

KAZIMIERZ CZARNECKI
JERZY B. ROGOWSKI

528.063.1:629.785

Obliczanie topocentrycznych równikowych współrzędnych SSZ w systemie „CORSAAT-System“

1. Wprowadzenie

Najważniejszym ogniwem systemu informatycznego „CORSAAT-System”, zaprojektowanego przez autorów [1] i ujmującego kompleksowo problemy opracowania fotograficznych obserwacji satelitarnych, jest obliczenie topocentrycznych równikowych współrzędnych SSZ w oznaczonym momencie (momencie synchronicznym). Obliczenie to jest procesem na tyle żmudnym i skomplikowanym organizacyjnie, że możemy chyba bez ryzyka twierdzić, iż jego realizacja bez wykorzystania nowoczesnego komputera byłaby tak uciążliwa i długotrwała, że czyniłaby wątpliwym możliwość i celowość geodezyjnego wykorzystania fotograficznych obserwacji satelitarnych, przynajmniej z ekonomicznego punktu widzenia. Zatem automatyzacja tego procesu staje się koniecznością.

Proces redukcji satelitarnych obserwacji fotograficznych udało się połączyć z procesem wyznaczania parametrów optycznych kamery satelitarnej dzięki zastosowaniu nowego modelu transformacji integrującego te dwa procesy. Transformacja, którą wykorzystano w algorytmie redukcji jest odznaczona symbolem (T), a jej teorię autorzy opublikowali w [2]. Stworzenie jednego programu do redukcji obserwacji satelitarnych i wyznaczenia parametrów optycznych kamery ma znaczenie polegające nie tylko na zwiększeniu stopnia uniwersalności systemu ale również wpływa korzystnie na dokładność wyznaczania topocentrycznych równikowych współrzędnych satelity, bowiem daje możliwość uwzględnienia aktualnych wartości parametrów optycznych kamery w procesie redukcji obserwacji satelitarnych. Wiadomo przecież, że zmienność parametrów optycznych kamery powoduje błędy projekcji o charakterze systematycznym znacznie obniżające dokładność wyników obserwacji fotograficznych.

2. Algorytm zadania i program SATCOR

Zadania, które wymieniono wyżej, realizuje w systemie „CORSAAT-System” wielofunkcyjny program SATCOR. Załączony schemat blokowy rysunek 1 ilustruje organizację procesów redukcji obserwacji i wyznaczenia parametrów optycznych kamery.

Program SATCOR został napisany w języku ALGOL-1204, a jego zadanie można podzielić na następujące podstawowe etapy:

1. Opracowanie danych wejściowych, polegających na kompilacji wyników pracy programów IDENTAUT-L/D [3], [4] i danych przygotowanych na podstawie katalogu gwiazd (Uwaga! W trakcie doskonalenia Systemu „CORSAAT-System” przewiduje się zastąpienie danych katalogowych w obecnej postaci przez katalog gwiazd zapisany w szybkodostępnej masowej pamięci komputera wyposażonego w taki system pamięci).

2. Obliczenie współrzędnych idealnych gwiazd oporowych wg transformacji [3] opisanej w astrometrii fotograficznej, np. [5], oraz ułożenie równań w celu uzyskania pierwszego przybliżenia parametrów transformacji afinicznej.

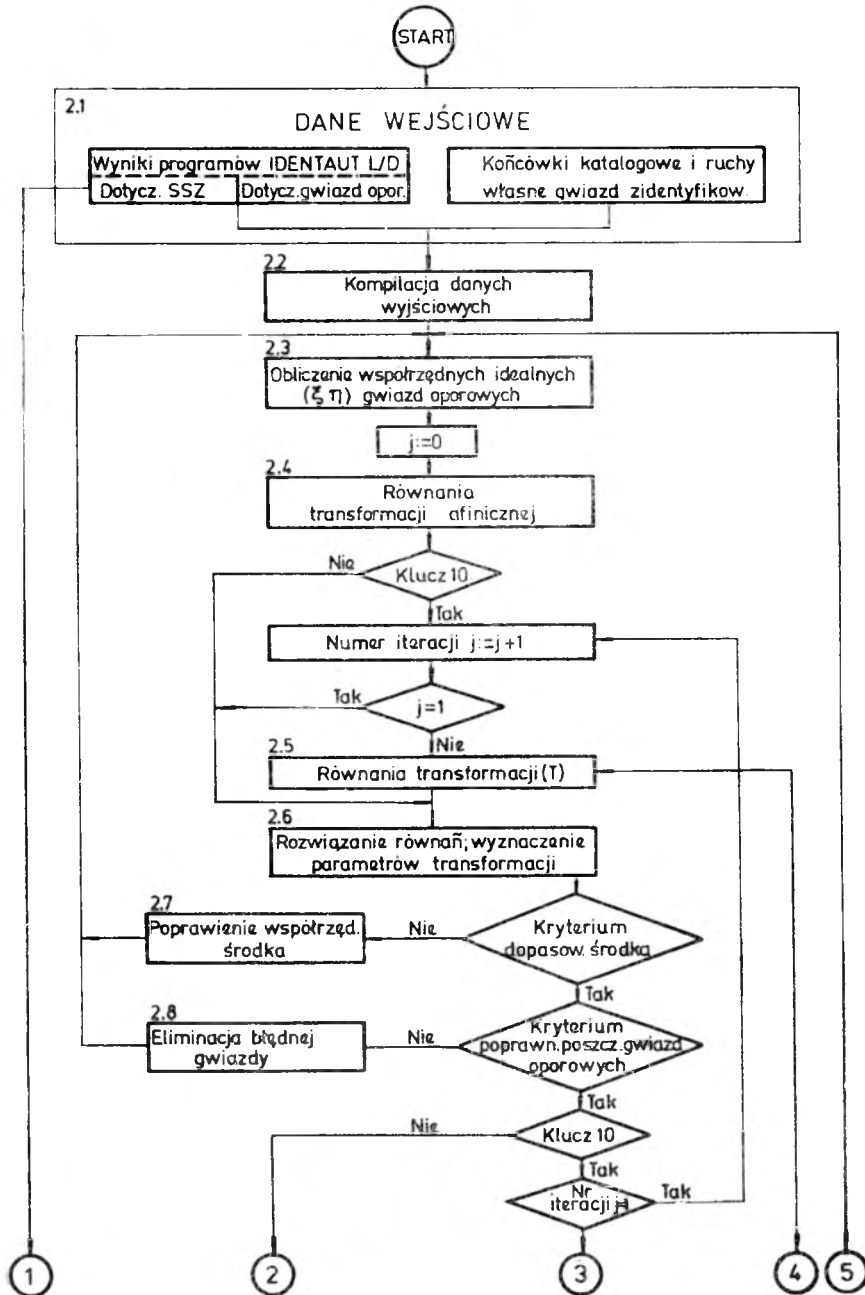
3. Ułożenie równań transformacji (T) [2] oraz iteracyjne rozwiązanie zadania transformacji. Jeżeli dane wejściowe odnoszą się jedynie do obserwacji gwiazd (nie zawierają obserwacji SSZ), to w tym etapie procesu obliczeniowego wyznacza się parametry optyczne kamery satelitarnej.

