

Wielogrupowe ściśle wyrównanie sieci poligonowych

1. Wstęp

Zastosowanie komputerów do wykonywania obliczeń geodezyjnych pozwoli częściej stosować ściśle metody wyrównania sieci poligonowych. Uwolnienie się od ograniczeń, jakie narzucają przybliżone metody wyrównania poligonizacji, umożliwi skuteczne wykorzystanie dodatkowo zmierzonych kątów i odległości (nawiązań bocznych i przewiązań). Możliwe będzie szersze stosowanie sieci poligonowo-triangulacyjnych, takich jakie proponowano w pracy [7].

Pierwszym programem obliczeniowym, który szerzej wykorzystywano w praktyce produkcyjnej do wyrównywania sieci triangulacyjnych i poligonowych, był program o nazwie *WST* opracowany w CIGiK [1]. Program ten umożliwia wyrównanie sieci, w której jest około 400 punktów. Wyrównanie ściśle większych sieci można przeprowadzić stosując metodę wielogrupową, której podstawy opisano w pracach [4], [6], [9].

Prace zmierzające do wykorzystania metody wielogrupowej prowadzone są na Wydziale Geodezji i Kartografii PW, na Wydziale Geodezji i UR ART w Olsztynie oraz w Centrum Informatycznym GiK.

W Katedrze Geodezji ART w Olsztynie opracowany został system programów o nazwie *SWP*, przeznaczony do wykonywania ścisłego, wielogrupowego wyrównania sieci poligonowych na maszynie cyfrowej ODRA 1204. System ten został opracowany na zlecenie Instytutu Geodezji i Kartografii z myślą o wdrożeniu go do produkcji w przedsiębiorstwach geodezyjnych. Głównym celem, jaki postawił sobie autor w czasie projektowania systemu, było:

- 1) uzyskanie możliwości jednoczesnego wyrównania jak największej sieci,

- 2) ustalenie jak najprostszej formy danych i jak najprostszej obsługi programów w momencie realizacji obliczeń.

System *SWP* umożliwia wyrównanie jednoczesne sieci poligonowej z nawiązaniem bocznymi, składającej się z 3000 punktów (w tym kilkaset wiążących), jednakże zaleca się ze względów ekonomicznych projektowanie i obliczanie sieci zawierających nie więcej niż 1000 punktów. Obliczenia wykonywane są bardzo szybko. Wyrównanie sieci składającej się z 300 punktów (w tym 80 wiążących) trwało pół godziny.

W prezentowanej pracy autor zwraca uwagę na zastosowane rozwią-

zania, które zdecydowały o możliwościach systemu. Szczegółowy opis przygotowania danych i instrukcja dla operatora maszyny cyfrowej przekazywane są użytkownikowi wraz z taśmami programów.

2. Podział sieci na grupy

Przed przygotowaniem danych do obliczeń należy sieć podzielić na grupy i wybrać punkty wiążące. Punkty wiążące wybierać należy na styku danej grupy z innymi grupami. W skład typowej grupy będą wchodziły punkty stałe, punkty wiążące i punkty względnie odosobnione (nazywane także punktami względnie niezależnymi lub punktami właściwymi danej grupy). Wybierając punkty wiążące należy dbać o to, aby w sieci nie wystąpiła taka obserwacja, która wiązałaby punkty względnie odosobnione należące do dwóch grup. Sposób podziału sieci na grupy jest bardzo istotny, ponieważ od tego zależy organizacja wypisywania danych, a także liczba elementów tabeli równań normalnych wiążących. Należy dążyć do tego, aby liczba punktów wiążących była jak najmniejsza, a liczba grup jak największa. Maksymalna liczba wszystkich punktów w grupie wynosi 70.

Najłatwiej wykonać podział na grupy pokrywający się z podziałem sieci na ciągi.

