ISSN 0032-6224

PRACE INSTYTUTU GEODEZJI I KARTOGRAFII

PROCEEDINGS OF THE INSTITUTE
OF GEODESY AND CARTOGRAPHY

1996 t. XLIV z. 94

Warszawa 1996

INSTYTUT GEODEZJI I KARTOGRAFII

Rada Wydawnicza
przy Instytucie Geodezji i Kartografii
Editorial Council
at the Institute of Geodesy and Cartography

Wojciech Bychawski (przewodniczący, chairman), *Andrzej Ciołkosz* (zastępca przewodniczącego, deputy chairman), *Róża Butowtt, Maria Dobrzycka, Wojciech Janusz, Teresa Baranowska, Przedstawiciel Departamentu Głównego Geodety Kraju MGPiB, Hanna Ciołkosz* (sekretarz, secretary)

Redaktor naukowy wydawnictwa
„Prace Instytutu Geodezji i Kartografii"
Scientific Editor
of the Proceedings of the Institute of Geodesy and Cartography
Wojciech Bychawski

Zastępca redaktora naukowego wydawnictwa
„Prace Instytutu Geodezji i Kartografii"
Deputy Scientific Editor
of the Proceedings of the Institute of Geodesy and Cartography
Andrzej Ciołkosz

Zespół redakcyjny
Editorial Staff
Maria Dobrzycka, Wojciech Janusz, Krystyna Podlacha, Lidia Wyszomirska

Adres Redakcji
Instytut Geodezji i Kartografii
00-950 Warszawa, ul.Jasna 2/4
Address of the Editorial Board
Institute of Geodesy and Cartography
00-950 Warsaw, Jasna 2/4 Str.
Poland

Copyright by Instytut Geodezji i Kartografii

ISSN 0032-6224
Indeks 37357
IGiK, Warszawa 1996 r. nakład 300 egz.
Skład komputerowy, druk IGiK

Tom XLIV, zeszyt 94, 1996

JERZY JANUSZ

METODYKA GEODEZYJNEGO BADANIA NAPRĘŻEŃ I WYDŁUŻEŃ LIN W KONSTRUKCJACH CIĘGNOWYCH

SPIS TREŚCI

Vol. XLIV, No 94, 1996

JERZY JANUSZ

METHOD OF GEODETIC EXAMINATION OF TENSION AND ELONGATION OF ROPES AT THE CONSTRUCTIONS

CONTENTS

Том XLIV, тетрадь 94, 1996

ЕЖИ ЯНУШ

МЕТОДИКА ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И УДЛИНЕНИЙ КАНАТОВ /ТРОСОВ/ В ТЯГОВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

СОДЕРЖАНИЕ

Tom XLIV, zeszyt 94, 1996

JERZY JANUSZ

Pracę wykonano w ramach działalności statutowej i w ramach projektu badawczego nr 9T12E01212 dofinansowanego przez Komitet Badań Naukowych w latach 1997-8

METODYKA GEODEZYJNEGO BADANIA NAPRĘŻEŃ I WYDŁUŻEŃ LIN W KONSTRUKCJACH CIĘGNOWYCH

ZARYS TREŚCI: *Przedstawiono geodezyjną metodę wyznaczania:*
- *parametrów krzywej łańcuchowej wpasowanej w zbiór punktów wyznaczonych na osi liny, bez uwzględnienia i z uwzględnieniam korelacji współrzędnych tych punktów*
- *kształtu krzywych zwisu lin (jako odchyleń od wpasowanej krzywej łańcuchowej),*
- *sił S naciągu lin i ich składowych H - poziomej i V - pionowej,*
- *długości l i zmian Δl długości oznaczonych odcinków lin,*
- *wpływu sił skupionych P na kształt krzywej zwisu cięgna,*
- *wartości sił skupionych P,*
- *wartości i zmian wartości obciążeń jednostkowych q,*
- *odchyleń od pionu wysokich konstrukcji za pośrednictwem wyznaczania przemieszczeń lin odciągowych.*

Podano opisy i wyniki eksperymentów pomiarowo-obliczeniowych oraz zastosowań metody, ilustrujących sposób postępowania, specyficzne cechy użytkowe oraz służących ocenie możliwości technicznych zastosowań.

WPROWADZENIE

Konstrukcje cięgnowe, nazywane często konstrukcjami wiszącymi charakteryzują się tym, że elementami pracującymi głównie na rozciąganie, są w nich cięgna w postaci lin, drutów lub kabli (wiązek drutów równoległych).

Wśród konstrukcji cięgnowych wymienić można:
- hale widowiskowo - sportowe, pawilony wystawowe i inne obiekty o dużych powierzchniach, przykryte dachami zawieszonymi na zespole naciągniętych lin,
- maszty i kominy z odciągami,
- mosty wiszące i podwieszone,
- napowietrzne linie energetyczne (przesyłowe i trakcyjne),
- kolejki linowe i dźwigi linowe.

Przykłady konstrukcji cięgnowych przedstawione są np. w [2], [27], [51], [59].

Konstrukcje cięgnowe mają wiele zalet, skłaniających do coraz szerszego ich stosowania. Zalety te to:
- mały ciężar własny konstrukcji,
- tani, prosty i szybki montaż konstrukcji,
- znaczne, możliwe do osiągnięcia wymiary konstrukcji, a także możliwość kształtowania ich w niezwykle atrakcyjnej formie architektonicznej.

Wadą takich konstrukcji jest ich podatność na zmiany układu sił (głównie sił naciągu cięgien), wyrażająca się znacznymi odkształceniami pod wpływami zewnętrznymi, takimi jak obciążenie wiatrem, śniegiem, lodem.

Długotrwałe obciążenie cięgien powoduje ich stopniowe wydłużanie, zbliżające do wydłużenia granicznego, przy którym może nastąpić zerwanie cięgna. Wydłużenia cięgien wywołują stopniowe zmniejszanie się sił ich naciągu, zmieniające niekorzystnie warunki stateczności pracy całej konstrukcji.

W niniejszej pracy przedstawiona jest geodezyjna metoda wyznaczania:
- kształtu krzywych zwisu lin (jako odchyleń od wpasowanej krzywej łańcuchowej),
- sił S naciągu lin i ich składowych H - poziomej i V - pionowej,
- długości l i zmian Δl długości oznaczonych odcinków lin,
- wpływu sił skupionych P na kształt krzywej zwisu cięgna,
- wartości sił skupionych P,
- wartości i zmian wartości obciążeń jednostkowych q,
- odchyleń od pionu wysokich konstrukcji za pośrednictwem wyznaczania przemieszczeń lin odciągowych.

1. OKREŚLENIE KSZTAŁTU KRZYWEJ ZWISU CIĘGNA

1.1. Zasady wpasowania krzywej łańcuchowej w empiryczny zbiór punktów

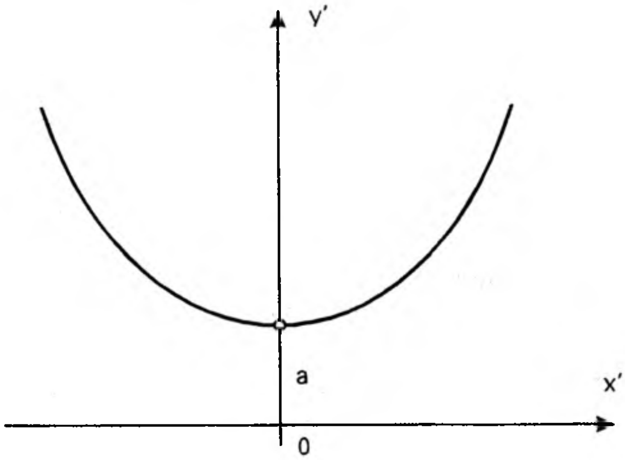
Realna krzywa zwisu cięgna przyjmuje kształt zbliżony do krzywej dającej się wyrazić określoną funkcją. Przy równomiernym obciążeniu cięgna, proporcjonalnie do długości cięciwy, krzywa zwisu jest zbliżona do paraboli, natomiast przy obciążeniu równomiernym, proporcjonalnym do długości krzywej, jest ona zbliżona do krzywej łańcuchowej. Przy nierównomiernym obciążeniu krzywa zwisu przyjmuje kształt odbiegający od paraboli lub krzywej łańcuchowej. Sposób i stopień odbiegania rzeczywistej krzywej zwisu od krzywej łańcuchowej może być określony przy użyciu omawianej tu metody pomiarów i obliczeń. Przy użyciu tej metody wyznacza się parametry krzywej łańcuchowej wpasowanej w zbiór współrzędnych punktów na osi zwisającego cięgna. Wyznacza się też odległości punktów na rzeczywistej krzywej zwisu od wpasowanej krzywej łańcuchowej, jako długości wektorów normalnych do krzywej łańcuchowej.

Jeżeli rzeczywista krzywa zwisu nie odbiega zbytnio kształtem od krzywej łańcuchowej, to możliwe staje się posługiwanie się wpasowaną krzywą łańcuchową o wyznaczonych parametrach do wyznaczania siły naciągu cięgna i długości jego oznaczonych odcinków oraz do innvch zadań o znaczeniu inwentaryzacyjnym.

W aproksymowaniu realnej krzywej zwisu cięgna ma zastosowanie krzywa łańcuchowa o równaniu

$$y' = a\cosh\frac{x'}{a} = a\left[1+\frac{x'^2}{2!a^2}+\frac{x'^2}{4!a^4}+\ldots\right] \qquad i\ a>0 \qquad (1.1)$$

wyrażonym w układzie współrzędnych prostokątnych płaskich Ox'y' (rys.1.1.). W obliczeniach do celów projektowych stosowana jest w większości przypadków forma uproszczona (1.1), polegająca na przyjęciu jedynie dwóch pierwszych wyrazów szeregu.



Rys. 1.1

Definicje i interpretacja fizyczna tej krzywej, zawarte w wielu pozycjach literatury, różnią się kompletnością i ścisłością. Spotykane określenia mówią zazwyczaj, że kształt krzywej łańcuchowej przyjmuje pod działaniem siły ciężkości wiotka nić zawieszona w dwóch punktach, obciążona równomiernie, proporcjonalnie do długości. Określenia te nie precyzują zawartego w nich terminu - punkt zawieszenia. Punkt ten może stanowić miejsce zaczepienia nici w „punkcie stałym", punkt węzłowy, w którym zbiegają się nici, punkt przyłożenia siły skupionej, lub punkt, w którym następuje zmiana wartości obciążenia jednostkowego.

Możliwość wykorzystania równania (1.1) do opisu kształtu krzywej zwisu realnego cięgna i określenie stopnia zbliżenia realnej krzywej zwisu do krzywej łańcuchowej uwarunkowana jest umiejętnością wyznaczenia jej parametrów.

1.1.1. Algorytm 1°

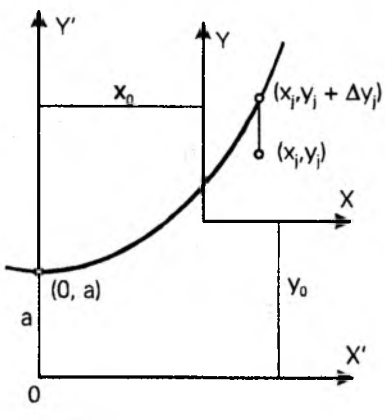
Dla każdej pary współrzędnych x_j , y_j punktów empirycznych wyznaczonych na osi realnego cięgna, zapisuje się równanie (1.1) w formie:

$$y_j + \Delta y_j + y_o = a\cosh\frac{x_j + x_o}{a} \tag{1.2}$$

gdzie: a - wyznaczany na drodze obliczeniowej parametr krzywej łańcuchowej,

x_o,y_o- wyznaczane parametry krzywej łańcuchowej - odległości osi współrzędnych x' i y' krzywej (1.1) od odpowiadających im osi współrzędnych x i y układu współrzędnych 0xy - równanie (1.2), w którym wyznaczone zostały współrzędne x_j ,y_j,

Δy_j - odchyłka wpasowania - odległość między punktem na osi cięgna a punktem na krzywej łańcuchowej skierowana wzdłuż osi Oy - (rys. 1.2.).



Rys. 1.2

Jeżeli dany jest zbiór współrzędnych x_j ,y_j , gdzie j = 1,2,3,...,n, wyznaczonych na podstawie pomiarów więcej niż trzech punktów na osi cięgna, to parametry x_o, y_o, a można obliczyć rozwiązując układ n równań typu (1.2), przy nałożonym określonym warunku, zapewniającym jednoznaczność rozwiązania. Na ogół rozwiązanie następuje wg warunku

$$\sum\left(\frac{\Delta y}{m_y}\right)^2 = \min. \qquad (1.3)$$

- por. rys 1.2.

Taki sposób postępowania zaprezentowany jest w wielu pozycjach literatury, np. [1], [6], [24], [43]. Z. Adamczewski w pracy [1] podał wyniki wpasowania przy użyciu opracowanego przezeń, lecz nie publikowanego algorytmu spełniającego warunek $[V_y^2]$ = min. Algorytm 1^0 - zob. [30], spełniający ten sam warunek, opracowałem niezależnie, zachęcony informacją zawartą w [1], że „(...) lina odciągowa masztu spełnia (...) bardzo dokładnie równanie (1), lecz ze względu na mały zwis (małą krzywiznę) wyznaczenie jej parametrów a,b,c jest, szczególnie dla krótszych lin, numerycznie niestabilne i wymaga zastosowania specjalnego algorytmu”.

Jednak algorytm oznaczony symbolem 1^0 traktuję tu jedynie jako podstawę do uzyskiwania przybliżonych wartości parametrów poszukiwanej krzywej łańcuchowej.

1.1.2. Algorytm 2^0

W pracy [30] wysunąłem tezę, że poprawniejsze pod względem teoretycznym i mające walory praktyczne jest poszukiwanie wartości parametrów x_o, y_o i a równania krzywej łańcuchowej przy użyciu algorytmu oznaczonego symbolem 2^0 , który opiera się na rozwiązaniu n równań typu

$$(y_j + \Delta y_j) + (y_{o,p} + \Delta y_o) = (a_p + \Delta a)\cosh\frac{(x_j + \Delta x_j) + (x_{o,p} + \Delta x_o)}{(a_p + \Delta a)} \qquad (1.4)$$

gdzie: x_j , y_j - współrzędne punktu j na osi realnego cięgna,

Δx_j, Δy_j - niewiadome wpasowania - odchyłki współrzędnych x_j,y_j

$y_{o,p}$, $x_{o,p}$, a_p - parametry przybliżone krzywej łańcuchowej,

Δx_o, Δy_o, Δa - niewiadome wpasowania - poprawki parametrów przybliżonych krzywej łańcuchowej,

$$\left.\begin{aligned} x_{o,p} + \Delta x_o &= x_o \\ y_{o,p} + \Delta y_o &= y_o \\ a_p + \Delta a &= a \end{aligned}\right\}$$ - parametry wpasowanej krzywej łańcuchowej,

pod warunkiem

$$\sum_{j=1}^{n}\left\{\left(\frac{\Delta x_j}{m_{x_j}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_j}{m_{y_j}}\right)^2\right\} + \left(\frac{\Delta a}{m_a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_o}{m_{x_o}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_o}{m_{y_o}}\right)^2 = \min. \tag{1.5}$$

Głównym argumentem na rzecz zastosowania tego algorytmu jest możliwość uwzględnienia błędów m_{xj} , m_{yj} wyznaczenia, na podstawie pomiarów, obydwu współrzędnych każdego punktu na osi cięgna, zamiast dotychczasowego uwzględniania tylko błędu jednej współrzędnej.

Warunek (1.5) obejmuje również minimalizację zestandaryzowanych kwadratów odchyłek wyznaczanych parametrów x_o, y_o i a krzywej łańcuchowej, dzięki czemu możliwe staje się rozwiązywanie zadania przy narzuconych wartościach parametrów - uzasadnione w obliczeniach do celów projektowych (por. rozdz. 5). Rozwiązanie układu równań (1.4) pod warunkiem (1.5) przynosi odchyłki wpasowania Δx_j, Δy_j jednakowe jak jego rozwiązanie pod warunkiem

$$\sum_{j=1}^{n}\left\{\left(\frac{\Delta x_j}{m_{x_j}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_j}{m_{y_j}}\right)^2\right\} = \min \tag{1.5a}$$

Jeżeli celem zadania jest uzyskanie zminimalizowanej sumy kwadratów zestandaryzowanych odległości punktów na cięgnie od wyznaczanej krzywej łańcuchowej (wpasowanie ortogonalne), to układ równań warunkowych (1.4) należy rozwiązać pod warunkiem

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\Delta r_j}{m_{r_j}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{m_a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_o}{m_{x_o}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_o}{m_{y_o}}\right)^2 = \min \tag{1.5b}$$

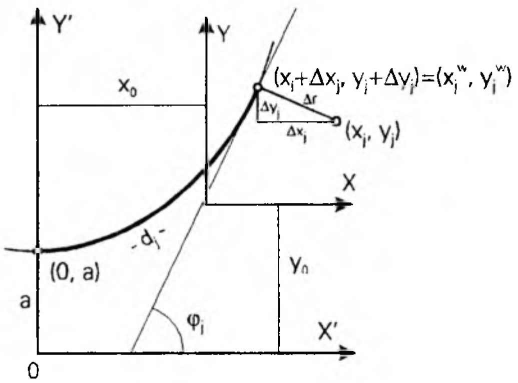
lub

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\Delta r_j}{m_{r_j}}\right)^2 = \sum_{j=1}^{n}\left\{\left(\frac{\Delta x_j}{m_{r_j}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_j}{m_{r_j}}\right)^2\right\} = \min \tag{1.5c}$$

gdzie: Δr_j - ortogonalna odchyłka wpasowania krzywej łańcuchowej względem punktu j cięgna (prostopadła do krzywej w płaszczyźnie zwisu)

m_{rj} - błąd a'priori wyznaczenia z pomiaru składowej położenia punktu j, prostopadłej do wpasowywanej krzywej łańcuchowej w płaszczyźnie zwisu cięgna.

Rozwiązanie układu równań (1.4) pod warunkami (1.5b,c) prowadzi do wyznaczenia odchyłek normalnych $\Delta r_j = \sqrt{(\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2)}$ punktów na cięgnie od wpasowanej krzywej łańcuchowej - por. rys. 1.3. Cel ten osiąga się również dla punktów rzeczywistego cięgna, dla których elipsy błędu średniego ich wyznaczenia są okręgami, tj. gdy uzasadnione jest założenie $m_{x,j} = m_{y,j}$ w warunku (1.5a).



Rys. 1.3

Wówczas na podstawie obliczonych odchyłek Δx_j , Δy_j można w prosty sposób obliczyć kąt nachylenia stycznej do krzywej

$$\varphi_j = \operatorname{arctg} - \frac{\Delta x_j}{\Delta y_j} \tag{1.6}$$

oraz

$$\varphi_j = \arccos \frac{\Delta y_j}{\sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2}} \tag{1.7}$$

użyteczny do obliczania sił S w kierunkach stycznych do cięgna.
Ponadto, w rezultacie zastosowania tego wariantu wagowania uzyskuje się współrzędne x_j^w, y_j^w spodków prostopadłych opuszczonych z punktów o wyznaczonych współrzędnych x_j, y_j na wpasowaną krzywą łańcuchową.

Rozwiązanie układu równań (1.4) z zastosowaniem kryterium (1.5) może być wykonane wieloma sposobami, które są szeroko opisane w literaturze, np. [28], [75]. W przypadku zastosowania rachunku krakowianowego, punktem wyjścia jest zestawienie tablicy $\underset{\sim}{A}$ zrównoważonych współczynników zlinearyzowanych równań (1.4), której transpozę cytuję za [30].

$$\left|\begin{array}{cccccc}
a_1 m_{x_1} & & & & & \\
-m_{y_1} & & & & & \\
 & a_2 m_{x_2} & & & & \\
 & -m_{y_2} & & & & \\
 & & -- & & & \\
 & & -- & & & \\
 & & & a_j m_{x_j} & & \\
 & & & -m_{y_j} & & \\
 & & & & -- & \\
 & & & & -- & \\
 & & & & & a_n m_{x_n} \\
 & & & & & -m_{y_n} \\
b_1 m_{x_{o,p}} & b_2 m_{x_{o,p}} & -- & b_j m_{x_{o,p}} & -- & b_n m_{x_{o,p}} \\
-m_{y_{o,p}} & -m_{y_{o,p}} & -- & -m_{y_{o,p}} & -- & -m_{y_{o,p}} \\
c_1 m_{a_p} & c_2 m_{a_p} & -- & c_j m_{a_p} & -- & c_n m_{a_p}
\end{array}\right| \tag{1.8}$$

gdzie

$$a_j = b_j = \sinh\frac{x_j + x_{o,p}}{a_p} \tag{1.9}$$

$$c_j = \cosh\frac{x_j + x_{o,p}}{a_p} - \frac{x_j + x_{o,p}}{a_p}\sinh\frac{x_j + x_{o,p}}{a_p} \tag{1.10}$$

j= 1,2, 3, ..., n.

Po zestawieniu tablicy $\underset{\sim}{A}$ obliczamy poprawki wpasowania, stosując rachunek krakowianowy - jak w [30], lub inny, np. macierzowy.

Przy korzystaniu z algorytmów 1^0, 2^0 posługujemy się współrzędnymi x_j, y_j punktów wyznaczonych na osi cięgna. W rzeczywistości trzeba je przy tym traktować jako pseudoobserwacje znajdujące się na ogół w stanie wzajemnej zależności wynikającej z układu obserwacyjnego.

W rozdziale 6 przedstawiono algorytm 3^0 w dwóch wersjach:

3^{01} - umożliwiającej wpasowanie krzywej łańcuchowej w zbiór współrzędnych punktów z uwzględnieniem wpływu ich wzajemnej zależności,

3^{02} - umożliwiającej wpasowanie przy minimalizacji sumy kwadratów zestandaryzowanych odchyłek niezależnych obserwacji, służących do wyznaczenia współrzędnych punktów na cięgnie.

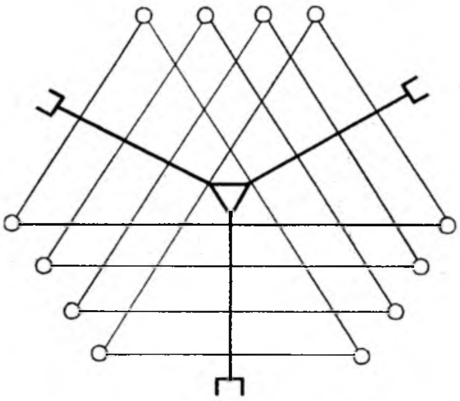
1.2. Wyznaczenie współrzędnych punktów na cięgnach

W celu obliczenia parametrów równania krzywej obrazującej rzeczywistą krzywą zwisu cięgna w konstrukcji cięgnowej, trzeba wyznaczyć współrzędne zbioru punktów empirycznych na osi tego cięgna.

Jeżeli punkty empiryczne zaobserwowane na cięgnie (o wyznaczonych współrzędnych) nie są na nim zasygnalizowane, to wyznaczone współrzędne mogą być wykorzystane do obliczenia parametrów krzywej łańcuchowej i do obliczenia siły naciągu cięgna. Natomiast w przypadku, gdy są one zasygnalizowane w sposób umożliwiający wielokrotne obserwowanie, to dodatkowo możliwe staje się wyznaczanie zmian odległości między tymi punktami krzywej, przydatnych do oceny jego wydłużenia pod wpływem długotrwałego obciążenia i zachodzących zmian obciążenia. Odróżnianie przypadku sygnalizowania lub niesygnalizowania punktów obserwowanych na cięgnie ma też istotne znaczenie dla sposobu obserwowania tych punktów i sposobu wyznaczania ich współrzędnych.

Dotychczas pomiary kształtu krzywej zwisu cięgna prowadzono głównie w celu wyznaczenia strzałki zwisu i przybliżonego określenia siły naciągu na podstawie tej strzałki, wyznaczanej w pojedynczym punkcie, bądź też w celu inwentaryzowania krzywej zwisu, umożliwiającego zapobieganie niezachowaniu gabarytowych wymiarów przestrzeni przeznaczonej dla cięgna, co mogłoby grozić kolizjami z innymi cięgnami (np. cięgnami montażowymi jak w [38]), lub kolizjami z innymi elementami konstrukcji cięgnowej, lub otaczającymi ją budowlami.

W przypadku pomiaru usytuowania liny odciągowej masztu do celów inwentaryzacyjnych lub do obliczenia strzałki zwisu posługiwano się wytyczonymi wcześniej i oznaczonymi w terenie profilami prostopadłymi do płaszczyzny zwisu liny [10], [38], [73], w których to profilach wyznaczano następnie, przez pomiar kątów pionowych, rzędne punktów przecięcia liny z tymi profilami (rys. 1.4).



Rys. 1.4

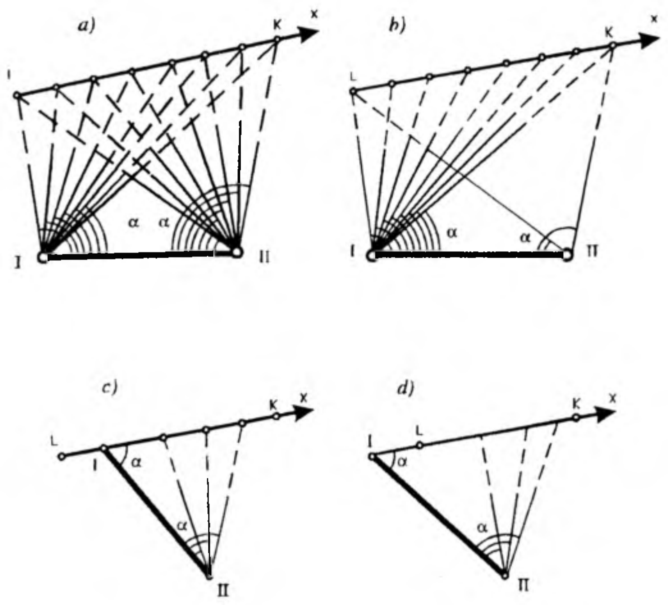
Taki sposób wyznaczenia współrzędnych punktów na linach podyktowany był niewątpliwie brakiem oznaczenia obserwowanych punktów.

Stosowano też sposób pomiaru szczegółów leżących w jednej płaszczyźnie pionowej ze stanowiska usytuowanego w wyznaczonej odległości od płaszczyzny zwisu liny [6], [43].

Za sposoby przydatne do wyznaczania współrzędnych punktów na linach uważam zmodyfikowaną metodę przestrzennych wcięć w przód i metodę fotogrametryczną operującą jednoobrazowymi zdjęciami, wykonanymi kamerą, której oś jest zorientowana prostopadle do płaszczyzny zwisu.

Teoretycznie możliwe jest również stosowanie metody fotogrametrycznej w wariancie dwuobrazowym, przy zdjęciach wykonanych z dwóch stanowisk, kamerą zorientowaną dowolnie, a nie tylko prostopadle do płaszczyzny zwisu, lecz wariant ten nie jest brany pod uwagę w literaturze [6], zapewne z powodów dokładnościowych. Dopuszcza się tam jedynie posługiwanie się kamerą, której oś jest zawarta w płaszczyźnie pionowej, prostopadłej do płaszczyzny zwisu.

Metoda wcięć może być stosowana w wariantach przedstawionych na rysunkach 1.5a, b, c, d, różniących się w istotny sposób pod względem organizacyjnym i technicznym.



Rys 1.5

Zgodnie z rysunkiem 1.5a, każdy punkt liny zostaje zaobserwowany z dwu stanowisk I i II o znanej wzajemnej odległości i różnicy wysokości, określonych przy użyciu metody trygonometrycznej. Ze stanowisk tych mierzy się kąty poziome α między kierunkiem bazy a kierunkami do wszystkich punktów liny oraz kąty pionowe β do tych punktów. Pomiary te powinny być wykonane w miarę możliwości równocześnie z obu stanowisk, przy spokojnej, bezwietrznej pogodzie i temperaturze niezmiennej w całym okresie pomiaru. Zauważmy, że pomiary w tym wariancie wymagają trwałego oznaczenia punktów celowania na linie lub zastosowania jednego teodolitu z emitowaną pionową wiązką laserową tak, aby miejsce celowania na linę drugim teodolitem, z drugiego stanowiska, było wskazywane jako ślad wiązki laserowej. Jest to jednak sposób sygnalizacji o bardzo ograniczonej możliwości użycia z uwagi na nikłość takiego oznaczenia celu.

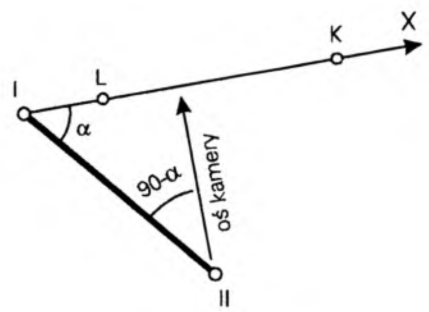
Zgodnie z rysunkiem 1.5b, z obu stanowisk obserwowane są jedynie kierunki poziome i pionowe do dwóch sygnalizowanych punktów (w miarę możności punktów umocowania cięgna L i K), natomiast pozostałe punkty liny są obserwowane tylko z jednego stanowiska.

Zaobserwowanie dwóch oznaczonych punktów z obu stanowisk umożliwia obliczenie ich współrzędnych oraz kierunku śladu poziomego płaszczyzny pionowej przechodzącej przez te punkty, co z kolei umożliwia obliczanie, metodą przecięć prostych, współrzędnych wszystkich pozostałych punktów liny, zaobserwowanych z jednego stanowiska. Taki sposób pomiaru jest korzystny organizacyjnie z tego powodu, że najpierw możemy zaobserwować z jednego stanowiska dwa oznaczone punkty, a następnie, korzystając z tego samego teodolitu, zaobserwować te punkty i wszystkie pozostałe z drugiego stanowiska. Oczywiście w tym przypadku nie zachodzi potrzeba trwałego lub czasowego sygnalizowania pozostałych punktów celowania na linie. Przy stosowaniu tego sposobu trzeba szczególnie dbać o taką lokalizację stanowiska, z którego obserwowane są wszystkie punkty, aby celowe przecinały kierunek płaszczyzny zwisu liny pod kątami niezbyt małymi.

W wielu przypadkach możemy mieć do czynienia z obserwowaniem punktów na cięgnach bez możliwości zaobserwowania miejsc przytwierdzenia cięgna L,K ani żadnych innych oznaczonych punktów. W takim przypadku korzystna jest modyfikacja sposobu pokazanego na rysunku 1.5b, polegająca na tym, że stanowisko I zostaje wtyczone w płaszczyznę zwisu liny, jak na rysunku 1.5c, d. Ze stanowiska tego należy zmierzyć jedynie kąt poziomy α między kierunkiem płaszczyzny zwisu a kierunkiem do stanowiska II oraz odległość poziomą między stanowiskami, a następnie ze stanowiska II zmierzyć kierunki poziome i pionowe do wszystkich nie oznaczonych punktów obserwowanych na linie.

Układ obserwacyjny przedstawiony na rysunkach 1.5c, d ma w stosunku do wariantów wg rys. 1.5a i 1.5b istotny walor natury dokładnościowej, zwłaszcza w przypadku obserwacji lin o dużej średnicy. Należy mianowicie pamiętać, że przedmiotem wyznaczenia powinny być współrzędne punktów na osi cięgna, natomiast przedmiotem obserwacji są znaki na powierzchni cięgna, których obserwowanie z dwóch stanowisk nie gwarantuje, że osie celowe przetną się w jednym punkcie na osi cięgna. W przypadku prowadzenia pomiaru według wariantu jak na rysunku 1.5c,d, przy dokładnym wtyczeniu stanowiska I w płaszczyznę zwisu cięgna, dysponujemy kątem poziomym między płaszczyzną osi cięgna a kierunkiem bazy I-II. Tak więc w wariancie tym możemy z większą dokładnością spełnić warunek wyznaczenia współrzędnych punktów na osi cięgna niż w wariancie z rysunku 1.5 b, gdzie wątpliwości mogą dotyczyć spełnienia tego warunku przy wyznaczaniu punktu L i K, oraz w wariancie z rysunku 1.5a, w którym takie wątpliwości mogą dotyczyć wszystkich wyznaczanych punktów.

Wariant doboru stanowisk wg rys 1.5c,d jest szczególnie przydatny do wyznaczenia współrzędnych punktów na linie metodą fotogrametryczną, bowiem kamerę ustawioną na stanowisku II łatwo wtedy zorientować osią prostopadle do płaszczyzny zwisu liny, odkładając kąt 90° - α od kierunku II-I (rys.1.6) i sytuując ją poziomo. Przy takim zorientowaniu osi kamery współrzędne tłowe wyrażone są w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny zwisu liny, tj. mogą być traktowane wprost (z uwzględnieniem różnicy skali) jako poszukiwane współrzędne x_j, y_j, wykorzystywane do obliczania parametrów wpasowywanej krzywej łańcuchowej. Różnice skali rzeczywistej i skali zdjęcia wyznaczamy korzystając ze stosunku obliczonej odległości stanowiska od płaszczyzny zwisu do ogniskowej kamery.



Rys. 1.6

Jeżeli pomiary takie są powtarzane okresowo, a płaszczyzna zwisu cięgna nie ulega przemieszczeniom, to pomiar na stanowisku I, leżącym w płaszczyźnie zwisu, może być wykonany jednokrotnie, tylko przy pierwszym pomiarze, a okresowo powtarza się tylko pomiary na stanowisku II (konieczne jest trwałe oznaczenie obu stanowisk).

Sprawę wyboru metody geodezyjnej (wcięć przestrzennych wykonywanych teodolitem) lub metody fotogrametrycznej należy rozpatrywać w kategoriach dokładnościowych i organizacyjnych. Obie te metody mają zalety i słabsze punkty, które należy rozważyć z uwzględnieniem wymagań dotyczących warunków konkretnego zastosowania.

Z punktu widzenia dokładności należy uwzględnić fakt, że lina pod wpływem ruchu powietrza oscyluje wokół położenia równowagi. Przy użyciu teodolitu można naprowadzić oś celową na pozycję równowagi liny, wypośrodkowaną po zaobserwowaniu kilku wahnięć, między jej skrajnymi pozycjami. Jak wykazały opisane dalej doświadczenia, realnie możliwe jest osiągnięcie dokładności wypośrodkowania teodolitem pozycji równowagi z błędem nie przekraczającym 2-5% amplitudy wahań. Wyznaczane pozycje równowagi są miarodajne do dokładnego wpasowania krzywej łańcuchowej.

W przypadku stosowania metody fotogrametrycznej przy krótkim czasie ekspozycji jesteśmy w stanie określać chwilowe kształty liny, uchwycone w określonych momentach wahań. Jeśli zachodzi możliwość wykonywania takich zdjęć z dużą częstotliwością (kamera filmowa), to możliwe jest opisywanie przebiegu i amplitudy drgań liny oraz wypośrodkowanie z kilku zdjęć pozycji równowagi liny. Jeśli jednak nie można tego osiągnąć, co zachodzi przy wykonywaniu zdjęć na płytach szklanych, gwarantujących większą dokładność, to powstają trudności z wyznaczeniem pozycji równowagi. Wyznaczenie pozycji równowagi możliwe jest wówczas przy długim czasie ekspozycji, obejmującym kilkakrotne wahnięcie liny, jednak mamy wówczas do czynienia z dosyć nikłym obrazem „wachlarza" sfotografowanych pozycji poruszającej się liny, co może stwarzać trudności precyzyjnego wypośrodkowania pozycji średniej.

Bardzo istotną zaletą stosowania metody fotogrametrycznej jest fotograficzne dokumentowanie zwisu lin, umożliwiające wyznaczanie w warunkach kameralnych współrzędnych dowolnej liczby punktów. Zaletą tej metody jest też możliwość maksymalnego skrócenia czasu wykonywania prac terenowych.

Z organizacyjnego punktu widzenia należy odróżnić przypadek, kiedy wymagane jest szybkie wykonanie obserwacji, od przypadku, gdy wymagane jest szybkie dostarczenie wyniku. Szybkie dostarczenie wyniku ma znaczenie zwłaszcza wówczas, gdy pomiary wykonuje się w celu wyznaczenia sił naciągu lin, a wyniki te są potrzebne do prac związanych z montażem. Szybkie dostarczenie wyniku nie jest bardzo istotne, gdy pomiary służą jako kontrola stanu konstrukcji cięgnowej w czasie eksploatacji.

W przypadku wyznaczania sił naciągu w trakcie montażu decydujące znaczenie ma możliwość dostarczenia informacji o zmierzonej sile naciągu tak szybko, aby ekipa montażowa mogła wykonać kolejny krok dotyczący regulacji siły naciągu. Jest wówczas do pomyślenia wykonanie pomiaru i obliczeń i dostarczenie informacji nawet w ciągu 1-2 godzin, nie jest natomiast możliwe oczekiwanie na wynik przez kilka dni.

W tym stanie rzeczy obecnie metoda fotogrametryczna, pomimo krótkiego czasu wykonywania prac polowych, nie ma zastosowania do obsługi prac montażowych z powodu konieczności kameralnego odczytania zdjęć. Metoda geodezyjna, zwłaszcza przy użyciu stacji totalnej z rejestracją, wymaga wprawdzie dłuższego czasu na wykonanie prac pomiarowych, jednak dostarcza dane, które mogą być przetworzone automatycznie w terenie.

Metoda fotogrametryczna jest praktycznie nie do zastąpienia w przypadkach, gdy obserwuje się linę poddawaną zmiennym obciążeniom, np. linę kolejki linowej w czasie jej przejazdu.

1.3. Wstępna ocena możliwych do osiągnięcia dokładności wpasowania krzywej łańcuchowej w zbiory punktów empirycznych wyznaczonych na materialnych cięgnach

Możliwa do osiągnięcia dokładność wpasowania krzywej łańcuchowej zależy od dwóch czynników:

1. dokładności wyznaczenia z pomiaru pozycji punktów empirycznych na osi cięgna,
2. stopnia zbliżenia realnej krzywej, określonej dyskretnie przez zbiór punktów empirycznych, do wpasowanej krzywej łańcuchowej.

Trzeba zauważyć, że w przypadku gdy istnieją przesłanki do uznania, że realna krzywa jest idealnie zgodna z wpasowaną krzywą łańcuchową, to dokładność wpasowania jest zależna wyłącznie od dokładności wyznaczenia pozycji punktów empirycznych, a ściślej rzecz ujmując, od dokładności składowej położenia punktu, skierowanej wzdłuż kierunków wyznaczanych odchyłek wpasowania Δr. Wynika z tego, że nie należy oczekiwać, aby błąd wpasowania mógł być mniejszy od błędu wyznaczenia tych składowych położenia punktów empirycznych. Wynika też stąd, że należy oczekiwać osiągnięcia błędu wpasowania większego od błędu wyznaczenia składowych położenia punktów empirycznych, jeśli istnieją przesłanki braku zgodności krzywej realnej (krzywej zwisu cięgna) i wpasowanej krzywej łańcuchowej (teoretycznej). Przesłanki takie mogą stanowić: brak wiotkości cięgna, umocowanie końców cięgna w sposób ograniczający swobodę jego obrotu, brak stałości ciężaru jednostkowego (np. wskutek stosowania cięgna składającego się z odcinków o zróżnicowanych ciężarach jednostkowych lub cięgna obciążonego siłami skupionymi) oraz wyznaczenie położeń punktów empirycznych nie leżących na osi cięgna, bądź też w miejscach, gdzie cięgno to podlega wpływom lokalnego odkształcenia (np. zagięcie liny, pętla w pobliżu miejsc łączenia odcinków liny lub izolatorów).

Wstępnej ocenie dokładności poddam wpasowania dokonane z wykorzystaniem zbiorów punktów empirycznych na realnych linach masztu RTV-Szczecin [38]. Ocena dotyczy dokładności wyznaczenia współrzędnych punktów na linach metodą profili. W drugiej części pracy zawarte są oceny dokładności wpasowania w zbiory punktów na cięgnach obserwowanych przeze mnie w ramach prac eksperymentalnych. Oceny te są połączone z analizą zaobserwowanych „szumów" naturalnych, bądź też szumów wywołanych eksperymentalnie.

Ocenie podlegać będą wpasowania dokonane przy użyciu opracowanych przeze mnie algorytmów:

1^0 - algorytmu wpasowania krzywej łańcuchowej wg wzorów (1.2), (1.3),

2^0 - algorytmu wpasowania krzywej łańcuchowej wg wzorów (1.4), (1.5).

Algorytm wpasowania wg wariantu 1^0 odpowiada nałożeniu warunku $[\Delta y_j]$ = min. na pionowe odległości punktów empirycznych na realnej linie od wpasowywanej krzywej łańcuchowej. Do oceny dokładności wpasowania służy w tym przypadku zbiór obliczonych odchyłek Δy_j i obliczony na ich podstawie błąd

$$m_{oy} = \sqrt{\frac{[\Delta y]^2}{n-3}} \tag{1.11}$$

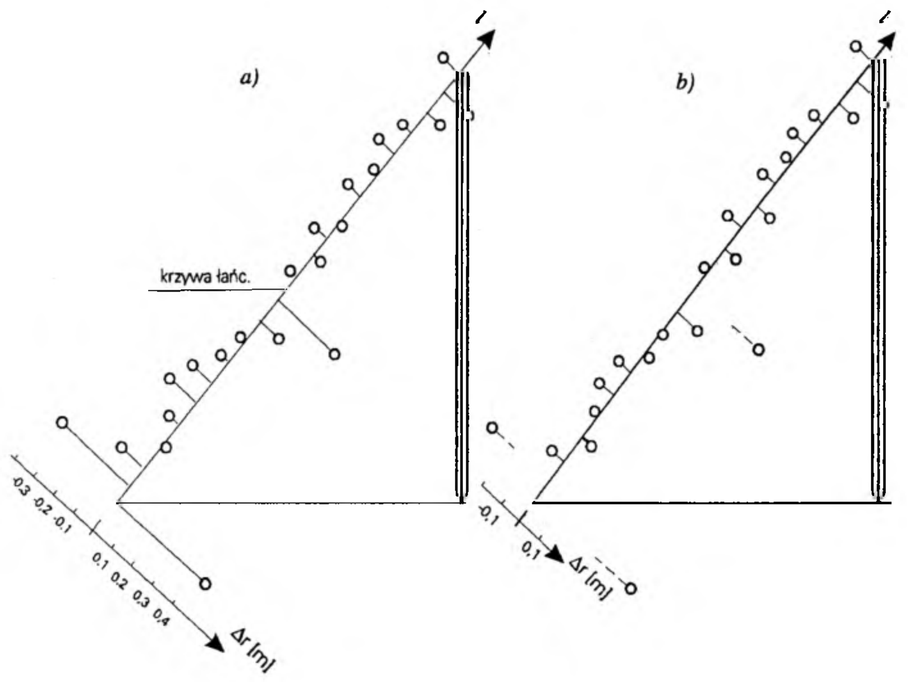
(wzór (19a) z pracy [30]), gdzie n - liczba punktów empirycznych wyznaczonych na linie.

Algorytm wpasowania wg wariantu 2^0 z dyrektywą (1.5) przy $m_{xj} = m_{yj}$ odpowiada proponowanemu przeze mnie wpasowaniu przy nałożeniu warunku minimum sumy kwadratów na odległości Δr punktów na linie od krzywej łańcuchowej, mierzone wzdłuż normalnych do krzywej. Do oceny dokładności wpasowania służy w tym przypadku zbiór obliczonych odchyłek Δr i obliczony na ich podstawie błąd wpasowania

$$m_{or} = \sqrt{\frac{[\Delta r^2]}{n-3}} \tag{1.12}$$

(wzór (32) z pracy [30]).