Program stwarza możliwości zarówno automatycznego sterowania procesem iteracyjnego rozwiązania problemu, jak też i sterowania tym procesem przez operatora z możliwością śledzenia zbieżności procesu i skutecznego nim sterowania. Ten etap zadania zawiera algorytm decyzji wyboru rodzaju transformacji. Doświadczenia przeprowadzone przez autorów na podstawie bogatego materiału obserwacyjnego wskazują, że nierzadkie są przypadki, kiedy transformacja afiniczna daje lepsze wyniki niż transformacja wyższych stopni, szczególnie wtedy, gdy liczba gwiazd oporowych jest niewielka i ich rozmieszczenie na fotogramie nie jest korzystne.

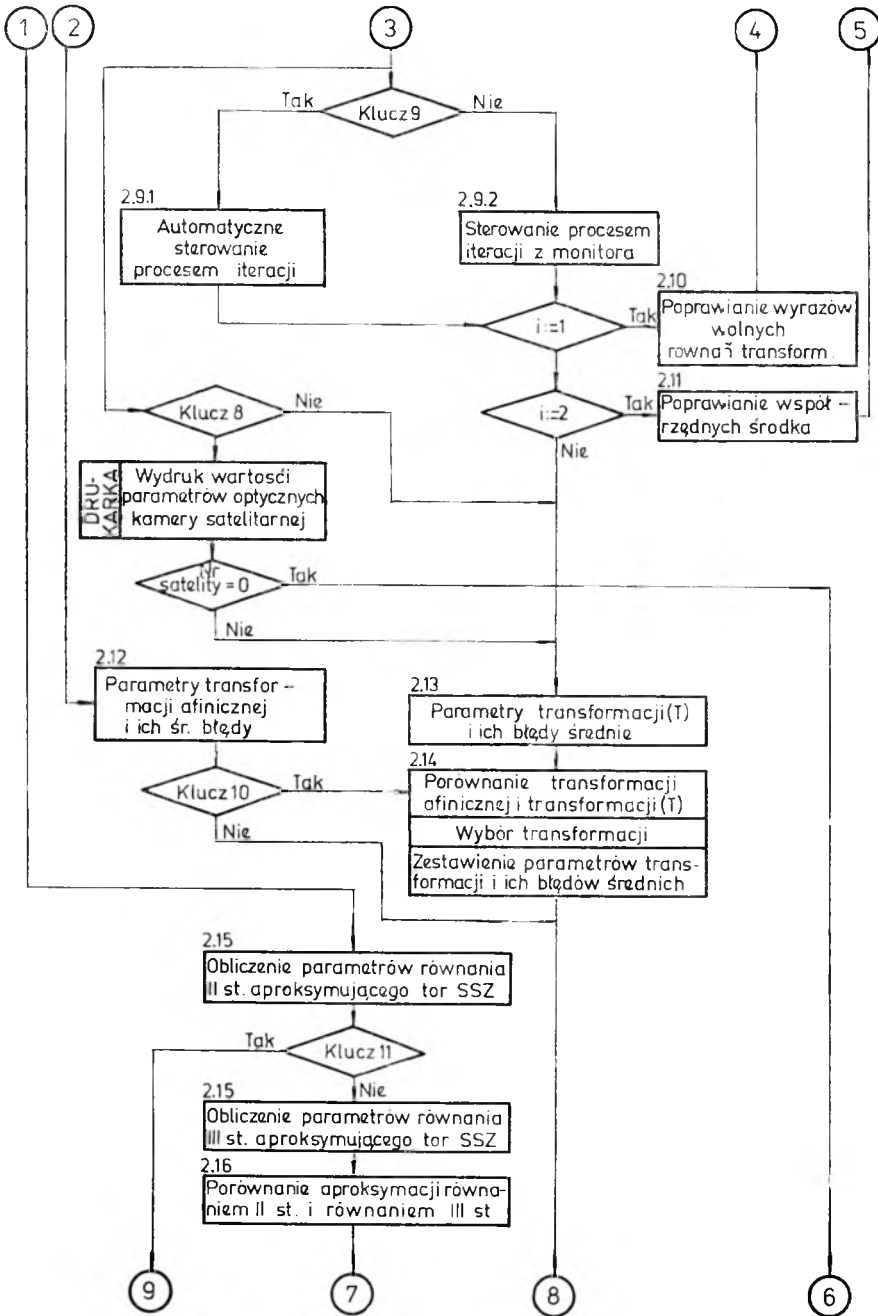
4. Opracowanie toru SSZ na podstawie współrzędnych prostokątnych pomierzonych na fotogramie i momentów ekspozycji poszczególnych śladów SSZ, polegające na aproksymacji toru parabolą drugiego lub trzeciego stopnia. Program SATCOR jest wyposażony w algorytm decyzji wyboru stopnia wielomianu aproksymującego.

Doświadczenie wskazuje na celowość przeprowadzania badań porównawczych nad celowością stosowania wielomianów trzeciego stopnia dla dużych partii materiału obserwacyjnego (np. całego seansu). Jeśliby w wyniku takich badań okazało się wystarczające stosowanie aproksymacji toru parabolą drugiego stopnia, to działanie algorytmu wykonującego to badanie automatycznie można z programu SATCOR wyłączyć (klucz).

