

Ekstrapolacja elementów orbity SSZ do celów efemerydalnych

1. Wprowadzenie

Obserwowanie sztucznych satelitów Ziemi, podobnie jak obserwowanie innych ciał niebieskich, wiąże się z koniecznością znajomości pozycji chwilowej obiektu, czyli efemerydy. Przy liczeniu efemerydy SSZ napotyka się na duże trudności, wynikające ze złożoności teorii ruchu satelity wokół Ziemi, na które składają się następujące czynniki: niejednorodność pola grawitacyjnego Ziemi, bliskość satelity do Ziemi, oddziaływanie hamujące atmosfery, oddziaływanie ciśnienia światła słonecznego na satelitę znajdującego się poza cieniem Ziemi. Inne zjawiska, np. oddziaływanie grawitacyjne innych ciał układu słonecznego, zachodzą w przypadku satelitów podobnie jak w przypadku planet.

Rozwiązywanie zagadnienia ruchu SSZ z jednej strony wymaga bardzo długich i żmudnych obliczeń, z drugiej zaś strony jest stosunkowo mało dokładne, czego powodem jest np. niedostateczna znajomość dynamicznego modelu atmosfery. W przypadku satelitów wykorzystywanych w geodezji, których wysokość nad fizyczną powierzchnią Ziemi nie spada na ogół poniżej tysiąca kilometrów, przy liczeniu efemeryd wystarczy ograniczyć się do uwzględniania wpływu grawitacyjnego Ziemi. Wraz ze wzrostem okresu ekstrapolacji elementów orbity SSZ zwiększa się złożoność teorii ruchu i naturalnie ilość niezbędnych do wykonania obliczeń. Równocześnie zwiększanie wymogów dokładnościowych dla wyznaczonej chwilowej pozycji satelity pociąga za sobą rozrost algorytmu obliczeniowego. Celem tej pracy jest określenie metody, umożliwiającej z wymaganą dokładnością ekstrapolować orbitę na długich odcinkach czasu za pomocą prostego modelu matematycznego.

2. Opis metody

Niech EL oznacza zbiór elementów orbity $\{a, e, i, \Omega, \omega, M\}$. W oparciu o teorię perturbowanego ruchu w zagadnieniu dwóch ciał przyjęto następującą definicję chwilowych elementów orbity

$$\varepsilon \hat{EL} \varepsilon_t^0 = \varepsilon_t^m + \delta_{sec} \varepsilon + \delta_{tp} \varepsilon + \delta_{sp} \varepsilon, \quad (1)$$

gdzie: ε_t^0 — element chwilowy na epokę t ,
 $\varepsilon_{t_0}^m$ — element średni na epokę t_0 ,
 $\delta_{sec}\varepsilon$ — perturbacja wiekowa elementu,
 $\delta_{lp}\varepsilon$ — perturbacja długookresowa elementu,
 $\delta_{sp}\varepsilon$ — perturbacja krótkookresowa elementu.

Zakładamy, iż dysponujemy średnimi elementami orbity na epokę t_0 . Zadanie sprowadza się zatem do określenia perturbacji wiekowych, długookresowych i krótkookresowych na epokę t . Ograniczmy się do części pola grawitacyjnego Ziemi opisanej za pomocą harmonik zonalnych. Takie uproszczenie zagadnienia nie wpłynie znacząco na dokładność liczonych efemeryd, gdyż pominięta w ten sposób część pola grawitacyjnego opisana za pomocą harmonik sektorialnych i tesseralnych powoduje jedynie okresowe zmiany elementów orbity. Zgodnie z [6] przyjęto następującą zależność pomiędzy dużą półosią a i ruchem średnim n :

$$n^2 a^3 = GM \left[1 + \frac{3}{4} \frac{J_2 a_e^2}{a^2 (1-e^2)^2} (1 - 3 \cos^2 i) \sqrt{1-e^2} \right], \quad (2)$$

gdzie GM — stała grawitacyjna Ziemi,

J_2 — druga harmonika zonalna potencjału grawitacyjnego Ziemi,

a_e — średni promień równikowy Ziemi.

W celu wyznaczenia perturbacji wiekowych i okresowych posłużono się teorią dwóch nieruchomych centrów Aksenova [1], [2]. Teoria ta posługuje się tzw. ruchem pośrednim, w którym pozycję satelity opisuje się za pomocą elementów pośrednich orbity, zwanych inaczej elementami quasi-keplerowskimi. Dla przypadku perturbacji wiekowych i długookresowych wykorzystano teorię Aksenova po jej uprzednim przystosowaniu do zagadnienia keplerowskiego ruchu perturbowanego. Dla perturbacji krótkookresowych dokonano kompilacji teorii Kozai [4] (perturbacje od J_2) i teorii Aksenova (perturbacje od harmonik wyższych rzędów).

Ostatecznie otrzymano następujące wzory na chwilowe elementy orbity:

$$\begin{aligned} a^\circ &= a + \delta_{sp}a, \\ e^\circ &= e + \delta_{lp}e + \delta_{sl}e, \\ i^\circ &= i + \delta_{lp}i + \delta_{ps}i, \\ \Omega^\circ &= \Omega + \mu v + \delta_{lp}\Omega + \delta_{sp}\Omega, \\ \omega^\circ &= \omega + v + \delta_{lp}\omega + \delta_{sp}\omega, \\ v^\circ &= v + \delta_{lp}v + \delta_{sp}v, \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie v oznacza anomalię prawdziwą, od której za pomocą równania Keplera i anomalii mimośrodowej E łatwo przejść do anomalii średniej M .