W tablicach 1.1, 1.2 i 1.3 w kolumnach 2 i 3 podane są współrzędne x_j, y_j empirycznych punktów na trzech linach masztu zaczerpnięte z [38]. W kolumnie 4 podane są odchyłki Δy_j i parametry krzywej łańcuchowej wpasowanej wg wariantu 1^0, tj. przy założeniu $[\Delta y^2]$ = min, zaś w kolumnie 5 wyniki wpasowania wg wariantu 2^0. W tablicy 1.1 w kolumnach 4 i 5 możemy zauważyć występowanie anomalnych wartości odchyłek Δy, Δr w punktach 1,2 i 11. Anomalie te są wyraźnie widoczne na wykresie ilustrującym rzeczywisty rozrzut odchyłek - rysunek 1.7a, wg tablicy 1.1, kolumna 5 i rysunek 1.7b, wg kolumny 6.



Rys. 1.7

Nie byłem w stanie ocenić, czy duże odchyłki w tych punktach spowodowane zostały przyczynami konstrukcyjnymi, tj. skrępowaniem początku liny, jej dodatkowym obciążeniem, czy zwiększonym błędem przypadkowym obserwacji tych punktów. Jest jednak prawdopodobne, że występowanie którejś z wymienionych przyczyn zwiększania odchyłek w tych punktach miało rzeczywiście miejsce. W związku z tym wykonałem dodatkowo wpasowanie krzywej łańcuchowej wg wariantu 2^0 z pominięciem punktów 1, 2 i 11. Ponieważ jednak pragnąłem uzyskać informację o odchyłkach Δr punktów 1,2 i 11, nie mających tu wpływu na wyniki wpasowania, zastosowałem zabieg opisany w [30], rozdz.5, pkt 4, tj. dokonałem wpasowania przy założeniu błędów $m_x = m_y = 1$ dla punktów 3-10 i 12-22 oraz przy założeniu dużo większych błędów $m_x=m_y=100$ dla punktów 1, 2 i 11. Wyniki tego wpasowania zawarte są w tablicy 1.1, w kolumnie 6. Widoczne jest radykalne zmniejszenie błędu

m_{or} obliczonego z pominięciem odchyłek punktów 1,2 i 11, oznaczonych w tablicy 1.1 obwódką. Na rysunku 1.7b odchyłki punktów pominiętych oznaczono linią przerywaną. W kolumnie 7 podałem wzajemne odległości ($\Delta r_{(6)}$ - $\Delta r_{(5)}$) krzywych łańcuchowych wpasowanych jak w kolumnie 5 i 6.

Operacje prowadzące do uzyskania wyników przedstawionych w kolumnie 6 mogłyby zostać ocenione jako dobieranie danych w celu osiągnięcia oczekiwanego rezultatu, tj. spłaszczenia rozrzutu odchyłek. Z drugiej strony operacje takie mogłyby być zaliczone do stosowanego w technice filtrowania danych, mającego na celu uwydatnienie i usunięcie szumów. Nie przesądzając w tym miejscu tej kwestii, która dla każdego zadania inżynierskiego musi być rozstrzygana indywidualnie, pragnę zwrócić uwagę głównie na fakt, że przy zastosowaniu metody wpasowania wg wariantu 2^0 operacja weryfikacji danych pomiarowych przebiega niezwykle szybko. Zwłaszcza interesujące może być, zilustrowane na powyższym przykładzie, wagowanie niektórych współrzędnych zbioru punktów empirycznych, wyłączające je praktycznie z wpływu na wynik wpasowania, prowadzące jednak do uzyskania ich odchyłek ortogonalnych względem wyznaczonej krzywej, jako niewiadomych funkcji celu (1.5).

Kształtowanie się rozkładu odchyłek Δr pokazanych na rysunku 1.7, w świetle wyników badań opisanych w p. 2.3.2 i rozdz. 3, mogłoby świadczyć, że w rzeczywistości lina rozpoczyna się dopiero w punkcie nr 4 (na odcinku 1-3 znajduje się zapewne urządzenie do regulowania siły naciągu i izolator) i jest obciążona siłami skupionymi w punktach nr 11 i 21, lub w pobliżu tych punktów. Rozkład ten jest podobny do rozkładów uzyskanych przy badaniu lin B3 i B4 masztu radiowego (rys. 2.13, 2.14). Z tego powodu wykonałem wpasowanie krzywej łańcuchowej w podzbiór punktów 4-11 otrzymując m_{or} = 3.6 mm, a = 1887.8±27.9 m oraz w podzbiór punktów 11-21 otrzymując m_{or} = 8.5 mm, a = 1758.3±19.4 m. Otrzymane wartości parametru a, większe niż w kolumnie 5, 6 w tablicy 1.1 i błędy m_{or} wyraźnie mniejsze od wartości w kolumnie 5, mogą świadczyć o słuszności tego domniemania, stanowiącego próbę znalezienia przyczyny anomalnego kształtowania się odchyłek.

W kolumnie 8 podałem wartości $1/\cos\varphi$, gdzie φ - kąt nachylenia stycznej do liny, obliczone na podstawie odchyłek Δx, Δy wpasowania ortogonalnego, z wykorzystaniem wzoru (1.7).

Wyniki wpasowań zawarte w kolumnie 5 tablic 1.2 i 1.3 nie wykazały wyraźnych anomalii, wobec czego uznałem je za miarodajne do oceny dokładności dokonanych wpasowań. W tablicach tych, w kolumnie 6 wykazałem wartości $1/\cos\varphi$.

Tablica 1.1

Nr pkt	Punkty empiryczne		algorytm 1°	algorytm 2°	algorytm 2°	$\Delta r_{(6)} - \Delta r_{(5)}$ (mm)	1/cosφ
	x_j (m)	y_j (m)	Δy_j (mm)	Δr_j (mm)	Δr_j (mm)		
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.00	0.00	63.1	44.8	$\boxed{50.3}$	5.5	1.4052
2	8.46	8.495	-50.6	-35.9	$\boxed{-30.7}$	5.2	1.4101
3	16.88	16.86	-14.7	-10.5	-5.5	5.0	1.4151
4	25.26	25.26	4.9	3.5	8.1	4.6	1.4201
5	33.64	33.75	-6.6	-4.6	-0.2	4.4	1.4251
6	42.01	42.29	-19.3	-13.5	-9.4	4.1	1.4301
7	50.41	50.90	-12.1	-8.4	-4.6	3.8	1.4352
8	58.85	59.61	-3.7	-2.5	1.0	3.5	1.4403
9	67.34	68.44	-2.6	-1.8	1.5	3.3	1.4455
10	75.91	77.40	14.0	9.7	12.6	2.9	1.4508
11	84.56	86.49	48.1	33.0	$\boxed{35.8}$	2.8	1.4562
12	93.33	95.86	-5.6	-3.8	-1.4	2.4	1.4617
13	102.23	105.37	6.6	4.5	6.6	2.1	1.4673
14	111.28	115.14	-10.5	-7.1	-5.3	1.8	1.4730
15	120.49	125.12	7.9	5.3	6.9	1.6	1.4789
16	129.91	135.44	-9.2	-6.2	-4.9	1.3	1.4850
17	139.55	146.06	-5.2	-3.5	-2.6	0.9	1.4913
18	149.43	157.04	-12.0	-8.0	-7.3	0.7	1.4977
19	159.60	168.42	-6.6	-4.4	-4.0	0.4	1.5045
20	170.08	180.23	11.9	7.9	7.9	0.0	1.5114
21	180.91	192.55	18.2	12.0	11.6	-0.4	1.5187
22	188.93	201.78	-16.0	-10.5	-11.1	-0.6	1.5241
długość liny l=276.4m			m_{oy}= ±24.2 mm	m_{or}= ±16.9 mm	m_{or}= ±7.6 mm		
		x_o (m)	1479.28093	1479.28363 ± 6,6	479.24482 ± 3,5		
		y_o (m)	2382.93607	2382.94031 ± 10,4	2382.90244 ± 5,4		
		a (m)	1695.85531	1695.85820 ± 7,1	1695.87317 ± 3,7		

Tablica 1.2

Nr pkt	Punkty empiryczne x_j (m)	y_j (m)	algorytm 1° Δy_j (mm)	algorytm 2° Δr_j (mm)	$1/\cos\varphi$
1	2	3	4	5	6
1	0.00	0.00	-14.2	-10.3	1.3860
2	6.90	6.609	21.3	15.3	1.3906
3	15.47	14.937	10.3	7.4	1.3964
4	24.12	23.416	-1.5	-1.0	1.4023
5	32.89	32.089	-14.9	-10.6	1.4084
6	41.79	40.954	-14.7	-10.4	1.4145
7	50.84	50.033	1.1	0.8	1.4209
8	60.05	59.375	-1.8	-1.3	1.4274
9	69.47	69.002	10.7	7.4	1.4342
10	79.11	78.965	4.3	2.9	1.4411
11	88.99	89.263	7.8	5.4	1.4483
12	99.16	99.987	-9.2	-6.4	1.4558
13	109.64	111.119	2.1	1.5	1.4636
14	120.47	122.749	5.6	3.8	1.4717
15	128.49	131.454	-6.8	-4.6	1.4775
długość liny l=183.8m			m_{oy}= ±11.4mm	m_{or}= ±8.1mm	
		x_o (m)	1220.95969	1221.00306 ± 5,4	
		y_o (m)	1984.92040	1984.98951 ± 8,6	
		a (m)	1432.15581	1432.20415 ± 6,0	

Tablica 1.3

Nr pkt	Punkty empiryczne		algorytm 1°	algorytm 2°	1/cosφ
	x_i (m)	y_i (m)	Δy_j (mm)	Δr_j (mm)	
1	2	3	4	5	6
1	0.00	0.00	0.5	0.4	1.3718
2	10.10	9.557	-1.2	-0.8	1.3815
3	19.98	19.038	2.8	2.0	1.3910
4	30.15	28.954	-6.3	-4.5	1.4011
5	40.63	39.303	6.9	4.9	1.4115
6	51.46	50.186	-3.1	-2.1	1.4225
7	59.48	58.343	0.5	0.3	1.4308
długość liny l=83.3m			m_{oy}= ±5.2mm	m_{or}= ±3.6mm	
		x_0 (m)	828.15745	828.15747 ± 6,9	
		y_0 (m)	1356.31170	1356.31174 ± 11,2	
		a (m)	988.71924	988.71927 ± 8,0	

Na marginesie wyników wpasowań zestawionych w tablicach 1.1, 1.2 i 1.3 trzeba zwrócić uwagę, że istotnym czynnikiem wpływającym na ograniczenie dokładności pomiaru współrzędnych punktów na osiach lin jest ich znaczna grubość. Trzeba sobie uświadomić, że pomiary prowadzone przy oświetleniu lin promieniami słonecznymi mogą być obarczone, podobnie jak przy celowaniu na tyczki, błędami systematycznymi pod wpływem cienia własnego, dochodzącymi do wartości 0.25 średnicy liny. Liny wg [38] miały średnicę 60 mm. Aby ograniczyć wpływ jednostronnego oświetlenia liny na błąd mimośrodu celowania, dobrze jest wykonywać pomiary przy wysokim zachmurzeniu (chmury powyżej poziomu obserwacji).

Dane zawarte w tablicach 1.1, 1.2 i 1.3 wskazują, że przy użyciu metody profili możliwe jest uzyskanie średnich błędów wyznaczenia współrzędnych punktów na linach w granicach 4-10 mm, w zależności od długości liny.

Współrzędne punktów x_j^w, y_j^w na wpasowanej krzywej łańcuchowej mogą być obarczone wpływem błędu postaci funkcji. Jak wykażą dalej omówione eksperymenty i pomiary lin w istniejących konstrukcjach cięgnowych, błędy postaci mające charakter błędów systematycznych mogą przyjmować wartości o jeden a nawet dwa rzędy większe od błędów wyznaczenia z pomiaru punktów na linie - por. np. tabl. 2.15, 2.16, rys. 2.13, 2.14, 2.15a,c i rys. 2.8 oraz tabl. 1.1 i rys. 1.7a.

W tej sytuacji autor postawił sobie za główne zadanie wykrywanie anomalii w uzyskiwanych rozkładach odchyłek wpasowania, odkrywanie przyczyn ich występowania i określanie sposobów eliminowania lub przynajmniej ograniczania udziału wywołanych nimi błędów systematycznych. Działania w tym zakresie okazały się skuteczne w stosunku do błędów systematycznych powodowanych przez obciążenie lin siłami skupionymi. Cennym środkiem do przeprowadzenia tych badań okazało się wpasowanie ortogonalne, którego wektory odchyłek Δr_j w każdym punkcie mają prostopadły w płaszczyźnie zwisu kierunek względem wyznaczanej krzywej, dzięki czemu stają się łatwo porównywalne. Z tego samego powodu, także błędy m_{or} wyrażone przybliżonym wzorem (1.12) są łatwo porównywalne. Ta szczególna cecha wpasowania ortogonalnego powinna być wykorzystywana do weryfikacji wykonanych obserwacji geodezyjnych punktów na linach i zebranych innych informacji technicznych, niezbędnych do określenia kształtu krzywej zwisu liny z wykorzystaniem prezentowanej metody.

Ostateczne wartości parametrów krzywej łańcuchowej i współrzędnych punktów na krzywej łańcuchowej, wolne od błędów postaci funkcji, powinny być liczone w wyniku wpasowania uwzględniającego wagi rzeczywistych obserwacji lub tablicę wagową współrzędnych punktów cięgna. Wzory metody równań normalnych na odchyłki wpasowania, parametry wpasowanej krzywej łańcuchowej, ich niektóre funkcje (współczynnik s_j siły pionowej i d_j siły stycznej, długości wzdłuż krzywej) i oszacowania ich dokładności, wynikające z założenia kryterium minimum sumy kwadratów odchyłek obserwacji zależnych lub niezależnych, podane są w rozdziale 6.

W tablicach 1.1, 1.2, 1.3 i wszystkich dalszych podano błędy parametrów obliczone zgodnie z wzorami zamieszczonymi w rozdziale 6.

2. GEODEZYJNE POMIARY SIŁ NACIĄGU, WYDŁUŻEŃ I PRZYROSTÓW SIŁ NACIĄGU CIĘGNA

2.1. Stosowane przyrządy i metody - omówienie problemu

Nadanie przy montażu i utrzymanie w czasie eksploatacji należytych wartości sił naciągu cięgien jest podstawowym warunkiem poprawnej i bezpiecznej pracy konstrukcji cięgnowych.

Sposoby obliczeń projektowych dotyczących ustalenia wymaganych sił naciągu poszczególnych cięgien są ujęte np. w pracach [27], [47], [59]. W pracach tych bardzo szczegółowo analizuje się problem współzależności sił w poszczególnych cięgnach i wpływ rozkładu tych sił na zachowanie się całej konstrukcji cięgnowej.

Wiele wskazuje, że doprowadzenie przy montażu do nadania poszczególnym cięgnom obliczonych teoretycznie, projektowych, wstępnych sił naciągu, a następnie utrzymanie ich w pożądanych granicach napotyka na duże trudności. Wynikają one z ograniczonych możliwości pomiaru tych sił oraz z faktu, że konstrukcje cięgnowe podlegają dużym wpływom zewnętrznym, takim jak wiatr, obciążenie śniegiem i lodem, zmienność temperatury, powodującym zmienność sił naciągu, oraz wpływom wewnętrznym, głównie w postaci reologicznych zmian długości cięgien.

Siły naciągu cięgien można mierzyć w sposób bezpośredni przy użyciu siłomierzy (dynamometrów) montowanych w układ konstrukcyjny każdego cięgna, bądź też różnymi sposobami pośrednimi, wśród których najbardziej popularny jest sposób oparty na pomiarze strzałki krzywej zwisu cięgna.

Praktycznie nie jest do pomyślenia zaopatrzenie każdego cięgna w siłomierz umożliwiający stałe śledzenie siły naciągu. Przeszkodą są wysokie koszty oraz ograniczona trwałość siłomierza. Można wskazać konstrukcje cięgnowe, zaopatrzone przy ich budowie w wmontowane na stałe siłowniki do ciągłej kontroli lin odciągowych, które po kilku latach eksploatacji przestały poprawnie działać. W konstrukcjach, które nie zostały zaopatrzone w stałe siłowniki, z chwilą wystąpienia konieczności kontroli sił w odciągach pojawia się problem doraźnego montażu siłownika. Wmontowanie siłownika do liny w pracującej konstrukcji wymaga zastąpienia tej liny na czas montażu siłownika i ramy mocującej - inną liną. Jeżeli rama mocująca była uprzednio wmontowana, lecz bez siłownika, to instalacja siłownika nie wymaga stosowania zastępczej liny, natomiast jest związana z koniecznością luzowania liny za pomocą śrub regulacyjnych, a następnie po wmontowaniu siłownika, ponownego jej naciągnięcia do poprzedniego stanu. Jest to operacja naruszająca warunki równowagi całej konstrukcji cięgnowej, oceniana krytycznie przez Autorów pracy [9].

Z tych powodów dosyć szerokie zastosowanie mają metody i urządzenia do pośredniego wyznaczania sił naciągu cięgien, możliwe do stosowania bez ingerencji w konstrukcję.

W czasie montażu konstrukcji cięgnowej konieczne jest nadawanie poszczególnym cięgnom wstępnych sił naciągu zgodnych z projektem. Siły te projektowane są z przewidywaniem, że w okresie eksploatacji nastąpią ich przyrosty dodatnie i ujemne, zależne od obciążeń eksploatacyjnych wywołanych dodatkowymi obciążeniami cięgien i konstrukcji cięgnowej. Licząc się z możliwością znacznego przyrostu obciążeń np. pod wpływem parcia wiatru i oblodzenia lin, przyjmuje się wstępne siły naciągu znacznie mniejsze od sił powodujących zerwanie lin - około 20-30% wartości siły zrywającej. Jednocześnie jednak bierze się przy tym pod uwagę możliwość ujemnych przyrostów siły, które nie mogą spaść poniżej pewnej wartości, sprzyjającej utracie stateczności konstrukcji. Jako przykład mogą tu służyć odciągi masztu, które w zależności od kierunku wiatru mogą podlegać zróżnicowanym, dodatnim i ujemnym przyrostom siły naciągu, co przy dużych różnicach sił naciągu poszczególnych odciągów wywołuje tendencję do poziomego przemieszczania węzła masztu i wyprowadzania go z pozycji równowagi.

Z tego powodu, w czasie eksploatacji konieczne jest okresowe sprawdzanie sił naciągu lin odciągowych służące ustaleniu, czy nie następuje nadmierne ich naprężenie, grożące zerwaniem, jak również mające na celu wyznaczenie różnic siły naciągu lin mocujących określony węzeł konstrukcji.

Znanych jest kilka sposobów pośredniego pomiaru i obliczenia siły naciągu cięgna.

W pracy [9] wymieniono i omówiono sposoby wyznaczania siły naciągu cięgna:

- przy użyciu przyrządu sprężynowego zakładanego na linę, wywierającego na nią miejscowy nacisk poprzeczny - przyrząd taki opisany jest również w [7],
- przez pomiar częstości drgań własnych liny wywołanych impulsem działającym w pobliżu jej środka,
- przez pomiar prędkości rozchodzenia się fali uderzeniowej wywołanej impulsem w pobliżu początku liny,
- za pośrednictwem pomiaru strzałki zwisu.

Sposoby te charakteryzują się stosunkowo małą dokładnością, rzędu 10-15%.

Sposób wyznaczania siły naciągu za pośrednictwem pomiaru strzałki zwisu jest najbardziej rozpowszechniony podczas prac montażowych, gdy regulacja siły naciągu (doprowadzenie do wstępnej siły naciągu przewidzianej w projekcie) odbywa się często wg informacji geodety o obserwowanej przy tym wartości strzałki zwisu [9], [47], [53]. Zgodnie z [53], w projekcie montażu powinny być wręcz podane wymagane wartości strzałek zwisu lin.

Związek między strzałką zwisu liny a siłą jej naciągu, w przypadku obciążenia liny siłami skupionymi, ma charakter przybliżony. Bardziej poprawne jest wyznaczenie sił naciągu na podstawie zbioru współrzędnych większej liczby odpowiednio rozmieszczonych punktów na linie, wówczas bowiem powstaje możliwość uwzględnienia wpływu sił skupionych lub wyeliminowanie tego wpływu, zwiększa się dokładność wyznaczenia sił, a także możliwa staje się ocena dokładności.

Zagadnienia geodezyjnego i fotogrametrycznego wyznaczania sił na podstawie większej liczby punktów obserwowanych na linie omówione są w pracach [1], [6], [24], [43]. W pracach tych Autorzy operują wpasowywaniem krzywej łańcuchowej w zbiór punktów zaobserwowanych na linie przy spełnieniu warunku $[\Delta y^2] = \min$, to jest przy założeniu bezbłędności poziomej składowej Δx.

W pracy [10] też podano sposób obliczenia sił naciągu lin na podstawie zbioru współrzędnych punktów na linie, wyznaczonych metodą geodezyjną. Przyjęto tam, że wpasowywana krzywa teoretyczna ma przechodzić przez punkty przytwierdzenia liny. Rozwiązanie to odpowiada wariantowi zilustrowanemu na rysunku 2.15c.

Jednym z najpoważniejszych problemów konstrukcji cięgnowych jest wydłużanie się cięgien wraz z upływem czasu oraz związane z tym zmniejszanie się ich naprężenia. Wywołuje to konieczność stopniowego korygowania (ponownego zwiększania) siły naciągu, co staje się powodem dalszego wydłużania cięgna. Wielokrotne powtarzanie korekcji siły naciągu powoduje sumowanie się wydłużeń cięgna, co grozi przekroczeniem granicy jego sprężystości i „płynięciem", a następnie doprowadzeniem do stanu, przy którym nastąpić może utrata nośności i zerwanie cięgna. Konieczne więc jest sprecyzowanie granicy - wartości dopuszczalnego wydłużenia cięgna oraz kontrolowanie, czy cięgna w istniejących konstrukcjach nie przekroczyły tej wartości. Chodzi głównie o to, aby korygując stopniowo naprężenie cięgna, które ulegało „zwiotczeniu" wskutek wydłużania pod łącznym wpływem długotrwałego obciążenia (wydłużenie reologiczne), zmian temperatury (wydłużenie termiczne) i przyrostów obciążenia, nie dopuścić do nadmiernego naciągnięcia, utraty nośności i zerwania cięgna. Określenie tej granicy następuje na drodze doświadczalnej i wydaje się bardziej jednoznaczne w stosunku do cięgien w postaci pojedynczych drutów lub wiązek drutów równoległych (kabli), natomiast mniej jednoznaczne jest w przypadku lin o zróżnicowanym splocie, grubości i przekrojach drutów oraz zastosowanym rodzaju rdzenia.

Podstawowe znaczenie dla zachowania bezpieczeństwa montażu, eksploatacji i remontów konstrukcji cięgnowych ma niedopuszczenie do przekroczenia granicznych naprężeń i wydłużeń cięgien, bowiem mogłoby to doprowadzić do ich nadmiernego uplastycznienia i zerwania.

Naprężenia i wydłużenia cięgien są częściowo współzależne, lecz mają też cechy odrębne, wymagające osobnego rozpatrywania. Wynika to z tego, że nadmierne wydłużenia mogą powstawać niekoniecznie wskutek nadmiernych naprężeń, lecz wskutek: długotrwałego obciążenia, występujących pod jego wpływem odkształceń trwałych o charakterze reologicznym i korekt naprężenia stosowanych okresowo w formie regulacji mających na celu przywracanie uprzednich naprężeń, zmniejszonych wskutek zaistniałych wydłużeń.

W punkcie 2.2.1 przedstawiam problematykę wyznaczania naprężeń, zaś w 2.2.2 problematykę wyznaczania wydłużeń cięgien w konstrukcjach cięgnowych na zasadzie geometrycznej, przy użyciu metod geodezyjnych. Celem tych opracowań jest głównie umożliwienie prowadzenia monitoringu naprężeń i sumarycznych wydłużeń cięgien jak też wyznaczanie, w toku badań eksperymentalnych, granicznych wartości naprężeń i wydłużeń cięgien o określonej budowie.

Za szczególnie niebezpieczny stan, wymagający konfrontowania wyników monitoringu naprężeń i wydłużeń, uważa się obciążenie cięgien warstwą szadzi, śniegu lub lodu, powodujące bliżej nieokreślone przyrosty ciężaru jednostkowego cięgna, co uniemożliwia lub utrudnia określenie rzeczywistych naprężeń. W takim przypadku o stanie naprężeń można w pośredni sposób wnioskować na podstawie wyników monitoringu wydłużeń cięgna.

Dokładniejszy sposób określenia wpływu oblodzenia, wykorzystujący znaną siłę skupioną obciążającą cięgno, omówiony jest w rozdziale 4. Szczególnie duże niebezpieczeństwo powstaje w przypadku, gdy cięgno obciążone dodatkowo warstwą szadzi podlega obniżeniu temperatury, powodującemu dodatkowe zwiększenie siły naciągu.

Trzeba podkreślić, że dla bezpieczeństwa konstrukcji cięgnowej nie wystarczy dbać o to, aby nie zostały przekroczone graniczne wartości naprężeń i wydłużeń, bowiem o bezpieczeństwie tym decyduje również zachowanie projektowych proporcji naprężeń i wydłużeń zespołu cięgien. Na przykład w przypadku masztów i kominów z odciągami zagrożenie bezpieczeństwa konstrukcji może zachodzić nawet w przypadku nieprzekroczenia tych granicznych wartości lecz przy znacznym ich zróżnicowaniu w poszczególnych linach odciągowych utrzymujących określony węzeł masztu.

2.2. Podstawy prezentowanej metody

2.2.1. Wyznaczanie siły naciągu cięgna na podstawie parametru a krzywej łańcuchowej

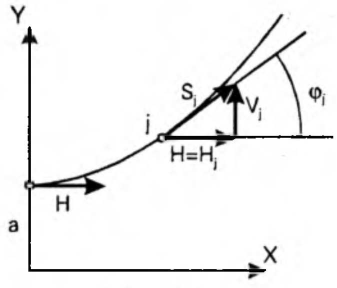
Prezentowana metoda oparta jest na zasadzie geometrycznej, której podstawą jest interpretacja fizyczna krzywej łańcuchowej [54]. Zgodnie z tą interpretacją, do obliczenia poziomej składowej siły naciągu H cięgna spełniającego warunki niezbędne do tego, aby jego krzywa zwisu mogła być utożsamiana z krzywą łańcuchową, służy wzór

$$H_a = aq \tag{2.1}$$

gdzie:

- a - parametr a krzywej łańcuchowej,
- q - ciężar jednostkowy (ciężar 1 mb. cięgna, przy q = const. na całej długości cięgna).

Parametr a zostaje tu wyznaczony z wpasowania krzywej łańcuchowej w zbiór punktów zaobserwowanych na osi cięgna, zgodnie z dyrektywą (1.5).



Rys. 2.1

Siła naciągu cięgna w dowolnym jego punkcie j, skierowana stycznie do krzywej łańcuchowej, wyraża się wzorem

$$S_j = \frac{H_a}{\cos\varphi_j} = \frac{aq}{\cos\varphi_j} \tag{2.2}$$

gdzie: φ_j - kąt nachylenia stycznej do krzywej w punkcie j (rys. 2.1).

W przypadku wpasowania ortogonalnego, tj. przy $m_{xj} = m_{yj}$, możliwe staje się obliczenie wartości $\cos\varphi_j$ we wszystkich punktach j, o wyznaczonych z wpasowania odchyłkach Δx_j , Δy_j , z wzoru

$$\cos\varphi_j = \frac{\Delta y_j}{\sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2}} \tag{2.3}$$

a siłę styczną S_j w miejscu spodka prostopadłej opuszczonej z punktu j na wpasowaną krzywą łańcuchową obrazującą cięgno, możemy obliczyć z wzoru

$$S_j = aq\frac{\sqrt{\Delta x_j^2 + \Delta y_j^2}}{\Delta y_j} \tag{2.4}$$

lub wg [54] z wzoru $S_j = q(y_j + \Delta y_j + y_o)$ (2.4a)

który można wykorzystać w przypadku, gdy $m_{xj} \neq m_{yj}$ (por. rozdz. 6.1.3., wzór 6.13.).

Znając powierzchnię czynną przekroju poprzecznego cięgna - F możemy obliczyć naprężenie σ cięgna w j-tym punkcie ze wzoru

$$\sigma_j = \frac{H_j}{F\cos\varphi_j} \tag{2.5}$$

Pionową składową V siły naciągu cięgna w dowolnym punkcie j możemy obliczyć ze wzoru

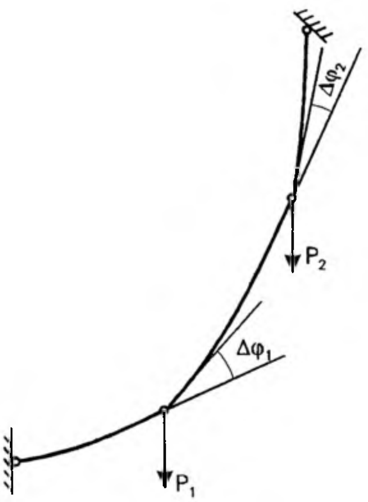
$$V_j = H_a \, tg\varphi_j \tag{2.6}$$

Jeżeli w punkcie j wyznaczone zostały składowe Δx_j , Δy_j wpasowania ortogonalnego przy $m_{xj} = m_{yj}$, to pionową składową siły V możemy obliczyć ze wzoru

$$V_j = -H_a \frac{\Delta x_j}{\Delta y_j} \tag{2.7}$$

We wzorze (2.1) wartość q wyraża ciężar jednostkowy cięgna, przy q = const na całym badanym odcinku.

W praktyce jednak często mamy do czynienia z cięgnami, które są obciążone w miejscach pośrednich, między punktami przytwierdzenia L i K, dodatkowymi siłami skupionymi P_1 ,P_2 , ... (rys.2.2).



Rys. 2.2

Występuje to np. w przypadku lin odciągowych masztów radiowo-telewizyjnych wskutek tego, że na linach tych zawieszone są izolatory, spinacze łączące odcinki liny, bądź też inne elementy stanowiące część wyposażenia nadawczego, lub też o innym przeznaczeniu, jak np. mechaniczne tłumiki drgań.

Pod wpływem tych sił skupionych rzeczywista krzywa zwisu odbiega swym kształtem od krzywej łańcuchowej w taki charakterystyczny sposób, że w miejscach obciążenia siłami skupionymi występują załamania krzywej zwisu pod kątami $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$,... (por. też rys. 3.1), zaś na odcinkach między tymi miejscami krzywe zwisu przyjmują kształt zbliżony do krzywych łańcuchowych. Tak więc krzywą zwisu cięgna trzeba wówczas traktować jako krzywą łamaną, składającą się z odcinków krzywoliniowych o kształtach zbliżonych do krzywych łańcuchowych.

Powstaje problem, w jaki sposób wyznaczyć na zasadzie geometrycznej siłę naciągu cięgna obciążonego siłami skupionymi. Są wówczas możliwe do zastosowania dwa sposoby postępowania:

1. obliczyć siłę $H_{az} = a_z q_z$, gdzie symbol z oznacza, że wyznaczeniu podlegają wartości zastępcze, obarczone wpływem sił skupionych (sposób zastępczy),
2. obliczyć siły H_a ze wzoru (2.1), korzystając z parametrów a krzywych łańcuchowych wpasowanych w podzbiory punktów na odcinkach cięgna spełniających warunek q = const. (sposób odcinkowy).

2.2.1.1. Sposób zastępczy

W celu obliczenia siły H_{az} sposobem zastępczym można wpasować krzywą łańcuchową w zbiór punktów rozmieszczonych na cięgnie obciążonym siłami skupionymi. Czyni się to ze świadomością, że wynik takiego wpasowania będzie obarczony dużym błędem m_{or}, z powodu znacznego odbiegania kształtu rzeczywistej krzywej zwisu od wpasowanej krzywej łańcuchowej. Obliczenie siły naciągu cięgna następuje ze wzoru

$$H_{az} = a_z q_z \tag{2.8}$$

gdzie:

q_z - jednostkowe obciążenie zastępcze, obliczone z uwzględnieniem jednostkowego obciążenia q = const ciężarem własnym cięgna i z uwzględnieniem wartości, kierunków i miejsc obciążenia cięgna siłami skupionymi.

Postępowanie to uznać trzeba za przybliżone z racji świadomego (lub nieświadomego) obarczenia wyniku wpasowania błędami postaci funkcji, jak również z tego powodu, że obliczenie q_z nie odbywa się jednoznacznie. Obliczenie q_z może być dokonywane w różny sposób. W przypadku np., gdy pionowo skierowane siły skupione P są jednakowe, rozmieszczone gęsto i równomiernie na cięgnie o długości l , to q_z można obliczyć ze wzoru przybliżonego

$$q_z = q + \frac{\sum P}{l} \tag{2.9}$$

W przypadku, gdy siły skupione występują w kilku zaledwie miejscach cięgna i są duże w stosunku do ciężaru własnego cięgna, konieczne jest zastosowanie innej drogi, lepiej uwzględniającej nierównomierność rozmieszczenia tych sił. W przypadku lin odciągowych masztów obciążonych izolatorami i innym osprzętem - drogę taką wskazano w [47]. Postępowanie to relacjonuję niżej (wprowadzając jedynie zmiany oznaczeń w celu utrzymania ich jednoliości w niniejszym tekście).

W [47] podano sposób obliczenia zastępczego obciążenia jednostkowego q_z liny odciągowej masztu radiowego, spowodowanego występowaniem sił skupionych $P_1, P_2, \ldots$, obciążających dodatkowo linę, polegający na traktowaniu liny jak belki swobodnie podpartej o rozpiętości d w rzucie poziomym. Należy mianowicie obliczyć moment maksymalny M_{max} (rys.2.3) od sił skupionych $P_1, P_2, \ldots$, jakimi są izolatory i łączniki, i przyrównać go do momentu $\frac{q_1 d^2}{s}$ (s- długość cięciwy), skąd wynika

$$q_1 = \frac{8M_{max}}{d^2} \tag{2.10}$$

Zgodnie z [47], całkowite (jednostkowe) obciążenie liny, rozłożone równomiernie na całej długości odciągu jest równe

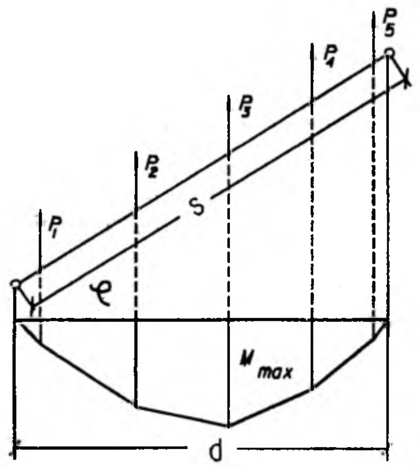
$$q_z = q + q_1 \cos\varphi \tag{2.11}$$

gdzie: φ - kąt nachylenia cięciwy odciągu

q - ciężar jednostkowy liny.

Po obliczeniu siły zastępczej H_{az} ze wzoru (2.8) podstawiamy ją do wzorów (2.1-2.7), w miejsce H_a, w celu obliczenia odpowiednich składowych sił naciągu.

W praktyce istotnym utrudnieniem dobrego zastosowania sposobu zastępczego bywa brak informacji o ciężarach i lokalizacji środków ciężkości przedmiotów zawieszonych na linach. Uniemożliwia to lub utrudnia obliczenie wartości q_z. Takie przypadki dotyczą głównie masztów dawno już eksploatowanych, przy odbiorze których zapomniano odnotować w dokumentacji odpowiednie dane lub gdy dokumentacja taka zaginęła.



Rys. 2.3

Nie czuję się upoważniony do komentowania w niniejszej pracy stopnia poprawności obliczania q_z, natomiast koncentruję uwagę na w miarę możności poprawnym wyznaczaniu parametru a_z na drodze pomiarów i wpasowań, co uznaję za mieszczące się w moich kompetencjach zawodowych. Dotyczy to głównie doprowadzenia do zakończenia obliczeń wpasowujących, przy bacznej obserwacji zbieżności wyników i efektów szacowania błędów a'priori, tak, aby osiągnięty został cel wpasowania charakteryzującego się najmniejszymi osiągalnymi wartościami m_{or} .

Pragnę tu podkreślić, że wszystkie dotychczas stosowane metody wyznaczania sił korzystające z mierzonych strzałek zwisu cięgna i inne oparte na zasadzie geometrycznej, w przypadku cięgien obciążonych siłami skupionymi, miały charakter metod przybliżonych.

2.2.1.2. Sposób odcinkowy

W sposobie odcinkowym obowiązują wzory (2.1) - (2.7), natomiast różnica w stosunku do wyznaczania sił w cięgnie zawieszonym między dwoma punktami i nie obciążonym siłami skupionymi polega na tym, że wartości parametru a wyznacza się oddzielnie dla każdego odcinka cięgna o zachowanym q = const.

Spotykane w literaturze określenia krzywej łańcuchowej są różne, z reguły zawierają stwierdzenie, że kształt taki przyjmuje krzywa zwisu wiotkiego cięgna o q = const, rozwieszonego między dwoma punktami.

Zastosowanie sposobu odcinkowego wymaga podkreślenia, że cięgno na określonym odcinku układa się wzdłuż krzywej łańcuchowej niezależnie od tego, czy końce tego odcinka są utwierdzone, obciążone siłami skupionymi, czy też na zewnątrz od tych końców odcinka cięgna następuje zmiana wartości q.

Aby wyznaczyć siłę H_a sposobem odcinkowym należy wyznaczyć z pomiaru współrzędne co najmniej trzech punktów rozmieszczonych na rozpatrywanym odcinku. Lepiej jednak, gdy tych punktów jest cztery lub więcej, gdyż wówczas zadanie jest rozwiązywane z elementami nadliczbowymi. Punkty te nie powinny być zbytnio skupione, lecz rozmieszczone na rozpatrywanym odcinku w miarę równomiernie.

Bardzo istotne ze względu na cel wykonywanych pomiarów i obliczeń jest uniknięcie rozmieszczenia punktów obserwowanych wykorzystywanych do wpasowania, na odcinku cięgna podlegającym zagięciom o małym promieniu pod wpływem działania sił poprzecznych, tj. w sąsiedztwie nieprzegubowych skrępowań lub obciążeń w okolicy końca odcinka, gdzie krzywa zwisu układa się odmiennie niż krzywa łańcuchowa obrazująca zwis środkowej części odcinka.

Z tego powodu, zwłaszcza gdy mamy do czynienia ze stosunkowo krótkim i grubym cięgnem, o dużej sztywności poprzecznej, należy punkty o wyznaczanych współrzędnych obierać na odcinku w odległości co najmniej kilkunastu do kilkudziesięciu centymetrów od jego końców, tak aby uzyskać większe prawdopodobieństwo, że znajdują się one już na wyznaczanej krzywej łańcuchowej, a nie w strefie przejściowej, gdzie pokonywany jest wpływ sprężystości poprzecznej. Praktycznie należy zaobserwować również punkty ograniczające rozpatrywany odcinek, aby uzyskać dane dotyczące jego długości, ale przy wpasowywaniu, w przypadku podejrzenia, że leżą one na krzywej zniekształconej lokalnie, należy przypisać im większe błędy a'priori, tak aby nie miały praktycznego wpływu na wpasowywaną krzywą łańcuchową. Jest możliwe, że wpływ lokalnego zagięcia liny nie wystąpi - wówczas w toku ponownego wpasowania można te punkty potraktować jako równorzędne dokładnościowo z pozostałymi punktami zaobserwowanymi na rozpatrywanym odcinku.

2.2.2. Wyznaczenie wydłużeń ε cięgna

Cięgno ułożone na poziomej, idealnie śliskiej powierzchni, pod wpływem przyłożonej siły naciągu H_p ulega wydłużeniu Δl_p w stosunku do długości l_o bez przyłożonej siły naciągu, tj. przy $H_o = 0$ (przy zachowanej niezmiennej temperaturze)

$$\Delta l_p = \Delta l_s + \Delta l_T \tag{2.12}$$

gdzie: Δl_s - wydłużenie sprężyste,
Δl_T - wydłużenie trwałe (plastyczne).

Wydłużenie takie może nastąpić wskutek wstępnego przeciągania cięgna.

Następnie cięgno rozwieszone w konstrukcji cięgnowej, pod wpływem przyłożonych, stycznie skierowanych sił naciągu podlega dalszym wydłużeniom eksploatacyjnym Δl_e, również składającym się z części o charakterze sprężystym Δl_{se} i trwałym Δl_{Te}

$$\Delta l_e = \Delta l_{se} + \Delta l_{Te} \tag{2.13}$$

W rezultacie, po pewnym czasie eksploatacji cięgno może wydłużyć się w stosunku do długości pcządkowej l_o o wartość

$$\Delta l = \Delta l_p + \Delta l_e \tag{2.14}$$

Zadanie polega na wyznaczeniu aktualnego wydłużenia względnego

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} \tag{2.15}$$

które nie może przekroczyć granicznej wartości ε_G, grożącej zerwaniem cięgna. Każda wyprodukowana lina powinna być zaopatrzona w atest zawierający informację o wartości ε_G .

Na szkodliwy wpływ wydłużenia liny postępującego z upływem czasu zwraca się uwagę w [27] - str. 25 i [59] - str. 31.

Pomiar długości l_o poziomo ułożonej liny powinien się odbyć przed wstępnym przeciąganiem. Należy jednak podkreślić, że pomierzenie wartości l_o nie jest praktycznie możliwe, bowiem lina, poddana sile naciągu $H_o = 0$ nie jest dostatecznie rozprostowana. Dlatego, zamiast l_o

przy H = 0, mierzy się długość l_{min} przy H_{min} wystarczającej do rozprostowania cięgna, lecz jeszcze nie powodującej istotnego co do wartości wydłużenia. W tym celu, przed wstępnym przeciągnięciem liny, po jej rozwinięciu należy na linie trwale oznaczyć dwa punkty przy początku i końcu, a w miarę możliwości również punkty pośrednie rozmieszczone równomiernie na całej długości liny. Punkty te powinny być oznaczone w sposób umożliwiający obserwowanie odległości między nimi przed i podczas wstępnego przeciągania liny, oraz umożliwiający wyznaczanie ich współrzędnych po rozwieszeniu liny w konstrukcji cięgnowej. Punkty te służą do oznaczenia odcinków liny, których zmiany długości powinny być okresowo wyznaczane w celu wyznaczania wydłużeń. Oznaczenie większej liczby punktów służy badaniu, czy poszczególne fragmenty liny nie są bardziej podatne na wydłużenia, np. z powodu powstających miejscowych uszkodzeń (pękania poszczególnych drutów) lub zwiększonych wpływów korozji. Trzeba pamiętać, że np. lina odciągowa wysokiego masztu przebiega przez warstwy atmosferyczne o zróżnicowanych warunkach wilgotności i zdolności osadzania się szadzi i lodu, zmieniających miejscowo warunki obciążenia i narażenia na korozję.

Podczas wstępnego przeciągania lina ułożona poziomo zostaje naciągnięta najpierw minimalną siłą $H_{min} > H_o$, niezbędną do rozciągnięcia liny umożliwiającego zmierzenie jej długości l_{min}. Zmierzoną długość l_{min}, lub długość l_o obliczoną na podstawie l_{min} z uwzględnieniem siły H_{min}, należy odnotować w sposób gwarantujący przechowywanie tej informacji przez cały okres eksploatacji liny, bowiem do niej muszą być odnoszone wyniki wszystkich dalszych pomiarów długości tego samego odcinka liny, informujące o postępujących jego wydłużeniach.