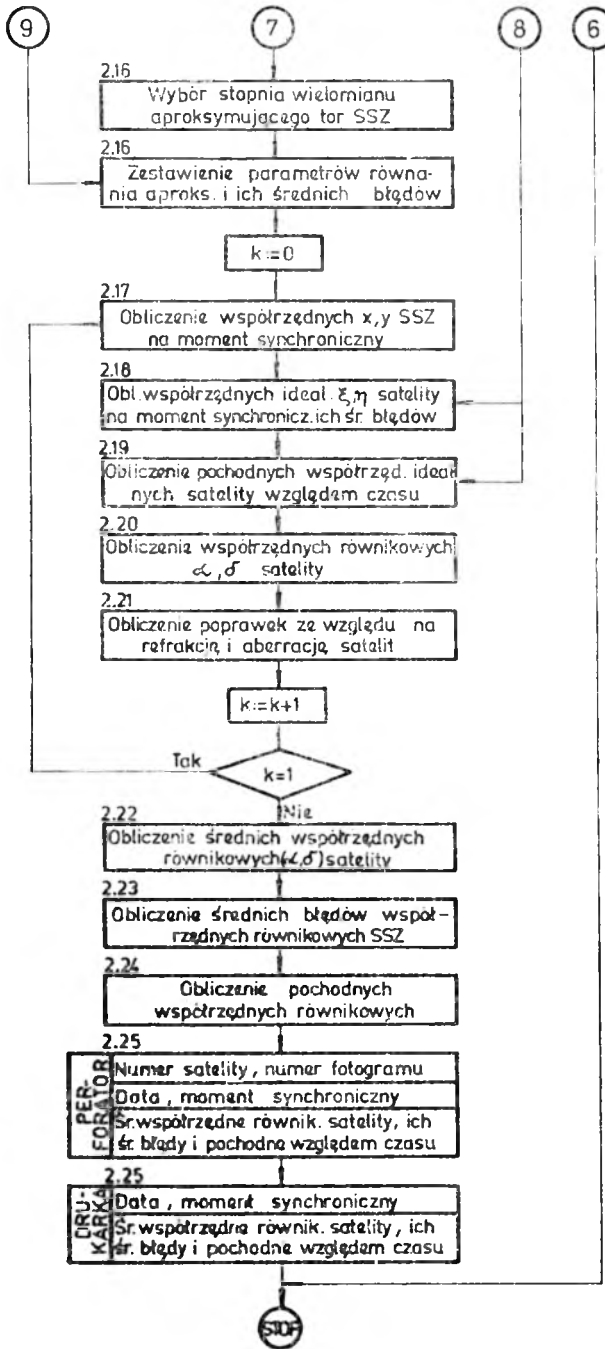
Program SATCOR - schemat blokowy



cd.rys.1



cd. rys.1



5. Obliczenie średnich topocentrycznych współrzędnych równikowych satelity (α , δ) w momencie zadanym (synchronicznym), obliczenie pochodnych tych współrzędnych względem czasu.

6. Analiza dokładności prowadząca do wartości błędów średnich współrzędnych satelity (α , δ) i błędu kierunku topocentrycznego jest ostatnim zadaniem realizowanym przez program SATCOR.

2.1. Dane wejściowe

1. Dane będące wynikiem pracy programów IDENTAUT-L/D [3]:
 - a) na taśmie perforowanej,
 - numer fotogramu,
 - numer satelity,
 - liczba gwiazd oporowych zakwalifikowanych do opracowania,
 - b) w trakcie obliczeń programem IDENTAUT-L/D,
 - liczba poprawnie pomierzonych śladów satelity na fotogramie,
 - data wykonania fotogramu,
 - moment synchroniczny (wyrażony w TU1),
 - czas gwiazdowy miejscowy odpowiadający momentowi synchronicznemu,
 - współrzędne równikowe środka fotogramu,
 - nachylenie równika do ekliptyki ϵ ,
 - wielkości redukcyjne C , D Bessela,
 - eulerowskie kąty precesji ζ_0 , Z , Q ,
 - współrzędne α , δ gwiazd identyfikacyjnych poprawione o wpływ refrakcji i aberracji rocznej,
 - przybliżone współrzędne α , δ gwiazd oporowych uzyskane w trakcie identyfikacji,
 - wartość poprawek do współrzędnych zidentyfikowanych gwiazd oporowych, wynikające z wpływu refrakcji i aberracji rocznej,
 - uśrednione współrzędne x , y gwiazd oporowych i śladów satelity poprawione ze względu na zmiany parametrów optycznych kamery,
 - momenty czasu ekspozycji śladów satelity wyrażone w TU1.
 2. Dane przygotowane:
 - wysokość satelity w momencie synchronicznym,
 - końcówki katalogowe (wyrażone w sekundach) współrzędnych równikowych α , δ gwiazd oporowych zidentyfikowanych za pomocą programu IDENTAUT-L/D oraz ruchy własne tych gwiazd.

Przy opracowaniu danych zawierających końcówki katalogowe współrzędnych gwiazd należy kierować się następującymi zasadami:

- 1) Jeżeli współrzędna różni się tylko na miejscu dziesiątek i jednostek

sekund, to w danych podajemy tylko końcówkę wyrażoną w dziesiątkach i jednostkach sekund wypisaną z katalogu.

2) Jeżeli współrzędna w katalogu jest mniejsza o jednostkę na miejscu minut, to końcówkę katalogową wyrażoną w dziesiątkach i jednostkach sekund podajemy ze znakiem minus.

3) Jeżeli zaś współrzędna w katalogu jest większa o jednostkę na miejscu minut, to do końcówki katalogowej dodajemy 60.

2.2. Kompilacja danych wyjściowych

W procesie kompilacji współrzędne katalogowe gwiazd oporowych z wyjątkiem gwiazd identyfikacyjnych, które mają współrzędne równe katalogowym, poprawiane są o końcówki przygotowane na podstawie katalogu gwiazd i wpływu ruchu własnego.

Proces ten przebiega następująco:

1) Jeżeli końcówka katalogowa jest ujemna, to od współrzędnej uzyskanej w wyniku identyfikacji, na miejscu minut odejmowana jest jednostka oraz odejmowana jest końcówka wyrażona w dziesiątkach, jednostkach i ułamku sekund. Następnie do tej wartości dodawana jest wartość końcówki katalogowej ze znakiem identycznym, jak znak przy całej wartości współrzędnej.

2) Jeżeli końcówka katalogowa jest dodatnia, to od współrzędnej uzyskanej w wyniku identyfikacji odejmujemy dziesiątki, jednostki i ułamek sekund, a do tak otrzymanej wartości dodajemy wartość końcówki katalogowej ze znakiem identycznym, jak znak wartości współrzędnej.

Wpływ ruchu własnego obliczamy przy pomocy następujących zależności:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \mu_\alpha t, \\ \Delta\delta &= \mu_\delta t,\end{aligned}\tag{1}$$

gdzie:

μ_α, μ_δ — roczny ruch własny w rektascenzji i deklinacji,

$$t = \frac{\text{JD} - 2433282,4234}{365,2422}\tag{2}$$

JD — data juliańska w momencie obserwacji.

Końcowym etapem procesu kompilacji danych jest poprawienie współrzędnych gwiazd ze względu na wpływy refrakcji i aberracji. Współrzędne gwiazd oporowych obliczone w trakcie identyfikacji otrzymane w opisany sposób, są potrzebne do dalszego opracowania numerycznego.

2.3. Obliczenie współrzędnych idealnych (ξ , η) gwiazd oporowych

Współrzędne idealne (ξ , η) wszystkich gwiazd identyfikacyjnych obliczane są za pomocą następujących wzorów:

$$\xi = \frac{\cos \delta \sin (\alpha - A) \varrho''}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos (\alpha - A)} \quad (3)$$

$$\eta = \frac{\sin \delta \cos D - \cos \delta \sin D \cos (\alpha - A) \varrho''}{\sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos (\alpha - A)}$$

gdzie: A , D — rektascenzja i deklinacja środka fotogramu.