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \quad E = M - e \sin E. \quad (4)$$

Wielkości μ i ν są współczynnikami zmian wiekowych odpowiednio dla długości węzła wstępującego Ω i argumentu perigeum ω . Wyznacza się je natępująco:

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{\cos i}{\sin i} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{2n} M_{2n-1}^{(0)} \frac{dL_{2n}^{(0)}}{d(\sin i)}, \\ \nu &= -\frac{1}{e} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{2n} L_{2n}^{(0)} \frac{dM_{2n-1}^{(0)}}{de} + \mu \cos i. \end{aligned} \quad (5)$$

Perturbacje długookresowe opisuje się za pomocą następujących wzorów:

$$\begin{aligned} \delta_{lp} e &= \frac{1-e^2}{e \nu} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \sum_{k=\bar{k}}^{\bar{m}} 2M_{m-1}^{(2k+\bar{k}_1)} L_m^{(2k+\bar{k}_1)} \cos[(2k+\bar{k}_1)g] \\ \delta_{lp} i &= -\frac{\cos i}{\nu \sin i} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \sum_{k=\bar{k}}^{\bar{m}} 2M_{m-1}^{(2k+\bar{k}_1)} L_m^{(2k+\bar{k}_1)} \cos[(2k+\bar{k}_1)g], \\ \delta_{lp} \Omega &= \frac{\cos i}{\nu \sin i (4-5 \sin^2 i)} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \sum_{k=\bar{k}}^{\bar{m}} \frac{1+\bar{k}}{k(1+\bar{k})+\bar{k}} M_{m-1}^{(2k+\bar{k}_1)} R_m^{(2k+\bar{k}_1)} \sin[(2k+\bar{k}_1)g] \\ \delta_{lp} \omega &= -\frac{1}{\nu e} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \sum_{k=\bar{k}}^{\bar{m}} \frac{1+\bar{k}}{k(1+\bar{k})+\bar{k}} L_m^{(2k+\bar{k}_1)} Q_{m-1}^{(2k+\bar{k}_1)} \sin[(2k+\bar{k}_1)g] - \cos i \delta_{lp} \Omega \\ \delta_{lp} v &= \frac{(1+e \cos v)^2}{\nu e} \sum_{m=2}^{\infty} \gamma_m \sum_{k=\bar{k}}^{\bar{m}} \frac{1+\bar{k}}{k(1+\bar{k})+\bar{k}} L_m^{(2k+\bar{k}_1)} \frac{dM_{m-1}^{(2k+\bar{k}_1)}}{de} \sin[(2k+\bar{k}_1)g] + \\ &\quad + \frac{2+e \cos v}{1-e^2} \sin v \delta_{lp} e \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie: $g = \nu v + \omega - \left(\frac{\pi}{2}\right)$, $k = (m+1) \bmod 2$, $m = \text{entier}\left(\frac{m}{2}\right) - 1$, $k_1 = (m$

$\bmod 2$ oraz $\gamma_m = J_m \left[\frac{a_e}{a(1-e^2)} \right]^m$ przy czym J_m oznacza m -tą harmonikę zonalną ziemskiego potencjału grawitacyjnego. Występujące we wzorach funkcje $M_n^{(k)} = M_n^{(k)}(e)$ oraz $L_n^{(k)} = L_n^{(k)}(\sin i)$ liczone są za pomocą wzorów rekurencyjnych zgodnie z [2]. Funkcje $Q_n^{(k)}$ oraz $R_n^{(k)}$ są kombinacjami $L_n^{(k)}$, $M_n^{(k)}$ oraz ich pochodnych.

Perturbacje krótkookresowe określone są następująco:

$$\varepsilon^{\hat{e}} EL \delta_{sp} \varepsilon = \delta_{sp} \varepsilon_{J_2} + \delta_{sp} \varepsilon_{J_k} \quad k = 3, 4, \dots \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \delta_{sp} a_{J_2} &= -\frac{3}{2} \frac{\bar{\gamma}_2}{a} \left[\frac{2}{3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e^2)^{-3/2} \right\} + \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin^2 i \cos 2(v+\omega) \right], \\ \delta_{sp} e_{J_2} &= -\frac{1-e^2}{e} \frac{3}{2} \frac{\bar{\gamma}_2}{a^2} \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(\frac{a}{r} \right)^3 - (1-e^2)^{-3/2} \right\} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin^2 i \cos 2(v+\omega) \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\sin^2 i}{2e} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\bar{\gamma}_2}{a^2(1-e^2)} \left[\cos 2(v+\omega) + e \cos(v+2\omega) + \frac{1}{3} e \cos(3v+2\omega) \right], \\
\delta_{sp} i_{J_2} &= -\frac{3}{8} \frac{\bar{\gamma}_2}{a^2(1-e^2)^2} \sin 2i [\cos 2(v+\omega) + e \cos(v+2\omega) + \frac{1}{3} e \cos(3v+2\omega)], \\
\delta_{sp} \Omega_{J_2} &= \frac{3}{2} \frac{\bar{\gamma}_2}{a^2(1-e^2)^2} \cos i \left[v-M + e \sin v - \frac{1}{2} \sin 2(v+\omega) - \frac{1}{2} e \sin(v+2\omega) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6} e \sin(3v+2\omega) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{sp} \omega_{J_2} &= -\frac{3}{2} \frac{\bar{\gamma}_2}{a^2(1-e^2)^2} \left[\left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) (v-M + e \sin v) + (1 - \right. \\
& \quad \left. - \frac{3}{2} \sin i \right) \left\{ \frac{1}{e} \left(1 - \frac{1}{4} e^2 \right) \sin v + \frac{1}{2} \sin 2v + \frac{1}{12} e \sin 3v \right\} - \\
& \quad - \frac{1}{e} \left\{ \frac{1}{4} \sin^2 i + \left(\frac{1}{2} - \frac{15}{16} \sin^2 i \right) e^2 \right\} \sin(v+2\omega) + \\
& \quad + \frac{1}{16} e \sin^2 i \sin(v-2\omega) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{5}{2} \sin^2 i \right) \sin 2(v+\omega) + \\
& \quad + \frac{1}{e} \left\{ \frac{7}{12} \sin^2 i - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{19}{8} \sin^2 i \right) e^2 \right\} \sin(3v+2\omega) + \\
& \quad + \frac{3}{8} \sin^2 i \sin(4v+2\omega) + \frac{1}{16} e \sin^2 i \sin(5v+2\omega) \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{sp} M_{J_2} &= -\frac{3}{2} \frac{\bar{\gamma}_2}{a^2(1-e^2)^2} \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \left[-\left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \left\{ \left(1 - \frac{1}{4} e^2 \right) \sin v + \frac{e}{2} \sin 2v + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{e^2}{12} \sin 3v \right\} + \sin^2 i \left\{ \frac{1}{4} \left(1 + \frac{5}{4} e^2 \right) \sin(v+2\omega) - \frac{1}{16} e^2 \sin(v-2\omega) - \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{7}{12} \left(1 - \frac{1}{28} e^2 \right) \sin(3v+2\omega) - \frac{3}{8} e \sin(4v+2\omega) - \frac{1}{16} e^2 \sin(5v+2\omega) \right\} \right],
\end{aligned}$$