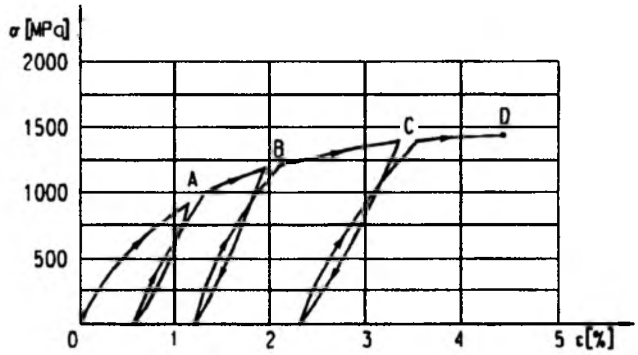
Następnie lina zostaje naciągnięta siłą H rzędu 0.3-0.4 siły H_{kr} (H_{kr} - siła, przy której następuje zerwanie liny), pozostawiona pod tą siłą naciągu przez co najmniej jedną godzinę i ponownie odciążona do siły H_o (lub H_{min}). Przy sile H należy wykonać pomiar długości l i powtórzyć go kilkakrotnie w celu upewnienia się, czy nie następuje zwiększanie się wydłużenia. Po zwolnieniu naciągu, tj. ponownym osiągnięciu siły H_o, należy zmierzyć długość l'_o.

Zachowanie się liny pod wpływem wielokrotnego obciążania i odciążania orientacyjnie charakteryzuje wykres zależności

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad \sigma = \frac{H}{F}$$

zaczerpnięty z [27] (rys. 2.4) i wskazujący na możliwość stopniowego zmieniania się wartości modułu sprężystości E (moduł sprężystości byłby niezmienny, gdyby krzywa OABCD była prostą).

Zaistniałe całkowite wydłużenie liny Δl_p w czasie jej wstępnego przeciągania powinno być odnotowane i informacja ta również powinna być przechowywana przez cały okres eksploatacji liny. Chodzi tu głównie o to, aby w okresie eksploatacji można było ocenić, jaka część wydłużenia trwałego Δl_T została wyzwolona w trakcie przeciągania liny i jak dużych wartości wydłużenia trwałego można jeszcze oczekiwać w czasie eksploatacji prowadzonej bez przeciążeń liny. Ponadto, na podstawie wyników wstępnego przeciągania liny należy ustalić zmienioną w jego wyniku aktualną wartość modułu sprężystości, gdyż jest ona później niezbędna do obliczania przyrostów siły naciągu cięgna rozwieszonego w konstrukcji.



Rys. 2.4

Po rozwieszeniu liny w konstrukcji cięgnowej należy okresowo wyznaczać odległości $l_1, l_2, ..., l_n$ między uprzednio oznaczonymi punktami liny, w celu bieżącego kontrolowania, czy nie następują zbyt duże wydłużenia ε_1, ε_2,..., ε_n, liczone w stosunku do odnotowanej uprzednio długości l_{min} lub l_o .

W tym celu trzeba wyznaczać z pomiaru współrzędne punktów oznaczonych na osi liny, i innych punktów nieoznaczonych, w łącznej liczbie wystarczającej do dokonania wpasowania ortogonalnego krzywej łańcuchowej i wyznaczenia jej parametrów. Odległości między spodkami prostopadłych, opuszczonych z oznaczonych punktów, np. 1 i j, na osi liny na wpasowaną krzywą łańcuchową wzdłuż krzywej łańcuchowej, obliczamy wg [56] ze wzoru

$$l_{l-j} = \sqrt{(y_j + \Delta y_j + y_o)^2 - a^2} - \sqrt{(y_l + \Delta y_l + y_o)^2 - a^2} \tag{2.16}$$

W tym miejscu jeszcze raz podkreślę, że do poprawnego wyznaczania tych odległości (oznaczonych odcinków krzywej łańcuchowej) właściwe są parametry krzywej obliczone metodą wpasowania uwzględniającego błędy pseudoobserwacji x_j, y_j, w szczególności metodą wpasowania ortogonalnego, przy $m_{xj} = m_{yj}$.

Metodyka obliczania długości odcinków krzywej łańcuchowej i ich błędów omówiona jest w rozdziale 6.

2.2.3. *Wyznaczenie przyrostów siły naciągu cięgna na podstawie zmian $\Delta\varepsilon$ względnego wydłużenia ε*

W przypadku, gdy wyznaczona różnica $\Delta\varepsilon$ względnych wydłużeń uzyskana z dwóch pomiarów l_1 i l_2

$$\Delta\varepsilon = \frac{l_2 - l_1}{l_o} \tag{2.17}$$

spowodowana jest sprężystą zmianą długości Δl_{se} (2.13), jesteśmy w stanie obliczyć wartość przyrostu siły naciągu cięgna w kierunku równoległym do cięciwy rozpatrywanego odcinka krzywej łańcuchowej

$$S_2 - S_1 = \Delta S_e = \Delta\varepsilon EF \tag{2.18}$$

gdzie: E - aktualna wartość modułu sprężystości

F - powierzchnia czynna przekroju poprzecznego cięgna.

Należy pamiętać, że siły styczne S_1 i S_2 dotyczą odcinków dwóch krzywych łańcuchowych wpasowanych na początku i na końcu rozpatrywanego okresu, którym odpowiadać mogą różniące się nieco nachylenia φ_1 i φ_2 cięciwy. Przy niedużej różnicy nachylenia cięciwy możemy obliczać poziomą składową zmiany siły naciągu

$$H_2 - H_1 = \Delta H_\varepsilon = \Delta\varepsilon EF \cos\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \tag{2.19}$$

Obliczanie przyrostów ΔS_e i ΔH_e ze wzorów (2.18) i (2.19) jest praktycznie możliwe, gdy przyrosty siły mieszczą się w granicach sprężystych zmian naprężenia i następują w stosunkowo krótkim czasie, to jest, nie są obarczone wpływem postępujących w czasie wydłużeń trwałych.

Jeżeli w czasie eksploatacji wykonamy dwukrotnie pomiary współrzędnych punktów na linie i wykonamy wpasowania krzywych łańcuchowych prowadzące do wyznaczenia zgodnie z 2.2.1 poziomych składowych siły naciągu (na podstawie wyznaczonych parametrów a_1, a_2)

$$H_1 = a_1 q \tag{2.20}$$

$$H_2 = a_2 q \tag{2.21}$$

to uzyskana różnica siły naciągu

$$\Delta H_a = H_2 - H_1 = (a_2 - a_1) q \tag{2.22}$$

może być skonfrontowana z różnicą ΔH_ε wyznaczoną ze wzoru (2.19).

W praktyce nie należy oczekiwać bardzo dużej zgodności wartości przyrostów siły ΔH_ε i ΔH_a uzyskanych ze wzorów (2.19) i (2.22), głównie z tego powodu, że moduł sprężystości E wyznaczany jest z dosyć znacznym błędem, ponadto może on ulegać w czasie eksploatacji liny stosunkowo dużym zmianom, niemożliwym do bieżącego wyznaczenia (w obliczeniach posługujemy się wartością modułu wyznaczoną po wstępnym przeciąganiu). Trzeba się też liczyć z tym, że wartość ΔH_ε jest obarczona wpływem występowania, obok wydłużeń sprężystych, również wydłużeń plastycznych cięgna.

Tym nie mniej możliwość obliczenia przyrostów sił na dwóch drogach, wykorzystujących zmiany geometryczne zachodzące w rozwieszonym cięgnie:

- za pośrednictwem parametrów a, charakteryzujących kształt krzywej łańcuchowej i
- za pośrednictwem wydłużeń $\Delta\varepsilon$, charakteryzujących zmiany położenia punktów materialnych cięgna wzdłuż jego osi,

może mieć pewne znaczenie dla weryfikacji uzyskiwanych rezultatów.

2.3. Eksperymenty i próbne zastosowania

2.3.1. Eksperyment 1

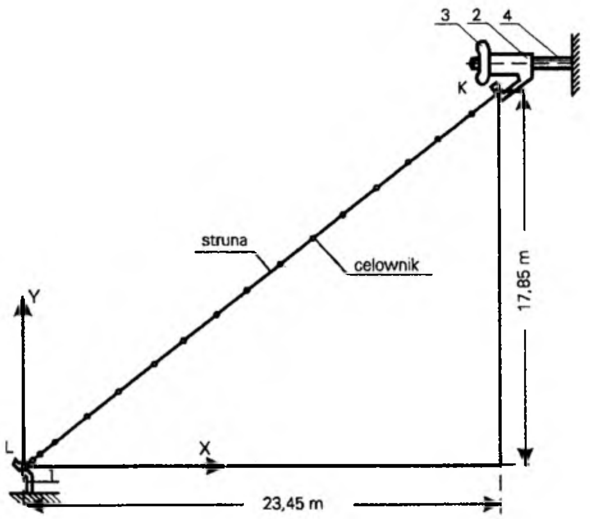
Eksperyment ma na celu praktyczne zbadanie osiągalnej dokładności wpasowania i porównanie wyników wyznaczania siły naciągu cięgna

dwoma sposobami:
- przy wykorzystaniu parametru a wpasowanej krzywej łańcuchowej i
- przy wykorzystaniu sprężystych zmian długości cięgna $\Delta\varepsilon$

oraz ocenę dokładności wyznaczania zmian długości cięgna.

Eksperyment polega na tym, że na strunie o średnicy 0.55 mm i długości 29,5 m oznaczyłem w odległościach co około 2 m szereg celowników, a następnie strunę przytwierdziłem w punkcie L przegubowo do nieruchomej płytki (1) - rys. 2.5 i w punkcie K przegubowo do uchwytu (2) przemieszczanego nakrętką (3) po przytwierdzonej trwale śrubie (4). Przy ustalonym położeniu uchwytu (2) wyznaczyłem metodą kątowych wcięć w przód, wg wariantu zilustrowanego na rysunku 1.5b - współrzędne x,y celowników, otrzymując zbiór współrzędnych A (tabl.2.1). Następnie przemieściłem uchwyt (2) po śrubie (4) o pewną wartość w lewo, tak aby zmniejszyć naprężenie struny i wykonałem ponowny pomiar, wyznaczając empiryczny zbiór B współrzędnych celowników (tabl. 2.2). Po następnym przemieszczeniu uchwytu (2) o pewną wartość w lewo wykonałem trzeci pomiar, wyznaczając empiryczny zbiór C współrzędnych celowników (tabl. 2.3).

W eksperymencie tym nie dokonałem bezpośredniego pomiaru sił naciągu, bowiem nie dysponowałem wówczas niezbędnym do tego wyposażeniem.



Rys. 2.5

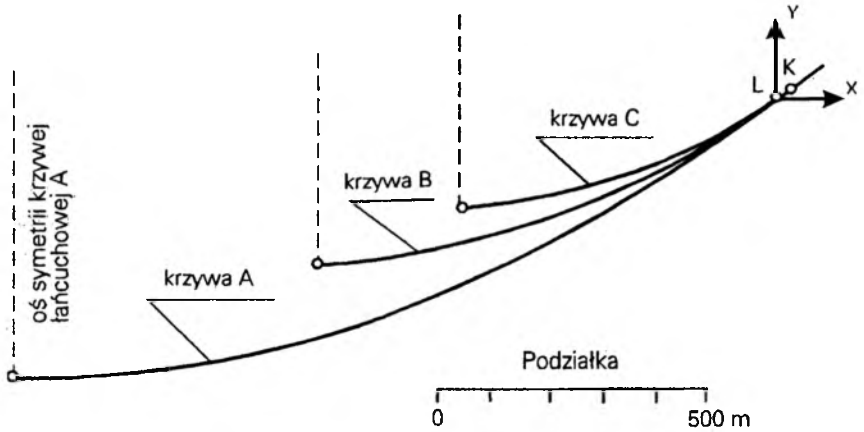
Wyniki wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiory A, B, C punktów empirycznych, oznaczonych na strunie, zawarte są w tablicach 2.1, 2.2 i 2.3. W każdej z tych tablic kolumna 2 zawiera wyznaczone z pomiarów empiryczne współrzędne celowników, kolumna 3 zawiera odchyłki Δy wpasowania krzywych łańcuchowych, dokonanego wg algorytmu 1^0, zaś kolumna 4 zawiera odchyłki Δx, Δy i obliczone na ich podstawie odchyłki Δr wpasowania krzywych łańcuchowych wg algorytmu 2^0. Odchyłki te wykazałem w tablicach 2.1-2.3 z dokładnością dwóch znaków po przecinku. Program wykorzystuje odchyłki obliczone z taką liczbą znaków, aby obliczenie funkcji trygonometrycznych kątów φ nachylenia stycznych do wpasowanej krzywej łańcuchowej mogło być dokonane z wymaganą wyższą dokładnością.

W kolumnie 5 znajdują się wartości $1/\cos\varphi$ (obliczone z wzoru (2.3)), gdzie φ - kąt nachylenia stycznej do wpasowanej krzywej łańcuchowej, zaś w kolumnie 6 znajdują się odległości między spodkami prostopadłych opuszczonych z punktów empirycznych na krzywą łańcuchową a punktem nr 1, obliczone ze wzoru (2.16) oraz (w nagłówku) błędy średnie tych odległości, obliczone wg formuł (6.17) i (6.21), jako błędy funkcji parametrów krzywej łańcuchowej i poprawionych obserwacji wyznaczających punkty na krzywej łańcuchowej. Wartości zestawione w kolumnie 5 są wykorzystywane do obliczenia sił naciągu S, zaś wartości zestawione w kolumnie 6 są dalej wykorzystane do obliczenia wydłużeń cięgna pod wpływem zaistniałych zmian siły naciągu (tabl. 2.5).

We wszystkich trzech przypadkach otrzymałem wysokie dokładności wpasowań, wyrażone błędami $m_{or} = \pm 0.32\text{-}0.44$mm. Było to możliwe dzięki celowaniu na oznaczone punkty na cienkiej strunie, ograniczającemu wpływ błędu celowania z powodu cienia. Celowniki były wykonane przy użyciu naklejonych na strunę wąskich pasków srebrzystej taśmy.

Błędy m_{or} pokazane w tablicach 2.1 - 2.3 wyraźnie wskazują, w konfrontacji z nie wykazanymi błędami wyznaczenia współrzędnych x_j, y_j punktów na strunie, na dobrą zgodność wpasowanego modelu (krzywych łańcuchowych) z rzeczywistymi krzywymi zwisu struny. Osiągnięte wysokie dokładności wynikają tu z bardzo dobrych, jednoznacznych celów i niedużej długości cięgna.

Porównanie dokładności wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiory A,B,C wykazuje wyraźnie, że dokładność jest wyższa w zbiorze A, dotyczącym punktów struny silniej naciągniętej, niż w zbiorach B, C, dotyczących struny słabiej naciągniętej. Rezultat ten pokrywa się z zaobserwowanym podczas pomiarów, wyczuwalnym drganiem struny przy wyznaczaniu zbiorów B,C.



Rys. 2.6

Rysunek 2.6 pokazuje wykresy powyższych krzywych łańcuchowych z zaznaczeniem odcinka LK (por. rys. 2.5), na podstawie którego nastąpiło ich wpasowanie i obliczenie parametrów x_o, y_o, a.

W tablicy 2.4 kolumna 2 zawiera wypisane z tablic 2.1, 2.2 i 2.3 wartości parametru a, zaś kolumna 3 - obliczone na tej podstawie, ze wzoru (2.1), siły H_a przy znanej wartości q= 2.24 G/m.

W tablicy 2.4 w kolumnie 4 zawarte są wydłużenia sprężyste odcinka 2-17 wg długości podanych w tablicach 2.1-2.3, w kolumnie 6.

W tablicy 2.4 kolumna 5 zawiera wartość 1/cosφ dotyczącą średniego kierunku stycznej z stycznych w punktach 1 i 17 wg danych z tablic 2.1, 2.2 i 2.3.

W tablicy 2.4 kolumna 6 zawiera przyrosty ΔH w stosunku do siły H_a, obliczone ze wzoru (2.19), zaś kolumna 7 zawiera siły $H_ε$.

Wartości $H_{śr}$ w kolumnie 8 obliczone są na podstawie H_a z kolumny 3 i $H_ε$ z kolumny 7. Stopień zgodności tych rezultatów ilustrują względne odchyłki $dH/H_{śr}$ zestawione w kolumnie 9.

Długości odcinków krzywych łańcuchowych zestawione w tablicach 2.1, 2.2 i 2.3 dają możliwość bardziej szczegółowego analizowania zaistniałych względnych wydłużeń struny pod wpływem zmian jej naprężenia, nie ograniczającego się do zmiany długości struny na odcinku 29m, między punktami 1 i 17, lecz dotyczącego również krótszych odcinków pośrednich. Analiza taka może służyć określeniu dokładności wyznaczenia względnych zmian długości, jak też określeniu stopnia równomierności lokalnych wartości $\Delta\varepsilon$ na poszczególnych odcinkach. W tablicy 2.5 zestawiono względne zmiany długości odcinków 20, 16, 12, 8 i 4-metrowych struny, policzone we wszystkich kombinacjach, oraz błędy średnie m_ε tych zmian, policzone jako błędy średnich arytmetycznych. Widoczne jest, że błędy wyznaczenia względnych zmian długości są małe na dłuższych odcinkach i rosną wraz ze skracaniem odcinków, na których są wyznaczane. To spostrzeżenie skłania do rozważenia, jak długi powinien być odcinek l_o, aby na podstawie obserwowanych okresowo przemieszczeń tych punktów można było z pożądaną dokładnością wyznaczać względne zmiany długości cięgna.

Do tego celu, w fazie projektowania pomiarów, możemy posługiwać się przybliżonym, empirycznym wzorem

$$m_\varepsilon = \frac{\sqrt{m_{or}^2 + m_{or}'^2}}{l_o} \tag{2.23}$$

w którym m_{or}, m'_{or} - oszacowane wstępnie błędy wpasowania, możliwe do osiągnięcia przy pomiarach okresowych.

W tablicy 2.6 zestawiłem błędy obliczone ze wzoru (2.23), z użyciem błędów m_{or_A}, m_{or_B}, m_{or_C} zaczerpniętych z tablic 2.1, 2.2, 2.3 i błędy m_ε zaczerpnięte z tablicy 2.5.

Błędy m_ε zestawione w tablicy 2.6, obliczone na podstawie różnic długości osiągniętych w wariantach A, B i C, okazały się mniejsze o ok. 30% od m_ε wynikających z oszacowań błędów długości obliczonych wg formuł (6.17) i (6.21), jako błędy funkcji parametrów krzywej łańcuchowej i poprawionych obserwacji wyznaczających punkty na krzywej łańcuchowej.

Powyższe zestawienie (tabl. 2.6), wykazało tu dużą zgodność błędów m_ε, wyznaczonych na dwóch omówionych drogach, przekonując do możliwości praktycznego korzystania ze wzoru (2.23).

Korzystając ze wzoru (2.23) możemy ustalić minimalne długości odcinków między oznaczonymi punktami liny, na których osiągnąć można wystarczająco mały błąd, w zależności od osiągalnego błędu wpasowania. Przyjmując, że błędy w obu pomiarach (przed i po wydłużeniu liny) mają jednakowe wartości, możemy napisać

$$l_o = \frac{\sqrt{2}m_{or}}{m_\varepsilon} \tag{2.24}$$

gdzie:

l_o - długość odcinka liny, na którym wyznaczamy wydłużenie lokalne ε.

Tablica 2.1

Nr pkt	x_i (m)	y_i (m)	Δy_i (mm)	Δx_i (mm)	Δy_i (mm)	Δr_i (mm)	1/cosφ	L_i ± 0.00043 (m)
1	2		3	4			5	6
L	0.0000	1.5711	0.0	-0.01	0.02	0.02	1.2519	0.00000
2	0.4235	1.8901	0.1	-0.04	0.05	0.06	1.2521	0.53020
3	0.8135	2.1838	0.3	-0.14	0.18	0.23	1.2522	1.01842
4	1.6027	2.7796	-0.5	0.22	-0.30	-0.37	1.2526	2.00727
5	3.1993	3.9838	0.3	-0.16	0.21	0.26	1.2531	4.00707
6	4.8108	5.2024	-0.4	0.20	-0.26	-0.33	1.2537	6.02745
7	6.4025	6.4064	0.1	-0.04	0.05	0.06	1.2544	8.02323
8	8.0089	7.6238	-0.1	0.06	-0.07	-0.09	1.2550	10.03881
9	9.6104	8.8382	0.6	-0.28	0.37	0.46	1.2555	12.04868
10	11.2663	10.0971	-0.3	0.13	-0.17	-0.21	1.2562	14.12878
11	12.8785	11.3241	-0.8	0.37	-0.48	-0.61	1.2568	16.15479
12	14.5160	12.5704	0.3	-0.17	0.22	0.28	1.2574	18.21263
13	16.1429	13.8114	0.3	-0.16	0.21	0.26	1.2580	20.25881
14	17.7462	15.0365	-0.2	0.07	-0.10	-0.12	1.2586	22.27659
15	19.3603	16.2709	-0.1	0.04	-0.05	-0.06	1.2592	24.30860
16	20.9561	17.4923	0.6	-0.30	0.39	0.49	1.2599	26.31818
17	22.5510	18.7160	-0.1	0.04	-0.06	-0.07	1.2605	28.32844
K	23.4682	19.4203	-0.3	0.17	-0.22	-0.27	1.2608	29.48485

długość cięgna 29.5m m_{oy} = ±0.40 mm	m_{or}= ±0.32 mm
x_c= 1399.947684 ± 8,6 m y_o =2517.576432 ± 15,4 m a = 2012.1882778 ± 12,3 m	

Tablica 2.2

Nr pkt	x_j (m)	y_j (m)	Δy_j (mm)	Δx_j (mm)	Δy_j (mm)	Δr_j (mm)	1/cosφ	L_j ± 0,00061 (m)
1	2		3		4		5	6
L	0.0000	1.5708	0.1	-0.04	0.06	0.07	1.2496	0.00000
2	0.4239	1.8883	0.3	-0.15	0.20	0.25	8	0.52962
3	0.8142	2.1811	0.2	-0.10	0.13	0.16	1.2501	1.01754
4	1.6044	2.7749	-0.5	0.26	-0.34	-0.43	6	2.00598
5	3.2024	3.9753	0.3	-0.16	0.21	0.26	15	4.00462
6	4.8149	5.1909	-0.5	0.23	-0.30	-0.38	25	6.02399
7	6.4074	6.3920	0.7	-0.35	0.46	0.58	35	8.01865
8	8.0135	7.6089	-1.0	0.48	-0.63	-0.79	45	10.03370
9	9.6141	8.8214	0.1	-0.06	0.08	0.10	55	12.04170
10	11.2694	10.0800	-0.6	0.31	-0.41	-0.51	65	14.12115
11	12.8807	11.3068	-0.4	0.18	-0.24	-0.30	74	16.14632
12	14.5160	12.5534	1.1	-0.52	0.68	0.85	85	18.20258
13	16.1411	13.7970	0.4	-0.21	0.27	0.34	95	20.24892
14	17.7405	15.0235	-0.1	0.07	-0.09	-0.11	1.2605	22.26445
15	19.3514	16.2605	0.2	-0.11	0.15	0.19	14	24.29550
16	20.9428	17.4854	0.3	-0.16	0.21	0.26	25	26.30375
17	22.5339	18.7136	-0.5	0.25	-0.32	-0.41	34	28.31371
K	23.4469	19.4187	-0.2	0.08	-0.10	-0.13	1.2640	29.46729

m_{oy}= ±0.55 mm	m_{ox}= ±0.44 mm
	x_o= 856.361592 ± 4,6 m y_o =1543.493344 ± 8,2 m a = 1236.465982 ± 6,5 m

Tablica 2.3

Nr pkt	x_j (m)	y_j (m)	Δy_j (mm)	Δx_j (mm)	Δy_j (mm)	Δr_j (mm)	$1/\cos\varphi$	L_j ± 0,00062 (m)
1	2		3	4			5	6
L	0.0000	1.5710	0.1	-0.06	0.09	0.11	1.2465	0.00000
2	0.4248	1.8870	0.4	-0.17	0.23	0.29	69	0.52944
3	0.8159	2.1789	-0.2	0.08	-0.10	-0.13	72	1.01747
4	1.6078	2.7695	-0.1	0.04	-0.06	-0.07	80	2.00535
5	3.2090	3.9658	0.8	-0.37	0.49	0.61	93	4.00409
6	4.8232	5.1780	-0.7	0.36	-0.47	-0.59	1.2508	6.02277
7	6.4174	6.3766	0.1	-0.06	0.08	0.10	22	8.01729
8	8.0249	7.5912	-1.2	0.57	-0.76	-0.95	36	10.03207
9	9.6265	8.8028	-0.2	0.07	-0.10	-0.12	51	12.04033
10	11.2821	10.0603	-0.1	0.07	-0.09	-0.11	65	14.11934
11	12.8930	11.2877	-0.1	0.03	-0.05	-0.06	80	16.14456
12	14.5264	12.5352	1.0	-0.47	0.61	0.77	95	18.19986
13	16.1495	13.7805	0.3	-0.13	0.17	0.21	1.2609	20.24564
14	17.7469	15.0091	0.4	-0.19	0.25	0.31	24	22.26087
15	19.3553	16.2507	-0.2	0.08	-0.10	-0.13	39	24.29275
16	20.9430	17.4789	0.5	-0.23	0.30	0.38	53	26.30005
17	22.5307	18.7125	-0.5	0.25	-0.32	-0.41	68	28.31066
K	23.4419	19.4214	-0.3	0.15	-0.19	-0.24	76	29.46514
			m_{oy} = ±0.56 mm			m_{or} = ± 0.44 mm		

x_0 = 583.045337 ± 2,1 m

y_0 = 1054.096796 ± 3,8 m

a = 846.923156 ± 3,0 m

Tablica 2.4

Zbiór	a [m]	H_t [kG]	$10^6\Delta\varepsilon$	$1/\cos\varphi$	$\Delta H = \Delta\varepsilon EF\cos\varphi$ [kG]	H_ε [kG]	H_{tr} [kG]	dH/H_{tr}	σ [kG/mm²]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	2012	4.51	0	1.257					19.0
B	1236	2.77	-509	1.257	-1.73	2.78	2.78	0.00	11.7
C	847	1.90	-612	1.257	-2.08	2.43	2.16	0.12	9.1

Tablica 2.6

l_0 [m]	$m_{\varepsilon_{AB}} 10^5$		$m_{\varepsilon_{AC}} 10^5$		$(m_{\varepsilon_{AB}} = m_{\varepsilon_{AC}})\ 10^5$
	ze wzoru (2.23)	z tabl. 2.5	ze wzoru (2.23)	z tabl. 2.5	na podstawie wzoru 6.21
20	2.7	2.0	2.7	3.0	3.7
16	3.3	4.0	3.3	4.0	4.7
12	4.5	5.0	4.5	5.0	6.3
8	6.8	7.0	6.8	8.0	9.4
4	13.5	12.0	13.5	11.0	18.8

Tablica 2.5

Nr odc.	Długości odcinków krzywych łańcuchowych			$\Delta\varepsilon$ x 10^5			
	l_A [m]	l_B [m]	l_C [m]	$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta l_{B-A}}{l_0}$	v	$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta l_{C-}}{l_0}$	v
1	2	3	4	5	6	7	8
1-13	20.25881	20.24892	20.24564	-49	3	-65	-2
4-14	20.26932	20.25847	20.25652	-53	-1	-63	0
5-15	20.30153	20.29088	20.28866	-52	0	-63	0
6-16	20.29073	20.27973	20.27728	-54	-2	-66	-3
7-17	20.30521	20.29506	20.29337	-50	2	-58	5
				-52	$m_\varepsilon=\pm2$	-63	$m_\varepsilon=\pm3$
1-11	16.15479	16.14632	16.14456	-52	0	-63	1
4-12	16.20536	16.19660	16.19451	-54	-2	-67	-3
5-13	16.25174	16.24430	16.24155	-46	6	-63	1
6-14	16.24914	16.24046	16.23810	-54	-2	-68	-4
7-15	16.28537	16.27685	16.27546	-52	0	-61	3
8-16	16.27937	16.27002	16.26798	-57	-5	-70	-6
9-17	16.27976	16.27201	16.27033	-48	4	-58	6
				-52	$m_\varepsilon=\pm4$	-64	$m_\varepsilon=\pm4$
1-9	12.04868	12.04170	12.04033	-58	-5	-70	-5
4-10	12.12151	12.11517	12.11399	-52	1	-62	3
5-11	12.14772	12.14170	12.14047	-50	3	-60	5
6-12	12.18518	12.17859	12.17709	-54	-1	-66	-1
7-13	12.23558	12.23027	12.22835	-44	9	-59	6
8-14	12.23778	12.23075	12.22880	-58	-5	-74	-9
9-15	12.25992	12.25380	12.25242	-50	3	-61	4
10-16	12.18940	12.18257	12.18071	-56	-3	-71	-6
11-17	12.17365	12.16739	12.16610	-51	2	-62	3
				-53	$m_\varepsilon=\pm5$	-65	$m_\varepsilon=\pm5$
1-7	8.02323	8.01865	8.01729	-57	-3	-74	-9
4-8	8.03154	8.02772	8.02672	-48	6	-60	5
5-9	8.04161	8.03708	8.03708	-57	-3	-57	8
6-10	8.10133	8.09716	8.09657	-52	2	-60	5
7-11	8.13156	8.12767	8.12727	-49	5	-54	11
8-12	8.17382	8.16888	8.16779	-62	-8	-75	-10
9-13	8.21013	8.20722	8.20531	-36	18	-60	5
10-14	8.14781	8.14330	8.14153	-56	-2	-78	-13
11-15	8.15381	8.14918	8.14819	-58	-4	-70	-5
12-16	8.10555	8.10114	8.10019	-55	-1	-67	-2
13-17	8.06963	8.06479	8.06502	-60	-6	-58	7
				-54	$m_\varepsilon=\pm7$	-65	$m_\varepsilon=\pm8$
1-5	4.00707	4.00462	4.00409	-61	-7	-74	-9
4-6	4.02018	4.01801	4.01742	-54	0	-69	-4
5-7	4.01616	4.01403	4.01320	-53	1	-74	-9
6-8	4.01136	4.00971	4.00930	-41	13	-52	13
7-9	4.02545	4.02305	4.02304	-60	-6	-60	5
8-10	4.08997	4.08745	4.08727	-63	-9	-68	-3
9-11	4.10611	4.10462	4.10423	-37	17	-47	18
10-12	4.08385	4.08143	4.08052	-60	-6	-83	-18
11-13	4.10402	4.10260	4.10108	-36	18	-74	-9
12-14	4.06396	4.06187	4.06101	-52	2	-74	-9
13-15	4.04979	4.04658	4.04711	-80	-26	-67	-2
14-16	4.04159	4.03927	4.03918	-58	-4	-60	5
15-17	4.01984	4.01821	4.01791	-41	3	-48	17
				-54	$m_\varepsilon=\pm12$	-65	$m_\varepsilon=\pm11$

Sposób przeprowadzenia eksperymentu 1 oraz jego wyniki mogą mieć znaczenie przy weryfikacji wzorów stosowanych do obliczania zmian naprężenia cięgien pod wpływem wzajemnego przemieszczania się uchwytów, w sposób zmniejszający lub zwiększający ich wzajemną odległość.

Weryfikacja taka może być szczególnie pożyteczna, zwłaszcza w związku z informacją zawartą w [60], że w praktyce obliczeń projektowych do obliczania cięgien nachylonych stosowany jest wzór słuszny jedynie w stosunku do cięgien usytuowanych poziomo.

W niniejszym eksperymencie cięgno o długości $l = 29.46$ m, $E = 18000$ kG/mm^2, którego cięciwa nachylona jest pod kątem $\varphi = 41^g.40$ do poziomu a początkowe naprężenie $s = 19.0$ kG/mm^2 (zbiór A) - pod wpływem skrócenia cięciwy o $\Delta s = 0.0006s = 0.0177$ m (ze zmianą nachylenia do $\varphi_1 = 41^g.42$) uległo zmniejszeniu naprężenia do $s_1 = 11.7$ kG/mm^2, to jest o 38% (zbiór B). Skrócenie cięciwy o $\Delta s = 0.000685\ s = 0.0202$ m, ze zmianą nachylenia do $\varphi_2 = 41^g.43$, spowodowało zmniejszenie naprężenia do $s_2 = 9.1$ kG/mm^2, to jest o 52% (zbiór C w stosunku do zbioru A). Oczywiście pomiar taki można przeprowadzić na przedstawionych zasadach przy innych długościach i nachyleniach cięgien, oraz wstępnych naprężeniach cięgien, wywołując wymagane przemieszczenia uchwytów i wyznaczając z pomiaru wynikające z nich zmiany naprężenia.

2.3.2. Eksperyment 2

W celu wyjaśnienia skutków obliczania sił naciągu liny na podstawie parametru a obliczonego z wpasowania krzywej łańcuchowej w pełny zbiór punktów wyznaczonych na linie, przy obciążeniu liny siłami skupionymi, przeprowadziłem następujący eksperyment pomiarowo - obliczeniowy.

2.3.2.1 Opis eksperymentu, obliczenie błędów wpasowania i sił sposobem zastępczym

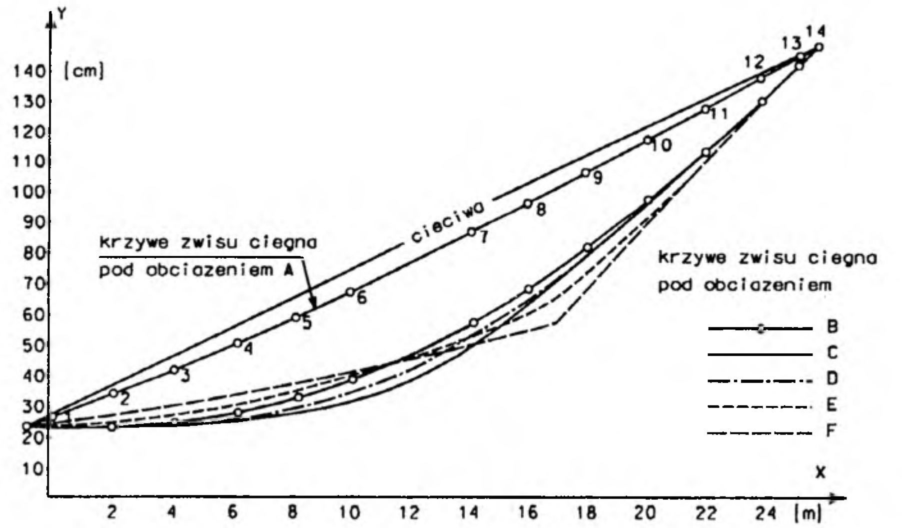
Strunę o średnicy Φ 0.55mm, o ciężarze jednostkowym $q = 2.24$ G/m i długości $l = 27.42$ m, rozwiesiłem jak na rysunku 2.7 i wykonałem pomiary do wyznaczenia współrzędnych 14-tu punktów oznaczonych na niej. Wyznaczone współrzędne zestawione są w tablicy 2.7. W zbiór A współrzędnych punktów (tabl. 2.7, kol. 2, 3), wpasowałem krzywą łańcuchową o wyznaczonych parametrach podanych w tablicy 2.8 w wierszu A, kol.2.

Tablica 2.7

Nr pkt	Zbiór A		Zbiór B		Zbiór C		Zbiór D		Zbiór E		Zbiór F	
	x [m]	y[m]	x[m]	y[m]	x[m]	y[m]	x[m]	y[m]	x[m]	y[m]	x[m]	y[m]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0.0000	0.2611	0.0000	0.2133	0.0000	0.2170	0.0000	0.2158	0.0000	0.2247	0.0000	0.2360
2	2.0061	0.3380			2.0094	0.2225	2.0095	0.2198	2.0094	0.2443	2.0085	0.2707
3	4.0359	0.4183	4.0411	0.2382	4.0421	0.2359	4.0416	0.2315	4.0411	0.2708	4.0414	0.3055
4	6.0498	0.5008	6.0573	0.2740	6.0583	0.2570	6.0580	0.2515	6.0579	0.3059	6.0583	0.3423
5	8.0932	0.5857	8.1025	0.3243	8.1047	0.2855	8.1042	0.2790	8.1039	0.3487	8.1047	0.3802
6	10.1483	0.6738	10.1593	0.3906	10.1620	0.3217	10.1605	0.3553	10.1607	0.3990	10.1623	0.4195
7	14.2486	0.8570	14.2621	0.5692	14.2639	0.5015	14.2639	0.5370	14.2657	0.5245	14.2688	0.5024
8	16.2547	0.9501	16.2677	0.6796	16.2685	0.6406	16.2700	0.6370	16.2734	0.5975	16.2767	0.5448
9	18.2678	1.0455	18.2786	0.8047	18.2792	0.7886	18.2816	0.7677	18.2859	0.7206	18.2888	0.6657
10	20.2608	1.1424	20.2708	0.9428	20.2685	0.9421	20.2713	0.9259	20.2721	0.8910	20.2759	0.8595
11	22.2782	1.2428	22.2850	1.0985	22.2838	1.1050	22.2858	1.0947	22.2870	1.0711	22.2883	1.0567
12	24.2751	1.3447	24.2793	1.2671	24.2782	1.2740	24.2788	1.2684	24.2797	1.2567	24.2801	1.2526
13	25.7483	1.4209			25.7476	1.4031	25.7484	1.4018	25.7490	1.3986	25.7489	1.3979
14	26.2320	1.4461	26.2315	1.4465	26.2309	1.4465	26.2313	1.4469	26.2314	1.4458	26.2313	1.4467

Tablica 2.8

Zbiór	x_o [m] y_o [m] a [m]	m_{or} [mm]	q_z [G/m]	H_{za} [kG]	$\Delta\varepsilon \cdot 10^6$	$\Delta H= \Delta\varepsilon EF$ [kG]	$H_{z\varepsilon}=H_A + \Delta H$ [kG]	$H_{śr}$ [kG]	$\frac{H_{z\varepsilon}-H_{śr}}{H_{śr}}$	σ [kG/mm^2]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	67.636 ± 0.3 1789.226 ± 5.8 1788.208 ± 5.8 -0.346 ± 0.01	0.2	2.24	4.01						16.9
B	271.770 ± 0.3 271.983 ± 0.3 -1.878 ± 0.4	0.4	22.59	6.14	443	1.89	5.90	6.02	0.02	25.3
C	231.476 ± 8.5 231.686 ± 8.5 -1.685 ± 0.2	18.5	32.96	7.64	566	2.42	6.43	7.04	0.09	29.6
D	239.277 ± 4.1 239.489 ± 4.1 -2.174 ± 0.7	8.9	26.21	6.28	577	2.47	6.48	6.38	0.02	26.9
E	235.014 ± 14.9 235.259 ± 15.0 -3.861 ± 1.1	33.5	30.66	7.21	548	2.34	6.35	6.78	0.07	28.5
F	209.060 ± 22.9 209.342 ± 22.9	57.9	38.45	8.05	669	2.86	6.87	7.46	0.09	31.4
	E= 18000 kG/mm^2 F=0.2375 mm^2									



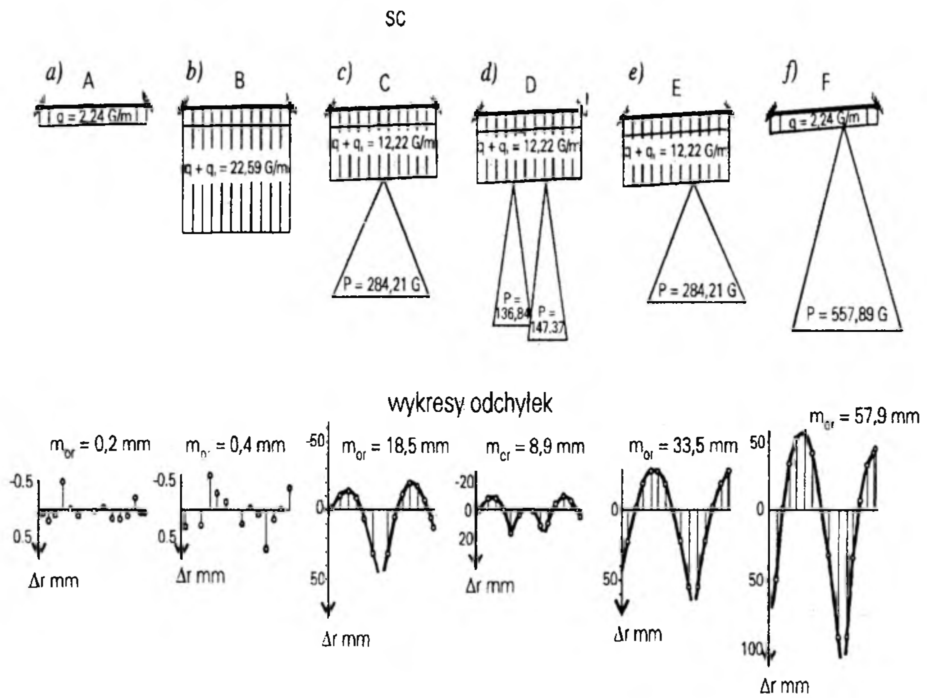
Rys. 2.7

Dokładność dokonanego wpasowania charakteryzuje błąd $m_{or}= \pm$ 0.2mm (kolumna 3). Schemat obciążeń struny i uzyskane odchyłki Δr wpasowania ortogonalnego przedstawione są na rysunku 2.8a.

Następnie strunę obciążyłem ciężarkami w liczbie n = 53, o wadze P=10.52 G każdy, zawieszonymi na niej w równych odstępach i ponownie wyznaczyłem współrzędne 14 oznaczonych punktów, uzyskując zbiór B W zbiór ten wpasowałem krzywą łańcuchową, której wyznaczone parametry podane są w tablicy 2.8 w kol.2. Dokładność dokonanego wpasowania charakteryzuje błąd m_{or} = ± 0.4mm (kolumna 3). Schemat obciążeń struny, zakładający dodatkowe jej obciążenie gęsto i równomiernie rozmieszczonymi obciążnikami, dla którego dodatkowe obciążenie zastępcze obliczone jest ze wzoru

$$q_1 = \frac{Pn}{l} = \frac{10.5263 \times 53}{27.42} = 20.35\ G/m$$

pokazałem na rysunku 2.8b, wraz z wykresem uzyskanych odchyłek Δr wpasowania ortogonalnego.



Rys. 2.8

Wyniki wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiory A,B wykazują wysoką dokładność wpasowania. W przypadku zbioru B dokładność wpasowania okazała się zgodna z błędami wyznaczenia współrzędnych wpasowania, powodowanymi zapewne również rzeczywistym obciążeniem struny gęsto i równomiernie rozmieszczonymi, jednakowymi siłami skupionymi, zamiast całkowicie równomiernego jej obciążenia. Jednak chaotyczność rozkładu odchyłek Δr pokazanych na rysunkach 2.8a, b nie wskazuje na występowanie wyraźnego błędu postaci, to jest błędu założenia, że krzywa zwisu jest krzywą łańcuchową.

Następnie wykonałem cztery pomiary współrzędnych punktów oznaczonych na strunie, przy czterech innych rozmieszczeniach 53 obciążników, otrzymując w rezultacie zbiory C,D,E i F.

Zbiór C współrzędnych otrzymałem po obciążeniu struny 26 obciążnikami rozmieszczonymi w równych odstępach oraz 27 obciążnikami zawieszonymi w pobliżu środka struny (dokładnie na środku odcinka 6-7). Schemat tego obciążenia struny przedstawia rysunek 2.8c. W zbiór C współrzędnych wpasowałem krzywą łańcuchową, której wyznaczone parametry zestawione są w tablicy 2.8 w kolumnie 2. Otrzymana przy tym wartość m_{or} = ±18.5 mm (kolumna 3), wskazuje wyraźnie, że obciążenie struny w pobliżu środka siłą skupioną równą 27x10.5263 = 284.21 G spowodowało gwałtowny wzrost błędu wpasowania w stosunku do błędów wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiory A i B. Świadczy to, że rzeczywista krzywa zwisu tak obciążonej struny znacznie odbiega kształtem od wpasowanej krzywej łańcuchowej. Jak się okazało, w tym przypadku widoczna jest wyraźna systematyczność odbiegania rzeczywistej krzywej zwisu struny od wpasowanej krzywej łańcuchowej, wyrażona dyskretnie przez uzyskane wartości odchyłek Δr w miejscach punktów oznaczonych na strunie, podlegających pomiarowi.