2.4. Równania transformacji afinicznej

W pierwszym przybliżeniu transformacji współrzędnych płaskich x , y na współrzędne idealne ξ , η w programie SATCOR stosuje się transformację afiniczną, znaną w astrometrii fotograficznej pod nazwą metody Turnera. Wyznaczenie parametrów tej transformacji polega na rozwiązaniu metodą najmniejszych kwadratów równań błędów o postaci:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A} \mathbf{r} - \mathbf{k}_i, \quad (4)$$

2,3 3,1

w których:

$$\mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} v_{\xi i} \\ v_{\eta i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \mathbf{u},$$

2,3

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_i = \begin{bmatrix} \xi_i \\ \eta_i \end{bmatrix},$$

3,1

gdzie: \mathbf{A} — jest poszukiwaną macierzą współczynników transformacji afinicznej \mathbf{A}_1 , uzupełnioną wektorem niewiadomych \mathbf{u} (wektorem położenia środka układu x , y w układzie ξ , η).

2.5. Równania transformacji (T)

W programie SATCOR wykorzystuje się także inną metodę transformacji współrzędnych płaskich x , y na współrzędne idealne ξ , η . Jest to transformacja (T) opracowana przez autorów [2]. Transformacja ta jest wykonana w programie warunkowo, przy włączonym kluczu 10.

Wyznaczenie parametrów transformacji (T) polega na iteracyjnym rozwiązywaniu metodą najmniejszych kwadratów układu n równań poprawek:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{dA}^{(p+1)}\mathbf{r}_i + \mathbf{A}_1^{(p)}\mathbf{F}_{(r_i)}\mathbf{b} + (\mathbf{A}^{(p)}\mathbf{r}_i - \mathbf{k}_i), \quad (5)$$

gdzie:

$$\mathbf{F}_{(r_i)} = \begin{bmatrix} -\frac{x_i^2}{f^2} - \frac{x_i y_i}{f^2} & l_i^2 x_i & l_i^4 x_i \\ -\frac{x_i y_i}{f^2} - \frac{y_i^2}{f^2} & l_i^2 y_i & l_i^4 y_i \end{bmatrix}, \quad (5a)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix},$$

przy czym:

$$l_i^2 = x_i^2 + y_i^2,$$

dx, dy — poszukiwane współrzędne środka optycznego fotogramu w układzie x, y ,

c_1, c_2 — poszukiwane współczynniki w równaniu dystorsji,

f — ogniskowa kamery.

Jeżeli w procesie wstępnego opracowania fotogramu programem IDENTAUT-L/D współrzędne x, y zostały poprawione o wpływ zmian parametrów optycznych, to wyznaczone wartości dx, dy, c_1, c_2 są poprawkami do parametrów użytych w opracowaniu tym programem.

Wartości współczynników macierzy \mathbf{A} wyznaczone są w następującym procesie iteracyjnym:

$$\mathbf{A}^{(p+1)} = \mathbf{A}^{(p)} + \mathbf{dA}^{(p+1)}, \quad (6)$$

przy czym:

$$\mathbf{A}^{(p=0)} = 0.$$

W związku z tym w pierwszym kroku iteracyjnym $p = 0$, równania transformacji (T) (5) przyjmują postać równań transformacji afinicznej (4).

2.6. Rozwiązanie równań, wyznaczenie parametrów transformacji

Jeżeli przy realizacji programu nie jest włączony klucz 10, rozwiązywany jest (metodą najmniejszych kwadratów) układ równań poprawek transformacji afinicznej (4). W wyniku otrzymamy niewiadome i ich średnie błędy.

Natomiast, gdy klucz 10 był włączony, to rozwiązywany jest układ równań poprawek transformacji (T) (5).

W związku z tym w pierwszym przybliżeniu obliczane są, również w tym przypadku, współczynniki transformacji afinicznej, a w następnych przybliżeniach poprawki do tych współczynników i niewiadome parametry optyczne kamery. W procesie rozwiązania równań transformacji (T) obliczane są średnie błędy parametrów transformacji afinicznej i średnie błędy poszukiwanych parametrów optycznych kamery satelitarnej.

2.7. Kontrola dopasowania środka fotogramu

Obliczenie współrzędnych idealnych jest realizowane w procesie iteracyjnym, ponieważ położenie punktu odpowiadającego środkowi fotogramu na sferze niebieskiej powinno być wyznaczone z błędem nie przekraczającym $\pm 10''$. Warunek ten można zapisać następująco:

$$|u^2 + w^2| \leq 100. \quad (7)$$

Jeżeli nie jest on spełniony, oblicza się poprawki (ΔA i ΔD) do współrzędnych środka optycznego negatywu za pomocą wzorów:

$$\begin{aligned} \Delta D &= u, \\ \Delta A &= \frac{1}{15} w \cos(D + \Delta D) \end{aligned} \quad (8)$$

i następnie po poprawieniu współrzędnych A i D , wykonuje się kolejny cykl iteracyjny (od punktu 2.3., patrz schemat blokowy programu).

2.8. Kontrola poprawności gwiazd oporowych oraz eliminacja gwiazd błędnie zidentyfikowanych

Dla wszystkich gwiazd oporowych liczone są błędy pozorne $v_{\xi i}$ i $v_{\eta i}$ będące różnicą współrzędnych idealnych po transformacji i przed transformacją oraz moduły wektorów przesunięć w wyniku transformacji

$$v_i = \left| \sqrt{v_{\xi i}^2 + v_{\eta i}^2} \right|, \quad (9)$$

Maksymalna wartość modułu wektora ($\max v_i$) nie powinna przekraczać $6''$.

Jeżeli

$$\max v_i \geq 6'', \quad (10)$$

to i -ta gwiazda eliminowana jest z obliczeń, zaś obliczenia są powtarzane począwszy od punktu 2.3.

Ponieważ podobna kontrola jest prowadzona na etapie wstępnego opracowania programem IDENTAUT-L/D, dlatego też eliminacja gwiazd ma miejsce tylko w nielicznych przypadkach grubych błędów w przygotowaniu danych, zaś liczba gwiazd niezbędnych do wykonania redukcji jest zawsze wystarczająca.

2.9. Sterowanie procesem iteracji

Z opisu algorytmu przedstawionego w punktach 2.5. i 2.6. wynika, że interakcyjne rozwiązanie równań transformacji (T) metodą najmniejszych kwadratów jest wykonywane w przypadku włączenia klucza 10.

Sterowanie procesem iteracji odbywa się przez śledzenie kolejnych wartości zmiennej sterującej i . Jeżeli zmiennej i nadamy wartość 1, to zostanie wykonana następna iteracja transformacji (T) opisana równaniami (5) i (6). W przypadku, gdy na zmienną i podstawimy wartość 2, zostaną skorygowane współrzędne równikowe środka fotogramu (za pomocą wzoru (8)), zaś obliczenia zostaną powtórzone począwszy od punktu 2.3. Nadanie zmiennej i wartości różnej od 1 lub 2 (np. wartości równej 0) jest decyzją zakończenia procesu iteracyjnego.

