

JERZY JANUSZ

**METODA WYZNACZANIA PRZEMIESZCZEŃ PUNKTÓW  
Z WYKORZYSTANIEM ODBIĆ ZWIERCIADLANYCH  
Cz. I**

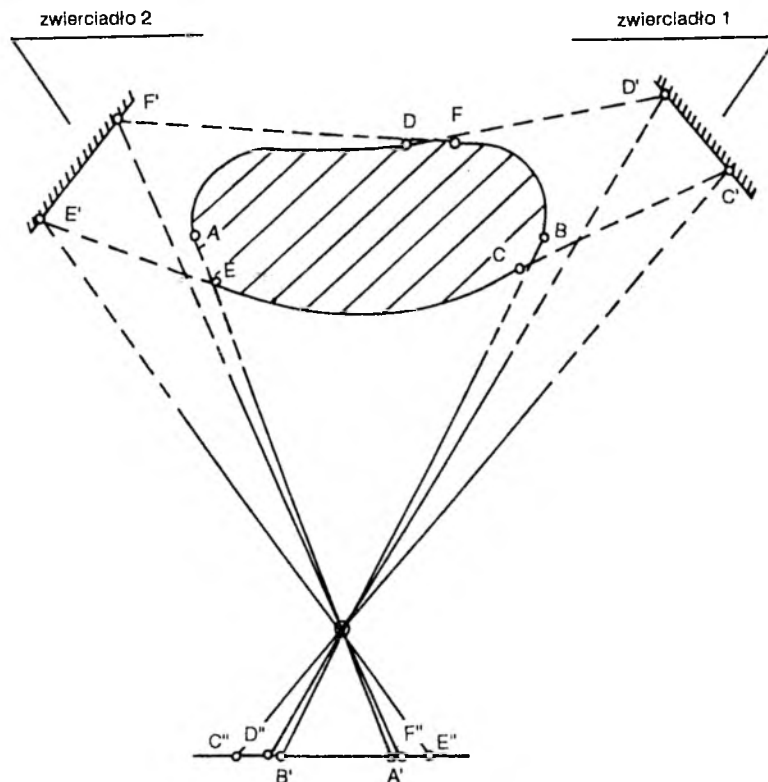
*ZARYS TREŚCI. Praca zawiera opis metody wyznaczania przestrzennych przemieszczeń punktów za pomocą teodolitu i odbić celowych od zwierciadeł płaskich. Wyniki pomiarów eksperymentalnych wykazały możliwość wyznaczania przemieszczeń z błędem  $\pm 1 \div 1,5$  mm, przy sumie długości celowych: teodolit - zwierciadło - punkt kontrolowany, rzędu 100 m.*

*Metoda przeznaczona jest do pomiarów w warunkach utrudnionego dostępu i ograniczonej widoczności. Zilustrowano przykładowo zakres możliwych zastosowań metody.*

**Wprowadzenie**

Od pewnego czasu odbicia zwierciadlane są wykorzystywane w nietypowych pracach fotogrametrycznych, głównie związanych z możliwością wykorzystania zdjęć badanego obiektu równocześnie w kilku różnych ujęciach: bezpośrednio elewacji frontowej i za pośrednictwem odpowiednio ustawionych lusterek - elewacji bocznych, niewidocznych bezpośrednio ze stanowiska kamery. Ilustruje to rys. 1.

Fragment powierzchni badanego obiektu między punktami A i B odfotografowuje się bezpośrednio w obszarze między obrazami A' i B' na płycie fotograficznej. Fragment powierzchni obiektu zawarty między punktami C i D, niewidoczny dla kamery w obszarze między punktami B i D, ma swoje odbicie w zwierciadle 1 między punktami C' i D', którego obrazem fotograficznym jest fragment zawarty na płycie fotograficznej między punktami C'', D''. Fragment powierzchni obiektu zawarty między punktami E i F, niewidoczny ze stanowiska kamery w obszarze między punktami A i F, ma swe odbicie E', F' w zwierciadle 2, a jego obrazem fotograficznym jest na płycie odcinek E''F''. W taki sposób, przy użyciu odpowiednio ustawionych zwierciadeł, możliwe staje się wykonanie jednego zdjęcia, na którym widoczna jest także powierzchnia boczna badanego obiektu.



Rys. 1

Ta interesująca możliwość uzyskania z pojedynczego stanowiska kamery wglądu do niewidocznych z niego powierzchni obiektu została też wykorzystana do wyznaczania deformacji obiektu. W pracy [3] wykorzystano w tym celu zdjęcia fotograficzne powtarzane w czasie trwania deformacji obiektu, przy wykorzystaniu kamery fotografującej obiekt i jego odbicia zwierciadlane. Składowe przemieszczeń punktów zasygnalizowanych na powierzchni obiektu, prostopadłe do promieni rzutujących, określano przy tym przez pomiar współrzędnych punktów na kolejnych zdjęciach względem obrazów rozwieszonych pionów zadających układ odniesienia i przez utworzenie różnic tych współrzędnych. Tym sposobem wyznaczano deformacje niedużych obiektów, co było uwarunkowane ograniczonymi rozmiarami blisko ustawionych zwierciadeł, w których chciano uzyskać odbicie całych bocznych elewacji. Ograniczenie się do niedużych obiektów wynikało też z faktu, że elementami zakłócającymi poprawność wyznaczeń mogą tu być odchylenie od płaskości i deformacje powierzchni zwierciadeł, narastające wraz z ich rozmiarami. Ponadto praktycznym ograniczeniem możliwości użycia kamery jest niemożliwość osiągnięcia ostrego obrazu wszystkich interesujących nas punktów większego obiektu.

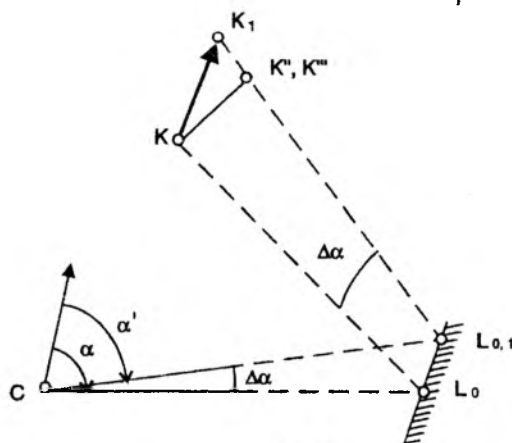
Badania przeprowadzone w ramach niniejszego tematu wykazują, że idea odbić zwierciadlanych może mieć szersze zastosowanie do badania przemieszczeń punktów na dużych obiektach przy użyciu teodolitu. Podstawowym warunkiem znacznego zwiększenia zasięgu wyznaczania przemieszczeń jest tu odejście od dążenia do przekazania przez pojedyncze, duże zwierciadło odbitych obrazów dużych fragmentów powierzchni obiektu i zastosowanie w zamian zespołu odpowiednio ustawionych i unieruchomionych małych zwierciadeł, z których każde przekazuje obraz jednego punktu kontrolowanego i jego bezpośredniego otoczenia na powierzchni obiektu. Odwzorowanie obrazów każdego punktu co najmniej w dwóch lustrach umożliwia wyznaczenie jego przemieszczeń przestrzennych.