Na rysunku 2.8c pokazany jest wykres odległości rzeczywistej krzywej zwisu struny od wpasowanej krzywej łańcuchowej, poprowadzony przez końce wektorów odchyłek Δr. Zawieszenie siły skupionej P = 284.21 G w pobliżu środka struny powoduje, że rzeczywista krzywa zwisu struny na jej odcinkach od początku struny do miejsca przyłożenia tej siły skupionej i na odcinku od miejsca siły skupionej do końca struny jest bardziej zbliżona do dwóch krzywych łańcuchowych wpasowanych w podzbiory C_1, C_2 punktów rozmieszczonych na tych odcinkach. Potwierdzeniem tego są wyniki wpasowań krzywych łańcuchowych w podzbiory C_1,C_2 , zamieszczone w tablicy 2.9, gdzie wysoka dokładność wpasowań m_{or} i chaotyczność otrzymanych odchyłek Δr wskazują, że przy takich wpasowaniach nie wystąpiły błędy doboru postaci funkcji. W tablicy 2.8 w kolumnie 4 wiersz C podałem obciążenie zastępcze q_z, obliczone ze wzoru (2.11) wg [47].

Zbiór D współrzędnych dotyczy struny obciążonej 26 obciążnikami rozmieszczonymi w równych odstępach oraz dwoma siłami skupionymi: P_1 = 136.84 G, w odległości ok. 1/3 długości struny od jej początku (dokładnie na środku odcinka 5-6) i P_2 = 147.37 G, umieszczonej na 2/3 odległości od początku struny (dokładnie na środku odcinka 8-9). W zbiór D współrzędnych wpasowałem krzywą łańcuchową, której wyznaczone parametry zestawione są w tablicy 2.8 w kolumnie 2. Otrzymana przy tym wartość m_{or} = ± 8.9 mm również (podobnie jak w zbiorze C) wskazuje na wpływ błędu doboru postaci funkcji. Widoczne to jest na rysunku 2.8d, gdzie pokazałem schemat obciążenia struny i wykres odległości rzeczywistej krzywej zwisu struny od wpasowanej krzywej łańcuchowej. Można sądzić, że rzeczywista krzywa zwisu jest bardziej zbliżona do krzywej łamanej, składającej się z trzech krzywych łańcuchowych wpasowanych w podzbiory punktów D_1, D_2 i D_3 na odcinkach oddzielonych miejscami zawieszenia sił skupionych. Potwierdzają to wyniki wpasowań krzywych łańcuchowych w podzbiory D_1, D_2 i D_3 zamieszczone w tablicy 2.9, gdzie widoczne jest wyraźne zmniejszenie błędów m_{or}. W tablicy 2.8 w kolumnie 4 wiersz D podałem jednostkowe obciążenie zastępcze q_z obliczone ze wzoru (2.11) wg [47].

Zbiór E współrzędnych otrzymałem po obciążeniu struny 26 obciążnikami rozmieszczonymi w równych odstępach oraz siłą skupioną P = 284,21 G przyłożoną na strunie w ok. 2/3 odległości od jej początku. W zbiór E współrzędnych wpasowałem krzywą łańcuchową, której parametry zawarte są w kolumnie 2 tablicy 2.8. Otrzymana wartość m_{or} = ±33.5 mm wskazuje na znaczny wzrost wpływu błędu doboru postaci funkcji, uwydatniającego się tu dodatkowo na skutek asymetrycznego usytuowania siły skupionej. Schemat obciążenia i wykres odległości rzeczywistej krzywej zwisu od wpasowanej krzywej łańcuchowej pokazane są na rysunku 2.8e. Praktycznie wolne od błędu założenia postaci funkcji są natomiast krzywe łańcuchowe wpasowane osobno w dwa podzbiory współrzędnych E_1, E_2 punktów leżących na rzeczywistej krzywej zwisu, odpowiednio na odcinku od początku do 2/3 długości struny (miejsce przyłożenia siły skupionej) i na końcowym odcinku 1/3 długości struny. Potwierdzają to wyniki obliczeń zawarte w tablicy 2.9, gdzie widoczne jest wyraźne zmniejszenie błędów m_{or}. W tablicy 2.8 w kolumnie 4 wiersz E, podałem jednostkowe obciążenie zastępcze obliczone ze wzoru (2.11) wg [47].

Zbiór F współrzędnych dotyczy struny obciążonej ciężarem własnym: 27.42 m x 2.24 G/m = 61.42 G oraz w odległości 2/3 od jej początku dodatkową siłą skupioną P = 557.89 G. Zwraca uwagę fakt, że w tym przypadku nie tylko wzrosło znacznie obciążenie siłą skupioną, ale również zwiększył się stosunek tej siły do ciężaru własnego struny. Parametry krzywej łańcuchowej wpasowanej w zbiór F przedstawione są w kolumnie 2 tablicy 2.8. Błąd m_{or} ma tu wartość 57.9 mm. Obrazem obciążeń struny i odległości rzeczywistej krzywej jej zwisu od wpasowanej krzywej łańcuchowej jest rysunek 2.8f. Podobnie jak uprzednio, wpasowałem krzywe łańcuchowe w podzbiory F_1, F_2 punktów na odcinkach struny oddzielonych miejscem przyłożenia siły skupionej, otrzymując rezultaty zestawione w tablicy 2.9. W tablicy 2.8 w kolumnie 4 wiersz F podałem jednostkowe obciążenie zastępcze obliczone z wzoru (2.11) wg [47].

Istotną cechą niniejszego eksperymentu jest to, że w wariantach B,C,D,E i F zostało zastosowane jednakowe dodatkowe obciążenie struny ciężarem P, przy czym zbiór B współrzędnych uzyskany został przy praktycznie równomiernym dodatkowym obciążeniu jednostkowym q_1=P/l, co umożliwiło nie budzące wątpliwości obliczenie siły naciągu struny $H=a(q+q_1)$ (tabl. 2.8, kol. 5).

Na podstawie zbiorów C, D, E i F obliczyłem siły H_{az} naciągu struny, wykazane w kolumnie 5, korzystając z parametrów a zestawionych w kolumnie 2 i jednostkowych obciążeń zastępczych zestawionych w kolumnie 4.

Zbiory A i B w tablicy 2.8 wykazały wysoką dokładność wpasowań w nie krzywych łańcuchowych, czego nie można już powiedzieć o zbiorach C, D, E i F obciążonych wpływem sił skupionych.

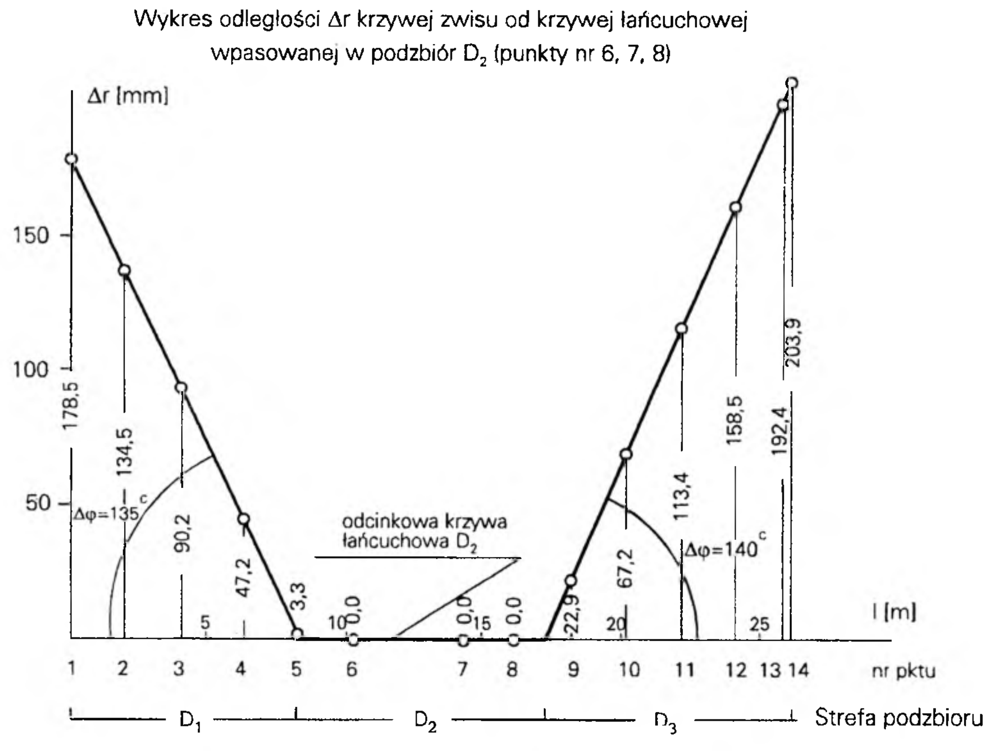
2.3.2.2. Obliczenie parametrów i błędów wpasowania sposobem odcinkowym

W tej sytuacji interesujące wyniki daje analiza podzbiorów C_1, C_2, D_1, D_2, D_3 E_1, E_2, F_1, F_2, uzyskanych przy obciążeniu struny siłami skupionymi (tabl. 2.9).

Wpasowania w te podzbiory krzywych łańcuchowych charakteryzują bardzo małe błędy m_{or}, a rozkłady odchyłek nie wykazują tendencji systematycznych. Wpasowania krzywych łańcuchowych w podzbiory C_1, C_2, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, F_1 i F_2 wykonałem przy założeniu, że punkty na sąsiadujących odcinkach biorą udział we wpasowaniu z błędami 100 razy większymi niż punkty badanego podzbioru i uzyskują składowe Δr. Umożliwiło to uzyskanie informacji o położeniu sąsiadujących odcinków struny względem odcinka wpasowywanego. Na rysunku 2.9 pokazuję przykładowo wykres odchyłek Δr uzyskany przy wpasowaniu krzywej łańcuchowej w podzbiór D_2 zawierający punkty 6-8. Widoczne jest, że odcinek D_1 struny, zawierający punkty 1-5 odchyla się systematycznie od kierunku krzywej łańcuchowej wg podzbioru D_2 pod kątem $\Delta\varphi = 135^c$, zaś odcinek struny D_3, zawierający punkty 9-14, odchyla się systematycznie od kierunku krzywej łańcuchowej wg podzbioru D_2 pod kątem $\Delta\varphi = 140^c$.

2.3.2.3. Obliczenie kątów nachylenia stycznych w sposobie odcinkowym

Bliższe a zarazem dokładniejsze określenie wzajemnych odchyleń kątowych, odcinkowych krzywych łańcuchowych, składających się na krzywą zwisu cięgna obciążonego siłami skupionymi, daje porównanie kątów nachylenia stycznych do tych krzywych w określonych ich punktach. Niżej zestawiłem dla przykładu kąty nachylenia φ stycznych w punktach 1-14, obliczone ze wzoru (1.7) dla krzywych łańcuchowych wpasowanych w zbiory D_1, D_2, D_3 oraz różnice tych kątów $\Delta\varphi$ w poszczególnych punktach (tabl. 2.10). Widoczne jest, że kąty między stycznymi do krzywych z tych zbiorów zmieniają się stopniowo w miarę przesuwania się stycznych wzdłuż krzywych, co świadczy o nieznacznych różnicach krzywizny tych krzywych. W zestawieniu obwiedzione linią grubą są kąty nachylenia w punktach wyznaczających podzbiory, biorących efektywny udział we wpasowaniu (z błędami współrzędnych oszacowanymi a'priori).



Rys. 2.9

Z tablicy 2.10 możemy uzyskać wprost kąty przecięcia odcinkowych krzywych łańcuchowych w miejscach obciążenia cięgna siłami skupionymi; kąt w punkcie załamania na odcinku 5-6 między krzywymi łańcuchowymi ze zbioru D_1, D_2, $\Delta\varphi = 1^g\ 35^c$ oraz kąt $\Delta\varphi$ w punkcie załamania na odcinku 8-9 między krzywymi łańcuchowymi ze zbiorów D_2, D_3, $\Delta\varphi = 1^g\ 41^c$.

Tablica 2.9

Zbiór	Nr pkt.	x_o (m)	y_o (m)	a (m)	m_{or} (mm)	Kąt $\Delta\varphi$ załamania	Zbiór	m_{or} (mm)	a (m)
1	2	3			4	5	6	7	8
C_1	1-6	0.627	548.632	548.848	0.41	$0.039=249^c$	$C_{1.1}$	0.23	548.923
		±0.06	±5.5	±5.5					±5.5
C_2	7-14	21.892	534.976	534.253	0.22		$C_{2.1}$	0.23	534.295
		±0.2	±2.7	±2.7					±2.7
D_1	1-5	0.109	523.752	523.967	0.63	$0.021=135^c$	$D_{1.1}$	0.21	524.060
		±0.06	±7.7	±7.7					±7.7
D_2	6-8	12.109	549.353	549.252	-----		$D_{2.1}$	----	
D_3	9-14	21.844	518.170	517.382	0.43	$0.022=140^c$	$D_{3.1}$	0.29	517.445
		±0.9	±10.2	±10.2					±10
E_1	1-8	4.110	534.590	534.799	0.32	$0.041=263^c$	$E_{1.1}$	0.31	534.828
		±0.05	±2.5	±2.5					±2.5
E_2	9-14	26.760	539.659	538.495	0.50		$E_{2.1}$	0.12	538.578
		±0.43	±4.7	±4.7					±4.7
F_1	1-8	53.65	3259.74	3259.53	0.43	$0.074=467^c$	$F_{1.1}$	0.43	3259.537
		±2.0	±108.2	±108.2					±108
F_2	9-14	320.27	3513.35	3497.62	0.81		$F_{2.1}$	0.41	3497.567
		±65	±663	±660					±660

Tablica 2.10

Pod-zbiór	Nr pkt	φ_{D1}	φ_{D2}	φ_{D3}	$\Delta\varphi_{2\text{-}1}=\varphi_{D2}-\varphi_{D1}$	$\Delta\varphi_{3\text{-}2}=\varphi_{D3}-\varphi_{D2}$	$\Delta\varphi_{3\text{-}1}=\varphi_{D3}-\varphi_{D1}$
		g c	g c	g c	g c	g c	g c
D_1	1	0 00	1 40	2 69	1 40	1 29	2 69
	2	0 25	1 64	2 94	1 39	1 30	2 69
	3	0 50	1 87	3 19	1 37	1 32	2 69
	4	0 74	2 10	3 44	1 36	1 34	2 70
	5	0 99	2 34	3 69	1 35	1 35	2 70
D_2	6	1 24	2 59	3 94	1 35	1 35	2 70
	7	1 74	3 06	4 44	1 32	1 38	2 70
	8	1 98	3 29	4 69	1 31	1 40	2 71
D_3	9	2 23	3 52	4 94	1 29	1 42	2 71
	10	2 47	3 75	5 18	1 28	1 43	2 71
	11	2 71	3 98	5 43	1 27	1 45	2 72
	12	2 95	4 21	5 67	1 26	1 46	2 72
	13	3 13	4 38	5 86	1 25	1 48	2 73
	14	3 19	4 44	5 91	1 25	1 47	2 72

Praktycznie prostoliniowe przebiegi wykresów D_1,D_2 i D_3 świadczą o braku dużych (grubych) błędów wyznaczenia empirycznych współrzędnych punktów na strunie oraz pozwalają oczekiwać małych wartości m_{or} wpasowań krzywych łańcuchowych w poszczególne podzbiory osobno, co potwierdzają wyniki zawarte w tablicy 2.9, kolumnie 4.

W tablicy 2.9 w kolumnie 5 podane są obliczone wartości $\Delta\varphi$ kątów załamania krzywej zwisu w miejscach jej obciążenia siłami skupionymi, zaś w kolumnie 3 podane są parametry krzywych łańcuchowych przebiegających na odcinkach między punktami załamania krzywych zwisu struny.

2.3.2.4. Obliczenie wydłużeń względnych w sposobie odcinkowym

Wobec tego, że odcinkowe krzywe łańcuchowe zostały tu wpasowane z wysokimi dokładnościami, charakteryzowanymi min. przez błędy m_{or} z kolumny 4, można mieć zaufanie do wysokiej dokładności długości odcinków między punktami oznaczonymi na strunie. Umożliwiło to obliczenie długości krzywych zwisu przy obciążeniach siłami skupionymi z podzbiorów C_1, C_2, D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, F_1, F_2 i porównania ich z długościami odpowiednich odcinków ze zbioru A. Długości najdłuższych osiągalnych odcinków, uzyskanych z tych zbiorów i podzbiorów, wyrażone w metrach oraz oszacowania ich błędów względnych obliczonych wg formuł (6.17) i (6.21), jako błędy funkcji parametrów krzywej łańcuchowej i poprawionych obserwacji wyznaczających punkty na krzywej łańcuchowej zawiera tablica 2.11a, natomiast w tablicy 2.11b zestawiłem względne wydłużenia $\Delta\varepsilon$ w stosunku do długości ze zbioru A.

Średnie wartości wydłużeń $\Delta\varepsilon_{śr}$ obliczyłem zakładając, że błędy m_ε są proporcjonalne do długości odcinków. Wartości te wykorzystane zostały w tablicy 2.8, kolumnie 6 do obliczenia przyrostów ΔH siły naciągu struny wg zbiorów B, C, D, E i F w stosunku do sił H_A , zestawionych w tablicy 2.8 w kolumnie 7 i sił naciągu $H_\varepsilon = H_A + \Delta H$ zestawionych w kolumnie 8. Przyrosty ΔH obliczyłem ze wzoru $\Delta H = \Delta\varepsilon EF\cos\varphi$, z wykorzystaniem wyznaczonych wartości $F = 0.2375$ mm^2 i modułu sprężystości $E = 18000$ kG/mm^2 .

Siły H_a zestawione w tablicy 2.8 w kolumnach 5 i 8 uzyskane zostały więc na dwóch drogach: za pośrednictwem parametrów a_z i jednostkowych obciążeń zastępczych oraz na podstawie względnych zmian długości odcinków krzywych $\Delta\varepsilon$. W kolumnie 9 zestawiłem średnie wartości sił, a w kolumnie 10 względne różnice, charakteryzujące stopień zgodności wyznaczenia sił na dwóch różnych drogach.

Pomiary wykonane w tym eksperymencie pozwoliły zbadać, czy założenie wpasowań krzywych łańcuchowych w podzbiory, z jednoczesnym obliczaniem odchyłek Δr na sąsiadujących gałęziach, nie obarczyło obliczeń zbyt dużymi błędami. W tym celu wykonałem ponowne wpasowanie w podzbiory $C_{1.1}$, $C_{2.1}$, $D_{1.1}$, $D_{3.1}$, $E_{1.1}$, $E_{2.1}$, $F_{1.1}$ i $F_{2.1}$, bez obliczania Δr na sąsiednich gałęziach (w sąsiednich podzbiorach). Wyniki obliczeń zawarte są w tablicy 2.9 w kolumnach 7 i 8.

Okazało się, że różnice odpowiednich parametrów a w obu wariantach obliczenia nie przekraczają 0.2‰. Większe są różnice wartości m_{or}, jednak nie ma to tu praktycznego znaczenia wobec ogólnie bardzo małych ich wartości.

2.3.2.5. *Oceny rezultatów uzyskanych w eksperymencie, wnioski*

Do obliczenia sił przedstawionych w tablicy 2.8 wykorzystałem parametry krzywych łańcuchowych wpasowanych w zbiory współrzędnych na całej długości krzywej zwisu. Wartości osiągniętych błędów m_{or} wpasowania i w konsekwencji błędów względnych parametru a_z, uświadamia zestawienie (tabl. 2.12).

Obliczenia sił H_z obarczone są zapewne znacznymi błędami określenia jednostkowego obciążenia zastępczego q_z.

W tablicy 2.9 zestawiłem parametry odcinkowych krzywych łańcuchowych. Ich błędy mogą być liczone jako błędy średnich arytmetycznych z parametrów poszczególnych odcinkowych krzywych łańcuchowych. W przypadku błędów parametrów x_o,y_o możliwość ta wynika z wyrażenia współrzędnych wszystkich punktów zbioru w tym samym układzie współrzędnych Oxy, natomiast w przypadku parametru a wynika ona z warunku równowagi sił sformułowanego min. w [27] na stronie 135.

Taki sposób postępowania jest równoznaczny z postawieniem tezy rozszerzającej, która mówi, że siła naciągu cięgna układającego się wzdłuż krzywej łańcuchowej może być obliczana nie tylko w przypadku cięgien przytwierdzonych obustronnie, ale również w przypadku odcinków cięgien oddzielonych punktami obciążenia siłami skupionymi (por. 2.2.1.2).

W rezultacie, korzystając z parametru a wyznaczonego z podzbioru punktów na odcinku cięgna o określonym ciężarze jednostkowym, możemy obliczyć siłę naciągu bez korzystania z informacji o wartościach sił skupionych. Jest to możliwość, której praktycznej wartości nie da się przecenić, bowiem w złożonych konstrukcjach cięgnowych trudne jest precyzyjne ustalenie wartości i miejsc występowania sił skupionych, a także trudne i mało dokładne jest uwzględnienie ich w postaci jednostkowych obciążeń zastępczych q_z .

Dokonajmy więc obliczenia sił na odcinkach krzywych łańcuchowych oddzielonych punktami przytwierdzenia cięgna i punktami obciążenia go siłami skupionymi, korzystając z wyników pomiarów wg niniejszego eksperymentu. Wyniki tych obliczeń, opierające się na parametrach krzywych łańcuchowych uzyskanych z podzbiorów współrzędnych, zawarte są w tablicy 2.13.

W kolumnie 2 zawarte są parametry a zaczerpnięte z tablic 2.8 i 2.9, zaś w kolumnie 3 równomierne obciążenia jednostkowe od ciężaru struny i dodatkowych obciążeń ciężarkami rozmieszczonymi w równych odstępach (por. schematy sił na rys. 2.8a, b, c, d, e i f). Podkreślić należy, że nie są tu uwzględnione w żaden sposób siły skupione zastosowane w wariantach C,D,E i F eksperymentu. W kolumnie 4 powtórzyłem wartości błędów wpasowania m_{or} uzyskane w poszczególnych zbiorach i podzbiorach. W kolumnie 5 zawarte są siły H = aq. W kolumnie 6 znajdują się wartości względnych wydłużeń ε zaczerpnięte z tablicy 2.11, przy czym podkreślić należy, że nie są to wartości średnie uzyskane tam na wszystkich odcinkach, lecz wartości wyznaczone z każdego z rozpatrywanych podzbiorów. W kolumnie 7 znajdują się przyrosty siły naciągu $\Delta H = \Delta \varepsilon EF$ w stosunku do siły naciągu H_A , zaś w kolumnie 8 siły $H_\varepsilon = H_A + \Delta H$. W obliczeniu ΔH pominięto czynnik $\cos\varphi$ jako zaniedbywalnie różniący się od jedności przy małym nachyleniu struny (por. tabl. 2.10). Kolumna 9 zawiera średnie siły $H_{śr}$ obliczone na podstawie H_a i H_ε, zaś kolumna 10 względne odchyłki od tak ustalonej średniej, charakteryzujące stopień zgodności wyznaczenia sił na dwóch różnych drogach.

Siły poziome H_a wyznaczone na sąsiadujących odcinkach liny, oddzielonych punktami przyłożenia sił skupionych, wyznaczone niezależnie z sąsiadujących podzbiorów, powinny być równe. Siły te, zestawione w tablicy 2.13, w kolumnie 5, różnią się z powodu błędów ich wyznaczenia. Obliczyłem średnie arytmetyczne z a wyznaczonych na sąsiadujących odcinkach i względne błędy tych średnich, które dla poszczególnych podzbiorów osiągnęły następujące wartości:

	m_a/a
C_1 C_2	0.5%
D_1 D_2 D_3	-
E_1 E_2	0.3%
$F_1 F_2$	1.1%

Tablica 2.11a

Odcinek ze zbioru	1-5	1-6	1-8	1-14	7-14	9-14
A	8.09971	10.15670	16.26935	26.25899	11.99790	7.97428
B				26.27063		
C_1 , C_2		10.16268			12.00450	
D_1 , D_3	8.10453					7.97874
E_1, E_2			16.27830			7.97860
F_1, F_2			16.27964			7.98081
$10^5 \frac{m_l}{l}$	4.9-5.1	3.8-4.1	2.3-3.6	1.5-3.1	2.5-2.6	2.6-7.9

Tablica 2.11b

Odcinek ze zbioru	1-5	1-6	1-8	1-14	7-14	9-14	$10^6 \Delta\varepsilon_{śr}$
B-A				0.000443			443
C_1-A, C_2-A		0.000589			0.000550		566
D_1-A, D_3-A	0.000595					0.000559	577
E_1-A, E_2-A			0.000550			0.000542	548
F_1-A, F_2-A			0.000632			0.000819	669
$\frac{m_\varepsilon}{\varepsilon}$ %	12	9	8	8	7	11-12	

Tablica 2.12

Zbiór	m_{or}	m_{a_z} / a_z
A	0.2mm	0.3%
B	0.4mm	0.1%
C	18.5mm	3.7%
D	8.9mm	1.7%
E	33.5mm	6.4%
F	57.9mm	10.9%

Tablica 2.13

Zbiór	a [m]	q [G/m]	m_{or} [mm]	H_a [kG]	$\Delta\varepsilon$ 10^6	ΔH [kG]	H_ε [kG]	$H_{śr}$ [kG]	$\frac{H_{śr}-H}{H_{śr}}$	σ [kG/mm^2]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	1788.208 ±5.8	2.24	0.2	4.01						
B	271.983 ±0.3	22.59	0.4	6.14	443	1.89	5.90	6.02	0.020	25.3
C_1	548.923 ±5.5	12.22	0.23	6.71	589	2.52	6.53	6.62	0.013	27.9
C_2	534.295 ±2.7	12.22	0.23	6.53	550	2.35	6.36	6.44	0.012	27.1
D_1	524.060 ±7.7	12.22	0.21	6.40	595	2.54	6.55	6.48	0.011	27.3
D_2	549.252	12.22	---	6.71						
D_3	517.445 ±10.2	12.22	0.29	6.32	559	2.39	6.40	6.36	0.006	26.8
E_1	534.828 ±2.5	12.22	0.31	6.54	550	2.35	6.36	6.45	0.014	27.2
E_2	538.578 ±4.7	12.22	0.12	6.58	542	2.32	6.33	6.46	0.021	27.2
F_1	3259.537 ±108.2	2.24	0.43	7.30	632	2.70	6.71	7.00	0.041	29.5
F_2	3497.567 ±660	2.24	0.41	7.83	819	3.50	7.51	7.67	0.021	32.3

Błędy $m_{a_{śr}}/a_{śr}$ z podzbiorów C_1, C_2, E_1, E_2, F_1 i F_2 okazały się o jeden rząd mniejsze od błędów m_{a_z}/a_z ze zbiorów C, E i F. Błąd $m_{a_{śr}}/a_{śr}$ z podzbiorów F_1 i F_2 okazał się jednak nadmiernie optymistyczny. Przy uzyskanych na krótkich odcinkach cięgna parametrach $a_{F_1} = 3260$ m, $a_{F_2} = 3498$ m krzywej łańcuchowej, strzałki ugięcia cięgna liczone z wzoru (2.25) osiągają wartości $f_{F_1} = 0.8$ mm, $f_{F_2} = 0.2$ mm przy $m_{or} \approx 0.4$ mm. Z tego powodu, do oceny dokładności bardziej miarodajne są tu błędy m_a/a wynikające z tablicy 2.9, tj. $m_{a_{F_1}}/a_{F_1} = 3\%$, $m_{a_{F_2}}/a_{F_2} = 19\%$. Inaczej mówiąc, w eksperymencie F siła skupiona jest tak duża w stosunku do ciężaru cięgna, że krzywe zwisu rzeczywistego cięgna na odcinkach o jednorodnym ciężarze jednostkowym zbliżone są kształtem do linii prostej, co utrudnia dokładne wyznaczenie parametrów przybliżających je krzywych łańcuchowych.

Z eksperymentu tego wynika też praktyczny wniosek, że jeśli mamy wyznaczać siły naciągu w cięgnie, na którym rozmieszczone są siły skupione, to program i projekt obserwacji powinien przewidywać wyznaczanie na każdym odcinku cięgna o jednorodnym ciężarze jednostkowym współrzędnych co najmniej trzech punktów rozmieszczonych możliwie równomiernie. W przypadku większej liczby punktów wyznaczanych na takim odcinku cięgna powstaje możliwość oceny dokładności wpasowania i wyznaczenia siły. Skrajne punkty na badanym odcinku, wyznaczające krzywą, powinny być stosunkowo blisko miejsc obciążenia siłami skupionymi (tak, aby wyznaczenie parametrów krzywej odbywało się na podstawie punktów na możliwie najdłuższym odcinku), nie powinny jednak znajdować się zbyt blisko punktów obciążenia siłami skupionymi, bowiem w pewnej strefie otaczającej te punkty cięgno podlega odmiennemu ugięciu, na które ma wpływ jego sprężystość poprzeczna.

Dysponowanie możliwością obliczania sił naciągu na podstawie wyznaczonych parametrów cząstkowych krzywych łańcuchowych na odcinkach między punktami obciążenia cięgna siłami skupionymi nie oznacza jednak, że ta droga postępowania będzie w każdym przypadku lepsza od obliczania sił naciągu całego cięgna, którego krzywa odbiega od krzywej łańcuchowej uzyskanej z wpasowania w zbiór wszystkich wyznaczonych na niej punktów.

Należy bowiem pamiętać, że dokładność wpasowania i wyznaczenia parametru a zależy w znacznym stopniu od długości odcinka modelu krzywej łańcuchowej podlegającego obserwacji, a także od naprężenia cięgna.

Dokładność ta zmniejsza się wraz ze skróceniem odcinka cięgna podlegającego obserwowaniu i wraz ze zwiększeniem naprężenia cięgna.

Jeśli więc mamy do czynienia z cięgnem obciążonym siłami skupionymi w niewielkich wzajemnych odległościach s, to powinniśmy rozważyć, czy wówczas, przy określonej dokładności wyznaczenia współrzędnych, będzie możliwe wyznaczenie z wystarczającą dokładnością krzywizn linii zwisu cięgna na poszczególnych odcinkach. Do wstępnej analizy możemy tu posłużyć się przybliżonym wzorem

$$f = \frac{s^2}{\sigma} 10^{-3}, \tag{2.25}$$

gdzie: f - strzałka ugięcia.

Jeżeli współrzędne x_j, y_j punktów na osi liny zostały już wyznaczone, to strzałkę f dla dowolnego odcinka liny możemy obliczyć ze znanego wzoru na odległość punktu na tym odcinku od prostej łączącej końce odcinka. Nie wydaje się celowe wyznaczanie parametru a ze zbioru punktów rozmieszczonych na odcinku s w przypadku, gdy

$$\frac{m_{or}}{f} > k \tag{2.26}$$

gdzie, w zależności od wymaganej dokładności, k może być przyjmowane z przedziału 0.1< k <0.01.

Tak więc np., jeżeli ocenimy, że możliwa dokładność wpasowania $m_{or}=\pm 0.01$ m, oszacowane wstępnie naprężenie cięgna $\sigma = 30$ kG/mm², to przy k = 0.1

$$s_{min} = \sqrt{10^3 \frac{m_{or}\sigma}{k}} = 55m$$

Wówczas błąd względny wyznaczenia parametru a będzie rzędu 10%.

W przypadku, gdy ocenimy, że gęstość rozmieszczenia sił skupionych na cięgnie jest zbyt duża, aby można było wyznaczać siły naciągu na odcinkach między nimi z wystarczającą dokładnością, to celowe może się okazać wyznaczanie sił na podstawie parametru a_z z całej krzywej zwisu - jak to wykonałem i przedstawiłem w tablicy 2.8, pomimo że wynik jest wówczas obarczony błędami postaci i małą dokładnością określenia zastępczego obciążenia jednostkowego.

Praktycznie należy wykonywać obliczenia w obu wariantach i analizować osiągnięte dokładności i różnice osiągniętych wartości sił w celu wybrania lepszych lub wypośrodkowania wyniku na podstawie sił obliczonych na obu drogach.

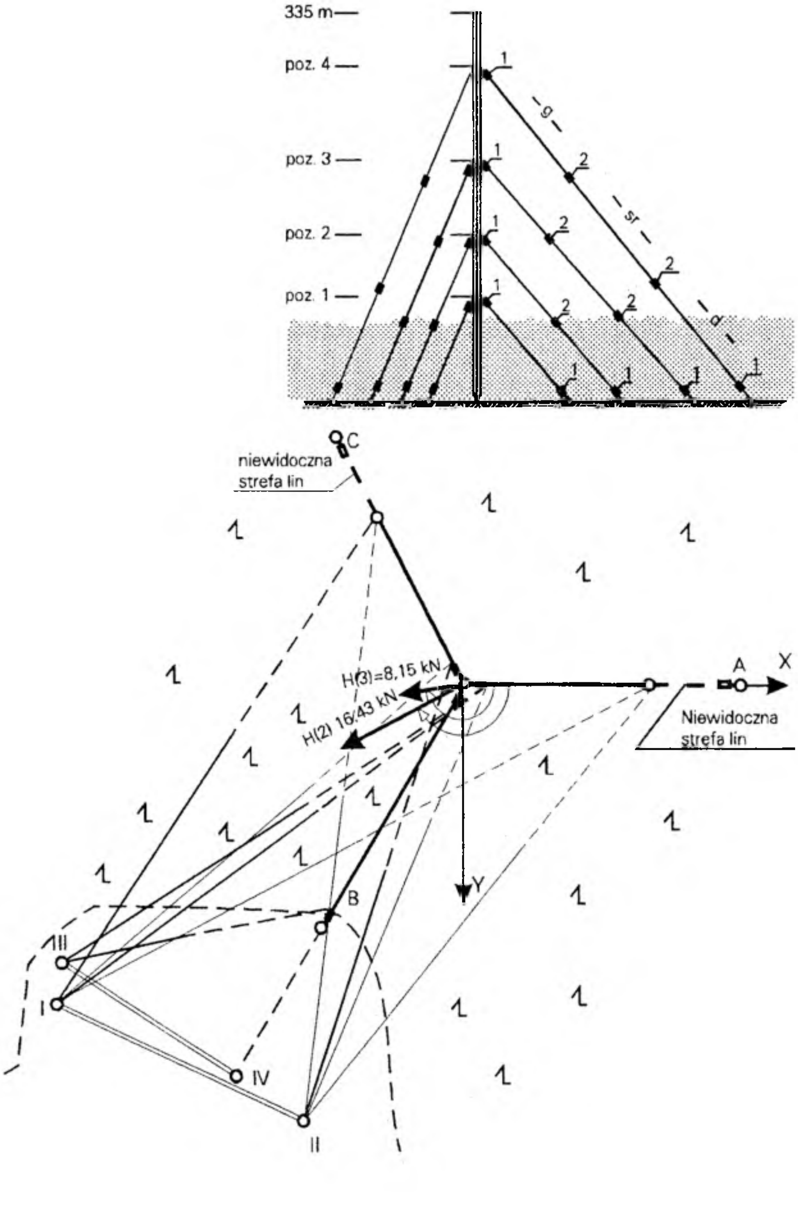
Z dokonanego eksperymentu wynika, że jest możliwe stwierdzenie geometrycznych symptomów obciążenia struny siłami skupionymi. Symptomy te są następujące:

1. występowanie wyznaczalnych kątów $\Delta\varphi$ załamania krzywej zwisu, przy czym na wykresie odchyłek Δr - przykładowy rysunek 2.9, możliwe jest zidentyfikowanie miejsca przyłożenia siły skupionej, nawet jeśli nie jest ono dostrzegalne w rzeczywistości,
2. występowanie wyraźnie większych wartości parametrów a, obliczonych z wpasowania krzywych łańcuchowych w podzbiory punktów na odcinkach krzywej zwisu, oddzielonych miejscami przyłożenia sił skupionych, niż przy ich obliczaniu na podstawie zbiorów dotyczących całej krzywej zwisu lub dłuższego jej fragmentu zawierającego miejsca obciążone siłami skupionymi (por. dane w tabl. 2.8 i 2.9).
3. występowanie wielokrotnie większych błędów wpasowania m_{or} w przypadku wpasowania krzywej łańcuchowej w zbiór punktów na krzywej obarczonej wpływem sił skupionych niż przy wpasowywaniu w podzbiory punktów na odcinkach między siłami skupionymi. W eksperymencie uzyskano 14÷135-krotne zmniejszenie błędów m_{or} w podzbiorach (tabl. 2.9), w stosunku do błędów m_{or} w zbiorach (tabl. 2.8).

Eksperyment wykazał też, że obciążenie cięgna siłami skupionymi spowodowało we wszystkich przypadkach C, D, E i F zwiększenie siły naciągu struny w stosunku do siły naciągu przy takim samym co do wartości lecz równomiernie rozmieszczonym obciążeniu dodatkowym jak w przypadku B. Około 9-krotny wzrost obciążenia rozłożonego równomiernie (zbiór B, w stosunku do zbioru A), spowodował około 1.5-krotny wzrost siły naciągu, natomiast nierównomierne rozmieszczenie tego obciążenia dodatkowego doprowadziło w skrajnym przypadku (zbiór F) do około 1.9 - krotnego wzrostu siły naciągu.

2.3.3. Przykład wyznaczenia sił i długości odcinków lin masztu radiowego

Korzystając z doświadczenia i wniosków płynących z dokonanych eksperymentów 1 i 2 mogłem przystąpić do zastosowania opracowanej tu metody do wyznaczenia sił i długości odcinków lin istniejącego masztu radiowego. Wyznaczenie to przyczyniło się do uzyskania dalszych praktycznych doświadczeń, związanych głównie z oceną możliwej do uzyskania dokładności wyznaczeń w realnych warunkach.

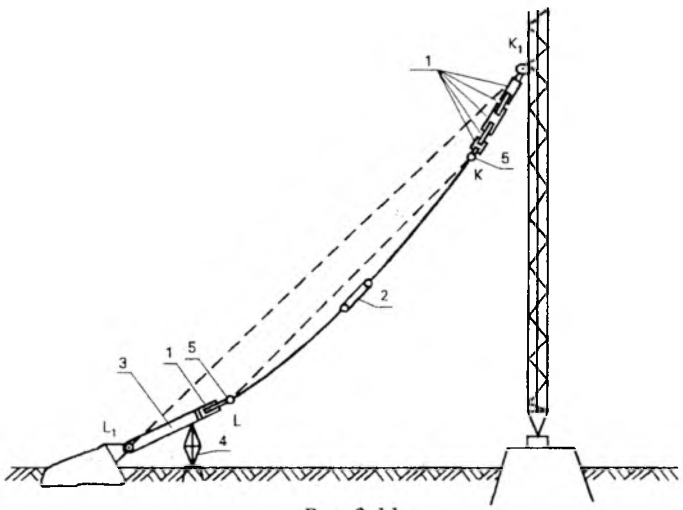

335 m
poz. 4
poz. 3
poz. 2
poz. 1
niewidoczna strefa lin
C
H(3)=8,15 kN
H(2) 16,43 kN
A
X
Niewidoczna strefa lin
Y
B
III
I
IV
II

Rys. 2.10

Omawiany maszt o wysokości 335 m utrzymywany jest w pozycji pionowej przy użyciu 12 lin odciągowych przytwierdzonych trójkami na czterech poziomach (rys. 2.10). Przy trzonie masztu i fundamencie każda lina umocowana jest do zespołu izolatorów (1). Liny biegnące do drugiego poziomu są wykonane z dwóch odcinków połączonych na środku spinaczem (2) obciążającym dodatkowo linę siłą skupioną, zaś liny biegnące do poziomów 3 i 4 są wykonane z trzech równych odcinków połączonych spinaczami w dwóch miejscach. Zastosowane liny mają średnicę 58 mm i ciężar jednostkowy q = 15.4 kG/m, zaś spinacz ma ciężar P = 800 kG. Przymocowanie dolnych końców lin do fundamentów dokonane jest za pośrednictwem urządzenia (3) (rys.2.11), służącego do napinania i regulowania siły naciągu. Na rysunku 2.11 pokazany jest schematycznie zespół elementów tworzących wraz z liną odciąg masztu. Przed przystąpieniem do pomiarów trzeba było rozważyć, co w tym zespole można praktycznie uważać za linę podlegającą obserwacji. Biorąc pod uwagę fakt, że urządzenie napinające (3) ma formę ramy stalowej umocowanej obrotowo do fundamentu w punkcie L_1 i jest dodatkowo podparte maszcikiem (4) (rys. 2.11), umożliwiającym regulację wysokości podparcia, uznałem, że początek obserwowanej liny znajduje się w punkcie L - miejscu wejścia liny do kielicha (5) połączonego jarzmem z izolatorem (1) i urządzeniem regulacyjnym (3).

Zespół izolatorów (1) przytwierdzony do masztu w punkcie K_1 jest konstrukcją złożoną z łańcucha ogniw zakończonego od dołu kielichem (5). Łączny ciężar tego łańcucha wynosi 11 T - w przypadku najdłuższej liny biegnącej do poziomu 4. Zlokalizowanie środka ciężkości tego zespołu i obliczenie zastępczego obciążenia jednostkowego jest utrudnione i niepewne ze względu na to, że ogniwa jego mogą zmieniać wzajemnie pozycje. Z tego powodu uznałem, że górny koniec obserwowanej liny znajduje się w punkcie K - miejscu wejścia liny do kielicha (5). W tej sytuacji obserwowaniu może podlegać odcinek LK każdej liny wraz z zawieszonymi na niej spinaczami (2).

Maszt i dolne uchwyty lin znajdują się w terenie zalesionym, uniemożliwiającym wyznaczenie współrzędnych punktów na linach metodą profili. Również metoda wcięć w przód z trudem umożliwia wyznaczanie współrzędnych na małej wysokości. Ze względu na trudny dostęp, współrzędne punktów na wyższych fragmentach lin widocznych ponad lasem można było wyznaczyć ze stanowisk oddalonych od osi masztu o ok. 360m, przy czym konstrukcja wcięć przy tej minimalnej odległości stanowisk była dosyć słaba (rys. 2.10). Maksymalna długość celowej wcinającej wyniosła 580m. Utworzenie bardziej poprawnych wcięć było możliwe, jednak kosztem oddalenia stanowisk od masztu na odległość powyżej 500 m i celowania na odległości przekraczające 700 m, tak więc poprawa konstrukcji wcięć byłaby zapewne niwelowana przez mniejszą dokładność celowania na punkty na osiach lin.



Rys. 2.11

Współrzędne punktów na linach zwisających w płaszczyznach A i C wyznaczyłem ze stanowisk I i II wg wariantu z rysunku 1.5b, natomiast współrzędne punktów na linach zwisających w płaszczyźnie B - ze stanowisk III i IV wg wariantu z rys. 1.5d (punkt IV leży w płaszczyźnie B, lecz na przedłużeniu lin, nie zaś pod nimi). Pomimo tak znacznego oddalenia stanowisk nie zdołałem, z powodu braku widoczności, zaobserwować z nich punktów na trzech linach biegnących do poziomu pierwszego +85m; wyznaczyłem natomiast współrzędne na dziewięciu linach biegnących do poziomów 2, 3 i 4. Na ośmiu linach zaobserwowałem punkty od niższego spinacza do górnego izolatora, natomiast lina biegnąca w płaszczyźnie B do poziomu 4 została zaobserwowana na całej długości LK od dolnego do górnego izolatora. Trzy najkrótsze liny zaobserwowałem odrębnie z bliskich stanowisk w przecinkach lasu.

