

ANDRZEJ HERMANOWSKI

528.481:528.33

Wyznaczanie przemieszczeń poziomych punktów powierzchniowych sieci poziomych, na podstawie okresowych pomiarów geodezyjnych

1. Wstęp

Na obszarach, na których występują ruchy powierzchniowych warstw skorupy ziemskiej spowodowane działalnością człowieka lub czynnikami sejsmicznymi, ze względu na bezpieczeństwo ludności zamieszkującej dany region oraz bezpieczeństwo istniejących lub nowo wznoszonych budowli, zachodzi konieczność prowadzenia systematycznych badań, zmierzających do określenia charakteru ruchu, przyczyn jego występowania oraz do opracowania metod prognozowania wystąpienia ruchów o charakterze technogennym i ruchów o charakterze sejsmicznym (trzęsień ziemi). Jednym z elementów niezbędnych do prowadzenia omawianych badań są określane na podstawie okresowych pomiarów geodezyjnych wielkości współczesnych ruchów powierzchniowych warstw skorupy ziemskiej. Geodezyjne metody wyznaczania pionowej składowej omawianych ruchów są znane i stosowane w praktyce, brak jest dostatecznie precyzyjnej metody wyznaczania składowych poziomych ruchu. Do wyznaczania przemieszczeń poziomych punktów sieci geodezyjnej rozciągniętej na dużych obszarach nie można w pełni wykorzystywać tak zwanej metody różnicowej, stosowanej w geodezji inżynierskiej przy wyznaczaniu ruchów poziomych obiektów inżynierskich. Przy wyznaczaniu ruchów poziomych punktów dużych powierzchni owych sieci trygonometrycznych z metody różnicowej wykorzystuje się tylko zasadę wspólnego wyrównania obu porównywanych pomiarów.

Metoda różnicowa [4] polega na wyrównaniu różnic elementów mierzonych dl_i

$$dl_i = l'_i - l_i,$$

gdzie

l_i — element sieci mierzony przy pomiarze wyjściowym,

l'_i — element sieci mierzony przy pomiarze aktualnym.

Przy metodzie różnicowej zakłada się, że różnice dl_i mieszczą się w granicach zmian różniczkowych elementu mierzonego l_i , przy czym

zmiany te spowodowane są zmianami różniczkowymi współrzędnych punktów ograniczających w terenie dany element l_i (kierunek lub kąt, długość odcinka, azymut). Metodę różnicową można więc stosować tylko, gdy:

— sieć przy pomiarze wyjściowym i aktualnym ma ten sam kształt geometryczny,

— przy pomiarze wyjściowym i aktualnym zostały pomierzone te same elementy sieci (kierunki lub kąty, długości boków, azymuty), tak aby można było utworzyć dla wszystkich obserwacji różnice

$$l_i' - l_i = dl_i,$$

— wyznaczone przemieszczenia mieszczą się w granicach bardzo małych, różniczkowych zmian współrzędnych punktów sieci przy pomiarze wyjściowym.

Ruchy poziome punktów sieci geodezyjnych rozciągniętych na znacznych obszarach przeważnie określone są na podstawie porównania współrzędnych sieci państwowych lub sieci regionalnych wyznaczonych na podstawie pomiarów wykonanych na tej samej sieci w dwu różnych momentach. W wielu wypadkach porównuje się współrzędne punktów sieci wyznaczone przy wprowadzeniu warunku wielopunktowego nawiazania regionalnej sieci do sieci wyższego rzędu, co może spowodować znaczne deformacje pomierzonej sieci (w poszczególnych częściach sieci mogą wystąpić różne zmiany skali i różne skręty) i w konsekwencji zniekształcić wielkości wyznaczanych przemieszczeń. W celu porównania badanych sieci i na tej podstawie wyznaczenia ruchów poziomych wykorzystuje się metodę transformacji (wzajemnego dopasowania) współrzędnych tej samej sieci trygonometrycznej, otrzymanych na podstawie pomiarów przeprowadzonych w dwóch różnych momentach T_0 i T_1 — przed i po wystąpieniu ruchów. Metoda transformacji pozwala na identyfikację punktów sieci, które w okresie między porównywanymi pomiarami nie zmieniły wzajemnego położenia (punkty dopasowania) oraz na wyznaczenie składowych ruchu DX i DY ¹⁾ dla wszystkich pozostałych punktów sieci.

Stosując omawianą metodę napotyka się w praktyce na znaczne trudności przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych. Mieszczące się w granicach dokładności wyznaczenia niewielkie zmiany współczynników transformacji powodują znaczne, przekraczające dokładność wyznaczenia, zmiany współrzędnych punktów położonych na krańcach sieci (ruchy pozorne). Uwzględniając dodatkowo brak możliwości prawidłowego określenia średnich błędów wyznaczanych przemieszczeń, należy podkreślić, że

¹⁾ W niniejszej pracy dla ruchów punktów przyjęto oznaczenia DX_K , DY_K , DK dla odróżnienia ruchów od przyrostów współrzędnych oznaczanych w międzynarodowej literaturze przez ΔX , ΔY .

metoda ta nie pozwala na pełną charakterystykę zachodzących zmian w powierzchniowych warstwach skorupy ziemi. Prawdłowa ocena dokładności wyznaczenia przemieszczeń jest szczególnie ważna w wypadku, gdy zależy nam na wykryciu początkowej fazy ruchu, kiedy tylko na podstawie znajomości średnich błędów decyduje się, czy dane przemieszczenie można uznać za wykryte, czy też mieści się ono w granicach dokładności wyznaczenia niewiadomych.

2. Przyjęte określenia i założenia

Pod pojęciem regionalna, powierzchniowa sieć pozioma rozumie się sieć triangulacyjną o dowolnej długości boków z pomierzonymi:

- kierunkami lub kątami,
- kierunkami lub kątami i długościami boków (baz),
- kierunkami lub kątami oraz długościami boków (baz) i azymutami, długościami boków i azymutami.

Pomiary okresowe — są to pomiary geodezyjne wykonywane na tej samej sieci w momentach T_0 (pomiar wyjściowy) oraz $T_1, T_2 \dots$ (pomiary aktualne).

Przy wszystkich przedstawionych w tym opracowaniu rozważaniach przyjęto, że pomiar wyjściowy oraz porównywany z nim pomiar aktualny prowadzone były w taki sposób i w takim okresie t , że wpływ zachodzących w okresie t zmian położenia punktów sieci wskutek występujących w badanym regionie ruchów powierzchniowych warstw skorupy ziemskiej na dokładność pomiarów doprowadzony został do wielkości zaniedbywalnej.

Identyfikacja punktów wzajemnie stałych, tj. odszukanie w sieci punktów, których wzajemnie położenie przy pomiarze aktualnym jest takie samo, jakie było przy pomiarze wyjściowym.

Wyznaczenia bezwzględnych przemieszczeń poziomych są możliwe, gdy w dwukrotnie pomierzonej sieci istnieją punkty stałe, tj. takie punkty, których przemieszczenia są równe zeru (w granicach dokładności wyznaczenia). Ponieważ nie ma i nie może być metody, która pozwoli stwierdzić, że dany punkt jest bezwzględnie stały (nieruchomy), w praktyce przyjmuje się za stałe takie punkty w sieci, które w badanym okresie nie zmieniły względem siebie położenia. Wykrycie w sieci punktów wzajemnie stałych jest tym pewniejsze im więcej ich występuje w sieci, dokładność ich identyfikacji zależy od dokładności pomiarów wyjściowego i aktualnego, od kształtu geometrycznego sieci i rozmieszczenia punktów wzajemnie stałych w sieci.

W pracach kameralnych przy wyznaczaniu przemieszczeń poziomych wyodrębnia się trzy etapy:

- 1) identyfikacja punktów wzajemnie stałych,
- 2) wyrównanie materiałów polowych, obliczenie przemieszczeń i określenie dokładności ich wyznaczenia (średnich błędów),
- 3) geodezyjna interpretacja wyników, która polega na interpretacji geometrycznej charakterystyce dokładności wyznaczonych przemieszczeń, czyli generalnie na przygotowaniu wyników do interpretacji specjalistycznej (geofizycznej, geologicznej, górniczej itp).

