

HENRYK ZENON KOWALSKI
WITOLD MARKOWSKI

528.521:513.101.5

Optimalizacja parametrów układu w metodzie transformacji podziałki liniowej na podziałkę radialną

1. Wstęp

1.1. Pojęcia podstawowe i określenie tematu

Niniejsza praca jest kontynuacją, przedstawionych w [1], rozważań na temat metody transformacji podziałki liniowej na podziałkę radialną.

W metodzie tej wykorzystano właściwość zmiany powiększenia poprzecznego układu optycznego w funkcji zmiany odległości między przedmiotem a obrazem. Właściwość ta pozwala odwzorować podziałkę liniową nachyloną pod określonym kątem do osi optycznej układu na podziałkę radialną w postaci linii zbieżnych.

Metoda transformacji podziałki liniowej na podziałkę radialną pozwala w przeciwieństwie do metod klasycznych, na wykonanie kręgów teodolitów, umożliwiających automatyczną obróbkę informacji, o wielkości mierzonej jak i wygodną prezentację wyniku pomiaru w postaci cyfrowej.

Jak opisano to w cytowanej wyżej pracy — sposób wykonania kręgu polega na jego złożeniu z segmentów podziałki radialnej tak, aby odległości między nimi były równe wartości działki elementarnej lub jej wielokrotności przy możliwości zapewnienia dokładności połączeń na drodze elektronicznej.

Temat pracy dotyczy analizy występujących błędów układu (stanowiska) do transformacji podziałki liniowej na podziałkę radialną. W oparciu o zdefiniowaną działkę elementarną kręgu podziałkowego określono jego optymalne parametry. Końcowym efektem pracy jest wykorzystanie uzyskanych w wyniku analizy optymalnych parametrów układu w jego projektowaniu do określenia praktycznych tolerancji zapewniających uzyskanie kręgów dla teodolitów średniej klasy.

1.2. Stan wiedzy

Autorom nie są znane prace pozwalające na uzyskanie kręgów teodolitów podobną metodą jak przedstawiono to w opisywanej pracy do-

tyczącej przetworzenia (transformacji) podziałki liniowej na podziałkę radialną na drodze optycznej. Należy przypuszczać, że intensywne prace naukowo-badawcze prowadzone w kilku ośrodkach w ostatnim okresie związane z wykonaniem siatek dyfrakcyjnych przy użyciu światła spójnego oraz próby ich zastosowania do celów pomiarowych są dowodem ich aktualności także w Polsce [3], [4], [5].

1.3. Cel pracy

Celem pracy jest, między innymi, przebadanie efektów jakościowych otrzymanych podziałek radialnych z punktu widzenia późniejszych zastosowań w urządzeniach technicznych a w szczególności w teodolitach. W tym celu przeprowadzono rozważania teoretyczne, oparte na przybliżonym modelu fizycznym, prowadzącym do opisu analitycznego rozpatrywanych zjawisk. Otrzymane wzory, potwierdzone badaniami doświadczalnymi, stanowią podstawę działania urządzenia i w efekcie uzyskania podziałek radialnych o założonej dokładności.

1.4. Główne tezy pracy

Wykorzystując metodę transformacji podziałki liniowej na podziałkę radialną można wykonać układ (stanowisko) pozwalające na wytwarzanie kręgów teodolitów średniej klasy. Stanowisko to jest przygotowane do współpracy z komputerem i umożliwia ono zadawanie parametrów gwarantujących wymaganą dokładność. Do parametrów takich należą: wartość działki elementarnej, dopuszczalna wartość zniekształcenia działki, wartość promienia, ilość działek w segmencie, ilość segmentów, gęstość linii podziałki podlegającej transformacji.

2. Teoria układu transformującego

2.1. Podstawowe wymagania dotyczące układu optycznego

Podstawowym wymaganiem dotyczącym układu optycznego jest przeniesienie wymaganej częstości (odpowiedniej ilości linii na milimetr).