gdzie $\bar{\gamma}_2 = J_2 a_e^2$

$$\begin{aligned}
\delta_{sp} a_{J_k} &= -2a \left[\sum_{k=1}^{\infty} a_{k,0} \cos ku + \sum_{k=0}^{\infty} a_{k,1} \cos(ku+v) + \sum_{k=2}^{\infty} a_{k,-1} \cos(ku-v) \right], \\
\delta_{sp} e_{J_k} &= \frac{1-e^2}{2ae} \delta_{sp} a_{J_k} - \left[\sum_{k=1}^{\infty} b_{k,0} \cos ku + \sum_{k=0}^{\infty} b_{k,1} \cos(ku+v) + \sum_{k=2}^{\infty} b_{k,-1} \cos(ku-v) + \right. \\
& \quad \left. + \sum_{k=0}^{\infty} b_{k,2} \cos(ku+2v) + \sum_{k=1}^{\infty} b_{k,-2} \cos(ku-2v) \right], \\
\delta_{sp} i_{J_k} &= -\frac{\cos i}{\sin i} \left[\sum_{k=1}^{\infty} c_{k,0} \cos ku + \sum_{k=0}^{\infty} c_{k,1} \cos(ku+v) + \sum_{k=2}^{\infty} c_{k,-1} \cos(ku-v) \right], \quad (9) \\
\delta_{sp} \Omega_{J_k} &= -\frac{\cos i}{\sin i} \left[\sum_{k=1}^{\infty} d_{k,0} \sin ku + \sum_{k=0}^{\infty} d_{k,1} \sin(ku+v) + \sum_{k=2}^{\infty} d_{k,-1} \sin(ku-v) \right], \\
\delta_{sp} \omega_{J_k} &= -\cos i \delta_{sp} \Omega_{J_k} - \left[\sum_{k=1}^{\infty} e_{k,0} \sin ku + \sum_{k=0}^{\infty} e_{k,1} \sin(ku+v) + \sum_{k=2}^{\infty} e_{k,-1} \sin(ku-v) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k=0}^{\infty} e_{k,2} \sin(ku+2v) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^{\infty} e_{k,-2} \sin(ku-2v) + \sum_{k=0}^{\infty} e_{k,3} \sin(ku+3v) + \\
 & + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 3}}^{\infty} e_{k,-3} \sin(ku-3v) \Big], \\
 \delta_{sp} M_{J_k} = & - \frac{2+e \cos v}{(1+e \cos v)^2} \sqrt{1-e^2} \sin v \delta_{sp} e_{J_k} - \left[\sum_{k=0}^{\infty} f_{k,0} \sin ku + \sum_{k=0}^{\infty} f_{k,1} \sin(ku+v) + \right. \\
 & + \sum_{k=2}^{\infty} f_{k,1} \sin(ku-v) + \sum_{k=0}^{\infty} f_{k,2} \sin(ku+2v) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^{\infty} f_{k,-2} \sin(ku-2v) + \\
 & \left. + \sum_{k=0}^{\infty} f_{k,-3} \sin(ku+3v) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 3}}^{\infty} f_{k,3} \sin(ku-3v) \right],
 \end{aligned}$$

gdzie $u = \omega + v - \frac{\pi}{2}$, zaś wielkości $a_{k,i}$, $b_{k,i}$, $c_{k,i}$, $d_{k,i}$, $e_{k,i}$, $f_{k,i}$ mają bardzo złożoną postać. Formuły określające te wielkości są podane w pracy [8]. Dla przykładu

$$\begin{aligned}
 e_{k,1} = & \frac{1}{e} \left[\frac{1}{k+1} \sum_{n=k}^{\infty} \gamma_n (n+1) L_n^{(k)} + \frac{2k}{k+1} \sum_{n=k}^{\infty} \gamma_n L_n^{(k)} + \right. \\
 & \left. + e \left[\frac{9}{k+1} \sum_{n=k}^{\infty} \gamma_n \frac{n(n^2-1)}{24} L_n^{(k)} + \frac{k}{k+1} \sum_{n=k}^{\infty} \gamma_n \frac{(n-1)^2}{4} L_n^{(k)} \right] \right]. \tag{10}
 \end{aligned}$$

3. Analiza metody

Analizę metody przeprowadzono w sposób numeryczny. Wybrano w tym celu 5 sztucznych satelitów Ziemi o różnej charakterystyce (Tabela 1).