Zdaniem autora opracowania, część pierwsza obliczeń jest najistotniejsza. Właściwa identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieci, wykonana na podstawie wyników pomiarów wyjściowego i aktualnego, jest podstawowym zagadnieniem przy wyznaczaniu przemieszczeń. Od prawidłowości identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci zależy poprawność wykonania wszystkich pozostałych prac kameralnych.

3. Identyfikacja punktów wzajemnie stałych na podstawie wyrównanych materiałów polowych

Identyfikację punktów wzajemnie stałych w sieciach, przy wyznaczaniu przemieszczeń poziomych metodą różnicową względnie metodą transformacji współrzędnych, przeprowadza się analizując funkcję wyrównanych materiałów polowych (wstępnie obliczonych wartości przemieszczeń lub współrzędnych).

Przy wyznaczaniu przemieszczeń poziomych, niezależnie od wielkości badanej sieci, pomiary geodezyjne prowadzone są w nietypowych dla sieci triangulacyjnych, trudnych lub bardzo trudnych warunkach pomiarowych. W sieciach trygonometrycznych zakładanych w celu wyznaczania ruchów obiektów inżynierskich, mimo stosowania specjalnych metod prowadzenia prac polowych nie można całkowicie usunąć wpływu refrakcji na wyniki pomiarów geodezyjnych. W sieciach triangulacyjnych, wykorzystywanych w celu wyznaczenia ruchów poziomych powierzchniowych warstw skorupy ziemskiej, nie można całkowicie wyrugować wpływu refrakcji oraz związanych z ruchami terenu wpływów zmian położenia punktów sieci w trakcie dokonywania pomiarów na wyniki mierzonych elementów. W obu omawianych wypadkach poszczególne elementy mierzone (kierunki lub kąty, długości, azymuty) lub ich grupy obarczone są obok błędów przypadkowych, normalnie występujących w sieciach triangulacyjnych, błędami spowodowanymi wpływem refrakcji lub błędami spowodowanymi zachodzącą w okresie obserwacji zmiennością mierzonych

elementów, względnie błędami spowodowanymi obu przyczynami jednocześnie. Zgodnie z metodą najmniejszych kwadratów, w wyniku wyrównania otrzymuje się najprawdopodobniejsze wartości niewiadomych (w omawianym wypadku przemieszczeń lub współrzędnych) oraz poprawione wartości elementów bezpośrednio zmierzonych w terenie. W omawianym wypadku, ze względu na występowanie dodatkowych błędów spowodowanych trudnymi warunkami pomiarowymi oraz niejednakowe ich rozłożenie w sieci, wprowadzenie poprawek wyrównawczych spowoduje większe niż normalnie zniekształcenie elementów wyznaczanych (niewiadomych). Zniekształcenia na tych stanowiskach czy tych częściach sieci, gdzie warunki pomiarowe są najgorsze, mogą przekraczać maksymalne błędy niewiadomych, określone na podstawie wyrównania. W praktyce, w konsekwencji omawianych zniekształceń występują trudności przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych. W skrajnych wypadkach, na podstawie analizy materiałów wyrównanych, zidentyfikuje się w sieci kilka grup punktów charakteryzujących się tym, że punkty wewnątrz każdej grupy spełniają warunki stałości względem siebie i jednocześnie nie spełniają tych warunków względem punktów każdej innej grupy [1].

Szczególnie duże trudności mogą wystąpić przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieciach zakładanych na terenie eksploatacji górniczej, gdzie występują znaczne deformacje terenu spowodowane ruchami o charakterze technogennym i gdzie w pewnych częściach sieci dokładność pomiarów geodezyjnych jest znacznie obniżona ze względu na zadymienie i zapylenie atmosfery. Wyrównanie wstępne (bez warunków nawiązania) takich materiałów polowych spowoduje, że wszystkie wyznaczone na podstawie wyrównania przemieszczenia lub współrzędne punktów badanej sieci będą obciążone większymi błędami prawdziwymi niż to wynika z dokładności określonej przy wyrównaniu. W takim wypadku identyfikacja punktów wzajemnie stałych w oparciu o wyrównane elementy sieci może wykazać, niezgodnie z rzeczywistym stanem, że w badanej sieci nie ma punktów stałych. W celu uniknięcia opisanych trudności, występujących przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci za pomocą transformacji, doc. dr hab. Wojciech Janusz [6] proponuje:

— w kontrolowanych sieciach, przy pomiarze wyjściowym i aktualnym oprócz kierunków lub kątów mierzyć dodatkowo długości i azymuty wybranych boków,

— przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych, prócz kryterium określonego wzorem

$$\begin{aligned} |DX_P| &\leq km_{DX_P} \\ |DY_P| &\leq km_{DY_P} \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie

DX, DY — składowe przemieszczeń,

P — numer punktu spełniającego warunki stałości,

k — współczynnik określający stosunek błędu maks. do błędu średniego,

m_{DX} — średni błąd wyznaczenia składowej ruchu,

wprowadzić następujące dodatkowe nowe kryteria stałości:

kryterium stałości orientacji

$$|\alpha| \leq km_\alpha, \quad (2)$$

kryterium stałości skali

$$|\beta| \leq km_\beta, \quad (3)$$

gdzie

α, β — współczynniki transformacji składowych przemieszczeń,

m_α, m_β — średnie błędy wyznaczenia współczynników transformacji
wyznaczone jako średnie błędy funkcji wyrównanych niewiadomych.

W wypadku, gdy sieci kontrolne zawierają obserwacje kierunków lub kątów, długości i azymutów, należy tylko wtedy przyjmować punkty sieci za stałe, jeżeli jednocześnie spełnione są kryteria określone wzorami (1), (2) i (3) — tablica 2 pracy [6].

Wprowadzenie przy analizie wyrównanych materiałów dodatkowych określonych wzorami (2) i (3) kryteriów stałości nie we wszystkich wypadkach usunie trudności, występujące przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci.

Pełne korzyści z wprowadzenia do pomiarów dodatkowych elementów mierzonych (boków i azymutów), niezależnie od ich lokalizacji w sieci, uzyska się w wypadku bezpośredniego porównania mierzonych przy pomiarach wyjściowym i aktualnym (nie wyrównanych) elementów geodezyjnych, względnie bezpośredniego porównania możliwie prostych funkcji tych elementów.

Przeprowadzając na podstawie nie wyrównanych elementów geodezyjnych identyfikację punktów wzajemnie stałych można równocześnie przeprowadzić szczegółową analizę wyników pomiarów wyjściowego i aktualnego. W celu dokonania analizy materiałów polowych należy, dla każdej z par badanych punktów, boków, azymutów sprawdzić wyniki kontroli wzajemnej stałości przez wykonanie jej kilkoma drogami. Jako drogę rozumie się tu utworzony przez boki sieci ciąg, wzdłuż którego przechodzi się między punktami kontrolowanej pary. Takie postępowanie łącznie z analizą wartości zamknięć kątów w trójkątach pozwala na wykrycie

kierunków obarczonych znacznym wpływem refrakcji lub błędami spowodowanymi innymi przyczynami. Np. jeżeli przy wykorzystaniu i -tego kierunku do kontroli wzajemnej stałości różnych par punktów zawsze uzyskuje się wynik znacznie różniący się od wyników uzyskanych przy przeprowadzeniu kontroli kilkoma innymi drogami, należy przypuszczać, że kierunek ten wyznaczony jest ze stosunkowo dużym błędem. Jeżeli wniosek ten znajduje potwierdzenie w analizie wartości zamknięć kątów w trójkątach, to kierunku takiego nie wykorzystuje się przy kontroli stałości i identyfikacji punktów wzajemnie stałych. Wyeliminowanie elementów obarczonych stosunkowo dużymi błędami pozwala na zwiększenie dokładności i pewności identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci.

4. Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieciach poziomych na podstawie analizy nie wyrównanych materiałów polowych

Podana niżej metoda identyfikacji punktów wzajemnie stałych oraz metody wyrównania i obliczania przemieszczeń poziomych mogą być stosowane niezależnie od wielkości sieci oraz dla najogólniejszego wypadku, to jest gdy:

- przemieszczenia punktów sieci są duże,
- zmienił się kształt geometryczny sieci — część punktów zniszczonych w okresie między porównywanymi pomiarami odbudowano zmieniając ich lokalizację,
- przy pomiarze aktualnym zmierzono inne elementy geodezyjne niż to zostało wykonane przy pomiarze wyjściowym; np. przy pomiarze wyjściowym zmierzono wszystkie kierunki, długość jednego boku i dowolny azymut, a przy pomiarze aktualnym zmierzono długości wszystkich boków i azymut jednego boku.

Omawianą metodę można stosować zarówno w wypadku sieci z pomierzonymi kierunkami lub kątami, długościami boków i azymutami, jak i w wypadku sieci, w których pomierzono tylko kierunki lub kąty, względnie długości wszystkich boków i azymuty.

Niezbędną do dokonania analizy nie wyrównanych materiałów polowych dokładność pomiarów kątowych m^{β} określa się na podstawie wzoru Ferrero. Przy analizie materiałów polowych nie należy opierać się na wielkości błędu kierunku lub kąta wyznaczonego na podstawie wyrównań stacyjnych, jest on przeważnie mniejszy od rzeczywistej wartości błędu wyznaczenia kierunku lub kąta w sieci, bowiem określa on tylko wewnętrzną zgodność pomiarów wykonanych na jednym stanowisku.

4.1. Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieciach, w których pomierzono kierunki lub kąty, długości boków i azymuty

Podaną niżej metodę identyfikacji punktów wzajemnie stałych można stosować przy każdej konstrukcji sieci triangulacyjnej, bez względu na jej kształt i wielkość pod warunkiem, że:

— przy pomiarze wyjściowym:

a) obok kierunków lub kątów pomierzono co najmniej jeden azymut i długość jednego boku lub

b) pomierzono długości wszystkich boków i co najmniej azymut jednego boku,

— przy pomiarze aktualnym:

a) obok kierunków lub kątów pomierzono co najmniej jeden azymut i długość jednego boku, przy czym nie musi to być azymut i długość tego samego boku, który został objęty pomiarem wyjściowym, lub

b) pomierzono długości wszystkich boków i co najmniej azymut jednego boku.

Uwaga. Zadanie jest również rozwiązalne, jeżeli przy pomiarze wyjściowym pomiary wykonano według wariantu a, a przy pomiarze aktualnym według wariantu b lub odwrotnie.

Dokładności pomiarów kątowych, pomiaru długości boków i wyznaczania azymutów będą ze sobą skoordynowane tak, aby wszystkie stanowiły równoważnościowy materiał przy analizie nie wyrównanych materiałów polowych przeprowadzanej w celu identyfikacji punktów wzajemnie stałych.

Ogólnie mówiąc, omawianą metodę można stosować, gdy przy obu porównywanych pomiarach pomierzono z odpowiednią dokładnością tyle i takich elementów, aby można było wyznaczyć przyrosty współrzędnych ΔX , ΔY dla każdego boku sieci z pomiaru wyjściowego oraz $\Delta X'$, $\Delta Y'$ dla każdego boku sieci z pomiaru aktualnego.

Obliczenia pomocnicze

Po dokonaniu wstępnej analizy poprawności materiałów polowych, która w wypadku kątów lub kierunków (wariant a) polega między innymi na sprawdzeniu, czy odchyłki zamknięcia figur nie przekraczają dopuszczalnych wartości, oblicza się średni błąd wyznaczenia kierunku lub kąta za pomocą wzoru Ferrero, wykorzystując materiały polowe z obu pomiarów — wyjściowego i aktualnego.

Przy pomiarze wyjściowym, wychodząc z boku, dla którego pomierzony został azymut, za pomocą pomierzonych kierunków lub kątów oblicza się azymuty wszystkich boków sieci. Podobnie, wychodząc z pomierzonego boku oblicza się za pomocą wzoru sinusów długości wszystkich pozostałych boków. Przy obliczeniach tych przechodzi się najkrótszą drogą (o naj-

mniej liczbie elementów) między bokiem, dla którego określa się długość lub azymut, a boki wyjściowym. Identyczne obliczenia wykonuje się dla pomiaru aktualnego. Na podstawie wyznaczonych długości i azymutów wszystkich boków sieci oblicza się przyrosty współrzędnych ΔX_{JK} , ΔY_{JK} , $\Delta X'_{JK}$, $\Delta Y'_{JK}$, a następnie ich różnice:

$$\begin{aligned}\delta X_{JK} &= \Delta X'_{JK} - \Delta X_{JK}, \\ \delta Y_{JK} &= \Delta Y'_{JK} - \Delta Y_{JK}.\end{aligned}\quad (4)$$

Wartości δX_{JK} , δY_{JK} są to wyznaczone na podstawie elementów pomierzonych przy pomiarze wyjściowym i aktualnym (nie wyrównanych), zmiany przyrostów, jakie zaszły na bokach sieci w okresie między porównywanymi pomiarami.

W wypadku sieci liniowych (wariant b pomiarów), pomocnicze obliczenia, prowadzone w celu otrzymania na podstawie nie wyrównanych materiałów połowych dla wszystkich boków sieci z pomiaru wyjściowego i aktualnego przyrostów współrzędnych, będą wykonywane według innych znanych zasad.

Identyfikacja punktów wzajemnie stałych

Sumując wartości δX , a następnie δY na ciągu między punktami, które nie zmieniły swojego położenia, otrzymamy wartość równą zero (w granicach dokładności wyznaczenia). Na podstawie tej zależności można sformułować kryterium wzajemnej stałości dwóch punktów sieci oraz warunki, jakie muszą spełniać punkty wzajemnie stałe w analizowanej sieci.

Kryterium wzajemnej stałości dwóch punktów poziomej sieci powierzchniowej:

Jeżeli sumy zmian przyrostów współrzędnych wzdłuż osi X i osi Y na ciągu między dwoma punktami sieci nie są większe od maksymalnych błędów ich wyznaczenia, to punkty te zachowały wzajemną stałość

$$\begin{aligned}|\delta X| &\leq km_{[X]}, \\ |\delta Y| &\leq km_{[Y]},\end{aligned}\quad (5)$$

gdzie

$|\delta X|$, $|\delta Y|$ suma nie wyrównanych zmian przyrostów na bokach ciągu między punktami wzajemnie stałymi,

$m_{[X]}$, $m_{[Y]}$ — średnie błędy sum nie wyrównanych zmian przyrostów, k — przyjęty stosunek błędu maksymalnego do błędu średniego.

Postępowanie przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych za pomocą kryterium określonego wzorem (5) zawiera analogię do identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieciach pionowych. Po obliczeniu wartości δX , δY analiza materiałów połowych sprowadza się do prostego sumo-

wania. Dla ułatwienia obliczeń, wartości zmian przyrostów nanosi się na szkic sieci (patrz przykład, rys. 5). Kontrolę wzajemnej stałości między dwoma badanymi punktami należy zawsze przeprowadzać co najmniej dwiema różnymi drogami, aby wyeliminować wpływ błędów pomiarowych na wynik identyfikacji punktów wzajemnie stałych. W wypadku uzyskania różnych wyników kontroli przeprowadzonej dwiema niezależnymi drogami, jeżeli jest to możliwe, przeprowadzamy kontrolę trzecią drogą niezależną od dwóch poprzednich. Decyzję, czy dany punkt można zaliczyć do grupy punktów wzajemnie stałych, podejmuje się na podstawie analizy całości wyników kontroli przy założeniu zgodności rozkładu błędów z rozkładem normalnym. Przy analizie całości wyników wzajemnej kontroli należy wykorzystać następującą zasadę:

Punkt spełnia warunek stałości, jeżeli w co najmniej 2/3 rozpatrywanych wypadków (pojedynczych kontroli przeprowadzanych niezależnymi drogami) wartości sum $[\delta X]$ i $[\delta Y]$ są mniejsze od $m_{[\delta X]}$ i $m_{[\delta Y]}$, a w pozostałych wypadkach większe od średnich błędów ich wyznaczenia i jednocześnie nie większe od błędów maksymalnych.

