przeprowadzonych testów stwierdzono, że wielomiany drugiego i trzeciego stopnia okazały się bardziej czułe na niewielkie zmiany danych w punktach z najbliższego otoczenia punktu wyznaczanego. Ostatecznie do interpolacji przyjęto wielomian czwartego stopnia z liczbą punktów otaczających równą podwójnej liczbie wyznaczanych parametrów, tj. 30 (Osada i in., 2003).

Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* wzmocnionego danymi grawimetrycznymi z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG wykorzystano do weryfikacji utworzonego modelu, a jednocześnie do oceny jakości składowej wysokościowej tych punktów wyznaczonej z pomiarów GPS i niwelacji. Różnice wysokości quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG przedstawiono odpowiednio na rysunkach 11.18 i 11.19, zaś obliczone statystyki – w tabeli 11.13 (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005i).



Rys. 11.18. Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu kriging wzmacnionego danymi grawimetrycznymi z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN [cm]



Rys. 11.19. Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* wzmocnionego danymi grawimetrycznymi z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci WSSG [cm]

Tabela 11.13. Statystyki różnic wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* wzmocnionego danymi grawimetrycznymi z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{EUVN}}$	-3.1	2.9	-12.4	2.1
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{WSSG}}$	-3.2	5.5	-25.9	43.8

Opracowana metoda modelowania quasigeoidy jest odporna na punkty odstające. Przeprowadzone badania wykazały, że analizowane czysto numeryczne metody interpolacji quasigeoidy, niewykorzystujące informacji grawimetrycznych, prowadzą do błędnych oszacowań punktów odstających i dostarczają wyników silnie obarczonych błędami interpolacji (Osada i in., 2003).

W metodzie powierzchni ruchomej wagi punktów danych maleją z kwadratem odległości od wyznaczanego punktu. Przy tym założeniu wykonano interpolację wysokości geoidy we wszystkich punktach POLREF, EUVN i WSSG (Osada i in., 2003).

Dla punktów POLREF odchylenie standardowe odchyłek wynosi w przybliżeniu 3.6 cm. Na wartość tę istotny wpływ ma kilka punktów ekstrapolowanych (na granicy kraju) o dużych wartościach odchyłek. Jednak największy wpływ ma kilka podobszarów grupujących punkty POLREF, w przybliżeniu o jednakowych dużych wartościach odchyłek. Największy podobszar, położony w południowo-wschodniej Polsce, grupuje punkty POLREF o wartościach odchyłek w zakresie 5–14 cm. Być może duże odchyłki na tych podobszarach wynikają z wpływu odstających punktów WSSG w tym rejonie i należałoby dokonać dalszej modyfikacji funkcji wagowej. Istnieje również możliwość, że grupy punktów WSSG w tych rejonach są przesunięte pionowo względem punktów POLREF, co należałoby wykazać (Osada i in., 2003). Statystyki wyników dopasowania do wysokości punktów sieci POLREF quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej wzmocnionej danymi grawimetrycznymi pozostają w pełnej zgodności ze statystykami wyników takiego dopasowania quasigeoidy grawimetrycznej (Kryński, 2005a).

W punktach EUVN odchylenie standardowe odchyłek – różnic wartości pomierzonych i interpolowanych – wynosi w przybliżeniu 2 cm. Stanowi ono ocenę dokładności przyjętej metody interpolacji – jest błędem średnim interpolowanej wysokości quasigeoidy. Stąd wszystkie punkty EUVN o odchyłkach w granicach 4 cm należy uznać za poprawne, tzn. nieobciążone błędami grubymi. Tylko dwa punkty EUVN otrzymały odchyłki wykraczające poza ten przedział – równe 7 cm. W przypadku jednego z tych punktów przyczyną dużej odchyłki jest błąd ekstrapolacji, punkt ten znajduje się bowiem na granicy kraju. W porównaniu z klasycznym wagowaniem, przy zastosowaniu zmodyfikowanego wagowania zostały wykryte poprawne punkty EUVN, poprzednio zakwalifikowane do odstających (Osada i in., 2003).

Odchyłki na punktach WSSG odstających od wyznaczonego tam modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej ze wsparciem grawimetrycznym są rzędu kilkunastu do kilkudziesięciu centymetrów. Niektóre z wyników interpolacji metodą powierzchni ruchomej mogą zatem wynikać z faktycznej niejednakowej dokładności danych, szczególnie punktów WSSG.

Na podstawie licznych testów stwierdzono, że punkty WSSG znajdujące się w dalszej odległości od punktu wyznaczanego, o odchyłkach przekracza-

jących 10 cm, nie wykazują istotnego wpływu na wynik interpolacji metodą powierzchni ruchomej. Jest to zgodne z oczekiwaniem, gdyż wagi punktów danych maleją ze wzrostem ich odległości od punktu wyznaczanego, a zatem największy wpływ na wynik interpolacji mają punkty z najbliższego otoczenia. W konsekwencji wagi zdefiniowane jako odwrotności kwadratu odległości są modyfikowane tylko dla punktów WSSG znajdujących się w najbliższym otoczeniu wyznaczanego punktu, na pozycjach 1–10. Modyfikacja wag polega na przemnożeniu ich przez wagi obliczone jako odwrotności kwadratu odchyłek punktów WSSG (Osada i in., 2003).

Wyniki lokalnej interpolacji wzbogaconej anomaliami grawimetrycznymi są praktycznie zgodne z wartościami pomierzonymi oraz z wartościami wynikającymi z kompleksowego modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjno-grawimetrycznej opartej na punktach sieci POLREF i EUVN w granicach odchylenia standardowego równego 1 cm (Kryński, 2005a).

11.4. Kompleksowa quasigeoida

Badania nad kompleksowym modelowaniem quasigeoidy prowadzone w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 poprzedzono szczegółową analizą danych geodezyjnych, grawimetrycznych i satelitarnych w aspekcie ich łącznego wykorzystania, przeprowadzoną w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim. Badano wpływ zaburzeń danych grawimetrycznych na dokładność uzyskanego na ich podstawie odstępu quasigeoidy od elipsoidy. W pierwszej części badań testowych dokonano oceny wpływu błędów przypadkowych i systematycznych, w drugiej zaś – błędu wyznaczenia współrzędnych siatki obliczeniowej (Duchnowski i Baran, 2004, 2005b). Testy numeryczne przeprowadzono na zbiorach średnich anomalii wolnopowietrznych obejmujących obszar Polski. W przeważającej części testów korzystano z anomalii wolnopowietrznych w siatce o gęstości $5' \times 5'$. W celach porównawczych część obliczeń przeprowadzono także wykorzystując anomalie wolnopowietrzne w siatce o gęstości $2' \times 2'$. Wszystkie obliczenia wykonano za pomocą programów pakietu *GRAVSOF*T. W wyniku badań stwierdzono, że aby wyznaczone wysokości quasigeoidy miały dokładność centymetrową, błędy przypadkowe anomalii grawimetrycznych nie powinny przekraczać 3 mGal (dla siatki $5' \times 5'$) lub 5 mGal ($2' \times 2'$). Błąd systematyczny tych anomalii grawimetrycznych powinien być mniejszy od 1 mGal, a dokładność wyznaczenia współrzędnych siatki większa od 0.005° (około 500 m) w szerokości. Efekty zmiany w długości, nawet dla największych rozpatrywanych przesunięć, są zanedbywalnie małe w porównaniu z innymi efektami.

Dokonano przeglądu istniejących metod modelowania geoidy, zwracając szczególną uwagę na metody kompleksowego modelowania quasigeoidy (Duchnowski i Baran, 2005a).

11.4.1. Metodyka kompleksowego modelowania quasigeoidy

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 zespół Politechniki Wrocławskiej we współpracy z IGiK opracował metodykę wyznaczania kompleksowego modelu quasigeoidy (Osada i Owczarek, 2005; Osada i in., 2005). Model ten został oparty na przybliżonym rozwiązaniu Molodenskigo (Heiskanen i Moritz, 1967)

$$\zeta = \frac{1}{4\pi\gamma R} \iint_{\sigma} (\Delta g + G_1) S(\psi) d\sigma \quad (11.4-1)$$

w którym anomalia wolnopoietrzna Δg wyrażona jest wzorem

$$\Delta g = (g_P^{\text{GGM}} - \gamma_Q) + (g_P - g_P^{\text{GGM}}) = \Delta g^{\text{GGM}} + \delta g \quad (11.4-2)$$

gdzie Δg^{GGM} jest dominującym składnikiem Δg , obliczonym przy użyciu przyspieszenia siły ciężkości g_P^{GGM} w punkcie P z globalnego modelu geopotencjału (GGM), zaś δg jest niewielkim wyrazem, podobnym do zakłócenia grawimetrycznego.

Po wstawieniu (11.4-2) do (11.4-1) wysokość quasigeoidy ζ nad elipsoidą GRS80 jest przedstawiona jako suma trzech składowych: składowej globalnej ζ_{GGM} obliczanej z globalnego modelu geopotencjału, składowej grawimetrycznej $\zeta_{\delta g}$, obliczanej na podstawie dostępnych anomalii grawimetrycznych oraz składowej terenowej ζ_{G_1} , obliczanej według wzoru Brovara przy wykorzystaniu danych z numerycznego modelu terenu

$$\zeta = \frac{1}{4\pi\gamma R} \iint_{\sigma} (\Delta g^{\text{GGM}} + \delta g + G_1) S(\psi) d\sigma = \zeta_{\text{GGM}} + \zeta_{\delta g} + \zeta_{G_1} \quad (11.4-3)$$

Składową globalną ζ_{GGM} wysokości quasigeoidy można praktycznie wyznaczyć z definicji (Heiskanen i Moritz, 1967)

$$\zeta_{\text{GGM}} = \frac{W_P^{\text{GGM}} - U_P}{\gamma_Q} \quad (11.4-4)$$

gdzie W_P^{GGM} jest potencjałem siły ciężkości w punkcie P , obliczonym z globalnego modelu geopotencjału, zaś U_P jest normalnym potencjałem siły ciężkości w punkcie P , obliczonym z GRS80 (Moritz, 1984).

Do obliczenia pozostałych składowych wysokości quasigeoidy, tj. $\zeta_{\delta g}$ i ζ_{G_1} , można zastosować płaską aproksymację kuli o promieniu R , z funkcją Stokesa, wyrażoną jako: $S(\psi) \approx 2/\psi = 2R/r$ (11.2-9), gdzie r jest odległością na płaszczyźnie biejącego punktu od punktu, w którym liczona jest wysokość

quasigeoidy. Składowa anomalii wysokości obliczana z anomalii grawimetrycznych (11.4-2) wyrażona jest wzorem

$$\zeta_{\delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_{\sigma} \frac{\delta g}{r} d\sigma \quad (11.4-5)$$

zaś składowa anomalii wysokości obliczana przy wykorzystaniu danych wysokościowych z numerycznego modelu terenu (wysokości średnich anomalii grawimetrycznych – traktowane jako wysokości normalne) wzorem

$$\zeta_{G_1} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_{\sigma} \frac{G_1}{r} d\sigma \quad (11.4-6)$$

gdzie

$$G_1 = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H - H_P}{r^3} \Delta g d\sigma \quad (11.4-7)$$

Model quasigeoidy (11.4-3) jest następnie wpasowany, przy zastosowaniu metody kolokacji, do anomalii wysokości $\zeta_{\text{GPS/lev}}$ na punktach sieci satelitarno-niwelacyjnej, z jednoczesnym wyznaczeniem parametrów modelu

$$\zeta = \zeta_{\text{GGM}} + \zeta_{\delta g} + \zeta_{G_1} + t + s \quad (11.4-8)$$

gdzie t jest trendem wyrażonym w postaci funkcji wielomianowej czwartego stopnia (11.3-1), a nieliniowa reszta $s(x, y)$ jest sygnałem losowym o wartości oczekiwanej równej zero, modelowanym przy użyciu odpowiednio dobranej izotropowej funkcji kowariancji.

Model matematyczny (układ równań obserwacyjnych) ma postać

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{s} - \mathbf{L} \quad (11.4-9)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{s}$$

gdzie $\mathbf{v}$ jest wektorem błędów pomiarowych, $\mathbf{A}$ jest macierzą współczynników trendu $[(1, x_i, y_i, \dots)]$ $i = 1, 2, \dots, n$, $\mathbf{X}$ jest wektorem parametrów trendu, $\mathbf{L}$ jest wektorem residuów

$$l = \zeta_{\text{GPS/lev}} - (\zeta_{\text{GGM}} + \zeta_{\delta g} + \zeta_{G_1})$$

zaś sygnał s traktowany jest jako wielkość mierzona ε , tj. $\varepsilon_i = s_i \pm \sigma_{s_i}$ (Osada, 2002; Osada i in., 2003, 2005; Kryński i Łyszkowicz, 2006a, 2006b).

Model stochastyczny ma postać

$$\begin{aligned} E(\mathbf{v}) &= \mathbf{0}; \quad \mathbf{C}_{\mathbf{vv}} = E(\mathbf{vv}^T); \quad \mathbf{P}_{\mathbf{vv}} = \mathbf{C}_{\mathbf{vv}}^{-1} \\ E(\mathbf{s}) &= \mathbf{0}; \quad \mathbf{K}_{\mathbf{ss}} = E(\mathbf{ss}^T); \quad \mathbf{P}_{\mathbf{ss}} = \mathbf{K}_{\mathbf{ss}}^{-1} \\ \mathbf{C}_{\mathbf{sv}} &= E(\mathbf{sv}^T) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (11.4-10)$$

gdzie E jest operatorem wartości oczekiwanej, $\mathbf{P}$ oznacza macierz wag, zaś $\mathbf{C}$ i $\mathbf{K}$ oznaczają macierze kowariancji.

Macierz kowariancji $\mathbf{K}_{\mathbf{ss}}$ modelowana jest przy dwóch założeniach. Pierwsze założenie dotyczy równości odchyleń standardowych wszystkich sygnałów s_i , tj. $\sigma_{s_i} = \sigma$ ($i = 1, 2, 3$).

Drugie założenie nakłada warunek na kowariancję sygnału (współczynnik korelacji ρ). Jest on określony funkcją kowariancji Gaussa

$$C(d) = C_0(1 + d/q) \quad (11.4-11)$$

gdzie d jest odległością bieżącego punktu od punktu obliczanego, $C_0 = \sigma^2$ jest wariancją sygnału, zaś q jest odległością korelacyjną.

Do rozwiązania układu równań obserwacyjnych zastosowano pewną metodę estymacji odporną na obserwacje odstające. Stanowi ona efektywne narzędzie do wykrywania błędów grubych w obserwacjach. Model quasigeoidy może być uważany za poprawny i dostatecznie dobrze dopasowany do danych obserwacyjnych wówczas, gdy residua $\mathbf{v} = \mathbf{AX} + \mathbf{s} - \mathbf{L}$ i sygnały $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{s}$ spełniają ogólny test jakości

$$m_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P}_{\mathbf{vv}} \mathbf{v} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{P}_{\mathbf{ss}} \boldsymbol{\varepsilon}}{n - k}} \equiv 1 \pm 0.1 \quad (11.4-12)$$

oraz zawierają się wewnątrz podwójnego przedziału odchylenia standardowego

$$|v_i| \leq 2\sigma_{v_i}, \quad |\varepsilon_i| \leq 2\sigma_{\varepsilon_i} \quad (11.4-13)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \sigma_{v_i} &= \sqrt{\sigma_{\zeta_i}^2 - (\mathbf{AC}_{\mathbf{xx}}\mathbf{A}^T + \mathbf{AC}_{\mathbf{xs}} + \mathbf{C}_{\mathbf{xs}}^T\mathbf{A}^T + \mathbf{C}_{\mathbf{ss}})_{i,i}} \\ \sigma_{\varepsilon_i} &= \sqrt{\sigma_s^2 - \sigma_{s_i}^2} \end{aligned}$$

są odchyleniami standardowymi odpowiednio residuów v_i obserwowanych anomalii wysokości oraz „obserwowanych” sygnałów ε_i .

Negatywny wynik testu może wynikać z występowania odstających punktów GPS/lev, jak również niepoprawnie dobranej postaci funkcji kowariancji, w szczególności nieizotropowości pola powierzchniowego sygnałów.

W przypadku występowania punktów odstających przeprowadzane jest iteracyjne dopasowywanie założonego modelu do przystających punktów

GPS/lev, przez przypisywanie w każdym kroku iteracji anomalii wysokości punktów odstających małe wagi, zależne od residuów v_i , jakie otrzymały w poprzednim kroku iteracji. Błędy punktów σ_{ζ_i} użyte do wagowania mogą być modyfikowane na różne sposoby, np. błąd punktu nie ulega zmianie jeżeli residuum v_i zawiera się w granicach podwójnego błędu średniego; w przeciwnym wypadku błąd jest powiększany o odległość od tego przedziału ($r = 1, 2, 3$)

$$\sigma_{\zeta_i} = \begin{cases} \sigma_{\zeta_i} & |v_i| \leq r\sigma_{\zeta_i} \\ \sigma_{\zeta_i} + |v_i| - r\sigma_{\zeta_i} & |v_i| > r\sigma_{\zeta_i} \end{cases} \quad (11.4-14)$$

Obliczenia iteracyjne są prowadzone do momentu, w którym wartości wyznaczanych parametrów przestają się znacząco zmieniać.

Wewnętrzna dokładność kompleksowego modelu quasigeoidy, reprezentowaną przez błąd średni $m_{\zeta}(x, y)$ anomalii wysokości, określa się ze wzoru

$$m_{\zeta}(x, y) = \sqrt{\frac{\mathbf{g}(x, y) \mathbf{C}_{XX} \mathbf{g}(x, y)^T + \mathbf{k}(x, y) \mathbf{P}_{ss} \mathbf{C}_{Xs}^T \mathbf{g}(x, y)^T}{\mathbf{g}(x, y) \mathbf{C}_{Xs} \mathbf{P}_{ss} \mathbf{k}(x, y)^T + \mathbf{k}(x, y) \mathbf{P}_{ss} \mathbf{C}_{ss} \mathbf{P}_{ss} \mathbf{k}(x, y)^T}} \quad (11.4-15)$$

gdzie

$$\mathbf{g}(x, y) = [1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3, x^4, x^3y, x^2y^2, xy^3, y^4] \quad (11.4-16)$$

jest gradientem $\zeta(x, y)$ względem współczynników wielomianu modelującego trend t (Osada i Owczarek, 2005; Osada i in., 2005).

11.4.2. Dane do kompleksowego modelowania quasigeoidy

Do kompleksowego modelowania quasigeoidy korzystano z następujących danych:

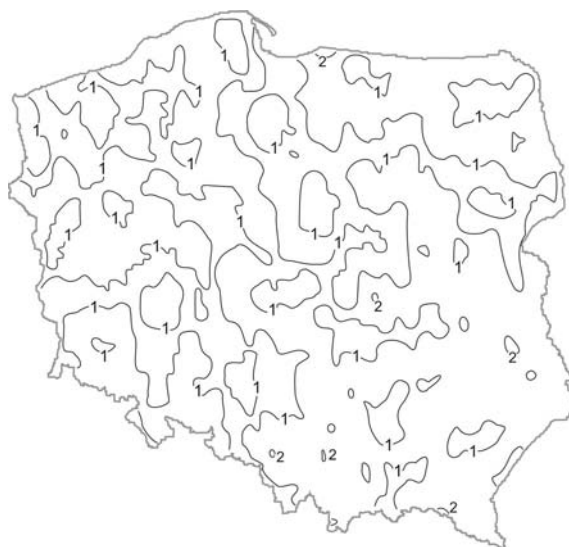
- 1) Anomalie wysokości $\zeta_{\text{GPS/lev}} = h - H^N$ z 924 stacji (11 stacji sieci EUREF-POL, 331 stacji sieci POLREF, 58 stacji sieci EUVN i 528 stacji sieci WSSG) obliczonych jako różnice pomiędzy obliczonymi z obserwacji GPS wysokościami elipsoidalnymi h i odpowiadającymi im wysokościami normalnymi H^N z niwelacji. Anomaliiom wysokości na punktach sieci EUREF-POL, POLREF i EUVN przypisano *a priori* odchylenie standardowe 1 cm, zaś anomaliiom wysokości na punktach sieci WSSG – 2 cm.
- 2) Dane grawimetryczne z obszaru Polski w postaci średnich anomalii grawimetrycznych obliczonych przez PBG w blokach $1' \times 1'$, wykorzystane do obliczenia zakłóceń grawimetrycznych $\delta g = g_p - g_p^{\text{GGM}}$.
- 3) Numeryczny model terenu SRTM3 o rozdzielczości $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$.

11.4.3. Obliczenie kompleksowego modelu quasigeoidy i wewnętrzna ocena dokładności

Zgodnie z opracowaną metodyką kompleksowego modelowania quasigeoidy opracowano model quasigeoidy „2005” oraz przeprowadzono wewnętrzną ocenę jego dokładności (Osada i Owczarek, 2005).

Dopasowanie kompleksowego modelu quasigeoidy przeprowadzono dwuetapowo. Na pierwszym, wychodząc z początkowych wartości parametrów funkcji kowariancji $\sigma_s = 1$ cm, $q = 1$ km i stałych wartości błędów wysokości quasigeoidy σ_{ζ_i} w punktach sieci POLREF i EUVN, po kilku iteracjach otrzymano $\sigma_s = 4$ cm, $q = 60$ km. Spełnione zostały wówczas kryteria dopasowania modelu $|v_i| \leq 2\sigma_{v_i}$, $|\varepsilon_i| \leq 2\sigma_{\varepsilon_i}$.

Na drugim etapie, przy założeniu stałych wyznaczonych wartości parametrów funkcji kowariancji σ_s , q przeprowadzono kilka iteracji, przypisując punktom odstającym sieci WSSG mniejsze wagi, w zależności od odchyłek, jakie otrzymały w poprzednim kroku iteracyjnym. W efekcie wykryto kilka znacznie odstających punktów WSSG. Punkty te, przewagowane, nie mają istotnego wpływu na dopasowany do pozostałych punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG model quasigeoidy. Ostatecznie uzyskano $m_0 = 1$; także kryteria dopasowania modelu $|v_i| \leq 2\sigma_{v_i}$, $|\varepsilon_i| \leq 2\sigma_{\varepsilon_i}$ zostały spełnione na wszystkich punktach sieci POLREF i EUVN. Na rysunku 11.20 przedstawiono mapę rozkładu błędu średniego $m_{\zeta}(x, y)$ wysokości kompleksowej quasigeoidy (Osada i Owczarek, 2005).

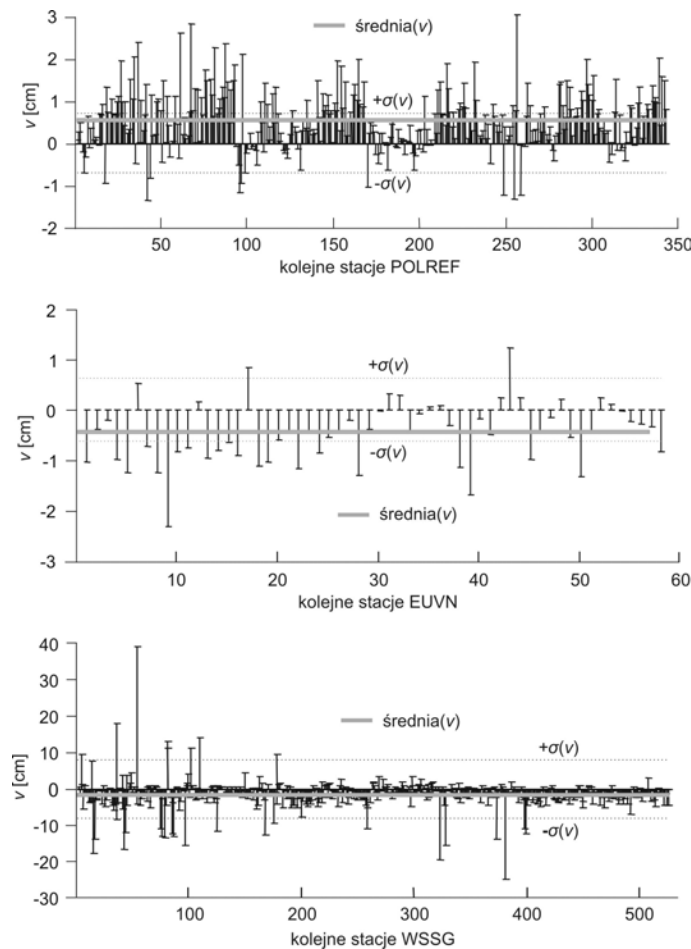


Rys. 11.20. Rozkład błędu średniego $m_{\zeta}(x, y)$ wysokości kompleksowej quasigeoidy [cm]

Przeciętna wartość błędu średniego wyznaczonego modelu wysokości kompleksowej quasigeoidy na terenie Polski jest na poziomie 1 cm.