Ekstrapolację orbit przeprowadzono w oparciu o elementy orbit wyrównane na podstawie dużej liczby precyzyjnych obserwacji satelitów wykonanych na stacjach sieci SAO [7], [11], bądź też w oparciu o przybliżone elementy orbit podawane przez SAO dla celów efemerydalnych. W przybliżonych elementach orbit zaobserwowano niezgodności pomiędzy dużą półosią, a ruchem średnim sięgające dziesiątków, a nawet setek metrów w wielkości dużej półosi. Do ekstrapolacji przyjęto dwa zestawy przybliżonych elementów orbit. W pierwszym, podane przez SAO elementy a , e , i , Ω , ω , M , w drugim zaś zmieniono dużą półoś a , obliczając ją na podstawie (2), wychodząc z ruchu średniego n .

Tablica 1

Nazwa satelity	Masa (kg)	Kształt	Wymiary (m)	Nachylenie orbity	Perigeum (km)	Apo- geum (km)	Okres (h)
Explorer IX	6,6	kula	śred. 3,7	38,9°	507	2548	1,95
Vanguard 3	68,0	sferoida	dług. 2,5	33,4°	511	3720	2,16
Midas 4	1800,0	walec	śred. 0,5 dług. 9,0	95,9°	3501	3752	2,77
Anna 1B	161,0	sferoida	śred. 1,5 dług. 0,9	50,1°	1082	1178	1,80
Geos A	175,0	ośmiościan z ostrosłupem	śred. 1,2 wys. 0,8	59,4°	1125	2266	2,01

Anomalię średnią liczone na podstawie wzoru

$$M = M_0 + n(t - T_0) + n_1(t - T_0)^2. \quad (11)$$

Część nieliniową względem czasu (11) uwzględniono jedynie przy obliczaniu orbit satelitów Explorer IX i Vanguard 3, gdyż ze względu na silną eliptyczność ich orbit oraz stosunkowo bliskie perigeum współczynnik n_1 osiąga wartość mającą istotny wpływ na chwilową anomalię średnią.

Błędy ekstrapolacji określono przez porównanie obliczonych pozycji satelity z obserwowanymi. Posłużono się precyzyjnie zredukowanymi obserwacjami fotograficznymi wykonanymi za pomocą kamer Baker-Nunn z następujących stacji: Arequipa, San Fernando, Shiraz, Woomera [7], [9], [10]. Wyniki obliczeń zostały przedstawione w formie graficznej na pięciu załączonych do pracy wykresach. Przedstawiają one błędy ekstrapolacji orbit wybranych sztucznych satelitów Ziemi wyrażone w stopniach łuku mierzonych na topocentrycznej sferze niebieskiej, czyli innymi słowy błędy nacelowania na satelitę kamerą ustawioną według ekstrapolowanych efemeryd. Linia ciągłą oznaczono orbity, dla których jako elementy początkowe w procesie ekstrapolacji przyjęto elementy wyrównane na podstawie precyzyjnych obserwacji. Liniami kropkowaną i przerywaną oznaczono orbity, dla których jako elementy początkowe służyły przybliżone elementy SAO, przy czym w przypadku pierwszym użyto podanych przez SAO sześć elementów (a , e , i , Ω , ω , M), zaś w przypadku drugim użyto wielkość dużej półosi obliczoną z ruchu średniego n za pomocą wzoru (2).

W przykładzie obliczeniowym dotyczącym satelity Explorer IX elementy początkowe przyjęte dla każdego z trzech wariantów orbity były zadane na tę samą epokę. W przykładach dotyczących satelitów GEOS-A

i Vanguard 3 epoka przybliżonych elementów początkowych SAO jest wcześniejsza od epoki, na którą określone zostały elementy wyrównane na podstawie precyzyjnych obserwacji SSZ, odpowiednio o 12 i 7 dni. Skala czasu w tych przypadkach odniesiona jest do epoki precyzyjnych elementów początkowych.

Obliczenia orbit przeprowadzono przy użyciu programu obliczeniowego w języku FORTRAN-IV na maszynie cyfrowej CDC-3170. W obliczeniach ograniczono się do perturbacji od J_2 , J_3 , J_4 .

4. Wnioski

Proponowana metoda nie może być stosowana w szczególnych przypadkach, tzn. orbity kołowej, orbity równikowej oraz orbity o nachyleniu krytycznym. W wymienionych przypadkach można skorzystać z rozwiązania równań ruchu perturbowanego względem innego zbioru elementów orbity, lub z innych teorii ruchu. Najbardziej uniwersalnym i jednocześnie prostym w obliczeniach na maszynie cyfrowej rozwiązaniem wydaje się być metoda Aksenova [1] oparta na teorii dwóch nieruchomych centrów.

Pominięcie hamującego wpływu atmosfery nakłada dalsze ograniczenia na stosowalność opracowanej metody, wyklucza ono bowiem możliwość ekstrapolacji tzw. niskich orbit. W praktyce przy liczeniu chwilowych pozycji satelitów o niskich orbitach stosuje się metody polegające na wyrównaniu teoretycznej orbity w oparciu o obserwacje. Dla niskich orbit można stosować zatem opisaną metodę jako główny trzon algorytmu wyrównania orbity.

Otrzymane wyniki potwierdzają, iż dokładność predykcji orbity zależy od jej wysokości nad powierzchnią Ziemi, kształtu orbity oraz kształtów, rozmiarów i masy satelity. Przykładowo bardzo wymowne jest zestawienie dokładności ekstrapolowanych orbit satelitów Explorer IX i Vanguard 3. Satelity te krążą po bardzo zbliżonych do siebie orbitach (Tablica 1), jednakże pierwszy z nich jest lekką kulą o względnie dużej średnicy, tzw. satelitą balonem, drugi zaś w znacznie mniejszej objętości zawiera dziesięciokrotnie większą masę.