Wybierając punkty wiążące należy w takim przypadku brać pod uwagę:

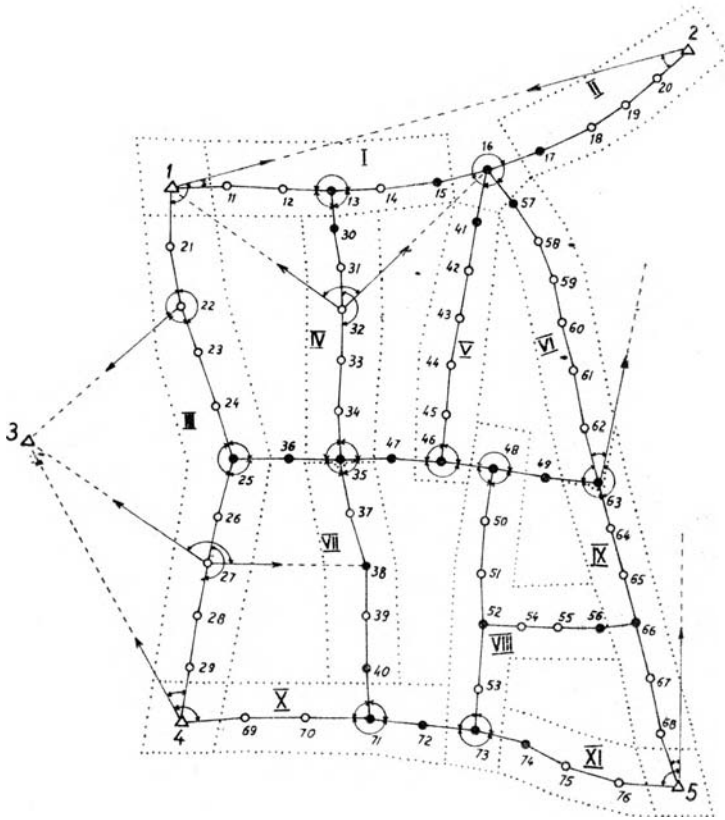
- 1) wszystkie punkty węzłowe i punkty z nimi sąsiadujące,
- 2) wszystkie punkty biorące udział w nawiązaniach bocznych i przewiązaniach między ciągami,
- 3) punkty leżące obok stałego punktu nawiązania, gdy do punktu tego dochodzą co najmniej 2 ciągi, a nawiązania dokonano metodą kierunkową.

Po szczegółowej ocenie powiązań obserwacyjnych między grupami można zwykle część wymienionych punktów traktować jak punkty względnie odosobnione odpowiednich grup.

Zaznaczyć należy, że zastosowanie pomiaru kierunku zamiast pomiaru kątów na punktach węzłowych zwiększa znacznie liczbę punktów wiążących, ponieważ w równaniu poprawki dla dowolnego kierunku występują poprawki do współrzędnych wszystkich punktów uczestniczących w pomiarze na danym stanowisku.

Przykładowy podział sieci na grupy i dobór punktów wiążących pokazano na rysunku 1. Na rysunku zaznaczono jakie obserwacje kątowe wykonano na punktach stałych, węzłowych i na punktach z nawiązaniem bocznym. Punkty wiążące są zaczernione.

W pokazanej sieci wybrano 24 punkty wiążące; pozostałe 42 punkty względnie odosobnione podzielono na 11 grup. Kąty lub kierunki pomierzone na punktach wiążących nie wchodzące w skład żadnej grupy (na punktach 16, 36, 47 i 49) należy umieścić w grupie zerowej. W grupie tej można także umieścić wszystkie pomierzone odległości między punktami wiążącymi.



Rys. 1. Podział sieci na grupy

Możliwe jest wyrównanie dowolnej sieci kąto-liniowej bez podziału na grupy. W takim przypadku wszystkie punkty wyznaczone potraktować trzeba jak punkty wiążące, a wszystkie obserwacje umieścić w grupie zerowej. Tym sposobem można wyrównać sieć, w której jest $400 \div 600$ punktów.