### Zasada wyznaczania składowych przemieszczenia punktu z wykorzystaniem teodolitu i zwierciadła

Zgodnie z rysunkiem 2, stanowisko teodolitu znajduje się w punkcie C, zwierciadło płaskie w punkcie L, wyznaczeniu zaś podlega przestrzenne przemieszczenie punktu K do pozycji  $K_1$ . Zwierciadło należy ustawić tak, aby przez lunetę teodolitu skierowaną na nie, widoczne było odbicie  $L_0$  punktu K.

W przypadku gdy punkty C, L, K znajdują się na jednym poziomie, możemy wyznaczyć składową poziomą przemieszczenia  $KK''$  z zależności

$$KK'' = (CL_0 + L_0 K)(\alpha' - \alpha) \frac{1}{\rho} \quad (1)$$



Rys. 2

W tym celu, w momencie gdy punkt kontrolowany znajduje się w pozycji K, należy nacelować pionową kreską lunety teodolitu na odbicie  $L_0$  tego punktu w zwierciadle i wykonać odczyt  $\alpha$  kręgu poziomego, a następnie, po przemieszczeniu punktu do pozycji  $K_1$  nacelować pionową kreską lunety na odbicie  $L_{0,1}$  w zwierciadle i wykonać odczyt  $\alpha'$  kręgu poziomego, uzyskując różnicę

$\Delta\alpha = \alpha' - \alpha$ . Odległości  $CL_0$  i  $L_0K$  mogą być zmierzone z niewielką dokładnością, tym mniejszą, im mniejsza jest wyznaczana wartość składowej  $KK''$  w stosunku do sumy odległości  $CL_0 + L_0K$ .

W przypadku gdy punkt kontrolowany przemieszcza się do pozycji  $K_1$  na innym poziomie, pionową składową tego przemieszczenia  $KK''''$  możemy wyznaczyć z zależności

$$KK'''' = (CL_0 + L_0K) \frac{1}{\rho} (\beta' - \beta) \quad (2)$$

W tym celu w momencie gdy punkt kontrolowany znajduje się w pozycji  $K$ , należy nacelować poziomą kreską lunety teodolitu na odbicie tego punktu  $L_0$  i wykonać odczyt  $\beta$  kręgu pionowego, a następnie, po przemieszczeniu punktu do pozycji  $K_1$ , nacelować poziomą kreską lunety na odbicie  $L_{0,1}$  w zwierciadle i wykonać odczyt  $\beta'$  kręgu pionowego, uzyskując różnicę  $\Delta\beta = \beta' - \beta$ .

Tak więc przy użyciu zmierzonych  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$ , korzystając ze wzorów (1), (2) jesteśmy w stanie wyznaczyć rzut wektora przemieszczenia  $KK_1$  na płaszczyznę (pionową) prostopadłą do prostej  $L_0K$ .

Przy użyciu teodolitu ustawionego w punkcie  $C$  i zwierciadła ustawionego w punkcie  $L$  nie jesteśmy w stanie wyznaczyć trzeciej składowej poziomego przemieszczenia  $KK''K_1$ , brakującej do wyznaczenia przestrzennego przemieszczenia punktu  $K$  do pozycji  $K_1$ . Korzystając jednak z dwu zwierciadeł ustawionych w punktach  $L_2, L_3$ , jak na rys. 3, jesteśmy w stanie wyznaczyć poziome składowe przemieszczenia punktu  $K$

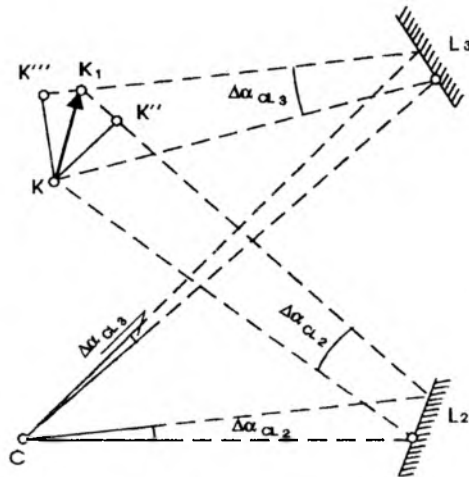
$$KK'' = (CL_2 + L_2K) \frac{1}{\rho} \Delta\alpha_{CL_2} \quad (3)$$

$$KK'''' = (CL_3 + L_3K) \frac{1}{\rho} \Delta\alpha_{CL_3} \quad (4)$$

dające możliwość wyznaczenia poziomej składowej  $KK_1$  przemieszczenia punktu. W tym celu ze stanowiska  $C$  należy zmierzyć różnicę kierunków poziomych  $\Delta\alpha_{CL_2}, \Delta\alpha_{CL_3}$ , celując na odbicia w obu zwierciadłach, kolejno punktu  $K$  przed przemieszczeniem i  $K_1$  po przemieszczeniu.

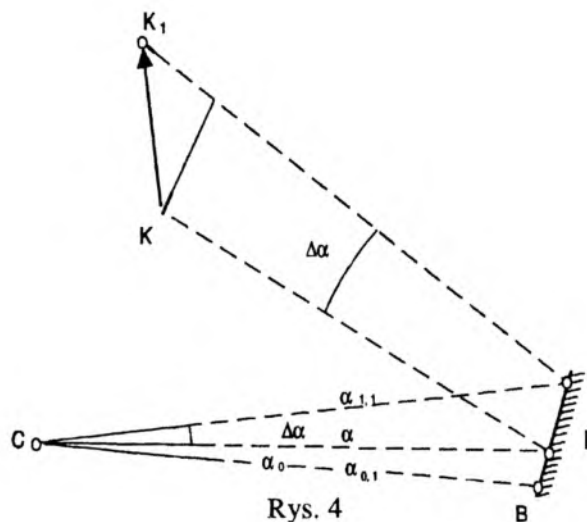
Mierząc ze stanowiska  $C$  różnice kątów pionowych  $\Delta\beta_{CL_2}, \Delta\beta_{CL_3}$  przy nacełowaniu na odbicie w obu zwierciadłach punktu  $K$  i przemieszczonego punktu  $K_1$  możemy wyznaczyć dwukrotnie pionową składową przemieszczenia punktu  $K$  do pozycji  $K_1$ , co stanowi kontrolę wyznaczeń.

