PRACE INSTYTUTU GEODEZJI I KARTOGRAFII
Tom XXIII, Zeszyt 2(53), 1976

KAZIMIERZ A. CZARNECKI
JERZY B. ROGOWSKI

77.072:629.785

Metoda transformacji, jaką należy stosować w procesie opracowania fotogramów satelitarnych

1. Wprowadzenie

W procesie opracowania fotogramów satelitarnych występuje konieczność stosowania transformacji w celu wyznaczenia topocentrycznych współrzędnych równikowych sztucznego satelity w momencie synchronicznym (dla pary lub większej liczby fotogramów wykonanych przez różne stacje) lub też w momentach odpowiadających poszczególnym śladom satelity na fotogramie. Transformacje te można zilustrować schematem (rys. 1).

$$\begin{tikzcd}
 & & \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} \arrow[d, Rightarrow] & \\
\begin{bmatrix} \alpha_g \\ \delta_g \end{bmatrix} \arrow[r, Rightarrow, "(J)"] & \begin{bmatrix} \xi_g \\ \eta_g \end{bmatrix} \arrow[r, Rightarrow] & (T) \arrow[d, Rightarrow] & \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \end{bmatrix} \arrow[l, Rightarrow] \\
 & & \begin{bmatrix} \xi_s \\ \eta_s \end{bmatrix} \arrow[r, Rightarrow, "(J)"] & \begin{bmatrix} \alpha_s \\ \delta_s \end{bmatrix}
\end{tikzcd}$$

Rys. 1

Symbolem **(J)** oznaczono na tym schemacie transformację współrzędnych równikowych (α, δ) na współrzędne idealne (tangencjalne) (ξ, η). Transformacja ta jest szczegółowo opracowana dla celów astronometrii fotograficznej, a dla celów satelitarnych można ją znaleźć w pracy G. Veisa „Geodetic uses of artificial satellites”.

Aby wyznaczyć współrzędne równikowe sztucznego satelity (α_s, δ_s) na podstawie pomierzonych na fotogramie współrzędnych prostokątnych, należy oprócz transformacji (**J**) znać także transformację (**T**). Parametry tej transformacji można wyznaczyć na podstawie współrzędnych idealnych i współrzędnych prostokątnych gwiazd oporowych.

Znajomość parametrów transformacji (**T**) pozwala przekształcać współrzędne prostokątne satelity na współrzędne idealne. Te z kolei można przekształcić na współrzędne równikowe za pomocą transformacji (**J**).

Znane są propozycje stosowania do transformacji (**T**) wielomianów drugiego lub trzeciego stopnia zmiennych x, y. Są także algorytmy, w których wykorzystuje się wielomiany jeszcze wyższych stopni, jeżeli na to pozwala liczba gwiazd oporowych. Stosowanie wielomianów trzeciego stopnia można uznać w pewnym przybliżeniu jako uzasadnione, biorąc pod uwagę wpływy wad optycznych układu obiektywowego kamery na odwzorowanie obiektów na fotogramie. Niektóre błędy układu optycznego (a więc błędy o charakterze systematycznym) są proporcjonalne do trzecich potęg współrzędnych prostokątnych. Wielomiany wyższych stopni mogą być błędnym modelem transformacji (**T**), stwarzającym niebezpieczeństwo aproksymacji błędów pomiaru.

Badania transformacji, które przeprowadzili autorzy, potwierdzają powyższy sąd. Jest prawie regułą, że niektóre współczynniki wielomianów przy wyrazach wyższych stopni wyznacza się metodą najmniejszych kwadratów z błędami średnimi wielokrotnie przewyższającymi wartości współczynników.

Istnieje zatem potrzeba poszukiwania metody transformacji wolnej od wad metod wyżej scharakteryzowanych.

2. Nowa metoda transformacji

Niech $\mathbf{r}$ oznacza wektor wodzący punktu-gwiazdy na fotogramie w układzie współrzędnych prostokątnych, którego początek wyznaczają znaczki tłowe fotogramu. Przyjmijmy, że wektor $\mathbf{r}$ jest uwolniony od wpływu błędów systematycznych, mających źródło w wadach układu optycznego kamery. Zaobserwowane na koordynatometrze współrzędne x, y (odniesione do układu znaczków tłowych fotogramu) będą obarczone ponadto błędami systematycznymi związanymi ze zjawiskami regularnego skurczu materiału fotograficznego oraz z nieprostopadłością i różnymi skalami obu osi koordynatometru.