O tym, czy daną sieć można będzie wyrównać, zadecyduje liczba elementów tabeli równań normalnych, która zależy od liczby punktów, przyjętej kolejności punktów i powiązań obserwacyjnych między punktami. Należy jednak pamiętać, że czas opracowania sieci podzielonej na

grupy jest kilkakrotnie krótszy niż czas opracowania tej sieci bez podziału na grupy.

3. Postać danych do obliczeń

System SWP umożliwia wykorzystanie taśmy z wykazem współrzędnych przybliżonych obliczonych przez program WPSP, realizujący przybliżone wyrównanie sieci poligonowej metodą węzłów Popowa. Wstępne opracowanie sieci według programu WPSP umożliwia przetestowanie większości obserwacji (bez nawiązań bocznych i przewiązań), przygotowanie taśmy ze współrzędnymi przybliżonymi, a także wykonanie oceny dokładności pomiarów kątowych i liniowych.

Początkową porcję danych dla systemu SWP stanowią:

1) dane organizacyjne (liczba punktów stałych, liczba punktów wiążących, liczba równań dodatkowych, liczba grup),

2) nazwy punktów stałych,

3) nazwy punktów wiążących,

4) wykaz współrzędnych punktów stałych, wiążących i względnie odosobnionych (wyprodukowany przez program WPSP),

5) wykaz równań dodatkowych, określających te zależności między niewiadomymi wiążącymi, których nie można przedstawić w postaci obserwacji,

6) wykaz obserwacji wykonanych między punktami wiążącymi (grupa zerowa).

W dalszej kolejności podaje się dla każdej grupy następującą porcję danych:

7a) nazwa grupy,

7b) liczba punktów występujących w grupie,

7c) nazwy punktów występujących w grupie,

7d) wykaz obserwacji.

Kolejność punktów występujących w wykazie współrzędnych stałych i przybliżonych (dane 4) jest dowolna.

O kolejności niewiadomych występujących w równaniach normalnych decyduje jedynie kolejność punktów występujących w danych 3.

Nazwy punktów występujących w grupie (dane 7c) mogą być podane w dowolnej kolejności.

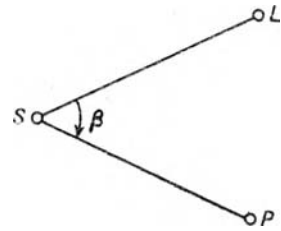
Prawidłowe uszeregowanie punktów w kolejności: punkty stałe, punkty względnie odosobnione, punkty wiążące — wykonywane jest automatycznie.

Obserwacje opisuje się w następujący sposób.

a. Obserwacja kątowna

$$S \quad L \quad P \quad \beta^{cc} \quad m_{\beta}^{cc}$$

gdzie: S, L, P — nazwy punktów,
 β^{cc} — wielkość kąta podana w cc,
 m_{β}^{cc} — wielkość błędu średniego.

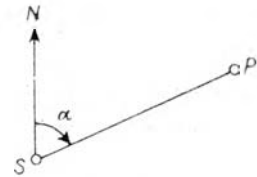


Rys. 2

b. Obserwacja azymutalna

$$S \quad 0 \quad P \quad \alpha^{cc} \quad m_{\alpha}^{cc}$$

↑
zero



Rys. 3

c. Obserwacje kierunkowe na jednym stanowisku

$$S \quad n \quad 0 \quad m_k^{cc}$$

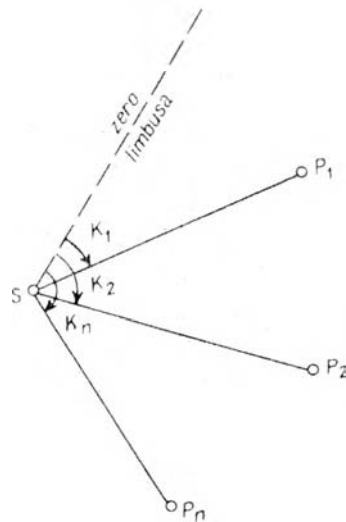
$$P_1 \quad K_1^{cc}$$

$$P_2 \quad K_2^{cc}$$

$$\vdots$$

$$P_n \quad K_n^{cc}$$

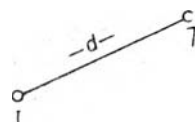
gdzie: n — liczba kierunków,
 m_k^{cc} — błąd średni kierunku.