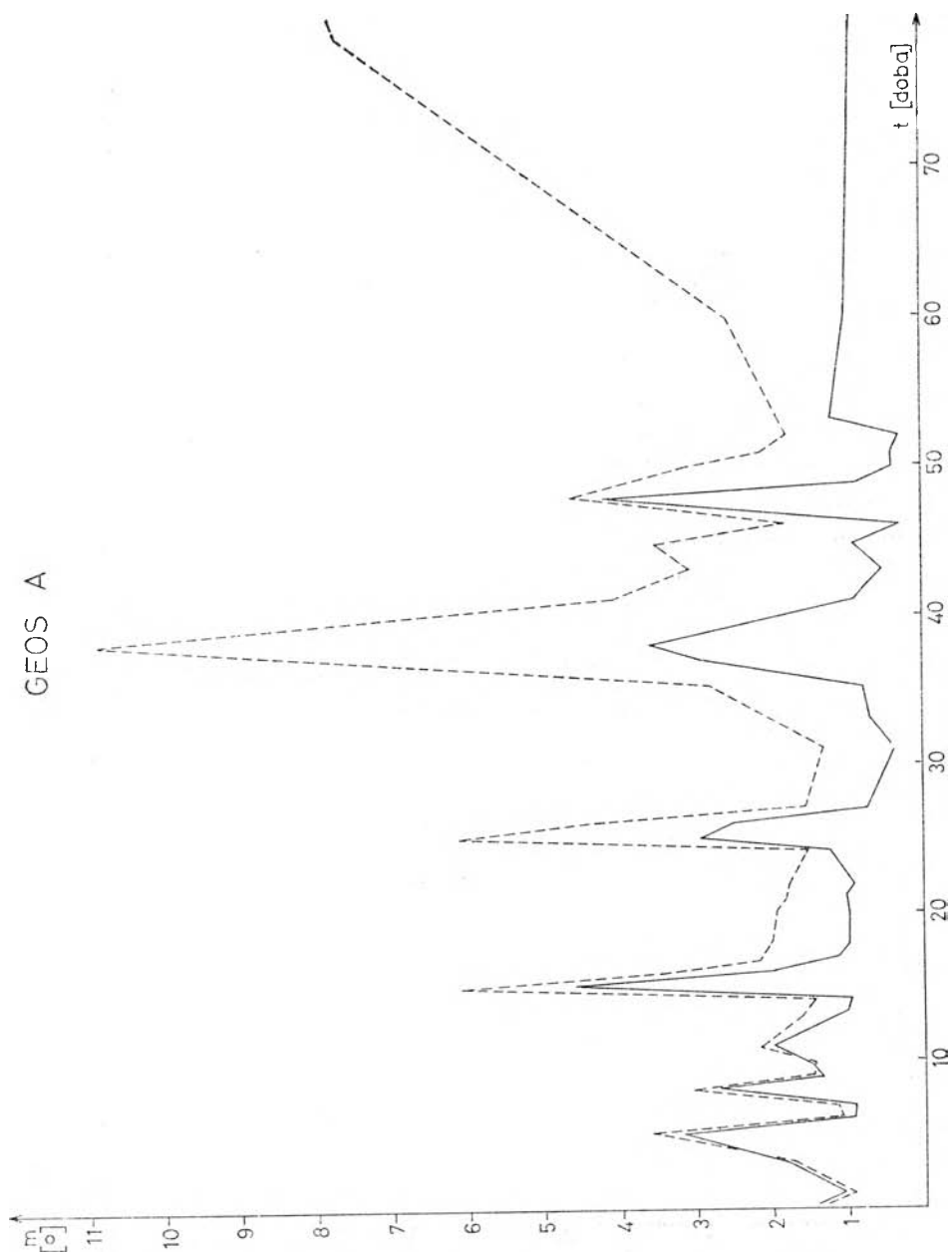
Dokładność ekstrapolowanej orbity w dużym stopniu uwarunkowana jest dokładnością początkowych elementów orbity. Najlepsze wyniki uzyskuje się wówczas, gdy jako elementy początkowe przyjmuje się elementy orbity wyrównanej na podstawie dużej liczby precyzyjnych obserwacji. W praktyce jednak, elementy takie są nieosiągalne, gdyż liczenie efemeryd poprzedza kampanię obserwacyjną. Korzysta się zatem z ekstrapolowanych orbit wyrównanych na podstawie mało dokładnych obserwacji. Naj-