O wartości przenoszonej częstości przez układ optyczny decyduje wartość funkcji przenoszenia kontrastu.

Dla struktury jednokierunkowej zmieniającej się w kierunku osi x' (siatka złożona z linii czarno-białych), optyczna funkcja przenoszenia

jest przekształceniem Fouriera, rozkładu intensywności w obrazie linii [6], określonym za pomocą wzoru (1.1)

$$d(\bar{x}, 0) = F [P_i'(x')] = \int_{-\infty}^{\infty} P_i'(x') \exp(-2\pi i \bar{x} x') dx' \quad (1.1)$$

gdzie

$P_i'(x')$ — określa rozkład intensywności w obrazie linii,

\bar{x} — częstość przestrzenną harmonicznego rozkładu intensywności w płaszczyźnie obrazu.

Określa ona zależność między rozkładem źródeł światła w przestrzeni przedmiotu, a rozkładem źródeł światła w przestrzeni obrazu.

Przebieg funkcji przenoszenia zależy od aberracji układu optycznego, jego zogniskowania, wielkości i kształtu źrenicy. W celu określenia, dopuszczalnych wartości, wyżej wymienionych parametrów układu optycznego należy znać błędy wynikające z metody transformacji podziałki liniowej na radialną. Z tego też względu w dalszej części opracowania rozpatrywana jest transformacja podziałki liniowej na radialną za pomocą doskonałego układu optycznego.

2.2. Niektóre właściwości układu transformującego

Jak to wynika z rysunku 1 wartość bezwzględna cosinusa kąta nachylenia płaszczyzny obrazowej do osi optycznej układu U jest określona wzorem (1)

$$\cos \alpha' = - \frac{f'B}{R} \quad (1)$$

gdzie

B — powiększenie układu,

f' — ogniskowa układu,

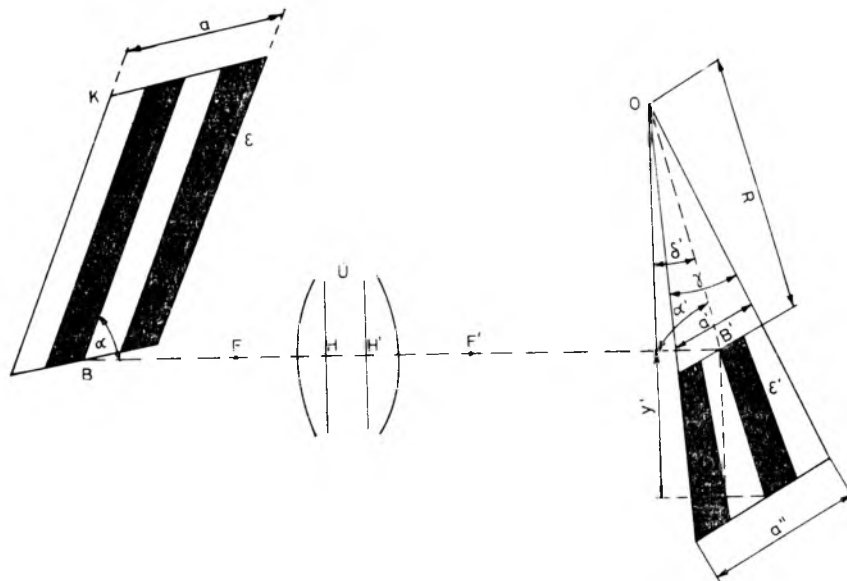
R — promień.

Tangensy kątów nachylenia płaszczyzn: przedmiotowej i obrazowej, do osi optycznej, powiązane są za pomocą powiększenia B według zależności (2)

$$\operatorname{tg} \alpha = B \cdot \operatorname{tg} \alpha' \quad (2)$$

Zmianę kąta zbieżności skrajnej działki elementarnej segmentu w funkcji liczby działek w segmencie przedstawia rysunek 2 oraz wzór (3)

$$\varepsilon' = \operatorname{arctg} \left(\frac{N \cdot B}{2 G \cdot R} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{(N-2) \cdot B}{2 GR} \right) \quad (3)$$



Rys. 1. Schemat transformacji podziałki liniowej na radialną

gdzie

- N — liczba działek w segmencie,
- B — powiększenie poprzeczne układu optycznego dla punktów leżących na osi,
- R — odległość mierzona na płaszczyźnie obrazowej od środka zbieżności do osi układu optycznego,
- G — gęstość wyjściowej podziałki liniowej.