2.9.1. Automatyczne sterowanie procesem iteracyjnym

Włączywszy klucz 9 (klucz 10 również włączony) można uruchomić działanie części algorytmu, która przez automatyczne zadawanie kolejnych wartości zmiennej sterującej i decyduje o liczbie i sposobie wykonywania kolejnych cykli iteracyjnych opisanych w punktach 2.11., 2.12. W wyniku przeprowadzonych badań autorzy uzyskali dla typowego cyklu iteracyjnego następujące wartości zmiennej sterującej $i = 1, 1, 2, 1, 1, 1, 0$.

2.9.2. Sterowanie procesem iteracyjnym z monitora

Zadawanie kolejnych wartości zmiennej i może być prowadzone z monitora (klucz 10 włączony, klucz 9 włączony). Kryterium, które decyduje o kontynuowaniu bądź zakończeniu procesu iteracyjnego, jest jego zbieżność.

Dla śledzenia zbieżności procesu w każdym cyklu iteracyjnym obliczane są przyrosty wartości względem wszystkich dziesięciu niewiadomych transformacji (T), wybierana jest wartość największego przyrostu względnego niewiadomej w danym cyklu i drukowana na monitorze. Jeżeli klucz 8 jest włączony, to po każdej iteracji są wyprowadzane na drukarkę poprawki do parametrów optycznych kamery i ich średnie błędy.

2.10. Poprawianie wyrazów wolnych równań transformacji

Jeżeli zmienna sterująca $i = 1$ i włączony jest klucz 10, to wartości elementów macierzy transformacji $\mathbf{A}^{(p)}$ są poprawiane zgodnie z zależnością (6) $\mathbf{A}^{(p+1)} = \mathbf{A}^{(p)} + \mathbf{dA}^{(p+1)}$, a wyrazy wolne równań transformacji (5) $\mathbf{A}^{(p)}\mathbf{r}_i - \mathbf{k}_i$ przyjmują wartości $\mathbf{A}^{(p+1)}\mathbf{r}_i - \mathbf{k}_i$. Po czym obliczenia prowadzone są ponownie od punktu 2.5.

2.11. Poprawianie współrzędnych środka fotogramu

Jeżeli zmienna sterująca $i = 2$ i włączony jest klucz 10, to obliczane są nowe współrzędne środka fotogramu (A i D) na sferze niebieskiej według wzorów (8), a obliczenia powtarzane są od punktu 2.3.

2.12. Parametry transformacji afinicznej

Rozwiązanie równań transformacji afinicznej metodą najmniejszych kwadratów daje w rezultacie wartości współczynników transformacji i ich średnie błędy.

2.13. Parametry transformacji (T)

Wyniki rozwiązania równań w ostatniej iteracji j zestawiane są w przypadku włączenia klucza 10 w formie tabeli.

2.14. Równanie transformacji afinicznej i transformacji (T); wybór transformacji

W przypadku włączenia klucza 10 wykonywane są obliczenia parametrów transformacji afinicznej i transformacji (T). Istnieją przypadki, kiedy transformacja afiniczna daje lepsze rezultaty, a mianowicie wtedy, gdy przyjęto zbyt małą liczbę gwiazd oporowych na fotogramie, bądź też gdy rozłożenie gwiazd na fotogramie nie było korzystne. Dlatego też konieczna jest decyzja wyboru rodzaju transformacji, którą można podjąć na podstawie porównania wartości sumy kwadratów błędów pozornych $[vv]$ dla obu transformacji.

Jeżeli spełniony jest warunek:

$$[vv]_t < [vv]_a, \quad (11)$$

gdzie: $[vv]_t$ — jest obliczana dla transformacji (T), a $[vv]_a$ — jest oblicza-

na dla transformacji afinicznej, to w dalszej realizacji algorytmu wykonywana jest transformacja (T). W przypadku gdy warunek (11) nie jest spełniony w dalszym opracowaniu wykorzystywana jest transformacja afiniczna.

2.15. Obliczenie parametrów równania aproksymującego tor satelity

Obliczenie współrzędnych x , y satelity w momencie synchronicznym wymaga wyznaczenia parametrów równań aproksymujących tor satelity na fotogramie. Parametry te oraz ich średnie błędy można znaleźć rozwiązując metodą najmniejszych kwadratów układ s równań obserwacyjnych o postaci:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{B}\mathbf{t}_i - \mathbf{r}_i, \quad (12)$$

gdzie:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} A_0 A_1 A_2 A_3 \\ B_0 B_1 B_2 B_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_i = \begin{bmatrix} 1 \\ t_i^1 \\ t_i^2 \\ t_i^3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix},$$

$i = 1, 2 \dots s$, s — liczba śladów satelity na fotogramie.

W równaniach tych macierz \mathbf{B} jest macierzą poszukiwanych parametrów równań aproksymujących, zaś \mathbf{t}_i znaną macierzą współczynników będących funkcjami czasu.

Wartości t_i dla kolejnych śladów satelity obliczane są z wzoru:

$$t_i = T_i - TU, \quad (14)$$

gdzie T_i — moment odfotografowania i -tego śladu satelity wyrażony w TU_1 , TU — moment synchroniczny w czasie TU_1 .

Równania (12) i (13) przedstawiają aproksymację wielomianem trzeciego stopnia.

Aproksymacja wielomianem drugiego stopnia polega na zastosowaniu tych samych wzorów, z tym tylko, że macierz \mathbf{B} staje się macierzą o trzech kolumnach, pomijane są elementy A_3 , B_3 , zaś macierz \mathbf{t}_i macierzą o trzech wierszach, pomijany jest element t_i^3 .

Aproksymacja wielomianem drugiego stopnia wykonywana jest bezwarunkowo. Natomiast kluczem 11 uruchamiana jest część algorytmu, w której wykonywana jest również aproksymacja wielomianem stopnia trzeciego.

2.16. Porównanie aproksymacji i wybór stopnia wielomianu aproksymującego tor satelity

Przy włączonym kluczu 11 następuje wybór stopnia wielomianu aproksymującego. Kryterium wyboru stanowi porównanie największej odleg-

łości pomiędzy zaobserwowanym śladem satelity a śladem na aproksymowanym torze po wyrównaniu dla obu aproksymacji. W związku z tym dla obu aproksymacji liczone są wartości

$$V_i = \sqrt{V_{x_i}^2 + V_{y_i}^2} \quad (15)$$

oraz zostaje wybrana wartość największa $\max V_{2_i}$ dla aproksymacji wielomianem drugiego, a także $\max V_{3_i}$ dla aproksymacji wielomianem trzeciego stopnia. Jeżeli są spełnione warunki:

$$\max V_{2_i} \geq \max V_{3_i} \wedge \max V_{2_i} > 0,006 \quad (16)$$

to wykonywana jest aproksymacja przy pomocy wielomianu aproksymującego trzeciego stopnia.

2.17. Obliczenie współrzędnych x, y satelity w momencie synchronicznym

Współrzędne satelity w momencie synchronicznym obliczane są za pomocą wzoru:

$$\mathbf{r} = \mathbf{B}\mathbf{t},$$

w którym \mathbf{B} — macierz współczynników w równaniach aproksymacji toru satelity (13), \mathbf{t} — macierz współczynników zależnych od czasu (13).