Wpływ tych błędów może zostać uwzględniony w następującym modelu transformacji wektorów $\mathbf{r}_i$ na wektorze $\mathbf{k}_i$ (w układzie współrzędnych idealnych)

$$\mathbf{A}\underline{\mathbf{r}}_i = \mathbf{k}_i, \tag{1}$$

przy czym $\mathbf{A}$ jest macierzą transformacji afinicznej $\mathbf{A}_1$ uzupełnioną wektorem $\mathbf{u}$ (wektor położenia środka układu — x, y w układzie — ξ, η),

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \vdots \mathbf{u},$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix},$$

zaś

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix}, \qquad \underline{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \cdots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Wady optyczne układu obiektywowego kamery powodują zniekształcenia wektorów $\mathbf{r}_i$ na fotogramie o $d\mathbf{r}_i$. Wektory $d\mathbf{r}_i$ są funkcjami wymienionych błędów optycznych i wektorów $\mathbf{r}_i$.

$$d\mathbf{r}_i = f(\mathbf{b}, \mathbf{r}_i) = \mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b}. \tag{2}$$

Zależność (2) może być zapisana następująco:

$$\mathbf{F}_{(\mathbf{r})}\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \dfrac{-x^2}{f^2} & \dfrac{xy}{f^2} & l^2x & l^4x \\ \dfrac{-xy}{f^2} & \dfrac{-y^2}{f^2} & l^2y & l^4y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix},$$

przy czym:

$$l^2 = x^2 + y^2,$$

dx, dy — współrzędne środka optycznego fotogramu w układzie (x, y),
C_1, C_2 — współczynniki w równaniu dystorsji.

Oznaczając

$$\overline{d\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{(\mathbf{r})}\mathbf{b} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

wzór (1) przepiszemy w postaci

$$\mathbf{A}(\underline{\mathbf{r}}_i + \overline{d\mathbf{r}}_i) = \mathbf{k}_i \tag{3}$$

Jeżeli liczba gwiazd oporowych jest większa niż 5, to parametry transformacji, tzn. macierz $\mathbf{A}_1$ i wektory $\mathbf{u}$, $\mathbf{b}$, można wyznaczać metodą najmniejszych kwadratów z równań o postaci

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A}\underline{\mathbf{r}}_i + \mathbf{A}_1\mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b} - \mathbf{k}_i. \tag{4}$$

Problem ten może też być opisany procesem iteracyjnym, a mianowicie: przyjmując

$$\mathbf{A}^{(p+1)} = \mathbf{A}^{(p)} + d\mathbf{A}^{(p+1)},$$

otrzymamy

$$\mathbf{v}_i = d\mathbf{A}^{(p+1)}\mathbf{r}_i + \mathbf{A}_1^{(r)}\mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b} + (\mathbf{A}^{(p)}\mathbf{r}_i - \mathbf{k}_i),$$

przy czym $\mathbf{A}^{(p=0)} = \mathbf{0}$.

Jeżeli za pomocą proponowanej metody transformacji będzie się opracowywać fotogramy satelitarne ze stosunkowo dużą liczbą gwiazd oporowych (ok. 20), to metoda umożliwia wyznaczanie aktualnych parametrów optycznych kamery w procesie opracowywania fotogramów.

W przypadku mniejszej liczby gwiazd oporowych metoda umożliwia kontrolę zmienności parametrów kamery w trakcie opracowywania obserwacji, a także transformowanie współrzędnych z uwzględnieniem wartości parametrów uzyskanych z okresowych badań kamery.

Wzory do takiej transformacji otrzymamy na podstawie wzoru (3)

$$\mathbf{k}_i = \mathbf{A}_1 (\mathbf{r}_i + \mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b}) + \mathbf{u}.$$

Proponowana metoda transformacji ma dodatkowo tę zaletę, że uwzględnia wpływ pewnych błędów sytematycznych, mających źródło zarówno w kamerze satelitarnej, jak i w koordynatometrze, a także w deformacjach materiału fotograficznego.

Recenzował prof. dr hab. Czesław Kamela

Rękopis złożono w Redakcji w styczniu 1976 r.