11.4.4. Ocena dokładności kompleksowego modelu quasigeoidy oraz jakości składowej wysokościowej położenia punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG

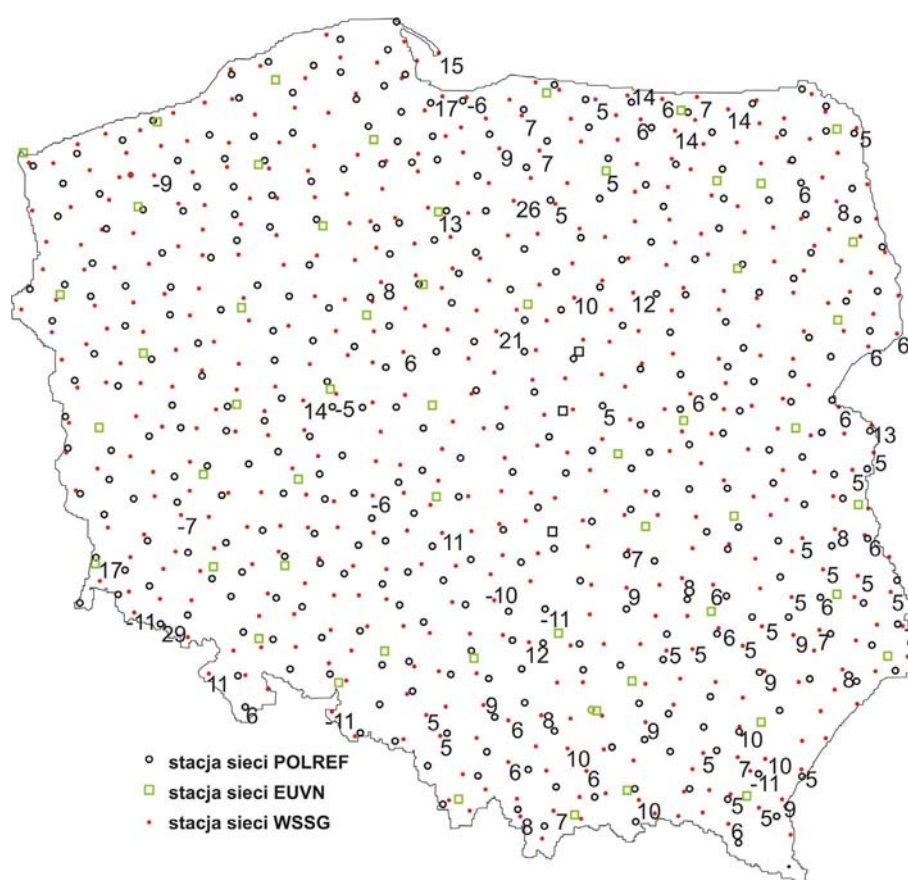
Z kompleksowego modelu quasigeoidy obliczono anomalie wysokości na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG i porównano je z odpowiadającymi im „obserwowanymi” anomaliami wysokości. Uzyskane różnice przedstawiono na rysunku 11.21, zaś ich statystyki – w tabeli 11.14. Rysunek 11.22 ilustruje rozkład odstających anomalii wysokości na punktach sieci WSSG (Osada i Owczarek, 2005; Kryński i Łyszkowicz, 2006c).



Rys. 11.21. Różnice między anomaliami wysokości na punktach sieci POLREF, EUVN oraz WSSG obliczonymi z kompleksowego modelu quasigeoidy i odpowiadającymi im „obserwowanymi” anomaliami wysokości [cm]

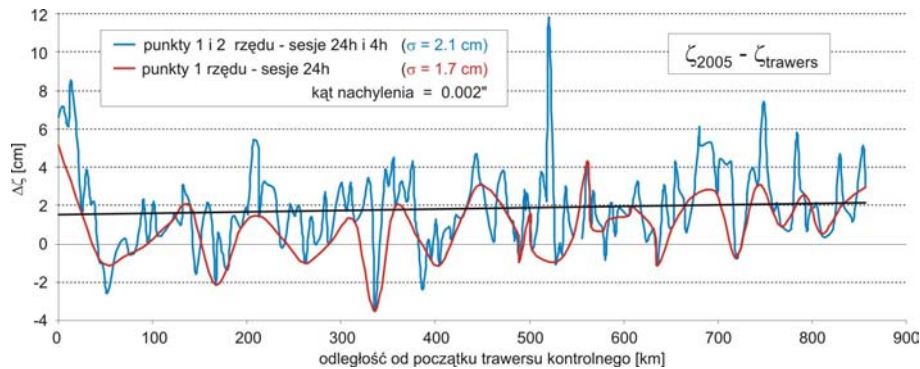
Tabela 11.14. Statystyki różnic wysokości quasigeoidy obliczonej z kompleksowego modelu quasigeoidy z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{POLREF}}$	0.5	0.7	-1.3	3.0
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{EUVN}}$	-0.5	0.6	-2.3	1.2
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{WSSG}}$	-1.5	4.0	-24.3	38.9



Rys. 11.22. Rozkład odstających anomalii wysokości na punktach sieci WSSG [cm]: wartości odchylek umieszczone na lewo poniżej odpowiadających im punktów sieci WSSG

Z kompleksowego modelu quasigeoidy obliczono także anomalie wysokości na punktach trawersu kontrolnego i porównano je z odpowiadającymi im „obserwowanymi” anomaliami wysokości. Uzyskane różnice przedstawiono na rysunku 11.23, zaś ich statystyki – w tabeli 11.15.



Rys. 11.23. Zgodność kompleksowego modelu quasigeoidy z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego

Tabela 11.15. Statystyki różnic wysokości kompleksowego modelu quasigeoidy z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{2005} - \zeta_{trawers}$	1.8	2.1	-3.5	11.8

Opracowany w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 kompleksowy model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjno-grawimetrycznej – model „2005” – jest jednocześnie modelem wpasowanym w anomalie wysokości na punktach satelitarno-niwelacyjnych sieci POLREF, EUVN i WSSG. Pod względem metodycznym opracowany model przewyższa zalecane dotychczas przy wykonywaniu praktycznych prac geodezyjnych modele quasigeoidy, w tym oficjalnie zalecany model GUGiK 2001. Model quasigeoidy mający zastąpić model GUGiK 2001 powinien zostać wygenerowany zgodnie z metodyką użytą do wyznaczenia modelu „2005” przy następujących założeniach:

- 1) punktami dopasowania są wyłącznie punkty sieci POLREF;
- 2) anomaliiom wysokości na punktach POLREF należy przypisać większe *a priori* odchylenie standardowe, tj. 3–4 cm;
- 3) w miejsce użytych średnich anomalii grawimetrycznych obliczonych przez PBG w blokach $1' \times 1'$ należy użyć średnie anomalie grawimetryczne obliczone w blokach $1' \times 1'$ w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002.

11.5. Dopasowana quasigeoida grawimetryczna

W różnicach uzyskiwanych z porównania wysokości modelu quasigeoidy grawimetrycznej z odpowiednimi wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej rozpiętej na punktach regionalnej sieci satelitarno-niwelacyjnej występują wyraźne efekty długo- i średniofalowe. Efekty takie zauważono również na terenie Polski, porównując model quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF (Łyszkowicz, 2000). Wpasowanie modelu quasigeoidy grawimetrycznej w system odniesienia wysokości sieci satelitarno-niwelacyjnej umożliwia usunięcie większości tych efektów. Polega ono na wprowadzeniu empirycznej powierzchni korekcyjnej, która za pośrednictwem swoich parametrów określa relację między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej i wysokościami quasigeoidy punktów sieci satelitarno-niwelacyjnej. Utworzony, dopasowany w ten sposób model quasigeoidy grawimetrycznej jest podstawą do bezpośredniego przejścia od systemu wysokości elipsoidalnych do wysokościowego systemu odniesienia z wysokościami normalnymi, nawet wówczas, gdy nie zostały zdefiniowane ściśle relacje między tymi systemami.

Fundamentalna relacja, jaka wiąże wysokości geometryczne, uzyskane z pomiarów GNSS z wysokościami fizycznymi względem wysokościowego systemu odniesienia, wyznaczonymi z pomiarów niwelacyjnych i grawimetrycznych, w pierwszym przybliżeniu ma postać (Heiskanen i Moritz, 1967)

$$h - H - N = 0 \quad (11.5-1)$$

gdzie h jest wysokością elipsoidalną, H jest wysokością ortometryczną, zaś N jest wysokością geoidy nad elipsoidą, lub

$$h - H^N - \zeta = 0 \quad (11.5-2)$$

gdzie H^N jest wysokością normalną, zaś ζ jest wysokością quasigeoidy nad elipsoidą.

W praktyce relacje (11.5-1) i (11.5-2), które wiążą wysokości geometryczne z fizycznymi, nie są spełnione i ich lewe strony różnią się od zera. Wśród głównych przyczyn zaistniałych rozbieżności należy wymienić (Kryński i Łyszkowicz, 2006d)

- błędy przypadkowe wyznaczonych wysokości h , H i N ,
- brak spójności w systemach odniesienia użytych dla różnych typów wysokości,
- błędy systematyczne i zniekształcenia w danych wysokościowych,
- założenia i przybliżenia zastosowane w opracowaniu danych obserwacyjnych,
- niestabilność w czasie słupów stacji referencyjnych.

Łączny wpływ tych czynników można wymodelować, używając modelu powierzchni korekcyjnej. Teoretyczny związek między trzema typami danych

wysokościowych z użyciem przybliżonego modelu powierzchni korekcyjnej ma zatem postać

$$h - H - N = c \quad (11.5-3)$$

gdzie c jest sumaryczną poprawką wynikającą z błędów.

11.5.1. Metodyka wpasowywania quasigeoidy grawimetrycznej w punkty sieci satelitarno-niwelacyjnej

Lista potencjalnych kandydatów do powierzchni korekcyjnej jest długa (Zhiheng i Duquenne, 1995), toteż wybór postaci parametrycznej modelu powierzchni korekcyjnej nie należy do trywialnych. Do wpasowania opracowanego w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 kompleksowego modelu quasigeoidy w wysokości punktów sieci satelitarno-niwelacyjnej wykorzystano parametryczny model powierzchni korekcyjnej w postaci wielomianu czwartego stopnia (11.3-2).

W pracach nad modelowaniem quasigeoidy regionalnej, wykonanych w ostatnim 15-leciu (np. Sideris, 1993; Milbert, 1995), najczęściej stosowano prosty model nachylonej płaszczyzny (model trzyparametrowy)

$$t_i = x_1 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + x_2 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + x_3 \sin \varphi_i \quad (11.5-4)$$

gdzie trend t reprezentuje poprawkę c w (11.5-3), zaś φ , λ są szerokością i długością geodezyjną punktu sieci satelitarno-niwelacyjnej. Jednakże wraz ze wzrostem precyzji wyznaczania wysokości elipsoidalnych techniką GNSS oraz wzrostem dokładności wyznaczania wysokości geoidy mogą wzrastać wymagania odnośnie do użytego modelu powierzchni korekcyjnej, szczególnie gdy wpasowanie regionalnej quasigeoidy grawimetrycznej ma miejsce na dużym obszarze. Wybór odpowiedniego typu modelu zależeć będzie od rozkładu danych, ich gęstości i jakości, co jest charakterystyczne dla każdego regionu.

Inną rodzinę modeli powierzchni korekcyjnych tworzą modele oparte na ogólnej zasadzie transformacji geodezyjnych systemów odniesienia, uproszczone do postaci czteroparametrowej (Heiskanen i Moritz, 1967)

$$t_i = x_1 + x_2 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + x_3 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + x_4 \sin \varphi_i \quad (11.5-5)$$

Rozwiniętą wersję modelu (11.5-5) uzyskuje się przez dodanie piątego parametru w postaci (Kotsakis i in., 2001)

$$t_i = x_1 + x_2 \cos \varphi_i \cos \lambda_i + x_3 \cos \varphi_i \sin \lambda_i + x_4 \sin \varphi_i + x_5 \sin^2 \varphi_i \quad (11.5-6)$$

Do wpasowywania modeli quasigeoidy grawimetrycznej zaleca się użycie w pierwszym kroku jednego z trzech zaproponowanych modeli powierzchni korekcyjnych do wyznaczenia powierzchni trendu, a następnie wykorzystanie metody kolokacji do wymodelowania obliczonych residuów (np. Forsberg, 1998; Milbert, 1998; Denker i in., 2000), zgodnie ze wzorem

$$\hat{\mathbf{s}}_P = \mathbf{C}_P^T (\mathbf{C} + \mathbf{D})^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{t}) \quad (11.5-7)$$

gdzie $\mathbf{C}_P$ jest macierzą kowariancji między obliczonym sygnałem i obserwacjami, $\mathbf{C}$ jest macierzą kowariancji między obserwacjami, $\mathbf{D}$ jest macierzą kowariancji błędów obserwacji, zazwyczaj diagonalną o postaci $\mathbf{D} = \sigma_0^2 \mathbf{I}$, zaś $(\mathbf{L} - \mathbf{t})$ jest wektorem obserwacji, z którego usunięto trend t .

Równanie (11.5-7) jest zazwyczaj implementowane przy użyciu jednego z modeli Markova funkcji kowariancji w postaci

$$C(d) = C_0 e^{-d/v} \quad (11.5-8)$$

$$C(d) = C_0 \left(1 + \frac{d}{v} \right) e^{-d/v} \quad (11.5-9)$$

lub modelu Hirvonena

$$C(d) = C_0 / (1 + (d/v)^2) \quad (11.5-10)$$

gdzie wariancja C_0 oraz odległość korelacyjna v są parametrami wyznaczanymi w każdym przypadku empirycznie z aktualnych danych, zaś d jest odległością bieżącego punktu od punktu obliczanego (Forsberg, 1998). Badano również możliwości wykorzystania innych funkcji kowariancji (np. Milbert, 1995).

11.5.2. Metodyka oceny jakości parametrycznego modelu powierzchni korekcyjnej

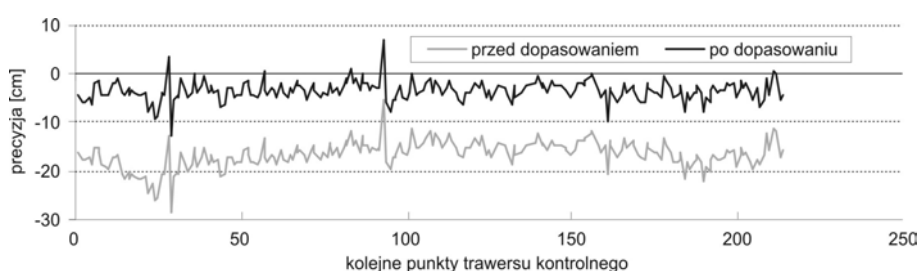
Najbardziej powszechna, stosowana w praktyce metoda oceny jakości parametrycznego modelu powierzchni korekcyjnej opiera się na analizie statystycznej wyrównanych residuów po dokonaniu wpasowania metodą najmniejszych kwadratów. Wspomniane residua $\hat{v}_i$ są obliczane dla każdego punktu sieci satelitarno-niwelacyjnej następująco

$$\hat{v}_i = h_i - H_i - N_i - c_i \quad (11.5-11)$$

Spośród badanych modeli za najbardziej odpowiedni uważa się model, dla którego residua są w sensie najmniejszych kwadratów najmniejsze; model taki reprezentuje najlepsze dopasowanie quasigeoidy grawimetrycznej do regionalnego systemu wysokościowego. Typowy ciąg residuów odzwierciedlających różnice między oryginalnymi nieomknięciami wysokości l_i

$$l_i = h_i - H_i - N_i \quad (11.5-12)$$

i wyrównanymi po dopasowaniu residuami $\hat{v}_i$ przedstawiono na rysunku 11.24. Na uwagę zasługuje – wynikające z zastosowania wyrównania metodą najmniejszych kwadratów – zredukowanie do zera wartości średniej. Wartości po wpasowaniu dają możliwość oceny precyzji modelu, gdyż wskazują na wzajemnie dopasowywane zbiorów danych. Użyta metoda jest przeznaczona do badania precyzji modelu, której nie należy identyfikować z dokładnością lub możliwościami predykcji modelu (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).



Rys. 11.24. Przykład niedomknień wysokości przed i po wpasowaniu parametrycznego modelu powierzchni korekcyjnej

Do oceny dokładności modelu quasigeoidy grawimetrycznej wpasowanej w wysokości punktów sieci satelitarno-niwelacyjnej (np. sieci POLREF) należy wykorzystać punkty innej sieci satelitarno-niwelacyjnej, w miarę możliwości o bardziej dokładnie wyznaczonych wysokościach. Rolę takiej sieci w ocenie dokładności modeli quasigeoidy na obszarze Polski odgrywa trawers kontrolny, założony w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002.

11.5.3. Wyniki porównania modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c* z wysokościami punktów sieci *POLREF*

Model quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c*, przeznaczony do wpasowania w wysokości punktów sieci POLREF, został obliczony przez zespół Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego na podstawie tych samych danych grawimetrycznych, które wykorzystano do obliczenia modelu *quasi05b*, tyle, że z użyciem modelu geopotencjału GGM02S/EGM96 (Łyszkowicz, 2005c). Wysokości quasigeoidy, obliczone na punktach sieci POLREF, porównano z wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c* na tych punktach. Statystykę otrzymanych odchyłek przedstawiono w tabeli 11.16, zaś listę punktów odstających – w tabeli 11.17 (Kryński i Łyszkowicz, 2005b).

Tabela 11.16. Statystyki porównań modelu quasigeoidy quasi05c z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF [cm]

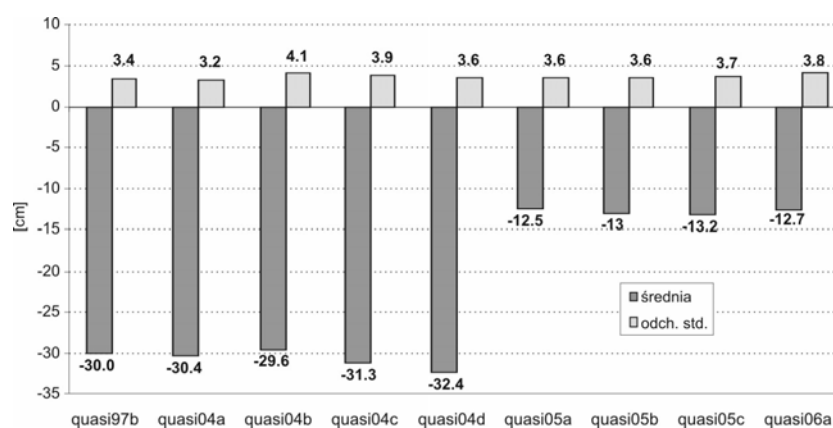
Statystyka	$\zeta_{\text{quasi05c}} - \zeta_{\text{POLREF}}$ (z błędnymi punktami)	$\zeta_{\text{quasi05c}} - \zeta_{\text{POLREF}}$ (po usunięciu stałego czynnika i punktów błędnych)
Średnia	-12.2	0.0
Odch. std.	4.3	3.7
Min	-26.2	-10.1
Max	8.6	9.7

Tabela 11.17. Punkty sieci POLREF z „błędnymi” odchyłkami w odniesieniu do modelu quasigeoidy quasi05c [cm]

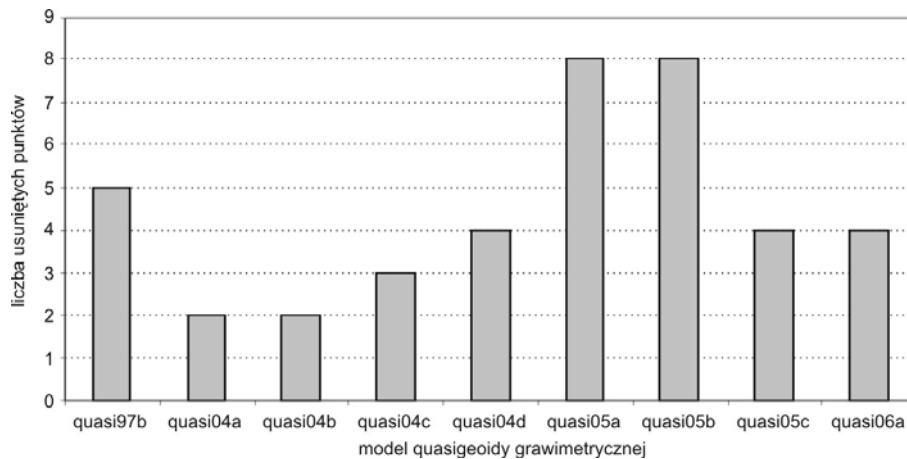
Nr punktu	Nazwa punktu	Odchyłka
501	Koskowa	15.0
502	Rolów Wierch	16.2
1001	Kopaczów	-14.2
1503	Jerzmanowice	15.3

Model quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c testowany na sieci POLREF charakteryzuje się stałym (względem układu wysokościowego) przesunięciem – 13 cm oraz odchyłkami, które – mierzone odchyleniem standardowym – średnio wynoszą ± 4 cm.

Zmienność wartości średniej i odchylenia standardowego obliczonych modeli quasigeoidy grawimetrycznej oraz liczbę potraktowanych jako odstające punktów sieci POLREF przedstawiono odpowiednio na rysunkach 11.25 i 11.26 (Kryński i Łyszkowicz, 2006e).



Rys. 11.25. Wartość średnia i odchylenie standardowe odchylek wysokości quasigeoidy z porównania modeli quasigeoidy grawimetrycznej z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF po usunięciu punktów błędnych



Rys. 11.26. Liczba potraktowanych jako odstające punktów sieci POLREF

Z uwagi na jednorodność rozkładu punktów i ich zagęszczenie (średnia odległość między punktami – około 30 km) sieć POLREF doskonale nadaje się do badania różnych parametrycznych modeli powierzchni korekcyjnych. W ogólności, rozrzut odchylek w wysokości na punktach sieci POLREF jest znacząco mniejszy (w granicach 27 cm) niż uzyskiwany przez innych autorów na innych sieciach satelitaro-niwelacyjnych (np. Milbert, 1998).

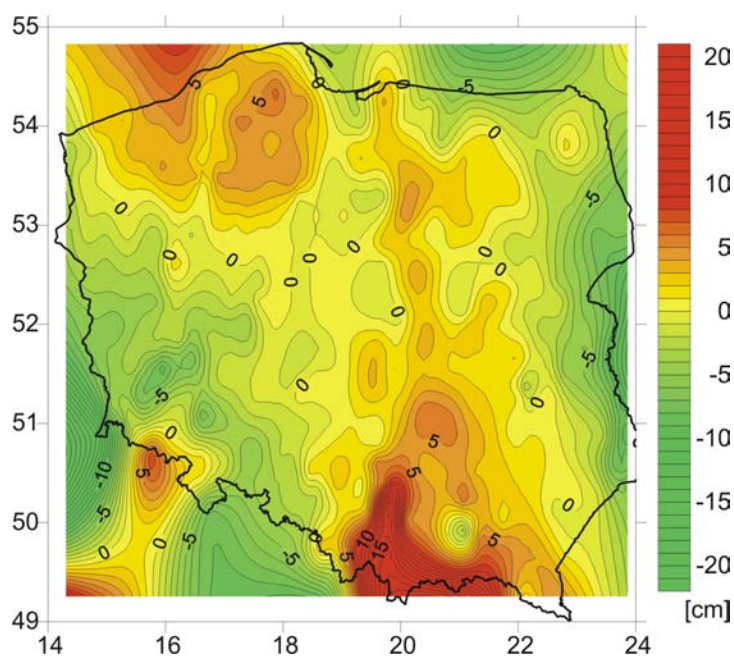
11.5.4. Wyniki wpasowania modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c w wysokości punktów sieci POLREF

Testowanie parametrycznych modeli powierzchni korekcyjnej: prosty model nachylonej płaszczyzny (model trzyparametrowy) (11.5-4), dwa modele oparte na zasadzie transformacji geodezyjnych systemów odniesienia (model czteroparametrowy) (11.5-5) i (model trzyparametrowy) (11.5-6), a także model kolokacyjny (11.5-7) przeprowadzono na modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

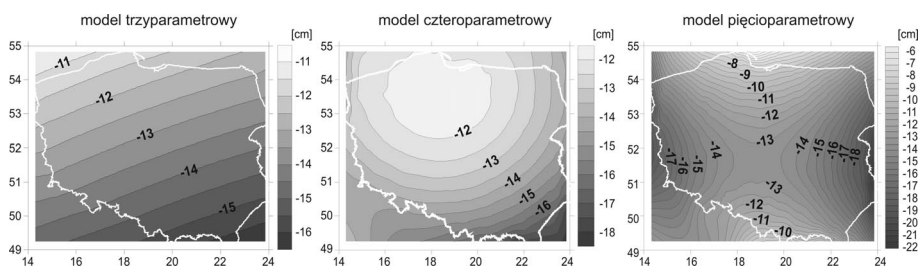
W pierwszej kolejności przeprowadzono obliczenia testowe związane z modelowaniem trzech parametrycznych modeli powierzchni korekcyjnej. Trend t oraz uwolnione od trendu residua ($l - t$) niedomknięć wysokości, pokazane na rysunku 11.27, zostały wymodelowane z wykorzystaniem modeli powierzchni korekcyjnych (11.5-4), (11.5-5) i (11.5-6). Ich statystyki podano w tabeli 11.18. Na rysunku 11.28 pokazano trend dla badanych modeli powierzchni korekcyjnej.