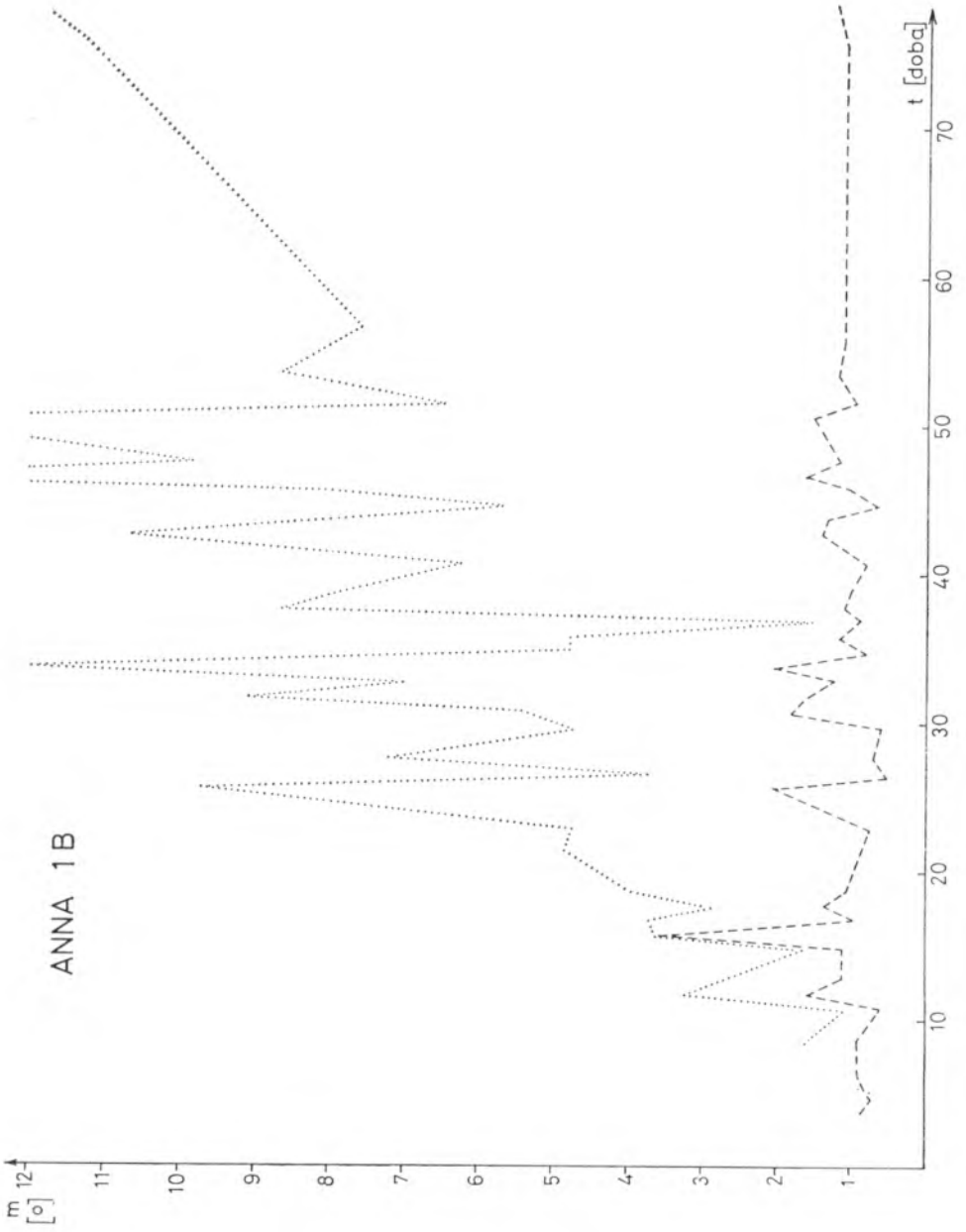
lepszymi, a zarazem dostępnymi są przybliżone elementy orbit opracowane przez SAO. Nieścisłości występujące w elementach przybliżonych pomiędzy dużą półosią a ruchem średnim zostały zilustrowane na wykresach w przypadkach satelitów ANNA 1B, Explorer IX i Vanguard-3. Dla satelity GEOS-A wielkość przybliżonej dużej półosi została podana prawidłowo.

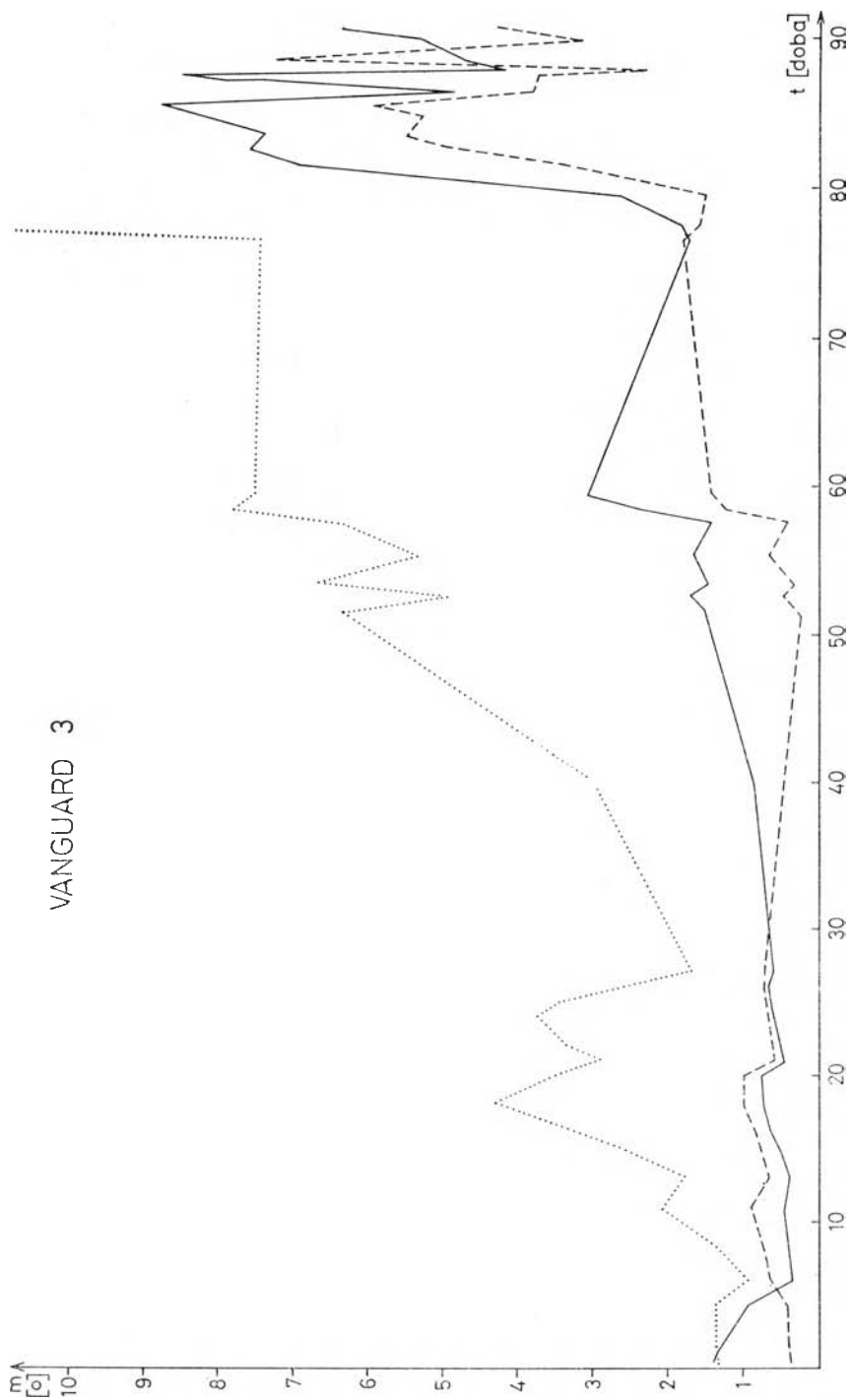
Istotnym wnioskiem jest, iż jeśli w początkowych elementach orbity dysponujemy ruchem średnim, wówczas dużą półoś — jako jeden z elementów początkowych — należy obliczyć z wzoru (2) na podstawie n .