Rys. 4

d. Obserwacja długościowa

$$0 \quad I \quad J \quad d \quad m_d$$



Rys. 5

Taki sposób zapisu obserwacji, wskazujący rodzaj zaobserwowanej wielkości, umożliwia wypisywanie obserwacji bez dzielenia ich na porcję kątów, porcję długości itd.

Prócz zasadniczej porcji danych możliwe jest uwzględnienie w procesie wyrównania tych zależności między niewiadomymi wiążącymi, których nie można przedstawić w postaci obserwacji kąta, długości itp. Zależności te należy przedstawić w postaci równań obserwacyjnych o znanych współczynnikach (dane 5). Dołączenie tego typu równań umożliwia przeprowadzenie wyrównania sieci z uwzględnieniem błędności punktów nawiazania.

4. Układanie równań normalnych wiążących

Wszystkie dane obserwacyjne, a także współrzędne punktów i tabela równań normalnych wiążących przechowywane są w pamięci bębnowej (*PB*).

W procesie układania równań obserwacyjnych korzysta się ze współrzędnych, które zapisane są w pamięci bębnowej. Aby ograniczyć liczbę transmisji współrzędnych z pamięci bębnowej do pamięci operacyjnej i w ten sposób skrócić czas obliczeń, zastosowano pomocniczy wykaz współrzędnych, znajdujący się w pamięci operacyjnej, w którym przechowywane są numery i współrzędne pięciu ostatnio wykorzystywanych punktów.

Określenie współrzędnych wskazanego punktu przebiega następująco:

- a) sprawdza się, czy w wykazie pomocniczym znajduje się punkt o wskazanym numerze,
- b) jeżeli tak, to określa się współrzędne szukane na podstawie wykazu pomocniczego, jeżeli nie, to współrzędne należy pobrać z pamięci bębnowej wpisując je jednocześnie do wykazu pomocniczego na miejsce punktu najdłużej tam przebywającego. Czynności te przedstawione są w postaci procedury.

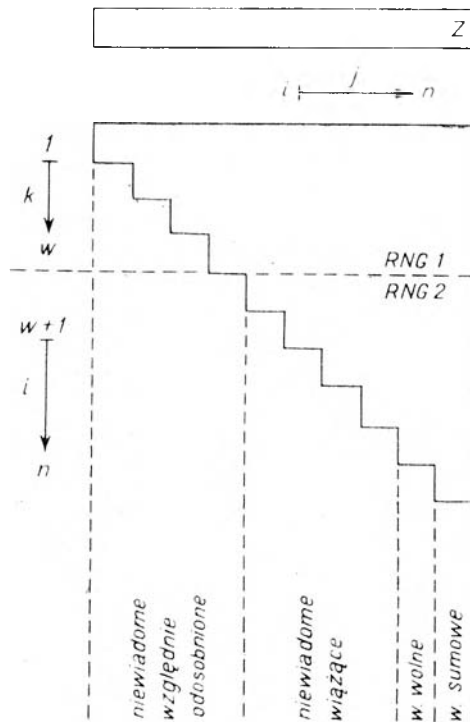
W procesie układania i rozwiązywania równań normalnych wiążących i równań normalnych dla poszczególnych grup stosuje się zaproponowaną w [5] notację jednowskaźnikową elementów tabeli z uwzględnieniem początkowych zer w kolumnach.

Określenie liczby zer w kolumnach tabeli równań normalnych wiążących i w kolumnach równań normalnych dla poszczególnych grup wykonywane jest automatycznie. Równania normalne dla danej grupy układane są w pamięci operacyjnej. Maksymalna liczba niezerowych elementów równań normalnych danej grupy może wahać się od 2700 do 3400 zależnie od wielkości całej sieci. Taka liczba elementów powstaje w przy-

padku podzielenia sieci na grupy składające się co najwyżej z 60÷70 punktów.