Tabela 11.18. Statystyki trendu i uwolnionych od trendu residuów niedomknięć wysokości [cm]

Statystyka	Model trzyparametrowy		Model czteroparametrowy		Model pięcioparametrowy	
	trend t	$(l - t)$	trend t	$(l - t)$	trend t	$(l - t)$
Średnia	-13.20	0.00	-13.10	-0.05	-13.54	0.39
Odch. std.	1.07	3.56	1.24	3.51	2.50	2.75
Min	-15.60	-9.19	-17.22	-8.86	-20.00	-7.11
Max	-11.20	11.81	-11.58	12.78	-6.52	9.37



Rys. 11.27. Oryginalne niedomknięcia wysokości na punktach sieci POLREF [cm]



Rys. 11.28. Trend obliczony z modeli trzy-, cztero- i pięcioparametrowego

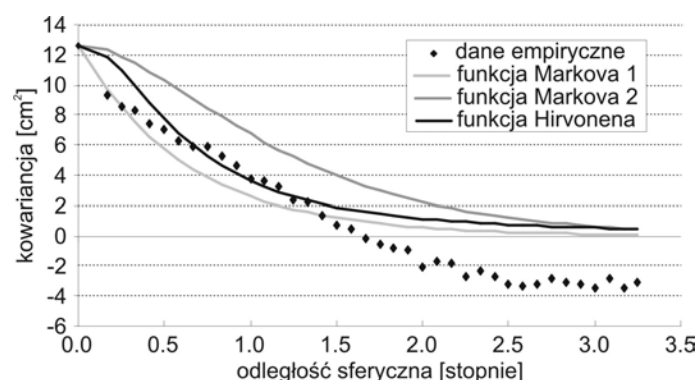
Zgodnie z przewidywaniem, empiryczne odchylenie standardowe residuów ($l - t$) dla badanych modeli maleje ze wzrostem liczby parametrów modelu. Jego wartość zmniejsza się od 3.56 cm dla modelu trzyparametrowego do 2.75 cm dla modelu pięcioparametrowego. Wskazuje to, iż spośród badanych modeli model pięcioparametrowy najlepiej aproksymuje uwolnione od trendu residua ($l - t$) (tab. 11.18). Stąd w przypadku wpasowywania modelu quasigeoidy grawimetrycznej w wysokości punktów POLREF korzystając jedynie z trendu, wskazane jest stosowanie modelu pięcioparametrowego (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

W kolejnym kroku badano modelowanie residuów metodą kolokacji. Po wymodelowaniu trendu przy wykorzystaniu modeli trzy-, cztero- i pięcioparametrowego obliczono parametry empirycznych funkcji kowariancji (wariancja C_0 i odległość korelacyjna ν), uwolnionych od trendu residuów (tab. 11.19) (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

Tabela 11.19. Empiryczna (wariancja C_0 i odległość korelacyjna ν) uwolnionych od trendu residuów ($l - t$)

Model	C_0 [cm ²]	ν [stopnie łuku]
trzyparametrowy	12.67	0.632
czteroparametrowy	12.28	0.627
pięcioparametrowy	7.54	0.446

Następnie empiryczne funkcje kowariancji porównano z trzema analitycznymi modelami funkcji kowariancji (11.5-8), (11.5-9) i (11.5-10). Uzyskane wyniki wskazują, że funkcja kowariancji Hirvonena najlepiej pasuje do danych empirycznych. Rysunek 11.29 ilustruje przebieg badanych funkcji kowariancji użytych do trendu wyznaczonego przy wykorzystaniu modelu trzyparametrowego.



Rys. 11.29. Empiryczna funkcja kowariancji uwolnionych od trendu residuów ($l - t$) oraz trzy analityczne funkcje kowariancji

Dla zbiorów residuów uwolnionych od trendu z wykorzystaniem modeli trzy-, cztero- i pięcioparametrowego obliczono metodą kolokacji sygnały s na punktach sieci POLREF, przyjmując empiryczne odchylenie standardowe σ_0 obserwacji równe 3.7 cm (tab. 11.20). Wyniki obliczeń podsumowano w tabeli 11.20 (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

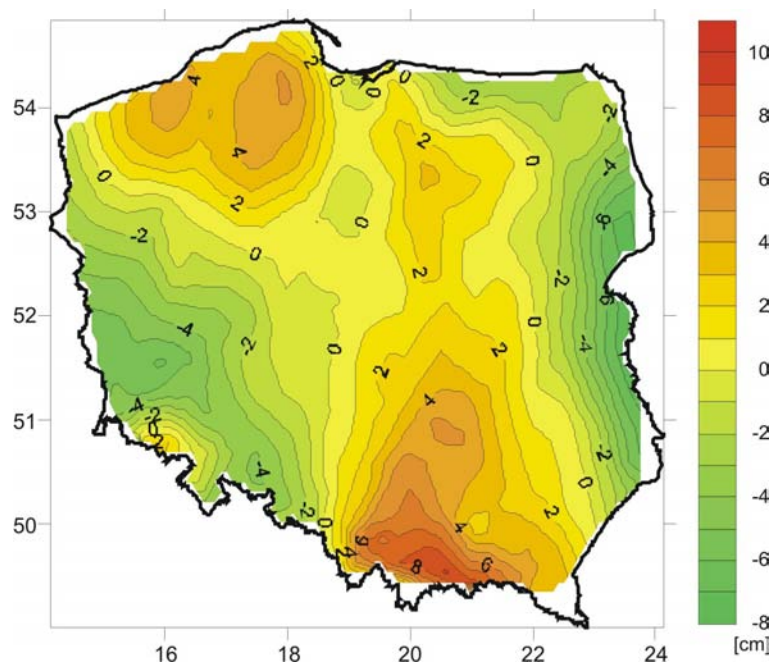
Tabela 11.20. Statystyki residuów ($l - t - s$) dla trendu modelowanego trzy-, cztero- i pięcioparametrowymi powierzchniami obliczonych na punktach sieci POLREF [cm]

	Model trzyparametrowy	Model czteroparametrowy	Model pięcioparametrowy
Średnia	-0.02	0.00	0.02
Odch. std.	1.41	1.41	1.46
Min	-6.63	-6.63	-6.42
Max	6.82	7.01	7.29

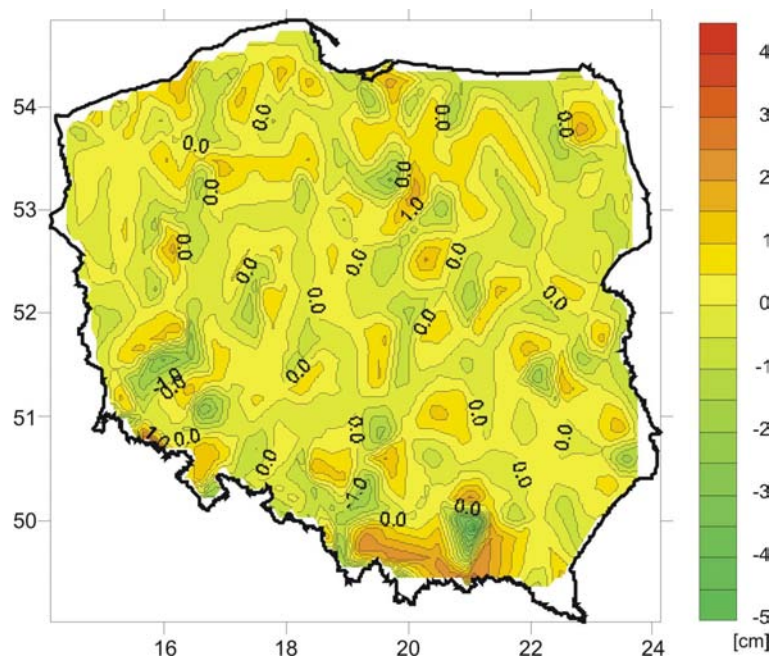
W przypadku modelowania trendu modelami trzy- i czteroparametrowymi mierzona odchyleniem standardowym dokładność wpasowania metodą kolokacji modelu quasigeoidy grawimetrycznej do wysokości punktów sieci POLREF wynosi tyle samo i jest równa 1.41 cm. Nieco gorsze wyniki uzyskano w przypadku użycia modelu pięcioparametrowego do modelowania trendu.

Ostateczny model powierzchni korekcyjnej dla modelu quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c obliczono metodą kolokacji z modelowaniem trendu funkcją trzyparametrową, zaś sygnał (rys. 11.30) – z użyciem funkcji kowariancji Hirvonena, przyjmując dokładność obserwacji, tj. różnicy wysokości elipsoidalnej z pomiarów GNSS i wysokości ortometrycznej z pomiarów niwelacyjnych, a także wysokości quasigeoidy grawimetrycznej, równą 3.7 cm. Precyzję wpasowania quasigeoidy grawimetrycznej quasi05c ocenia się na 1.41 cm (tabela 11.20). Jakość dopasowania modelu quasi05c do anomalii wysokości punktów sieci POLREF przedstawia rysunek 11.31 (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

Odchyłki poprawione o wielkość trendu i sygnału wskazują na jakość dopasowania modelu quasigeoidy do wysokości na punktach sieci GPS/niwelacja (rys. 11.31). Ich średnia wartość kształtuje się na poziomie ± 1.0 cm.



Rys. 11.30. Przebieg sygnału modelu quasigeoidy grawimetrycznej wpasowanej w wysokości punktów sieci POLREF (izolinie co 1 cm)



Rys. 11.31. Jakość dopasowania modelu quasi05c do sieci POLREF (izolinie co 0.5 cm)

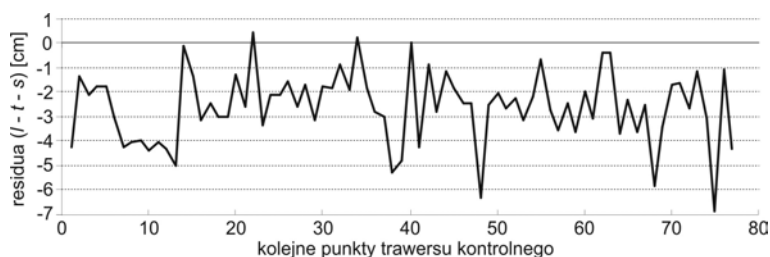
11.5.5. Dokładność wyznaczonego parametrycznego modelu powierzchni korekcyjnej

Dokładność ostatecznego modelu powierzchni korekcyjnej obliczonej metodą kolokacji z użyciem funkcji kowariancji Hirvonena oraz trendem modelowanym modelem trzyparametrowym oszacowano na punktach trawersu kontrolnego, założonego w latach 2003–2004 w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002. Do oceny dokładności modelu powierzchni korekcyjnej wykorzystano anomalie wysokości 77 punktów trawersu kontrolnego, których współrzędne wyznaczone zostały z dokładnością kilku milimetrów z opracowania 24h sesji obserwacyjnych (rozdzielono i potraktowano niezależnie część punktów węzłowych trawersu; porównania dokonano przed ostatecznym uporządkowaniem wyników opracowania trawersu kontrolnego). Statystyki wyników na punktach trawersu kontrolnego przedstawiono w tabeli 11.21 (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

Tabela 11.21. Statystyki trendu t , sygnału s oraz residuów l i $(l - t - s)$ dla trendu modelowanego funkcją trzyparametrową obliczone na punktach trawersu kontrolnego [cm]

	l	t	s	$l - t - s$
Średnia	-15.9	-13.0	-0.3	-2.6
Odch. std.	2.3	0.4	1.6	1.5
Min	-21.5	-13.5	-3.8	-6.9
Max	-11.1	-12.4	2.1	0.4

Wyniki w tabeli 11.21 wskazują, że stosując model powierzchni korekcyjnej obliczony przy użyciu kolokacji z zastosowaniem funkcji kowariancji Hirvonena, odchylenie standardowe absolutnej wysokości normalnej obliczonej z obserwacji GNSS ulega zmniejszeniu z 2.3 cm do 1.5 cm. Rysunek 11.32 ukazuje dokładność poprawionego dzięki użyciu modelu powierzchni korekcyjnej modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c* względem wysokości punktów trawersu (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

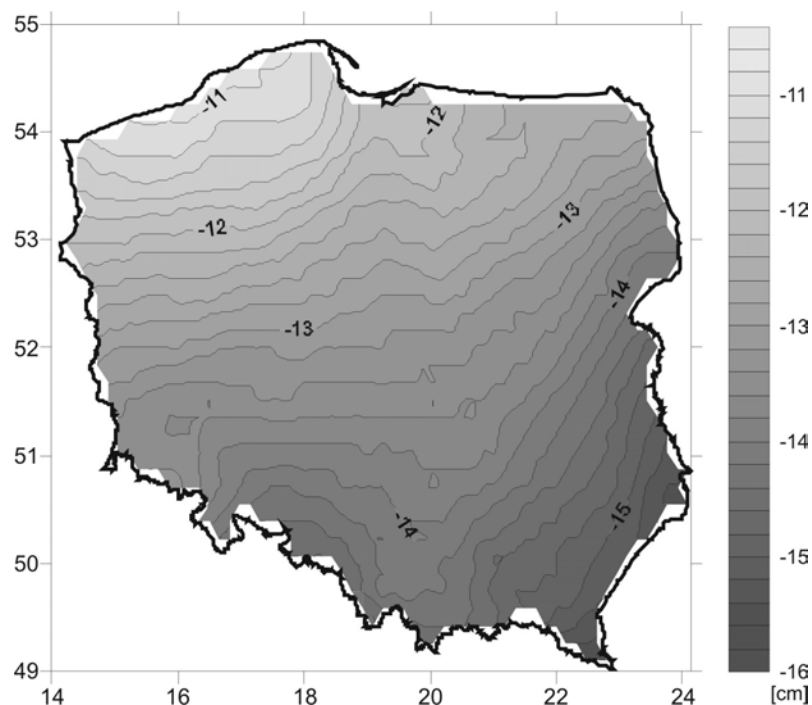


Rys. 11.32. Dokładność modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c* względem wysokości punktów trawersu poprawionego dzięki użyciu modelu powierzchni korekcyjnej

11.5.6. Utworzenie modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c_corr* wpasowanej w wysokości punktów sieci POLREF

Model quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c*, podobnie jak wszystkie opracowane w Uniwersytecie Warmińsko-Mazurskim modele quasigeoidy grawimetrycznej, zawiera obliczone w węzłach siatki $1.5' \times 3.0'$ wysokości quasigeoidy. W celu dopasowania modelu *quasi05c* do wysokości punktów sieci POLREF w każdym węźle siatki modelu obliczono trend i sygnał. Następnie wielkości te dodano do wielkości wynikających z modelu. W pierwszej kolejności na podstawie punktów POLREF wyinterpolowano trend i sygnał w oczkach siatki $15' \times 15'$, a następnie za pomocą prostej dwulinowej interpolacji zagęszczono ten zbiór do wielkości oczek modelu, czyli do siatki $1.5' \times 3.0'$. Ostatecznie cały model *quasi05c* quasigeoidy grawimetrycznej poprawiono o odpowiedni trend i sygnał. Rozkład uzyskanych poprawek przedstawiono na rysunku 11.33 (Łyszkowicz, 2005c).

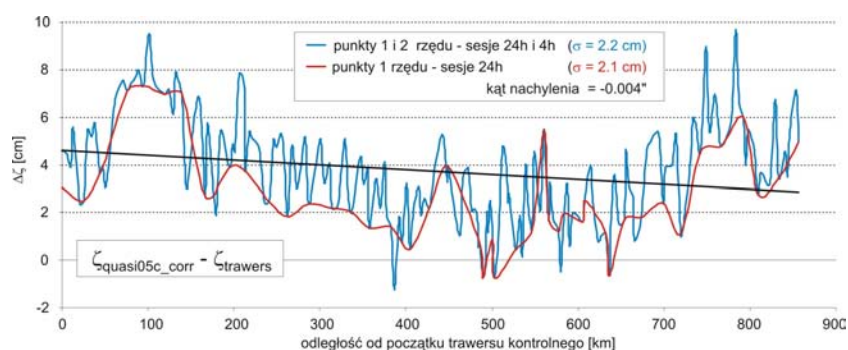
Tak utworzony zbiór, reprezentujący model grawimetrycznej quasigeoidy dopasowanej, nazwano *quasi05c_corr*. Dane zawarte w tym zbiorze mogą służyć do zamiany wysokości elipsoidalnych na wysokości normalne w układzie Kronstadt86 i odwrotnie.



Rys. 11.33. Rozkład poprawek od modelu *quasi05c* do *quasi05c_corr* (izolinie co 0.2 cm)

11.5.7. Ocena dokładności modelu dopasowanej quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c_corr*

Wyinterpolowane z modelu *quasi05c_corr* na punkty trawersu kontrolnego wysokości quasigeoidy porównano z odpowiednimi wysokościami punktów trawersu (rys. 11.34) i obliczono statystyki (tab. 11.22).



Rys. 11.34. Porównanie wysokości quasigeoidy modelu *quasi05c_corr* z wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego

Tabela 11.22. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy modelu *quasi05c_corr* i wysokościami quasigeoidy trawersu kontrolnego [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{quasi05c_corr}} - \zeta_{\text{trawers}}$	3.7	2.2	-1.2	9.7

Większe wartości różnic w początkowym i końcowym odcinku trawersu kontrolnego mogą wynikać z gorszej jakości quasigeoidy grawimetrycznej w rejonach przygranicznych, wynikającej ze znaczącej różnicy jakości między dostępnymi danymi grawimetrycznymi z obszaru Polski i danymi z rejonów przyległych.

12. ANALIZA PORÓWNAWCZA UTWORZONYCH MODELI QUASIGEOIDY

Opracowaniu każdego modelu quasigeoidy towarzyszyła wnikliwa analiza wewnętrznej dokładności modelu. Znacznie bardziej wiarygodnej oceny jakości modelu quasigeoidy dokonuje się poprzez porównanie go z innymi modelami. Wiarygodność oceny podnosi dodatkowo wykorzystanie w porównaniu różnych rodzajów modeli quasigeoidy, np. grawimetrycznego, satelitarno-niwelacyjnego, astronomiczno-geodezyjnego. Na jakość wyników porównania modeli quasigeoidy istotny wpływ może mieć sposób przygotowania danych, w szczególności zastosowana metoda interpolacji.

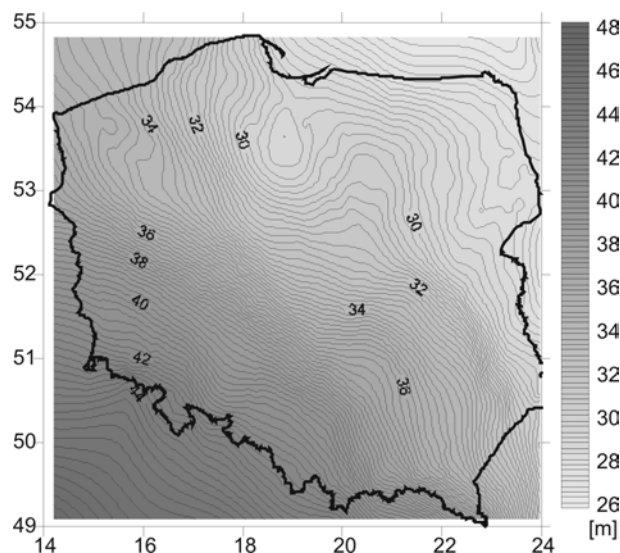
12.1. Dane wykorzystane do analizy modeli quasigeoidy

12.1.1. Kompleksowy model quasigeoidy

Z utworzonego w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” (Osada i Owczarek, 2005) wygenerowano dwa zbiory modelowych anomalii wysokości. Należy zaznaczyć, że w przeciwieństwie do większości pozostałych modeli quasigeoidy, opracowanych w ramach tego projektu, kompleksowy model quasigeoidy „fizycznie” nie istnieje. Jest on każdorazowo generowany „w czasie rzeczywistym” i obliczenie modelowej wysokości quasigeoidy w zadanym punkcie wymaga dokładnej znajomości wysokości elipsoidalnej tego punktu.

Pierwszy zbiór, przeznaczony do porównań z innymi modelami quasigeoidy na obszarze całego kraju, obejmuje modelowe anomalie wysokości na 924 punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG, wraz ze współrzędnymi geodezyjnymi tych punktów. Schematyczną mapę wysokości quasigeoidy opracowaną na podstawie danych należących do tego zbioru pokazuje rysunek 12.1 (Kryński i Łyszkowicz, 2005b).

Drugi zbiór, przeznaczony do kontroli jakości kompleksowego modelu quasigeoidy, zawiera anomalie wysokości na punktach trawersu kontrolnego.



Rys. 12.1. Schematyczna mapa wysokości kompleksowej quasigeoidy „2005” opracowana na podstawie wymodelowanych wysokości quasigeoidy w 924 punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG (izolinie co 25 cm)

12.1.2. Model geoidy/quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej

Utworzony w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 model geoidy astronomiczno-geodezyjnej (Rogowski i in., 2005a, 2005b) zapisany jest w postaci pliku zawierającego współrzędne geodezyjne i undulacje geoidy w 557 punktach na terenie Polski (rys. 11.3), w których dane są astronomiczno-geodezyjne i astronomiczno-grawimetryczne odchylenia pionu. Dla celów analizy porównawczej z tego modelu wygenerowano w IGIK przy użyciu metody kolokacji odstępów geoidy od elipsoidy w węzłach siatki $1' \times 1'$ obejmującej terytorium Polski. W dalszej kolejności, stosując metodę *kriging*, rozrzedzono tę siatkę do siatki $1.5' \times 3'$ (w przybliżeniu $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$), w której obliczane były modele quasigeoidy grawimetrycznej. Z modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej w siatce $1.5' \times 3'$ poprzez uwzględnienie poprawek będących funkcją anomalii Bouguera i wysokości (11.2-20) utworzono model quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej w takiej samej siatce. Odpowiednie pliki tekstowe zawierają współrzędne geodezyjne węzłów siatki oraz modelowe odstępów geoidy lub quasigeoidy od elipsoidy.

12.1.3. Modele quasigeoidy grawimetrycznej

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 utworzono siedem modeli quasigeoidy grawimetrycznej: quasi04a quasi04b quasi04c quasi04d quasi05a quasi05b, quasi05c (Łyszkowicz, 2005a, 2005b, 2005c). Modele te obliczone są w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ (w przybliżeniu $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$) i zapisane w plikach tekstowych zawierających współrzędne

geodezyjne i modelowe anomalie wysokości w węzłach siatki. W tak samo sformatowanym pliku tekstowym zapisany jest utworzony później model quasigeoidy grawimetrycznej *quasi06a* (Kryński i Łyszkowicz, 2006d).

12.1.4. Model quasigeoidy grawimetrycznej - wpasowanej

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 utworzono model quasigeoidy grawimetrycznej – dopasowanej: *quasi05c_corr* (Łyszkowicz, 2005c). Model ten obliczony jest w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ i zapisany w pliku tekstowym zawierającym współrzędne geodezyjne i modelowe anomalie wysokości w węzłach siatki.

12.1.5. Modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej

Podobnie jak w przypadku kompleksowej quasigeoidy, opracowane w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej „fizycznie” nie istnieją (Osada i Owczarek, 2004). Są one każdorazowo generowane w czasie rzeczywistym. W niniejszej analizie porównawczej zamiast z modeli quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej korzystano z anomalii wysokości na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG oraz wysokości quasigeoidy trawersu kontrolnego.

12.1.6. Wysokości quasigeoidy punktów trawersu kontrolnego

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 wyznaczono wysokości quasigeoidy na punktach założonego trawersu kontrolnego (Kryński i in., 2005f) na podstawie wysokości elipsoidalnych obliczonych z precyzyjnych pomiarów GPS oraz wysokości normalnych uzyskanych z niwelacji geometrycznej. Wyniki opracowania danych na trawersie kontrolnym zostały w 2007 r. zweryfikowane w IGiK i wszelkie porównania oraz oceny wymagające wykorzystania tych danych zostały ponownie przeprowadzone. Plik z danymi zawiera współrzędne geodezyjne punktów trawersu oraz anomalie wysokości.