W przedstawionych warunkach jako punkty oznaczone na linach, podlegające obserwowaniu z dwóch stanowisk w wariancie wg rysunku 1.5b, mogłem traktować miejsca wejść liny do kielichów spinaczy.

Przy użyciu stacji totalnej TC 2002 firmy Leica wykonałem ze stanowisk I i II obserwacje kierunków poziomych i pionowych do 73 punktów na linach zwisających w płaszczyznach A i C, w ciągu jednej godziny, przy temperaturze 6° C, lekkim wietrze i przy braku zachmurzenia. W ciągu jednej godziny, przy temperaturze 3° C, bez wiatru, lecz przy niewielkich opadach deszczu i śniegu wykonałem ze stanowisk III i IV obserwacje kierunków poziomych i pionowych do 44 punktów na linach w płaszczyźnie B.

W wyniku dokonanych wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiory punktów wyznaczonych na dziewięciu linach otrzymałem rezultaty zestawione w tablicy 2.14.

W tablicy 2.14 w kolumnie 1 zawarte jest oznaczenie obserwowanej liny zgodne z rysunkiem 2.10, w kolumnie 2 podana jest liczba punktów zaobserwowanych na linie, w kolumnie 3 wartość błędu wpasowania krzywej łańcuchowej w zbiory punktów o liczebności jak w kolumnie 2, zaś w kolumnie 4 wartości parametru a_z otrzymane z tych wpasowań. W kolumnie 5 zawarte są wartości jednostkowych obciążeń zastępczych q_z, obliczone zgodnie z [47], zaś w kolumnie 6 wartości poziomej składowej siły naciągu $H_z = a_z q_z$. W kolumnie 7 podane są wartości $1/\cos\varphi$ w najwyżej położonych punktach K, a w kolumnie 8 siły w kierunkach stycznych do lin w punktach K, to jest w miejscach występowania największych sił naciągu zaobserwowanych lin. Trzeba zwrócić uwagę, że wartości H_z, S_{Kz} z kolumn 6 i 8, są obarczone dużymi, lecz trudnymi do ustalenia błędami wyznaczenia q_z wobec niewątpliwego występowania błędu postaci wywołanego siłami skupionymi w miejscach spinaczy.

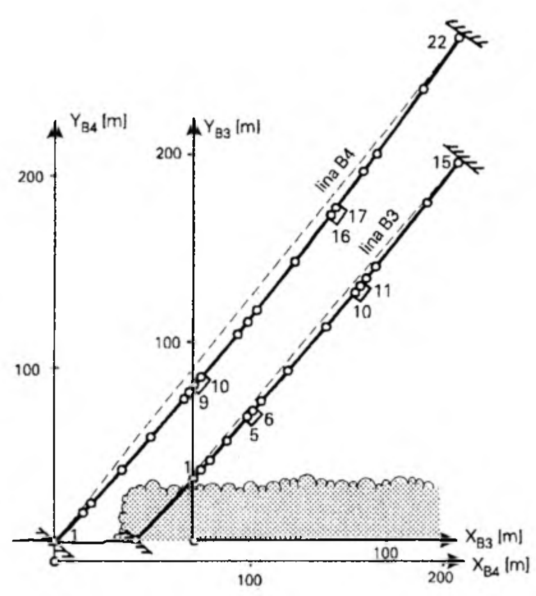
Wobec tego, że największa siła styczna występuje w najwyższym obserwowanym punkcie K każdej liny, dokonałem wpasowania krzywych łańcuchowych w podzbiory „g" punktów na odcinkach górnych między wyższym spinaczem a punktem K połączenia liny z izolatorem przy trzonie masztu.

W tablicy 2.14 kolumna 9 zawiera liczbę punktów w podzbiorach zaobserwowanych na odcinkach między wyższym spinaczem a punktem K, kolumna 10 - wartości m_{or}, kolumna 11 - wartości a, kolumna 12 - ciężar jednostkowy liny (bez uwzględnienia sił skupionych), kolumny 13 i 14 - wartości H_a i S_K obliczone z tych podzbiorów. W kolumnie 15 podałem największe stwierdzone naprężenie $\sigma = S_K/F$ lin (w punktach K).

Obliczenia dotyczące odcinkowych krzywych łańcuchowych, wpasowanych w podzbiory punktów, zilustruję bardziej szczegółowo na przykładzie lin B4 i B3. Rysunek 2.12 pokazuje rozmieszczenie punktów zaobserwowanych na tych linach oraz rozmieszczenie spinaczy łączących odcinki lin.

Tablica 2.14

Zbiory								Podzbiory "g" (górne)						
Nr linii	Liczba pkt	m_{or} [mm]	a_z [m]	q_z [kG/m]	H_{az} [kN]	1/cosφ	S_{Kz} [kN]	Liczba pkt	m_{or} [mm]	a [m]	q [kG/m]	H [kN]	S_K [kN]	σ [kG/mm^2]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A4	17	68	1218	26.5	317	1.71	542	8	7	1723	15.4	260	441	22.9
B4	22	68	1172	26.5	305	1.71	522	6	6	1719	15.4	260	441	22.9
C4	16	79	1232	26.5	320	1.71	547	7	5	1722	15.4	260	441	22.9
A3	11	53	1122	23.9	263	1.60	421	6	4	1698	15.4	257	410	21.3
B3	15	52	1095	23.9	257	1.60	411	5	7	1760	15.4	266	423	22.0
C3	12	58	1126	23.9	264	1.60	422	6	7	1747	15.4	264	420	21.3
A2						1.44		7	5	1783	15.4	269	387	20.1
B2						1.44		7	5	1904	15.4	288	415	21.5
C2						1.44		10	3	1844	15.4	279	402	20.9



Rys. 2.12

Tablica 2.15 zawiera wyniki wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiór i podzbiory punktów na linie B4.

Lina B4 (rysunek 2.12), o długości 337 m, umocowana w punktach 1 i 22 składa się z trzech odcinków połączonych dwoma spinaczami. Wyznaczono współrzędne x,y dwudziestu dwóch punktów tej liny, wykazane w tablicy 2.15 w kolumnach 2 i 3. Zasygnalizowane w sposób trwały są punkty zamocowania liny 1 i 22, oraz początek i koniec każdego spinacza - punkty 9, 10 i 16, 17. Pozostałe punkty nie były trwale sygnalizowane.

Wpasowanie krzywej łańcuchowej w zbiór 22 punktów przyniosło odchyłki (odległości Δr_j liny od wpasowanej krzywej) wykazane w kolumnie 4. Wykres tych odchyłek, pokazany na rysunku 2.13a, uwidacznia wyraźną systematykę różnic kształtu krzywej zwisu liny i wpasowanej krzywej łańcuchowej. Średnie odchylenie $m_{or} = \pm 68$ mm jest tu wielokrotnie większe od błędów wyznaczenia współrzędnych punktów na osi liny, co świadczy o systematycznym odbieganiu krzywej zwisu liny od wpasowanej krzywej łańcuchowej. Na wykresie widoczne są wyraźne anomalie - załamania w miejscach spinaczy, świadczące o ich znacznym ciężarze.

Z tego powodu wykonałem wpasowanie odcinkowych krzywych łańcuchowych w trzy podzbiory punktów 1-9, 10-16 i 17-22, leżących na odcinkach liny między punktami przytwierdzenia i/lub zawieszenia sił skupionych (spinaczy).

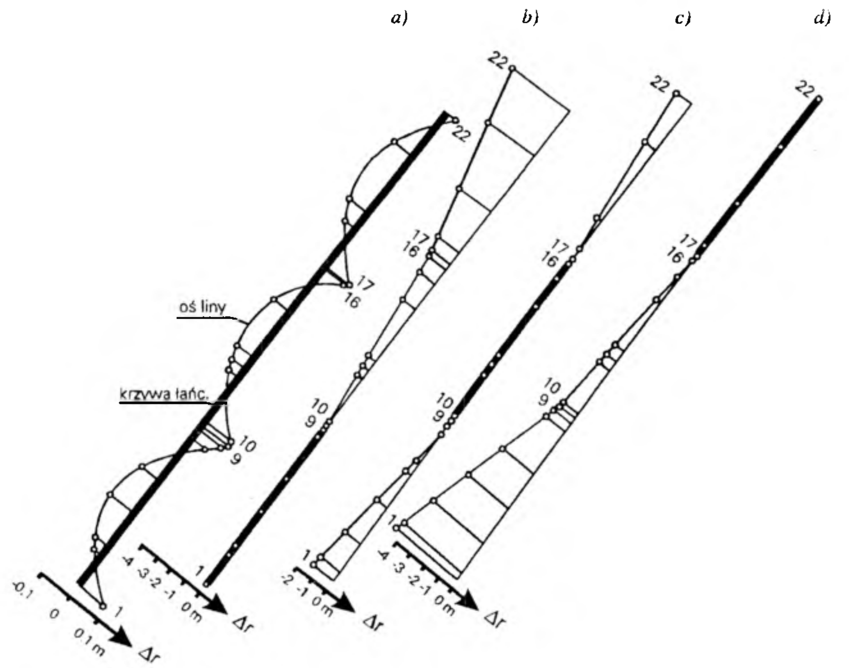
W rezultacie wpasowania odcinkowej krzywej łańcuchowej w podzbiór punktów 1-9 otrzymałem odchyłki $\Delta r_{1\text{-}9}$ zawarte w obwiedzionej części kolumny 5. Dokładność wpasowania jest tu charakteryzowana średnim odchyleniem $m_{or\ 1\text{-}9} = \pm$ 4 mm, obliczonym na podstawie odchyleń Δr_j punktów 1-9. Parametry x_o, y_o, a tej odcinkowej krzywej łańcuchowej zestawione są w kolumnie 5, w dolnej części tablicy. W kolumnie 5 zestawione są również odległości Δr_j punktów 10-22 od odcinkowej krzywej łańcuchowej wpasowanej w podzbiór punktów 1-9. Widoczne jest systematyczne narastanie tych odległości w miarę oddalania się od końca odcinka (oznaczonego linią pogrubioną), na którym nastąpiło wpasowanie (rys. 2.13b). Widoczne jest, że w punktach 9 i 10 nastąpiło odchylenie kątowe średniego kierunku liny zawierającego punkty 10-16 od średniego kierunku odcinka liny zawierającego punkty 1-9 oraz jeszcze większe odchylenie kątowe odcinka liny zawierającego punkty 17-22 od kierunku 1-9.

W kolumnie 5 zestawione są też kąty φ_j nachylenia stycznych do wpasowanej odcinkowej krzywej łańcuchowej 1-9 (do osi Ox) we wszystkich punktach o wyznaczonych współrzędnych. Kąty te obliczane są na podstawie parametrów krzywej łańcuchowej lub na podstawie składowych Δx_j, Δy_j odchyłek Δr_j .

W kolumnie 6, w obwiedzionym polu, zestawiłem wyniki wpasowania drugiej odcinkowej krzywej łańcuchowej w podzbiór punktów 10-16. W polu obwiedzionym są wartości $\Delta r_{10\text{-}16}$, charakteryzujące dokładność wpasowania i obliczone na ich podstawie odchylenie średnie $m_{or10\text{-}6} = \pm$ 9 mm. Podobnie jak uprzednio obliczyłem też odległości Δr_j punktów 1-9 i 17-22 od odcinkowej krzywej łańcuchowej, wpasowanej w podzbiór punktów 10-16. Rysunek 2.13c zawiera wykres odchyłek Δr_j od odcinkowej krzywej łańcuchowej 10-16.

W kolumnie 7, w obwiedzionym polu, zestawiłem wyniki wpasowania trzeciej odcinkowej krzywej łańcuchowej w podzbiór punktów 17-22. W polu obwiedzionym są wartości $\Delta r_{17\text{-}22}$, charakteryzujące dokładność tego wpasowania i obliczone na ich podstawie odchylenie średnie $m_{or17\text{-}22} = \pm$ 6 mm. Wykres odchyłek $\Delta r_{17\text{-}22}$ tej odcinkowej krzywej łańcuchowej zawiera rysunek 2.13d.

Widoczne jest, że średnie odchylenia m_{or} w podzbiorach odpowiadających odcinkowym krzywym łańcuchowym są o rząd wielkości mniejsze niż przy wpasowaniu krzywej łańcuchowej w zbiór punktów rozmieszczonych na całej długości liny.



Rys. 2.13

W kolumnie 8 zestawiłem siły H obliczone na podstawie parametrów a z poszczególnych podzbiorów, wartość średnią siły $H_{śr}$ = 258 kN oraz średni błąd siły $m_{Hśr}$ = ± 2.5 kN. Widoczne jest, że błąd względny wyznaczenia siły $H_{śr}$ jest tu równy 1%.

Dokładniejsze określenie siły H nastąpić może przy użyciu parametru a obliczonego jako średnia ważona, z uwzględnieniem błędów parametrów odcinkowych krzywych łańcuchowych zamieszczonych w tablicy 6.1.

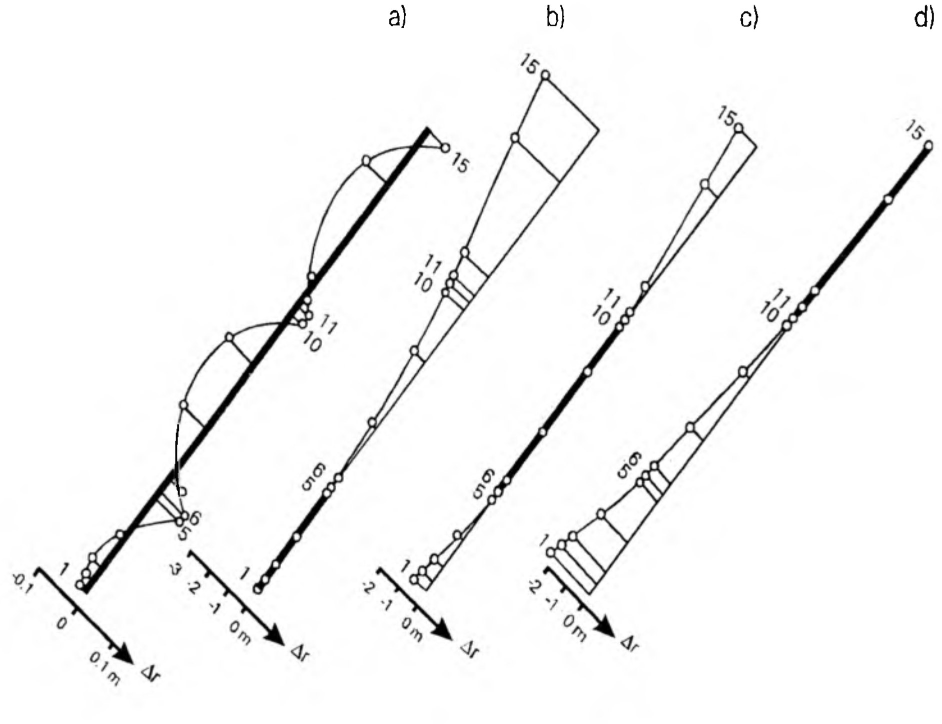
Korzystając z wyznaczonych kątów φ nachylenia stycznych do odcinkowych krzywych łańcuchowych mogłem obliczyć siły styczne S_j we wszystkich wyznaczonych punktach. Są one wykazane w kolumnie 9.

W kolumnie 10 tablicy 2.15 zestawiłem wartości σ naprężenia liny.

W kolumnie 11 zestawiłem, wyznaczone przy okazji wpasowań, długości odcinków krzywych łańcuchowych między oznaczonymi fizycznie punktami liny o wyznaczonych współrzędnych oraz oszacowania ich błędów średnich obliczone wg formuł (6.17) i (6.21), jako błędy funkcji parametrów krzywej łańcuchowej i poprawionych obserwacji wyznaczających punkty na krzywej łańcuchowej. Przy kolejnym, okresowym pomiarze sił naciągu liny można ponownie wyznaczyć aktualne długości oznaczonych odcinków liny, co ma znaczenie dla kontroli wydłużeń liny.

Tablica 2.16 zawiera wyniki wpasowań krzywych łańcuchowych w zbiór i podzbiory punktów na linie B3 (por. rys. 2.12).

Lina B3, na odcinku od dolnego punktu 0 zamocowania liny aż do zaobserwowanego punktu 1, nie była widoczna ze stanowisk instrumentu z powodu zasłonięcia przez las. Na linie oznaczone są punkty 5, 6 i 10, 11 - punkty początkowe i końcowe spinaczy oraz punkt 15, stanowiący górne zamocowanie liny. Pozostałe zaobserwowane punkty nie były sygnalizowane.



Rys. 2.14

Nr pkt	y	x	Pełny zbiór	Podzbiór dolny (1-9)		Podzbiór środk. (10-16)		Podzbiór górny (17-22)		H	S	σ	l
			Δr	Δr	φ	Δr	φ	Δr	φ				
	[m]	[m]	[m]	[m]	[grad]	[m]	[grad]	[m]	[grad]	[kN]	[kN]	[kN/cm²]	[m]
1	2	3	4	5		6		7		8	9	10	11
1	9.565	0.000	0.090	0.004	53.3702	-1.428	54.1509	-4.332	55.0169	261	386	19.7	0.000
2	24.811	13.628	-0.028	-0.004	53.7048	-1.175	54.4922	-3.789	55.3437		388	19.8	
3	24.811	13.629	-0.027	-0.003	53.7048	-1.175	54.4923	-3.788	55.3437		388	19.8	
4	29.848	18.108	-0.048	0.000	53.8152	-1.086	54.6040	-3.604	55.4506		389	19.8	
5	47.341	33.535	-0.085	0.004	54.1900	-0.783	54.9871	-2.978	55.8174		391	19.9	
6	64.771	48.718	-0.064	0.002	54.5573	-0.489	55.3616	-2.373	56.1760		393	20.1	
7	86.356	67.275	0.043	-0.003	55.0029	-0.129	55.8158	-1.640	56.6108		397	20.3	
8	91.207	71.414	0.082	-0.001	55.1014	-0.046	55.9165	-1.474	56.7073		398	20.3	
9	93.129	73.054	0.102	0.002	55.1407	-0.010	55.9564	-1.406	56.7455		398	20.3	110.998
				±0.004= m_{1-9}									± 0.009
10	95.011	74.621	0.094	-0.022	55.1782	-0.003	55.9944	-1.368	56.7820	253	405	20.7	0.000
11	119.084	94.390	-0.039	-0.420	55.6473	0.000	56.4821	-0.975	57.2398		409	20.9	
12	124.258	98.604	-0.051	-0.501	55.7468	0.004	56.5736	-0.889	57.3368		409	20.9	
13	130.195	103.417	-0.063	-0.600	55.8602	0.004	56.6891	-0.796	57.4474		410	20.9	
14	157.631	125.423	-0.051	-1.059	56.3755	-0.003	57.2138	-0.383	57.9501		414	21.1	
15	171.932	136.738	-0.006	-1.305	56.6385	-0.014	57.4816	-0.184	58.2056		417	21.3	
16	181.198	144.059	0.074	-1.432	56.8080	0.011	57.6540	-0.024	58.3718		418	21.3	110.682
						±0.009= m_{10-16}							± 0.025
17	183.264	145.673	0.083	-1.470	56.8453	0.007	57.6919	0.001	58.4079	260	425	21.7	0.000
18	204.575	161.889	-0.038	-2.112	57.2184	-0.291	58.0715	0.001	58.7718		428	21.8	
19	213.612	168.702	-0.072	-2.386	57.3743	-0.418	58.2301	-0.004	58.9239		429	21.9	
20	245.139	192.239	-0.069	-3.301	57.9093	-0.827	58.7741	0.003	59.4453		434	22.1	
21	271.645	211.717	0.043	-4.056	58.3478	-1.158	59.2197	0.006	59.8726		438	22.3	
22	271.834	211.839	0.031	-4.075	58.3505	-1.173	59.2224	-0.007	59.8753		438	22.3	110.558
			±0.068=m					±0.006= m_{17-22}					± 0.019
		x_o[m]	1111.9904	1656.6370		1635.9768		1714.8754		śr. 258 ± 2.5			
			± 9.7	± 16.3		± 45		± 37.4					
		y_o[m]	1730.7853	2575.5462		2531.9366		2644.8215					
			± 15.0	± 25.3		± 69		± 56.7					
		a[m]	1172.3997	1728.6752		1674.5834		1718.9885					
			± 10.2	± 16.6		± 44		± 33.9					

Tablica 2.15

W zbiór piętnastu punktów na osi liny wpasowałem krzywą łańcuchową, której odchyłki Δr_j zestawione są w tablicy 2.16, w kolumnie 4, zaś parametry x_{oz}, y_{oz}, a_z w dolnej części tej kolumny. Otrzymana wartość $m_{or} = \pm 0.052$ m jest wyraźnie większa od oczekiwanej na podstawie oszacowania dokładności wykonanych pomiarów i wyznaczenia współrzędnych punktów na osi liny. Rozkład uzyskanych odchyłek Δr_j wskazuje na wyraźną systematykę odbiegania kształtu osi liny od kształtu wpasowanej krzywej łańcuchowej, co pokazuje wykres tych odchyłek na rysunku 2.14a. Na wykresie tym widoczne są uwypuklenia krzywych zwisu na odcinkach liny obciążonych równomiernie i ostre załamania w miejscach spinaczy łączących odcinki liny. Wynika to ze znacznego ciężaru spinaczy, stanowiących siły skupione, obciążające rozwieszoną linę.

Z tego powodu wykonałem wpasowania trzech odrębnych, odcinkowych krzywych łańcuchowych w podzbiory punktów 1-5, 6-10, 11-15, których wyniki zawarte są w kolumnach 5-10. W obwiedzionych grubą linią fragmentach kolumn 5,7 i 9 zawarte są wartości Δr_{1-5}, Δr_{6-10} i Δr_{11-15} odchyłek wpasowania i obliczone na ich podstawie błędy m_{or} wpasowań. Błędy wpasowania odcinkowych krzywych łańcuchowych są o jeden rząd mniejsze od błędu wpasowania krzywej łańcuchowej w pełny zbiór piętnastu punktów na linie (kol. 4). W kolumnach 5,7,9 zestawiłem również odległości Δr_j wszystkich punktów nie uczestniczących praktycznie we wpasowaniach od odpowiednich, odcinkowych krzywych łańcuchowych. Na rysunkach 2.14b,c,d zawarte są wykresy odległości Δr_j punktów na linie od odpowiednich odcinkowych krzywych łańcuchowych. Grubą linią oznaczone są fragmenty odcinkowych krzywych łańcuchowych, na których nastąpiło ich wpasowanie. Widoczne jest, że wykresy Δr_j na sąsiednich odcinkach odchylają się kątowo w miejscach obciążenia siłami skupionymi.

W tablicy 2.16, w kolumnach 6,8,10 zawarte są kąty φ_j nachylenia stycznych do odpowiednich odcinkowych krzywych łańcuchowych w punktach x_j^w, y_j^w.

Wartości parametrów a odcinkowych krzywych łańcuchowych, zestawione w ostatnim wierszu tablicy, posłużyły do obliczenia ze wzoru (2.1) sił H_1, H_2, H_3, zestawionych w kolumnie 11. Siły te obliczone zostały przy wykorzystaniu znanej z dokumentacji wartości $q = 15{,}4$ kG/m ciężaru własnego liny. Średnia wartość siły poziomej $H_{śr} = 270.5$ kN wyznaczona została z błędem średnim 3.7 kN. W kolumnie 12 zawarte są wartości sił naciągu liny w kierunkach stycznych S_j, zaś w kolumnie 13 wartości naprężeń liny σ_j.

W kolumnie 14 podane są długości odcinków krzywych łańcuchowych między punktami, które zostały fizycznie oznaczone na linie, bowiem te punkty można okresowo mierzyć i kontrolować zmiany ich położenia.

Pozioma składowa $H_{śr}$ siły naciągu wyznaczona tu została ze średnim błędem względnym 1.4%.

Wyniki pomiarów i obliczeń zestawione w tablicach 2.14, 2.15 i 2.16 oraz na rysunkach 2.13 i 2.14 wyraźnie wskazują, że wpasowania odcinkowych krzywych łańcuchowych w podzbiory punktów przyniosły błędy wpasowań m_{or} około dziesięć razy mniejsze niż przy wpasowaniach krzywych łańcuchowych w pełne zbiory punktów, obarczone wpływem sił skupionych - ciężarów spinaczy. Jednocześnie błędy wyznaczenia parametrów a z podzbiorów i z pełnych zbiorów okazały się tego samego rzędu. Wynika to w oczywisty sposób z tego, że parametry z wpasowania w podzbiory wyznaczone zostały przy wykorzystaniu mniejszej liczby punktów rozmieszczonych na około 3-krotnie krótszych odcinkach lin. Mimo to obliczenie sił H z podzbiorów jest obarczone mniejszymi błędami wartości q spełniających warunek q = const.

Za korzystaniem do tego celu z podzbiorów przemawia też realna możliwość wyznaczania w terenie współrzędnych punktów na wyższych fragmentach lin, bez utrudnień powodowanych brakiem wizur zakrytych przez las.

Obserwacja górnych fragmentów lin jest pożyteczna również z tego powodu, że największa siła w kierunku stycznym do liny, występuje w najwyższym obserwowanym jej punkcie K.

Należy podkreślić, że wyznaczanie sił na podstawie pełnych zbiorów punktów, rozmieszczonych na linach obciążonych siłami skupionymi, może być znacznie utrudnione lub wręcz niemożliwe w przypadku, gdy dysponujemy jedynie informacjami o przybliżonych wartościach sił skupionych lub nie dysponujemy żadnymi informacjami. Może to mieć miejsce w przypadku, gdy brakuje dokumentacji projektowej zawierającej odpowiednie dane lub też dokumentacja ta nie jest precyzyjna.

W takich przypadkach praktycznie nie jest możliwe dobre obliczenie zastępczych obciążeń jednostkowych i pozostaje jedynie możliwość wyznaczania sił z podzbiorów punktów rozmieszczonych na odcinkach liny, na których q = const.

Należy podkreślić, że nawet w przypadku, gdy wyznaczenie sił następuje przy wykorzystaniu odcinka liny o jednolitym obciążeniu jednostkowym stałym ciężarem własnym liny, to musimy się liczyć z ograniczoną technicznie dokładnością spełnienia warunku q = const., bowiem decyduje o tym dokładność wykonania drutów. Zgodnie z normą [65] określone są tolerancje średnic produkowanych drutów, z których wynikają dopuszczalne różnice ciężarów jednostkowych q.

Wreszcie należy dodać, że wartości q przyjmuje się zazwyczaj na podstawie certyfikatów, które dotyczą wyprodukowanych lin. Należy w każdym przypadku wyjaśnić, czy dotyczą one lin już przeciągniętych, czy tylko lin wyprodukowanych, lecz nie poddanych jeszcze przeciąganiu wstępnemu. Trzeba bowiem zdawać sobie sprawę, że wstępne przeciąganie lin (i każde dalsze ich dociążenie w toku eksploatacji) wywołuje zmianę długości, która częściowo wpływa na zmniejszenie wartości obciążenia jednostkowego (część zmiany długości liny następuje w wyniku zagęszczenia i zmiany trajektorii drutów w linie, część natomiast jest efektem materiałowej zmiany długości, wywołującej zmniejszenie średnicy, a zatem i ciężaru jednostkowego drutu). Są to oczywiście zmiany nieduże, zapewne nie przekraczające 1% ciężaru jednostkowego, jednak dla porządku nie należy o nich zapominać. Sprawa ta w literaturze nie jest poruszana, należy jednak sądzić, że ma pewien wpływ na odnotowywane zmiany wartości modułu sprężystości lin [58], następujące w miarę zwiększania przykładanych obciążeń przy wstępnym przeciąganiu i w czasie eksploatacji lin.

Zestawione w tablicach 2.15 i 2.16 kąty φ nachylenia stycznych do odcinkowych krzywych łańcuchowych są wykorzystane dalej w rozdziałach 3 i 4.

Poziome składowe sił H w odciągach utrzymujących poszczególne węzły masztu zestawione w tablicy 2.14, w kolumnie 13, umożliwiły obliczenie kierunków i wartości poziomych sił wypadkowych H_{wyp} działających na węzeł. Na poziomie 4, $H_{wyp}= 0$, na poziomie 3, $H_{wyp}=8.15$kN skierowana jest wzdłuż kierunku $186^{g}40^{c}$, a na poziomie 2, $H_{wyp} = 16.43$ kN skierowana jest wzdłuż kierunku $168^{g}50^{c}$, odłożonego w prawo od kierunku płaszczyzny A zwisu lin odciągowych. Wyznaczone poziome siły wypadkowe pokazane są na rysunku 2.10.

Przy wpasowywaniu krzywych łańcuchowych w podzbiory punktów na linach masztu radiowego z wykorzystaniem algorytmu 2^0 obserwowałem, że w wyniku wpasowania krzywej w podzbiór z wykorzystaniem parametrów obliczonych dla pełnego zbioru współrzędnych po pierwszych iteracjach nie następowało zmniejszenie błędów m_{or} w stosunku do wartości m_{or} z wpasowania w pełny zbiór, a uzyskane rozkłady odchyłek Δr miały charakter systematyczny, co świadczyło, że wpasowanie nie zostało wykonane poprawnie i zakończone.

Z doświadczeń tych wynika, że proces wpasowania w podzbiory, w których cięgno spełnia warunek q = const. można uznać za zakończony dopiero, gdy otrzymana wartość m_{or} jest zbliżona do szacowanej na podstawie dokładności wyznaczenia z pomiaru współrzędnych punktów na osi cięgna i gdy rozkład odchyłek Δr nie wykazuje wyraźnej systematyczności, lecz wskazuje na przypadkowość.

Nr pkt	Współrzędne z pomiaru		Zbiór	Podzbiór (odcinek)						H	S	σ	l
			(1-15)	dolny (1-5)		środkowy (6-10)		górny (11-15)					
	y [m]	x [m]	Δr [m]	Δr [m]	φ [grad]	Δr [m]	φ [grad]	Δr [m]	φ [grad]	[kN]	[kN]	[kN/cm²]	[m]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	37.180	0.000	-0.018	-0.002	51.8360	-0.647	52.7188	-2.225	53.4286	267.8	394	20.1	
2	41.210	3.806	-0.020	0.004	51.9297	-0.564	52.8078	-2.077	53.5205				
3	45.279	7.622	-0.028	-0.002	52.0234	-0.492	52.8970	-1.940	53.6124				
4	56.994	18.571	-0.006	0.000	52.2936	-0.271	53.1519	-1.531	53.8755				
5	70.512	31.089	0.069	0.000	52.5978	-0.023	53.4420	-1.066	54.1747		399	20.4	
				± 0.003	$=m_{or1\text{-}5}$								
6	72.274	32.696	0.071	-0.011	52.6365	-0.003	53.4791	-1.018	54.2130	277.9	405	20.7	0.000
7	76.245	36.258	0.039	-0.076	52.7231	0.003	53.5615	-0.949	54.2979				
8	93.268	51.390	-0.066	-0.373	53.0894	0.001	53.9095	-0.680	54.6567				
9	115.562	70.957	-0.078	-0.748	53.5596	-0.002	54.3562	-0.327	55.1172				
10	134.959	87.768	0.031	-1.056	53.9606	0.001	54.7373	-0.014	55.5098		415	21.2	83.442 ± 0.007
						± 0.003	$= m_{or6\text{-}10}$						
11	136.857	89.381	0.031	-1.101	53.9989	-0.015	54.7736	0.001	55.5471	265.9	421	21.5	0.000
12	138.944	91.123	0.009	-1.173	54.0403	-0.054	54.8130	-0.006	55.5877				
13	145.328	96.480	-0.017	-1.360	54.1672	-0.143	54.9337	0.007	55.7121				
14	179.838	124.979	-0.066	-2.427	54.8380	-0.702	55.5713	-0.003	56.3687				
15	201.163	142.308	0.050	-3.062	55.2418	-1.038	55.9554	0.001	56.7638		431	22.0	83.287 ± 0.015
		$m_{or} = \pm 0.052$						$\pm 0.006_9 = m_{or11\text{-}15}$					
	x_o 1007.1527 ± 18.2			1635.8045 ± 91.1		1734.6757 ± 34.1		689.2933 ± 80.4		270.5 ± 3.7			
	y_o 1554.4586 ± 28.2			2545.3742 ± 143.4		2683.5365 ± 52.9		2601.1423 ± 123.3					
	a 1094.6867 ± 18.6			1772.7246 ± 197.8		1839.2985 ± 34.9		1760.2251 ± 78.4					

Tablica 2.16

Zalecenie dotyczące konieczności sprawdzenia, czy proces wpasowania został zakończony, w początkowej fazie badań wcale nie jest łatwe do spełnienia, zwłaszcza gdy nie mamy jeszcze doświadczenia umożliwiającego dokonanie realnej oceny dokładności wyznaczenia z pomiaru współrzędnych punktów na linach. Świadczy o tym fakt, że bezpośrednio po wykonaniu omawianego tu pomiaru lin odciągowych masztu radiowego byłem skłonny uważać, że błędy m_{or} rzędu 6-7 cm, jakie uzyskałem w wyniku wpasowań krzywych łańcuchowych w pełne zbiory punktów zaobserwowanych na linach, oddają rzeczywistą dokładność obserwacji punktów na linach. Miałem do tego pewne podstawy w postaci dosyć słabej konstrukcji wcięć, o czym wspomniałem uprzednio, jak też wizualnych wrażeń przy celowaniu na wahające się liny z amplitudą dochodzącą do 10 cm. Dopiero bardziej szczegółowa analiza dokładności wyznaczenia współrzędnych, a także stwierdzenie, że z wpasowań krzywych łańcuchowych w pełne zbiory wynikają rozkłady systematyczne odchyłek Δr wskazujące, jak na rysunkach 2.13a, 2.14a, na obarczenie ich błędami postaci funkcji, skłoniło mnie do wniosku, że rzeczywista dokładność wyznaczenia punktów na linach była znacznie wyższa od początkowo oszacowanej. Przypomnę, że podobnemu wrażeniu, prowadzącemu do niedocenienia osiągniętej dokładności własnego pomiaru, uległ uprzednio autor [38], na co zwrócił następnie uwagę autor [1] i co jeszcze silniej uwydatniło się w moich analizach zawartych w tablicy 1.1.

Jak wykazały wyniki pomiarów przeprowadzonych w ramach niniejszego eksperymentu, różnica między wstępną oceną dokładności opartą na wrażeniach z przebiegu obserwacji a oceną opartą na szczegółowym badaniu otrzymanych rezultatów osiągnęła jeden rząd wielkości (uznając początkowo błąd 6-7 cm za uzasadniony okolicznościami pomiaru stwierdziłem, że w rzeczywistości osiągnięty błąd pomiaru położenia punktów na linach wynosi 3-9 mm).

Z tego punktu widzenia wykonany pomiar i obliczenia dotyczące rozpatrywanego masztu mogę uważać za ważny przyczynek do rozpoznania warunków stosowania prezentowanej metody.

2.3.4. Przykład analizy wyników wpasowania i obliczania sił

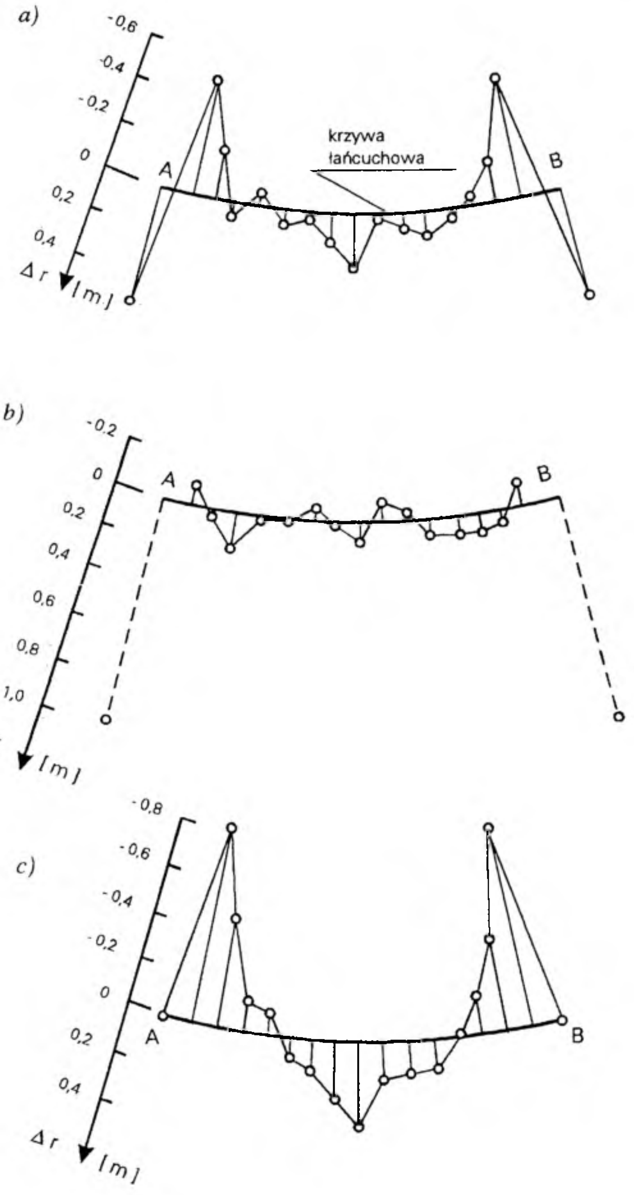
Danymi do niniejszego przykładu są zacytowane dalej wyniki pomiarów liny nośnej rurociągu gazowego, zamieszczone w [10] w tablicy 1 (tablicy 2.17 wg niniejszego tekstu). Dane dotyczą liny obciążonej w miejscach wieszaków siłami skupionymi, z czego wynika, że krzywa zwisu liny nośnej jest krzywą łamaną, która jest traktowana jako zbliżona kształtem do paraboli lub krzywej łańcuchowej. Zbadajmy jakie są efekty traktowania krzywej zwisu tej liny jako zbliżonej do krzywej łańcuchowej.

Przyjmując wstępnie , że siła naciągu liny jest obliczana na podstawie zbioru współrzędnych siedemnastu punktów wg tablicy 2.17, traktowanych jako równorzędne dokładnościowo, dokonałem wpasowania krzywej łańcuchowej w ten zbiór, otrzymując błąd wpasowania $m_{or} = \pm 0.28$ m oraz parametr a = 495± 4 m. Przy założonej w [10] wartości q = 3.1172kN/m siła H = 1543 kN. Rozkład odległości punktów wyznaczonych na linie od tak wpasowanej krzywej łańcuchowej ilustruje rysunek 2.15a, na którym wpasowana krzywa łańcuchowa nie została „wyprostowana", lecz pokazana jest w jej rzeczywistym kształcie.

Należy zauważyć, że rysunek 2.15a wykazuje wyraźnie anomalie jakości wpasowania (aproksymacji) na początku i końcu krzywej łańcuchowej, wskazujące, że rzeczywista krzywa zwisu liny, zniekształcona obciążeniem siłami skupionymi w miejscach wieszaków podwieszonego rurociągu, zbliżona jest kształtem do krzywej z przegięciami przy końcach.

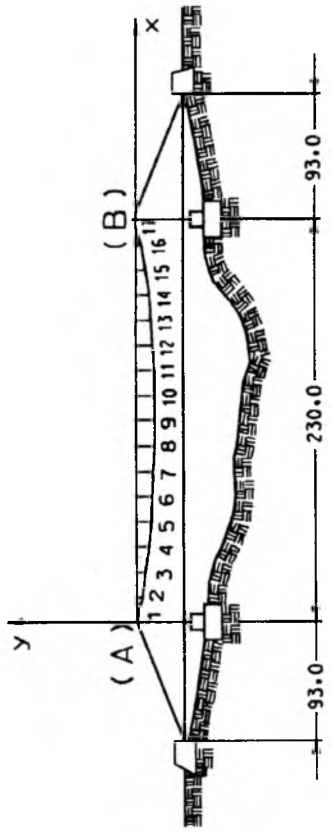
Z tego powodu wykonałem ponowne wpasowanie krzywej łańcuchowej, przy założeniu, że punkty 1 i 17 mają sto razy większe błędy wyznaczenia niż pozostałe punkty 2-16. Założenie to jest równoznaczne z wpasowaniem krzywej łańcuchowej w zbiór punktów 2-16 przy braku praktycznego wpływu punktów 1 i 17 na wartości obliczanych parametrów krzywej łańcuchowej i Δx, Δy punktów 2-16 układu równań warunkowych (wpasowania), lecz z możliwością obliczania odległości punktów 1 i 17 od tak wpasowanej krzywej łańcuchowej, jako niewiadomych Δx_1, Δy_1, Δx_{17}, Δy_{17} wpasowania. Ilustracją graficzną efektów tego wpasowania jest rysunek 2.15b. Przy takich założeniach otrzymałem błąd wpasowania $m_{or} = \pm 0.08$m, trzykrotnie mniejszy niż uprzednio, oraz parametr a = 482 ± 1.4 m, w rezultacie czego H = 1502 kN różni się od uprzednio wyznaczonej o 2.7%.

Tak obliczona siła zasługuje na większe zaufanie, gdyż została uzyskana z około trzy razy mniejszym błędem wpasowania z podzbioru punktów nie podlegającego wpływom anomalii kształtu rzeczywistej krzywej zwisu liny. Jest to wyraźnie widoczne na rysunku 2.15b, na którym odległości punktów nr 1 i 17 od wpasowanej krzywej łańcuchowej, które osiągnęły tu duże wartości $\Delta r_1 = 1.056$ m i $\Delta r_{17} = 1.027$m, oznaczyłem linią przerywaną dla podkreślenia, że punkty te nie miały praktycznego wpływu na wynik wpasowania.


a)
-0,6
-0,4
-0,2
0
0,2
0,4
Δr
[m]
A
B
krzywa
łańcuchowa
b)
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
Δr
[m]
A
B
c)
-0,8
-0,6
-0,4
-0,2
0
0,2
0,4
Δr
[m]
A
B

Rys. 2.15

Współrzędne x, y cięgna

Numer punktu pomiarowego	Rzędna pozioma x, m	Rzędna pionowa y, m	Schemat zwisającego cięgna
1	0.0	0.0	
2	20.0	-5.12	
3	40.0	-10.69	
4	60.0	-15.42	
5	80.0	-19.02	
6	100.0	-21.92	
7	120.0	-23.92	
8	140.0	-25.23	
9	160.0	-25.72	
10	180.0	-25.12	
11	200.0	-23.92	
12	220.0	-21.94	
13	240.0	-19.04	
14	260.0	-15.30	
15	280.0	-10.67	
16	300.0	-5.02	
17	320.0	+0.11	

Tablica 2.17

W niektórych przypadkach narzucany jest dodatkowy warunek, aby wpasowywana krzywa łańcuchowa przebiegała przez określone punkty, najczęściej punkty przytwierdzenia liny. Warunek taki stawia się wówczas, gdy chodzi o ustalenie przebiegu linii zwisu liny ze względów geometrycznych, to jest w celu zbadania, czy przebieg ten nie będzie kolidował z istniejącymi lub przewidywanymi przeszkodami terenowymi, zwłaszcza w terenie o urozmaiconej rzeźbie, bądź w miejscach przekraczania linii komunikacyjnych. Takie podejście do sprawy prezentowane jest np. w pracy [24]. Wówczas wpasowanie należy wykonywać przy założeniu błędów punktów utwierdzenia krzywej wielokrotnie mniejszych niż błędów pozostałych punktów, tak aby wpasowana krzywa przechodziła przez nie.