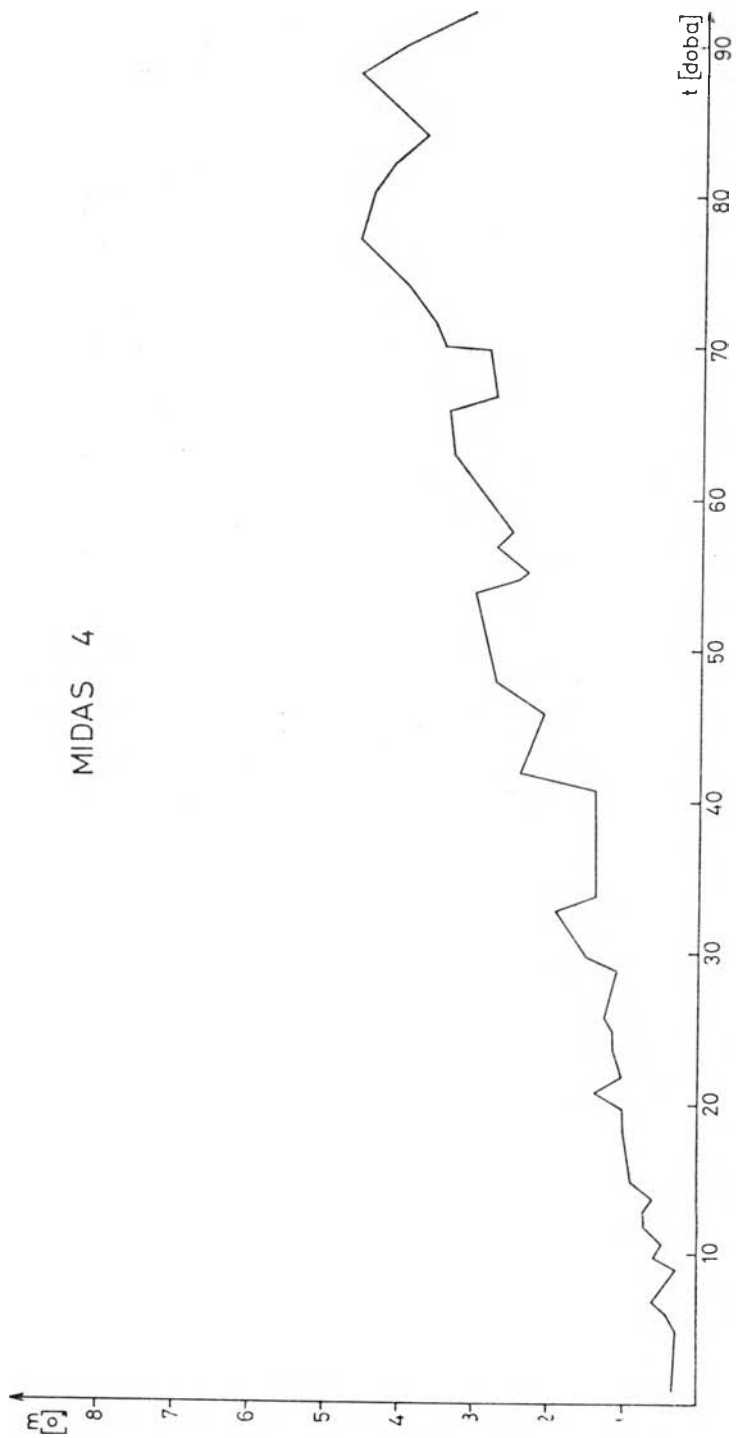
W przybliżonych elementach SAO występuje także wielkość n_1 (11), charakteryzująca zmianę w czasie ruchu średniego. Wielkość tę należy uwzględniać, jeśli przekracza ona wartość 10^{-6} . W przypadku satelity Explorer IX, wielkość n_1 wykazuje znaczną zmianę w czasie. Nieuwzględnianie zmienności n_1 , czyli drugiej pochodnej ruchu średniego względem czasu, powoduje, iż stosunkowo szybko błąd ekstrapolacji orbity przekracza dopuszczalne granice. Z faktem tym należy się jednak pogodzić korzystając z przybliżonych elementów SAO, gdyż nie zawierają one dalszych pochodnych ruchu średniego względem czasu.