12.2. Porównanie modelu geoidy/quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej z innymi modelami quasigeoidy

W ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 dokonano porównania modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej z innymi modelami quasigeoidy (Kryński, 2006). W tym celu w pierwszej kolejności z danych źródłowych zapisanych w pliku zawierającym współrzędne geodezyjne i undulacje geoidy obliczone w 557 punktach na terenie Polski dla obszaru 49°N – 54°N , 14°E – 27°E wyinterpolowano undulacje geoidy w węzłach siatki $5' \times 5'$ (9577 punktów). Obliczone w węzłach siatki $5' \times 5'$ undulacje geoidy astronomiczno-geodezyjnej porównano z odpowiadającymi, wyinterpolowanymi na węzły tej siatki wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* (rys. 12.2a) i wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej – dopasowanej *quasi05c_corr* (rys. 12.3a). Podobnie, obliczone w węzłach siatki $5' \times 5'$ undulacje geoidy

astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowano na punkty sieci POLREF. Wyinterpolowane undulacje geoidy astronomiczno-geodezyjnej porównano z odpowiadającymi wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF (rys. 12.5a). Wreszcie obliczone w węzłach siatki $5' \times 5'$ undulacje geoidy astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowano na 924 punkty modelu kompleksowej quasigeoidy, a następnie porównano je z odpowiadającymi wysokościami kompleksowej quasigeoidy „2005” (rys. 12.4a). Statystyki różnic otrzymanych z porównań między modelem geoidy astronomiczno-geodezyjnej i modelami quasigeoidy ilustruje tabela 12.1 (Kryński i Łyszkowicz, 2005b). Otrzymane różnice, z uwagi na ich znaczne wartości wynikające z wyraźnego odstawiania modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej od modeli quasigeoidy grawimetrycznej, mają dla badanych przypadków podobny przebieg. Podobieństwo dotyczy w szczególności odchylenia standardowego. Różnice w wartości średniej z poszczególnych porównań odzwierciedlają różnice w błędach systematycznych rozważanych modeli quasigeoidy.

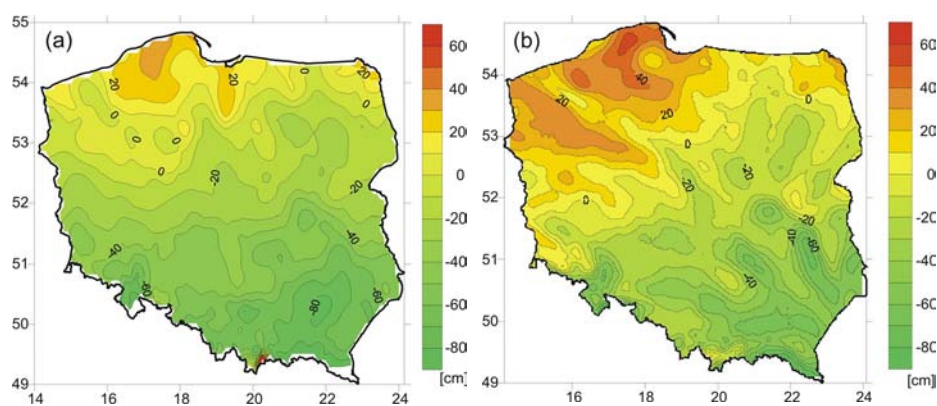
Tabela 12.1. Statystyki różnic między wyinterpolowanymi undulacjami geoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami innych, reprezentatywnych modeli quasigeoidy [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$N_{\text{astro}} - \zeta_{\text{quasi05b}} \text{ (graw)}$	-29	30	-120	153
$N_{\text{astro}} - \zeta_{\text{POLREF}} \text{ (GPS/lev)}$	-16	33	-165	64
$N_{\text{astro}} - \zeta_{\text{quasi05c_corr}} \text{ (dopas)}$	-16	31	-109	163
$N_{\text{astro}} - \zeta_{\text{„2005”}} \text{ (kompl)}$	-14	34	-164	71

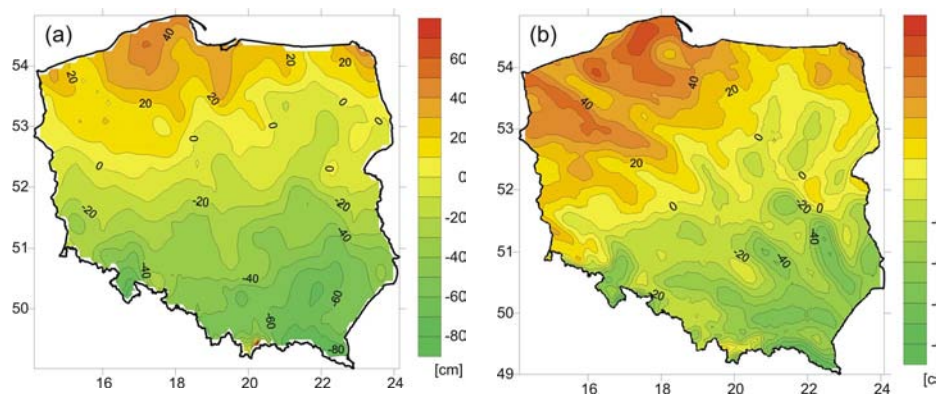
Po wygenerowaniu w 2007 r. metodą kolokacji modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej w siatce $1' \times 1'$, a następnie w siatce $1.5' \times 3'$ oraz w takiej samej siatce modelu quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej dokonano kolejnej serii porównań opracowanych modeli. Model quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej porównano z modelami quasigeoidy grawimetrycznej quasi05b (rys. 12.2b) oraz quasigeoidy grawimetrycznej – dopasowanej quasi05c_corr (rys. 12.3b) w węzłach siatki $1.5' \times 3'$. Następnie anomalie wysokości modelu quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowano przy zastosowaniu metody *kriging* na punkty sieci POLREF, EUVN i WSSG. Obliczone na nich anomalie wysokości porównano z odpowiadającymi anomaliami wysokości kompleksowej quasigeoidy „2005” (rys. 12.4b) i anomaliami wysokości wyznaczonymi z pomiarów satelitarno-niwelacyjnych na tych punktach (rys. 12.5b). Statystyki różnic otrzymanych z porównań między modelem quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej i innymi modelami quasigeoidy ilustruje tabela 12.2.

Tabela 12.2. Statystyki różnic między wyinterpolowanymi wysokościami quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami innych, reprezentatywnych modeli quasigeoidy [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{astro}} - \zeta_{\text{quasi05b}} \text{ (graw)}$	-10.2	28.5	-89.9	54.5
$\zeta_{\text{astro}} - \zeta_{\text{P-E-W}} \text{ (GPS/lev)}$	6.1	29.3	-78.8	70.7
$\zeta_{\text{astro}} - \zeta_{\text{quasi05c_corr}} \text{ (dopas)}$	2.6	29.4	-81.6	68.6
$\zeta_{\text{astro}} - \zeta_{\text{„2005”}} \text{ (kompl)}$	5.0	29.4	-79.2	64.8



Rys. 12.2. Różnice między undulacjami geoidy astronomiczno-geodezyjnej (a) oraz quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej (b) i odpowiednimi wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej quasi05b

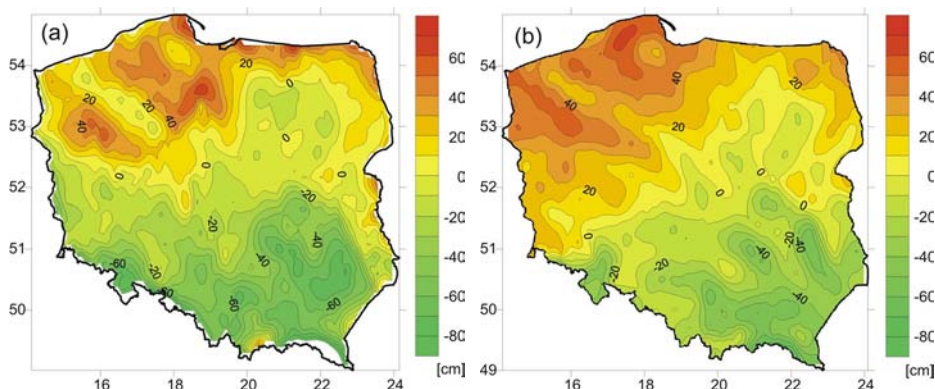


Rys. 12.3. Różnice między undulacjami geoidy astronomiczno-geodezyjnej (a) oraz quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej (b) i odpowiednimi wysokościami quasigeoidy z wpasowanego modelu grawimetrycznego quasi05c_corr

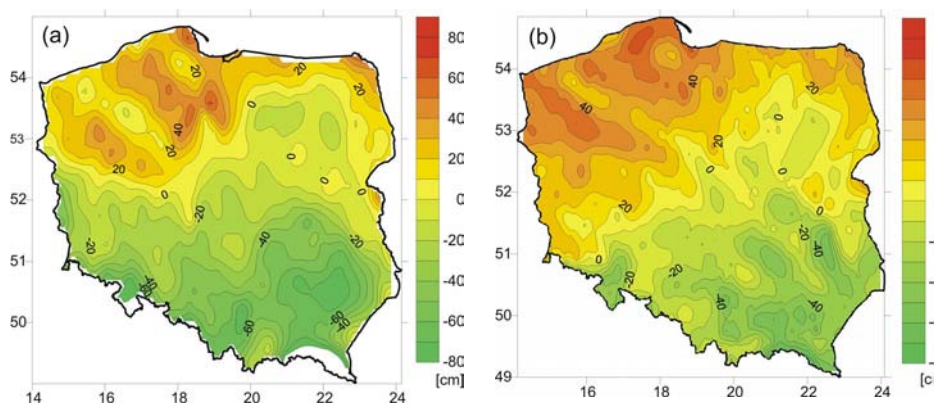
Wyniki przedstawione w tabeli 12.2 charakteryzują się dużą spójnością. Dotyczy ona zarówno odchylenia standardowego, jak i rozrzutu. Różnice w wartości średniej

z poszczególnych porównań odzwierciedlają różnice w błędach systematycznych rozważanych modeli quasigeoidy.

Statystyki wyników porównań przedstawione w tabelach 12.1 i 12.2 różnią się znacząco. Różnica ta w bardzo niewielkim stopniu wynika z pewnej niekonsekwencji, a mianowicie, że modele quasigeoidy porównywane były w jednej serii z modelem geoidy astronomiczno-geodezyjnej, w drugiej zaś – z modelem quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej. Do zasadniczych przyczyn powstałej różnicy należy zaliczyć duże błędy interpolacji popełnione w procesie obliczania undulacji geoidy w 9577 węzłach siatki $5' \times 5'$. Istotny wpływ na wyniki porównań ma również jednolitość ograniczenia obszaru porównań. Taką jednolitość zastosowano w procesie porównania wysokości quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej z wysokościami innych modeli quasigeoidy.



Rys. 12.4. Różnice między undulacjami geoidy astronomiczno-geodezyjnej (a) oraz quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej (b) i odpowiednimi wysokościami quasigeoidy z kompleksowego modelu „2005”



Rys. 12.5. Różnice między undulacjami geoidy astronomiczno-geodezyjnej (a) oraz quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej (b) i odpowiednimi wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF (a) oraz POLREF, EUVN i WSSG (b)

Duży rozrzut w różnicach między wyinterpolowanymi undulacjami geoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami modeli quasigeoidy (tab. 12.1) wynika z istnienia kilku odstających w sensie kryterium 3σ różnic, spowodowanych najprawdopodobniej błędami w wartościach odchylenia pionu, w otoczeniu punktów występowania tych różnic.

Undulacje geoidy astronomiczno-geodezyjnej obliczone z wyrównania w 557 punktach, w których dane były odchylenia pionu porównano z wyinterpolowanymi na te punkty z węzłów siatki $1.5' \times 3'$ wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej modelu quasi04a. Statystyki różnic przed i po usunięciu wielkości odstających przedstawiono w tabeli 12.3 (Kryński i in., 2005I).

Tabela 12.3. Statystyki różnic między wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej i wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej quasi04a [cm]

Liczba punktów	Średnia	Odch. std.	Min	Max
557	-46.9	31.3	-143.5	130.6
523	-43.7	27.6	-93.9	24.5

W dalszej kolejności geoidę astronomiczno-geodezyjną wpasowano w quasigeoidę grawimetryczną quasi04a, korzystając z czteroparametrowej transformacji (11.5-5)

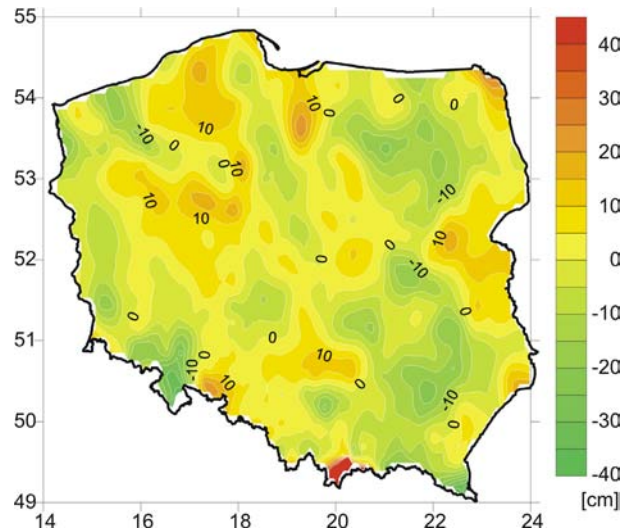
$$\zeta^{\text{grav}} = N^{\text{astr}} + b_0 + b_1 \cos \varphi \cos \lambda + b_2 \cos \varphi \sin \lambda + b_3 \sin \varphi \quad (12.3-1)$$

gdzie współczynniki b_0 , b_1 , b_2 , b_3 wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów. Różnice między przetransformowanymi wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej i quasigeoidy grawimetrycznej przedstawiono na rysunku 12.6, zaś statystyki tych różnic przed i po usunięciu wielkości odstających (z użyciem kryterium 3σ) – w tabeli 12.4.

Tabela 12.4. Statystyki różnic między wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej wpasowanej w quasigeoidę grawimetryczną quasi04a i wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej quasi04a [cm]

Liczba punktów	Średnia	Odch. std.	Min	Max
557	0.0	14.8	-68.0	226.2
552	-0.7	9.5	-35.0	43.2

Na podstawie otrzymanych różnic między modelem quasigeoidy grawimetrycznej i modelem wpasowanej w niego geoidy astronomiczno-geodezyjnej można wnioskować o dokładności modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej. Z tabeli 12.4 wynika, że dokładność ta oceniana jest na 10-15 cm. Wynik ten jest zgodny z uzyskanym niezależnie poprzez porównanie z wysokościami quasigeoidy z pomiarów satelitarno-niwelacyjnych na punktach trawersu kontrolnego (tab. 11.4).



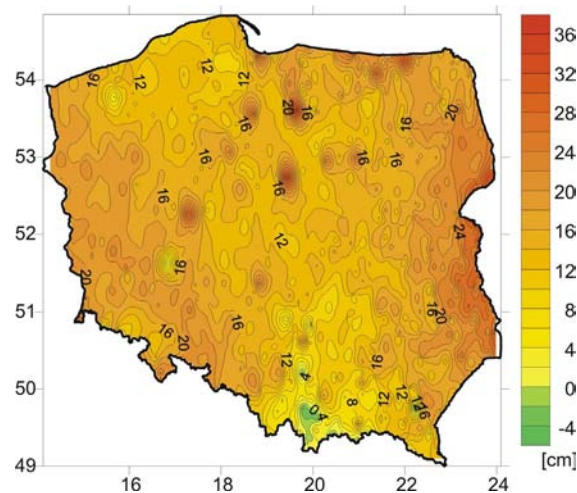
Rys. 12.6. Różnice między wysokościami geoidy astronomiczno-geodezyjnej wpasowanej w quasigeoidę grawimetryczną *quasi04a* i wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi04a* (izolinie co 5 cm)

12.3. Porównanie modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* z innymi modelami

Obliczone w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ wysokości quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* wyinterpolowano na 924 punkty sieci POLREF, EUVN i WSSG, a następnie porównano je z odpowiadającymi zaobserwowanymi, tj. wyznaczonymi z opracowania obserwacji z kampanii POLREF, EUVN i WSSG wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na tych punktach (rys. 12.7) oraz z wysokościami modelu kompleksowej quasigeoidy „2005” na tych punktach (rys. 12.8). Wysokości quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* porównano również z odpowiadającymi wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej – dopasowanej *quasi05c_corr* w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ (rys. 12.9). Statystyki różnic otrzymanych z porównań między modelem quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* i innymi modelami quasigeoidy ilustruje tabela 12.5.

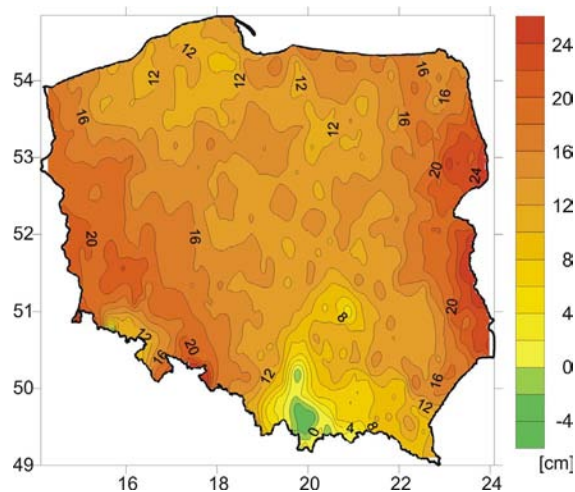
Tabela 12.5. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* i wysokościami z innych modeli quasigeoidy [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{quasi05b} - \zeta_{P-E-W} (GPS/lev)$	15.7	5.3	-6.6	38.9
$\zeta_{quasi05b} - \zeta_{„2005”} (kompl)$	14.6	4.5	-8.7	34.7
$\zeta_{quasi05b} - \zeta_{quasi05c_corr} (dopas)$	12.8	1.3	7.7	15.8



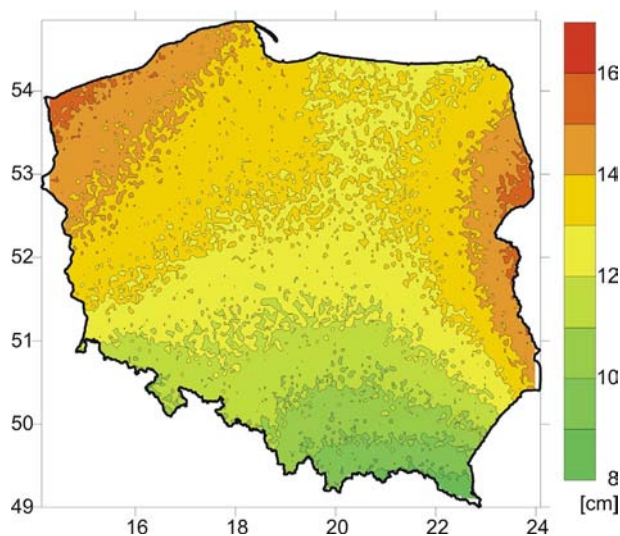
Rys. 12.7. Różnice między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* i odpowiednimi wysokościami quasigeoidy satelitaro-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG (izolinie co 2 cm)

Przedstawiony na rysunku 12.7 przebieg różnic między wysokościami dwóch modeli quasigeoidy wyraźnie świadczy o znaczeniu wykorzystania modelu quasigeoidy grawimetrycznej do kontroli przebiegu quasigeoidy satelitaro-niwelacyjnej. Wskazuje on lokalizację zniekształcającego przebiegu quasigeoidy satelitaro-niwelacyjnej odstających obserwacji satelitaro-niwelacyjnych, głównie na punktach sieci WSSG, ale także na kilku punktach sieci POLREF.



Rys. 12.8. Różnice między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* i wysokościami kompleksowej quasigeoidy „2005” na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG (izolinie co 2 cm)

Znacznie łagodniejszy przebieg różnic między wysokościami dwóch modeli quasigeoidy na rysunku 12.8 od przedstawionych na rysunku 12.7 wynika z wykorzystania podobnych danych grawimetrycznych w obu porównywanych modelach.



Rys. 12.9. Różnice między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* i odpowiednimi wysokościami quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr* (izolinie co 1 cm)

Przedstawiony na rysunku 12.9 przebieg różnic między wysokościami dwóch modeli quasigeoidy ukazuje wyraźnie efekty trendu oraz modelowanego stochastycznie przypadkowego sygnału występujące w procesie wpasowywania modelu quasigeoidy grawimetrycznej w obserwowane wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej (rys. 11.28 i 11.30).

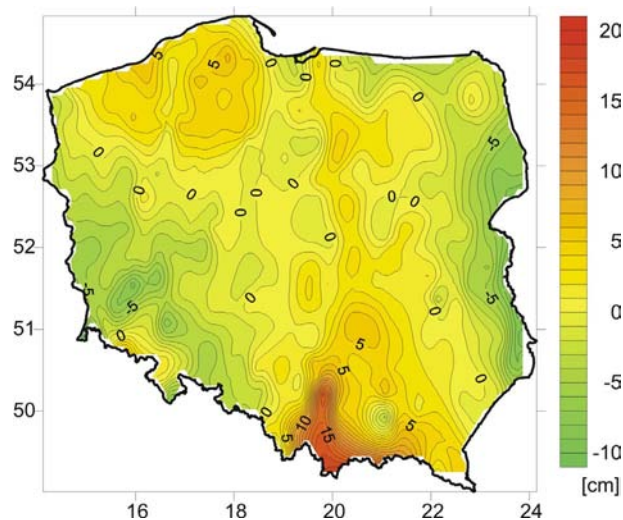
Obliczone statystyki (tab. 12.5) różnią się od uzyskanych w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 (Kryński i Łyszkowicz, 2005b; Kryński, 2006). Rozbieżności w wynikach wywołane są stosowaniem w poprzednich opracowaniach różnych ograniczeń obszaru porównań.

Wartości średniej różnic między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* i odpowiednimi wysokościami innych modeli quasigeoidy (tab. 12.5) odzwierciedlają różnicowe błędy systematyczne między modelami i zgodnie z oczekiwaniami pozostają we wzajemnej bliskości. Wartości odchyłeń standardowych (tab. 12.5) stanowią miarę dopasowania modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05b* do innych badanych modeli quasigeoidy. Dopasowanie to jest najlepsze do modelu *quasi05c_corr*, gdyż jest to także model quasigeoidy grawimetrycznej. Nieco gorzej dopasowany jest model *quasi05b* do kombinowanego modelu quasigeoidy „2005”, w którego obliczeniu istotną rolę odegrały dane grawimetryczne. Największą rozbieżność obserwuje się między wysokościami quasigeoidy z modelu *quasi05b* i obliczonymi z pomiarów satelitarno-

-niwelacyjnych na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG. Rozbieżność ta wynika z różnorodności porównywanych modeli, a także z dużych błędów anomalii wysokości z pomiarów satelitarno-niwelacyjnych.

12.4. Porównanie modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej z innymi modelami quasigeoidy

Obliczone w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ wysokości quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej *quasi05c_corr* wyinterpolowano na 350 punktach sieci POLREF, a następnie porównano je z odpowiadającymi wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na tych punktach. Otrzymane różnice przedstawiono na rysunku 12.10, a ich statystyki w tabeli 12.6 (Kryński i Łyszkowicz, 2005b).



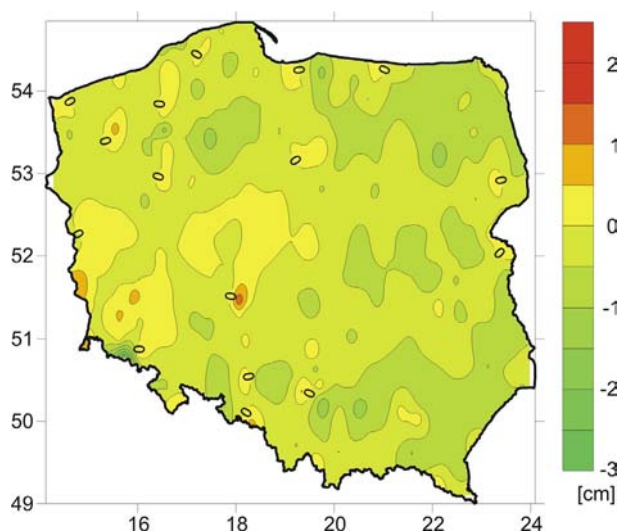
Rys. 12.10. Różnice między wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF i wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej *quasi05c_corr* (izolinie co 1 cm)

Tabela 12.6. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF i wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej *quasi05c_corr* [cm]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
0.1	3.7	-13.9	18.1

Wielkości różnic przedstawionych na rysunku 12.10 ilustrują jakość dopasowania modelu quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c_corr* do rozpiętego na punktach sieci POLREF modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej. Gorszą jakość wpasowania obserwuje się w rejonach przygranicznych. W centralnej części kraju obliczone różnice stanowią jednocześnie miarę dokładności wyznaczenia składowej wysokościowej punktów sieci POLREF.