Praktycznie przy wyznaczaniu przemieszczeń możemy spotkać się z dwoma przypadkami mającymi istotne znaczenie dla techniki wykonywania pomiarów: 1) wyznacza się przemieszczenia w krótkim okresie, w którym teodolit i zwierciadło są cały czas na stanowiskach w niezmiennych pozycjach, 2) wyznacza się przemieszczenia w długim okresie, w którym teodolit jest ponownie ustawiany na stanowisku do wykonania poszczególnych pomiarów okresowych (zwierciadła muszą być, oczywiście, cały czas nieruchome). Pierwszy przy-



Rys. 3

padek ma charakter "śledzenia" przemieszczającego się punktu i jeśli nie obawiamy się naruszenia teodolitu i zwierciadła, to za kierunki odniesienia możemy uważać kierunek poziomy  $\alpha$  i pionowy  $\beta$ , odpowiadające nacelowaniu na odbicie w zwierciadle obrazu początkowego położenia punktu K. W drugim przypadku, gdy między kolejnymi pomiarami teodolit jest zdejmowany lub gdy nie ma gwarancji, że w czasie badań nie nastąpiło jego skrócenie lub nachylenie, zmieniające kierunki wyjściowe, trzeba zastosować inne postępowanie. Wówczas kierunek poziomy (pionowy), odpowiadający nacelowaniu na obraz punktu K, należy przy każdym pomiarze odnieść do kierunku wyjściowego "utrwalonego" nie na kręgach teodolitu, lecz na tarczy ustawionej w miejscu zwierciadła. Oznacza to, że zwierciadło powinno być wyposażone w celownik - punkt B, z którego korzystamy w sposób zilustrowany na rys. 4.



Rys. 4

Gdy badany punkt K zajmuje pozycję K, celujemy na punkt B i wykonujemy odczyty kręgu poziomego i pionowego  $\alpha_0, \beta_0$ , po czym nacelowujemy na odbicie w zwierciadle punktu K i wykonujemy odczyty  $\alpha, \beta$ . Następnie, gdy wskutek przemieszczenia punkt K zajmuje pozycję K<sub>1</sub>, nacelowujemy ponownie na punkt B i wykonujemy odczyty  $\alpha_{0,1}, \beta_{0,1}$ , po czym nacelowujemy na odbicia w zwierciadle punktu K<sub>1</sub> i wykonujemy odczyty  $\alpha_{1,1}, \beta_{1,1}$ .

W tym przypadku obliczenie składowych przemieszczenia odbywa się przy wykorzystaniu  $\Delta\alpha, \Delta\beta$  liczonych według wzorów

$$\Delta\alpha = (\alpha_{1,1} - \alpha_{0,1}) - (\alpha - \alpha_0) \quad (5)$$

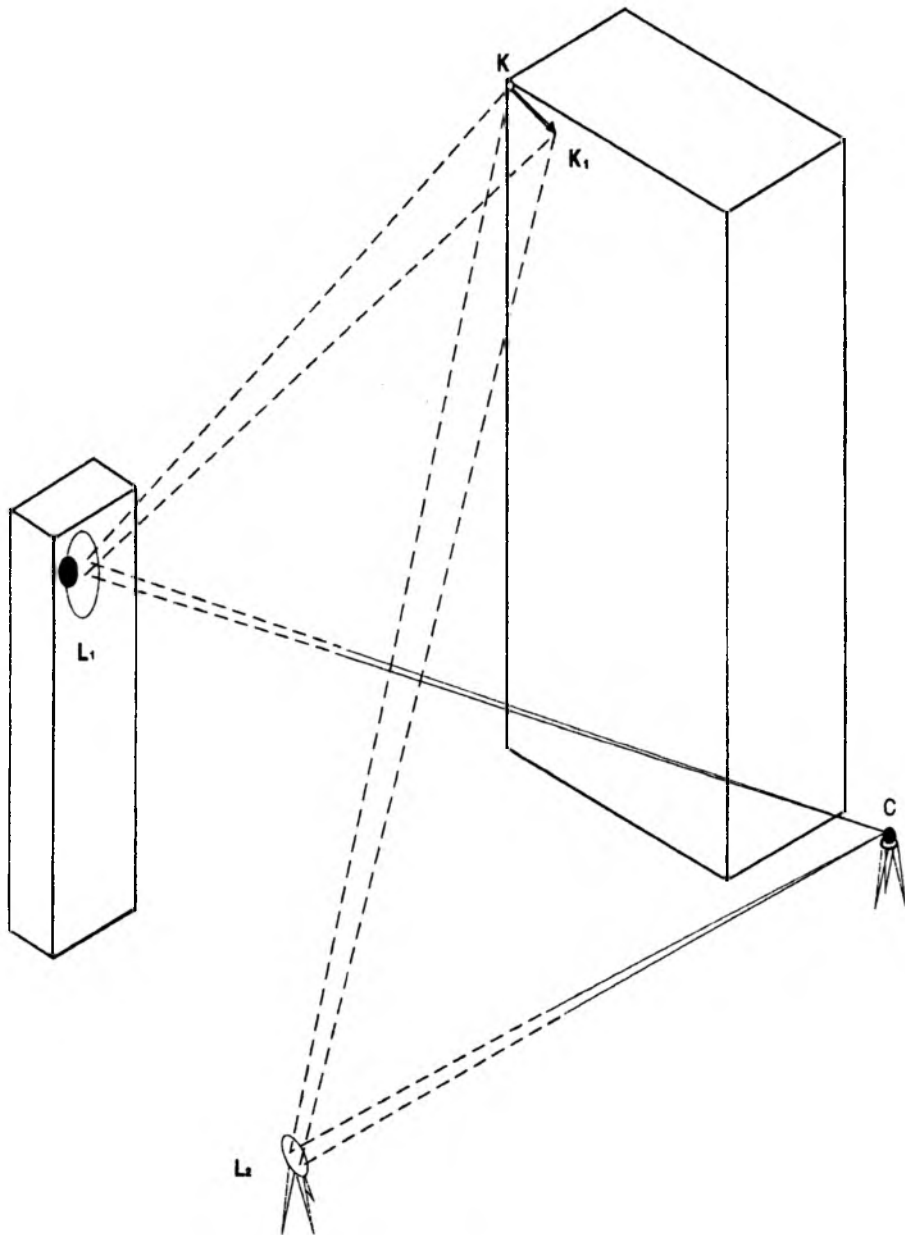
$$\Delta\beta = (\beta_{1,1} - \beta_{0,1}) - (\beta - \beta_0) \quad (6)$$

Rzadko się zdarza, że punkty CLK określające wzajemne położenia pionowej osi obrotu lunety teodolitu, zwierciadła i punktu kontrolowanego znajdują się w jednej płaszczyźnie poziomej, umożliwiając stosowanie wzorów (1),(2). Na ogół mamy do czynienia z rozmieszczeniem tych punktów w przestrzeni, wyrażonym za pomocą wyznaczonych ich współrzędnych przybliżonych X,Y,Z.