Obliczenie współczynników \mathbf{B} za pomocą wzorów (13) i (14) wkonwane jest w pierwszej iteracji dla wartości $T_i = TU$.

Średnie błędy współrzędnych x, y satelity w momencie synchronicznym obliczone są za pomocą zależności:

$$\underline{\mathbf{m}}_r = \underline{\mathbf{m}}_A \mathbf{t} + \underline{\mathbf{A}} \mathbf{t}^* m_t^2 \quad (18)$$

$$\mathbf{m}_r = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{m}_A = \begin{bmatrix} m_{A_0} m_{A_1} m_{A_2} m_{A_3} \\ m_{B_0} m_{B_1} m_{B_2} m_{B_3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{t}^* = \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial t},$$

m_t — jest błędem rejestracji czasu,

$m_{A_0}, m_{A_1}, \dots, m_{B_0}, m_{B_1}, \dots$ — średnie błędy parametrów równań aproksymacji toru SSZ,

a macierze podkreślone np. \mathbf{m} oznaczają macierze zbudowane z kwadra-

dratów elementów (m_{ij}^2) macierzy podstawowej, co można zapisać w sposób następujący:

$$\underline{m}_{ij} = m_{ij}^2 \quad (19)$$

W dalszym ciągu pracy podkreśleniami będziemy oznaczali macierze zbudowane z kwadratów elementów macierzy oznaczonej tym samym symbolem, ale bez podkreślenia.

2.18 Obliczenie współrzędnych idealnych ξ, η satelity i ich średnich błędów w momencie synchronicznym

Obliczenie współrzędnych idealnych ξ, η wykonywane jest na podstawie wyznaczonych wcześniej parametrów transformacji.

W przypadku transformacji afinicznej obliczenie wykonywane jest za pomocą wzoru:

$$\mathbf{k} = \mathbf{A}\mathbf{r}, \quad (20)$$

\mathbf{k} — wektor współrzędnych idealnych ξ, η satelity w momencie synchronicznym,

\mathbf{A} — macierz współczynników transformacji,

\mathbf{r} — wektor współrzędnych płaskich x, y satelity w momencie synchronicznym uzupełniony jedyneką.

Natomiast w przypadku transformacji (T) obliczenie wykonywane jest za pomocą wzoru:

$$\mathbf{k} = \mathbf{A}_1(\mathbf{r}_i + \mathbf{F}_{(r)}\mathbf{b}) + \mathbf{u}, \quad (21)$$

gdzie $\mathbf{A}_1, \mathbf{u}, \mathbf{b}$ — są macierzami niewiadomych transformacji.

Średnie błędy współrzędnych idealnych m_ξ, m_η obliczane są za pomocą następujących wzorów:

1) dla transformacji afinicznej:

$$\underline{\mathbf{m}}_k = \underline{\mathbf{M}}_A \mathbf{r} + \underline{\mathbf{A}}_1 \underline{\mathbf{m}}_r, \quad (22)$$

gdzie:

$$\mathbf{m}_k = \begin{bmatrix} m_\xi \\ m_\eta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} m_{a_1} m_{b_1} m_u \\ m_{a_2} m_{b_2} m_w \end{bmatrix},$$

2) dla transformacji (T):

$$\underline{\mathbf{m}}_k = \underline{\mathbf{M}}_A \mathbf{r} + \underline{\mathbf{A}}_1 \underline{\mathbf{m}}_r + \underline{\mathbf{M}}_{A_1}(\mathbf{F}_{(r)}\mathbf{b}) + \underline{\mathbf{A}}_1(\mathbf{F}_{(r)}\underline{\mathbf{m}}_b) + \underline{\mathbf{A}}_1 \mathbf{F}^* \underline{\mathbf{m}}_r \quad (23)$$

gdzie:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} m_{a_1} & m_{b_1} \\ m_{a_2} & m_{b_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_u \\ m_w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A \mathbf{m},$$

$$\mathbf{F} = (\mathbf{F}_{(r)}\mathbf{b}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{m}_b = \begin{bmatrix} m_{dx} \\ m_{dy} \\ m_{c_1} \\ m_{c_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix},$$

natomiast:

$m_{a_1}, m_{a_2}, m_{b_1}, m_{b_2}$ — średnie błędy parametrów transformacji afinicznej,

m_u, m_w — średnie błędy współrzędnych wektora przesunięcia,

$m_{dx}, m_{dy}, m_{c_1}, m_{c_2}$ — średnie błędy parametrów optycznych kamery,
wartość f_1, f_2 — oblicza się za pomocą wzorów (5a).

2.19. Obliczenie pochodnych współrzędnych idealnych satelity względem czasu

Pochodne współrzędnych płaskich x, y względem czasu obliczane są na podstawie parametrów równań aproksymujących tor satelity, a mianowicie:

$$\bar{\mathbf{r}}^* = \mathbf{B}\mathbf{t}^*, \quad (24)$$

gdzie:

$$\bar{\mathbf{r}}^* = \frac{\partial \bar{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix}$$

Wartości elementów macierzy \mathbf{t}^* obliczane są dla momentu synchronicznego tj. $T_i = TU$.

Wartość pochodnych współrzędnych idealnych ξ, η względem czasu w momencie synchronicznym obliczane są przy pomocy zależności:

$$\mathbf{k}^* = \mathbf{A}_1 \bar{\mathbf{r}}^*$$

gdzie:

$$\mathbf{k}^* = \frac{\partial \mathbf{k}}{\partial t} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

2.20. Obliczenie współrzędnych równikowych α , δ satelity

Mając wyznaczone współrzędne ξ , η satelity w momencie synchronicznym, obliczamy jego współrzędne równikowe za pomocą następujących wzorów:

$$\alpha = A + \arctg \frac{\xi}{\cos D - \eta \sin D}, \quad (26)$$

$$\delta = \arctg \left[\frac{\sin D + \eta \cos D}{\cos D - \eta \sin D} \cos(\alpha - A) \right]$$

2.21. Obliczenie poprawek ze względu na wpływ refrakcji i aberracji satelitarnej

2.22. Obliczenie średnich współrzędnych równikowych satelity

Poprawkę refrakcji satelitarnej Δr wyznacza się na podstawie wzoru:

$$\Delta r = -435'' \operatorname{tg} z \sec z \frac{1 - 0,00113 (\operatorname{tg}^2 z + 2 \sec^2 z)}{R_0 d}, \quad (27)$$

w którym:

$$R_0 = 6378,2, \quad r = R + \frac{H}{R_0},$$

$$z = \arccos [\sin \psi \sin \delta + \cos \psi \cos \delta \cos (S - \alpha)],$$

$$d = R \left[\left(\frac{r^2}{R^2} + \cos^2 z + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \cos z \right], \quad (28)$$

$$\psi = \varphi - 696'' \sin 2 \varphi,$$

$$R = 1 - 0,00337 \sin^2 \psi,$$

przy czym:

φ — szerokość geograficzna stacji,

H — wysokość satelity w momencie obserwacji wyrażona w kilometrach,

S — moment obserwacji wyrażony w czasie gwiazdowym miejscowym,

α , δ — współrzędne równikowe satelity.