Umieszczenie równań normalnych grupowych w pamięci bębnowej umożliwiłoby podzielenie sieci na duże grupy, lecz przedłużyłoby znacznie czas obliczeń.

Redukowanie niewiadomych albo odosobnionych z układu równań normalnych danej grupy (RNG) odbywa się według zasad podanych w [3] i [8].



Rys. 6

Elementy podtabeli RNG1 obliczane są według zasad obliczania pierwiastka krakowianowego. Zasadę obliczania elementów podtabeli RNG2 można przedstawić wzorami, które mają następującą postać:

$$r = \text{RNG2} [i, j],$$

$$z = \text{większa wartość spośród } Z [i], Z [j],$$

$$\text{RNG2} [i, j] = r - \sum_{k=z+1}^w (\text{RNG1} [k, i] \cdot \text{RNG1} [k, j]),$$

gdzie: n — liczba kolumn całej tabeli równa liczbie niewiadomych +2,

- w — liczba niewiadomych wiążących,
 Z — tabela, której elementy określają liczbę zer w poszczególnych kolumnach tabeli RNG ,
 i, j — numery wiersza i kolumny określanego elementu tabeli RNG ,
 r, k, z — zmienne robocze.

Rozmieszczenie elementów w tabeli RNG oraz zakresy poszczególnych wskaźników i, j, k podano na rysunku 6.

Przedstawione wzory umożliwiają bezpośrednie obliczenie kwadratu pierwiastka krakowianowego dla podtabeli $RNG2$ bez potrzeby obliczania elementów pierwiastka dla tej podtabeli. W programie wykorzystano wzory przekształcone, dopasowane do notacji jednowskaźnikowej. Elementy podtabeli $RNG2$ dodawane są do odpowiednich elementów tabeli równań normalnych wiążących. Elementy podtabeli $RNG1$ potrzebne są do wyznaczania niewiadomych odosobnionych. Jednakże przechowywanie tabel RNG dla wszystkich grup w pamięci bębnowej zmniejszyłoby liczbę miejsc przeznaczoną dla równań normalnych wiążących. Zdecydowano, że tabela RNG danej grupy przechowywana będzie w pamięci bębnowej tylko wtedy, gdy jest tam jeszcze wolne miejsce po umieszczeniu danych, równań normalnych wiążących i poprzednich tabel RNG .

5. Wyznaczenie niewiadomych

Do rozwiązania równań normalnych wiążących, znajdujących się w pamięci bębnowej, wykorzystana została procedura $RRNKB$ opracowana przez autora. Procedura ta korzysta z tabeli X o największej, możliwej liczbie elementów i tabeli M o liczbie elementów równej liczbie niewiadomych $+ 2$. Obliczanie pierwiastka krakowianowego odbywa się kolumnami.

Cykl pracy jest następujący:

- a) przesłanie z pamięci bębnowej do tabeli M jednej kolumny równań normalnych,
- b) przesyłanie z pamięci bębnowej do tabeli X grup kolumn pierwiastka i obliczanie elementów pierwiastka, znajdujących się w opracowywanej kolumnie,
- c) przesłanie do pamięci bębnowej kolumny pierwiastka, znajdującej się w tabeli M .

Po opracowaniu wszystkich kolumn, według podanego schematu, w pamięci bębnowej znajduje się pierwiastek krakowianowy wpisany na miejsce równań normalnych.

Obliczanie niewiadomych i ich błędów średnich odbywa się na pod-

stawie kolejno obliczanych kolumn odwrotności pierwiastka krakowianowego.