W dalszej kolejności wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej rozpiętej na 342 punktach sieci POLREF (punkty oporowe modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej) porównano na tych punktach z wysokościami quasigeoidy obliczonymi na tych punktach z modelu kompleksowej quasigeoidy „2005” (rys. 12.11). Statystyki otrzymanych różnic przedstawiono w tabeli 12.7 (Osada i Owczarek, 2005).



Rys. 12.11. Różnice między wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF i wysokościami kompleksowej quasigeoidy „2005” (izolinie co 0.5 cm)

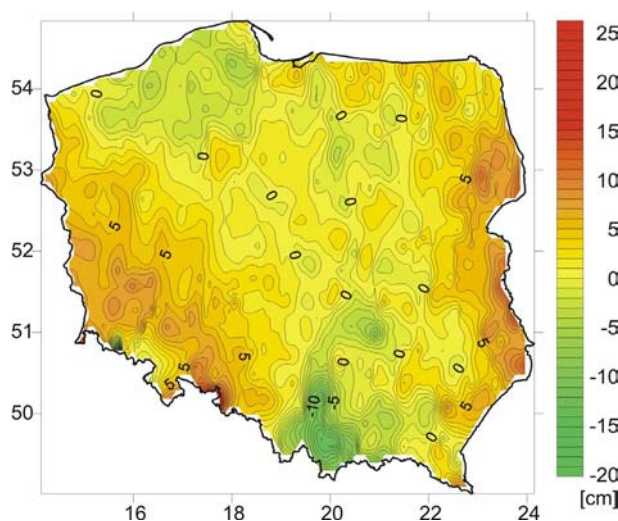
Tabela 12.7. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy na punktach sieci POLREF i wysokościami kompleksowej quasigeoidy „2005” [cm]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
0.3	0.4	-1.5	3.7

Model kompleksowej quasigeoidy „2005” jest modelem odpowiednio dopasowanym do anomalii wysokości na punktach sieci POLREF, EUVN i WSSG. Przy obliczaniu modelu quasigeoidy „2005” zakładano błąd średni wyznaczenia anomalii wysokości punktów sieci POLREF równy 1 cm. O jakości wpasowania modelu „2005” w anomalie wysokości punktów sieci POLREF o dokładności 1 cm świadczą wartości różnic na rysunku 12.11 oraz ich statystyki (tab. 12.7).

12.5. Porównanie modelu quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej quasi05c_corr z kompleksowym modelem quasigeoidy „2005”

Obliczone w węzłach siatki $1.5' \times 3'$ wysokości quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej quasi05c_corr wyinterpolowano na 924 punkty modelu kompleksowej quasigeoidy „2005”, a następnie porównano je z odpowiednimi wysokościami kompleksowej quasigeoidy. Otrzymane różnice przedstawiono na rysunku 12.12, zaś statystyki różnic w tabeli 12.8 (Kryński i Łyszkowicz, 2005b).



Rys. 12.12. Różnice między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej quasi05c_corr i odpowiednimi wysokościami kompleksowej quasigeoidy „2005” [cm] (izolinie co 1 cm)

Tabela 12.8. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy grawimetrycznej wpasowanej i odpowiednimi wysokościami kompleksowej quasigeoidy [cm]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
-1.8	3.9	-23.0	19.6

Różnice przedstawione na rysunku 12.12 mają podobny charakter do różnic na rysunku 12.10. Zakłócający regularny przebieg różnic na rysunku 12.10 błędy anomalii wysokości wyznaczonych w punktach sieci POLREF zostały w dużej mierze przeniesione na błędy kompleksowej quasigeoidy „2005” poprzez nadanie zbyt małych błędów średnich tym anomaliiom w procesie obliczania modelu „2005” i w podobny sposób zakłóciły przebieg różnic na rysunku 12.12.

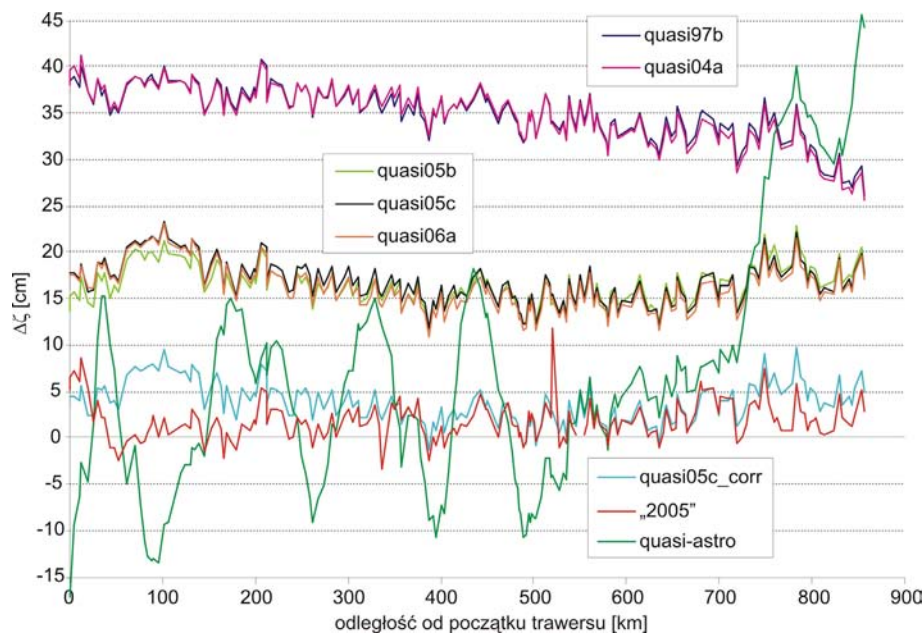
12.6. Porównanie badanych modeli z anomaliami wysokości trawersu kontrolnego

Jakość wszystkich opracowanych modeli quasigeoidy była oceniona poprzez porównanie modelowych wysokości quasigeoidy z odpowiadającymi anomaliami wysokości trawersu kontrolnego. W niniejszym rozdziale zostaną przedstawione wyniki porównania tych spośród opracowanych modeli quasigeoidy, które uznano za reprezentatywne, kierując się w szczególności wynikami przedstawionymi w rozdziale 11.2. Do badań porównawczych wybrano model quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej, modele quasi97b, quasi04a, quasi05b, quasi05c i quasi06a quasigeoidy grawimetrycznej, model quasi05c_corr quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej oraz kompleksowy model quasigeoidy „2005”. Z modeli tych, z wyjątkiem kompleksowego modelu quasigeoidy, wyinterpolowano anomalie wysokości na punktach trawersu kontrolnego. Odpowiednie anomalie wysokości na punktach trawersu kontrolnego obliczono również w procesie generowania kompleksowego modelu quasigeoidy. Anomalie wysokości obliczone z poszczególnych modeli quasigeoidy porównano z odpowiadającymi anomaliami wysokości wyznaczonymi z pomiaru trawersu kontrolnego. Otrzymane różnice przedstawiono na rysunku 12.13, zaś statystyki tych różnic w tabeli 12.9.

Tabela 12.9. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy badanych modeli i odpowiadającymi anomaliami wysokości trawersu kontrolnego [cm]

Model quasigeoidy	Średnia	Odch. std	Min	Max	Łachylenie N–
Astronomiczno-geodezyjny	6.6	13.3	–18.2	45.5	0.065"
Grawimetryczny (quasi97b)	35.0	2.8	26.1	40.9	–0.019"
Grawimetryczny (quasi04a)	34.8	3.1	25.6	41.3	–0.022"
Grawimetryczny (quasi05b)	16.4	2.1	11.7	22.8	–0.001"
Grawimetryczny (quasi05c)	16.8	2.3	11.9	23.3	–0.007"
Grawimetryczny (quasi06a)	16.2	2.4	10.9	23.0	–0.008"
Grawim. dopasowany (quasi05c_corr)	3.7	2.2	–1.2	9.7	–0.004"
Kompleksowy („2005”)	1.8	2.1	–3.5	11.8	0.002"

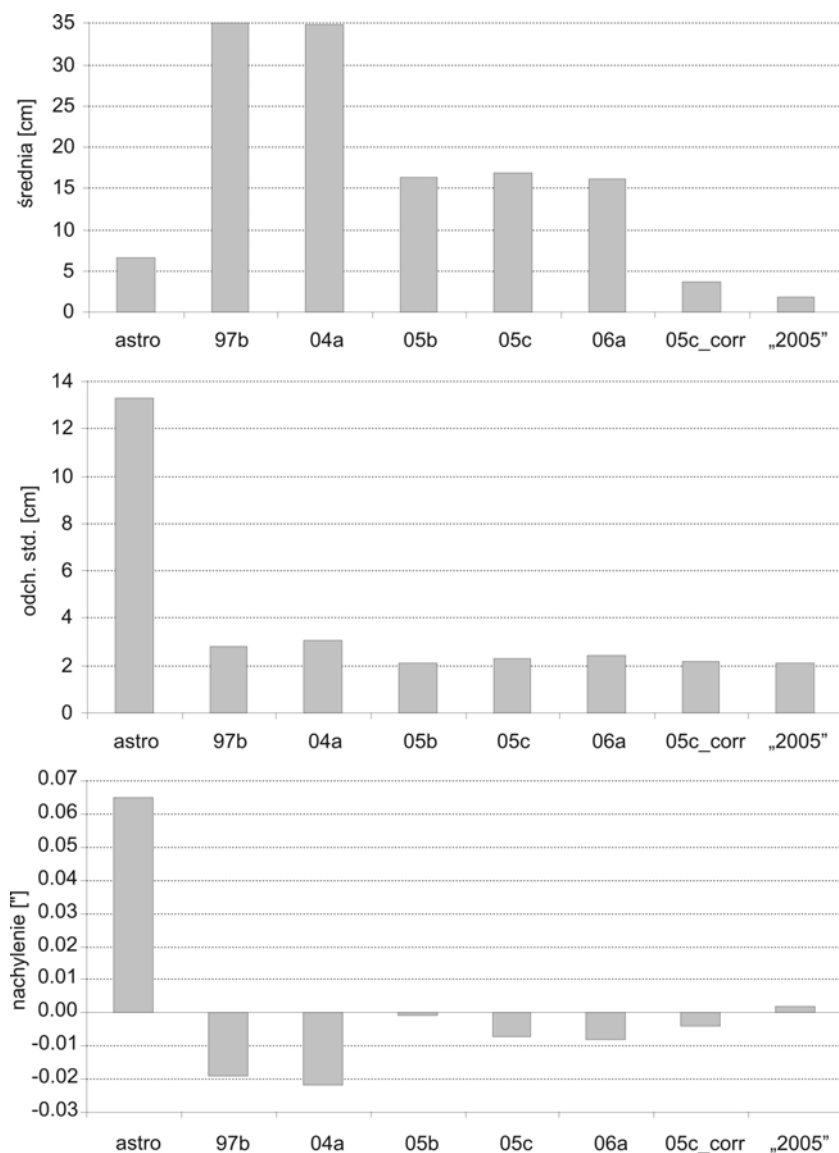
Wszystkie badane modele quasigeoidy grawimetrycznej charakteryzują się bardzo podobnym przebiegiem w odniesieniu do trawersu kontrolnego. Różnice między wysokościami quasigeoidy wszystkich badanych modeli quasigeoidy grawimetrycznej i odpowiadającymi anomaliami wysokości trawersu kontrolnego obciążone są niemal identycznym szumem o odchyleniu standardowym 2–3 cm. Przebiegi tych różnic dla różnych modeli różnią o przesunięcie w wysokości stanowiące błąd systematyczny modelu.



Rys. 12.13. Przebieg różnic między wysokościami quasigeoidy badanych modeli i odpowiadającymi anomaliami wysokości trawersu kontrolnego [cm]

Z analizy statystyk w tabeli 12.9 wynika, że ujednolicenie i wzbogacenie danych zaowocowało zmniejszeniem błędu systematycznego modelu quasigeoidy grawimetrycznej z poziomu 35 cm do 16 cm i jednocześnie ponaddwukrotnym zmniejszeniem nachylenia quasigeoidy grawimetrycznej względem quasigeoidy satelitaro-niwelacyjnej, a także zmniejszeniem błędu przypadkowego o około 20%. Statystyki te wskazują również na praktyczną równoważność kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” z modelem quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej quasi05c_corr. Wnioski te należy jednak traktować ze znaczną dozą ostrożności. Przebiegi różnic między wysokościami quasigeoidy badanych modeli i odpowiadającymi anomaliami wysokości punktów trawersu kontrolnego (rys. 12.13) są bardzo silnie wzajemnie skorelowane. Kształtujące się na poziomie 1.5–2 cm błędy przypadkowe wyznaczenia anomalii wysokości punktów trawersu kontrolnego zakłócają przebiegi wszystkich badanych różnic. Istnienie tych błędów znacząco ogranicza wiarygodność oceny dokładności modeli quasigeoidy na terenie Polski.

Błędy systematyczne w modelu quasigeoidy demonstrują swoją obecność poprzez średnie przesunięcie modelu w pionie względem „wzorcowych” anomalii wysokości punktów trawersu kontrolnego, jak również poprzez nachylenia modelu względem trawersu (tab. 12.9 i rys. 12.14) (Kryński i Łyszkowicz, 2005b).



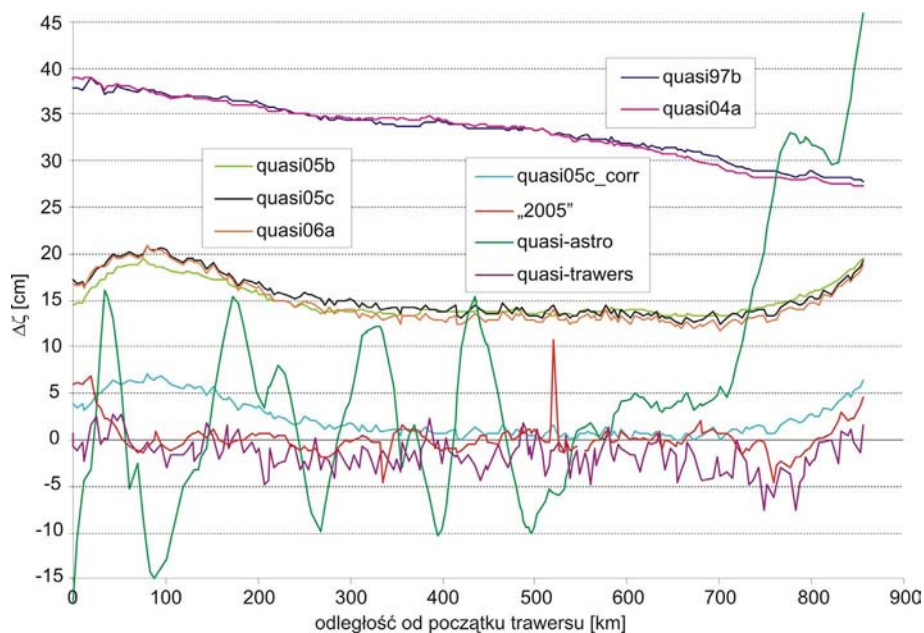
Rys. 12.14. Systematyczne przesunięcie (średnia), odchylenie standardowe i nachylenie poszczególnych modeli względem trawersu kontrolnego

Pokazane na rysunku 12.14 systematyczne przesunięcia i nachylenia poszczególnych modeli względem trawersu kontrolnego stanowią sumaryczny efekt błędów systematycznych modeli quasigeoidy i trawersu kontrolnego. Anomalie wysokości trawersu kontrolnego obarczone są tym samym błędem systematycznym układu wysokościowego Kronstadt86 (przesunięcie w pionie i nachylenie) co anomalie wysokości punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG. Model quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej i kompleksowy model quasi-

geoidy charakteryzują się nachyleniem względem trawersu w kierunku północno-wschodnim, podczas gdy modele quasigeoidy grawimetrycznej wykazują nachylenie w kierunku przeciwnym (Kryński, 2006).

12.7. Analiza porównawcza badanych modeli z modelem quasigeoidy GUGiK 2001

Model quasigeoidy GUGiK 2001 jest obecnie oficjalnym modelem quasigeoidy zalecanym przez GUGiK do wykorzystywania w praktycznych pracach geodezyjnych wykonywanych przy użyciu technik GPS (Pażus, 2001). Wysokości reprezentatywnych modeli quasigeoidy, tj. modelu quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej, modeli *quasi97b*, *quasi04a*, *quasi05b*, *quasi05ci* *quasi06a* quasigeoidy grawimetrycznej, modelu *quasi05c_corr* quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej oraz kompleksowego modelu quasigeoidy „2005”, a także anomalie wysokości wyznaczone z pomiaru GPS i niwelacji na punktach trawersu kontrolnego zostały porównane z obliczonymi programem *Geoida* (Pażus, 2001) na punktach trawersu kontrolnego wysokościami quasigeoidy z modelu GUGiK 2001. Przebieg różnic przedstawiono na rysunku 12.15, zaś ich statystyki – w tabeli 12.10.



Rys. 12.15. Odchyłki badanych modeli od wysokości quasigeoidy modelu GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego

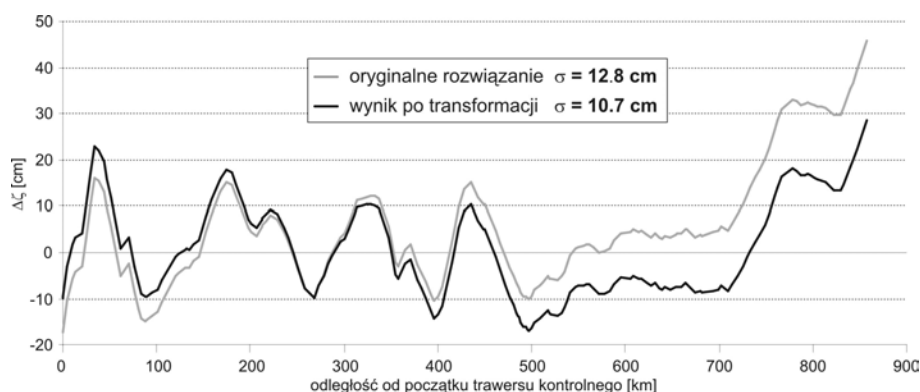
Tabela 12.10. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy badanych modeli i odpowiadającymi anomaliami wysokości modelu GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego [cm]

Model quasigeoidy	redni	Odch. std	Min	Max	Nachylenie N-I
Astronomiczno-geodezyjny	5.0	12.8	-17.5	45.9	0.060"
Grawimetryczny (quasi97b)	33.4	2.9	27.2	38.9	-0.024"
Grawimetryczny (quasi04a)	33.3	3.2	27.2	39.0	-0.026"
Grawimetryczny (quasi05b)	14.9	1.8	13.2	19.4	-0.006"
Grawimetryczny (quasi05c)	15.2	2.2	12.5	20.9	-0.012"
Grawimetryczny (quasi06a)	14.6	2.4	11.7	20.8	-0.012"
Grawim. dopasowany (quasi05c_corr)	2.2	2.0	-0.1	7.2	-0.009"
Kompleksowy („2005”)	0.3	1.8	-4.6	10.7	-0.003"
Trawers kontrolny	-1.6	1.8	-7.7	2.9	-0.005"

Porównanie badanych modeli quasigeoidy z modelem GUGiK 2001 dostarcza cennych informacji, które można wykorzystać do uzupełnienia wniosków wyciągniętych z porównania tych modeli z anomaliami wysokości punktów trawersu kontrolnego. W przypadku wszystkich badanych modeli quasigeoidy grawimetrycznej przebiegi różnic na rysunku 12.15 są znacznie bardziej gładkie niż ich odpowiedniki na rysunku 12.13. Wynika to z faktu, że model quasigeoidy grawimetrycznej (quasi97b wpasowany do anomalii wysokości punktów sieci POLREF) stanowi element modelu GUGiK 2001. Szumy charakteryzujące wszystkie przebiegi różnic wysokości quasigeoidy grawimetrycznej na rysunku 12.13 przeniesione zostały na rysunku 12.15 na przebieg różnic wysokości trawersu kontrolnego (quasi – trawers).

W przedstawionych na rysunku 12.15 przebiegach różnic wysokości kolejnych badanych modeli quasigeoidy grawimetrycznej wyraźnie dają się zauważyć zmiany wynikające z ujednolicenia i wzbogacenia danych. Niemal liniowy charakter przebiegu wysokości modeli quasi97b i quasi04a względem modelu GUGiK 2001 w wyniku ujednolicenia i wzbogacenia danych grawimetrycznych w przypadku późniejszych modeli quasi05b, quasi05c i quasi06a przyjął postać krzywej wielomianowej, odbiegającej o 2–3 cm od linii prostej. Największe odstępstwa tych przebiegów od linii prostej, czyli prostego nachylenia modelu quasigeoidy względem profilu utworzonego z zaobserwowanych wysokości quasigeoidy na punktach trawersu kontrolnego, występują na obu krańcach trawersu kontrolnego w rejonach 100–150 km od granic kraju. Kolejne etapy ujednolicania i wzbogacania danych grawimetrycznych, obok zaobserwowanych efektów długofalowych, przyczyniają się do wyraźnych zmian o charakterze lokalnym w modelach quasigeoidy grawimetrycznej, osiągających poziom 1–1.5 cm.

Nie jest zaskoczeniem, że model quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej odbiega znacząco od innych badanych modeli quasigeoidy. Niewystarczająca liczba astronomiczno-geodezyjnych odchyleń pionu, nierównomierny ich rozkład oraz niedostateczna jakość archiwalnych astronomiczno-grawimetrycznych odchyleń pionu znacząco obniża dokładność tego modelu. Poprawę jakości modelu quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej można uzyskać przez usunięcie z niego liniowego trendu i nachylenia. Przebieg różnic między wysokościami quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej przed i po usunięciu trendu i nachylenia, wyinterpolowanymi na punkty trawersu kontrolnego, i wysokościami quasigeoidy z modelu GUGiK 2001 przedstawiono na rysunku 12.16, zaś statystyki tych różnic – w tabeli 12.11.



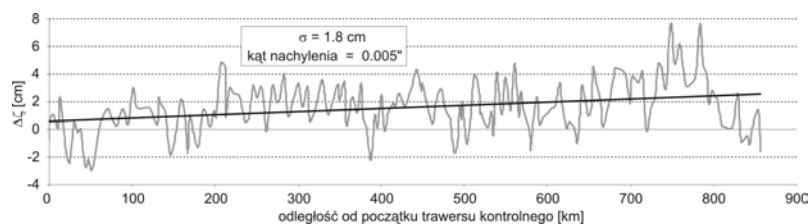
Rys. 12.16. Przebieg różnic między wysokościami quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowanymi na punkty trawersu kontrolnego i wysokościami quasigeoidy z modelu GUGiK 2001 (oryginalne rozwiązanie i wynik po usunięciu trendu i nachylenia)

Tabela 12.11. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej wyinterpolowanymi na punkty trawersu kontrolnego i wysokościami quasigeoidy z modelu GUGiK 2001 (oryginalne rozwiązanie i wynik po usunięciu trendu i nachylenia) [cm]

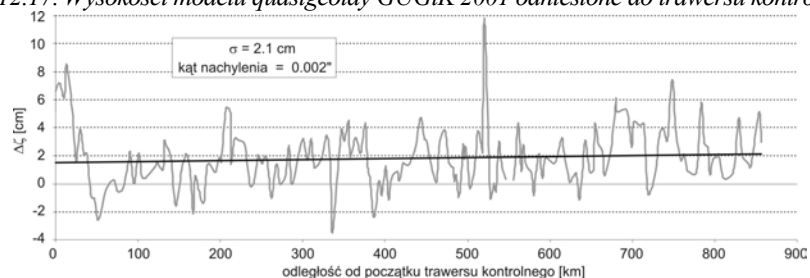
	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{quasi-astro}} - \zeta_{\text{GUGiK2001}}$	5.0	12.8	-17.5	45.9
$\zeta_{\text{quasi-astro/trans}} - \zeta_{\text{GUGiK2001}}$	0.0	10.7	-16.9	28.6

Po usunięciu trendu i nachylenia wpasowanie modelu quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej w model GUGiK 2001 mierzone odchyleniem standardowym uległo poprawie aż o 16%. Tak znaczna poprawa powstaje na skutek zakłócenia przebiegu quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej na ostatnim, najbardziej oddalonym na północny wschód 100 km odcinku trawersu kontrolnego.

Wysokości quasigeoidy modelu GUGiK 2001 oraz quasigeoidy modelu „2005” odniesione do trawersu kontrolnego wraz z odchyleniami standardowymi przedstawiono odpowiednio na rysunkach 12.17 i 12.18.