Warunki jakie muszą spełniać punkty wzajemnie stałe w analizowanej sieci można sformułować następująco:

Jeżeli na podstawie analizy wyników kontroli wzajemnej stałości można wyodrębnić w sieci grupę punktów charakteryzujących się tym, że każda dowolna para utworzona z punktów tej grupy spełnia względem siebie warunek określony wzorem (5), to przyjmuje się, że punkty te zostały zidentyfikowane w sieci jako wzajemnie stałe.

Dla wyznaczenia grupy punktów wzajemnie stałych, zgodnie z w/w kryterium, należy przeprowadzić kontrolę wzajemnej stałości systemem „każdy z każdym”. Kontrolę tę najwygodniej jest przeprowadzić w tablicy. Dla uniknięcia zbędnej pracy obliczeniowej, kontrolą nie obejmuje się punktów, o których wiadomo, że w okresie między porównywanymi pomiarami zostały zniszczone i odbudowane przy zmianie lokalizacji, oraz punktów, które uległy znacznym przemieszczeniom.

Z grupy punktów spełniających względem siebie warunki stałości wybiera się punkty, które będą przyjęte przy wyrównaniu materiałów polowych i obliczaniu przemieszczeń jako punkty odniesienia.

Przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci, występujący we wzorze (5) średni błąd wyznaczenia sumy zmian przyrostów wystarczy określić na podstawie wstępnej analizy dokładności. Dla uproszczenia i ujednolicenia postępowania, niezależnie od rodzaju mierzonych elementów, średni błąd wyznaczenia sumy zmian przyrostów między kontrolowanymi punktami najwygodniej jest określać za pomocą wzorów używanych do oceny dokładności n -tego punktu ciągu wiszącego.

$$\begin{aligned} m_{X_j}^2 &= [R_Y^2 m_{\beta_1}^2]^{n-1} + [\cos^2 \alpha m_S^2]^{n-1}; \\ m_{Y_j}^2 &= [R_X^2 m_{\beta_1}^2]^{n-1} + [\sin^2 \alpha m_S^2]^{n-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

We wzorach tych R_X , R_Y są to wielkości rzutów łącznie ostatniego punktu ciągu kolejno z pierwszym, drugim punktem ciągu itd., a w omawianym wypadku łącznie punktu kontrolowanego z punktem, względem którego kontrolę przeprowadza się, a następnie kolejno z wszystkimi punktami ciągu łączącego te punkty.

Uwzględniając, że w wypadku bezbłędności kierunku i punktu nawiązania błąd J -tego punktu ciągu wiszącego jest równy błędowi sumy przyrostów od pierwszego do J -tego punktu ciągu oraz uwzględniając, że:

$$[\delta X] = [\Delta X' - \Delta X], \quad [\delta Y] = [\Delta Y' - \Delta Y],$$

oraz że przy obliczeniach średnich błędów dla potrzeb identyfikacji punktów wzajemnie stałych, nawet przy dużych przemieszczeniach czy zmianach lokalizacji punktów sieci, można przyjąć:

$$\begin{aligned} R_{X_K} &= R_{X'_K}; \quad R_{Y_K} = R_{Y'_K}; \quad \alpha = \alpha'; \quad m_S = m_{S'}; \\ m_{\beta_1} &= m_{\beta_j} = \dots m_{\beta_i} = m_{\beta_j'} = \dots, \end{aligned}$$

otrzymamy

$$\begin{aligned} m_{[X]}^2 &= 2m_{\beta}^2 [R_Y^2]^{n-1} + 2[\cos^2 \alpha m_S^2]^{n-1} \\ m_{[Y]}^2 &= 2m_{\beta}^2 [R_X^2]^{n-1} + 2[\sin^2 \alpha m_S^2]^{n-1} \end{aligned} \quad (7)$$

Wielkości rzutów łącznie można określić ze współrzędnych przybliżonych. Wielkości azymutów α były uprzednio wyznaczone przy obliczaniu przyrostów wzdłuż kolejnych boków, wartość m została określona na podstawie wzoru Ferrero. Uwzględniając, że długości boków S wyznaczone są za pomocą wzoru sinusów, przy wykorzystaniu pomierzonych kątów i długości boków otrzymamy:

$$m_S = \sqrt{\frac{m_b^2}{b^2} + \left(\frac{m_{\beta}}{\rho''}\right)^2 [\operatorname{ctg}^2 \beta_i]}, \quad (8)$$

gdzie m_b — średni błąd pomiaru boku wyjściowego, β_i — kąty wykorzystane przy obliczeniu długości boku S .

4.2. Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w piecach z pomierzonymi kierunkami lub kątami

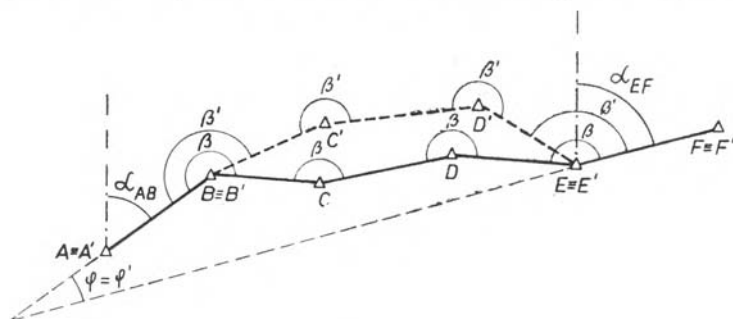
W wypadku, gdy w porównywanych sieciach pomierzone są tylko kierunki lub kąty, identyfikację punktów wzajemnie stałych przeprowadza się w trzech etapach. W ramach dwóch pierwszych etapów wykonuje się

wstępną analizę nie wyrównanych materiałów polowych. W etapie trzecim przeprowadza się właściwą identyfikację punktów wzajemnie stałych w sieci, wykorzystując zasady podane w punkcie 4.1.

Et a p 1

Etap pierwszy identyfikacji punktów wzajemnie stałych polega na odszukaniu w sieci boków, które w okresie między porównywanymi pomiarami nie zmieniły azymutu.

W wypadku, gdy w porównywanych sieciach nie wykonano pomiaru azymutów w celu identyfikacji boków, które nie uległy względem siebie skręceniu, wykorzystuje się zależność między zmianą azymutów dwóch boków a zmianą sumy kątów wzdłuż ciągu między nimi (rys. 1). Jeżeli



Rys. 1

boki AB i EF w okresie od pomiaru wyjściowego do aktualnego nie uległy względem siebie skręceniu to:

$$\Delta\varphi = \varphi' - \varphi = 0,$$

a ponieważ:

$$\varphi = \alpha_{EF} - \alpha_{AB} = \sum \beta_i - n \cdot 180^\circ,$$

$$\varphi' = \alpha'_{EF} - \alpha'_{AB} = \sum \beta'_i - n \cdot 180^\circ,$$

to

$$\Delta\varphi = \sum \beta'_i - \sum \beta_i = 0, \quad (9)$$

gdzie β, β' — pomierzone kąty podczas pomiarów wyjściowego i aktualnego, α, α' — azymuty porównywanych boków.

Średni błąd wyznaczenia zmiany kąta $\Delta\varphi$, przy założeniu jednakowej dokładności wyznaczenia kątów β, β' określony jest wzorem

$$m_{\Delta\varphi} = \pm m_\beta \sqrt{n},$$

gdzie m_β — średni błąd pomiaru kąta,

n — liczba kątów wykorzystanych do obliczeń (łącznie z pomiarem wyjściowego i aktualnego).

Na podstawie w/w zależności można sformułować następujący warunek „stałości azymutu”:

Przyjmuje się, że dwa boki sieci nie uległy względem siebie skręceniu, jeżeli zmiana kąta między tymi bokami wyznaczona na podstawie pomierzonych kątów β i β' nie jest większa od maksymalnego błędu jej wyznaczenia

$$\Delta\varphi \leq km_\beta \sqrt{n}. \quad (10)$$

Dla ograniczenia wpływu na wyniki kontroli błędów pomiarowych, dla każdej pary boków oblicza się wartość zmiany $\Delta\varphi$ idąc dwoma niezależnymi drogami. W wypadku niezgodności wyników kontroli, do dalszej analizy wykorzystuje się pozostałe drogi, którymi można niezależnie wyznaczyć zmianę kąta φ .