Poprawka momentu obserwacji T_i , wynikająca z wpływu aberracji satelitarnej τ nazywa się również aberracją czasu światła, jest odpowiednikiem aberracji planetarnej w klasycznej astronomii sferycznej. Oblicza się ją za pomocą następującego wzoru:

$$\tau = -0,0213^s d, \quad (29)$$

w którym d — jest wartością obliczoną za pomocą wzoru (28).

Następnie poprawiamy wartość momentu czasu T_i o wpływ aberracji:

$$T_i = TU + \tau$$

i ponownie wykonujemy obliczenia począwszy od punktu 2.17. dla nowej wartości t_* (14).

2.22. Obliczenie średnich współrzędnych równikowych satelity

Współrzędne równikowe satelity w tym etapie opracowania obarczone są jeszcze wpływem refrakcji i aberracji rocznej. Do obliczenia wartości poprawki refrakcyjnej i aberracyjnej konieczna jest znajomość współrzędnych średnich na epokę obserwacji, dlatego też obliczenie wykonywane jest w dwu iteracjach. W pierwszej przyjmujemy, że współrzędne α , δ mogą być argumentami dla obliczenia poprawki refrakcyjnej i aberracyjnej. Poprawki te obliczane są za pomocą powszechnie znanych wzorów.

1) poprawki refrakcyjne ($\Delta\alpha_r$, $\Delta\delta_r$), za pomocą zależności:

$$r = 61,13'' \operatorname{tg} z - 0,087'' \operatorname{tg}^3 z + \Delta r, \quad (31)$$

gdzie:

z — odległość zenitalna obliczana z wzoru (28),

Δr — poprawka refrakcji satelitarnej (27),

oraz:

$$\Delta\alpha_r = \frac{r \cos \varphi \sin (S - \alpha)}{\sin z \cos \delta},$$

$$\Delta\delta_r = r \frac{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos (S - \alpha)}{\sin z}, \quad (32)$$

2) poprawki ze względu na wpływ aberracji rocznej ($\Delta\alpha_{ab}$, $\Delta\delta_{ab}$) obliczane są za pomocą wzorów:

$$\Delta\alpha_{ab} = C \cos \alpha \sec \delta + D \sin \alpha \sec \delta, \quad (33)$$

$$\Delta\delta_{ab} = C (\operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha) + D \sin \delta \cos \alpha.$$

Następnie można już obliczyć przybliżone wartości współrzędnych średnich na epokę katalogu (α_p , δ_p):

$$\alpha_p = \alpha - \Delta\alpha_r - \Delta\alpha_{ab}, \quad (34)$$

$$\delta_p = \delta - \Delta\delta_r - \Delta\delta_{ab},$$

a na ich podstawie średnie współrzędne na epokę obserwacji:

$$A_0 = \alpha_p + \zeta_0,$$

$$p = \sin Q \left(\operatorname{tg} \delta_k + \operatorname{tg} \frac{1}{2} Q \cos A_0 \right),$$

$$\Delta\alpha = \text{arc tg } \frac{p \sin A_0}{1 - p \cos A_0},$$

$$\Delta\delta = 2 \text{ arc tg } \frac{\text{tg } \frac{1}{2} Q \cos \left(\frac{1}{2} \Delta\alpha + A_0 \right)}{\cos \frac{1}{2} \Delta\alpha}$$

oraz:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= A_0 + \Delta\alpha + Z, \\ \delta_0 &= \delta_p + \Delta\delta, \end{aligned} \quad (35)$$

Na podstawie tych ostatnich współrzędnych obliczane są ponownie wartości poprawek ze względu na refrakcję i aberrację wzory: (32) i (33). Wreszcie można obliczyć wartości równikowych współrzędnych średnich satelity na epokę katalogu (α_k , δ_k) na podstawie następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \alpha - \Delta\alpha_r - \Delta\alpha_{ab}, \\ \delta_k &= \delta - \Delta\delta_r - \Delta\delta_{ab}. \end{aligned} \quad (36)$$

2.23. Obliczenie średnich błędów współrzędnych równikowych satelity

Średnie błędy współrzędnych równikowych satelity (m_α , m_δ) oraz średni błąd kierunku obliczane są za pomocą wzorów:

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{1}{15} m_\xi \sec \delta_k \\ m_\delta &= m_\eta, \\ m_k &= \sqrt{m_\xi^2 + m_\eta^2}. \end{aligned} \quad (40)$$

2.24. Obliczenie pochodnych współrzędnych równikowych

Pochodne współrzędnych równikowych w momencie synchronicznym obliczane na podstawie wzorów:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= \frac{1}{15} \frac{\partial \xi}{\partial t} \sec \delta_k, \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} &= \frac{\partial \eta}{\partial t}, \end{aligned} \quad (41)$$

2.25. Wyprowadzenie wyników redukcji

Wynik redukcji wyprowadzane są za pomocą dwóch urządzeń peryferyjnych komputera ODRA-1204: drukarki wierszowej oraz perforatora taśmy papierowej.

Na taśmę peforowaną wprowadzane są w niżej podanej kolejności dane potrzebne do opracowania katalogu obserwacji fotograficznych za pomocą programu „KATALOG — F”. Są to:

- 1) numer satelity,
- 2) numer fotogramu,
- 3) datę wykonania obserwacji,
- 4) moment synchroniczny wyrażony w skali czasu TU1,
- 5) średnie współrzędne równikowe α , δ satelity w momencie synchronicznym i ich średnie błędy m_α , m_δ (w kolejności: α , m_α , δ , m_δ)
- 6) pochodne współrzędnych równikowych względem czasu $\frac{\partial \alpha}{\partial t}$, $\frac{\partial \delta}{\partial t}$.

Na drukarkę wyprowadzony jest podobny zestaw wyników redukcji (rys. 1)

Są to kolejno:

- 1) parametry optyczne kamery satelitarnej uzyskane w procesie opracowania fotogramu, (ich wyprowadzenie uzależnione jest od włączenia w trakcie obliczeń kluczy 10 i 8),
- 2) data wykonania obserwacji,
- 3) moment synchroniczny wyrażony w skali czasu TU1,
- 4) średnie współrzędne równikowe α , δ satelity w momencie synchronicznym,
- 5) średnie błędy współrzędnych równikowych satelity m_α , m_δ , oraz błąd kierunku topocentrycznego m_k ,
- 6) pochodne współrzędnych równikowych satelity względem czasu $\frac{\partial \alpha}{\partial t}$, $\frac{\partial \delta}{\partial t}$.