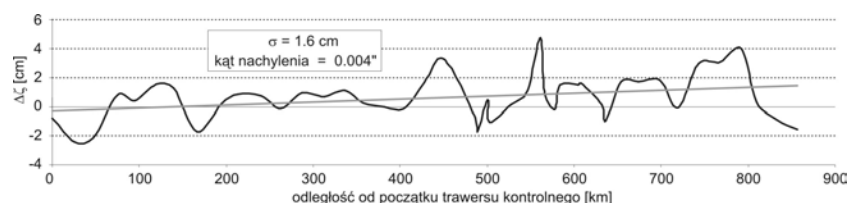
Rys. 12.17. Wysokości modelu quasigeoidy GUGiK 2001 odniesione do trawersu kontrolnego



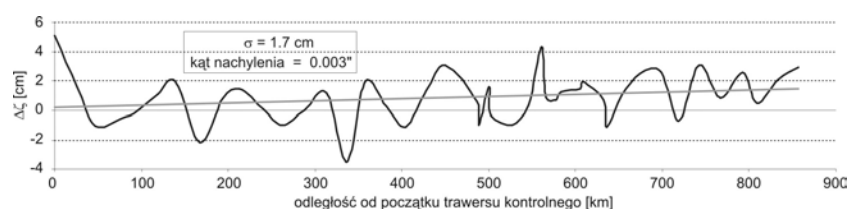
Rys. 12.18. Wysokości modelu quasigeoidy „2005” odniesione do trawersu kontrolnego

Wyniki przedstawione na rysunkach 12.17 i 12.18 mogłyby sugerować, iż model quasigeoidy GUGiK 2001 lepiej przystaje do wysokości quasigeoidy trawersu kontrolnego niż model quasigeoidy „2005”, aczkolwiek jest bardziej od niego odchylony. Niekorzystna w tym porównaniu ocena kombinowanego modelu quasigeoidy „2005” w dużym stopniu wynika z kilku nieusuniętych błędnych wyznaczeń wysokości tego modelu na punktach trawersu kontrolnego. W celu umożliwienia dokładniejszej oceny tych modeli porównano wysokości quasigeoidy modelu GUGiK 2001 oraz quasigeoidy modelu „2005” z anomaliami wysokości wyznaczonymi, tym razem wyłącznie na punktach pierwszego rzędu (obserwowanych w sesjach 24h) trawersu kontrolnego. Otrzymane różnice wraz z odchyleniami standardowymi przedstawiono odpowiednio na rysunkach 12.19 i 12.20.

Przebiegi różnic wysokości quasigeoidy przedstawione na rysunkach 12.19 i 12.20 są niemal identyczne zarówno w sensie rozrzutu, jak i nachylenia. Duża korelacja tych przebiegów świadczy o tym, że większość zakłóceń w gładkości ich przebiegów ma swoje źródło w błędach wyznaczenia anomalii wysokości na punktach trawersu kontrolnego. Błędy te uniemożliwiają dalsze badanie różnic między modelem quasigeoidy GUGiK 2001 i modelem quasigeoidy „2005” przy wykorzystaniu danych z trawersu kontrolnego, natomiast uzupełniającej oceny tych modeli można dokonać w wyniku ich bezpośredniego porównania.

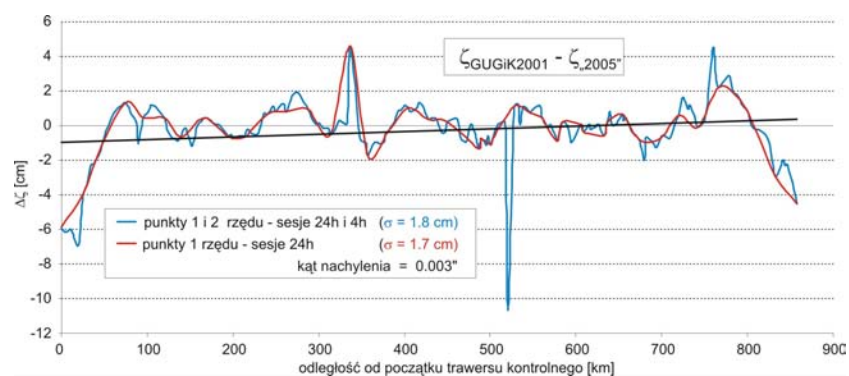


Rys. 12.19. Wysokości modelu quasigeoidy GUGiK 2001
odniesione do punktów pierwszego rzędu trawersu kontrolnego



Rys. 12.20. Wysokości modelu quasigeoidy „2005”
odniesione do punktów pierwszego rzędu trawersu kontrolnego

Przebieg różnic pomiędzy wysokościami modelu quasigeoidy GUGiK 2001 i kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” na punktach trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 12.21, zaś statystyki tych różnic – w tabeli 12.12.



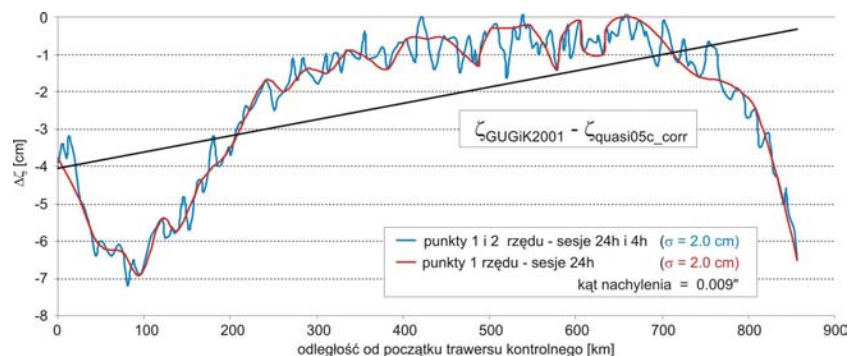
Rys. 12.21. Różnice na punktach trawersu kontrolnego między wysokościami
quasigeoidy modelu GUGiK 2001 i kompleksowego modelu quasigeoidy „2005”

Tabela 12.12. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy modelu GUGiK 2001 i kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” na punktach trawersu kontrolnego [cm]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
0.3	1.8	-10.7	4.6

Przedstawione na rysunku 12.21 wartości różnic wysokości quasigeoidy na punktach trawersu kontrolnego oddalonych o 336.51 km, 620.75 km i 754.50 km od początku trawersu odbiegają od pozostałych i można je uznać za odstające. Opierając się na wynikach porównania kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” z modelami quasigeoidy grawimetrycznej, zaobserwowane błędy w różnicach wysokości quasigeoidy na punktach 336.51 km, 620.75 km trawersu kontrolnego (rys. 12.15) należy przypisać błędom wyznaczenia w tych punktach wysokości quasigeoidy z kompleksowego modelu „2005”.

Wyniki przedstawione na rysunku 12.21 uwypuklają rozbieżności między modelami quasigeoidy GUGiK 2001 i kompleksowej quasigeoidy „2005” w początkowym i końcowym 100 km odcinkach trawersu kontrolnego. Aby zidentyfikować źródło rozchodzenia się tych modeli na końcach trawersu kontrolnego, na punktach trawersu obliczono różnice między wysokościami quasigeoidy modelu GUGiK 2001 i modelu grawimetrycznej quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr*. Przebieg tych różnic przedstawiono na rysunku 12.22, zaś ich statystyki – w tabeli 12.13.



Rys. 12.22. Różnice na punktach trawersu kontrolnego między wysokościami quasigeoidy modelu GUGiK 2001 i modelu quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr*

Tabela 12.13. Statystyki różnic między wysokościami quasigeoidy modelu GUGiK 2001 i modelu grawimetrycznej quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr* na punktach trawersu kontrolnego [cm]

Średnia	Odch. std.	Min	Max
-2.0	2.0	-7.2	0.1

Uzyskane wyniki wskazują, że przyczyna odstawania modelu quasigeoidy GUGiK 2001 od innych modeli quasigeoidy na obu końcach trawersu kontrolnego tkwi w zniekształceniu modelu GUGiK 2001 prawdopodobnie w całym pasie przygranicznym. Zniekształcenie to może przekraczać 5 cm.

12.8. Określenie dla obszaru Polski modelu quasigeoidy optymalnego do wykorzystania technik obserwacyjnych GPS do precyzyjnego wyznaczania wysokości

Od modelu quasigeoidy przeznaczonego do wykorzystania w praktyce geodezyjnej technik GPS do precyzyjnego wyznaczania wysokości oczekuje się, że będzie on dopasowany do obowiązującego na danym terenie układu wysokościowego. Gęsta sieć punktów, na których wykonano precyzyjne pomiary GPS i których wysokości normalne zostały dokładnie wyznaczone w nawiązaniu do państwowego układu wysokościowego, tworzy dyskretny zbiór wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej. Gdy odległości między punktami oporowymi sięgają kilkudziesięciu kilometrów, wówczas wymagane do obliczenia wysokości quasigeoidy między tymi punktami rozwiązania interpolacyjne oparte na algorytmach czysto numerycznych jedynie z dużym przybliżeniem aproksymują zmienność quasigeoidy między punktami oporowymi. Wzmocnienie algorytmów interpolacyjnych informacją pochodzącą z grawimetrii, a także z opisu topografii terenu prowadzi do lepszej aproksymacji quasigeoidy, a co za tym idzie dokładniejszej interpolacji wysokości quasigeoidy w dowolnym punkcie obszaru. Przy tworzeniu takiego modelu nadzwyczaj istotne jest uwzględnienie rzeczywistej dokładności wysokości quasigeoidy na punktach oporowych, a także zastosowanie odpowiedniego algorytmu interpolacyjnego.

Problem interpolacji można zastąpić przez odpowiednie wpasowanie dokładnej quasigeoidy grawimetrycznej w wysokości quasigeoidy na punktach oporowych wyznaczone z obserwacji GPS i niwelacji. Dyskretny zbiór wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej może posłużyć do rozpięcia na nim modelu quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej. Ten wariant został wykorzystany w opracowanym w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 modelu quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr* (Łyszkowicz, 2005c). Jako punkty oporowe (punkty dopasowania) zastosowano w nim punkty sieci POLREF, dla których przyjęto błąd składowej wysokościowej równy 3 cm. W wysokości quasigeoidy w tych punktach wpasowano metodą najmniejszych kwadratów model quasigeoidy grawimetrycznej *quasi05c*, obliczony na podstawie opracowanych i ujednoliconych w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002 danych grawimetrycznych, w których uwzględniono poprawki terenowe.

Za drugi model quasigeoidy dopasowanej można uznać kompleksowy model quasigeoidy „2005”, który powstał w wyniku kompleksowego opracowania wysokości quasigeoidy na punktach oporowych, danych grawimetrycznych oraz informacji o topografii terenu (Osada i Owczarek, 2005). Jako punkty oporowe, a jednocześnie dopasowania, wykorzystano w nim 924 punkty sieci POLREF, EUVN i WSSG, przyjmując na nich błędy składowej wysokościowej odpowiednio 1 cm, 1 cm i 2 cm. Do modelowania użyto danych grawimetrycznych nieujednoliconych i niesprowadzonych do obowią-

zujących standardów (dane wykorzystywane do obliczania modelu quasi-geoidy quasi97b).

Abstrahując od tego, że model ten „fizycznie” nie istnieje – jest on jedynie generowany w czasie rzeczywistym, aby zarekomendować go do zastąpienia nim obecnie stosowanego modelu quasigeoidy GUGiK 2001, należałoby zmodyfikować w nim kilka założeń, a mianowicie

- 1) punktami dopasowania są wyłącznie punkty sieci POLREF,
- 2) anomalii wysokości na punktach sieci POLREF należy przypisać większe *a priori* odchylenie standardowe 3–4 cm,
- 3) w miejsce użytych średnich anomalii grawimetrycznych obliczonych przez PIG w blokach $1' \times 1'$ należy użyć średnie anomalie grawimetryczne obliczone w blokach $1' \times 1'$ w ramach projektu badawczego PBZ-KBN-081/T12/2002.

Z uwagi na istotne rozbieżności w założeniach i brak wzajemnej spójności w użytych parametrach, wykonane w ramach projektu porównania modeli quasi05c_corr i „2005” dostarczają informacji niepozwalającej na podważenie poprawności użytych metod i procedur, nie umożliwiają jednak przeprowadzenia wiarygodnej analizy porównawczej tych modeli. Oba modele wyraźnie jakościowo przewyższają model quasigeoidy GUGiK 2001.

Z poznawczego punktu widzenia, dokonanie porównania modeli opartych na koncepcjach użytych w quasi05c_corr i „2005” jest niewątpliwie interesujące. Z praktycznego punktu widzenia, przy zachowaniu spójnych założeń można spodziewać się bardzo zbliżonych wyników, na skutek czego wybór modelu nie spowoduje zauważalnej różnicy dla praktyki geodezyjnej. Z pewnością modelem obliczonym na bazie opracowanej teorii kompleksowego modelu quasigeoidy lub modelu quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej należałoby zastąpić model quasigeoidy GUGiK 2001.

12.9. Kompleksowa ocena istniejącego materiału obserwacyjnego wykorzystanego do modelowania quasigeoidy na obszarze Polski

Dane grawimetryczne użyte do modelowania quasigeoidy na obszarze Polski obejmują rejon $43^\circ\text{N} \leq \varphi \leq 57^\circ\text{N}$, $11^\circ\text{E} \leq \lambda \leq 30^\circ\text{E}$, pochodzą z różnych źródeł i mają różną rozdzielczość i dokładność. Zasadnicze dane, tj. opracowane na nowo anomalie grawimetryczne z obszaru Polski, charakteryzują się właściwą dla obliczeń precyzyjnej quasigeoidy gęstością i dokładnością. Jednak zarówno wartości przyspieszenia siły ciężkości, jak i wysokości przypisane punktom grawimetrycznym wymagają szczegółowej weryfikacji. Również zagadnienie liczenia poprawek terenowych wymaga dalszych prac w celu podniesienia jakości modeli quasigeoidy.

Znacznie gorzej przedstawia się zagadnienie danych grawimetrycznych z obszarów przyległych. Dane te można podzielić na trzy grupy. Do pierwszej grupy należy zaliczyć dane z obszaru Czech i Słowacji, Węgier i Rumunii oraz z północnych Niemiec i Danii (otrzymane z KMS). Są one dosyć dobrze

udokumentowane i źródła ich pochodzenia są wiarygodne. Gęstość tych danych jest zadowalająca, z wyjątkiem obszaru Tatr, gdzie dostęp do anomalii średnich o większej rozdzielczości lub do istniejących w tym rejonie punktowych danych grawimetrycznych mógłby znacząco poprawić model quasigeoidy w tym rejonie. Do drugiej grupy należy zaliczyć dane z obszaru $45^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 60^{\circ}\text{N}$; $8^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 30^{\circ}\text{E}$, które otrzymano z firmy GETECH. Dotychczas do modelowania quasigeoidy wykorzystywano podzbiór tych danych z obszarów na wschód od Bugu. W celu otrzymania wiarygodnego modelu quasigeoidy należałoby zweryfikować jakość tych danych. Ostatnią, trzecią grupą są dane grawimetryczne z obszaru południowych Niemiec i północnej Austrii, które w miarę możliwości powinny być zastąpione lepszymi, bardziej wiarygodnymi anomaliami grawimetrycznymi.

W projekcie badawczym PBZ-KBN-081/T12/2002 wykorzystano katalogowe wysokości normalne, otrzymane z opracowania trzeciej (1974–1982) kampanii niwelacji precyzyjnej w Polsce (system wysokościowy Kronstadt86). Wysokości te z powodu naturalnych lub wywołanych działalnością człowieka ruchów pionowych skorupy ziemskiej uległy zmianom dochodzącym do 30–60 mm, a w rejonach intensywnej działalności człowieka, np. w rejonie Śląska, jeszcze więcej. Z tego powodu do modelowania i oceny jakości quasigeoidy należałoby wykorzystać wysokości katalogowe z opracowania wyników ostatniej, czwartej kampanii niwelacji precyzyjnej w Polsce (1999–2002), które jak dotąd nie zostały opublikowane.

Numeryczny model terenu DTED2 z obszaru $49^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 55^{\circ}\text{N}$; $14^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 24^{\circ}\text{E}$ charakteryzuje się właściwą gęstością i dokładnością do modelowania precyzyjnej quasigeoidy na większości obszaru Polski. Wyjątek stanowi rejon wysokogórski, w którym dokładność tego modelu jest niewystarczająca do modelowania quasigeoidy o dokładności na poziomie centymetrowym. Wspomagającym numerycznym modelem terenu jest SRTM3 z obszaru $48^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 56^{\circ}\text{N}$; $12^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 26^{\circ}\text{E}$ oraz SRTM30 z obszaru $47^{\circ}\text{N} \leq \varphi \leq 57^{\circ}\text{N}$; $12^{\circ}\text{E} \leq \lambda \leq 27^{\circ}\text{E}$. Model DTED2, wykorzystywany na etapie obliczania poprawek terenowych, a także generowania średnich anomalii grawimetrycznych, wymaga gruntownej weryfikacji z użyciem modeli SRTM, wysokości stacji grawimetrycznych oraz zaobserwowanych na nich wartościach przyspieszenia siły ciężkości.

Liczba i gęstość astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu ma swoje historyczne uwarunkowanie. Można i należy polepszyć jakość archiwalnych astronomiczno-grawimetrycznych odchyłeń pionu, korzystając z dostępnego, w pełni wystarczającego do tego celu materiału grawimetrycznego, i zageścić nowo wyznaczonymi astronomiczno-grawimetrycznymi odchyleniami pionu. Należałoby ponownie przeprowadzić interpolację astronomiczno-grawimetrycznych odchyłeń pionu w archiwalnych i nowych punktach sieci, wykorzystując do tego celu najnowsze dane grawimetryczne, a także współczesne metody interpolacji.

Istotną przeszkodą w wygenerowaniu na terenie Polski quasigeoidy dopasowanej o centymetrowej dokładności jest niezadowalająca jakość wysokości punktów oporowych (dopasowania) sieci POLREF. Wbrew cytowanej w znajdu-

jące się w CODGiK dokumentacji z opracowania obserwacji kampanii POLREF oraz w publikacjach autorów tego opracowania (np. Zieliński i in., 1997), dokładność składowej wysokościowej tych punktów wynosi zaledwie 3–4 cm (Kryński i Figurski, 2005, 2006), nie zaś 1.5 cm. Powtórne jednolite opracowanie sieci POLREF według współczesnych standardów stosowanych do opracowania sieci EPN wykazało, że ponowny pomiar GPS na punktach sieci POLREF jest niezbędny do korzystania z tej sieci w praktyce geodezyjnej. Mimo zastosowania udoskonalonych narzędzi obliczeniowych i wielu modeli redukujących wpływ błędów systematycznych na pomiary GPS nie udało się wyeliminować wszystkich błędów, które mogą mieć swoje źródło w błędach popełnionych w czasie pomiarów. W przypadku sieci POLREF główny błąd pochodzi ze zbyt krótkich sesji pomiarowych. Wybór zaledwie 4 godzinnych sesji pomiarowych oraz różne czasy akwizycji pomiarów wnoszą do opracowania najwięcej błędów. Z analiz przeprowadzonych w ostatnich latach wynika, że minimalny czas potrzebny do uzyskania materiału pomiarowego do osiągnięcia wyników o dokładności rzędu 1 cm powinien wynosić przynajmniej 6 godzin, a jednocześnie obserwacje powinny być wykonane w kilku sesjach pomiarowych (Kryński i Figurski, 2005, 2006).

13. PODSUMOWANIE

Warunkiem pomyślnej realizacji trzyletniego projektu zamawianego PBZ-KBN-081/T12/2002 pt. „UTWORZENIE MODELU >>CENTYMETROWEJ<< GEOIDY NA OBSZARZE POLSKI W OPARCIU O DANE GEODEZYJNE, GRAWIMETRYCZNE, ASTRONOMICZNE, GEOLOGICZNE I SATELITARNE”, a jednocześnie dokonania zauważalnego postępu w precyzyjnym modelowaniu quasigeoidy w Polsce było zgromadzenie, przeanalizowanie oraz sprowadzenie do jednolitych standardów i układów odniesienia danych, niezbędnych do wykonania tego zadania. Ze względu na złożoność problemu, różnorodność materiału, źródeł pochodzenia, liczebność zbiorów i niedostatek informacji o danych archiwalnych szczególnie pracochłonna okazała się analiza dostępnych danych grawimetrycznych proces ich ujednolicenia w obowiązującym systemie grawimetrycznym i geodezyjnym układzie odniesienia. Przeprowadzenie dogłębnej jakościowej i ilościowej analizy istniejących danych, w przypadku danych grawimetrycznych, astronomicznych odchyłeń pionu i danych GPS, wymagało wykonania kontrolnych pomiarów terenowych. Wykonane dodatkowo w ramach projektu obserwacje astronomicznych odchyłeń pionu uzupełniły zasadniczą lukę w archiwalnym zbiorze danych.

Sprowadzone do jednolitych standardów i układów odniesienia, poddane wstępnej weryfikacji i zaktualizowane dane grawimetryczne, odchylenia pionu, dane niwelacyjne, wyniki pomiarów GPS, dane z altimetrii satelitarnej, dane mareograficzne, numeryczne modele terenu oraz dane geologiczne zawierające informacje o gęstości górnej litosfery umieszczono w utworzonych w jednolitym systemie bazach danych, dla których opracowano podstawowe zbiory aplikacji. Utworzony System Baz Danych stanowi cenne źródło kompleksowej informacji dla badań geodynamicznych w Polsce, a jednocześnie wartościowy punkt wyjścia do dalszych prac badawczych nad precyzyjnymi wyznaczeniami quasigeoidy na obszarze Polski. Stanowi on także podstawę do szerokiego wykorzystania zarówno do badania figury Ziemi, jak i do rozpoznawania budowy strukturalnej górnych partii skorupy ziemskiej, w pracach kartografii geologicznej, a także w rozwiązywaniu zagadnień hydrogeologicznych i ochrony środowiska.

Opracowana metodyka transformacji systemu grawimetrycznego PIG-IGSN71 do obowiązującego w Polsce systemu grawimetrycznego POGK99 umożliwiła ujednolicenie danych grawimetrycznych z błędem 0.018 mGal, tj. trzykrotnie mniejszym od błędu obserwowanej wartości przyspieszenia siły ciężkości.

Opracowane metody transformacji układu „Borowa Góra” do układu „1942”, o dokładnościach od kilkumetrowej do decymetrowej, mogą znaleźć zastosowanie w projektach wykorzystujących archiwalne materiały geologiczne z lat 1950–1992. Jedną z metod transformacji posłużyła do przeliczenia pozycji punktów grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych z układu „Borowa Góra” do układu „1942” z dokładnością 4.5 m.

Wśród oryginalnych osiągnięć uzyskanych podczas analizy istniejących danych na szczególną uwagę zasługuje opracowanie modelu średniego poziomu Morza Bałtyckiego. Wskazano przydatność tego modelu do badań geodynamicznych zarówno w skali regionu Morza Bałtyckiego, jak i w otoczeniu poszczególnych stacji mareograficznych. Model średniego poziomu Morza Bałtyckiego może również stanowić efektywne narzędzie w analizie ciągów czasowych z pojedynczych mareografów usytuowanych wzdłuż wybrzeży Bałtyku.

Istotnym rezultatem przeprowadzonych badań było określenie jakości dostępnych dla obszaru Polski modeli terenu oraz wymagań dotyczących topografii terenu, w szczególności rozdzielczości i dokładności numerycznych modeli terenu, do utworzenia modelu centymetrowej geoidy. Uzyskane wyniki wykorzystano do opracowania metody i obliczenia precyzyjnych poprawek terenowych dla wszystkich obserwacji grawimetrycznych (ponad milion) na terenie Polski oraz do opracowania metody i obliczenia nowego zbioru średnich anomalii grawimetrycznych. Uwzględniane dotychczas na 27% obserwacji grawimetrycznych poprawki terenowe obliczone w latach 90. przez Przedsiębiorstwo Badań Geofizycznych, podobnie jak archiwalne średnie anomalie grawimetryczne obliczone w tym samym czasie przez PBG, jakościowo nie spełniają wymagań stawianych przy wyznaczaniu quasigeoidy z centymetrową dokładnością.