Wychodząc z warunku stałości azymutu można określić warunki jakie muszą spełniać boki sieci, aby można było przyjąć, że nie zmieniły azymutów.

Jeżeli na podstawie analizy wyników kontroli spełnienia warunku „stałości azymutu” można wyodrębnić w sieci grupę boków charakteryzujących się tym, że każda dowolna para utworzona z boków tej grupy spełnia względem siebie warunek określony wzorem (10), to przyjmuje się, że boki te nie zmieniły azymutu.

Dla wyznaczenia grupy boków, które nie zmieniły względem siebie azymutu zgodnie z w/w określeniem, należy prowadzić kontrolę systemem „każdy z każdym”. Kontrolę tę najwygodniej jest przeprowadzić w tablicy; polega ona na obliczeniu zmiany kąta φ między danym bokiem a wszystkimi pozostałymi bokami sieci i każdorazowym porównaniu wielkości zmiany z maksymalnym błędem jej wyznaczenia.

E t a p 2

Drugi etap identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci polega na odszukaniu grupy boków sieci, które w okresie między porównywanymi pomiarami nie zmieniły skali.

W wypadku sieci kątowych przyjmuje się, że jeżeli w granicach dokładności wyznaczenia spełniony jest warunek równości stosunków odpowiadających sobie boków

$$\frac{S_{AB}}{S'_{AB}} = \frac{S_{CD}}{S'_{CD}} = \frac{S_{EF}}{S'_{EF}} = \dots = \frac{S_{JK}}{S'_{JK}}, \quad (11)$$

to boki te zachowały swoją skalę (nie zmieniły długości w okresie między porównywanymi pomiarami). Warunek ten nazywamy warunkiem „zachowania skali”. Dla dwóch dowolnych boków warunek ten można przedstawić następująco:

$$\frac{S_{AB}}{S_{CD}} = \frac{S'_{AB}}{S'_{CD}}.$$

Zastępując stosunki boków stosunkami sinusów odpowiednich kątów (rys. 2) otrzymamy

$$\frac{\sin \beta_1 \sin \beta_3}{\sin \beta_2 \sin \beta_4} = \frac{\sin \beta'_1 \sin \beta'_3}{\sin \beta'_2 \sin \beta'_4},$$

a przechodząc do formy liniowej przez zlogarytmowanie:

$$\begin{aligned} \log \sin \beta_1 + \log \sin \beta_3 - \log \sin \beta'_1 - \log \sin \beta'_3 - \log \sin \beta_2 - \\ - \log \sin \beta_4 + \log \sin \beta'_2 + \log \sin \beta'_4 = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Zakładając, że nawet przy znacznych zmianach kątów w sieci z pomiaru aktualnego w stosunku do kątów sieci z pomiaru wyjściowego, przy analizie dokładności przeprowadzonej dla celów identyfikacji punktów wzajemnie stałych, można przyjąć

$$\Delta \log \sin \beta_i \approx \Delta \log \sin \beta'_i,$$

wzór na średni błąd wyznaczenia stosunku odpowiadających sobie boków w sieciach z obu pomiarów będzie miał postać

$$m_s \approx m_\beta \sqrt{2(\Delta \log \sin \beta_1)^2 + 2(\Delta \log \sin \beta_2)^2 + \dots}$$

Na podstawie w/w zależności warunek „niezmienności skali” można sformułować następująco:

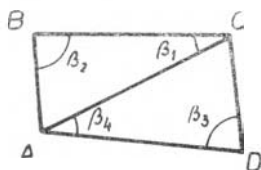
Przyjmuje się, że dwa boki sieci nie zmieniły względem siebie skali, jeżeli zmiana stosunku długości tych boków, wyznaczona na podstawie pomierzonych kątów, nie jest większa od maksymalnego błędu jej wyznaczenia

$$\log \sin \beta_1 + \log \sin \beta_3 - \log \sin \beta'_1 - \log \sin \beta'_3 - \dots \leq km_s \quad (13)$$

gdzie $m_s = m_\beta \sqrt{2[(\Delta \log \sin \beta_i)^2]}$.

Wychodząc z warunku „niezmienności skali” można przyjąć następujące kryterium identyfikacji w sieci boków, które względem siebie nie zmieniły skali:

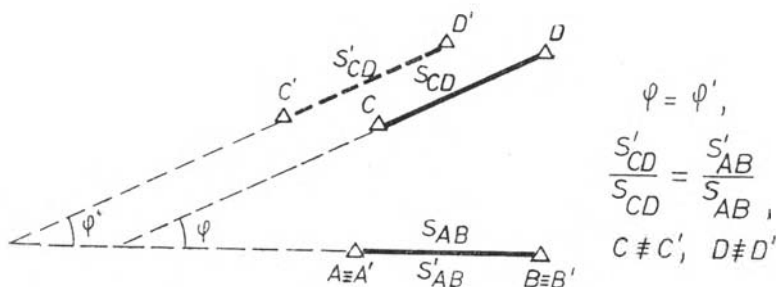
Jeżeli na podstawie analizy wyników kontroli spełnienia warunku „niezmienności skali” można wyodrębnić w sieci grupę boków charakteryzujących się tym, że każda para utworzona z boków tej grupy spełnia względem siebie warunek określony wzorem (13), to przyjmuje się, że boki te nie zmieniły długości.



Rys. 2

Uwaga. Spełnienie przez parę boków jednocześnie obu warunków „stałości azymutu” i „niezmienności skali” nie upoważnia jeszcze do przyjęcia boków tych za wzajemnie stałe, mogą bo-

wiem wystąpić wypadki takie lub podobne do pokazanego na rysunku 3.



Rys. 3

Etap 3

Wychodząc z jednego boku, położonego możliwie w centralnej części sieci, spełniającego warunek „stałości azymutu” i warunek „zachowania skali”, obliczamy azymuty i długości wszystkich boków sieci z pomiaru wyjściowego i aktualnego. Obliczenia te prowadzimy wykorzystując pomierzone kąty β i β' (nie wyrównane). Długości i azymut boku wyjściowego przyjmujemy na podstawie sieci z pomiaru wyjściowego. Na podstawie obliczonych długości boków i azymutów oblicza się, niezależnie dla sieci z pomiaru wyjściowego i niezależnie dla sieci z pomiaru aktualnego, przyrosty współrzędnych (dla wszystkich boków sieci) ΔX_J , ΔY_J , $\Delta X'_J$, $\Delta Y'_J$, a następnie ich różnice δX_J , δY_J .

Dalsze obliczenia prowadzi się według zasad podanych w punkcie 4.1.

Uwaga. Przy obliczaniu wszystkich długości i azymutów z jednego, wyjściowego boku, identycznego dla obu porównywanych pomiarów, dokładność wyznaczenia długości i azymutu boku przyjętego za wyjściowy w praktyce nie ma wpływu na poprawność i dokładność identyfikacji punktów wzajemnie stałych w sieci oraz na poprawność i dokładność wyznaczenia przemieszczeń. Jeżeli np. prawidłowo zidentyfikowany (rzeczywiście spełniający warunki „stałości azymutu” i „niezmienności skali”)

bok wyjściowy obarczony jest błędem rzeczywistym ε_b takim, że $\frac{\varepsilon_b}{b} = \frac{1}{10\,000}$, to pomijając inne wpływy, tylko z tego powodu popełniamy

błąd równy 1 mm przy wyznaczaniu przemieszczeń rzędu 10 m (jest to błąd skali). Błąd ε_x przyjętego za wyjściowy azymutu α spowoduje jednakowe o ε_x skrócenie kierunku wszystkich wyznaczonych przemieszczeń. W praktyce ε_x nie przekracza kilku sekund, co nie może mieć praktycznego znaczenia przy wyznaczaniu przemieszczeń.