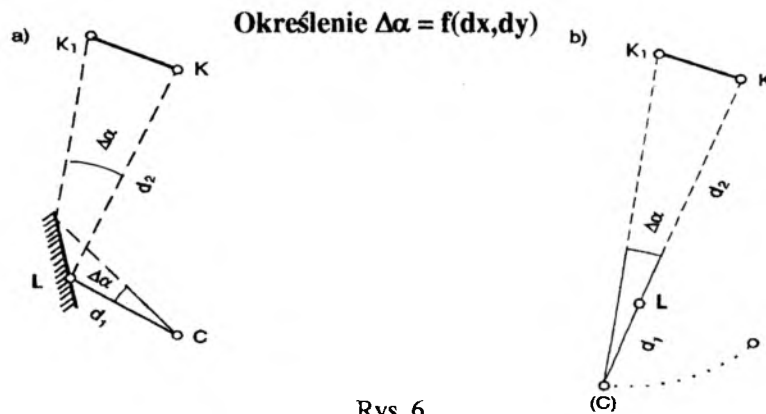
Obserwacje  $\Delta\alpha$  i  $\Delta\beta$  wykonane z użyciem dwóch lub większej liczby zwierciadeł umożliwiają wyznaczanie składowych dx, dy, dz z jednym (przy dwóch zwierciadłach) lub większą liczbą elementów swobody. Odbywa się to na drodze wyrównania układu równań obserwacji, w których jako wyrazy wolne występują zmierzone kąty  $\Delta\alpha$  i  $\Delta\beta$ .

W przypadku gdy pragniemy wyznaczyć całkowity wektor przemieszczenia KK<sub>1</sub>, zadanie polega na wyznaczeniu składowych dx, dy, dz przemieszczenia punktu K za pośrednictwem kątów poziomych  $\Delta\alpha$  i pionowych  $\Delta\beta$  między celowymi biegnącymi od teodolitu do obrazów tego punktu, przed i po przemieszczeniu, w odpowiednio rozstawionych zwierciadłach, jak to pokazuje schematycznie przykładowy rys. 5.

Pamiętać jednak musimy, że w sieci przestrzennej, w której występują jednocześnie duże kąty nachylenia odcinków LK i duże kąty poziome CLK, prostopadłe do siebie płaszczyzny celowania wzdłuż CL, zawierające kreskę poziomą i pionową krzyża kresek lunety, po odbiciu od zwierciadła transformują się na płaszczyzny skrócone wokół odcinka LK. Zjawiska te nie zachodzą, gdy punkty L,C,K leżą w płaszczyźnie poziomej lub pionowej. Wówczas możliwe jest analityczne wyznaczanie składowych dx, dy, dz przemieszczeń przestrzennych przez rozwiązywanie układów wyprowadzonych niżej równań obserwacyjnych (14), (15). Z pewnym przybliżeniem wzory te mogą być używane również do sieci, w których kąty poziome CLK i kąty nachylenia odcinków LK osiągają równocześnie nieduże wartości, rzędu kilkunastu stopni. Takie postępowanie zastosowałem w omawianym dalej eksperymencie 8, w którym wyznaczałem przemieszczenie przestrzenne punktu K w sieci pokazanej na rys. 10.



Rys. 5



Rys. 6

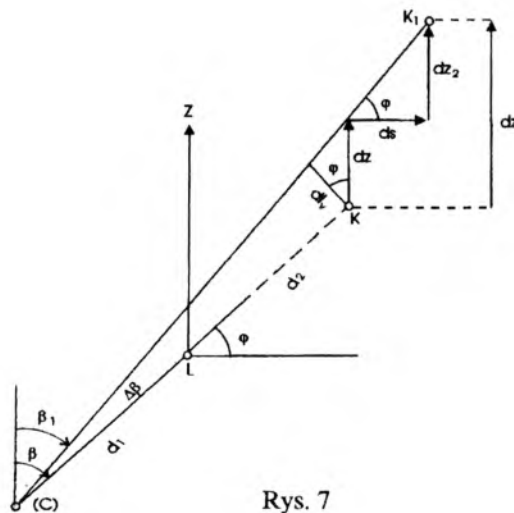
Obserwacje kąta poziomego  $\Delta\alpha$  przy użyciu zwierciadła jak na rys. 6a możemy sprowadzić do równoważnego pomiaru kąta  $\Delta\alpha$  teodolitem z zastępczego punktu (C) bez użycia zwierciadła, jak na rys. 6b. Mamy wówczas do czynienia z pomiarem kąta poziomego L,(C),K. Zakładając stałość punktów L,(C) możemy napisać za [2]

$$\frac{\rho \sin \sigma_{LK}}{d_{1x} + d_{2x}} dx - \frac{\rho \cos \sigma_{LK}}{d_{1x} + d_{2x}} dy = \Delta\alpha \quad (7)$$

gdzie  $\sigma_{LK}$  - azymut linii LK (lustro-punkt kontrolowany).

#### Określenie $\Delta\beta = f_1(dx, dy, dz)$

Obserwacje kąta pionowego  $\Delta\beta$  prowadzone przy użyciu zwierciadła zastąpimy obserwacjami kąta  $\Delta\beta$  prowadzonymi teodolitem z zastępczego punktu (C), zgodnie z rys. 7. Punkt (C) umieszczam na przedłużeniu odcinka KL, w odległości od punktu L równej pochytej odległości  $CL = d_1$  (teodolit-lustro).