Program SATCOR realizujący opisany algorytm obliczenia topocentrycznych współrzędnych równikowych satelity w momencie synchronicznym został napisany przez autorów w języku ALGOL-1204. Realizacja programu przez komputer ODRA-1204 dla fotogramów zawierających $15 \div 20$ gwiazd oporowych trwa od około 2 do 6 minut.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Czarnecki K., Rogowski J.B.: *Koncepcja systemu automatycznego opracowania fotograficznych obserwacji sztucznych satelitów Ziemi*. Prace IGiK, Tom XXIII, z. 2/53/, 1976.
- [2] Czarnecki K., Rogowski J.B.: *Metoda transformacji, jaką należy stosować w procesie opracowania fotogramów satelitarnych*. Prace IGiK, T. XXIII, z. 2/53/, 1976.
- [3] Czarnecki K., Rogowski J.B.: *Wstępne opracowanie fotogramów uzyskanych z obserwacji słabych SSZ kamerą AFU-75*. Prace IGiK, T. XXV, z. 1/58/, 1978.
- [4] Czarnecki K., Rogowski J.B.: *Automatyczna identyfikacja obiektów odwzorowanych na fotogramach obserwacyjnych sztucznych satelitów Ziemi*. Prace IGiK, T. XXIII, z. 2/53/, 1976.
- [5] Bieniewski J., Rogowski J.B.: *The Investigation of the Objective of the Satellite Camera, the Method of the Constant Parameters*. Prace Naukowe P.W., Geodezja nr 8, 1970.

Recenzował prof. dr hab. Julian Radecki
Rękopis złożono w Redakcji w październiku 1977 r.

КАЗИМЕЖ ЧАРНЕЦКИ
ЕЖИ Б. РОГОВСКИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОПОЦЕНТРИЧЕСКИХ ЭКВАТОРИАЛЬНЫХ КООРДИНАТ ИСЗ В СИСТЕМЕ „CORSAТ-System”

Резюме

Наиболее важным звеном информационной системы „CORSAТ-System”, за-проектированной авторами [1] и охватывающей комплексно проблемы обработки фотографических наблюдений спутников, является определение топоцентрических экваториальных координат ИСЗ в обозначенном моменте (в синхроничном моменте).

Процесс редукции фотографических наблюдений спутников удалось соединить с процессом определения параметров спутниковой камеры благодаря применению новой модели трансформации, интегрирующей эти два процесса. Трансформацию, которую использовано в алгоритме редукции, обозначено символом (T), а её теорию авторы опубликовали в [2].

Разработка одной программы для редукции спутниковых наблюдений и определения оптических параметров камеры имеет значение, заключающееся не только на увеличении степени универсальности системы, но влияет также положительно на точность определения топоцентрических экваториальных координат спутника, так как дает возможность учета актуальных величин оптических параметров камеры в процессе редукции наблюдений спутников.

Задачи, перечисленные выше, выполняет в системе „CORSAТ-System” многофункциональная программа SATCOR.

Программа SATCOR написана на языке ALGOL-1204, а её задачи можно поделить на следующие основные этапы:

1) Обработка входных данных заключается в компиляции результатов работы программ IDENTAUT — L/D [3], [4] и данных, приготовленных на основе каталога звёзд.

2) Определение тангенциальных координат опорных звёзд, а также составление уравнений аффинной трансформации и решении этих уравнений с целью получения первого приближения параметров аффинной трансформации.

3) Составление уравнений трансформации (T) и уравнений трансформации аффинной, а также итерационное решение задачи трансформирования. Если входные данные относятся единственно к наблюдениям звёзд и не содержат наблюдений ИСЗ то на этом этапе вычислительного процесса определяются оптические параметры спутниковой камеры.

Программа дает возможность как автоматического управления процессом итерационного решения проблемы, так и управления оператором этим процессом с возможностью прослеживания сходимости процесса с результатами его управления. Этот этап задания содержит также алгоритм выбора вида трансформации.

4) Разработка траектории (хода) ИСЗ на основе прямоугольных координат измеренных на фотографии и моментов экспонирования отдельных следов ИСЗ заключающаяся в аппроксимации параболой второй или третьей степени. Программа SATCOR снабжена алгоритмом выбора степени аппроксимирующего многочлена. Если бы в результате таких исследований оказалось достаточным применением аппроксимации хода параболой второй степени, то действие алгоритма, выполняющего это исследование, можно из программы SATCOR автоматически исключить (ключ).

5) Определение средних топоцентрических экваториальных координат спутника (α , δ) в заданном моменте (синхроничном), определение производных этих координат относительно времени.

6) Анализ точности, ведущий к величинам средних квадратических ошибок координат спутника (α , δ) и ошибки топоцентрического направления является последним заданием выполняемым программой SATCOR.

COMPUTATION OF TOPCENTRIC EQUATORIAL COORDINATES OF EARTH SATELLITES IN CORSAT — SYSTEM

KAZIMIERZ CZARNECKI
JERZY B. ROGOWSKI

Summary

Computation of topocentric equatorial coordinates of earth satellites at determined (simultaneous) moment is the most important task of CORSAT-System, designed by the authors [1]. Reduction of observations satellite has been connected with of the new transformation model integrating these two processes. Symbol (T) denotes the transformation used in reduction algorithm. Its theory has been published in [2].

The idea of one process of reduction of satellite observations and for determination of optical parameters of camera is of great importance because extends the purposes of the system. It has also significant influence on accuracy of determination of topocentric equatorial coordinates of satellite. It is because actual optical parameters of the satellite camera can be taken into account in the process of reduction of satellite observations.

All mentioned above tasks have been written in ALGOL-1204 language. Its tasks can be divided into following basic stages:

1. Elaboration of input data based on compilation of the results of IDENTAUT-L/D programs [3], [4] and data prepared on the base of catalogue of stars.

2. Computation of tangential coordinates of reference stars and arrangement of equations of preliminary transformation and solutions of these equations in order to obtain first approximation of transformation parameters.

3. Arrangement of equations of (T) transformation and equations of preliminary transformation and iterative solution of transformation. Optical parameters of satellite camera are determined at this stage of computations when input data are referred only to star observations.

Program enables automatic control of iterative process. Control of this process by the operator with trading of convergence of the process and efficiency of this control is also possible. This stage also includes the algorithm of decision concerning the choice of transformation method.

4. Elaboration of trajectory of the satellite on the base of orthogonal coordinates and moments of exposures for particular traces of satellite by approximation of trajectory by the parabola of second or third degree.

SATCOR program includes algorithm of decision concerning the choice of degree of approximating polynomial. Program is automatically interrupted (key) when approximation of trajectory by parabola of second degree is sufficient.

5. Computation of mean topocentric equatorial coordinates of satellite (α , δ) in determined (simultaneous) moment, calculation of time derivatives coordinates.

6. Analysis of accuracy giving the values of mean errors of satellite coordinates δ and error of topocentric direction is the last task realized by means of SATCOR program.