Niestołość wartości kąta działki powoduje konieczność ograniczenia ich liczby w segmencie, a więc powstaje problem optymalizacji. Przed ustaleniem kryterium optymalizacyjnego wydaje się słusznym ustalenie definicji działki elementarnej. W przedstawionej pracy rozważono dwa warianty definicji działki elementarnej.

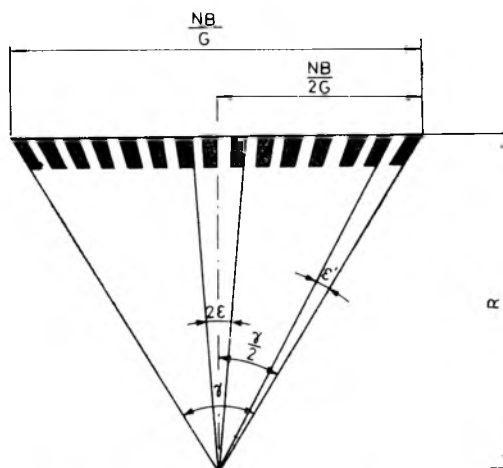
2.3. Definicje działki elementarnej

2.3.1. Pierwszy wariant definicji działki elementarnej

Założono, że działką elementarną jest, najmniej zniekształcony w wyniku transformacji, kąt jaki tworzą dwie granice między czar-

nym, a białym polem podziałki, przy czym działka elementarna składa się z jednego pola białego i jednego pola czarnego.

Działkę elementarną, określoną na podstawie tej definicji przedstawia kąt ε na rysunku 2.



Rys. 2. Kształt segmentu transformowanej podziałki

Wartość działki elementarnej wynosi w tym przypadku

$$\varepsilon = \frac{B}{GR} \quad (4)$$

Wzór (4) przedstawia stosunek łuku do promienia.

W celu określenia konsekwencji wynikających z przedstawionej definicji założono, że krąg jest wykonywany w wyniku łączenia segmentów, przy czym błąd kątowej odległości między następującymi po sobie segmentami wynosi $d\varphi$. Wynika z tego, że błąd średni kątowej odległości między pierwszym a N -tym segmentem wynosi δ i jego wielkość jest określona wzorem (5)

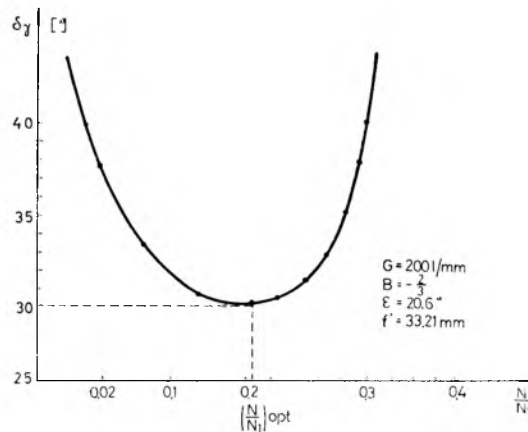
$$\delta = \pm d\varphi \cdot \sqrt{N} \quad (5)$$

2.3.2. Kryteria optymalizacji parametrów układu transformacji podziałki liniowej na kątową dla pierwszego wariantu definicji działki

Kryterium optymalizacji przyjęto minimum błędu δ_T popełnianego przy wykonywaniu podziałki radialnej w funkcji stosunku ilości elementów w segmencie N do ilości segmentów N_1 (rys. 3).