W wypadku sieci, w której pomierzono tylko kierunki lub kąty, dokładność identyfikacji punktów wzajemnie stałych zależy od:

- 1) dokładności pomiarów kątowych (w sieci z pomiaru wyjściowego i z pomiaru aktualnego),
- 2) poprawności identyfikacji boku sieci spełniającego jednocześnie warunki „stałości azymutu” i „niezmienności skali” (boku przyjętego za wyjściowy przy obliczeniu długości i azymutów pozostałych boków),
- 3) kształtu geometrycznego sieci z pomiaru wyjściowego i z pomiaru aktualnego,
- 4) liczby punktów zidentyfikowanych jako stałe,
- 5) rozmieszczenia zidentyfikowanych punktów w sieci.

W wypadku pomiarzenia w terenie, zarówno przy pomiarze wyjściowym jak i aktualnym, obok kierunków lub kątów, co najmniej jednego boku lub azymutu (punkt 4.1), czynnik wymieniony w punkcie 2 nie będzie miał wpływu na dokładność identyfikacji punktów wzajemnie stałych, natomiast wystąpią dwa niżej wymienione:

- 6) dokładność pomiarów liniowych (w sieci z pomiaru wyjściowego i aktualnego),
- 7) dokładność wyznaczenia azymutu (w sieci z pomiaru wyjściowego i aktualnego).

4.3. Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieciach z pomierzonymi kierunkami lub kątami i pomierzonymi azymutami

W wypadku, gdy w każdej z porównywanych sieci wyznaczono na podstawie pomiarów astronomicznych co najmniej jeden azymut z dokładnością odpowiadającą pomiarom kątowym, kontrola spełnienia warunku „stałości azymutu” znacznie się uprości, a jednocześnie wykonana będzie z większą dokładnością. Wychodząc z azymutu wyznaczonego metodami astronomicznymi i posługując się pomierzonymi kątami, oblicza się azymuty wszystkich boków sieci z pomiaru wyjściowego. Następnie wychodząc z azymutu wyznaczonego przy pomiarze aktualnym, oblicza się azymuty wszystkich boków sieci z pomiaru aktualnego, tworzy się różnice odpowiadających sobie azymutów i porównuje je z maksymalnym błędem wyznaczenia tej różnicy.

Przyjmuje się, że bok nie zmienił azymutu w okresie między porównywanymi pomiarami, jeżeli różnica wyznaczonych przy pomiarze wyjściowym i aktualnym azymutów jest nie większa od błędu maksymalnego wyznaczenia tej różnicy.

$$\alpha_{JK} - \alpha'_{JK} \leq km_{\Delta\alpha}, \quad (14)$$

przy czym

$$m_{\Delta\alpha} = \pm \sqrt{2m_{\alpha_A}^2 + nm_{\beta}^2}$$

gdzie m_{α_A} średni błąd wyznaczenia azymutu wyjściowego, n łączna liczba kątów β i β' wykorzystanych do obliczenia porównywanych azymutów.

Do grupy punktów, które nie zmieniły azymutu zalicza się w omawianym przypadku wszystkie boki, które spełniają warunek określony wzorem (14).

Identyfikację boków, które zachowały warunek „niezmienności skali” oraz obliczenia pomocnicze przeprowadza się według zasad podanych w punkcie 4.2. Identyfikację punktów wzajemnie stałych przeprowadza się na podstawie kryterium wzajemnej stałości (5) według zasad podanych w punkcie 4.1.

4.4. Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieciach z pomierzonymi kierunkami oraz z pomierzonymi długościami boków

Jeżeli zarówno przy pomiarze wyjściowym, jak i aktualnym obok kierunków lub kątów pomierzono jeden lub więcej boków sieci (baz) z dokładnością odpowiadającą dokładności pomiarów kątowych, to kontrola spełnienia warunku „zachowania skali” znacznie się uprości i jednocześnie zwiększy się dokładność jej przeprowadzenia. Wychodząc z długości boku (bazy) wyznaczonego na podstawie bezpośredniego pomiaru w terenie, posługując się pomierzonymi kątami, za pomocą wzoru sinusów oblicza się długości wszystkich boków, niezależnie dla pomiaru wyjściowego oraz niezależnie dla pomiaru aktualnego. Warunek zachowania skali ma postać:

— w wypadku bezpośredniego pomiaru liniowego kontrolowanego boku

$$b_{JK} - b'_{JK} \leq k \sqrt{2m_b^2} \quad (15)$$

gdzie b i b' — długości mierzonego boku przy pomiarach wyjściowym i aktualnym,

— w wypadku pośredniego wyznaczenia długości boku (za pomocą wzoru sinusów)

$$S'_{JK} - S_{JK} \leq km_{\Delta S}. \quad (16)$$

Po zlogarytmowaniu otrzymamy wzór (16) w formie liniowej

$$\begin{aligned} \log b + \log \sin \beta_i + \log \sin \beta_j + \dots - \log b' - \log \sin \beta'_i + \\ - \log \sin \beta'_j - \dots \leq \log (km_{\Delta S}), \end{aligned}$$

gdzie

$$\log(m_{\Delta S}) = \sqrt{2 \Delta \log^2 b m_b^2 + 2 m_b^2 [(\Delta \log \sin \beta_i)^2]}.$$

Do grupy boków, które nie zmieniły skali w okresie między porównywanymi pomiarami zalicza się wszystkie boki, które spełniają zależność określoną wzorem (15) lub wzorem (16). Następnie dla wszystkich boków, które nie zmieniły długości, przeprowadza się kontrolę „stałości azymutu” według zasad podanych w punkcie 4.2. Wychodząc z jednego, najlepiej boku położonego w centralnej części sieci, spełniającego warunek „stałości azymutu”, oblicza się azymuty wszystkich boków sieci z pomiaru wyjściowego oraz z pomiaru aktualnego. Obliczenia te wykonuje się wykorzystując pomierzone (nie wyrównane) kąty β i β' , azymut boku wyjściowego przyjmuje się na podstawie sieci z pomiaru wyjściowego. Opierając się na obliczonych długościach i azymutach, oblicza się dla wszystkich boków sieci przyrosty współrzędnych, a następnie ich różnice. Dależszą analizę materiałów i identyfikację punktów wzajemnie stałych w sieci przeprowadza się według zasad podanych w punkcie 4.1.

4. Wyrównanie materiałów połowych

Wybierając metodę wyrównania materiałów połowych przy wyznaczaniu przemieszczeń poziomych należy pamiętać, że:

1. Sieci z pomiaru wyjściowego i aktualnego są dwoma niezależnymi sieciami połączonymi w jedną całość warunkiem, wynikającym z uprzednio przeprowadzonej identyfikacji punktów wzajemnie stałych, wystąpienia jednakowych, równych zeru przemieszczeń na punktach odniesienia.

Warunek ten wyraża się:

$$\begin{aligned} X'_{0j} + dX'_{0j} - X_{0j} - dX_{0j} &= 0, \\ Y'_{0j} + dY'_{0j} - Y_{0j} - dY_{0j} &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie X'_{0j} , Y'_{0j} , X_{0j} , Y_{0j} — współrzędne przybliżone punktów odniesienia, dX'_{0j} , dY'_{0j} , dX_{0j} , dY_{0j} — uzyskane z wyrównania poprawki do współrzędnych przybliżonych punktów odniesienia.

2. Wybierane z grupy punktów, spełniających względem siebie warunki stałości, punkty odniesienia mają w wypadku wyznaczania przemieszczeń odmienne znaczenie niż punkty odniesienia w sieciach nawiązanych. W wypadku wyznaczania przemieszczeń punkty odniesienia służą m.in. do odtworzenia w momencie pomiaru aktualnego takiego położenia punktów sieci jakie było w momencie pomiaru wyjściowego, względem

którego obliczone są wartości przemieszczeń wszystkich punktów sieci. Punkty te są zidentyfikowane na podstawie wyników dwóch praktycznie jednakowo dokładnych pomiarów — wyjściowego i aktualnego — przy czym nie ma żadnych uzasadnionych przyczyn, aby przyjąć ich współrzędne wyznaczone na podstawie pomiaru wyjściowego za wyznaczone bezbłędnie i wprowadzić je jako punkty nawiazania przy wyrównaniu sieci z pomiaru aktualnego.