Przedsięwzięciem o kluczowym znaczeniu dla pomyślnej realizacji projektu było założenie przebiegającego przez cały kraj z południowego zachodu na północny wschód trawersu kontrolnego o długości 857 km, składającego się ze 190 stacji ulokowanych co 4–6 km na reperach I i II klasy osnowy wysokościowej, na których wykonano 4h (141 stacji) i 24h (49 stacji) obserwacje GPS. Za oryginalne osiągnięcie można uznać zarówno koncepcję trawersu, jak i jego projekt oraz metodykę opracowania. Wyniki uzyskane z opracowania trawersu kontrolnego zostały wykorzystane do weryfikacji tworzonych w ramach projektu modeli quasigeoidy oraz do niezależnej oceny ich jakości. Założony trawers kontrolny stanowi skuteczne narzędzie do weryfikacji i oceny dokładności modeli quasigeoidy w Polsce i może być wykorzystywany w przyszłych pracach badawczych nad doskonaleniem krajowych modeli quasigeoidy. Dokładność wyznaczenia wysokości punktów trawersu kontrolnego szacuje się na 1.5–2 cm,

Na podstawie istniejących i pozyskanych dodatkowo w trakcie trwania projektu danych zgromadzonych w bazach danych opracowano metody modelowania quasigeoidy ze wskazaniem doboru odpowiednich modeli geopotencjału oraz wyznaczono udoskonalone modele realizacji geoidy/quasigeoidy astronomiczno-geodezyjnej, quasigeoidy grawimetrycznej, satelitarno-niwelacyjnej i kompleksowy model quasigeoidy oraz model quasigeoidy dopasowanej dla Polski. Na szczególną uwagę zasługuje opracowany w ramach projektu kompleksowy model quasigeoidy „2005”, wyznaczony przy wykorzystaniu danych satelitarno-niwelacyjnych, grawimetrycznych i topograficznych.

Ze względu na istotne rozbieżności w założeniach i brak wzajemnej spójności w użytych parametrach wykonane w ramach projektu porównania modeli quasigeoidy dopasowanej *quasi05c_corr* i „2005” dostarczają informacji niepozwalającej na podważenie poprawności użytych metod i procedur, nie umożliwiają jednak przeprowadzenia wiarygodnej analizy porównawczej tych modeli. Oba modele wyraźnie jakościowo przewyższają model quasigeoidy GUGiK 2001. Z poznawczego punktu widzenia, dokonanie porównania modeli opartych na koncepcjach użytych w *quasi05c_corr* i „2005” jest niewątpliwie interesujące. Z praktycznego punktu widzenia, przy zachowaniu spójnych założeń można spodziewać się bardzo zbliżonych wyników, na skutek czego wybór modelu nie spowoduje zauważalnej różnicy dla praktyki geodezyjnej. Z pewnością modelem obliczonym na bazie opracowanej teorii kompleksowego modelu quasigeoidy lub modelu quasigeoidy grawimetrycznej dopasowanej należałoby zastąpić model quasigeoidy GUGiK 2001.

Z przeprowadzonej wnikliwej analizy dokładności otrzymanych modeli quasigeoidy wynika, że ujednolicenie i poprawa jakości danych, w szczególności danych grawimetrycznych, istotnie przyczyniły się do poprawy kolejnych wersji modeli quasigeoidy. Istotną przeszkodą w wygenerowaniu na terenie Polski quasigeoidy dopasowanej o centymetrowej dokładności jest niezadowalająca jakość wysokości punktów oporowych (dopasowania) sieci POLREF. Wbrew dokumentacji z opracowania obserwacji kampanii POLREF dokładność składowej wysokościowej tych punktów wynosi 3–4 cm, nie zaś 1.5 cm. Jakość wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF, wynikająca z zastosowanej strategii pomiarowej i użytej technologii, jest niezadowalająca do używania tej sieci jako oparcia dla najlepiej wpasowanego modelu quasigeoidy o dokładności wymaganej do geodezyjnego wyznaczania wysokości. Powtórne jednolite opracowanie sieci POLREF według współczesnych standardów stosowanych do opracowania sieci EPN wykazało, że ponowny pomiar GPS na punktach sieci POLREF jest niezbędny do korzystania z tej sieci w praktyce geodezyjnej.

Prace nad doskonaleniem modeli quasigeoidy w Polsce powinny być kontynuowane. Przyszłe działania badawcze i techniczne powinny postępować w kierunku zapewnienia jednorodności modelu quasigeoidy dla obszaru Polski z uwzględnieniem perspektywy wykorzystania wyników misji satelitarnych CHAMP, GRACE i GOCE oraz pełniejszego zbliżenia go do standardów Unii Europejskiej (Kryński, 2005c).

Dalszą, znaczącą poprawę w modelowaniu quasigeoidy grawimetrycznej można uzyskać poprzez przeprowadzenie szczegółowej weryfikacji danych grawimetrycznych (zarówno punktowych, jak i anomalii średnich), zidentyfikowanie i usunięcie odstających obserwacji, dokładniejsze obliczenie poprawek terenowych ze spożytkowaniem wszystkich dostępnych informacji, dalsze doskonalenie metodologii i technik obliczeniowych oraz wykorzystanie nowych modeli geopotencjału z misji kosmicznych GRACE i GOCE. Dla celów badań

geodynamicznych oraz geologii należy dążyć do opracowania modeli grawimetrycznej quasigeoidy z uwzględnieniem zmiennej gęstości górnej litosfery.

Do poprawy modeli quasigeoidy na obszarze Polski przyczyniłoby się niewątpliwie uzyskanie lepszej jakości danych grawimetrycznych z obszarów sąsiednich krajów.

Dane astronomiczno-geodezyjne po odpowiednim zagęszczeniu i dokonaniu bardziej rygorystycznej weryfikacji będą mogły być wykorzystane do modelowania precyzyjnej geoidy w Polsce, w szczególności w połączeniu z danymi grawimetrycznymi. Jakość geoidy astronomiczno-geodezyjnej można poprawić poprzez zastąpienie istniejących grawimetrycznych odchyleń pionu nowymi, obliczonymi dla całego obszaru Polski na podstawie dostępnych obecnie, ujednoliconych danych grawimetrycznych.

Uzasadnione nadzieje na dalszą poprawę w opracowywanych modelach quasigeoidy w Polsce wiążą się z możliwością wykorzystania wyników wyrównania czwartej kampanii niwelacyjnej (1999–2002). Można oczekiwać lepszego wpasowania modelu quasigeoidy w anomalie wysokości punktów sieci POLREF po przeliczeniu wysokości normalnych tych punktów z systemu Kronstadt86 do nowego systemu Kronstadt2006. Po przeliczeniu do systemu Kronstadt2006 można także oczekiwać poprawienia jakości anomalii wysokości na punktach trawersu kontrolnego.

Zgromadzone dotychczas dane altimetryczne z obszaru Bałtyku wyraźnie odbiegają jakością od lądowych, morskich i lotniczych obserwacji grawimetrycznych z tego rejonu. Nie zostały one wykorzystane do wyznaczenia modeli quasigeoidy grawimetrycznej dla Polski. Użyto ich jedynie do modelowania quasigeoidy grawimetrycznej w rejonie południowego Bałtyku (Jarmołowski, 2006). Niezbędne są dalsze badania nad możliwością spożytkowania posiadanych oraz nowszych i dokładniejszych danych altimetrycznych w procesie modelowania quasigeoidy na obszarze Polski. Niezbędne jest prowadzenie dalszych badań nad kompleksowym wykorzystaniem różnorodnych danych do modelowania quasigeoidy i oceny dokładności tworzonych modeli. W pierwszej kolejności badania powinny objąć kompleksowe opracowanie modelu quasigeoidy na bazie danych grawimetrycznych i odchyleń pionu.

Opracowana metodologia oraz doświadczenia zdobyte w modelowaniu geoidy przez współpracujące w ramach projektu zespoły badawcze umożliwiają sprecyzowanie propozycji przyszłych działań prowadzących do obliczenia jednolitych precyzyjnych modeli quasigeoidy na potrzeby gospodarcze oraz kontynuowanie badań w zakresie nauk o Ziemi.

Podziękowania

Przeważająca część badań, których wyniki przedstawiono w niniejszej pracy, została wykonana w ramach projektu badawczego zamawianego PBZ-KBN-081/T12/2002 dotyczącego modelowania centymetrowej geoidy w Polsce finansowanego przez Komitet Badań Naukowych i stanowi dorobek zespołów uczestniczących w tym projekcie, których skład przedstawiono na rysunku 1.1 na str. 24. Autor wyraża serdeczne podziękowania współpracownikom z Instytutu Geodezji i Kartografii, Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie, Instytutu Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej, Państwowego Instytutu Geologicznego w Warszawie, Politechniki Wrocławskiej, Wojskowej Akademii Technicznej oraz Duńskiego Narodowego Centrum Kosmicznego w Kopenhadze i Politechniki w Bratysławie, którzy wnieśli swój wkład w realizację projektu, przyczynili się do pogłębienia wiedzy w zakresie precyzyjnego modelowania geoidy w skali regionalnej oraz do powstania nowych, dokładniejszych modeli quasigeoidy dla obszaru Polski.

Znaczną część prac w tym zakresie wykonano w ramach badań statutowych Instytutu Geodezji i Kartografii w zadaniu „Problemy geodezji i geodynamiki”. Badania te dotyczą głównie analiz metodologii obliczania poprawek terenowych i średnich anomalii grawimetrycznych, opracowania nowych modeli quasigeoidy, weryfikacji wyników opracowania trawersu kontrolnego oraz większości porównań i ocen jakości utworzonych modeli. Bez udziału mgr inż. Małgorzaty Szelachowskiej i inż. Łukasza Żaka w przetwarzaniu zbiorów danych nie powstałby jednolity materiał ilustracyjny oraz statystyczny wykorzystany do porównań opracowanych modeli quasigeoidy.

Autor kieruje także wyrazy podziękowania do Zarządu Geografii Wojskowej Sztabu Generalnego Wojska Polskiego za udostępnienie modelu terenu DTED, do Duńskiego Narodowego Centrum Kosmicznego w Kopenhadze za udostępnienie grawimetrycznych danych lotniczych i morskich, a także altimetrycznych z obszaru Morza Bałtyckiego oraz do dr. H. Denkera z Instytutu Geodezji Uniwersytetu w Hanowerze za udostępnienie modelu terenu SRTM3 z obszaru Europy Środkowej.

Bibliografia

- Andersen O.B., Knudsen P., (1998): *Global marine gravity field from the ERS-1 and Geosat geodetic mission altimetry*, Journal of Geophysical Research, 103(C4), pp. 8129-8137.
- Bamler R., (1999): *The SRTM Mission: A World-Wide 30 m Resolution DEM from SAR Interferometry in 11 Days*, In D. Fritsch, D. Spiller (eds.), Photogrammetric Week 99, Wichmann Verlag, Heidelberg, pp. 145–154.
- Blazquez E.B., Gil A., Rodriguez-Caderot G., de Lacy C., (2001): *A New Geoid Computation from Gravity GPS/levelling Data in Andalusia*, IAG 2001 Scientific Assembly, 2–7 September, Budapest, Hungary.
- Bogdanov V.L., Medvedev M.Yu., Taybatorov K.A., (1994): *On the persistence of the oceanic background of apparent sea level changes in the Baltic Sea*, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 94:5.
- Bokun J., (1961): *Zagadnienie wyznaczenia odstępów geoidy w Polsce od elipsoidy Krasowskiego biorąc pod uwagę posiadane materiały astro-nomiczno-geodezyjne i grawimetryczne*, Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, tom VIII, z. 1(17), 1961, pp. 113–140.
- Bokun J., (1970): *Mapa geoidy w Polsce, odstępów geoidy od elipsoidy Krasowskiego*, skala 1:1 000 000, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa.
- Bokun J., (1973): *Podstawowa sieć grawimetryczna Polski w „Systemie 1971”*, sprawozdanie naukowo-badawcze, Instytut Geodezji i Kartografii.
- Bokun J., (1978): *Mapa geoidy w Polsce, odstępów geoidy od elipsoidy Krasowskiego*, skala 1:1 000 000, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa.
- Bokun J., Sas A., (1984): *Monografia podstawowej osnowy grawimetrycznej w Polsce*, wydanie specjalne IGIK, Warszawa.
- Bujnowski W., (1962): *Uwagi dotyczące wyników analizy przeprowadzonej przez IGIK nad materiałami sieci grawimetrycznej II klasy*, CAG Państwowy Instytut Geologiczny, Warszawa.
- Bujnowski W., (1965): *Podstawowa sieć grawimetryczna Polski I i II klasy*, CAG Państwowy Instytut Geologiczny, Warszawa.
- Bujnowski W., Bronowska E., (1961): *Podstawowa sieć grawimetryczna Polski I rzędu, opracowanie ostateczne*, Centr. Arch. Geol., PIG, Warszawa.
- Cacoń S., Kontny B., Bosy J., (1998): *Recent geodynamics of Eastern Sudety Mountains and Foreland*, Reports on Geodesy No. 9(39), 1998, Warsaw University of Technology, Institute of Geodesy and Geodetic Astronomy, pp. 114–123.
- Cisak J., (2003): *Opracowanie projektu wykonania uzupełniających obserwacji GPS z nawiązaniem do punktów niwelacji precyzyjnej*, Instytut Geodezji

- i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, (5 pp).
- Cisak J., Figurski M., (2005): *Control GPS/levelling traverse*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16-17 November 2005, Warsaw (CD).
- Cisak J., Figurski M., Mańk M., Grzyb M., Moskwiński M., Żak Ł., (2005): *Wykonanie uzupełniających obserwacji GPS, ich opracowanie i wprowadzenie do bazy danych oraz zakup komputerów typu notebook – 2 sztuki*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, (5 pp).
- Cisak M., Sas A., (2004a): *Transformacja współrzędnych punktów z układu „Borowa Góra” do układu „1942”*, Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, tom L, zeszyt 108, pp. 5–25.
- Cisak M., Sas A., (2004b): *Analiza dokładności przeliczeń współrzędnych punktów zawartych w bazie danych grawimetrycznych z układu „Borowa Góra” na układ „1942”*, Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, tom L, zeszyt 108, pp. 27–41.
- Cisak M., Sas A., (2005): *Transformation from the “Borowa Gora” datum to Pulkovo ’42 datum*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Denker H., Torge W., Wenzel G., Ihde J., Schirmer U., (2000): *Investigation of different methods for the combination of gravity and GPS/levelling data*, Springer, IAG Symposia, Symposium 121: Geodesy Beyond 2000, The Challenges of the First Decade, K.-P. Schwarz (ed.), IAG General Assembly, Birmingham, UK, July 19–30, 1999, pp. 137–142.
- Denker H., (2004): *Evaluation of SRTM3 and GTOPO30 Terrain Data in Germany*, Proceedings of the IAG Symposium „Gravity, Geoid and Space Missions – GGSM2004”, IAG Symposia, Vol. 129, (eds.) C. Jekeli, L. Bastos, J. Fernandes, 30 August – 3 September 2004, Porto, Portugal, pp. 218–223.
- Duchnowski R., Baran L.W., (2004): *Analiza danych geodezyjnych, grawimetrycznych, geologicznych i satelitarnych w aspekcie ich łącznego wykorzystania do kompleksowego (zintegrowanego) modelowania geoidy*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, (66 pp).
- Duchnowski R., Baran L.W., (2005a): *Analiza istniejących metod kompleksowego modelowania geoidy*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, (11 pp).
- Duchnowski R., Baran L.W., (2005b): *Evaluation of the effect of systematic and random errors in gravity data on the quality of geoid model*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).

- Ekman M., (1989): *Impacts of geodynamics phenomena on systems for height and gravity*, Bulletin Géodésique, 63, pp. 532–539.
- European Space Agency, (1999): *Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission*, ESA SP-1233(1) – The Four Candidate Earth Explorer Core Missions, ESA Publications Division, c/o ESTEC, Noordwijk, The Netherlands.
- Featherstone W.E., (2002): *Band-limited Kernel Modifications for Regional Geoid Determination Based on Dedicated Satellite Gravity Field Missions*, Proceedings of the 3rd IAG Gravity and Geoid Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, 26–30 August 2002, Thessaloniki, Greece, I. Tziavos (ed.).
- Forsberg R., (1997): *Terrain Effects in Geoid Computations*, International School for the Determination and Use of the Geoid, Milan, pp. 149–182.
- Forsberg R., (1998): *Geoid Tailoring to GPS – with Example of a 1-cm Geoid of Denmark*, Proceedings of the 2nd Continental Workshop on the Geoid in Europe, Budapest, Hungary, March 10–14, M. Vermeer (ed.), Report of Finnish Geodetic Institute, 98:4, pp. 191–198.
- Forsberg R., Solheim D., (2001): *Geoid of the Nordic/Baltic region from surface/airborne gravimetry and GPS draping*, http://vector.geomatics.ucalgary.ca/~vergos/GGG2000_CD/Session9/Forsberg2.pdf.
- Forsberg R., Strykowski G., Iliffe J.C., Ziebart M., Cross P.A., Tscherning C.C., Cruddace P., Stewart K., Bray C., Finch O., (2002): *OSGM02: A new geoid model of the British Isles*, Proceedings of the 3rd IAG Gravity and Geoid Meeting of the International Gravity and Geoid Commission, 26–30 August 2002, Thessaloniki, Greece, I. Tziavos (ed.), pp. 132–137.
- Forsberg R., Strykowski G., Bilker M., (2004): *NKG-2004 Geoid Model – most recent model*, Presented at NKG Geoid Meeting, Copenhagen, Denmark, 11–12 November.
- Gajderowicz I., (2004a): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych niwelacyjnych (kamp. 1998-2002)*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (23 pp).
- Gajderowicz I., (2004b): *Zaprojektowanie i utworzenie baz danych z aplikacjami dla danych niwelacyjnych*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (3 pp).
- Gajderowicz I., (2005): *Wykonanie wyrównania osnowy wysokościowej I klasy i przygotowanie danych niwelacyjnych dla podkomisji EUREF*, Raport dla Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii (27 pp).
- Grushinkiy N.P., (1976): *Teoria figury ziemi*, Izdanie vtoroe, Izdatelstvo Nauka, Moskva, 1976.

- Grzyb M., (2004): *Zastosowanie transformaty Fouriera do wyznaczenia grawimetrycznej poprawki terenowej przy użyciu danych wysokościowych z numerycznego modelu terenu*, Praca magisterska, Politechnika Warszawska.
- Grzyb M., (2005): *Opracowanie metody i obliczenie poprawek terenowych do danych grawimetrycznych i wprowadzenie ich do bazy danych*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (12 pp).
- Grzyb M., Kryński J., Mank M., (2005): *Terrain corrections to gravity data*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Grzyb M., Kryński J., Mańk M., (2006): *The effect of topography and quality of a digital terrain model on the accuracy of terrain corrections for centimetre quasigeoid modelling*, Geodezja i Kartografia, Vol. 55, No 1, pp. 23–46.
- Hirvonen R.A., (1934): *The Undulations of the Geoid*, Veöff. Finn. Geod. Inst., No 19, Helsinki.
- Hefty J., Gerháťová L., Kártiková A., (2001): *The role of GPS permanent stations in realisation of geocentric reference frame*, Reports on Geodesy, No 4(59), 2001, pp. 39–50.
- Heiskanen W., Moritz H., (1967): *Physical Geodesy*, W.H. Freeman and Company, San Francisco.
- Hipkin R., (1994): *How Close are We to a Centimetric Geoid*, Proceedings of the 2nd Joint Meeting of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission, Graz, Austria.
- Ineichen D., Gurtner W., Springer T., Engelhardt G., Lüthardt J., Ihde J., (1999): *EUVN 97 Combined GPS Solution*, EUREF Symposium in Bad Neuenahr-Ahrweiler, Germany, 10–12 June 1998, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 7, Frankfurt am Main, pp. 23–46.
- IGWiAG, (1999): *Rozwinięcie krajowej sieci EUVN poprzez wykonanie pomiarów satelitarnych na punktach podstawowej osnowy wysokościowej*, Raport dla GUGiK z wykonania prac na podstawie umowy 16/IGWiAG/99 z 6.08.1999.
- Jarmołowski W., (2005a): *Quality of altimetry, sea-borne and airborne data from Baltic Sea*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Jarmołowski W., (2005b): *Gravimetric quasigeoid in Southern Baltic*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Jarmołowski W., (2006): *Wyznaczenie przebiegu geoidy na obszarze południowego Morza Bałtyckiego z morskich i lotniczych obserwacji grawimetrycznych oraz altimetrii satelitarnej*, Rozprawa doktorska, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski (118 pp).

- JPL, (2004): *SRTM – The Mission to Map the World*, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology,
<http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/index.html>.
- Kadaj R., (2001a): *Geoida niwelacyjna na obszarze Polski*, Raport dla GUGiK, Warszawa.
- Kadaj R., (2001b): *Wytyczne Techniczne G-1.10 Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych*, Główny Geodeta Kraju, wydanie drugie zmienione, Główny Urząd Geodezji i Kartografii, Warszawa (103 pp.).
- Kadaj R., (2001c): *Weryfikacja wyznaczenia modelu geoidy niwelacyjnej 2001 poprzez zastosowanie innej metody modelowania numerycznego i porównanie wyników*, Sprawozdanie techniczne z realizacji umowy nr 25/2001/GD autora z Departamentem Geodezji GUGiK, Raport dla GUGiK, Warszawa.
- Kearsley A.H.W., Sideris M., Kryński J., Forsberg R., Schwarz K.P., (1985): *White Sands revisited – A comparison of techniques to predict deflections of the vertical*, UCSE Report No. 30007, Division of Surveying Engineering, The University of Calgary, Alberta, Canada (166 pp).
- Kotsakis C., Sideris M.G., (1999): *Study of the Gravity Field Spectrum in Canada in View of cm-geoid Determination*, Proceedings of the 2nd Joint Meeting of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission, Trieste, Italy, 7–12 Sept. 1998, Bolletino di Geofisica teorica ed applicata, Vol. 40, No 3–4, pp. 179–188.
- Kotsakis C., Fotopoulos G., Sideris M.G., (2001): *Optimal fitting of gravimetric geoid undulations to GPS/levelling data using an extended similarity transformation model*, Presented at the 27th Annual meeting joint with the 58th Eastern snow conference of the Canadian Geophysical Union, Ottawa, Canada, May 14–17.
- Królikowski C., (2004): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych grawimetrycznych (krajowe na lądzie i morzu oraz obszarów przyległych)*, Państwowy Instytut Geologiczny, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (63 pp).
- Królikowski C., (2006): *Zdjęcie grawimetryczne Polski – jego wartość i znaczenie dla nauk o Ziemi*, Biuletyn Państwowego Instytutu Geologicznego, 420, Warszawa (104 pp).
- Królikowski C., Żółtowski Z., (2004): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych geologicznych (gęstości)*, Państwowy Instytut Geologiczny, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (43 pp).
- Kryński J., (1987): *The role of high degree spherical harmonic model in local gravity field prediction*, Artificial Satellites, Planetary Geodesy No 10, Vol. 22, No 3, Warsaw, pp. 5–22
- Kryński J., (2003): *Opracowanie jednolitego standardu i układu odniesienia dla wyników projektu ze szczególnym uwzględnieniem problemu*

- phwów, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (8 pp).
- Kryński J., (2005a): *Summary of the results of the project on a cm geoid in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., (2005b): *Quality estimation of geoid models in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., (2005c): *Needs for new quality of data for precise geoid modelling in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., (2006): *Końcowy raport merytoryczny z wykonania projektu zamawianego PBZ-KBN-081/T12/2002 „Utworzenie modelu „centymetrowej” geoidy na obszarze Polski w oparciu o dane geodezyjne, grawimetryczne, astronomiczne, geologiczne i satelitarne”*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego, Warszawa (132 pp).
- Kryński J., Figurski M., (2005): *Jednolite opracowanie archiwalnych obserwacji GPS wykonanych w kampaniach EUREF-POL, POLREF i EUVN z uwzględnieniem standardów EPN*, Raport dla GUGiK, Warszawa (74 pp).
- Kryński J., Figurski M., (2006): *Results of re-processing of GPS data from EUREF-POL, POLREF and EUVN campaigns using EPN standards*, Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Riga, Latvia, 14–17 June 2006, EUREF Publication No 16, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main (in print).
- Kryński J., Jarmołowski W., (2004): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych altimetrycznych (współczesne dane dla Bałtyku)*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (12 pp).
- Kryński J., Łyszkowicz A., (1988): *The accuracy of geoid undulation by using modified Stokes’ kernel function*, Geodezja i Kartografia, T XXXVII, No 1, Warsaw, pp. 3–12.
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2004): *New Results in Precise Geoid Modelling in Poland*, Proceedings of the IAG Symposium „Gravity, Geoid and Space Missions – GGSM2004”, 30 August – 3 September 2004, Porto, Portugal (CD).
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2005a): *Study on choice of global geopotential model for quasigeoid determination in Poland*, Geodezja i Kartografia, Vol. 54, No 1, pp. 17–36.
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2005b): *Analiza porównawcza utworzonych modeli geoidy*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (16 pp).