Wartość błędu δ_T popełnianego przy wykonywaniu podziałki określa wzór 6

$$\delta_r = 2 N_1 \left[\frac{N \cdot \varepsilon}{2} - \frac{\gamma}{2} \right] + d\varphi \sqrt{N_1} \quad (6)$$



Rys. 3. Wykres błędu $\delta\tau$ popełnianego przy wykonywaniu podziałki radialnej w funkcji stosunku liczby elementów w segmencie N do liczby segmentów N_1

gdzie

γ — kąt segmentu określony jest wzorem (7),

$$\gamma = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{N \cdot B}{2GR} \right] \quad (7)$$

oraz

N — liczba działek w segmencie,

N_1 — liczba segmentów.

Pierwszy człon wzoru 6 określa błąd wynikający ze sposobu transformacji, drugi błąd wynika ze sposobu łączenia segmentów.

W opracowanym programie optymalizującym o równej gęstości ilość segmentów N_1 oraz liczbę działek N w segmencie przedstawiono w tabelicy 1.

Tablica 1

Wartość kąta odpowiadająca jednemu impulsowi	Błąd łączenia segmentów d	Liczba działek w segmencie	Liczba segmentów	Gęstość linii mm	Promień
3,45''	0,08''	45	2038	200	49,735 mm

Innym sposobem podejścia do definicji działki elementarnej jest wariant przedstawiony w paragrafie 2.4.

2.4. II wariant definicji działki elementarnej

Działka elementarna C jest równa kątowi pełnemu podzielonemu przez liczbę segmentów oraz przez liczbę działek w segmencie, zwiększoną o jeden.

Powyższą definicję ilustruje wzór 8.

$$C = \frac{2\pi}{(N+1)N_1} [\text{rad}] = \frac{360}{(N+1)N_1} [^\circ] \quad (8)$$

gdzie

N — liczba elementów w segmencie;

N_1 — liczba segmentów.

Według tej definicji działka elementarna jest średnią wartością kąta jaki tworzą dwie granice między czarnym, a białym polem podziałki, przy czym działka elementarna składa się z jednego pola czarnego i jednego pola białego. Czyli, określając w sposób niezbyt ścisły, działka elementarna równa się kątowi pełnemu podzielonemu przez ilość działek na całym obwodzie.

2.4.1. Kryteria optymalizacji dla drugiego wariantu definicji działki elementarnej

W przypadku optymalizacji ilości segmentów należy przyjąć jako kryterium maksymalne dopuszczalne zniekształcenie działki, powstałe w wyniku transformacji podziałki liniowej na kątową. Bezwzględną wartość zniekształcenia podziałki przedstawia wzór (9)

$$Z = (C - \varepsilon') \quad (9)$$

ε' — jest określone za pomocą wzoru 3.

Procentową zmianę Z_w wartości kąta działki przedstawia wzór (10).

$$Z_w = \left| \frac{C - \varepsilon'}{C} \right| \cdot 100 [\%] \quad (10)$$

W tabelicy 2 zamieszczono, dla różnych wartości działki elementarnej, liczba segmentów oraz działek w segmencie, przy czym maksymalna wartość zniekształcenia działki nie może przekraczać 0,5%.

Wartość kąta γ segmentu jest określona za pomocą wzoru 11 (z pierwszego wariantu definicji działki elementarnej wynikał wzór 7)

$$\gamma = N \cdot C \quad (11)$$

Kąt między segmentami jest równy założonej wartości działki elementarnej C .

Tablica 2

Wartość kąta odpowiadająca jednemu impulsowi	Kąt obrotu tarczy	Maksymalna wartość zniekształcenia działki ($2\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$)	Liczba działek w segmencie N	Liczba segmentów N_1	Promień R	Gęstość
		C				linni mm G
1"	4"	0,02%	1079	300	114,597 mm	300
3"	12"	0,2%	1079	100	38,185 mm	300
5"	20"	0,5%	1079	60	22,897 mm	300

Wynikająca z wartości kąta γ wartość promienia R (patrz rys. 1) wynosi:

$$R = \frac{N \cdot B}{2 \cdot G \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\gamma}{2}\right)} \quad (12)$$

gdzie

G — oznacza gęstość wyjściowej podziałki liniowej,

B — powiększenie układu optycznego dla punktów leżących na osi.