Rys. 7



Zgodnie z rysunkiem 7, składową  $dl_v$  przemieszczenia punktu, odchyloną od pionu o kąt  $\varphi$  wyrażamy wzorem (8)

$$-dl_v = \Delta\beta(d_1 + d_2) \quad (8)$$

Pionową składową  $dz_1$ , odpowiadającą brakowi przemieszczenia poziomego wyrazimy

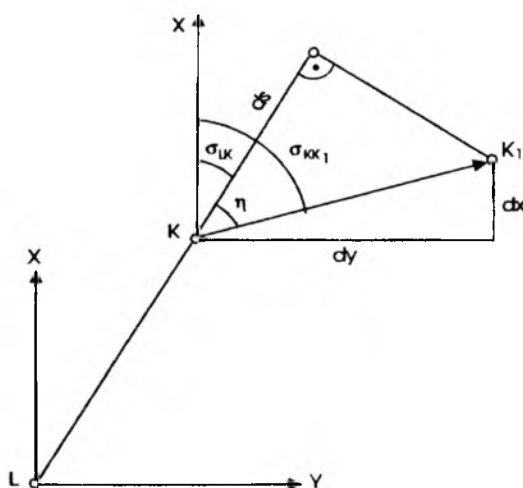
$$dz_1 = \frac{-(d_1 + d_2) \sin \Delta\beta}{\cos \varphi} \quad (9)$$

gdzie  $(d_1 + d_2)$  - suma nie zredukowanych do poziomu (pochyłych) odległości: instrument-lustro, lustro-punkt kontrolowany.

Drugi składnik składowej pionowej przemieszczenia punktu kontrolowanego, wynikający z przemieszczenia wzdłuż kierunku LK wyraża, zgodnie z rys. 7, zależność

$$dz_2 = ds \operatorname{tg} \varphi \quad (10)$$

Występującą w tym wzorze wielkość  $ds$  - składową poziomą przemieszczenia wzdłuż kierunku LK o azymucie  $\sigma_{LK}$  można wyrazić w funkcji  $dx$  i  $dy$  oraz kąta  $\eta$  zawartego między kierunkiem LK i kierunkiem przemieszczenia  $KK_1$  - rys. 8



Rys. 8

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \cos \eta = \sqrt{dx^2 + dy^2} \cos(\sigma_{KK_1} - \sigma_{LK}) \quad (11)$$

skąd, po przekształceniach i uwzględnieniu, że

$$\cos \sigma_{KK_1} = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} \quad \text{i} \quad \sin \sigma_{KK_1} = \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

otrzymujemy

$$ds = dx \cos \sigma_{LK} + dy \sin \sigma_{LK} \quad (12)$$

Dodając do siebie (9) i (10) i podstawiając (12), otrzymujemy

$$-\frac{\rho \cos \varphi}{d_1 + d_2} dz + \frac{\rho \sin \varphi \cos \sigma_{LK}}{d_1 + d_2} dx + \frac{\rho \sin \varphi \sin \sigma_{LK}}{d_1 + d_2} dy = \Delta \beta \quad (13)$$

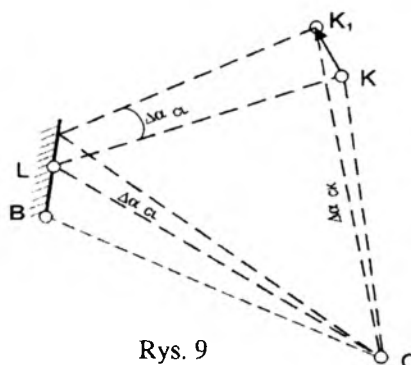
Przy występowaniu w układzie obserwacyjnym stopni swobody, zależności (7) i (13) piszemy w formie równań obserwacyjnych

$$\frac{\rho \sin \sigma_{LK}}{d_{1z} + d_{2z}} dx - \frac{\rho \cos \sigma_{LK}}{d_{1z} + d_{2z}} dy = \Delta \alpha + v_{\Delta \alpha} \quad (14)$$

$$-\frac{\rho \cos \varphi}{d_1 + d_2} dz + \frac{\rho \sin \varphi \cos \sigma_{LK}}{d_1 + d_2} dx + \frac{\rho \sin \varphi \sin \sigma_{LK}}{d_1 + d_2} dy = \Delta \beta + v_{\Delta \beta} \quad (15)$$

gdzie  $\sigma_{LK}$  - azymut LK,  $\varphi$  - kąt nachylenia LK, które obliczamy ze współrzędnych przybliżonych punktów C, L i K. Układ równań rozwiązujemy według kryterium  $[vv] = \min$ .

Jeśli punkt kontrolowany K jest widoczny bezpośrednio ze stanowiska teodolitu C, to jego przestrzenne przemieszczenia można wyznaczać przy wykorzystaniu jednego tylko zwierciadła. Wówczas za pomocą celowania na odbicie punktu K w zwierciadle wyznaczamy rzut prostokątny wektora przemieszczenia na płaszczyznę normalną do linii LK, zaś za pomocą bezpośredniego celowania lunetą teodolitu na punkt K wyznaczamy rzut prostokątny wektora przemieszczenia na płaszczyznę normalną do celowej CK. Ilustrację tego kombinowanego postępowania stanowi rys. 9. Obliczenia wyrównawcze są wówczas prowadzone również przy wykorzystaniu równań (14), (15), przy czym dla kątów  $\Delta \alpha, \Delta \beta$ , mierzonych ze stanowiska teodolitu C bezpośrednio na punkty K,  $K_1$ , należy jako  $d_1 + d_2, d_{1z} + d_{2z}$  przyjmować wprost odległości CK.



Rys. 9

### Prace eksperymentalne

U podstaw metody wyznaczania przemieszczeń przy użyciu zwierciadeł płaskich leży powszechnie znana zasada fizyczna, że kąt odbicia promienia od płaskiej powierzchni zwierciadlanej jest równy kątowi padania. Realizacja tej zasady ze stawianą wysoką dokładnością nie jest jednak prosta. Przede wszystkim trzeba wiedzieć, że zasada ta może być realizowana wiernie, gdy powierzchnia odbijająca znajduje się na zewnętrznej, płaskiej powierzchni zwierciadła, co jest niezbyt praktyczne, może bowiem ona łatwo ulegać uszkodzeniom, polegającym na ścieraniu i zarysowywaniu napyłonej na szkło warstwy odbłaskowej. W tej sytuacji praktyczniejsze jest korzystanie z warstwy odbłaskowej, napyłonej na wewnętrznej powierzchni zwierciadła, jednak wówczas jest konieczne, oprócz wymagania dużej dokładności dotyczącej płaskości tej powierzchni, stawianie wymagania co do dokładności grubości płyty szklanej, tak aby przesunięcie miejsca wyjścia odbitego promienia z zewnętrznej powierzchni zwierciadła było stałe w obrębie całego zwierciadła.