Dla i -tej kolumny cykl pracy jest następujący:

d) przesyłanie z pamięci bębnowej do tabeli X (począwszy od elementu $X [i]$) grup kolumn pierwiastka i obliczanie elementów odwrotności, które umieszczane są w tabeli M ,

e) przesłanie z pamięci bębnowej do tabeli X (począwszy od elementu $X [i]$) kolumny wyrazów wolnych pierwiastka,

f) obliczanie i -tej niewiadomej przez mnożenie elementów tabeli X przez elementy tabeli M (począwszy od i -tego elementu),

g) obliczanie sumy kwadratów odpowiednich elementów tabeli M ,

h) podstawienie do elementu $X [i]$ wartości niewiadomej, a do elementu $M [i]$ wartości błędu średniego niewiadomej.

Przekład procedury *RRNKB* na język wewnętrzny maszyny zajmuje niewielką liczbę komórek pamięci operacyjnej.

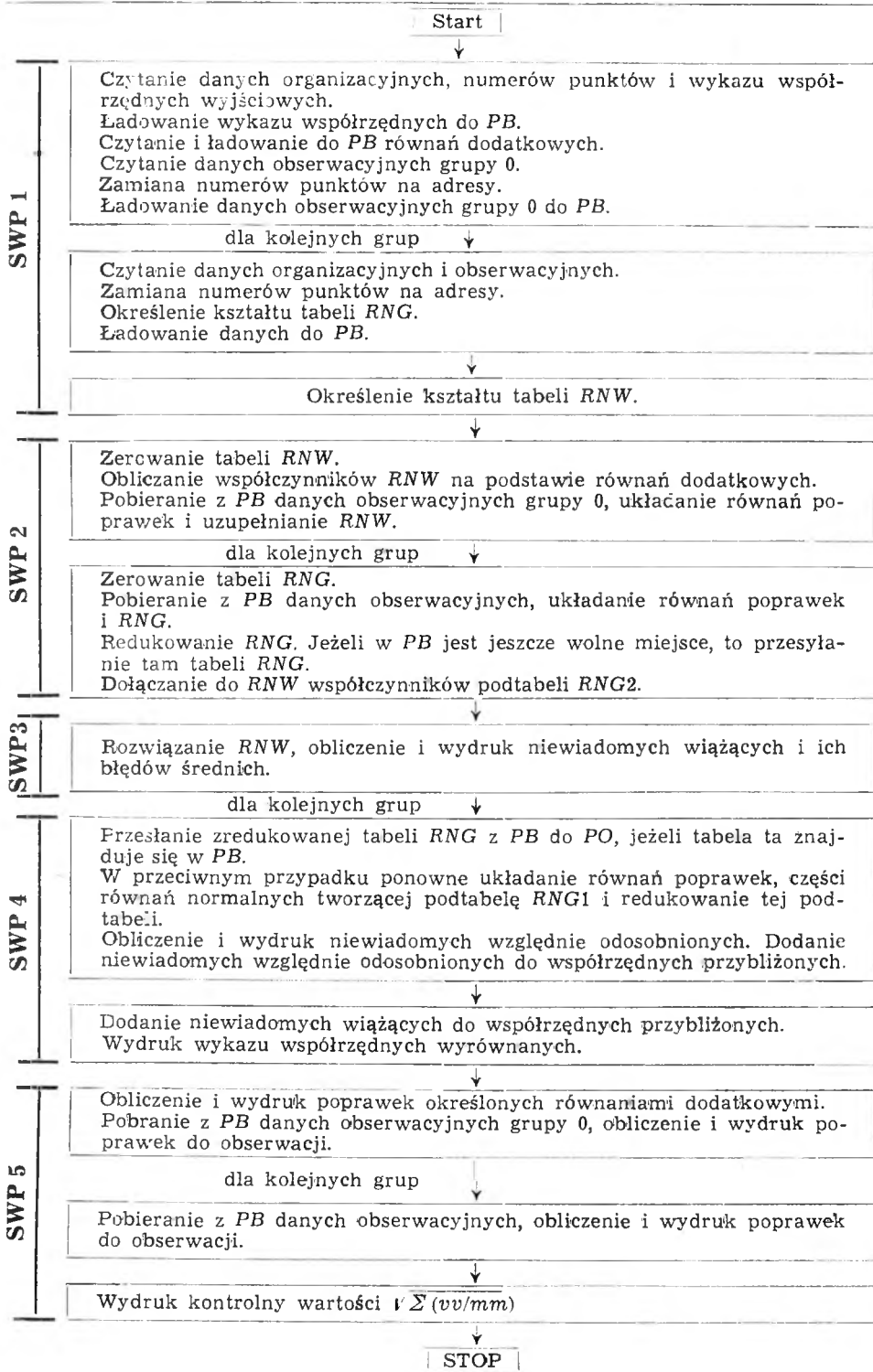
Autor zmierzał do skrócenia czasu potrzebnego do obliczenia niewiadomych i ich błędów średnich przez zapisanie w języku symbolicznym działań na elementach tablic i ograniczenie liczby transmisji bębnowych. Nie wykorzystano gotowej procedury *RRNBB* opisanej w [1], ponieważ procedura ta zajmuje dużo komórek pamięci operacyjnej. Przyczyna tego tkwi prawdopodobnie w dążeniu autorów procedury *RRNBB* do ograniczenia liczby transmisji bębnowych do absolutnego minimum.