W celu dokonania oceny przydatności definicji działki elementarnej należy uwzględnić również sposób pomiaru kąta.

3. Technika pomiaru kąta i jej konsekwencje dla przyjętych definicji działki elementarnej

Jeśli przyjąć, że pomiar kąta będzie odbywać się na drodze cyfrowej, w ten sposób, że obraz obrotowo zamocowanej tarczy, jest rzutowany na nieruchomy ekran, co w konsekwencji powoduje wytworzenie, przez umieszczony za ekranem czujnik, zmiennych impulsów elektrycznych [1]. Ilość tych impulsów jest następnie zliczana przez układ licznika i wartość kąta jest przedstawiana za pomocą wskaźnika cyfrowego. Ze względu na sposób wyznaczania kąta obrotu (następuje uśrednianie sygnału) oraz ze względu na to, że w przypadku zastosowania definicji I wartość działki elementarnej pomnożona przez ilość działek na całym obwodzie nie jest równa kątowi pełnemu, w rozpatrywanym problemie uznano za bardziej przydatny drugi wariant definicji działki elementarnej.

Ważnym problemem występującym przy wykonywaniu tą metodą kręgów, jest sposób łączenia segmentów. Najprostszy sposób polega na wykorzystaniu kręgu wzorcowego. W tym przypadku dokładność otrzy-

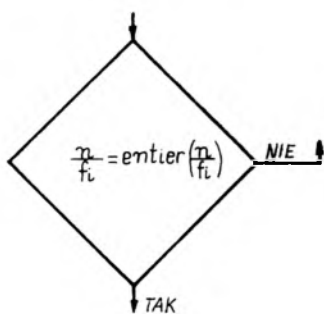
manej podziałki będzie mniejsza lub co najwyżej równa dokładności nominalnej działki kręgu wzorcowego.

Innym sposobem może być łączenie segmentów podziałki radialnej z określoną wartością błędu $d\varphi$. Powstały w wyniku tego błąd niezamykania kręgu wynosi δ i jest określony wzorem (5).

W celu uniknięcia stosunkowo dużej wartości błędu, wynikającego ze wzoru (5), można zastosować urządzenie, które określałoby położenie każdej działki względem położenia zerowego. W tym przypadku wartość błędu niezamykania się kręgu jest równa dokładności naniesienia pojedynczej działki. Przykładem takiego urządzenia może być układ w którym wartość kąta obrotu tarczy jest przedstawiona w postaci następujących po sobie impulsów.

Praktyczna realizacja takiego urządzenia może polega na zastosowaniu układu halotronowego lub piezoelektrycznego [7], ewentualnie interferencyjnej metody pomiaru kąta [2]. Liczba tych impulsów jest zliczana przez układ logiczny sygnalizujący jednocześnie moment wykonania działki.

W przypadku gdyby urządzenie współpracowało z komputerem wówczas konieczna byłaby realizacja funkcji logicznej przedstawionej na rysunku 4.



Rys. 4. Funkcja logiczna sygnalizująca wartość całkowitą: n — liczba impulsów, f_i — kąt obrotu wyrażony w liczbie impulsów

Zliczona liczba impulsów n podzielona przez przedstawioną w postaci liczby impulsów, wartość kąta f_i obrotu segmentu jest liczbą całkowitą. Istotnym zagadnieniem dotyczącym wykonania omawianej podziałki jest problem zachowania tolerancji.