КАЗИМЕЖ А. ЧАРНЕЦКИ
ЕЖИ Б. РОГОВСКИ

МЕТОД ТРАНСФОРМАЦИИ, КОТОРЫЙ СЛЕДУЕТ ПРИМЕНЯТЬ В ПРОЦЕССЕ ОБРАБОТКИ СПУТНИКОВЫХ ФОТОГРАММ

Резюме

Работа содержит предложение метода трансформации, который учитывает влияние систематических ошибок, имеющих источник в некоторых недостатках координатометров, в деформации фотографического материяла и в недостатках объективной системы спутниковой камеры. Трансформацию можно описать с помощью системы уравнений в виде:

$$\mathbf{v}_i = d\mathbf{A}^{(p+1)}\,\mathbf{r}_i + \mathbf{A}_1^{(p)}\,\mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\,\mathbf{b} + \left(\mathbf{A}^{(p)}\,\mathbf{r}_i - \mathbf{k}_i\right),$$

в которой введено обозначения:

$\underset{2,2}{\mathbf{A}_1}$ — матрица аффинной трансформации,

$\underset{2,3}{d\mathbf{A}}$ — матрица неизвестных аффинной трансформации дополненная вектором неизвестных $\underset{2,1}{\mathbf{u}}$ (положение середины системы прямоугольных координат x, y в системе идеальных координат (тангенсальных) ξ, η).

$\underset{4,1}{\mathbf{b}}$ — вектор неизвестных оптических параметров камеры,

$\underset{3,1}{\mathbf{r}}$ — вектор замеченных на фотограмме координат x, y дополненный единицей,

$\underset{2,4}{\mathbf{F}(\mathbf{r})}$ — матрица коэффициентов в уравнении оптических параметров камеры, являющихся функцией вектора $\mathbf{r}$.

$\underset{2,1}{\mathbf{k}}$ — вектор тангенцяльных координат ξ, η.

Система уравнений трансформации решается методом наименьших квадратов в итерационной процедуре, принимая $\mathbf{A}^{(p=0)} = \mathbf{0}$.

Метод разрешает определить актуальные оптические параметры камеры в процессе обработки спутниковых фотограмм (уравнение (1)) и трансформацию следа спутника на основе уравнения (2)

$$\mathbf{k}_i = \mathbf{A}_1\,(\mathbf{r}_i + \mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b}) + \mathbf{u}\,.$$

KAZIMIERZ A. CZARNECKI
JERZY B. ROGOWSKI

METHOD OF TRANSFORMATION TO BE APPLIED TO THE ELABORATION OF SATELLITE PHOTOGRAMMES

Summary

The proposal of transformation method including influence of systematical errors, which sourses are in some defects of coordinatometers, photographic material deformations and defects of the objective system of a satellite camera is presented in this paper. This transformation can be described by the following equation system:

$$\mathbf{v}_i = d\mathbf{A}^{(p+1)}\mathbf{r}_i + \mathbf{A}_1^{(p)}\mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b} + \left(\mathbf{A}^{(p)}\mathbf{r}_i - \mathbf{k}_i\right). \tag{1}$$

in which the following denotations are introduced:

$\underset{2,2}{\mathbf{A}_1}$ — matrix of affinic transformation;

$\underset{2,3}{\mathbf{dA}}$ — matrix of unknown values of affinic transformation complemented with a vector of unknown values $\underset{2,1}{\mathbf{u}}$ (position of the centre of orthogonal coordinates system x, y in the system of tangential coordinates ξ, η);

$\underset{4,1}{\mathbf{b}}$ — vector of unknown optical parameters of a camera;

$\underset{3,1}{\mathbf{r}}$ — vector of x, y coordinates observed on a photogramme and complemented with the number one;

$\underset{2,4}{\mathbf{F}_{(\mathbf{r})}}$ — matrix of coefficientes in the equation of the optical parameters of a camera being a function of vector $\mathbf{r}$;

$\underset{2,1}{\mathbf{k}}$ — vector of tangential coordinates ξ, η.

The transformation-equations system can be solved using the method of the least squares iteratively, assuming $\mathbf{A}^{(p=0)} = \mathbf{0}$. This method allows to determine actual optical parameters of a camera in the process of satellite photogrammes elaboration (equations (1)). The satellite trail can be also transformed into the tangential system according to following formulae:

$$\mathbf{k}_i = \mathbf{A}_1(\mathbf{r}_i + \mathbf{F}_{(\mathbf{r}_i)}\mathbf{b}) + \mathbf{u}. \tag{2}$$