Do prac w ramach niniejszego zadania przystąpiłem na początku roku 1992, nie dysponując zwierciadłami płasko-równoległymi, które mogłyby spełnić wysokie wymagania dokładnościowe. Miałem natomiast do dyspozycji wysokiej klasy zwierciadła klinowe ZHL-UL,PZO, stosowane w holografii (zwierciadła te mają napyłoną zewnętrzną warstwę odbłaskową).

Wszystkie omówione dalej prace eksperymentalne wykonałem przy użyciu teodolitu Wild T2 i dwóch takich zwierciadeł. W celu oceny dokładności, zaplanowałem eksperymenty w sposób umożliwiający obliczanie błędów wyznaczania przemieszczeń w dwojaki sposób:

- jako błędów pojedynczego wyznaczenia przemieszczenia, liczonych z błędów pozornych,
- jako błędów prawdziwych przemieszczeń.

W tym celu, w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku zwierciadło-cel, ustawiałem łatę niwelacyjną, po czym wykonywałem teodolitem odczyty kątów  $\Delta\alpha$  i  $\Delta\beta$  między obrazami kolejnych kresek podziału widocznych w zwier-

ciadle. Zakładając jednakowość odstępów tych kresek, mogłem kąty  $\Delta\alpha$  i  $\Delta\beta$ , odpowiadające rozstawom sąsiednich kresek, traktować jako wyniki wielokrotnego pomiaru tej samej wielkości (z zastrzeżeniem braku znaczącego, teoretycznie progresywnego, wpływu malejącego kąta obserwacji kresek łąty, coraz dalej leżących od celowej prostopadłej do łąty) i obliczać błędy tych kątów, jak również błędy liniowych składowych przemieszczeń.

Jednocześnie, na podstawie kątów  $\Delta\alpha$  i  $\Delta\beta$ , z wykorzystaniem wzorów (1) i (2) mogłem obliczać składowe przemieszczeń i całkowite wyznaczone odstępów między kolejnymi kreskami podziału łąty. Znając prawdziwe odstępów tych kresek mogłem uzyskać błędy prawdziwe ich wyznaczania.

W eksperymentach 1,2,3,4 badałem możliwości dokładnościowe wyznaczenia poziomej składowej przemieszczenia, symulowanej odczytami kątów  $\Delta\alpha$  przy celowaniu na kolejne kreski łąty ułożonej poziomo i prostopadle do kierunku poziomego zwierciadło-punkt K na łącie.

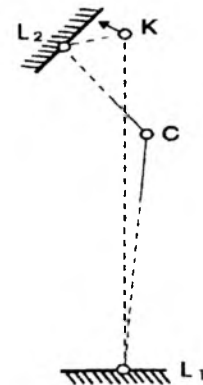
W eksperymentach 5, 6 badałem możliwości dokładnościowe wyznaczania pionowej składowej przemieszczenia, symulowanej odczytami kątów  $\Delta\beta$  przy celowaniu na kolejne kreski łąty ustawionej pionowo. Wyniki eksperymentów, odpowiadające nacelowaniom z różnych odległości  $d_1 + d_2$ , zestawione są w tabl. 1.

Tablica 1

Numer eksperymentu	$d_1 + d_2$ [m]	$m_{\Delta\alpha}$ [cc]	$m_{\Delta\alpha} (d_1 + d_2)$ [mm]	$m_{\Delta\beta}$ [cc]	$m_{\Delta\beta} (d_1 + d_2)$ [mm]
1	76.3	4.9	0.6		
2	39.3	8.5	0.5		
3	37.0	7.3	0.4		
4	160.4	9.0	2.2		
5	83.7			6.8	0.9
6	208.7			11.6	3.8

W eksperymencie 7 wyznaczałem przemieszczenia o wartości prawdziwej 25 mm na łącie pochylej i usytuowanej nieprostopadle do celowych. Składowe przemieszczeń zostały wyznaczone na podstawie obserwacji łąty w dwóch zwierciadłach rozmieszczonych jak na szkicu. Poziomą składową i całkowity wektor przemieszczenia wyznaczyłem metodą analityczno - graficzną. Sumy odległości  $d_1 + d_2$  dla poszczególnych luster miały wartości: 83,70. i 21,25m. Otrzymałem wyniki

Przemieszczenie			$\varepsilon_{dK}$ [mm]
poziome	pionowe	całkowite	
$\sqrt{dx^2 + dy^2}$ [mm]	dz [mm]	dK [mm]	
14.0	21.5	25.7	0.7
12.5	20.2	23.8	-1.2
15.5	21.7	26.7	1.7
13.0	19.8	23.7	-1.3
14.5	20.6	25.2	0.2
$m_\varepsilon = +1.1 \text{ mm}$			



W eksperymencie 8 wyznaczałem przemieszczenia prawdziwe o wartościach 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 100, 150 mm, symulowane przez odpowiednie kreski łaty usytuowanej nieprostopadle do celowych i nachylonej. Przestrzenne przemieszczenia wyznaczyłem przy wykorzystaniu trzech zwierciadeł usytuowanych jak na szkicu (rys. 10). Sieć utworzona przez pozycje teodolitu, luster i łaty miała charakter przestrzenny. Wyniki pomiarów opracowałem analitycznie, układając zgodnie z (14), (15) sześć równań poprawek zmierzonych kątów  $\Delta\alpha, \Delta\beta$ . Końcowe wyniki obliczeń zawarte są w tabl. 2.

Tablica 2

dx	-2.726	-5.184	-8.122	-10.984	-13.301	-16.072	-18.624	mm
dy	1.918	4.554	5.930	8.505	10.286	13.178	14.765	mm
dz	-3.693	-7.725	-11.007	-15.574	-18.685	-22.605	-26.115	mm
przemieszczenie pomierzone dK	4.97	10.36	14.91	20.87	25.14	30.71	35.31	mm
przemieszczenie prawdziwe	<u>5.00</u>	<u>10.00</u>	<u>15.00</u>	<u>20.00</u>	<u>25.00</u>	<u>30.00</u>	<u>35.00</u>	mm
$\varepsilon_{dK}$	-0.03	0.36	-0.09	0.87	0.14	0.71	0.31	mm
$m_0$	2.212	4.041	5.285	5.446	5.561	8.346	8.930	cc
$\frac{m_0}{m_{0,5}}$		1.8	2.4	2.5	2.5	3.8	4.0	
$\frac{dK}{dK_5}$		2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	
$\frac{\varepsilon_{dK}}{dK}$	0.006	0.036	0.006	0.044	0.006	0.024	0.009	