4. Tolerancja parametrów układu

Są to tolerancje kątów nachylenia płaszczyzn przedmiotowej α i obrazowej α' , tolerancja wartości promienia R oraz tolerancja kąta

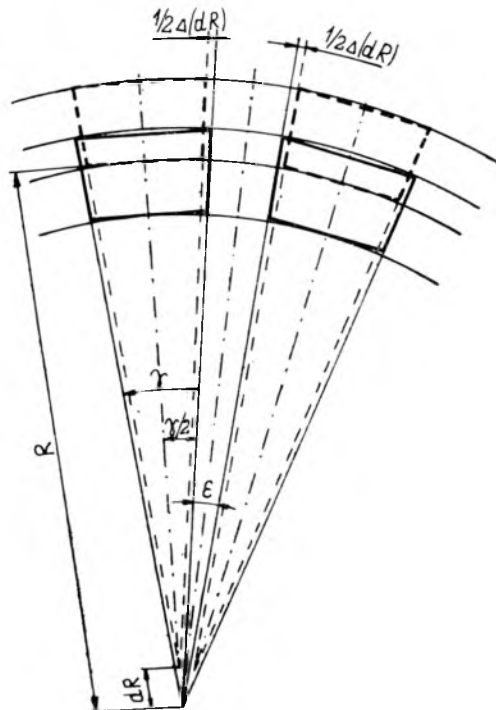
łączenia segmentów $d\varphi$. Tolerancja kąta łączenia segmentów musi być taka, aby wartość kątowa dowolnej działki, powstałej w wyniku łączenia segmentów, mieściła się w granicach założonej tolerancji. Sposób wyznaczenia tolerancji wartości promienia R jest przedstawiony na rysunku 5.

Przesunięcie eksponowanej podziałki wzdłuż dwusiecznej kąta powoduje powstanie błędu liniowego $\Delta(dR)$, co w konsekwencji powoduje konieczność spełnienia tolerancji dR określonej za pomocą zależności 14.

$$dR = \frac{P_e \cdot B}{200 \cdot G \cdot \arctg\left(\frac{N \cdot B}{2GR}\right)} \quad (14)$$

P_e — dopuszczalny procentowy błąd wartości działki.

Zmiana zbieżności podziałki jest, między innymi, spowodowana zmianą kątów nachylenia płaszczyzn przedmiotowej i obrazowej. Wyznaczenie tolerancji tych kątów składa się z dwóch etapów.



Rys. 5. Sposób wyznaczenia tolerancji wartości promienia R

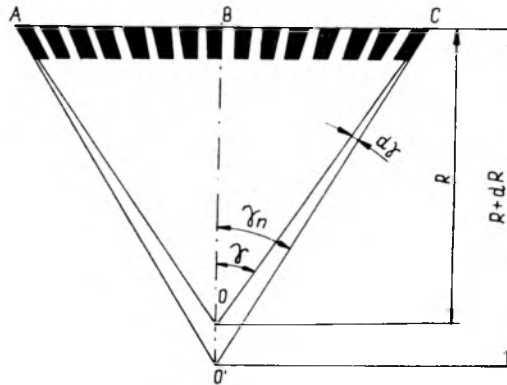
W etapie pierwszym zakłada się, że zmiana zbieżności $d\gamma$ (patrz rysunek 6) wynika jedynie ze zmiany nachylenia płaszczyzny obrazowej.

$$d\alpha'' = \arccos\left(\frac{f' \cdot B}{R}\right) - \arccos\left(\frac{f' \cdot B}{Rn}\right) \quad (15)$$

gdzie

$$R_n = \frac{N \cdot B}{2 \cdot G \cdot \operatorname{tg}(\gamma + d\gamma)} \quad (16)$$

$d\gamma$ — dopuszczalna zmiana kąta segmentu,
 γ — kąt segmentu.



Rys. 6. Zmiana zbieżności podziałki wynikająca ze zmiany kąta nachylenia płaszczyzny obrazowej

W drugim etapie należy przeprowadzić proces optymalnego podziału tolerancji, na tolerancję kąta nachylenia płaszczyzny przedmiotowej i tolerancję kąta nachylenia płaszczyzny obrazowej.