Postawienie takiego warunku w stosunku do zbioru współrzędnych obarczonego anomaliami rzeczywistej krzywej zwisu uwydatnia gabarytowe konsekwencje tych anomalii w rzeczywistym przebiegu krzywej zwisu.

Postępując w myśl tak sformułowanego zadania, wpasowałem krzywą łańcuchową w zbiór punktów 1-17, zakładając, że współrzędne punktów 1 i 17 mają sto razy mniejsze błędy w stosunku do błędów współrzędnych punktów 2-16. Rezultaty takiego wpasowania przedstawia rysunek 2.15c, na którym pokazałem wykres odległości rzeczywistej krzywej zwisu liny od wpasowanej krzywej łańcuchowej przechodzącej przez punkty A,B (1,17) utwierdzenia liny. Zauważmy, że z punktu widzenia obliczenia siły naciągu liny ten wariant wpasowania w anomalny zbiór współrzędnych okazał się wybitnie niekorzystny, bowiem błąd wpasowania $m_{or} = \pm 0.41$ m jest tu około pięć razy większy niż w wariancie zilustrowanym na rysunku 2.15b, zaś otrzymany parametr a= 507 ± 2.6 m. Wyznaczona w tym wariancie siła H = 1580 kN różni się od siły o najmniejszym błędzie wyznaczenia wg drugiego wariantu o 5.2%. Autorzy [10] otrzymali H=1572 kN.

3. OBLICZANIE WARTOŚCI PIONOWO SKIEROWANYCH SIŁ SKUPIONYCH P OBCIĄŻAJĄCYCH CIĘGNO, NA PODSTAWIE ZNANYCH WARTOŚCI q ORAZ WYZNACZANYCH Z POMIARU SIŁ H i KĄTÓW φ_b, φ_f

Wyniki pomiarów i obliczeń zawarte w punktach 2.3.2 i 2.3.3 nasunęły myśl o możliwości wykorzystania kątów przecięcia $\Delta\varphi$ odcinkowych krzywych łańcuchowych do obliczania wartości sił skupionych.

Jeśli spełniony jest warunek równowagi sił poziomych $H_b = H_f = H$

(rys. 3.1), to na mocy warunku równowagi sił pionowych możemy napisać:

$$P = Htg(\varphi_f - \varphi_b)(1 + tg\varphi_f tg\varphi_b) = V_f - V_b \qquad (3.1)$$

W eksperymencie 2 (pkt 2.3.2) uzyskałem, w wyniku pomiarów i obliczeń, wartości kątów nachylenia φ_f i φ_b w punktach obciążenia siłami skupionymi (na granicach podzbiorów), zestawione w tablicy 3.1 w kolumnach 2 i 3.

W kolumnie 4 zawarte są wartości kątów przecięcia odcinkowych krzywych łańcuchowych $\Delta\varphi = \varphi_f - \varphi_b$. Przypomnę, że w rzeczywistości krzywa zwisu w otoczeniu punktu obciążenia cięgna siłą skupioną jest wygięta wg krzywej lokalnej o małym promieniu, nie jest natomiast ostro załamana. Z tego powodu kąt załamania δ, obliczany jako kąt przecięcia $\Delta\varphi$ odcinkowych krzywych łańcuchowych, nie ma w naturze wierzchołka, w którym to załamanie nastąpiło, co nie przeszkadza w możliwości jednoznacznego określenia jego wartości. Bezpośredni pomiar tego kąta napotykałby znaczne trudności, zwłaszcza w miejscach, gdzie siła skupiona nie ma jednoznacznie zdefiniowanego miejsca przyłożenia do cięgna (np. ciężar spinacza wg 2.3.3, który może mieć długość kilku metrów).

W kolumnie 5 tablicy 3.1 zestawiłem średnie arytmetyczne z wartości H_a obliczonych w podzbiorach. W kolumnie 8 zamieściłem względne różnice między siłami skupionymi obliczonymi ze wzoru (3.1), a pomierzonymi bezpośrednio siłami P, rzeczywiście przyłożonymi do cięgna w eksperymencie 2 - podanymi na rysunku 2.8.

W przykładzie zastosowania prezentowanej metody do wyznaczenia sił w odciągach masztu radiowego (pkt 2.3.3, tabl.2.15 i 2.16), uzyskałem wartości φ. Korzystając z nich obliczyłem wartości kątów nachylenia φ_b, φ_f (średnie z kątów wyznaczonych przy obu końcach spinaczy), zestawione w tablicy 3.2 w kolumnach 3 i 4. W kolumnie 6 zestawiłem siły H wg tablic 2.15, 2.16.

Należy podkreślić, że w tym przypadku za siłę skupioną uważamy ciężar spinacza o długości 2.5 m wzdłuż cięgna. Z tego powodu kąty φ_f i φ_b obliczyłem jako średnie arytmetyczne z kątów wyznaczonych w punktach na początkach i końcach spinaczy. Jest to postępowanie uzasadnione powolną zmiennością kąta $\Delta\varphi = \varphi_f - \varphi_b$, przy przesuwaniu się wzdłuż krzywej zwisu, co jest wyraźnie widoczne w tablicach 2.10, 2.15 i 2.16.

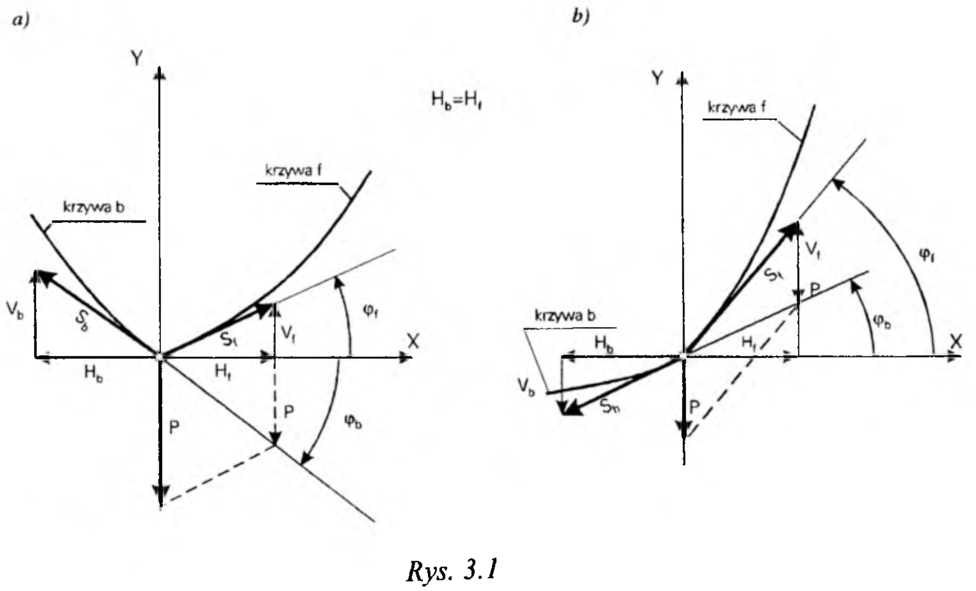
W tym przypadku ciężary spinaczy obliczone ze wzoru (3.1) (tabl. 3.2, kol.7), porównuję z ciężarami zawartymi w dokumentacji projektowej (kol. 8), bowiem nie miałem możliwości ich bezpośredniego zważenia.

Tablica 3.1

Granica podzbioru	φ_b	φ_f	$\Delta\varphi$	H_a	P ze wzoru (3.1)	P z pomiaru bezpośr.	Kolumny $\frac{6-7}{7}$
	[g]	[g]	[g]	[G]	[G]	[G]	%
1	2	3	4	5	6	7	8
$C_1 C_2$	1.4847	4.0604	2.5757	6620	268	284	-5.6
$D_1 D_2$	1.1142	2.4644	1.3501	6480	138	136	1.5
$D_2 D_3$	3.4031	4.8136	1.4104	6480	144	147	-2.0
$E_1 E_2$	2.5418	5.2080	2.6662	6560	276	284	-2.8
$F_1 F_2$	1.3826	6.1454	4.7627	7560	566	558	1.4

Tablica 3.2

Lina	Granica podzbioru	φ_b	φ_f	$\Delta\varphi$	H	P wg wzoru (3.1)	P wg projektu	Kol. $\frac{7-8}{8}$
		[g]	[g]	[g]	[kN]	[kG]	[kG]	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9
B4	dolny/środk.	55.1594	55.9754	0.8160	258	816	800	2.00
B3	dolny/środk.	52.6172	53.4605	0.8434	270.5	808	800	1.00
B4	środk./górny	57.6730	58.3898	0.7169	258	789	800	-1.38
B3	środk./górny	54.7554	55.5284	0.7730	270.5	798	800	-0.25



Rys. 3.1

Dane zestawione w tablicy 3.1, w kolumnie 8 i w tablicy 3.2, w kolumnie 9 wskazują na dosyć wysoką, możliwą do osiągnięcia dokładność wyznaczenia wartości sił skupionych, na podstawie pomiarów i obliczeń prezentowaną metodą kątów $\Delta\varphi$ przecięcia odcinkowych krzywych łańcuchowych.

Występujące we wzorze (3.1) kąty φ_f, φ_b, bądź siły pionowe V_f, V_b, w punkcie, który jest końcem jednej odcinkowej krzywej łańcuchowej a jednocześnie początkiem następnej odcinkowej krzywej łańcuchowej, są zależne. Obliczenie błędu różnicy sił V_f - V_b = P na podstawie prawa przenoszenia się kowariancji wymaga wykorzystania tablicy wariancji i kowariancji parametrów a, x_{o_f}, y_{o_f}, x_{o_b}, y_{o_b} uzyskiwanej w wyniku wspólnego wpasowania zespołu odcinkowych krzywych łańcuchowych, obrazujących krzywiznę zwisu cięgna obciążonego siłami skupionymi, w pełny zbiór punktów na cięgnie. Zadanie to jest realizowane, a jego zakończenie i prezentacja nastąpi po uzyskaniu brakujących środków.

Zaprezentowanym sposobem można wyznaczać ciężar różnych przedmiotów zawieszonych na linach. W przypadku, gdy ciężar nie jest przymocowany do liny, lecz jest po niej ciągnięty za pomocą dodatkowej liny holowniczej, zadanie należy rozwiązać z uwzględnieniem sił naciągu odcinków liny holowniczej.

4. OBLICZANIE CIĘŻARU JEDNOSTKOWEGO q NA PODSTAWIE ZNANYCH WARTOŚCI SIŁ SKUPIONYCH P ORAZ WYZNACZANYCH Z POMIARU KĄTÓW φ_b, φ_f I PARAMETRU a

Interesujące efekty przynosi rozwiązanie zadania odwrotnego w stosunku do (3.1), to jest obliczenie siły naciągu H liny na podstawie wyznaczonych z pomiaru kątów φ_b, φ_f przy znanej wartości siły skupionej P.

$$H = \frac{P}{\mathrm{tg}(\varphi_f - \varphi_b)(1 + \mathrm{tg}\varphi_b \mathrm{tg}\varphi_f)} \tag{4.1}$$

Po podstawieniu do (4.1) wartości H wyrażonej równaniem (2.1) i po przekształceniu otrzymujemy

$$q = \frac{P}{a\ \mathrm{tg}(\varphi_f - \varphi_b)(1 + \mathrm{tg}\varphi_b \mathrm{tg}\varphi_f)} \tag{4.2}$$

Korzystając z danych uzyskanych w eksperymencie 2 (pkt 2.3.2), obliczymy ze wzoru (4.2) wartości q i porównamy z wartościami rzeczywistymi (wyznaczonymi z większą dokładnością w sposób bezpośredni).Wyniki tego obliczenia zawarte są w tablicy 4.1.

Korzystając z danych zawartych w tablicach 2.15, 2.16 dokonam podobnego porównania wartości ciężaru jednostkowego q lin B4, B3 masztu radiowego.

Wyniki tego obliczenia zawarte są w tablicy 4.2.

Należy podkreślić, że zadanie to staje się możliwe do rozwiązania dzięki obciążeniu liny siłą skupioną (lub kilkoma siłami skupionymi), wówczas bowiem powstają warunki do zachodzenia nieidentyczności: $\varphi_b \neq \varphi_f$, $\varphi'_b \neq \varphi'_f$. W przypadku, gdy cięgno obciążone jest kilkoma siłami skupionymi, to ze wzoru (4.2) obliczamy wartości q wynikające z ugięcia cięgna pod wpływem każdej z tych sił skupionych, a następnie obliczamy wartość $q_{śr}$.

Zauważmy, że we wzorze (4.2) wartość q nie zależy już od H, lecz od znanej wartości siły skupionej P. Dzięki temu wzór (4.2) umożliwia wyznaczanie, na drodze pomiarów geodezyjnych, przyrostów Δq obciążenia równomiernego, powodowanych przez obciążenia eksploatacyjne liny lub obciążenia jej śniegiem i lodem. W tym celu należy wykonać dwukrotnie pomiar kształtu krzywej zwisu liny:

1. bez obciążenia eksploatacyjnego, wyznaczając wartości a, φ_b, φ_f,
2. po obciążeniu eksploatacyjnym, wyznaczając wartości $a', \varphi'_b, \varphi'_f$.

Jeżeli podczas obu pomiarów lina jest obciążona tą samą siłą skupioną P, usytuowaną w tym samym miejscu, to równomierny przyrost Δq - eksploatacyjny, lub od obciążenia śniegiem czy też lodem, możemy obliczyć ze wzoru

$$q' - q = \Delta q = \frac{P}{a' tg(\varphi'_f - \varphi'_b)(1 + tg\varphi'_b tg\varphi'_f)} - \frac{P}{a tg(\varphi_f - \varphi_b)(1 + tg\varphi_b tg\varphi_f)} \qquad (4.3)$$

Przyrosty obciążenia jednostkowego można wyznaczać również na podstawie powtarzanych pomiarów, przy których wartości siły skupionej nie są identyczne. Jeśli np. przed przyrostem obciążenia jednostkowego (tj. przy jego wartości q) siła skupiona ma wartość P_1 i obciąża cięgno w punkcie i, zaś po przyroście obciążenia jednostkowego do wartości q' siła skupiona ma wartość P_2 i obciąża cięgno w punkcie j, to obliczamy:

$$q = \frac{P_1}{a_1 tg(\varphi_{if} - \varphi_{ib})(1 + tg\varphi_{ib} tg\varphi_{if})} \tag{4.4}$$

$$q' = \frac{P_2}{a_2 tg(\varphi_{jf} - \varphi_{jb})(1 + tg\varphi_{jb} tg\varphi_{jf})} \tag{4.5}$$

Wartość Δq obliczamy jako różnicę (q' - q). Ma to takie praktyczne znaczenie, że w celu wyznaczenia obciążeń jednostkowych q, q' możemy doraźnie, w czasie obu pomiarów, zawieszać dodatkowe obciążniki P w dowolnych dostępnych punktach i,j cięgna, a po zakończeniu pomiarów usuwać je. Dzięki temu możemy wyznaczać siły H naciągu cięgna równomiernie obciążonego, gdy nie jest znany ciężar jednostkowy q.

Jest to szczególnie korzystne w przypadku, gdy pragniemy wyznaczać przyrosty obciążenia jednostkowego, powodowane przez oblodzenie, bowiem wówczas możemy uniknąć wypaczenia wyników, jakie miałoby miejsce, gdybyśmy korzystali z zawieszonego na stałe obciążnika o ciężarze P, podlegającego również oblodzeniu, a więc nieokreślonym przyrostom ΔP.

Jeżeli zadanie ma polegać na wyznaczeniu poziomej składowej H_L siły naciągu liny nie obciążonej siłą skupioną, która doznała równomiernego obciążenia wskutek oblodzenia, to należy wykonać następujące czynności:
- wykonać pomiar współrzędnych zbioru punktów na linie i wykonać wpasowanie krzywej łańcuchowej, wyznaczające parametr a_L,
- obciążyć linę znaną siłą skupioną P, wykonać pomiar w celu obliczenia współrzędnych zbioru punktów na linie, wpasować odcinkowe krzywe łańcuchowe, wyznaczając a_b, a_f oraz kąty φ_b, φ_f w miejscu obciążenia liny siłą skupioną, i usunąć siłę P,
- obliczyć
$$H_L = \frac{2a_L P}{(a_b + a_f) tg(\varphi_f - \varphi_b)(1 + tg\varphi_f tg\varphi_b)} \tag{4.6}$$

W przypadku, gdy siła skupiona nie została usunięta, obliczamy siłę naciągu liny obciążonej zarówno równomiernie lodem, jak i miejscowo siłą skupioną ze wzoru (4.1).

5. PROJEKTOWANIE KRZYWEJ ZWISU CIĘGNA

Algorytm 2^0 umożliwia sprawne ustalenie odległości pionowych, poziomych lub normalnych od projektowanego cięgna do dowolnie wybranych punktów terenowych (także budowli i instalacji) o znanych współrzędnych w płaszczyźnie pionowej zwisu. Cel taki stawiają sobie projektanci ustalający warunki swobodnego zwisu cięgien i optymalnej wysokości słupów podporowych linii przesyłowych, kolejek linowych i cięgien w konstrukcjach cięgnowych. Zadanie takie wykonuję wpasowując krzywą łańcuchową w zbiór projektowanych, charakterystycznych punktów cięgna (np. punkty zaczepienia) i punktów terenowych, których współrzędne otrzymują wagi proporcjonalne do następujących wartości błędów:

1) $m_{x_j} = m_{y_j} = 1$ mm dla punktów, przez które cięgno ma przechodzić,
2) $m_x \approx \Delta x$ mm i $m_y = 1$ mm, dla punktów, których odległość pozioma Δx od cięgna jest poszukiwana,
3) $m_x = m_y \approx \Delta r$ mm, dla punktów, których odległość normalna Δr do krzywej zwisu liny jest poszukiwana,
4) $m_y \approx \Delta y$ mm i $m_x = 1$ mm, dla punktów, których odległość pionowa Δy od cięgna jest poszukiwana.

W przypadku gdy zgodnie z wariantem 1) deklarujemy wagi punktów zaczepienia cięgna i trzeciego, wybranego punktu, przez który cięgno ma przechodzić, to algorytm 2^{0} (lub 3^{01} - rozdz. 6) umożliwia obliczenie parametru a odpowiadającego poziomej składowej siły naciągu cięgna H przy jego ciężarze jednostkowym q. Można kolejno wyznaczyć siły naciągu cięgna przebiegającego na styk z każdym punktem ograniczającym przestrzeń swobodnego zwisu, sprawdzając zarazem, czy któreś z pozostałych punktów są kolizyjne, to znaczy leżą w przestrzeni przeznaczonej na cięgno.

Możliwości te uwidocznię na przykładzie.

Przykład 1

W tablicy 5.1 dane są współrzędne punktów 1 i 6 przytwierdzenia cięgna oraz punktów 2, 3, 4 i 5 ograniczających od dołu i od góry przestrzeń przeznaczoną dla cięgna, na rysunku 5.1 oznaczoną liniami przerywanymi. Należy obliczyć najmniejszą i największą wartość parametru a, przy której cięgno zetknie się od dołu i od góry z najbliższymi z danych punktów. Jednocześnie należy obliczyć odległości Δy_2, Δy_3, Δr_3, Δx_3, Δr_4, Δy_5 pozostałych punktów od tak rozwieszonego cięgna.

W tablicy 5.1 zadeklarowane są wartości m_x i m_y punktów 2-5 tak, aby obliczyć Δy_2, Δy_3, Δr_3, Δx_3, Δr_4, Δy_5.

W tablicy 5.2, w kolumnie 1 podana jest wartość parametru a_{min} = 872.717 m, odpowiadająca stykaniu się cięgna z punktem 3 oraz zestawione są odległości Δy_2, Δy_3, Δr_3, Δx_3, Δr_4, Δy_5.

W tablicy 5.2, w kolumnie 10 podana jest wartość parametru a_{max}=4616.290 m, odpowiadająca stykaniu się cięgna z punktem 4 oraz zestawione są odległości Δy_2, Δy_3, Δr_3, Δx_3, Δr_4, Δy_5.

Tablica 5.1

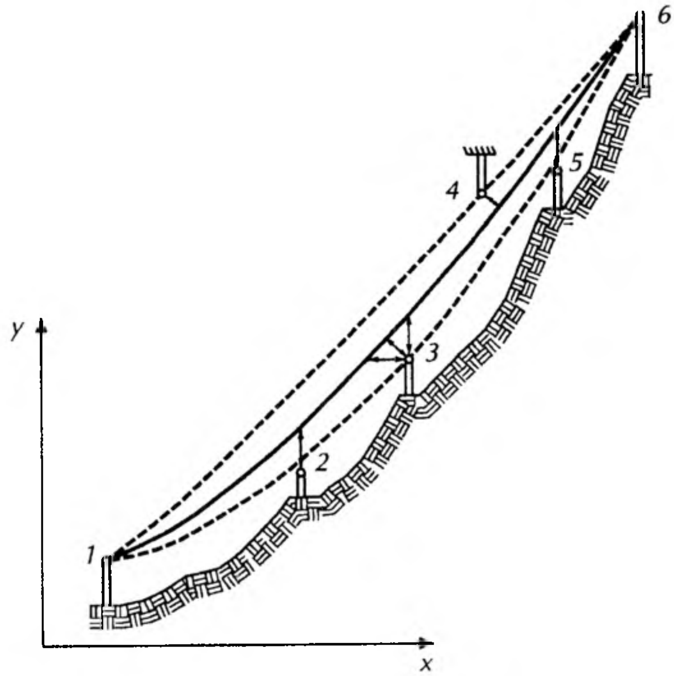
Lp	Nr punktu	y	x	m_y	m_x	Odległości obliczane
		[m]		[m]		[m]
1	1	150	150	0,001	0,001	-----
2	2	350	550	100,000	0,001	Δy_2
3	3	550	750	100,000	0,001	Δy_3
4	3	550	750	100,000	100,000	Δr_3
5	3	550	750	0,001	100,000	Δx_3
6	4	900	900	100,000	100,000	Δr_4
7	5	950	1050	100,000	0,001	Δy_5
8	6	1250	1200	0,001	0,001	-----

Tablica 5.3

Nr punktu	y	x	Δy	Δy	Δy	Δy
	1		2	3	4	5
	[m]		[m]	[m]	[m]	[m]
1	150	150	25,900	27,044	15	15
2	350	550	10	40	31,324	6,689
5	950	1050	10	40	37,128	20,164
6	1250	1200	- 0,755	15,551	15	15
$a = \frac{H}{q}$ [m]			800	900	900	800

Tablica 5.2

Nr pkt	a [m]	872, 717	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	4616,290
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Δy_2 [m]	10,155	36,104	95,988	126,308	144,636	156,915	165,715	172,332	177,488	178,528
3	Δy_3 [m]	0,000	29,613	96,694	129,946	149,808	163,011	172,424	179,473	184,950	186,053
3	Δr_3 [m]	0,000	19,821	65,060	87,830	101,592	110,821	117,443	122,428	126,316	127,101
3	Δx_3 [m]	0,000	26,677	87,944	119,172	138,235	151,114	160,407	167,432	172,931	174,043
4	Δr_4 [m]	95,433	81,297	47,979	30,668	20,035	12,834	7,634	3,701	0,622	0,000
5	Δy_5 [m]	17,928	35,378	73,484	91,650	102,278	109,253	114,182	117,850	120,686	121,255



Rys. 5.1

Wynika z tego, że cięgno może wisieć swobodnie, bez stykania się z punktami kolizji, gdy $873 \cdot q < H < 4616 \cdot q$.

Odległości Δx, Δr lub Δy wybranych punktów od projektowanego cięgna o zadanej sile naciągu $H = aq = \text{const.}$, przechodzącego przez dwa punkty zaczepienia cięgna, uzyskuje się przy użyciu algorytmu 2^0 ustalając dla wszystkich etapów obliczeń iteracyjnych wartość wagi projektowanego parametru a proporcjonalną do błędu $m_a = 1$ mm.

W tablicy 5.2, w kolumnach 2÷9 podane są odległości punktów od cięgna naciągniętego siłami $H = a\,q$, którym odpowiadają przyjęte wartości a = 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 m.

Przy użyciu algorytmu 2^0 można rozwiązywać zadania projektowe dotyczące ustalenia wysokości przytwierdzenia końców cięgna, które ma przebiegać w określony sposób względem kolizyjnych punktów pośrednich. Przykład 2 ilustruje kilka takich możliwości.

Przykład 2

W tablicy 5.3 w kolumnie 1 dane są współrzędne punktów 1, 2, 5 i 6.

I. Na jakiej wysokości Δy nad punktami 1 i 6 należy przytwierdzić cięgno naciągnięte siłą H = 800m·q, aby przebiegało ono na wysokości Δy=10m nad punktami 2, 5? Wynik podany jest w kolumnie 2. Okazało się, że w punkcie 6 należałoby przytwierdzić cięgno 0.755 m niżej, co świadczy o kolizyjności danych.

II. Na jakiej wysokości nad punktami 1 i 6 należy zawiesić cięgno naciągnięte siłą H = 900 m·q, aby przebiegało ono na wysokości Δy=40m nad punktami 2, 5? Wynik podany jest w kolumnie 3.

III. Należy zawiesić cięgno naciągnięte siłą H = 900 m·q na wysokości 15 m nad punktami 1, 6. Na jakiej wysokości Δy przebiegnie to cięgno nad punktami 2 i 5? Wynik podany jest w kolumnie 4.

IV. Obliczyć na jakiej wysokości nad punktami 2 i 5 przebiegnie cięgno przymocowane jak w III, gdy siła naciągu zmniejszy się do H = 800 m·q. Wynik podany jest w kolumnie 5.

6. WPASOWANIE KRZYWEJ ŁAŃCUCHOWEJ W ZBIÓR PUNKTÓW ZAOBSERWOWANYCH NA CIĘGNIE, Z UWZGLĘDNIENIEM KORELACJI ZACHODZĄCYCH MIĘDZY ICH WSPÓŁRZĘDNYMI x_j, y_j

6.1 Algorytm 3^0

6.1.1. Wpasowanie krzywej łańcuchowej w zbiór zależnych składowych współrzędnych punktów na cięgnie - algorytm 3^{01}

Algorytm 3^0 prowadzi do obliczenia wartości parametrów x_o, y_o i a krzywej łańcuchowej

$$F(x,y) = y + y_o - a \cdot \cosh\frac{x + x_o}{a} = 0 \qquad (6.1)$$

opisującej krzywą zwisu rzeczywistego cięgna, wpasowanej w zbiór więcej niż trzech punktów o współrzędnych x_j, y_j na cięgnie, z uwzględnieniem korelacji zachodzących między składowymi x_j, y_j, przy założeniu, że cięgno leży dokładnie w płaszczyźnie pionowej 0xy.

W przypadku, gdy tablica $\underline{X}^o$ współrzędnych x_j, y_j , j = 1,2, ... n, punktów na cięgnie uzyskiwana jest w wyniku uzgodnienia (wyrównania) obserwacji prowadzących do ich wyznaczenia - równolegle, prowadząc uzgodnienia obserwacji wyznacza się też tablicę estymatorów wariancji i kowariancji uzgodnionych współrzędnych x_j, y_j , analogicznej do ich tablicy wagowej $\underline{P}$, to algorytm 3^{01}, wyznaczający tablicę $\underline{X}$ poprawek - niewiadomych dx_0, dy_0, da do parametrów przybliżonych krzywej łańcuchowej i tablicę $\underline{V}$ poprawek v_{xj}, v_{yj} do $\underline{X}^o$ realizuje się rozwiązując układ równań typu

$$f_j = y_j + v_{y_j} + y_o - a \cdot \cosh \frac{x_j + v_{x_j} + x_o}{a} = 0 \qquad (6.2)$$

na drodze minimalizacji funkcji [pvv], [4] (zapis macierzowy):

$$[pvv] = \underline{V}^T \underline{P}\underline{V} - 2\underline{K}^T(\underline{H}\underline{V} + \underline{G}\underline{X} + \underline{\Omega}) , \qquad (6.3)$$

gdzie

$$\underline{H} = \left| \begin{array}{cccc:cc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial y_2} & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} & \frac{\partial f_n}{\partial y_n} \end{array} \right| ,$$

$$\underline{G} = \left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_o} & \frac{\partial f_1}{\partial y_o} & \frac{\partial f_1}{\partial a} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_o} & \frac{\partial f_2}{\partial y_o} & \frac{\partial f_2}{\partial a} \\ \hdashline \frac{\partial f_n}{\partial x_o} & \frac{\partial f_n}{\partial y_o} & \frac{\partial f_n}{\partial a} \end{array} \right| , \qquad \underline{\Omega} = \left| \begin{array}{c} f_{1,ob} \\ f_{2,ob} \\ \hdashline f_{n,ob} \end{array} \right| ,$$

których wyrazy liczone są dla przybliżonych wartości x_0, y_0 i a i wartości "obserwowanych" x_j, y_j, skąd, przy konsekwentnym zastosowaniu procedury równań normalnych:

$$\underline{K} = -\left(\underline{H}\underline{P}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\left(\underline{G}\underline{X} + \underline{\Omega}\right), \qquad 6.4)$$

$$\underline{X} = -\left(\underline{G}^T\left(\underline{H}\underline{P}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{G}\right)^{-1}\underline{G}^T\left(\underline{H}\underline{P}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{\Omega}, \qquad (6.5)$$

$$\underline{V} = \underline{P}^{-1}\underline{H}^T\underline{K} \tag{6.6}$$

Tablicę oszacowań wariancji i kowariancji parametrów x_o, y_o i a wpasowanej krzywej łańcuchowej obliczamy po ostatniej iteracji wg wzoru

$$Cov(x_o, y_o, a) = \frac{\underline{V}^T\underline{PV}}{n-3}\left(\underline{G}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{G}\right)^{-1}, \tag{6.7}$$

natomiast wartości oszacowań wariancji i kowariancji współrzędnych $x_j^w = x_j + v_{x_j}, y_j^w = y_j + v_{y_j}$ punktów leżących na wpasowanej krzywej łańcuchowej obliczymy następująco:

$$Cov\left(x_j^w, y_j^w\right) = \frac{\underline{V}^T\underline{PV}}{n-3}\begin{pmatrix} \underline{P}^{-1} - \underline{P}^{-1}\underline{H}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{HP}^{-1} + \\ +\underline{P}^{-1}\underline{H}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{G}\left(\underline{G}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{G}\right)^{-1}\cdot \\ \cdot\underline{G}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{HP}^{-1} \end{pmatrix}$$

(6.8)

Strukturę i działanie algorytmu 3^0 przedstawię na przykładzie konstrukcji geodezyjnej przedstawionej na rysunku 6.1, służącej do jednoznacznego wyznaczenia współrzędnych x_j, y_j każdego niesygnalizowanego, bądź sygnalizowanego punktu na rzeczywistym cięgnie.

W celu wyznaczenia współrzędnych x_j, y_j punktów znajdujących się na linie zwisającej w płaszczyźnie pionowej yx (ZY) została założona baza I-II, której punkt I znajduje się w początku układu współrzędnych OXYZ. Zmierzone zostały: długość pozioma b bazy I-II, kąty poziome α, γ_j i kąty pionowe β_j. Współrzędne punktu j w układzie współrzędnych Oxy = Ixy wyrażają związki

$$x_j = b\frac{\sin\gamma_j}{\sin(\alpha + \gamma_j)} \tag{6.9}$$

$$y_j = b\frac{\sin\alpha \cdot tg\beta_j}{\sin(\alpha + \gamma_j)} \tag{6.10}$$

Widoczne jest, że współrzędne x_j, y_j są zależne. W celu wyznaczenia macierzy Cov (x_j, y_j) zestawiamy tablicę $\underline{S}$ współczynników zlinearyzowanych i podzielonych odpowiednio przez m_b, m_α, $m_{\gamma,j}$, $m_{\beta,j}$ równań:

$$b = f_b(X_I, Y_I, X_{II}, Y_{II}),$$
$$\alpha = f_\alpha(X_{I,II,j}, Y_{I,II,j}, Z_{I,II,j}),$$
$$\gamma_j = f_{\gamma,j}(X_{I,II,j}, Y_{I,II,j}, Z_{I,II,j}) \text{ i}$$
$$\beta_j = f_{\beta,j}(X_{I,II,j}, Y_{I,II,j}, Z_{I,II,j}),$$

przy założeniu $dX_j = dX_I = dY_I = dZ_I = dZ_{II} = 0$. Macierz wariancyjno - kowariancyjną współrzędnych X_{II}, Y_{II}, $Z_j = y_j$ i $Y_j = x_j$, zawierającą elementy poszukiwanej tablicy Cov (x_j, y_j) , obliczamy na podstawie $\underline{S}$.

W przypadku gdy uzasadnione jest oszacowanie $m_b = 0$ wprowadzamy dodatkowo założenie $dX_{II} / dY_{II} = -tgAz_{I-II}$. Wówczas obliczamy macierz wariancyjno - kowariancyjną współrzędnych Y_{II}, $Z_j = y_j$ i $Y_j = x_j$.

Współrzędne punktów liny x_j, y_j, leżące w płaszczyźnie pionowej yx (ZY) jej zwisu można wyznaczyć także na drodze realizacji układu obserwacyjnego przedstawionego na rysunku 6.2. W tym celu z punktów I i II bazy b zmierzone są kąty α_L, α_K, γ_L, γ_K, γ_j i kąt pionowy β_j. Współrzędne punktu j zostają wyznaczone jako funkcje obserwacji

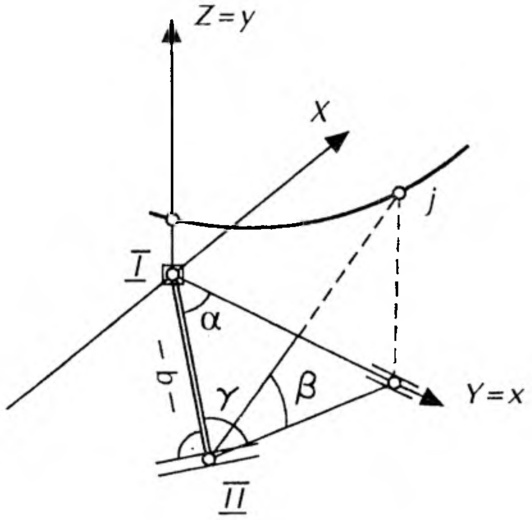
$$x_j = f(b, \alpha_L, \alpha_K, \gamma_L, \gamma_K, \gamma_j)$$
$$y_j = f(b, \alpha_L, \alpha_K, \gamma_L, \gamma_K, \gamma_j, \beta_j)$$

Widoczne jest, że wpółrzędne x_j, y_j są zależne. W celu wyznaczenia $Cov(x_j,y_j)$ zestawiamy współczynniki zlinearyzowanych równań obserwacyjnych z niewiadomymi dX_I, dY_I, dX_{II}, dY_{II}, dY_K, $dZ_j = dy_j$, $dY_j = dx_j$ (dla pojedynczego punktu stanowiłoby to siedem równań z siedmioma niewiadomymi). W zadaniu tym zakładamy, że $dZ_I = dZ_{II} = dZ_K = dZ_L = dX_L = dY_L = dX_j = dX_K = 0$. W przypadku gdy uzasadnione jest oszacowanie $m_b = 0$ wprowadzamy dodatkowo założenie

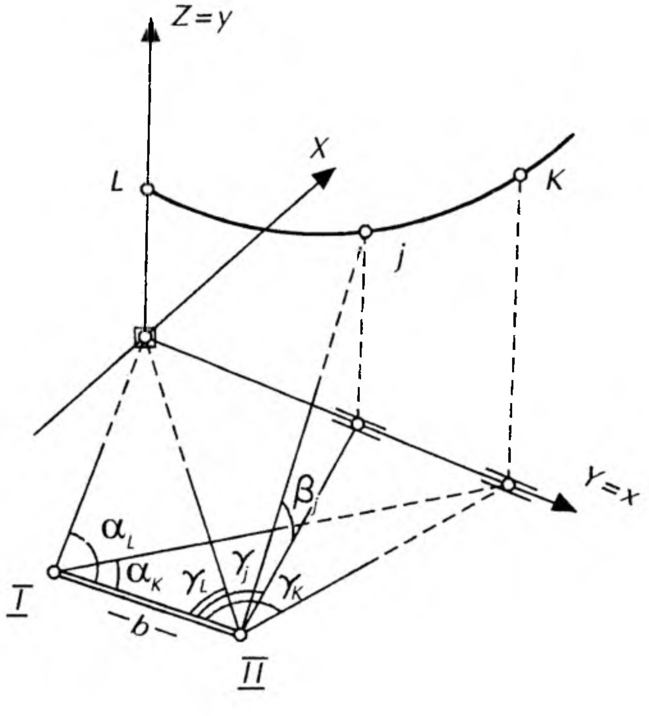
$$\frac{dX_{II} - dX_I}{dY_{II} - dY_I} = -tgAz_{I-II}$$

zmniejszające o *jeden* liczbę niewiadomych. Tablica wariancyjno - kowariancyjna niewiadomych zawiera elementy poszukiwanej tablicy $Cov(x_j,y_j)$.

Postępowanie prowadzące do obliczenia parametrów krzywej łańcuchowej przybliżającej krzywiznę zwisu obserwowanego dyskretnie cięgna może być dwojakie.



Rys. 6.1



Rys. 6.2

Sposób pierwszy - algorytm 3^{01}, polega na wykorzystaniu macierzy wariancyjno-kowariancyjnej współrzędnych x_j, y_j punktów na linie do zredagowania tablicy wagowej $\underline{P}$. Niewiadome x_o, y_o i a układu równań typu (6.2) wyznaczamy minimalizując funkcję (6.3) z uwzględnieniem tak obliczonego $\underline{P}$.

Algorytm 3^{01} może też służyć do obliczenia parametrów krzywej łańcuchowej bez uwzględnienia zależności współrzędnych x_j, y_j, podobnie jak ma to miejsce w algorytmie 2^0. W szczególności, gdy oszacowane wartości wag obydwóch współrzędnych poszczególnych punktów będą jednakowe, to uzyskane wektory wypadkowe odchyłek wpasowania składowych x_j, y_j będą prostopadłe do krzywej łańcuchowej.

Sposób drugi wymaga wykonania przedstawionych niżej operacji obliczeniowych.

6.1.2. *Wpasowanie krzywej łańcuchowej w zbiór punktów na cięgnie na drodze minimalizacji sumy kwadratów zestandaryzowanych odchyłek niezależnych obserwacji służących do obliczenia współrzędnych tych punktów - algorytm* 3^{02}

Wyrażenia (6.9) i (6.10) podstawiamy do równania krzywej łańcuchowej (6.1), co daje układ n następujących równań warunkowych z niewiadomymi x_o, y_o i a

$$g_j = \frac{b\sin\alpha \cdot tg\beta_j}{\sin\left(\alpha+\gamma_j\right)} + y_o - a\cosh\left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin\left(\alpha+\gamma_j\right)} + \frac{x_o}{a}\right) \tag{6.11}$$

Równania (6.11) - po dodaniu do wielkości obserwowanych w nich występujących poprawek wpasowania z tablicy $\underline{V}$ (zakładając, że $m_b = 0$)

$$\underset{(1,2n+1)}{\underline{V}^T} = \left| \, v_\alpha \quad v_{\gamma_1} \quad v_{\beta_1} \quad v_{\gamma_2} \quad v_{\beta_2} \;\vdots\; v_{\gamma_n} \quad v_{\beta_n} \right|,$$

przyjmą wartości *zero*, co po ich linearyzacji zapiszemy macierzowo

$$\underline{HV} + \underline{GX} + \underline{\Omega} = \underline{0}\,, \tag{6.12}$$

gdzie

$$
\underset{(n,2n+1)}{\underline{H}} = \left| \begin{array}{ccccc:cc}
\frac{\partial g_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial g_1}{\partial \gamma_1} & \frac{\partial g_1}{\partial \beta_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{\partial g_2}{\partial \alpha} & 0 & 0 & \frac{\partial g_2}{\partial \gamma_2} & \frac{\partial g_2}{\partial \beta_2} & 0 & 0 \\
\hdashline
\frac{\partial g_n}{\partial \alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_n}{\partial \gamma_n} & \frac{\partial g_n}{\partial \beta_n}
\end{array} \right|,
$$

$$
\underset{(n,3)}{\underline{G}} = \left| \begin{array}{ccc}
\frac{\partial g_1}{\partial x_o} & \frac{\partial g_1}{\partial y_o} & \frac{\partial g_1}{\partial a} \\
\hdashline
\frac{\partial g_n}{\partial x_o} & \frac{\partial g_n}{\partial y_o} & \frac{\partial g_n}{\partial a}
\end{array} \right|, \quad
\underset{(3,1)}{\underline{X}} = \left| \begin{array}{c} dx_o \\ dy_o \\ da \end{array} \right|, \quad
\underset{(n,1)}{\underline{\Omega}} = \left| \begin{array}{c} g_1 \\ g_2 \\ \hdashline g_n \end{array} \right|.
$$

Tablicę niewiadomych $\underline{X}$ i poprawek $\underline{V}$ znajdujemy na drodze minimalizacji funkcji (6.3), w której $\underset{(2n+1,2n+1)}{\underline{P}}$ jest tablicą diagonalną, o elementach proporcjonalnych do błędów identyfikacji kątów α, γ_1, β_1, ... γ_n, β_n. Zadanie rozwiązujemy z wykorzystaniem wzorów (6.4)-(6.8), po uwzględnieniu

$$
\frac{\partial g_j}{\partial x_o} = -\sinh\left(\frac{b \sin \gamma_j}{a \sin(\alpha + \gamma_j)} + \frac{x_o}{a} \right),
$$

$$
\frac{\partial g_j}{\partial y_o} = 1,
$$

$$
\frac{\partial g_j}{\partial a} = -\cosh\left(\frac{b \sin \gamma_j}{a \sin(\alpha + \gamma_j)} + \frac{x_o}{a} \right) + \left(\frac{b \sin \gamma_j}{a \sin(\alpha + \gamma_j)} + \frac{x_o}{a} \right) \sinh\left(\frac{b \sin \gamma_j}{a \sin(\alpha + \gamma_j)} + \frac{x_o}{a} \right)
$$

$$
\frac{\partial g_j}{\partial \alpha} = \frac{b tg\beta_j \sin \gamma_j}{\sin^2(\alpha + \gamma_j)} + \frac{b \cos(\alpha + \gamma_j) \sin \gamma_j}{\sin^2(\alpha + \gamma_j)} \sinh\left(\frac{b \sin \gamma_j}{a \sin(\alpha + \gamma_j)} + \frac{x_o}{a} \right),
$$

$$\frac{\partial g_j}{\partial \gamma_j} = -\frac{b\cos(\alpha+\gamma_j)\sin\alpha \cdot tg\beta_j}{\sin^2(\alpha+\gamma_j)} - \frac{b\sin\alpha}{\sin^2(\alpha+\gamma_j)}\sinh\left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin(\alpha+\gamma_j)} + \frac{x_o}{a}\right)$$

$$\frac{\partial g_j}{\partial \beta_j} = \frac{b\sin\alpha}{\sin(\alpha+\gamma_j)\cos^2\beta_j}.$$

Tablicę wariancji i kowariancji parametrów x_0, y_0 i a wpasowanej krzywej łańcuchowej wyznaczamy wg wzoru (6.7).