3. Dokładność wyznaczenia przemieszczeń J -tego punktu sieci zależy od:

- dokładności pomiaru wyjściowego i aktualnego,
- kształtu geometrycznego obu sieci,
- rozmieszczenia w sieci punktów odniesienia,
- dokładności identyfikacji punktów wzajemnie stałych.

Wszystkie w/w elementy muszą być uwzględnione przy określaniu średnich błędów przemieszczeń.

W celu zrealizowania wszystkich trzech w/w postulatów należy przeprowadzić jednocześnie wyrównanie dwu sieci na podstawie obserwacji wyjściowej i aktualnej przy związaniu tych sieci na punktach odniesienia warunkami na niewiadome. Tak sformułowane zadanie wyrównawcze najwygodniej jest rozwiązać metodą pośredniczącą z warunkami na niewiadome. Wyrównanie materiałów polowych oraz obliczenie przemieszczeń poziomych można przeprowadzić przy dwu różnych założeniach:

A) przy wielopunktowym nawiazaniu sieci, przy czym obie porównywane sieci nawiazuje się do uprzednio zidentyfikowanych, jako wzajemnie stałe, punktów odniesienia,

B) bez warunków nawiazania, to jest przy wprowadzeniu do wyrównania minimalnej liczby elementów nawiazania, tylko takiej, aby zadanie wyrównawcze było rozwiązalne.

Należy podkreślić, że wprowadzenie przy wyrównaniu założeń wymienionych w punkcie A nie jest w pełni zgodne z teorią rachunku wyrównawczego. Założenia przyjęte w punkcie B są całkowicie zgodne z ideą wyrównania metodą pośredniczącą.

Przy przyjęciu założeń wymienionych w punkcie A wyniki identyfikacji punktów wzajemnie stałych mają wpływ na ostateczny rezultat wyrównania, co jest logiczną konsekwencją wielopunktowego nawiazania obu porównywanych sieci do punktów odniesienia. Ponieważ w proponowanej metodzie identyfikację punktów wzajemnie stałych przeprowadza się na podstawie materiałów nie wyrównanych, to na ostateczny wynik wyrównania będą miały wpływ wielkości współrzędnych przybliżonych punktów odniesienia.

Świadome wprowadzenie przy wyrównaniu opisanego błędu metodycznego pozwala na lepsze wzajemne dopasowanie obu porównywanych sieci

(obserwacji wyjściowej i aktualnej) na punktach odniesienia. Wpływ nie w pełni zgodnych z teorią rachunku wyrównania założeń na ostateczne wyniki wyrównania jest minimalny, mieści się w granicach dokładności wyznaczenia niewiadomych. Jest to między innymi spowodowane tym, że przy obliczeniach wstępnych przyjmuje się współrzędne przybliżone różniące się od wielkości współrzędnych wyrównanych w granicach zmian różniczkowych.

Uwaga. Niezależnie od przyjętego przy wyrównaniu wariantu (A, B) współrzędne przybliżone do pomiaru wyjściowego i dla pomiaru aktualnego liczone są na podstawie wyników obserwacji polowych (w praktyce przyjmuje się współrzędne przybliżone obliczone przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych). Obliczone tak współrzędne przybliżone będą się różniły od współrzędnych wyrównanych o wielkości mieszczące się w granicach zmian różniczkowych.

Wariant A. Wyrównanie przy wielopunktowym nawiązaniu sieci

Punkty odniesienia

Prowadząc wyrównanie przy przyjęciu założeń wymienionych w punkcie A, z grupy punktów zidentyfikowanych jako wzajemnie stałe wybiera się punkty, które będą spełniały rolę punktów odniesienia przy jednoczesnym wyrównaniu materiałów polowych z obu pomiarów (wyjściowego i aktualnego) oraz obliczeniu przemieszczeń poziomych. Nie można podać zasad precyzyjnie określających, które z punktów wzajemnie stałych należy przyjmować za punkty odniesienia. Decyzje w tym zakresie musi podejmować prowadzący obliczenia, na podstawie znajomości metod geodezyjnych obliczeń, rachunku wyrównania oraz specyfiki wyznaczania przemieszczeń. Przy przygotowaniu materiałów do wyrównania liczba punktów odniesienia powinna być ograniczona, np. z grupy punktów wzajemnie stałych położonych obok siebie należy wybrać 1 do 2 punktów odniesienia, pozostałe punkty traktując jako punkty badane. O ile jest to możliwe, punkty odniesienia powinny być rozmieszczone równomierne w całej sieci, a lokalizacja ich, obok zapewnienia prawidłowego kształtu geometrycznego sieci, powinna uwzględniać dodatkowo warunki, wynikające z potrzeb przyszłej specjalistycznej interpretacji wyników, np. jeżeli jest to możliwe, przez rozmieszczenie punktów odniesienia na obszarach o różnej budowie geologicznej itp.

Przy jednoczesnym wyrównaniu obu sieci metodą pośredniczącą, jako niewiadome wystąpią poprawki dX , dY , dX' , dY' do przybliżonych współrzędnych sieci otrzymanych na podstawie pomiaru wyjściowego X_0 , Y_0 oraz na podstawie pomiaru aktualnego X'_0 , Y'_0 . Przybliżone współrzędne

oblicza się na podstawie przyrostów współrzędnych obliczonych przy identyfikacji punktów wzajemnie stałych.

Równania poprawek zestawia się w jednej, wspólnej dla sieci z pomiaru wyjściowego i pomiaru aktualnego, tabeli współczynników układu równań poprawek.

Dla pomiaru wyjściowego, tak jak dla niezależnej sieci lokalnej, zestawia się równania poprawek dla elementów mierzonych — kierunków lub kątów, długości, azymutów.

Punkty odniesienia, w wypadku wyznaczania przemieszczeń, identyfikuje się na podstawie tych samych materiałów polowych, które będą wyrównywane, a więc nie ma żadnego powodu, aby przy wyrównaniu przyjąć założenie bezbłędności punktów odniesienia. Ponadto w omawianym wypadku uwzględnienie błędności punktów odniesienia jest warunkiem koniecznym do uczynienia zadania rozwiązalnym. Odrzucenie założenia bezbłędności punktów odniesienia jest równoznaczne z przyjęciem współrzędnych tych punktów za wielkości fikcyjnie obserwowane.

Równania fikcyjnych obserwacji — „równania poprawek do współrzędnych punktów odniesienia” mają postać

$$\begin{aligned}dX_J &= v_i, & dY_J &= v_j, \\dX'_J &= v'_k, & dY'_J &= v'_j,\end{aligned}$$

gdzie J numer punktu odniesienia.

„Wagi” tych fikcyjnych obserwacji powinno się ustalić na podstawie dokładności identyfikacji każdego punktu odniesienia. Ponieważ w praktyce nie ma to większego znaczenia [2], to „wagi” tych fikcyjnych obserwacji ustala się na podstawie znajomości średnich błędów wyznaczenia współrzędnych danej sieci, przy czym dla wszystkich fikcyjnych obserwacji można przyjąć jednakową wielkość „wagi”.

W ten sam sposób zestawia się i wpisuje do tabeli współczynników układu równań poprawek równania dla obserwacji z pomiaru aktualnego przy czym punkty odniesienia przy pomiarze aktualnym są takie same, jak przy pomiarze wyjściowym (punkty odniesienia zostały zidentyfikowane na podstawie obu porównywanych obserwacji).

Przemieszczenia punktów sieci wyznaczane są jako różnice wyrównanych współrzędnych z pomiaru wyjściowego i aktualnego. Ponieważ przy wyznaczaniu przemieszczeń punkt odniesienia jest to taki punkt, który w okresie między porównywanymi pomiarami nie zmienił swego położenia, to musi być spełniony warunek:

$$\begin{aligned}X'_{0_j} + dX'_J - X_{0_j} - dX_J &= 0, \\Y'_{0_j} + dY'_J - Y_{0_j} - dY_J &= 0,\end{aligned}$$

podstawiając

$$X'_{0_j} - X_{0_j} = \omega_i; \quad Y'_{0_j} - Y_{0_j} = \omega_j;$$

otrzymuje się

$$dX'_j - dX_j + \omega_i = 0; \quad dY'_j - dY_j + \omega_j = 0.$$

Wyżej wymienione warunki muszą spełniać wyznaczone niewiadome-poprawki do współrzędnych przybliżonych na wszystkich punktach odniesienia.