Uzyskuje się to w wyniku jednoczesnego spełnienia następujących warunków:

1. $d\alpha'p + d\alpha'o = d\alpha'' \quad (17)$

2. $(dap - d\alpha'o) \rightarrow \min. \quad (18)$

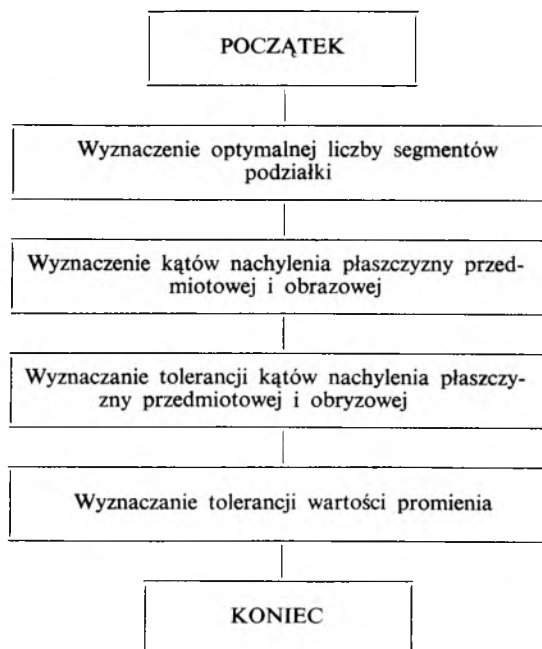
Różnica tolerancji kąta nachylenia płaszczyzny przedmiotowej i tolerancji kąta nachylenia płaszczyzny obrazowej stanowi wartość minimalną.

3. $dap = dap' \cdot \frac{B}{[1 + (B \cdot \operatorname{tg} \alpha')^2] \cdot \cos^2 \alpha'} \quad (19)$

Z przedstawionego sposobu wyznaczania tolerancji wynika, że optymalna jej wartość jest w przypadku, gdy wartość tolerancji kąta nachylenia płaszczyzny przedmiotowej jest równa tolerancji kąta nachylenia płaszczyzny obrazowej.

5. Wnioski

W celu podsumowania dotychczasowych rozważań przedstawiono na rysunku 7 algorytm opracowania parametrów wykonania kręgu.



Rys. 7. Algorytm opracowania parametrów wykonania kręgu

Opracowanie parametrów układu transformującego podziałkę liniową na radialną składa się z czterech etapów. Pierwszy i trzeci etap to procesy optymalizacyjne, natomiast w drugim i czwartym etapie wyznaczane są pozostałe parametry układu. Procesy optymalizacyjne polegają na dobraniu odpowiedniej liczby segmentów i działek w segmencie oraz na wyznaczeniu optymalnych wartości tolerancji.

W pozostałych etapach algorytmu wyznaczane są kąty nachylenia płaszczyzny przedmiotowej i obrazowej oraz tolerancja wartości promienia.

Znając parametry układu transformującego można określić odstępstwo od jej liniowego charakteru równocześnie znając rodzaj fotoczujnika oraz współpracującego układu elektronicznego można wyznaczyć dopuszczalne wartości, wprowadzanych przez układ optyczny, aberracji. Występujące aberracje mogą być dwojakiego rodzaju: mogą powodować zniekształcenie kształtu obrazu (dystorsja) jak również rozmycie obrazu (aberracja sferyczna, koma, krzywizna pola i astygmatyzm). Ze względu

na szeroki zakres parametrów układu fotoczuJNIK-układ elektroniczny można jedynie opracować zakres wartości wymienionych wyżej aberracji. I tak więc, między innymi w zależności od gęstości transformowanej podziałki, wartość dystorsji może wynosić $0 \div 1\%$, natomiast rozmycie punktu obrazu podziałki w granicach mikrometrów [8].