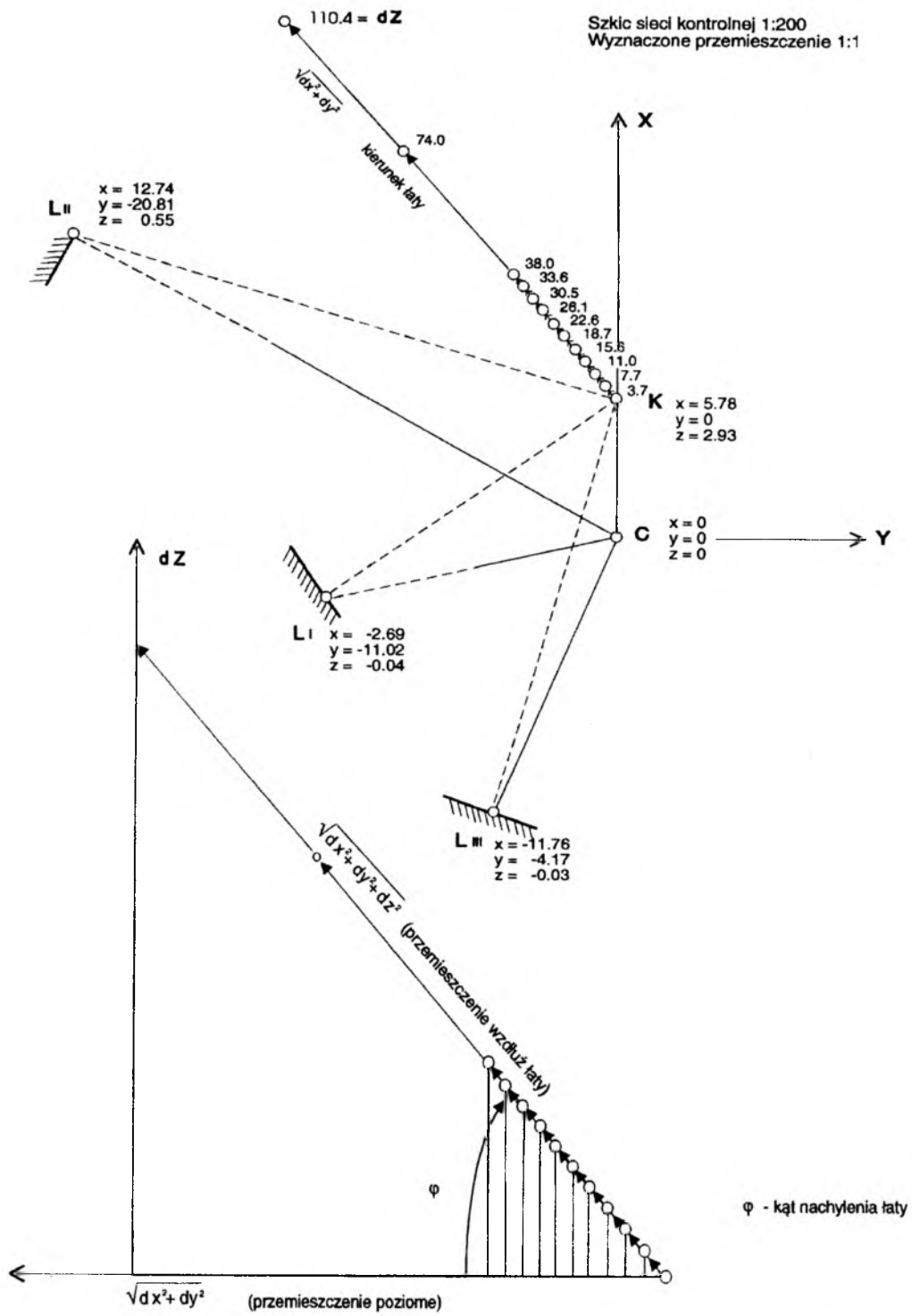
ciąg dalszy tablicy 2

dx	-21.434	-24.028	-27.063	-52.877	-78.976	mm
dy	17.352	18.854	21.312	43.063	64.338	mm
dz	-30.513	-33.622	-37.978	-73.997	-110.385	mm
przemieszczenie pomierzone dK	41.13	45.42	51.27	100.63	150.20	mm
przemieszczenie prawdziwe	<u>40.00</u>	<u>45.00</u>	<u>50.00</u>	<u>100.00</u>	<u>150.00</u>	mm
$\varepsilon_{dK}$	1.13	0.42	1.27	0.63	0.20	mm
$m_0$	8.997	12.621	12.713	20.883	35.445	cc
$\frac{m_0}{m_{0,5}}$	4.1	5.7	5.7	9.4	16.0	
$\frac{dK}{dK_5}$	8.0	9.0	10.0	20.0	30.0	
$\frac{\varepsilon_{dK}}{dK}$	0.028	0.009	0.025	0.006	0.001	

### Wnioski

1. Eksperymenty wykazały możliwość wyznaczania przemieszczeń w sieciach, w których długości  $d_1 + d_2$  sięgają 200 m. Błąd wyznaczenia przemieszczenia przy odległości  $d_1 + d_2 = 100$  m wynosi około  $m_{dK} = \pm 1,0 \div 1,5$  mm.

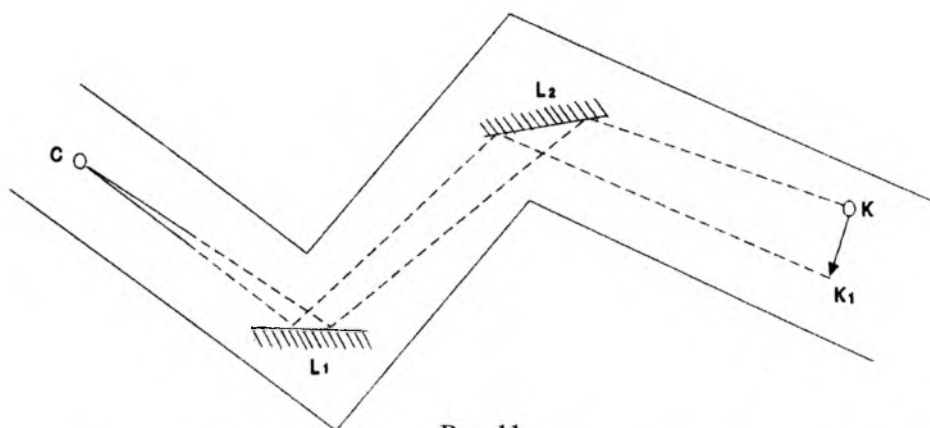
2. Przeprowadzone eksperymenty posłużyły do zebrania doświadczeń niezbędnych do opracowania konstrukcji zwierciadeł płaskich, spełniających wymagania metody. Zwierciadła takie, o średnicy  $\phi = 150$  mm i grubości 16 mm zostały zamówione i wykonane na Wydziale Mechaniki Precyzyjnej PW. Wykonano zwierciadła płaskie w dwóch wariantach: z zewnętrzną i wewnętrzną powierzchnią odblaskową. Trwają prace przy skonstruowaniu opraw i systemu ustawczego tych zwierciadeł, dające możliwość łatwego nacelowania lunetą na obrazy punktów kontrolowanych.