Tablicę wariancji i kowariancji wielkości $\alpha + v_\alpha, \gamma_j + v_{\gamma_j}, \beta_j + v_{\beta_j}$ wyznaczymy wg wzoru

$$Cov\begin{pmatrix} \alpha + v_\alpha \\ \gamma_j + v_{\gamma_j} \\ \beta_j + v_{\beta_j} \end{pmatrix} = \frac{\underline{V}^T \underline{PV}}{n-3}\begin{pmatrix} \underline{P}^{-1} - \underline{P}^{-1}\underline{H}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{HP}^{-1} + \\ +\underline{P}^{-1}\underline{H}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{G}\left(\underline{G}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{G}\right)^{-1} \cdot \\ \cdot\underline{G}^T\left(\underline{HP}^{-1}\underline{H}^T\right)^{-1}\underline{HP}^{-1} \end{pmatrix}$$

(6.8a)

6.1.3. Obliczanie siły stycznej S i pionowej V naciągu cięgna i błędów m_S i m_V

Siłę styczną S_j napinającą cięgno w punkcie o współrzędnych $x_j^w + x_o, y_j^w + y_o$ wyznaczymy korzystając z własności krzywej łańcuchowej, która mówi, że siła S_j jest równa ciężarowi odcinka cięgna, układającego się wzdłuż krzywej łańcuchowej, o długości równej rzędnej $d_j = y_j^w + y_o$ punktu $x_j^w + x_o, y_j^w + y_o$

$$S_j = q \cdot d_j \tag{6.13}$$

W przypadku wyznaczenia niewiadomych wpasowania x_0, y_0 i a oraz współrzędnych krzywej łańcuchowej x_j^w, y_j^w wg procedury przedstawionej w p. 6.1.2 tablicę $\underline{M}$ estymatorów wariancji i kowariancji współczynników d_j

$$d_j = b\frac{\sin\left(\alpha + v_\alpha\right) tg\left(\beta_j + v_{\beta_j}\right)}{\sin\left(\alpha + v_\alpha + \gamma_j + v_{\gamma_j}\right)}$$

obliczamy z wykorzystaniem macierzy $\underline{B}$ tablic funkcyjnych d_j

$$\underset{(3+2n+1,n)}{\underline{B}} = \left|\begin{array}{c:c:c}
\frac{\partial d_1}{\partial x_o} = 0 & \frac{\partial d_j}{\partial x_o} = 0 & \frac{\partial d_n}{\partial x_o} = 0 \\
\frac{\partial d_1}{\partial y_o} = 1 & \frac{\partial d_j}{\partial y_o} = 1 & \frac{\partial d_n}{\partial y_o} = 1 \\
\frac{\partial d_1}{\partial a} = 0 & \frac{\partial d_j}{\partial a} = 0 & \frac{\partial d_n}{\partial a} = 0 \\
\frac{\partial d_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial d_j}{\partial \alpha} & \frac{\partial d_n}{\partial \alpha} \\
\frac{\partial d_1}{\partial \gamma_1} & 0 & 0 \\
\frac{\partial d_1}{\partial \beta_1} & 0 & 0 \\
\hdashline
0 & \frac{\partial d_j}{\partial \gamma_j} & 0 \\
0 & \frac{\partial d_j}{\partial \beta_j} & 0 \\
\hdashline
0 & 0 & \frac{\partial d_n}{\partial \gamma_n} \\
0 & 0 & \frac{\partial d_n}{\partial \beta_n}
\end{array}\right|$$

gdzie

$$\frac{\partial d_j}{\partial \alpha} = \frac{b tg\beta_j \sin\gamma_j}{\sin^2\left(\alpha + \gamma_j\right)},$$

$$\frac{\partial d_j}{\partial \gamma_j} = -\frac{b\cos\left(\alpha + \gamma_j\right)\sin\alpha \cdot tg\beta_j}{\sin^2\left(\alpha + \gamma_j\right)},$$

$$\frac{\partial d_j}{\partial \beta_j} = \frac{b \sin\alpha}{\sin(\alpha + \gamma_j)\cos^2\beta_j}$$

oraz tablicy $\underline{Z}$

$$\underset{(3+2n+1,3+2n+1)}{\underline{Z}} = \left|\begin{array}{c|c} Cov(x_o, y_o, a) & \begin{array}{ccc:c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 \end{array} & Cov\begin{pmatrix} \alpha + v_\alpha \\ \gamma_j + v_{\gamma_j} \\ \beta_j + v_{\beta_j} \end{pmatrix} \end{array}\right| .$$

Z prawa przenoszenia się kowariancji mamy

$$\underset{(n,n)}{\underline{M}} = \underline{B}^T \underline{Z} \underline{B} . \tag{6.14}$$

Siłę pionową V_j napinającą cięgno w punkcie o współrzędnych $x_j^w + x_o, y_j^w + y_o$ wyznaczymy korzystając z własności krzywej łańcuchowej, która mówi, że siła V_j jest równa ciężarowi łuku s_j cięgna biegnącego od punktu (0,a) do punktu ($x_j^w + x_o, y_j^w + y_o$)

$$s_j = a \sinh\frac{x_j^w + x_o}{a}, \tag{6.15}$$

tj.

$$V_j = q \cdot s_j \tag{6.16}$$

W celu wyznaczenia tablicy $\underline{N}$ estymatorów wariancji i kowariancji współczynników s_j wyrażamy (6.15) w funkcji niewiadomych wpasowania i obserwacji $\alpha + v_\alpha, \gamma_j + v_{\gamma_j}, \beta_j + v_{\beta_j}$ uzyskanych wg procedury przedstawionej w p. 6.1.2, tj.

$$s_j = a \sinh\left(\frac{b \sin\left(\gamma_j + v_{\gamma_j}\right)}{a \sin\left(\alpha + v_\alpha + \gamma_j + v_{\gamma_j}\right)} + \frac{x_o}{a} \right)$$

i zestawiamy macierz $\underline{D}$ tablic funkcyjnych s_j

$$\underset{(3+2n+1,n)}{\underline{D}} = \left|\begin{array}{c:c:c}
\frac{\partial s_1}{\partial x_o} & \frac{\partial s_j}{\partial x_o} & \frac{\partial s_n}{\partial x_o} \\
\frac{\partial s_1}{\partial y_o} = 0 & \frac{\partial s_j}{\partial y_o} = 0 & \frac{\partial s_n}{\partial y_o} = 0 \\
\frac{\partial s_1}{\partial a} & \frac{\partial s_j}{\partial a} & \frac{\partial s_n}{\partial a} \\
\frac{\partial s_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial s_j}{\partial \alpha} & \frac{\partial s_n}{\partial \alpha} \\
\frac{\partial s_1}{\partial \gamma_1} & 0 & 0 \\
\frac{\partial s_1}{\partial \beta_1} = 0 & \frac{\partial s_j}{\partial \beta_1} = 0 & \frac{\partial s_n}{\partial \beta_1} = 0 \\
\hdashline
0 & \frac{\partial s_j}{\partial \gamma_j} & 0 \\
\frac{\partial s_1}{\partial \beta_j} = 0 & \frac{\partial s_j}{\partial \beta_j} = 0 & \frac{\partial s_n}{\partial \beta_j} = 0 \\
\hdashline
0 & 0 & \frac{\partial s_n}{\partial \gamma_n} \\
\frac{\partial s_1}{\partial \beta_n} = 0 & \frac{\partial s_j}{\partial \beta_n} = 0 & \frac{\partial s_n}{\partial \beta_n} = 0
\end{array}\right|$$

gdzie

$$\frac{\partial s_j}{\partial x_o} = \cosh\left(\frac{b \sin \gamma_j}{a \sin\left(\alpha + \gamma_j\right)} + \frac{x_o}{a} \right),$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial a} = \sinh\left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin(\alpha+\gamma_j)} + \frac{x_o}{a}\right) - \left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin(\alpha+\gamma_j)} + \frac{x_o}{a}\right)\cosh\left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin(\alpha+\gamma_j)} + \frac{x_o}{a}\right)$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial \alpha} = -\frac{b\cos(\alpha+\gamma_j)\sin\gamma_j}{\sin^2(\alpha+\gamma_j)}\cosh\left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin(\alpha+\gamma_j)} + \frac{x_o}{a}\right),$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial \gamma_j} = \frac{b\sin\alpha}{\sin^2(\alpha+\gamma_j)}\cosh\left(\frac{b\sin\gamma_j}{a\sin(\alpha+\gamma_j)} + \frac{x_o}{a}\right).$$

Z prawa przenoszenia się kowariancji mamy

$$\underset{(n,n)}{\underline{N}} = \underline{D}^T \underline{Z}\underline{D} \ . \tag{6.17}$$

Macierze $\underline{M}$ i $\underline{N}$ uzyskamy także z wykorzystaniem wyników wpasowania wykonanego wg procedury opisanej w p. 6.1.1. Jeżeli bowiem współczynniki $d_j = y_j^w + y_o$ we wzorze (6.13) wyrażone są za pomocą współrzędnych wpasowanych, których kowariancje uwzględnia tablica $\underline{Z}'$

$$\underset{(3+2n,3+2n)}{\underline{Z}'} = \left|\begin{array}{c|ccc:c} Cov(x_o, y_o, a) & \begin{matrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{matrix} & & & \begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix} \\ \hline \begin{matrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\\ \hdashline 0&0&0\end{matrix} & & Cov(x_j^w, y_j^w) & & \end{array}\right|,$$

to tablicę $\underline{M}$ wariancji i kowariancji współczynników d_j obliczymy następująco

$$\underset{(n,n)}{\underline{M}} = \underline{B}'^T \underline{Z}'\underline{B}', \tag{6.14a}$$

gdzie

$$\underset{(3+2n,n)}{\underline{B}'} = \left|\begin{array}{c:c:c}
\dfrac{\partial d_1}{\partial x_o} = 0 & 0 & 0 \\
\dfrac{\partial d_1}{\partial y_o} = 1 & 1 & 1 \\
\dfrac{\partial d_1}{\partial a} = 0 & 0 & 0 \\
\dfrac{\partial d_1}{\partial x_1} = 0 & \dfrac{\partial d_j}{\partial x_1} = 0 & \dfrac{\partial d_n}{\partial x_1} = 0 \\
\dfrac{\partial d_1}{\partial y_1} = 1 & \dfrac{\partial d_j}{\partial y_1} = 0 & \dfrac{\partial d_n}{\partial y_1} = 0 \\
\hdashline
\dfrac{\partial d_1}{\partial x_j} = 0 & \dfrac{\partial d_j}{\partial x_j} = 0 & \dfrac{\partial d_n}{\partial x_j} = 0 \\
\dfrac{\partial d_1}{\partial y_j} = 0 & \dfrac{\partial d_j}{\partial y_j} = 1 & \dfrac{\partial d_n}{\partial y_j} = 0 \\
\hdashline
\dfrac{\partial d_1}{\partial x_n} = 0 & \dfrac{\partial d_j}{\partial x_n} = 0 & \dfrac{\partial d_n}{\partial x_n} = 0 \\
\dfrac{\partial d_1}{\partial y_n} = 0 & \dfrac{\partial d_j}{\partial y_n} = 0 & \dfrac{\partial d_n}{\partial y_n} = 1
\end{array}\right| .$$

Tablicę $\underline{N}$ estymatorów wariancji i kowariancji współczynników s_j

$$s_j = a \sinh \frac{x_j^w + x_o}{a}$$

wyznaczymy natomiast według wzoru

$$\underset{(n,n)}{\underline{N}} = \underline{D}'^T \underline{Z}'\underline{D}', \tag{6.17a}$$

gdzie

$$
\underset{(3+2n,n)}{D'} = \left|\begin{array}{c:c:c}
\dfrac{\partial s_1}{\partial x_o} & \dfrac{\partial s_j}{\partial x_o} & \dfrac{\partial s_n}{\partial x_o} \\
\dfrac{\partial s_1}{\partial y_o}=0 & \dfrac{\partial s_j}{\partial y_o}=0 & \dfrac{\partial s_n}{\partial y_o}=0 \\
\dfrac{\partial s_1}{\partial a} & \dfrac{\partial s_j}{\partial a} & \dfrac{\partial s_n}{\partial a} \\
\dfrac{\partial s_1}{\partial x_1} & 0 & 0 \\
\dfrac{\partial s_1}{\partial y_1}=0 & 0 & 0 \\
\hdashline
0 & \dfrac{\partial s_j}{\partial x_j} & 0 \\
0 & \dfrac{\partial s_j}{\partial y_j}=0 & 0 \\
\hdashline
0 & 0 & \dfrac{\partial s_n}{\partial x_n} \\
0 & 0 & \dfrac{\partial s_n}{\partial y_n}=0
\end{array}\right|
$$

a także

$$\frac{\partial s_j}{\partial x_o} = \cosh\frac{x_j^w + x_o}{a},$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial a} = \sinh\frac{x_j^w + x_o}{a} - \frac{x_j^w + x_o}{a}\cosh\frac{x_j^w + x_o}{a},$$

$$\frac{\partial s_j}{\partial x_j} = \cosh\frac{x_j^w + x_o}{a}.$$

Błąd m_{V_j} siły pionowej V_j wyrażonej wzorem (6.16) szacujemy - uwzględniając brak korelacji między ciężarem jednostkowym q cięgna i poszczególnymi współczynnikami s_j, na postawie prawa przenoszenia się błędów

$$m_{V_j}^2 = s_j^2 \cdot m_q^2 + q^2 \cdot m_{s_j}^2 \qquad (6.18)$$

gdzie $m_{s_j}^2$ jest równe wariancji $V(s_j)$ współczynnika s_j w tablicy $\underline{N}$.

Błąd m_{S_j} siły stycznej S_j napinającej cięgno, wyrażonej wzorem (6.13) wyznaczymy na podstawie prawa przenoszenia się błędów ze wzoru

$$m_{S_j}^2 = d_j^2 \cdot m_q^2 + q^2 \cdot m_{d_j}^2 \qquad (6.19)$$

gdzie m_{dj}^2 jest równe wariancji $V(d_j)$ współczynnika d_j w tablicy $\underline{M}$.

6.1.4. Obliczanie długości l odcinków krzywej i oszacowań błędów m_l

Długość cięgna na odcinku między punktami o współrzędnych $x_j^w + x_0, y_j^w + y_0$ i $x_k^w + x_0, y_k^w + y_0$ wyznaczymy ze wzoru

$$l_{jk} = s_k - s_j \qquad (6.20)$$

W celu wyznaczenia tablicy $\underline{L}$ estymatorów wariancji i kowariancji *p* długości l_{jk} zestawiamy macierz $\underline{Y}$ tablic funkcyjnych l_{jk}

$$\underset{(n,p)}{\underline{Y}} = \begin{array}{r} \dfrac{\partial l_{jk}}{\partial s_j} = -1 \rightarrow \\ \hline \dfrac{\partial l_{jk}}{\partial s_k} = 1 \rightarrow \end{array} \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right|$$

i obliczamy $\underline{L}$

$$\underset{(p,p)}{\underline{L}} = \underline{Y}^T \underline{N} \underline{Y} \qquad (6.21)$$

Kwadrat błędu średniego $m_{l_{jk}}^2$ wybranej długości l_{jk} jest równy wariancji $V(l_{jk})$ wybranej długości l_{jk} w tablicy $\underline{L}$.

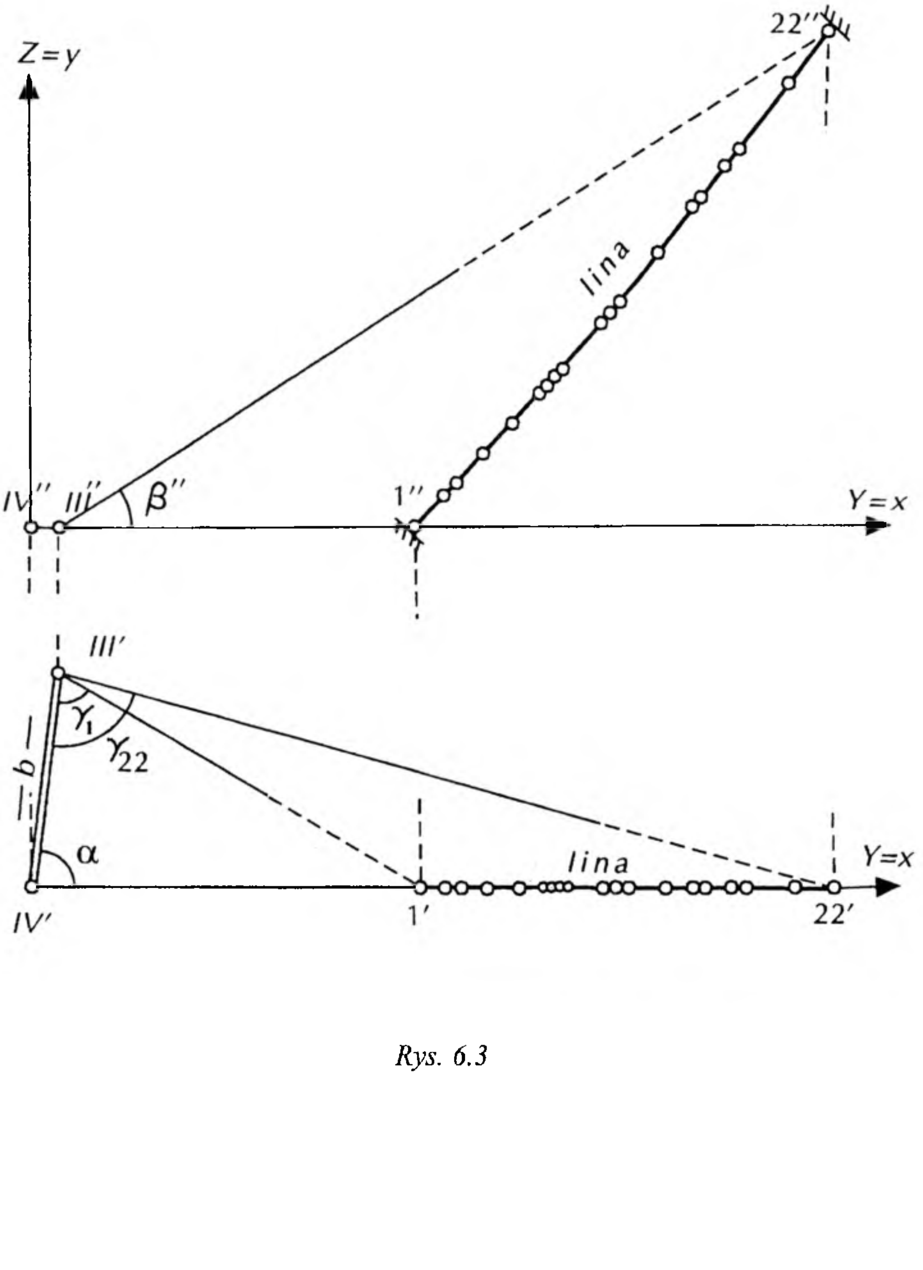
6.2. Porównanie wyników wpasowań przy różnych założeniach dokładnościowych

Do rachunkowej realizacji algorytmu 3^0 opracowany został program komputerowy, przy użyciu którego oblicza się:

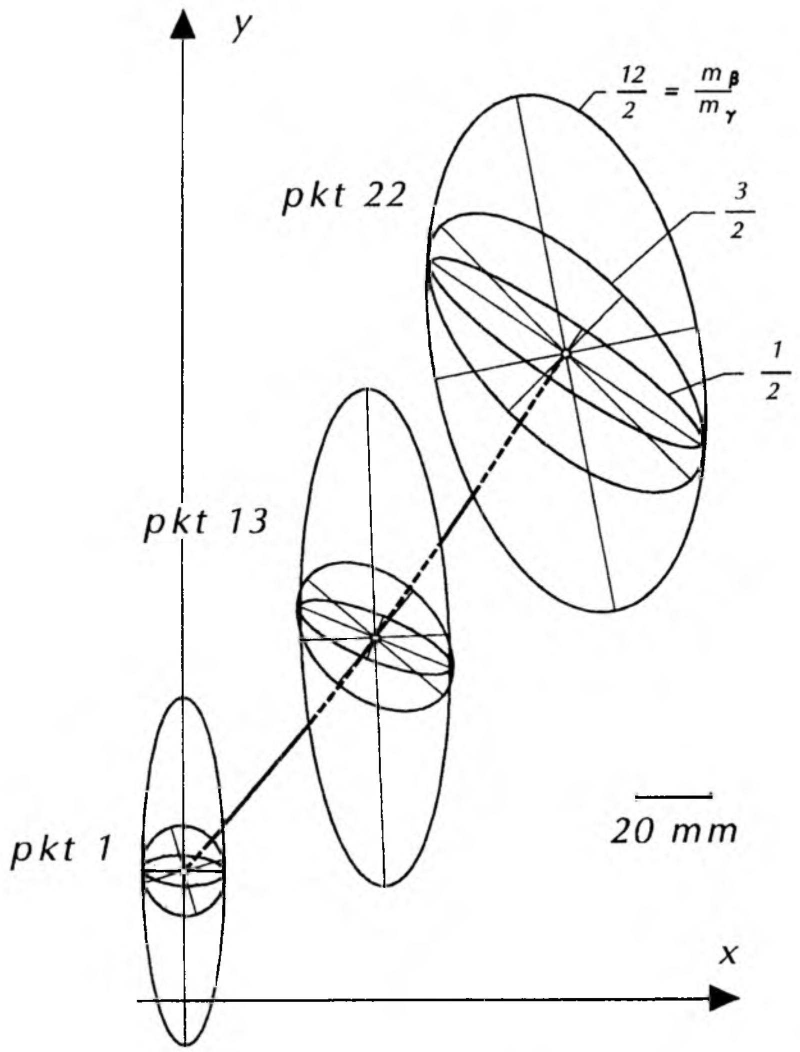
- współrzędne x_j, y_j punktów na rzeczywistym cięgnie, obliczone na podstawie pomierzonych kątów i bazy w układzie geodezyjnym wg rys. 6.1,
- wartości parametrów x_0, y_0 i a wpasowanej krzywej łańcuchowej,
- tablicę estymatorów wariancji i kowariancji parametrów x_0, y_0 i a,
- estymator m_0 wariancji jednostkowej,
- poprawki wpasowania obserwacji ($v_\alpha, v_{\gamma_j}, v_{\beta_j}, v_b$ kątów, długości) lub pseudoobserwacji ($v_{x_j} = x_j^w - x_j, v_{y_j} = y_j^w - y_j$ współrzędnych),
- współrzędne x_j^w, y_j^w punktów na wpasowanej krzywej łańcuchowej,
- długości odcinków krzywej łańcuchowej między wybranymi punktami x_j^w, y_j^w i macierz estymatorów wariancji i kowariancji tych długości,
- siły styczne S_j naciągu cięgna w punktach x_j^w, y_j^w i macierz estymatorów ich wariancji i kowariancji,
- siły pionowe V_j naciągu cięgna w punktach x_j^w, y_j^w i macierz estymatorów ich wariancji i kowariancji.

6.2.1. Porównanie wartości parametru a

Porównania wyników wpasowań wykonanych przy użyciu oprogramowanych algorytmów 2^0 i 3^0 dokonałem na przykładzie wyników pomiaru liny B4 masztu radiowego omówionego szczegółowo w p. 2.3.3. Wybór tego przykładu nastąpił wskutek tego, że współrzędne punktów zaobserwowanych na linie B4 są silnie skorelowane i wyznaczone ze zróżnicowaną dokładnością. Kształt konstrukcji geodezyjnej uwidoczniony jest w dwóch rzutach na rysunku 6.3. Zróżnicowanie błędów wyznaczenia punktów ilustruje rysunek 6.4, na którym pokazano elipsy błędów punktów 1, 13 i 22 uzyskane przy zróżnicowanych wartościach błędów identyfikacji kątów: $m_\alpha = m_{\gamma_j} = 2^{cc}$, $m_{\beta_j} = 1,3,12^{cc}$.



Rys. 6.3



Rys. 6.4

Tablica 6.1

Wa-riant	Algo-rytm	Błąd a'priori	m_o [mm]	$a \pm m_a$ [m]	$\Delta a/m_a$ [%]			
1	2	3	4	5	6			
	Zbiór 22 punktów na linie B 4							
1	2^{0}	$m_{r,j} = 1$	68	1172.400	2.8	1.6	2.0	2.0
2	3^{01}	$m_{r,j} = 1$	68.2	1172.692 ± 10.2	0.0	4.2	4.5	4.6
3	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 3^{cc}/2^{cc}$	49.2	1172.217 ± 11.4	4.7	0.0	0.4	0.5
4	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 6^{cc}/2^{cc}$	34	1172.173 ± 11.5	5.1	0.4	0.0	0.1
5	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 9^{cc}/2^{cc}$	21.0	1172.161 ± 11.5	5.2	0.5	0.1	0.0
	Podzbiór 1 [punkty 1-9]							
1	2^{0}	$m_{r,j} = 1$	4	1728.675	0.4	14.7	15.2	15.4
2	3^{01}	$m_{r,j} = 1$	3.9	1728.743 ± 16.6	0.0	14.3	14.8	15.0
3	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 3^{cc}/2^{cc}$	3.3	1731.111 ± 16.6	14.3	0.0	0.5	0.7
4	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 6^{cc}/2^{cc}$	2.0	1731.198 ± 16.6	14.8	0.5	0.0	0.2
5	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 9^{cc}/2^{cc}$	1.4	1731.229 ± 16.6	15.0	0.7	0.2	0.0
	Podzbiór 2 [punkty 10-16]							
1	2^{0}	$m_{r,j} = 1$	9	1674.583	3.4	20.5	22.3	22.9
2	3^{01}	$m_{r,j} = 1$	9.5	1673.085 ± 43.6	0.0	16.4	18.2	18.8
3	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 3^{cc}/2^{cc}$	5.6	1666.951 ± 37.3	14.1	0.0	1.6	2.1
4	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 6^{cc}/2^{cc}$	3.4	1666.373 ± 36.8	15.4	1.5	0.0	0.5
5	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 9^{cc}/2^{cc}$	2.3	1666.192 ± 36.7	15.8	2.0	0.5	0.0
	Podzbiór 3 [punkty 17-22]							
1	2^{0}	$m_{r,j} = 1$	6	1718.988	0.1	10.4	11.1	11.5
2	3^{01}	$m_{r,j} = 1$	6.1	1718.944 ± 33.9	0.0	10.6	11.3	11.6
4	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 3^{cc}/2^{cc}$	2.9	1722.118 ± 30.0	9.4	0.0	0.7	0.9
5	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 6^{cc}/2^{cc}$	1.7	1722.324 ± 30.0	10.0	0.7	0.0	0.2
6	3^{02}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 9^{cc}/2^{cc}$	1.2	1722.388 ± 29.6	10.2	0.9	0.2	0.0
	Średnie ważone z podzbiorów							
1	2^{0}	$m_{r,j} = 1$		1721.300 ± 11.6	1.1	8.1	4.3	4.1
2	3^{0}	$m_{r,j} = 1$		1721.169 ± 12.0	0.0	7.2	3.5	3.3
3	3^{0}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 3^{cc}/2^{cc}$		1720.080 ± 15.1	9.1	0.0	3.6	3.8
4	3^{0}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 6^{cc}/2^{cc}$		1720.627 ± 15.4	4.5	3.6	0.0	0.2
5	3^{0}	$m_{\beta,j}/m_{\gamma,j} = 9^{cc}/2^{cc}$		1720.665 ± 15.4	4.2	3.9	0.2	0.0

W tablicy 6.1 zestawiłem wartości parametru a i błędu m_a liny B4 otrzymane przy zróżnicowanych założeniach dokładnościowych algorytmami 2^0 i 3^0, dotyczące pełnego zbioru punktów 1-22 oraz trzech podzbiorów dotyczących odcinkowych krzywych łańcuchowych wyznaczanych przez punkty 1-9, 10-16 i 17-22 (jak w tablicy 2.15). Wartości te obliczone zostały w 5 wariantach:

I. obliczenie algorytmem 2^0 przy założeniu $m_{x_j} = m_{y_j} = const.$,

II. obliczenie algorytmem 3^{01} przy założeniu diagonalnej, jednostkowej tablicy wagowej współrzędnych

III. obliczenie algorytmem 3^{02} przy założeniu $m_\alpha = m_{\gamma_j} = 2^{cc}$, $m_{\beta_j} = 3^{cc}$,

IV. obliczenie algorytmem 3^{02} przy założeniu $m_\alpha = m_{\gamma_j} = 2^{cc}$, $m_{\beta_j} = 6^{cc}$,

V. obliczenie algorytmem 3^{02} przy założeniu $m_\alpha = m_{\gamma_j} = 2^{cc}, m_{\beta_j} = 9^{cc}$.

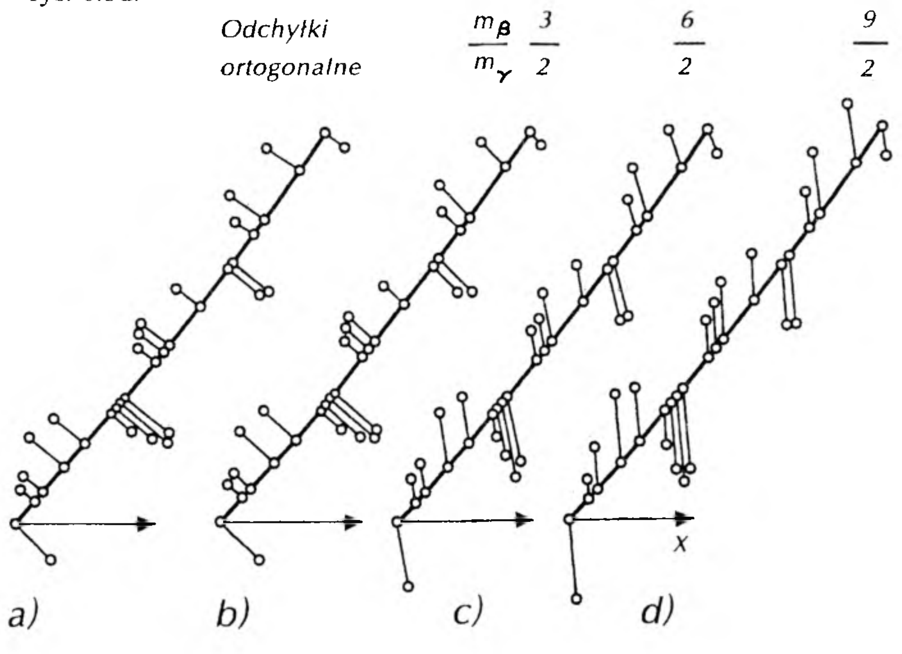
W tablicy 6.1, w kolumnie 6 zestawiłem otrzymane różnice Δa między wartościami parametru a obliczonymi w różnych wariantach, wyrażone w % błędu tego parametru.

Wyniki zestawione w tablicy 6.1 wskazują, że:

- różnice między wartościami parametru a z algorytmów $2^0, 3^{01}$ (warianty I,II), obliczonymi przy takich samych błędach a'priori nie przekroczyły 5% oszacowania m_a,
- różnice między wartościami parametru a z algorytmu 3^{02} uzyskane przy silnie zróżnicowanych stosunkach błędów a'priori $m_{\beta_j} / m_{\gamma_j}$ równych 3/2, 6/2, 9/2 (warianty III, IV, V) nie przekraczały 2.1% oszacowania m_a,
- różnice między wartościami parametru a obliczonymi przy a'priorycznym założeniu $m_{x_j} = m_{y_j}$ (wariant I,II) a wartościami obliczonymi przy a'priorycznych założeniach $m_{\beta_j} = 3{,}6{,}9^{cc}$, $m_{\gamma_j} = 2^{cc}$ (warianty III.IV,V) nie przekroczyły 23% błędu m_a,
- oszacowania m_a obliczone w wariantach II-V różnią się nieznacznie,
- średnie ważone parametrów uzyskanych w poszczególnych wariantach z podzbiorów 1-9, 10-16 i 17-22 nie różnią się więcej niż 9% oszacowania m_a.

Wyniki te wskazują, że obliczenie sił naciągu cięgien H = aq na podstawie wpasowań algorytmami $2^0, 3^{01}$, przy założeniu jednakowych błędów $m_{x_j} = m_{y_j}$ wszystkich punktów obserwowanych na cięgnie, bez uwzględnienia korelacji współrzędnych m_{x_j}, m_{y_j} przyniosło różnice w stosunku do wyników obliczenia siły H z wykorzystaniem parametru a z wpasowań algorytmem 3^{02} uwzględniających te korelacje, praktycznie zaniedbywalne. Stwierdzenie to dotyczy konstrukcji geodezyjnej, w której występowało duże zróżnicowanie wartości błędów wyznaczenia punktów cięgna, zilustrowane na rys. 6.4.

Rysunek 6.5 pokazuje wektory poprawek współrzędnych uzyskane przy wpasowaniu krzywej łańcuchowej w zbiór punktów 1-22 w wariantach I,II - rys. 6.5a, wariancie III - rys. 6.5b, wariancie IV - rys. 6.5c i wariancie V - rys. 6.5d.



Rys. 6.5

Widoczne jest, że w miarę zwiększania stosunku $m_{\beta_j} / m_{\gamma_j}$ wektory łączące punkty "obserwowane" i "wpasowane" przyjmują kierunek coraz bardziej zbliżony do równoległości z osią 0y. Prostopadłe do krzywej łańcuchowej składowe tych wektorów uzyskanych we wszystkich wariantach mają zbliżoną długość dla tych samych punktów, co dobrze koresponduje ze stwierdzonymi, małymi różnicami parametru a.

6.2.2. Porównanie długości l odcinków krzywej łańcuchowej

Porównania dokonałem na przykładzie wyników pomiaru punktów 10-16 (podzbiór środkowy) liny B4 masztu radiowego omówionego szczegółowo w p. 2.3.3. Wyniki porównania zestawione są w tablicy 6.2. Długości odcinków między punktem nr 10 i kolejnymi punktami obliczone zostały w czterech wariantach:

1) algorytmem 2^{0} przy założeniu $m_{x_j} = m_{y_j} = const.$,
2) algorytmem 3^{02} przy założeniu $m_{\alpha} = m_{\gamma_j} = 2^{cc}$, $m_{\beta_j} = 3^{cc}$
3) algorytmem 3^{02} przy założeniu $m_{\alpha} = m_{\gamma_j} = 2^{cc}$, $m_{\beta_j} = 6^{cc}$
4) algorytmem 3^{02} przy założeniu $m_{\alpha} = m_{\gamma_j} = 2^{cc}$, $m_{\beta_j} = 9^{cc}$.

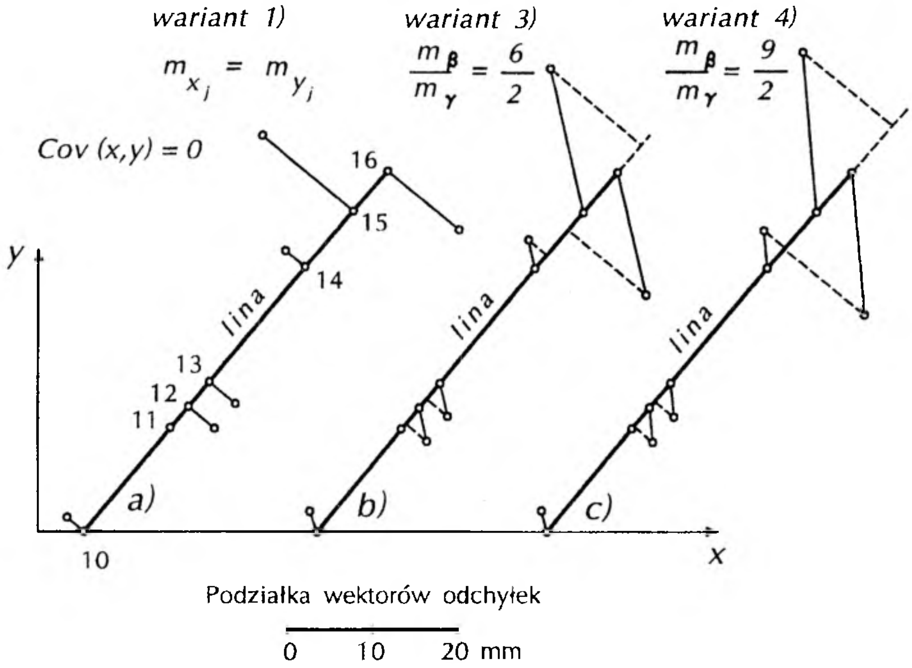
Ponadto w wariancie 5) obliczyłem długości cięciw między punktami zaobserwowanymi na linie, o współrzędnych x_j, y_j.

- Przy zastosowanym naprężeniu liny σ =22.3kN/cm^2 - por. tabl. 2.15, różnice między długościami odcinków krzywej łańcuchowej łączących punkty x_j^w, y_j^w i długościami cięciw łączących punkty o zaobserwowanych współrzędnych x_j, y_j są w wariancie 1) bardzo małe - dla odcinka o długości 110 m różnica ta osiągnęła 3 mm.

- Różnice między długościami odcinków w wariantach 2), 3) i 4) i długościami w wariancie 1) odpowiadają różnicom wypadkowych długości składowych równoległych do krzywej zwisu wektorów poprawek wpasowania punktów początkowego i końcowego poszczególnych odcinków w wariantach 2), 3), 4) i 1), co łatwo można zauważyć na rysunku 6.6. Na rysunku 6.6a pokazano wektory poprawek otrzymane w wariancie 1), na rysunku 6.6b wektory otrzymane w wariancie 3), na rysunku 6.6c wektory otrzymane w wariancie 4). Wariant 2) obliczenia przy $m_{\beta_j} / m_{\gamma_j} = 3/2$ dostarczył tu wektory poprawek współrzędnych praktycznie równe wektorom z wariantu 1).
- Różnice między długościami otrzymanymi w różnych wariantach zastosowanego wagowania mieszczą się w granicach błędu średniego wyznaczenia.
- W wyniku pomiaru i wpasowania krzywej łańcuchowej w zbiór punktów na linie odciągowej masztu radiowego otrzymano wysokie dokładności wyznaczenia długości odcinków między sygnalizowanymi punktami, rzędu 1/5000.

Tablica 6.2

Wariant	m_β/m_γ	m_o	odcinek nr [mm]					
			10-11	10-12	10-13	10-14	10-15	10-16
1)		9 mm	31 150	37 823	45 466	80 637	98 873	110 682
2)	$3^{cc}/2^{cc}$	5.6	31 150 ± 20	37 822 ± 21	45 465 ± 22	80 636 ± 24	98 873 ± 24	110 681 ± 25
3)	$6^{cc}/2^{cc}$	3.4	31 151 ± 15	37 826 ± 15	45 469 ± 16	80 635 ± 18	98 863 ± 18	110 692 ± 19
4)	$9^{cc}/2^{cc}$	2.3	31 151 ± 12	37 827 ± 13	45 470 ± 14	80 635 ± 15	98 860 ± 15	110 695 ± 16
5)			31 150	37 823	45 466	80 636	98 870	110 679
$10^4 \cdot \frac{m_l}{l}$			3.8 ÷ 6.4	3.5 ÷ 5.6	3.1 ÷ 4.8	1.9 ÷ 3.0	1.5 ÷ 2.4	1.4 ÷ 2.3



Rys. 6.6

7. WYZNACZANIE ODCHYLEŃ MASZTU OD PIONU NA PODSTAWIE WARTOŚCI SKRĘTÓW PŁASZCZYZN ZWISU LIN ODCIĄGOWYCH

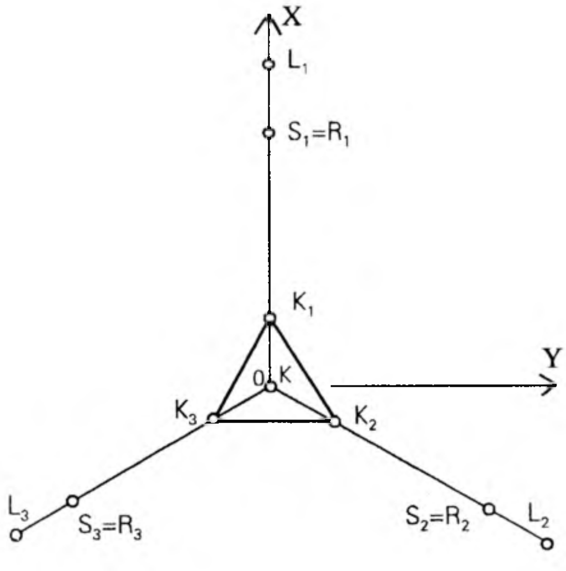
7.1. Metoda pomiaru i obliczenia

Lina w konstrukcji cięgnowej może być nie tylko przedmiotem takich badań, jak opisane w rozdziałach 1-6, ale również nośnikiem interesujących informacji na temat stateczności konstrukcji.

Zwłaszcza interesująco przedstawia się możliwość wyznaczania odchyleń od pionu masztów z odciągami za pośrednictwem obserwacji odchyleń płaszczyzn zwisu lin odciągowych od pożądanych pozycji.

Możliwość taka jest ważna zwłaszcza w okresach dużego zachmurzenia lub zamglenia, gdy praktycznie nie można bezpośrednio obserwować odchyleń od pionu wierzchołka lub wyższych, niewidocznych z ziemi fragmentów masztu. W warunkach takich możliwe jest wyznaczanie odchyleń od pionu za pośrednictwem obserwacji odchyleń dolnych fragmentów lin odciągowych, biegnących do niewidocznych z ziemi punktów masztu, od ich prawidłowych pozycji.

Założymy, zgodnie z rysunkiem 7.1, że przy pionowym ustawieniu masztu środek geometryczny K poziomego przekroju masztu K_1 K_2 K_3, na poziomie h_1 przytwierdzenia lin odciągowych, pokrywa się w rzucie poziomym z osią O łożyska głównego. Założymy też, że płaszczyzny zwisu lin odciągowych L_1K_1, L_2K_2 i L_3K_3 umocowanych do fundamentów kotwiących w punktach L_1, L_2, L_3 i do masztu w punktach K_1,K_2 ,K_3 przecinają się w punkcie K. Założenia powyższe obarczone są oczywiście wpływem błędów montażowych w przekroju K_1 K_2 K_3 oraz odchyłek projektowych usytuowania punktów zakotwienia lin, które w dalszych rozważaniach uznam za zaniedbywalne (mieszczące się w granicach tolerancji wykonawczych).



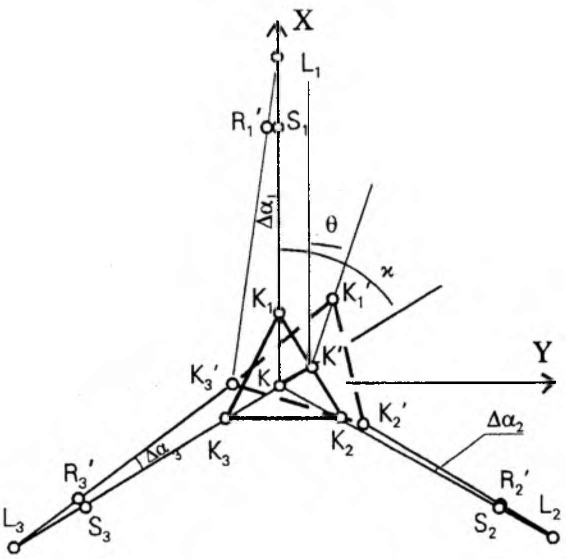
Rys. 7.1

Powstała, z powodu błędów montażu i pod wpływem odchyleń masztu, odchyłka pozioma środka geometrycznego K' względem prawidłowej pozycji K, połączona z poziomym skrętem θ przekroju $K_1K_2K_3$, powoduje, że rzuty poziome lin odciągowych L_1K_1,L_2K_2 i L_3K_3 osiągają pozycje $L_1K'_1$, $L_2K'_2$ i $L_3K'_3$. Następują przy tym skręty płaszczyzn pionowych, zawierających krzywe zwisu lin odciągowych, wokół osi pionowych przechodzących przez punkty L_1, L_2 i L_3 o kąty $\Delta\alpha_1$, $\Delta\alpha_2$ i $\Delta\alpha_3$ (rys. 7.2).