Ze względu na zmianę korekcji układu optycznego, wraz ze zmianą odległości między przedmiotem a obrazem, istnieje konieczność określenia czynnej wysokości kresk podziałki. Dla typowego układu, badanego przez autorów, wynosi ona od 1 do 5 mm. Wykonaną podziałkę należy poddać procesowi kontroli. Składa się on z dwóch etapów. W pierwszym sprawdzane są parametry geometryczne, natomiast w drugim ilość wygenerowanych impulsów przez obracającą się podziałkę.

Z niniejszego opracowania wynika, że problem transformacji podziałki liniowej na radialną jest zagadnieniem złożonym. Występuje w nim konieczność pogodzenia ze sobą często sprzecznych wymagań. Równocześnie ze wstępnie przeprowadzonych obliczeń wynika, że istnieje realna możliwość skonstruowania, tą metodą, podziałki kątowej do teodolitu średniej klasy dokładności.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Kowalski Henryk Z.: *Wykorzystanie interferencji światła spójnego (zarejestrowanego pola interferencyjnego) do pomiaru wielkości liniowej i kątowej*. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii T. XXIV Z. 3(57), 1977.
- [2] Jabłoński R.: *Analiza możliwości zastosowania interferencji świetlnej do pomiaru kątów*. Praca doktorska PW 1976.
- [3] Petegro F.: *Recent developments in grating metrology*. First European Kongres: on Optics Applied to Metrology. Strasburg, 26—28 October 1977.
- [4] Mc Phedran R. C. i in.: *Profile formation in holographic diffraction gratings*. *Optics and Laser Technology* August 1973.
- [5] Huntley W. H.: *Interferometer utilizing gratings to measure motion*, patent USA 3.738.753 GO1b 9/02.
- [6] Józwicki R.: *Optyka instrumentalna* WNT 1970.
- [7] Galiński J.: *Niektóre metody poprawy metrologicznych właściwości przetworników z halotronem o przemiennym prądzie sterującym*. Praca doktorska PW. 1977.
- [8] Rouz A.: *Zrzenie człowieka i elektronnoje zrzenie*. Izdatielstwo „MIR” Moskwa 1977.

Recenzowali prof. dr inż. Tomasz Gomoliszewski
doc. dr hab. Zdzisław Adamczewski

ХЕНРИК ЗЕНОН КОВАЛЬСКИ
ВИТОЛЬД МАРКОВСКИ

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ В МЕТОДЕ
ТРАНСФОРМАЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ШКАЛЫ В РАДИАЛЬНУЮ
ШКАЛУ

Резюме

В данной работе представлен новый, оригинальный метод разработки угловых шкал. При этом методе использовано свойство изменения поперечного увеличения оптической системы в функции изменения расстояния между предметом и изображением. Выполненные этим методом угломерные круги дают возможность автоматической обработки информации измеренных величин.

Основной целью разработки было доказательство, что существует реальная возможность конструирования эти методом угломерных углов для теодолита среднего класса точности.

В работе представлены зависимости, которые выступают между трансформированной линейной шкалой и полученной радиальной шкалой. Представлены процессы оптимализации и даны зависимости, на основе которых можно установить допуски из отовления. Ряд представленных вопросов изложено в виде проблемы, обсуждены разные варианты решения и предложены оптимальные решения.

Перевод: Róża Tolstikowa

HENRYK ZENON KOWALSKI
WITOLD MARKOWSKI

OPTIMIZATION OF SYSTEM PARAMETERS FOR
TRANSFORMATION THE LINEAR SCALE INTO THE ANGLE SCALE

Summary

A new, origined method of carrying out angle scales was presented in this paper. This method bases on property of changing magnification by a transverse optical system, as a function of changing distance between an object and an image. Circles obtained with this method enable automatic elaboration of the information on a measured quantity.

The main aim of elaboration is to prove that using this method it is practically possible to construct circles for the theodolite of the average accuracy class.

The relation ocuring between the transformed linear scale and the obtained angle scale, are presented in this paper. The optimization processec were discussed and the connections enabling the estimation of working tolerances were given. Series of presented problems are treated as o problem, different variants of solution are discussed and the optimal solution is proposed.

Translation: Jacek Domański