- Kryński J., Łyszkowicz A., (2005c): *The role of geopotential models in geoid modelling*, Workshop II "Summary of the project on a cm geoid in Poland", Institute of Geodesy and Cartography, 16–17 November, Warsaw (CD).
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2006a): *Regional quasi-geoid determination in the area of Poland*, 5th FIG regional Conference for Africa, Accra, Ghana, 8–11 March 2006 (CD).
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2006b): *The overview of precise quasigeoid modelling in Poland*, 2nd Workshop on International Gravity Field Research 2006, 8–9 May 2006, Smolenice, Slovakia, Contributions to Geophysics and Geodesy, Special issue, WIGFR 2006, Geophysical Institute of Slovak Academy of Sciences, pp. 113–149.
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2006c): *Centimetre quasigeoid modelling in Poland using heterogeneous data*, IAG Proceedings from 1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS), 28 August – 1 September 2006, Istanbul, Turkey, pp. 37–42.
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2006d): *Fitting gravimetric quasigeoid model to GPS/levelling data in Poland*, IAG Proceedings from 1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS), 28 August – 1 September 2006, Istanbul, Turkey, pp. 96–101; Seminarium „Wybrane problemy dynamiki Ziemi” Sekcji Dynamiki Ziemi Komitetu Geodezji PAN, 25–26 września 2006, Warszawa-Józefosław.
- Kryński J., Łyszkowicz A., (2006e): *Centimetre level of accuracy of the new quasigeoid in Poland*, Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Riga, Latvia, 14–17 June 2006, EUREF Publication No 16, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main (in print).
- Kryński J., Mańk M., (2004): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych topograficznych (DTM)*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (9 pp).
- Kryński J., Zanimonskiy Y., (2003): *Analiza zmienności w ciągach rozwiązań GPS i ciągach obserwacji grawimetrycznych*, Monographic series of the Institute of Geodesy and Cartography, Nr 8, Warsaw 2003 (111 pp).
- Kryński J., Zanimonskiy Y., (2004): *Tide Gauge Records-Derived Variations of Baltic Sea Level in Terms of Geodynamics*, Geodezja i Kartografia, Vol. 53, No 2, pp. 85–98.
- Kryński J., Zanimonskiy Y., (2005): *Towards More Reliable Estimation of GPS Positioning Accuracy*, A Window of the Future of Geodesy, IAG General Assembly, Sapporo, Japan, 30 June – 11 July 2003, Springer Verlag Berlin-Hedelberg, (ed.) F. Sansò, IAG Symposia Vol. 128, pp. 48–53.
- Kryński J., Sas-Uhrynowski A., Siporski L., (2003): *Verification of the Absolute Gravity Measurements in Poland*, Proceedings of the Workshop on Instrumentation and Metrology in Gravimetry, 28–30

- October 2002, "Institut de Europe", Castle of Münsbach, Luxembourg, Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie, Vol. 22, pp. 129–136.
- Kryński J., Cisak J., Żak Ł., Zanimonskiy Y., Sękowski M., Mańk M., Moskwiński M., Bieniewska H., (2004a): *Opracowanie projektu założenia dwóch trawersów kontrolnych (południkowego i równoleżnikowego) dla weryfikacji oceny dokładności modelu centymetrowej geoidy*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (28 pp).
- Kryński J., Zanimonskiy Y., Łyszkowicz A., (2004b): *Common Features of the Sea Level Records from Baltic Tide Gauges*, Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Bratislava, Slovak Republic, 2–5 June 2004, EUREF Publication No 14, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Band 35, pp. 377–384.
- Kryński J., Osada E., Figurski M., (2005a): *Quality of GPS/levelling data in Poland*, Workshop II "Summary of the project on a cm geoid in Poland", Institute of Geodesy and Cartography, 16–17 November, Warsaw, Poland (CD).
- Kryński J., Mańk M., Grzyb M., (2005b): *Evaluation of digital terrain models in Poland in view of a cm geoid modelling*, Geodezja i Kartografia, Vol. 54, No 4, pp. 155–175.
- Kryński J., Sas A., Królikowski C., (2005c): *Quality of terrestrial gravity data in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., Grzyb M., Mańk M., (2005d): *Określenie wymagań dotyczących danych o topografii terenu i rozkładzie mas niezbędnych do modelowania centymetrowej geoidy* Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (9 pp).
- Kryński J., Mańk M., Petecki Z., (2005e): *Opracowanie metodyki i obliczenie średnich anomalii grawimetrycznych dla obszaru Polski i rejonów przyległych w oparciu o ujednolicone krajowe dane grawimetryczne oraz sprowadzone do jednolitego układu dane grawimetryczne z rejonów przyległych, a także dane altimetryczne*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (9 pp).
- Kryński J., Cisak J., Figurski M., Mańk M., Bieniewska H., Moskwiński M., Sękowski M., Zanimonskiy Y., Żak Ł., (2005f): *Przeprowadzenie pomiarów GPS oraz ewentualnych niezbędnych nawiązań niwelacyjnych na trawersach kontrolnych i opracowanie wyników*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (27 pp).
- Kryński J., Mańk M., Grzyb M., (2005g): *Quality of terrain models in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).

- Kryński J., Sas A., Królikowski C., (2005h): *Terrestrial gravity data in Poland in view of precise geoid modelling*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., Osada E., Figurski M., (2005i): *GPS/levelling data in Poland in view of precise geoid modelling*, Workshop II “Summary of the project on a cm geoid in Poland”, Institute of Geodesy and Cartography, 16–17 November, Warsaw (CD).
- Kryński J., Mańk M., Grzyb M., (2005j): *Height data in Poland in view of precise geoid modelling*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., Zanimonskiy Y., Łyszkowicz A., (2005k): *Baltic Sea level variations from tide gauge data*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Kryński J., Łyszkowicz A., Rogowski J.B., (2005l): *New gravimetric geoid versus astro-geodetic geoid in Poland*, IAG, IAPSO and IABO Symposium „Dynamic Planet 2005, Cairns, Australia, 22–26 August 2005.
- Kühtreiber N., (1999): *Combining Gravity Anomalies and Deflections of the Vertical for a Precise Austrian Geoid*, Proceedings of the 2nd Joint Meeting of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission, Trieste, Italy, 7–12 Sept. 1998, Bolletino di Geofisica teorica ed applicata, Vol. 40, No 3–4, pp. 545–553.
- Kühtreiber N., (2001): *Steps to the Austrian Geoid 2000*, IAG 2001 Scientific Assembly, 2–7 September, Budapest, Hungary.
- Lachapelle G., (1977): *Estimation of disturbing potential components using a combined integral formulae and collocation approach*, Manuscripta Geodaetica, Vol. 2, pp. 233–262.
- Lemoine G., Kenyon S.C., Factor J.K., Trimmer R.G., Pavlis N.K., Chinn D.S., Cox C.M., Klosko S.M., Luthcke S.B., Torrence M.H., Wang Y.M., Williamson R.G., Pavlis E.C., Rapp R.H., Olson T.R., (1998): *The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96*, NASA/TP-1998-206861.
- Łyszkowicz A., (1991): *Efforts Towards a Preliminary Gravimetric Geoid Computations in Poland Area*, IAG Symposia, No 106, Determination of the geoid - present and future, Springer-Verlag, New York, Inc. pp. 269–276.
- Łyszkowicz A., (1993): *The Geoid for the Area of Poland*, Artificial Satellites, Vol. 28, No 2, Planetary Geodesy, No 19, 1993, pp. 75–150.
- Łyszkowicz A., (1996a): *Wyznaczenie składowych odchyleń pionu i odstępów quasigeoidy od geocentrycznej elipsoidy GRS80 w 6852 punktach podstawowej osnowy geodezyjnej*, Sprawozdanie techniczne z realizacji umowy nr 17/CBK/96 między Departamentem Kadastru, Geodezji i Kartografii a CBK PAN, Raport dla GUGiK.

- Łyszkowicz A., (1996b): *Tests of new gravimetric geoid in GPS network*, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 96:2, pp.77–80.
- Łyszkowicz A., (1997): *System obliczania odstępów quasigeoidy model QUASI96 od elipsoidy GRS80 dla obszaru Polski*, Sprawozdanie techniczne z realizacji umowy nr 38/CBK/97 między Departamentem Kadastru, Geodezji i Kartografii a CBK PAN, Raport dla GUGiK.
- Łyszkowicz A., (1998): *The Polish gravimetric quasigeoid QGEOID97 versus vertical reference system Kronsztad86*, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 98:4, pp. 271–276.
- Łyszkowicz A., (2000): *Improvement of the quasigeoid model in Poland by GPS and levelling data*, Artificial Satellites, Journal of Planetary Geodesy, Vol. 35, No 1, pp. 3–8.
- Łyszkowicz A., (2003): *Gravimetric vertical deflections for the area of Poland*, Artificial Satellites, Journal of Planetary Geodesy, Vol. 38, No 4, pp. 107–118.
- Łyszkowicz A., (2004): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych mareograficznych oraz zakup trzech zestawów komputerów PC wraz z oprogramowaniem graficznym*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (34 pp).
- Łyszkowicz A., (2005a): *Ocena przydatności modeli geopotencjału do precyzyjnego modelowania geoidy*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (45 pp).
- Łyszkowicz A., (2005b): *Opracowanie metody i utworzenie modelu geoidy grawimetrycznej*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (20 pp).
- Łyszkowicz A., (2005c): *Opracowanie centymetrowej geoidy dopasowanej do układu wysokościowego z przeznaczeniem dla wzrastającej liczby użytkowników technik satelitarnych pozycjonowania, np. GPS*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (17 pp).
- Łyszkowicz A., (2005d): *New models of gravimetric quasigeoid in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Łyszkowicz A., Denker H., (1994): *Computation of Gravimetric Geoid for Poland Using FFT*, Artificial Satellites, Vol. 29, No 1, Planetary Geodesy No 21, pp.1–11.
- Łyszkowicz A., Forsberg R., (1995): *Gravimetric Geoid for Poland Area Using Spherical FFT*, IAG Bulletin d'Information No 77, IGES Bulletin No 4, Special Issue, Milan, pp.153–161.
- Łyszkowicz A., Jarmołowski W., (2004): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych grawimetrycznych (krajowe, obszarów przyległych, Bałtyk –morskie i airborne)*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (37 pp).

- Łyszkowicz A., Gajderowicz I., (2005): *Quality of levelling data in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Mańk M., (2004): *Zaprojektowanie i utworzenie baz danych z aplikacjami dla danych DTM*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (3 pp).
- Mańk M., Grzyb M., Kryński J., (2006): *Wyznaczenie średnich anomalii Faye'a w aspekcie modelowania precyzyjnej quasigeoidy na terenie Polski*, Seminarium „Satelitarne Metody Wyznaczania Pozycji we Współczesnej Geodezji i Nawigacji” Sekcji Sieci Geodezyjnych Komitetu Geodezji PAN oraz Komisji Geodezji Satelitarnej Komitetu Badań Kosmicznych i Satelitarnych PAN, 11–12 maja 2006, Warszawa (CD).
- Milbert D.G., (1995): *Improvement of a high resolution geoid height model in the United States by GPS height on NAVD88 benchmarks*, International Association of Geodesy Bulletin d'Information, New Geoids in the World, G. Balmino, F. Sanso (eds.), IGeS Bulletin, No 4, pp. 13–36.
- Millbert D.G., (1998): *An accuracy assessment of the GEOID96 geoid height model for the State of Ohio*, Surveying and Land Information Systems, Vol. 58, No 2.
- Moritz H., (1984): *Geodetic Reference System 1980*, The Geodesist's Handbook 1984, Bulletin Géodésique 58(3), pp. 388–398.
- Osada E., (2001): *Wyznaczenie modelu geoidy niwelacyjnej QGEOID'PL01 i modelu odchył pionu DEFLEC'01 na podstawie pomiarów satelitarnych i pomiarów wysokościowych osnowy geodezyjnej*, Sprawozdanie techniczne z realizacji umowy nr 1/2001/GD autora z Departamentem Geodezji GUGiK, Raport dla GUGiK, Warszawa.
- Osada E., (2002): *Geodezja*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2002.
- Osada E. (2003): *Zaprojektowanie i utworzenie baz danych z aplikacjami dla danych GPS (punkty POLREF, EUVN i WSSG) w Microsoft Access*, Politechnika Wrocławska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (14 pp).
- Osada E., Karsznia K., Owczarek M., (2003): *Analiza jakościowa i ilościowa danych satelitarnych GPS: POLREF, EUVN i WSSG. Model geoidy satelitarno-niwelacyjno-grawimetrycznej*, Politechnika Wrocławska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (178 pp).
- Osada E., Owczarek M., (2004): *Opracowanie metody i utworzenie modelu geoidy satelitarno-niwelacyjnej*, Politechnika Wrocławska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (54 pp).
- Osada E., Owczarek M., (2005): *Utworzenie quasigeoidy Molodenskigo na obszarze Polski*, Politechnika Wrocławska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (86 pp).

- Osada E., Kryński J., Owczarek M., (2005): *A robust method of quasigeoid modelling in Poland based on GPS/levelling data with support of gravity data*, Geodezja i Kartografia, Vol. 54, No 3, pp. 99–117.
- Otchet, (1972): *Otchet o polsko-sovetskih gravimetritcheskih robotah v Baltijskom More na sudne Jan Turlejski v 1972 godu*, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa.
- Pacus R., (2002): *National Report of Poland to EUREF 2001*, Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Dubrovnik, Croatia, 16–18 May 2001, EUREF Publication No 10, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 23, Frankfurt am Main, pp. 248–253.
- Pażus R., (2001): *Instrukcja Techniczna G-2, Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami*, Główny Geodeta Kraju, wydanie 5 zmienione, Główny Urząd Geodezji i Kartografii, Warszawa (36 pp.).
- Pażus R., Osada E., Olejnik S., (2002): *Geoida niwelacyjna 2001*, Magazyn Geoinformacyjny Geodeta, Nr 5(84), maj 2002.
- Polechońska O., (2004a): *Adaptacja baz danych grawimetrycznych z aplikacjami dla potrzeb projektu*, Państwowy Instytut Geologiczny, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (30 pp).
- Polechońska O., (2004b): *Zaprojektowanie i utworzenie baz danych z aplikacjami dla danych geologicznych*, Państwowy Instytut Geologiczny, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (18 pp).
- Polechońska O., Królikowski C., (2005): *Quality of crustal density data in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Reigber Ch., Jochmann H., Wunsch J., Petrovic S., Schwintzer P., Barthelmes F., Neumayer K.-H., König R., Förste Ch., Balmino G., Biancale R., Lemoine J.-M., Loyer S., Perosanz F., (2004): *Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP*, In: Ch. Reigber, H. Lühr, P. Schwintzer, J. Wickert (eds.) *Earth Observation with CHAMP - Results from Three Years in Orbit*, Springer, Berlin, 25–30, 2004.
- Rogowski J.B., Figurski M., (2004): *Global terrestrial reference systems and their realizations* (in Polish), Monographic series of the Institute of Geodesy and Cartography, Nr 10, Warsaw 2004 (ed.) J. Kryński, pp. 37–68.
- Rogowski J.B., Kłęk M., (2003): *Ujednolicenie istniejących danych astronomiczno-geodezyjnych z wprowadzeniem do bazy danych*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (1 pp).
- Rogowski J.B., Barlik M., Bogusz J., Kujawa L., Kurka W., Kłęk M., (2003a): *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących odchyleń pionu*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (24 pp).

- Rogowski J.B., Kłęk M., Wąsowska D., (2003b): *Zaprojektowanie i utworzenie bazy danych z aplikacjami dla odchyleń pionu*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (10 pp).
- Rogowski J.B., Barlik M., Kujawa L., Kurka W., Kłęk M., (2003c): *Opracowanie metody ujednolicenia istniejących danych astronomiczno-geodezyjnych (pozycje punktów, wysokości, elipsoida odniesienia, redukcje, błędy systematyczne pozycji gwiazd, skale czasu, współrzędne bieguna)*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (17 pp).
- Rogowski J.B., Bogusz J., Moskwiński M., Kłęk M., (2003d): *Opracowanie projektu wykonania uzupełniających obserwacji astronomicznych, wywiad terenowy oraz zakup komputerów typu notebook – 2 sztuki*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (3 pp).
- Rogowski J.B., Hefty J., Bogusz J., (2003e): *Opracowanie technologii pomiarów astronomicznych, wykonanie adaptacji sprzętu i oprogramowań*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (2 pp).
- Rogowski J.B., Hefty J., Bogusz J., Moskwiński M., Kłęk M., (2004): *Wykonanie uzupełniających pomiarów astronomicznych, ich opracowanie i wprowadzenie do bazy danych*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, (2 pp).
- Rogowski J.B., Bogusz J., Kujawa L., Kłęk M., (2005a): *Opracowanie metody i utworzenie modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej*, Politechnika Warszawska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, (11 pp).
- Rogowski J.B., Bogusz J., Kujawa L., Kłęk M., Barlik M., (2005b): *New astro-geodetic geoid in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Rogowski J.B., Bogusz J., Kujawa L., Kłęk M., Barlik M., (2005c): *Quality of the deflections of the vertical in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Sas A., Cisak M., (2005): *Opracowanie metody ujednolicenia istniejących danych grawimetrycznych (pozycje punktów, wysokości, jednolity układ grawimetryczny, jednolita skala, elipsoida odniesienia, redukcje i stałe)*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (100 pp).
- Sas-Uhrynowski A., Sas A., Cisak M., Sękowski M., (2004): *Ujednolicenie istniejących danych grawimetrycznych z wprowadzeniem do bazy danych*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (7 pp).

- Sas-Uhrynowski A., Sas A., Cisak M., (2005a): *Opracowanie projektu wykonania uzupełniających obserwacji grawimetrycznych – wywiad terenowy*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (18 pp).
- Sas-Uhrynowski A., Sas A., Cisak M., (2005b): *Wykonanie uzupełniających pomiarów grawimetrycznych, ich opracowanie i wprowadzenie do bazy danych*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (6 pp).
- Sękowski M., (2004): *Opracowanie systemu baz danych oraz koncepcji aplikacji, a także zakup zestawu komputerowego z oprogramowaniem*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa (14 pp).
- Sękowski M., (2005): *Databases developed – contents, functionality and prospects*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Sideris M.G., (1993): *Test of a gravimetric geoid in GPS networks*, Surveying and Land Information Systems, Vol. 53, No 2.
- Sjöberg L.E., (2001): *Topographic and atmospheric corrections of gravimetric geoid determination with special emphasis on the effects of degree zero and one*, Journal of Geodesy, 75, pp. 283–290.
- Sjöberg L.E., (2003a): *The correction of the modified Stokes formula for an ellipsoidal Earth*, In M. Santos (ed.): *Honouring the academic life of Petr Vanicek*, UNB Technical Report No 218, New Brunswick, pp. 99–110.
- Sjöberg L.E., (2003b): *Ellipsoidal corrections to order e^2 of geopotential coefficients and Stokes formula*, Journal of Geodesy, 77, pp. 139–147.
- Tanni L., (1948): *On the continental undulations of the geoid, as determined from the present gravity material*, Publ. Intern. Isost. Inst., No 18, Helsinki; Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A, III, Geologica-Geographica, 16.
- Tanni L., (1949): *The regional rise of the geoid in Central Europe*, Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A, Helsinki; Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A, III, Geologica-Geographica, 20.
- Tapley B.D., Bettadpur S., Watkins M.M., Reigber Ch., (2004a): *The Gravity Recovery and Climate Experiment: Mission Overview and Early Results*, Geophys. Res. Lett., 31, L09607, doi:10.1029/2004GL019920.
- Tapley B., Ries J., Bettadpur S., Condi F., Eanes R., Gunter B., Kang Z., Nagel P., Poole S., (2004b): *The GGM02 Earth Gravity Model*, Proceedings of the IAG Symposium „Gravity, Geoid and Space Missions – GGSM2004”, 30 August – 3 September 2004, Porto, Portugal (CD).
- Torge W., (1992): *The Geoid in Europe: Requirements and Modelling Strategies*, Acta Geod. Geoph. Montan. Hungarica, Akademiai Kiado, No 27, Budapest.

- WEEGP, (1994): *West-East Europe Gravity Project (WEEGP)*, Technical Report & Survey Atlas for Associate Member: Institute of Geodesy and Cartography, Poland, Confidential, 1994 (73 pp.).
- Wichiencharoen C., (1982): *Indirect Effects on the Computation of the Geoid Undulation*, OSU Report No 336.
- Woodworth P.L., (1997): *The need for GPS to Provide Information on Vertical Land Movements at Tide Gauges with Long Records*, R. Neilan, P.A. Van Scoy, P.L. Woodworth (eds.), Proceedings of the Workshop on methods for monitoring sea level: GPS and tide gauge benchmark monitoring, GPS altimeter calibration, IGS and PSMSL Workshop, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA, 17–18 March 1997.
- Wöppelmann G., Adam J., Gurtner W., Harsson B.G., Ihde J., Sacher M., Schlüter W., (2000): *Status report on sea-level data collection and analysis within the EUVN Project*, Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF), Trømsø, Norway, June 22–24, 2000, pp. 146–153.
- Wyrzykowski T., (1988): *Monografia krajowych sieci niwelacji precyzyjnej I klasy*, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa (87 pp)
- Zhiheng Jiangl, Duquenne H., (1995): *Optimal fitting of gravity geoid to GPS levelling points*, Presented to XX General Assembly of European Geophysical Society, Hamburg, 3–7 April.
- Zieliński J.B., Jaworski L., Zdunek R., Engelhardt G., Seeger H., Töppe F., (1993): *EUREF-POL 1992 GPS Observation Campaign and Data Processing*, Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Budapest, Hungary, 17–19 May 1993, EUREF Publication No 2, Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Astronomisch-Geodätische Arbeiten, Heft No 53, München, pp. 92–102.
- Zieliński J.B., Łyszkowicz A., Jaworski L., Świątek A., Zdunek R., Gelo S., (1997): *POLREF-96 the New Geodetic Reference Frame for Poland*, Springer, IAG Symposia, Symposium 118: Advances in Positioning and Reference Frames, IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Brazil, 3–9 September 1997, pp. 161–166.

JAN KRYŃSKI

PRECISE QUASIGEOID MODELLING IN POLAND – RESULTS AND ACCURACY ESTIMATION

Summary

The paper presents a review and a summary of the results of investigations on modelling quasigeoid in Poland performed in the Polish research centres, in particular the results of research within the project PBZ-KBN-081/T12/2002 supported by the Polish State Committee for Scientific Research in 2002-2005, and investigations conducted in the framework of the statutory project “The problems of geodesy and geodynamics” of the Institute of Geodesy and Cartography, Warsaw, in 2005-2007. Justification of initiating on a large scale an action towards the determination of centimetre geoid in Poland that results from the needs and availability of new data not applied earlier was preceded with a brief historical review of works conducted in that area in Poland. All available data, i.e. terrestrial gravity data (point gravity data and mean free-air anomalies) from Poland and neighbouring countries; seaborne gravity data from the Baltic Sea and North Sea; airborne gravity data from southern Baltic, southern Sweden and Denmark; astro-geodetic and astro-gravimetric deflections of the vertical from Poland; levelling data from the vertical control network of Poland; GPS-derived coordinates and normal heights of points of the POLREF, EUVN and WSSG GPS/levelling networks; altimetry data from the Baltic and North Sea, tide gauge data from the stations on the Baltic Sea coast; data on the density of upper lithosphere in Poland; digital terrain models for Poland and neighbouring countries, were specified and described. The results of quality and quantity analysis of that data were presented. Both standards and reference systems of the collected data were analysed. The data was then transformed to unified reference systems in accordance with recent standards, and then was archived in the respective databases. The characteristics of databases developed for each data type was given in the description of the System of Databases. Gravity, GPS and astronomic control surveys assigned for verification of gravity data, GPS/levelling data, and deflections of the vertical were designed and conducted. The analyses performed indicated global geopotential models recently most suitable for quasigeoid modelling in Poland with the use of the *remove-compute-restore* method. Methodology for computing terrain corrections with the use of available data was developed. It

concerns in particular the determination of optimum maximum radius of integration of gravitational effects of topography represented in the form of prisms. Quality of terrain corrections calculated for 1 078 046 gravity points from the gravity database were analysed. An algorithm for computing mean gravity anomalies, adjusted to centimetre accuracy requirements as well as to height data available, was developed. A new set of mean $1' \times 1'$ Faye gravity anomalies was generated. The regional sea level model for the Baltic Sea was developed. Its regional and local characteristics as well as effective applicability of short tide gauge records for sea level modelling, monitoring of land uplift of Fennoscandia, and relation between Baltic Sea level variations and polar motion parameters were analysed. A design and survey of GPS/levelling control traverse established in the framework of the project for independent quality estimate of quasigeoid models developed was described. Quasigeoid heights of GPS/levelling control traverse points were compared with the respective ones determined from GUGiK 2001 quasigeoid model. Methodology of determination of quasigeoid models: astro-geodetic geoid/quasigeoid, gravimetric quasigeoid, GPS/levelling quasigeoid, integrated quasigeoid and gravimetric quasigeoid best fitted to the heights of the sites of the POLREF network, algorithms developed and the result obtained with specification of data used were presented. Quality of quasigeoid models developed was estimated with the use of internal accuracy analysis, including intercomparison of the models, as well as with the use of data from the control GPS/levelling traverse established within the project. Accuracy of the best of obtained quasigeoid models in Poland is at the level of 2 cm.