Skręt $\Delta\alpha$ wyraża w poziomym układzie współrzędnych prostokątnych OXY zależność

$$\frac{-\sin_{L_iK_i}\rho}{d}\Delta X_K + \frac{\cos\alpha_{L_iK_i}\rho}{d}\Delta Y_K - \frac{w}{d}\theta = \Delta\alpha_i \qquad (7.1)$$

gdzie: α_{LiKi} - azymut kierunku $L_i K_i$,
d - odległość pozioma L K ,
w - promień okręgu opisanego na trójkącie $K_1 K_2 K_3$,
θ - kąt skrętu poziomego przekroju $K_1 K_2 K_3$,
ΔX_K , ΔY_K - składowe odchyłki położenia punktu K' względem punktuK.



Rys. 7.2

Kątową wartość odchylenia masztu od pionu, w kierunku KK', obliczamy ze wzoru

$$\frac{\Delta K}{h} = \frac{\sqrt{\Delta X_K^2 + \Delta Y_K^2}}{h} \tag{7.2}$$

gdzie: h - odległość pionowa punktu K na trzonie masztu od fundamentu trzonu, zaś kierunek tego odchylenia obliczamy ze wzoru

$$\chi = \operatorname{arctg} \frac{\Delta Y_K}{\Delta X_K} \tag{7.3}$$

Mając dane skręty $\Delta\alpha_1$, $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3$ płaszczyzn zwisu lin odciągowych, rozwiązujemy układ trzech równań typu (7.1), zestawionych dla trzech odciągów i uzyskujemy wartości niewiadomych ΔX_K, ΔY_K i θ.

W pracy [32] przedstawiłem sposoby wyznaczania skrętów $\Delta\alpha$ za pośrednictwem pomiaru kątów poziomych $\Delta\gamma$ ze stanowisk usytuowanych w płaszczyźnie zwisu liny, na zewnątrz lub wewnątrz odcinka LK. Jednak podczas badań terenowych sposoby te nie okazały się wystarczająco korzystne, natomiast okazało się, że bardzo dobre i jednoznaczne rezultaty uzyskać można przy użyciu sposobu opisanego niżej.

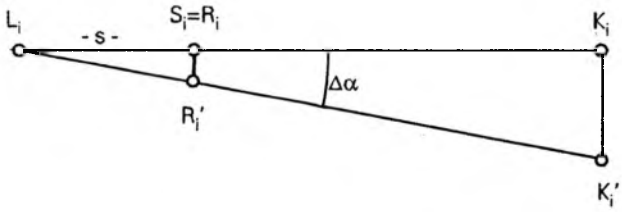
Zgodnie z rysunkiem 7.1 należy wytyczyć na odcinkach L_1O, L_2O, L_3O punkty S_1, S_2, S_3 znajdujące się w odległościach s_1, s_2, s_3 od punktów L_1, L_2, L_3 i oznaczyć je trwale, w miarę możności za pomocą tulei centrujących na słupach obserwacyjnych. Punkty S_1, S_2 i S_3 w pionowej pozycji masztu (jak na rys. 7.1), znajdują się odpowiednio pod punktami R_1, R_2 i R_3 na osiach lin odciągowych.

Pod wpływem przemieszczenia punktu K do pozycji K' i skrętu θ konstrukcji masztu, płaszczyzny zawierające liny odciągowe obracają się o kąty $\Delta\alpha_1$, $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3$. Równocześnie punkty na linach przemieszczają się do pozycji R'_1, R'_2, R'_3 (rys. 7.2). Zadanie polegające na wyznaczeniu kątów $\Delta\alpha_1$ $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3$ najkorzystniej można wykonać przy użyciu teodolitu z okularem zenitalnym, ustawionym na stanowiskach S_1, S_2, S_3.

Po ustawieniu teodolitu na stanowisku S i spoziomowaniu, ustawiamy lunetę w płaszczyźnie w przybliżeniu prostopadłej do płaszczyzny zwisu liny. Następnie obracamy lunetę do pozycji zenitalnej, doprowadzamy kreskę poziomą do równoległości z obrazem liny, naprowadzamy środek krzyża kresek na oś liny i wykonujemy odczyt kręgu pionowego z_L. Po obróceniu instrumentu wokół osi pionowej o 200^g wykonujemy odczyt z_P. Obliczamy średni odczyt koła pionowego $z_{śr}$ oraz, zgodnie z rysunkiem 7.3, kąt $\Delta\alpha$ ze wzoru

$$\Delta\alpha = z_{sr} \frac{h_s}{s} \tag{7.4}$$

gdzie: h_s - wysokości punktów R_1, R_2, R_3 na linach nad poziomą osią obrotu teodolitu ustawionego odpowiednio na stanowiskach S_1, S_2, S_3; odległości te podlegają nieznacznym zmianom wraz ze zmianami sił naciągu liny; praktycznie wystarczy znać je z błędem względnym rzędu 0.002.



Rys. 7.3

PRZYKŁAD pomiaru i obliczenia składowych ΔX_K, ΔY_K przemieszczeń węzła K masztu i skrętu q konstrukcji masztu na poziomie węzła K.

Dane: $d = L_1K_1 = L_2K_2 = L_3K_3 = 100$ m

$w = 2$

$\varphi = 55^g$ (kąt nachylenia cięciw odciągów)

Kąty zenitalne zmierzone na stanowiskach

S_1 : $z = -218^{cc}$

S_2 : $z = -16^{cc}$

S_3 : $z = -82^{cc}$

$h_s = 23.4$ m (dla wszystkich odciągów)

$s = L_1S_1 = L_2S_2 = L_3S_3 = 20$ m

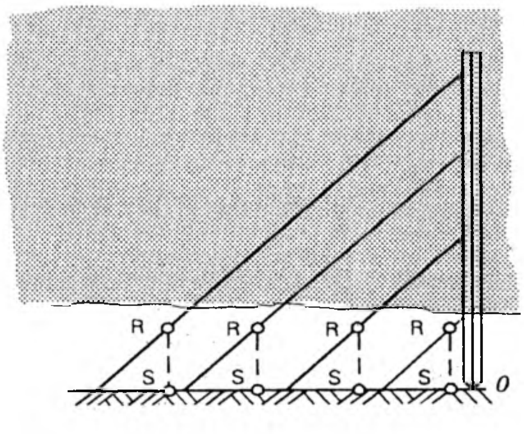
Rozwiązanie: Obliczamy niewiadome ΔX_K, ΔY_K, θ układu równań typu (7.1), zestawionych dla trzech lin odciągowych

z	$-\frac{\sin\alpha}{d}\rho$	$\frac{\cos\alpha}{d}\rho$	$\frac{w}{d}$	$\Delta\alpha = z\frac{h_s}{s}$
-218^{cc}	0.000	- 6.360	-2.000	-255^{cc}
-16^{cc}	5.508	3.180	-2.000	-19^{cc}
-82^{cc}	-5.508	3.180	-2.000	-96^{cc}
	$\Delta X_K = 7.0$ mm	$\Delta Y_K = 20.7$ mm	$\theta = 61.7^{cc}$	

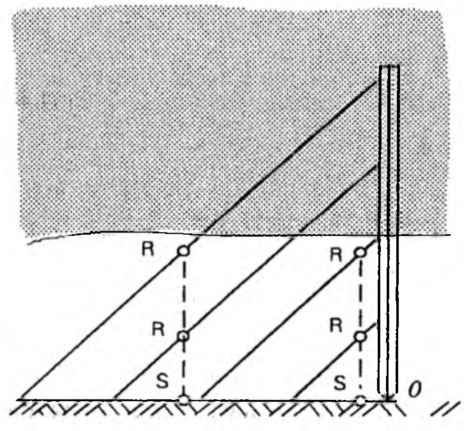
Ze wzoru (7.2) obliczamy wartość kątowego odchylenia masztu od pionu

$$\frac{\Delta K}{h} = \frac{21.9mm}{117.1m} = 0.00019(119^{cc})$$

Jak wykazały doświadczenia terenowe związane z obserwacją lin odciągowych masztu, o którym mowa w pkt. 2.3.3, położenie punktu R na linie F 58 mm, znajdującego się na wysokości 50 m nad stanowiskiem S, można wyznaczyć z błędem nie przekraczającym 2 mm. Oznacza to, że przy kącie nachylenia cięciwy liny $\varphi = 50^g$, możliwe jest wyznaczanie kątów skrętu płaszczyzny zwisu z błędem średnim $m_{\Delta a} = 0.00004 = 25^{cc}$, pod warunkiem, że lina nie jest wyboczona przez parcie wiatru. Oznacza to jednocześnie, że można wyznaczyć składową odchylenia masztu od pionu, skierowaną prostopadle do płaszczyzny zwisu tej liny, z błędem średnim 1/25000 (przy wymaganej dokładności pionowego ustawienia masztu równej 1/1500).



Rys. 7.4



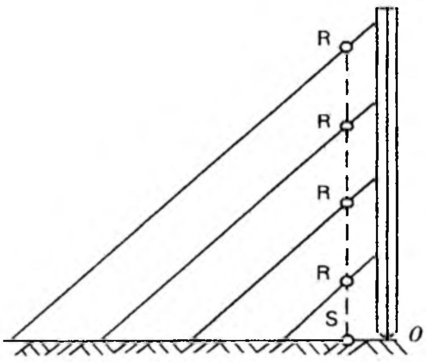
Rys. 7.5

Usytuowanie stanowiska S zależy głównie od pożądanej wysokości h_s punktu R na linie nad stanowiskiem, umożliwiającej jeszcze obserwowanie go w warunkach zachmurzenia (mniejszej od wysokości podstawy chmur).

Liczba stanowisk S powinna być równa liczbie lin odciągowych, utrzymujących maszt w pozycji pionowej - wówczas z każdego stanowiska obserwowany jest punkt na linie przebiegającej najniżej nad nim, jak to pokazuje rysunek 7.4

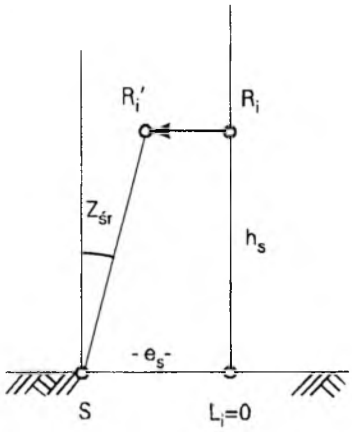
Jeśliby jednak stanowiska S usytuować mimośrodowo w stosunku do płaszczyzny zwisu lin, to można wówczas z każdego stanowiska obserwować punkty R na dwóch linach, jak na rysunku 7.5, lub na większej liczbie lin zwisających w tej samej płaszczyźnie, jak na rysunku 7.6. W przypadku jak na rysunku 7.6 możliwe staje się wyznaczanie tym sposobem odchyleń całego masztu od pionu w warunkach braku zachmurzenia.

W przypadku mimośrodowego usytuowania stanowiska S, względem płaszczyzny zwisu liny zawierającej punkty L i O, należy zmierzyć wartość mimośrodu e_s i uwzględnić go w obliczeniu kąta skrętu płaszczyzny liny odciągowej $\Delta\alpha$, co ilustruje rysunku 7.7.



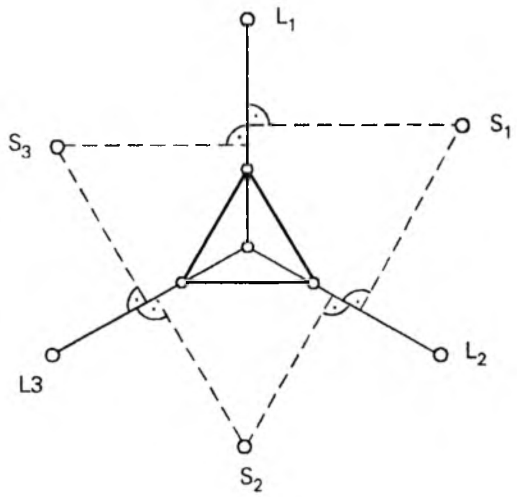
Rys. 7.6

$$\Delta\alpha = \frac{-e_s + (z_{śr} h_s)}{s} \qquad (7.5)$$



Rys. 7.7

W celu wyznaczenia tym sposobem odchyleń masztu należy umieścić mimośrodowo dwa lub trzy stanowiska S przy trzonie masztu (rys. 7.8), tak aby możliwe było wycelowanie lunety teodolitu utawianego nad nimi - prostopadle do lin odciągowych leżących w dwóch płaszczyznach. Jeżeli wartość skrętu $\Delta\alpha$ - wzór (7.5) płaszczyzny zawierającej określoną linę wyznaczymy z obserwacji z dwóch stanowisk S, wówczas do układu równań typu (7.1) należy włączyć równania dwóch niezależnych (pseudo)obserwacji $\Delta\alpha$ skrętów tej liny, wskutek czego liczba równań przekroczy liczbę niewiadomych. Traktując wówczas wszystkie obserwacje $\Delta\alpha$ jako obarczone błędami, obliczamy niewiadome ΔX_K, ΔY_K, θ w wyniku wyrównania wartości $\Delta\alpha$ wg kryterium minimum sumy kwadratów odchyłek $\Delta\alpha / m_{\Delta\alpha}$.



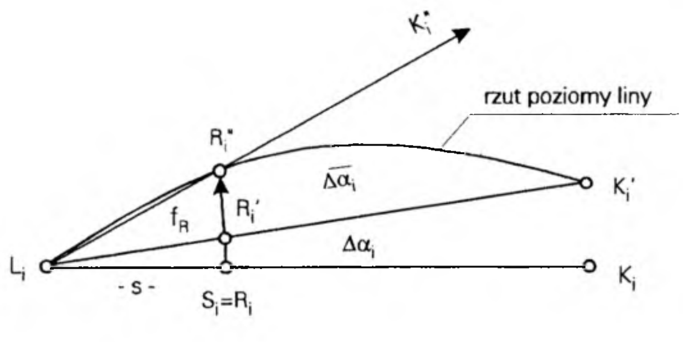
Rys. 7.8

Sposób ten, w stosunku do stosowanej dotychczas metody rzutowania ze stanowisk odległych od masztu, ma zaletę wynikającą z możliwości prowadzenia pomiarów z wykorzystaniem słupów zabudowanych na terenie radiostacji (chronionych), wyposażonych w tuleje centrujące. Wzajemna bliskość stanowisk i ich zabudowa słupami z tulejami centrującymi znacznie przyspiesza pomiary. Dodatkowym ważnym efektem jest możliwość wyznaczania skrętów θ konstrukcji masztu na wszystkich poziomach przytwierdzenia lin odciągowych, czego nie można osiągnąć dotychczas stosowaną metodą rzutowania.

Ograniczeniem prezentowanego sposobu jest wyboczenie lin odciągowych z płaszczyzn zwisu, wywołane parciem wiatru. Rozpatrzmy przeto wartości wyboczeń powstające przy różnej prędkości wiatru i ustalmy prędkości graniczne, przy których wpływ wyboczenia na wyznaczanie wychyleń można uznać za zaniedbywalny. Wpływ ten jest znikomy przy s/d= 1 i wzrasta wraz ze zmniejszeniem stosunku odległości s/d.

7.2. Ustalenie granicznej prędkości wiatru, przy której można stosować metodę według 7.1.

Załóżmy, że pod wpływem parcia wiatru w kierunku prostopadłym do płaszczyzny zwisu liny $L_i K'_i$ (rys. 7.9), następuje jej wyboczenie, wyrażające się w taki sposób, że lina zwisa wzdłuż powierzchni walca o śladzie poziomym w postaci paraboli. Wówczas punkt R''_i zaobserwowany na linie wyznacza nam pozorny kierunek płaszczyzny zwisu $L_i K''_i$, zamiast kierunku $L_i K'_i$, zaś poprawka do poszukiwanego kąta skrętu $\Delta\alpha_i$ wynosi $\overline{\Delta\alpha_i}$



Rys. 7.9

Strzałka f' wyboczenia liny na środku wyrażana jest empirycznym wzorem [37],[63]

$$f' = 10^{-5}\frac{v^2 l^2 \sin^2\eta}{\Phi\sigma} = 10^{-5}\frac{v^2 d^2 \sin^2\eta}{\Phi\sigma\sin^2\varphi} \qquad (7.6)$$

gdzie: v- prędkość wiatru w m/s,
l - długość liny w m,
d - długość rzutu poziomego liny w m,
φ - kąt nachylenia cięciwy,
η - kąt między kierunkiem wiatru i kierunkiem liny,
Φ - średnica liny w mm,
σ - naprężenie liny w kG/mm².

Z założenia, że ślad poziomy powierzchni walcowej, wzdłuż której nastąpiło wyboczenie, jest parabolą, wynika możliwość obliczenia strzałki wyboczenia f_R w punkcie R odległym od punktu L o wartość s:

$$f_R = 4f' \frac{(sd - s^2)}{d^2} \tag{7.7}$$

Kątowa poprawka skrętu $\Delta\alpha$ z powodu wyboczenia wynosi $\overline{\Delta\alpha_j}$

$$\overline{\Delta\alpha} = \frac{f_R}{s} \tag{7.8}$$

Jednak w praktyce wzór (7.8) nie daje dobrej podstawy do obliczania poprawek ze względu na wpływ parcia wiatru, bowiem rzeczywiste warunki parcia wiatru odbiegają od postawionego założenia równomierności, tak co do kierunku, jak i siły parcia. Z tego powodu, korzystając ze wzoru (7.8) możemy jedynie ustalić maksymalną wartość, przy której wpływ parcia wiatru będziemy jeszcze uważać za zaniedbywalny. Przyjmując, że błąd $m_{\Delta\alpha}$ skrętu $\Delta\alpha$ nie powinien być mniejszy od 0.1 dopuszczalnego odchylenia masztu od pionu, $\overline{\Delta\alpha} = m_{\Delta\alpha}$, to dla $\varphi = 50^g$ (najczęściej stosowany kąt nachylenia lin odciągowych) otrzymujemy $m_{\Delta\alpha}$ = = 1/15000 = 42^{cc}. Na tej podstawie możemy ustalić, korzystając ze wzorów (7.6 - 7.8) dopuszczalne prędkości wiatru v, przy których możliwe jest wyznaczenie odchyleń masztu od pionu, przy użyciu metody pomiaru skrętów płaszczyzn zwisu lin odciągowych

$$v = \sqrt{\frac{10^5}{4} \frac{m_{\Delta\alpha} \Phi \sigma \sin^2 \varphi}{(d - s) \sin^2 \eta}} \tag{7.9}$$

PRZYKŁAD obliczenia prędkości wiatru dopuszczalnej przy pomiarze skrętu.

Dane

$l = 350$ m

$\varphi = 55^g$ ($d = 266$ m)

$s = 40$ m

$\Phi = 45$ mm

$\sigma = 25$ kG/mm^2

$\eta = 100^g$

$m_{\Delta\alpha} = 1/15000$

Obliczenie

$$v = \sqrt{\frac{10^5}{4}\frac{1/15000 \times 45 \times 25 \times 0.578}{226 \times 1}} = 2.2 m/s$$

Dane

s = 250 m
(pozostałe dane jak wyżej)

Obliczenie

$$v = \sqrt{\frac{10^5}{4}\frac{1/15000 \times 45 \times 25 \times 0.578}{16}} = 8.2 m/s$$

LITERATURA

1. ADAMCZEWSKI Z.: *Krzywa łańcuchowa jako linia realna.* Przegląd Geodezyjny 1992 nr 4

2. BAHNDORF J., NEUREITHER M., HANGLEITER U.: *Arbeits- und Ergebnisbericht des Teilprojekts D3 im SFB 230,* Sonderforschungsbereich 230 Naturliche Konstruktionen. Universitat Stuttgart, 1989

3. BAŁUT A., GOCAŁ J.: *Wyznaczanie kształtu czaszy anten parabolicznych z wykorzystaniem systemu teodolitów cyfrowych.* Geodezja i Kartografia,1995 tom XLIV z.1

4. BARAN WŁ.: *Teoretyczne podstawy opracowania wyników pomiarów geodezyjnych.* Warszawa PWN 1983

5. BERNASIK J., TOKARCZYK A.: *Photogrammetric measurement of a boring tower.* International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Kyoto 1988

6. BERNASIK J., TOKARCZYK A.: *Fotogrametryczne pomiary wież wiertniczych.* Przegląd Geodezyjny 1989 nr 11

7. BERNASIK J., SOŁTYSIK A.: *Korekcja napięć lin odciągowych wież i wieżomasztów wiertniczych.* Konferencja nt. Zastosowanie metod matematycznych i techniki komputerowej w geologii, metalurgii i pokrewnych dziedzinach. AGH Kraków, 1995

8. BILISZCZUK J., MACHELSKI C., ONYSIK J., ŚLIWKA J.: *Przykłady zastosowań kabli swobodnych do odnowy i modernizacji przęseł mostów betonowych.* Inżynieria i Budownictwo 1995 nr 10

9. BODARSKI Z., CABAJ J.: *Sposoby pomiaru sił w odciągach.* Inżynieria i Budownictwo 1989 nr 4

10. BODARSKI Z., CABAJ J.: *Uniwersalny sposób oceny sił w cięgnach.* Inżynieria i Budownictwo 1995 nr 9

11. CABAJ J., KOWAL Z.: *Przekrycia cięgnowe.* W Poradniku projektanta konstrukcji metalowych. Bogucki. Warszawa Arkady 1982

12. CIESIELSKI R., FLAGA A.: *Dynamiczne obciążenie wiatrem wysokich budowli inżynierskich. Metody doświadczalnych badań właściwości mechanicznych zrealizowanych konstrukcji inżynierskich.* Kraków-Janowice Politechnika Krakowska 1977

13. CIESIELSKI R, KAWECKI J.: *Identyfikacja dynamiczna w odniesieniu do masztów z odciągami. Metody doświadczalnych badań właściwości mechanicznych zrealizowanych konstrukcji inżynierskich.* Kraków-Janowice Politechnika Krakowska 1977

14. CIESIELSKI R.: *O katastrofach i defektach stalowych masztów radiowo-telewizyjnych.* Inżynieria i Budownictwo 1992 nr 3

15. CISEK A., RYKALUK K., TRACZEWSKI W., UBYSZ I.: *Badania przemieszczeń konstrukcji nośnej gazociągu we Wrocławiu.* Raport serii SPR nr 422/87 Instytutu Geotechniki Politechniki Wrocławskiej

16. CZAJA J.: *Uogólniona metoda wyznaczania deformacji konstrukcji geodezyjnych okresowo obserwowanych.* Geodezja i Kartografia 1978 nr 4

17. CZAJA J.: *Uogólniona metoda wyznacznia położenia i kształtu budowli obrotowych o powierzchni stopnia drugiego.* Geodezja i Kartografia 1984 nr 3

18. CZAJA J.: *Modele statystyczne w informacji o terenie.* Kraków Wydawnictwa AGH 1996

19. GOCAŁ J.: *Geodezyjne metody realizacji i kontroli geometrycznych warunków pracy maszyn i urządzeń przemysłowych.* Zeszyty Naukowe AGH 1977 z. 47

20. GOCAŁ J.: *Aproksymacja średniokwadratowa w badaniach kształtu elementów konstrukcyjnych.* Geodezja i Kartografia 1979 nr 3

21. GOCAŁ J.: *Geodezyjne metody wyznaczania położenia i kształtu zbiorników stalowych.* Geodezja i Kartografia 1989 nr 2

22. GOCAŁ J.: *Eliminowanie wpływów termicznych w pomiarach strzałki zwisu lin.* Zeszyty Naukowe AGH, Geodezja, 1992 z. 73

23. GOGOLIŃSKI W.: *Pomiar strzałek zwisu lin nośnych kolejki linowej Kuźnice - Kasprowy Wierch* (maszynopis). Kraków 1962

24. GOGOLIŃSKA M., GOGOLIŃSKI W.: *Krzywa łańcuchowa.* Przegląd Geodezyjny1976 nr 7

25. GRALA M.: *Porównanie wyników pomiaru strzałek zwisu lin naciągowych masztu metodą trygonometryczną i fotogrametryczną.* Przegląd Geodezyjny 1973 nr 10

26. GUTKOWSKI W.: *Przyczyny i przebieg zniszczenia masztu radiowego w Gąbinie.* Inżynieria i Budownictwo 1992 nr 2

27. HAJDUK J., OSIECKI J.: *Ustroje cięgnowe. Teoria i obliczenia.* Warszawa Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1970

28. HAUSBRANDT ST.: *Rachunki geodezyjne.* Warszawa PPWK 1953

29. JANUSZ J.: *Wpasowanie krzywej teoretycznej w układ punktów wyznaczonych na linie odciągowej.* Biuletyn IGiK w Przeglądzie Geodezyjnym 1994 nr 9

30. JANUSZ J.: *Ortogonalne wpasowanie krzywej teoretycznej w empiryczny zbiór punktów.* Prace IGiK, 1995 z.92

31. JANUSZ J.: *Dobór krzywej teoretycznej obrazującej kształt krzywej zwisu liny odciągowej masztu.* II Konferencja „Problemy automatyzacji w geodezji inżynieryjnej" Komitet Geodezji PAN-SGP, Warszawa, marzec 1995

32. JANUSZ J: *Wyznaczanie odchyleń masztów telewizyjnych za pośrednictwem obserwacji zmian zwisu dolnych odcinków lin odciągowych.* Sympozjum „Skomputeryzowane systemy pomiarowe w geodezji inżynieryjnej" AGH Kraków, wrzesień 1995

33. JANUSZ J: *Determination of ropes pull of guyed masts, bridges and cable railways by geodetic method.* 3rd Conference „Optical3-D Measurement Techniques", Wiena 2-4 October 1995

34. JANUSZ J.: *Zautomatyzowany sposób geodezyjnego pomiaru i obliczania sił naciągu i wydłużeń cięgna w konstrukcji.* Inżynieria i Budownictwo 1996 nr 6

35. JANUSZ J.: *Geodezyjna metoda wyznaczania sił w cięgnach obciążonych w przelocie siłami skupionymi.* Przyjęte do druku w kwartalniku Geodezja i Kartografia

36. JANUSZ J.: *Geodezyjny pomiar sił w cięgnach obciążonych w przelocie siłami skupionymi.* Referat na Międzynarodowe Sympozjum „Geodezja i Geometria Inżynierska w Budownictwie i Inżynierii" Rzeszów 1996

36a. JANUSZ J.: *Wyznaczanie napięcia cięgna obciążonego w przelocie-siłami skupionymi.* Inżynieria i Budownictwo 1996 nr 8

37. JANUSZ W.: *Zagadnienie automatycznego wyznaczania odkształceń budowli przy pomocy modelu konstrukcji geodezyjnej w postaci stałej instalacji zespołu urządzeń pomiarowych.* Prace IGiK 1964 t. XI z.2(24)

38. JERCZYŃSKI K.: *Inwentaryzacja geodezyjna istniejącego masztu RTV podstawą projektowania i budowy nowego masztu w bezpośrednim sąsiedztwie.* Przegląd Geodezyjny 1984 nr 8-9

39. KACZURIN W.: *Teoria konstrukcji wiszących.* Arkady, W-wa 1965

40. KADAJ R.: *Wyznaczanie położenia i kształtu niektórych przestrzennych tworów geometrycznych metodami geodezyjnych wcięć stożkowych.* Rozprawa doktorska AGH Kraków, 1973

41. KADAJ R.: *Geodezyjne metody pomiaru krzywoliniowych form przestrzennych z przykładami zastosowań w zagadnieniach inżynierskich.* Wyd. Politechniki Rzeszowskiej, Rozprawy 3, 1975

42. KAMIŃSKI R., WIŚNIOWSKI J.: *Obliczanie kominów z odciągami według teorii II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji wykonawczych.* Inżynieria i Budownictwo 1994 nr 1-2

43. KOLONDRA L.: *Próba kompleksowego opracowania wyników terrofotogrametrycznego pomiaru sił naciągu lin odciągowych masztu antenowego.* Zeszyty Naukowe AGH, 1984 z.84

44. KORONOWSKI R.: *Metoda określania najprawdopodobniejszej krzywej aproksymującej wyniki szeregu obserwacji.* Geodezja i Kartografia 1964 nr 4

45. KORONOWSKI R.: *Metoda geodezyjnego wyznaczania równań określających kształt obiektów walcowych oraz odchyleń kształtu tych obiektów od kształtów wyrażonych wyznaczonymi równaniami.* Zeszyty Naukowe PW, Geodezja 1964 z. 13.

46. KOWALCZYK J., STEINIGER Z.: *Liny stalowe.* Katowice Wydawnictwo „Śląsk" 1963.

47. KOZŁOWSKI.: *Stalowe maszty i wieże radiowe i telewizyjne.* Warszawa Arkady 1965.

48. KRASOWSKI F.H.: *Izbrannyje soczinienja.* Geodezizdat 1955 t.3.

49. LIBURA S., PARZNIEWSKI Z.: *Cięgna zewnętrzne w konstrukcjach sprężonych.* Inżynieria i Budownictwo 1993 nr 4/5.

50. LINKWITZ K., KRAUSE C.: *Formfindung eines Computermodells.* Deutsche Bauzeitung, April-Heft 1989, Deutsche Verlags-Anstalt, Stuttgart 1989.

51. LINKWITZ K.: *Formfinding of lightweight surface structures by geodetic methods.* Applications of Geodesy to Engineering, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1993.

52. ŁUBIŃSKI M., ŻÓŁTOWSKI W.: *Konstrukcje metalowe,* cz.II. Warszawa Arkady 1992.

53. Montaż konstrukcji stalowych - poradnik. Warszawa Arkady 1963 Rozdz. 7.6 *Montaż stalowych masztów i konstrukcji wieżowych* Rozdz. 11.4 *Montaż masztów i wież radiowych.*

54. NICZYPOROWICZ E.: *Krzywe płaskie.* Warszawa PWN 1991.

55. NIEWIADOMSKI J., GŁĄBIK J., GROCHOWSKI I.: *Analiza przyczyn katastrofy masztu w Gąbinie.* Inżynieria i Budownictwo 1992 nr 9.

56. NOWACKI W.: *Dynamika budowli.* Arkady 1961.

57. PAŁKOWSKI SZ.: *Analiza statyczna masztu z odciągami.* Inżynieria i Budownictwo 1992 nr 3.

58. PAŁKOWSKI SZ.: *Analiza statyczna ustrojów cięgnowych z uwzględnieniem sprężysto-plastycznych właściwości lin.* Inżynieria i Budownictwo 93 nr 3.

59. PAŁKOWSKI SZ.: *Konstrukcje cięgnowe.* Warszawa Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1994

60. PAŁKOWSKI SZ.: *Uwagi dotyczące obliczania cięgien.* Inżynieria i Budownictwo 1996 nr 2

61. PIETRZAK L.: *O przyczynach zawalenia się masztu w Gąbinie.* Inżynieria i Budownictwo 1992 nr 9

62. PIOTROWSKI R.: *Niepublikowane komentarze do ćwiczeń z przedmiotu „Rachunek wyrównawczy".* Politechnika Warszawska 1978/79

63. PN-54/B-02011 Obciążenia wiatrem w obliczeniach statycznych

64. PN-57/M-80200 Liny stalowe z drutu okrągłego. Klasyfikacja

65. PN-57/M-80201 Liny stalowe z drutu okrągłego. Warunki techniczne

66. PN-70/M-80229 Liny stalowe dwuzwite

67. PN-79/B-03204 Konstrukcje metalowe. Maszty oraz wieże radiowe i telewizyjne. Obliczenia statyczne i projektowanie

68. Poradnik projektanta konstrukcji metalowych.+2. Warszawa Arkady 1982

69.PREWEDA E.: *System pomiaru, obliczeń i wizualizacji zmian geometrycznych obiektów powłokowych o powierzchni stopnia drugiego.* Rozprawa doktorska. AGH Kraków 1995

70. PYKA K., ZIELIŃSKI J.: *O przydatności ortogonalizacji w obliczeniach geodezyjnych.* Materiały VI Sesji Naukowo - Technicznej, Gdańsk 1989

71. RAKOWSKI J., ŚWITKA R.: *Sprężysto-plastyczne odkształcenia i proces niszczenia siatek cięgnowych.* Archiwum Inżynierii Lądowej 1989 nr 1

72. RYKALUK K., UBYSZ I., KUBICA E.: *Analiza przemieszczeń konstrukcji wiszącej gazociągu po wieloletniej eksploatacji.* VIII Międzynarodowa Konferencja Konstrukcji Metalowych. Gdańsk 1989 t.5

73. SIERADZKI M.: *Zmienność geometrii masztów telewizyjnych i radiowych. Metody doświadczalnych badań właściwości mechanicznych zrealizowanych konstrukcji inżynierskich.* Kraków-Janowice Politechnika Krakowska 1977

74. SKÓRCZYŃSKI A.: *Wyrównanie układów obserwacyjnych prowadzących do wyznaczenia parametrów równań niektórych tworów geometrycznych płaskich i trójwymiarowych.* Geodezja i Kartografia 1968 nr 4

75. SKÓRCZYŃSKI A.: *Rachunek wyrównawczy.* Warszawa PPWK 1985

76. ŚLIWIŃSKI K.: *Prawda o przyczynach awarii antenowego masztu radiowego programu I w Konstantynowie.* Przegląd Budowlany 1992 nr 6

77. SOBCZYK E.: *Nowe rozwiązanie masztu radiowego wysokości 646m w Konstantynowie koło Gąbina.* Inżynieria i Budownictwo 1995 nr 7-8

78. SZULC J., FLAGA A.: *Liny produkcji krajowej do mostów wiszących.* Inżynieria i Budownictwo 1985 nr 7

79. TYMOWSKI ST.J.: *Strzałka zwisu i jej pomiar.* Przegląd Geodezyjny 1971 nr 7

80. WICHTOWSKI B.: *Siły w odciągach w świetle analizy termicznej trzonu komina stalowego wysokości H = 40m.* Przegląd Budowlany 1994 nr 8-9

81. ZYKUBEK ST.: *Geodezyjne pomiary odkształceń kominów i masztów.* Prace IGiK 1956 t. IV z. 2(9)

82. ŻÓŁTOWSKI W., KLESTA L.: *Katastrofa masztu radiowego w Gąbinie. Przyczyny, przebieg, skutki.* Inżynieria i Budownictwo 1992 nr 9

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

Oxy - lokalny układ współrzędnych punktów na linie, w którym oś Oy jest pionowa, oś Ox pozioma; krzywa zwisu liny zawarta jest w płaszczyźnie Oxy

OXY - układ współrzędnych prostokątnych o osiach poziomych

α, γ – kąt poziomy obserwowany

β - kąt pionowy obserwowany

z - kąt zenitalny obserwowany

x_o , y_o, a - parametry równania krzywej łańcuchowej

Δy_j , Δx_j - składowa odległości empirycznego punktu j na osi cięgna od wpasowanej krzywej łańcuchowej

m_a, m_α, m_{xj}, m_{Vj}, ... - oszacowanie błędu średniego parametru *a*, kąta α po wpasowaniu, współrzędnej po wpasowaniu x^w_j, siły pionowej w punkcie (x^w_j , y^w_j) krzywej łańcuchowej (któremu odpowiada punkt (x_j,y_j) na cięgnie; m^2_{Vj} jest równe wariancji V(s_j) długości s_j,...; także błąd a'priori odpowiednich wartości

$\underline{X}$, $\underline{\Omega}$, $\underline{P}$- liczba zespołowa (krakowian, macierz)

v_{xj}, $v_{\alpha j}$ - poprawka wpasowania współrzędnej x_j (w szczególności może zachodzić $v_{xj} = \Delta x_j$), kąta α_j,...

Δr_j - odległość empirycznego punktu j od krzywej łańcuchowej przy m_{xj}=m_{yj}

m_{or} - błąd średni wpasowania ortogonalnego krzywej łańcuchowej w zbiór punktów empirycznych na osi cięgna

H_a - pozioma składowa siły naciągu cięgna, wyznaczona na podstawie parametru a krzywej łańcuchowej

H_ε - pozioma składowa siły naciągu cięgna, wyznaczona na podstawie względnego wydłużenia ε cięgna

S_j - siła naciągu cięgna w kierunku stycznym do krzywej łańcuchowej w punkcie j

V_j - pionowa składowa siły naciągu cięgna w punkcie j krzywej łańcuchowej

φ_j - kąt nachylenia stycznej do krzywej łańcuchowej w punkcie j do osi Ox

φ_b - kąt nachylenia stycznej do poprzedniej krzywej odcinkowej

φ_f - kąt nachylenia stycznej do następnej krzywej odcinkowej

$\Delta\varphi$ - kąt załamania krzywej zwisu cięgna w punkcie obciążenia go siłą skupioną: $\varphi_f - \varphi_b = \Delta\varphi$

z - we frakcji dolnej, symbol oznaczający sposób zastępczy

q - ciężar jednostkowy cięgna (1 mb.)

P - skierowana pionowo siła skupiona obciążająca cięgno
l - długość odcinka krzywej łańcuchowej
ε - względne wydłużenie cięgna
s - długość cięciwy odcinka krzywej łańcuchowej
M - moment siły
H_{kr} - siła krytyczna, przy której może nastąpić zerwanie cięgna
H_{min} - siła naciągu cięgna, wystarczająca do rozprostowania cięgna leżącego na płaskiej powierzchni
E - moduł sprężystości podłużnej cięgna
F - powierzchnia czynnego przekroju poprzecznego cięgna; również funkcja
σ - naprężenie cięgna (iloraz siły naciągu i czynnego przekroju poprzecznego).

Recenzował: prof. dr hab. inż. Jan Gocał

Jerzy Janusz

METHOD OF GEODETIC EXAMINATION OF TENSION AND ELONGATION OF ROPES AT TIE CONSTRUCTIONS

Summary

Chapter 1 includes description of the as follows methods:
- measurement of coordinates of marked and non-marked points on the ropes,
- orthogonal adjustment of catenary curve into set of points on the rope's axis with the use of alghoritm presented by the author at the previous publication [30],
- assessment of accuracy of adjustment, on the basis of values of orthogonal deviations Δr of rope's points from catenary curve,

Chapter 2 contains description of the method of calculation of rope tension, on the basis of a parameter, which characterises the adjusted catenary curve and on the basis of resilient elongations. Two variants are discussed here: procedure concerning rope loaded constantly with the unit weight q = const and procedure for rope additionally loaded with concentrated forces (vertically directed). In case of rope additionally loaded with concentrated forces the segmentary method of calculating force of rope's tension is given; it is based on parameters of catenary curves approximating curve of real tie sag at particular segments between points of fixing and loading of the rope. At this chapter all measuring-calculating experiments and their results were described, as well as applications of the method of calculating tension force; this description illustrates methodology, specific practical features and methods used for accuracy assessment.

Chapter 3 comprises description and illustration of the method of calculation of values of vertical, concentrated forces, which load the rope. Results of determination of inclination angles of tangents to segmentary catenary curves, which approximate

curve of rope's sag loaded with concentrated force and subsequently angles between tangents to neighbouring, segmentary catenary curves at points of loading are the basis of this method.

Chapter 4 includes description and illustration of calculation of rope unit weight q = const on the basis of the determined (from measurements and calculations) inclination angles of tangents to segmentary catenary curves representing sag of rope loaded with vertical, concentrated force with known value.

This method enables calculation of additional, constant loads of rope, caused for instance by icing.

Chapter 5 contains description and examples of calculations in order to design tie trajectory, which enable to determine:

- maximum tension forces, when hanged tie touches at sag plane the closest terrain points;
- horizontal, vertical and normal distances of the tie crossing two points and tightened by the defined force from the points of terrain profile (at sag plane).

Chapter 6 includes description of the algorithm for calculation of parameters of catenary curve and their errors on the basis of adjustment to set of points, considering relations between point coordinates or fulfilling condition of minimum of sum of squares of coorrections to observations, which are used for determining point coordinates. This chapter also comprises algorithm for calculating distances between points located on the adjusted catenary curve, coefficients of tangent and vertical forces, as well as method for computating their errors.

Chapter 7 includes description of the method of deviations determination of mast from plumb-line, using geodetic observations of twist of planes, containing guyes. These observations can be done for twists of lower parts of rope, which are visible from the ground below cloud layer; in consequence it permits to determine deviations of high, obscured points of fixing these ropes to the mast.

In this chapter the rope, unlike to chapters 1- 6, is not treated as a subject of examination, but as the element of construction, which is observed in order to determine geometrical imperfections of the whole construction.

Translation: Zbigniew Bochenek

ЕЖИ ЯНУШ

МЕТОДИКА ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ И УДЛИНЕНИЯ КАНАТОВ /ТРОСОВ/ В ТЯГОВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Резюме

Раздел 1 содержит описание метода:

- вычисления координат обозначенных и необозначенных пунктов на оси каната,

– ортогонального совмещения цепной кривой на основе множества точек на оси каната с помощью алгоритма, представленного в ранней публикации (30) автора данного трактата,
– оценки точности совмещения, на основе ортогональных величин отклонений точек каната от цепной кривой.

Раздел 2 содержит описание метода вычисления силы напряжения каната на основе параметра а совмещенной цепной кривой, а также на основе упругих удлинений. Отличаются при этом действие, касающиеся троса, нагруженного постоянно единичным грузом q = const и троса, нагруженного дополнительно сконцентрированными силами вертикально направленными. В случае троса, нагруженного сконцентрированными силами, дан частичный способ вычисления силы напряжения троса на основе параметров цепных кривых, приближающих кривую провеса реальной тяги на отдельных отрезках между точками закрепления и нагрузки троса.

В том же разделе описан ход и результаты измерительно-вычислительных экспериментов и применений метода вычисления силы напряжения, иллюстрирующих способ действия, специфические потребительские черты и служащих для оценки метода.

Раздел 3 содержит описание и иллюстрацию способа вычисления величин вертикально направленных сконцентрированных сил нагружающих трос. Основой этого способа являются результаты определения углов наклонения касающихся к частичным /отрезочным/ цепным кривым, приближающих кривую провеса троса, нагруженного сконцентрированной силой и вытекающие из них углы пересечения касающихся к соседним частичным цепным кривым.

Раздел 4 содержит описание и иллюстрацию способа вычисления единичной тяжести троса на основе известных из измерений и вычислений углов наклонения касающихся к частичным цепным кривым, иллюстрирующих провес троса, нагруженного ветикально направленной сконцентрированной силой известной величины.

Раздел 5 содержит описание и примеры вычислений для цепей проектирования траектории троса, дающих возможность определения:
– граничных сил напряжения, при которых развешенный трос

соприкасается в плоскости провеса с наиближайшими пунктами профиля местности

– горизонтальных, вертикальных и нормальных расстояний троса, проходящего через 2 пункта и натянутого определенной силой от пунктов профиля местности в плоскости провеса.

Раздел 6 содержит описание алгоритма вычисления параметров цепной кривой и их ошибок на основе совмещения со множеством пунктов с учётом зависимости между координатами этих пунктов или при выполнении условия минимума суммы квадратов поправок наблюдений, служащих для определения координат пунктов. Этот раздел содержит также алгоритм вычисления расстояний между пунктами на совмещённой цепной кривой, коэффициентов касающихся касательных и вертикальных сил, а также их ошибок.

Этот способ дает возможность вычисления дополнительных, постоянных нагрузок троса, вызванных, например, обледенением.

Раздел 7 содержит описание метода определения отклонений мачты от вертикали с помощью геодезических наблюдений поворота плоскости провеса нагруженных тросов. Наблюдениям могут подвергаться этим способом отклонения нижних отрезков тросов, видимых с земли ниже слоя облаков, благодаря чему возможно определение отклонений от вертикали высокорасположенных, невидимых с земли пунктов прикрепления этих тросов к мачте.

В этом разделе трос, иначе чем в разделах 1 – 6, рассматривается не как предмет исследования, а как элемент конструкции, наблюдение которого ведет к определению геометрических имперфекций всей конструкции.

Перевод: Róża Tołstikowa.