Rys. 10

### Możliwości wykorzystania metody

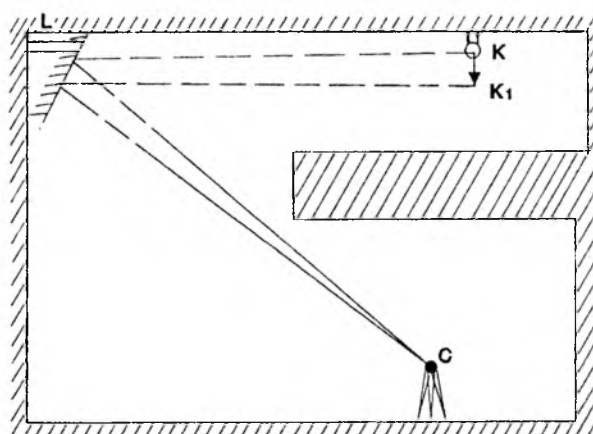
Metoda pomiaru przemieszczeń z wykorzystaniem odbić zwierciadlanych ma głównie zastosowanie w warunkach trudnego lub niebezpiecznego dostępu do miejsc pomiaru. Umożliwia ona na przykład wyznaczanie przemieszczeń punktów w korytarzach z załamaniem, przy braku bezpośredniej widoczności tych punktów ze stanowiska teodolitu (rys 11).



Rys. 11

Wykonane eksperymenty wykazują, że można tu wykorzystać celowe biegnące od teodolitu do punktu kontrolowanego, również z dwoma załamaniem, powstałymi jako odbicia od dwóch zwierciadeł ustawionych "w ciągu". Nie miałem jeszcze możliwości sprawdzenia, czy dało by się to wykonać z trzema lub większą liczbą załamań, dysponowałem bowiem przy dotychczasowych badaniach tylko dwoma zwierciadłami odpowiedniej klasy.

Rysunek 12 ilustruje możliwość wykorzystania metody do wyznaczania ugięć stropu.



Rys. 12



Zwiększenie dostępu przy użyciu zwierciadeł jest możliwe dzięki temu, że w miejscach nie dających szans na ustawienie teodolitu można przytwierdzać do stropów i ścian zwierciadła, za pomocą odpowiednich, łatwo stabilizowanych wsporników. Miejsca przytwierdzenia zwierciadeł wybieramy tak, aby uzyskać pożądane kierunki wyznaczanych składowych przemieszczeń. Zasada jest taka, że kierunki od zwierciadeł do wyznaczanego punktu można traktować podobnie jak kierunki celowych w kątowym, przestrzennym wcięciu w przód.

#### LITERATURA

- [1] Czernski Z.: Optyka geometryczna. Warszawa: Komisja Wydawnicza Tow. Bratniej Pomocy Studentów PW 1948.
- [2] Hausbrandt St: Rachunki geodezyjne. Warszawa: PPWK 1953.
- [3] Wyczałek I.: Wykorzystanie przystawek zwierciadlanych w fotogrametrycznych pomiarach przemieszczeń (praca doktorska w AGH) 1991.

*Recenzował: prof. dr hab. inż. Adam Żurowski  
Przyjęto do opublikowania w dniu 18 stycznia 1993 r.*

JERZY JANUSZ

#### A METHOD OF DEFORMATIONS DETERMINATION WITH APPLICATION OF MIRROR REFLECTIONS Part I

#### S u m m a r y

The work presents method of determination of spatial displacements of points, using theodolite and reflections from flat mirrors. Horizontal displacements are determined through differences of horizontal directions measured with theodolite, aiming with vertical hair at image of point reflected in a mirror before and after deformation. Vertical component of displacement is determined through measurements of differences of vertical angles, aiming with horizontal hair at image of point reflected in a mirror before and after deformation. Author derived formulas, which describe dx, dy, dz components of displacements as a function of the observed differences of horizontal directions  $\Delta\alpha$  and vertical angle  $\Delta\beta$ ; they are valid in this case, when theodolite, mirror and the checked point are located at horizontal or vertical plane, but they are also applicable, when these planes are slightly inclined. Results of experimental measurements revealed possibilities of determining these displacements with the mean error  $\pm 1 \div 1.5\text{mm}$  for about 100 m distance between theodolite, mirror and the controlled point. The method is prepared for measurements performed at the conditions of limited visibility and for hardly accessible points. Range of possible applications of the method was presented in the article.

Translation: Zbigniew Bochenek

ЕЖИ ЯНУШ

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕЩЕНИЯ ТОЧЕК  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗЕРКАЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ  
Часть I

## Резюме

Работа содержит описание метода определения пространственных смещений точек с помощью теодолита и отражений визирных линий от плоских зеркал. Горизонтальное смещение определяется на основе разниц горизонтальных направлений, измеряемых теодолитом, при визировании вертикальной нитью на изображение точки, отображенное в зеркале до и после смещения. Вертикальная составляющая смещения определяется на основе измерения разниц вертикальных углов при визировании горизонтальной нитью на изображение точки, отражённое в зеркале до и после смещения. Выведены были формулы определяющие составляющие  $dx, dy, dz$  смещений в функции наблюдаемых разниц горизонтальных направлений  $\Delta\alpha$  и вертикальных углов  $\Delta\beta$ , обязывающие в случаях, когда теодолит, зеркало и контролируемая точка находятся на горизонтальной или вертикальной плоскости, а также возможные для применения, когда точки эти лежат в плоскостях незначительно отклоненных от горизонтальной или вертикальной плоскости. Результаты экспериментальных измерений выявили возможность определения смещений с ошибкой  $\pm 1 \div 1,5$  мм, при сумме длин визирных линий: теодолит - зеркало - контролируемая точка порядка 100 м. Метод предназначен для измерений в условиях трудного доступа и ограниченной видимости. Диапазон возможности применения этого метода иллюстрирован на примерах.

Перевод: Róża Tolstikowa