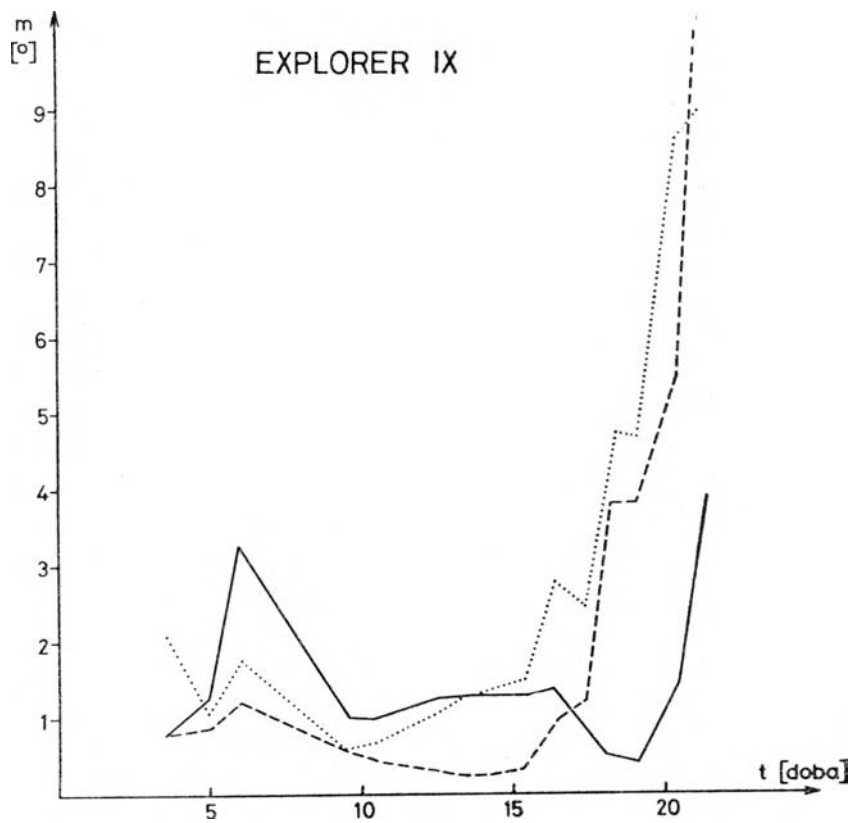
Dokonana analiza wykazała pełną przydatność opracowanej metody do wykorzystania jej w celu liczenia efemeryd satelitów geodezyjnych dla obserwacji fotograficznych. Z dokładnością wymaganą przy fotograficznych obserwacjach SSZ można ekstrapolować orbity na co najmniej miesiąc naprzód, co wydaje się dostatecznie długim okresem, zapewniającym stacji obserwacyjnej w sposób ciągły efemerydy, zważywszy, iż przybliżone elementy SAO opracowywane są w odstępach 2-tygodniowych.











BIBLIOGRAFIA

- [1] *Aksenow E.P.*: Asimietricznyje promierzutocznyje orbity iskustwiennych sputnikow Ziemli. Soobszczenija GAISH, No 155, 1968.
- [2] *Aksenov E.P.*: Wiekawyje i dołgopierjodiczeskije wozmuszczenija sputnika osiesimietricznoj płaniety. Trudy GAISH, Tom XXXVI, 1967.
- [3] *Gaposchkin E.M.*: 1973 Smithsonian Standard Earth (III), SAO Special Report No 353, 1973
- [4] *Kozai Y.*: The motion of a close Earth satellite, The Astronomical Journal, Vol. 64, No 9, 1959.
- [5] *Kryński J.*: Theory of two motionless centres and its application to the improvement of orbits of artificial satellites of the Earth, Invited paper, Scientific Seminar, Sopron, 1974.
- [6] *Lundquist C.A., Veis G.*: Geodetic parameters for a 1966 Smithsonian Institution Standard Earth, Vol. 1, 2, SAO Special Report No 200, 1966.
- [7] *Lundquist C.A.*: Geodetic satellite results during 1967, SAO Special Report No 264, 1967.
- [8] *Sorokin N.A.*: Korotkopieriodiczeskije wozmuszczenija wtorowo poriadka w dwizenii iskustwiennowo sputnika. Naucznyje Informacii, Astronomiczeskij Sowiet AN SSSR, No 25, 1972.
- [9] Catalog of precisely reduced observations, SAO Special Report No 256, 1967.
- [10] Catalog of precisely reduced observations, SAO Special Report No 168, 1965.
- [11] Catalog of satellite orbital data, SAO Special Report No 257, 1967.

Recenzował doc. dr hab. inż. Janusz Zieliński

Rękopis złożono w Redakcji w styczniu 1976 r.

ЯН КРЫНСКИ

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТЫ ИСЗ ДЛЯ ЭФЕМЕРИДНЫХ ЦЕЛЕЙ

Резюме

В работе представлен общий план использования теории движения ИСЗ вычисления эфемерид при фотографических наблюдениях. Вопрос теории движения ИСЗ решен в системе Standard Earth I с использованием теории кратковременной пертурбации Козаи (в отнесении к зональной гармонике J_2) и модифицированной теории Аксенова (в отнесении к пертурбации вековой, долговременной и кратковременной). Вычислительную программу разработано на языке FORTRAN IV с помощью которой можно получить позицию спутника на заданный момент. Используя точные фотографические наблюдения, выполненные на четырех станциях сети Smithsonian Astrophysical Observatory, а также разного типа орбитальные данные 5 спутников, что эфемериды геодезических спутников, вычисленные на период одного месяца, обеспечивают точность кратковременной позиции требуемую при фотографических наблюдениях.

JAN KRYŃSKI

PREDICTION OF ELEMENTS OF THE ARTIFICIAL EARTH
SATELLITES FOR EPHEMERIDAL PURPOSES

Summary

A general scheme of the use of the motion theory of the Earth Artificial Satellites to get ephemerides for photographic observation is described in the paper. The problem of the motion theory of artificial satellites was solved in of Standard Earth I system using the Kozai's theory of short-period perturbations (with reference to J_2 zonal harmonic) and the modified Aksenov's theory (with reference to secular, long-period and short-period perturbations). Calculating programme in the FORTRAN IV language was elaborated, due to which the position of a satellite at a definite moment is specified. Taking an advantage of the precise photographic observation performed at four stations of Smithsonian Astrophysical Observatory system and also of various types of orbital data of 5 satellites, the analysis of the usefulness of the method was performed. It was proved that ephemerides of geodetic satellites for the period of one month ensure the accuracy of a position required for photographic observations.