Po wyznaczeniu niewiadomych wiążących przystępuje się do wyznaczenia niewiadomych względnie odosobnionych. W tym celu należy dla każdej grupy dokonać sprawdzenia, czy w pamięci bębnowej przechowywana jest tabela *RNG* tej grupy i ewentualnie przesłać ją do pamięci operacyjnej. W przeciwnym przypadku należy ponownie ułożyć część tabeli równań normalnych (*RNG1*) i przekształcić ją według zasad stosowanych przy obliczaniu pierwiastka krakowianowego.

6. Wyniki

W wyniku działania systemu programów *SWP* otrzymuje się następujące wielkości:

- a) błąd m_0 ,
- b) niewiadome wiążące i ich błędy średnie,
- c) niewiadome względnie odosobnione,
- d) wykaz współrzędnych wyrównanych,
- e) wykaz wielkości zaobserwowanych, wyrównanych i poprawek do obserwacji,



f) kontrolne wartości $\sqrt{\sum (vv/mm)}$ obliczone na podstawie końcowych elementów pierwiastka krakowianowego tabeli równań normalnych wiążących i na podstawie poprawek do obserwacji.

7. Organizacja systemu SWP

System składa się z 5 kolejno uruchamianych programów. Pierwszy program o nazwie SWP1 czyta dane i ładuje je po wstępnym przetworzeniu do pamięci bębnowej (PB). Po zakończeniu pracy programu SWP1 operator maszyny uruchamia kolejne programy systemu, które realizują kolejne etapy obliczeń pobierając dane z pamięci bębnowej i ładując tam wyniki pośrednie. Pojemność pamięci operacyjnej (PO) maszyny cyfrowej ODRA 1204 daje możliwość przedstawienia wszystkich działań systemu w postaci tylko dwóch programów. Tak zaprojektowany system posiadałby jednak małe tabele robocze w PO, co spowodowałoby znaczne wydłużenie czasu obliczeń i zmusiło do dzielenia sieci na małe grupy punktów.

W podanym dalej schemacie blokowym systemu SWP stosowano następujące skróty:

- PO — pamięć operacyjna,
- PB — pamięć bębnowa,
- RNG — równania normalne danej grupy,
- RNW — równania normalne wiążące.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Deryło-Stępnik J., Kowalska D.: Program wyrównania sieci triangulacyjnych WST. APIG, z. 16, Seria wydawnicza Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa 1974.
- [2] Deryło-Stępnik J., Muszyńska J.: Programy wyrównania i analizowania sieci kąto- liniowej na komputerze Odra 1204. APIG, z. 17, Seria wydawnicza IGiK, Warszawa 1974.
- [3] Gaździcki J.: Rozwiązanie układów równań normalnych na maszynach elektronowych. Prace IGiK, Tom IX, z. 2(20), Warszawa 1962.
- [4] Gaździcki J.: Wyrównanie sieci triangulacyjnych na maszynach elektronowych. Prace IGiK, Tom X, z. 2(22), Warszawa 1963.
- [5] Gaździcki J.: Jednowskaźnikowa notacja krakowianowa. Prace IGiK, Tom XVI, z. 2(38), Warszawa 1969.
- [6] Hausbrandt S.: Zastosowanie algorytmu Banachiewicza do grupowego wyrównania układów obserwacyjnych metodą Pranis-Praniewiczza. Przegląd Geodezyjny, 1/1955.

- [7] *Łukasiewicz E.*: Nowy rodzaj podstawowej osnowy geodezyjnej. Sieci poligonowo-triangulacyjne. Przegląd Geodezyjny, 4/1973.
- [8] *Nowak E.*: Topologiczna analiza sieci geodezyjnych. (Rozprawa doktorska) 1974.
- [9] *Pranis-Praniewicz I. S.*: Rukowodstvo po urawnitielnym wyczisenijam zapałniajuszczej triangulacji II, III, IV klassow. Moskwa 1941.

Recenzował dr inż. Jan Rysz

Rękopis złożono w Redakcji w kwietniu 1976 r.

ИДЗИ ГАЙДЕРОВИЧ

МНОГОГРУППОВОЕ ТОЧНОЕ УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Резюме

В работе представлено систему пяти программ производящих точное (четкое), многогрупповое уравнивание больших, плоских, линейно-угловых сетей. Системе приготовлено для ЭВМ Одра 1204, которая имеет оперативную память ёмкостью 16 к слов и барабанную память ёмкостью 256 к слов. Система эта особенно пригодна для уравнивания полигонометрических сетей (до 3000 пунктов). Она может быть применена для уравнивания триангуляционных сетей содержащих около 1500 пунктов.

Перед уравниванием следует поделить сеть на группы, содержащие не более чем 70 пунктов, и выбрать связывающие пункты.

В работе изложен принцип деления сети на группы и способ приготовления данных. Указано, какие алгоритмы применены, обращая внимание на их оптимальный характер.

IDZI GAJDEROWICZ

MULTI-GROUP PRECISION ADJUSTMENT OF TRAVERSING NETWORKS

Summary

The system of five computer programs for calculating multi-group adjustment of large, horizontal, angular-linear networks is presented. Programs have been designed for the computer Odra 1204 with operational memory with the capacity of 16 k words and outside, drum memory with the capacity of 256 k words. The system is particularly suitable for performing the adjustment of traversing networks (up to 3000 points). System may be utilized for adjustment of triangulation nets consisting of about 1500 points.

Prior to calculations of adjustment the network should be divided into groups consisting of not more than 70 points, and connective points should be selected.

SPIS TREŚCI

BOHDAN BOHONOS	
Technologia wyznaczania dużych, szybkozmiennych przemieszczeń i odkształceń powierzchni terenów górniczych na podstawie zdjęć lotniczych oraz wyniki jej zastosowania	3
JERZY GAŹDZICKI	
Analiza dokładności poziomych sieci geodezyjnych	35
IDZI GAJDEROWICZ	
Wielogrupowe ścisłe wyrównanie sieci poligonowych	51

СОДЕРЖАНИЕ

БОГДАН БОХОНОС	
Технология определения больших, быстроизменяющихся перемещений и деформаций поверхности горнопромышленной местности на основе аэрофотоснимков и результаты её применения	3
ЕЖИ ГАЗЬДИЦКИ	
Анализ точности горизонтальных геодезических сетей	35
ИДЗИ ГАЙДЕРОВИЧ	
Многогрупповое точное уравнивание полигонометрических сетей	51

CONTENTS

BOHDAN BOHONOS	
Technology for determination of large and quickly changing dislocations due to mining, based on interpretation of aerial photography, the results of its implementation	3
JERZY GAŹDZICKI	
Strength analysis of geodetic control networks	35
IDZI GAJDEROWICZ	
Multi-group precision adjustment of traversing networks	51