Warunki na niewiadome, dotyczące tylko poprawek dX , dY , dX' , dY' do przybliżonych współrzędnych punktów odniesienia, łączą w jedną całość wspólnie wyrównywaną dwa niezależne układy równań poprawek (dla obserwacji z pomiaru wyjściowego i dla obserwacji z pomiaru aktualnego).

Ułożone w ten sposób zadanie wyrównawcze pozwala na zgodne z metodą najmniejszych kwadratów wzajemne dopasowanie obu pomiarów, wyrównanie materiałów polowych prawidłowo uwzględniające specyficzne warunki każdej sieci oraz prawidłową ocenę dokładności wyznaczanych przemieszczeń.

Zestawiony układ równań można rozwiązać dowolnym sposobem, najprostszą metodą rozwiązania jest zamiana równań warunkowych na równania obserwacyjne poprawek [2]. Metoda ta sprowadza się do wpisania do tabeli współczynnikowej układu równań poprawek, równań warunkowych i traktowania ich jako fikcyjnych równań obserwacyjnych zaobserwowanych z tak małymi błędami średnimi, że poprawki obserwacyjne można uważać za zaniedbywalne.

Tak zestawiony układ równań poprawek rozwiązuje się zgodnie z zasadami metody pośredniczącej. Po rozwiązaniu układu równań normalnych otrzymuje się: niewiadome-poprawki do współrzędnych przybliżonych sieci z pomiaru wyjściowego i aktualnego, średni błąd typowego spostrzeżenia oraz tabelę współczynników wagowych Q . Przemieszczenia poszczególnych punktów sieci oblicza się na podstawie wzorów:

$$\begin{aligned} X'_{0_K} + dX'_K - (X_{0_K} + dX_K) &= DX_K, \\ Y'_{0_K} + dY'_K - (Y_{0_K} + dY_K) &= DY_K, \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie K numer dowolnego punktu sieci.

Średnie błędy przemieszczeń wyznacza się według wzoru

$$m_{DX_K} = \pm m_0 \sqrt{Q_{KK} - 2Q_{KK'} + Q_{K'K'}},$$

gdzie Q_{KK} i $Q_{K'K'}$ są to współczynniki wagowe obliczone z odwrotności pierwiastka krakowianowego przez podniesienie do kwadratu kolumny

odpowiadającej niewiadomym K i K' . Wartość $Q_{KK'}$ otrzymuje się przez pomnożenie kolumny odwrotności pierwiastka krakowianowego, odpowiadającej niewiadomej K , przez kolumnę odpowiadającą niewiadomej K' .

Wariant B. Wyrównanie bez warunków nawiazania

W tym wypadku do wyrównania wprowadza się minimalną liczbę elementów nawiazania, tylko taką, aby zadanie było rozwiązalne, a jednocześnie, aby elementy nawiazania wyrównywanego układu nie miały wpływu na kształtowanie się poprawek wyrównawczych.

Dla każdej z porównywanych sieci, z pomiaru wyjściowego i pomiaru aktualnego, przeprowadza się wyrównanie bez warunków nawiazania. W związku z tym przy układaniu równań poprawek przyjmuje się taką liczbę elementów nawiazania, aby nie wpłynęły one na kształtowanie się poprawek wyrównawczych [6]. W wypadku, gdy w danej sieci obserwowano:

- kierunki lub kąty, długości i azymuty, względnie długości wszystkich boków i azymuty — przyjmuje się jeden punkt odniesienia,
- kierunki lub kąty — przyjmuje się dwa punkty odniesienia,
- kierunki lub kąty i długości — przyjmuje się jeden punkt odniesienia i jeden stały azymut,
- kierunki lub kąty i azymut — przyjmuje się jeden punkt odniesienia i jedną stałą długość.

Powyższe zaczerpnięto z pracy [6].

Przyjmowane przy wyrównaniu punkty odniesienia wybiera się z uprzednio zidentyfikowanej grupy punktów wzajemnie stałych.

Równania poprawek dla obu sieci zestawia się w jednej tabeli współczynników. Te dwa niezależne układy równań poprawek łączy się w jedną całość, wprowadzając warunki na niewiadome. Warunki na niewiadome wprowadza się tylko dla współrzędnych zidentyfikowanych uprzednio punktów wzajemnie stałych. Mają one formę:

$$dX'_j + dX_j + \omega_1 = 0,$$

$$dY'_j - dY_j + \omega_2 = 0,$$

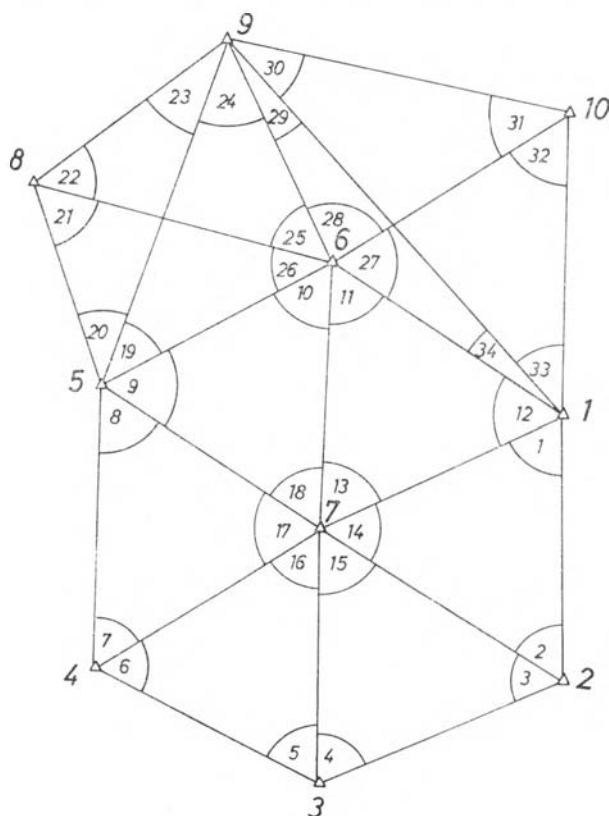
gdzie $\omega_1 = X'_{0j} - X_{0j}$, $\omega_2 = Y'_{0j} - Y_{0j}$.

Tak ułożone zadanie wyrównawcze można rozwiązać dowolnym sposobem, najprostszą metodą rozwiązania jest zamiana równań warunkowych na równania obserwacyjne poprawek [2].

Przykład wg wariantu A

Przedstawiony przykład (materiał fikcyjny) ilustruje: omówioną w części pierwszej opracowania metodę identyfikacji punktów wzajemnie stałych, wyrównanie materiałów połowych zgodnie z założeniami przyjętymi w wariantie A oraz obliczenie przemieszczeń poziomych. Ze względu na ograniczoną objętość publikacji w przykładzie omówiono wyznaczanie przemieszczeń punktów niewielkiej triangulacyjnej sieci regionalnej o długości boków od 3 do 6 km (rys. 4), w której pomierzono tylko kąty. Przedstawiony sposób postępowania nie ulegnie zmianie zarówno przy sieci o krótkich bokach od 0,1 do 0,6 km, jak i przy dużej regionalnej, powierzchniowej sieci poziomej. W wypadku wprowadzenia, zarówno przy pomiarze wyjściowym jak i aktualnym, obok pomiaru kierunków lub kątów pomiaru długości boków i azymutów, przedstawiony w przykładzie sposób postępowania znacznie się uprości.

Przy opracowaniu przykładu założono, że punkty 1 i 6 sieci po wykonaniu pomiaru wyjściowego zostały zniszczone i odbudowane przed po-



Rys. 4

miarem aktualnym. Zmiana położenia punktów 1 i 6 wynosi po kilkadziesiąt metrów. Pozostałe punkty badane przemieściły się w granicach od kilku do kilkunastu decymetrów.

W tablicy 1 podano wielkości kątów β pomierzonych przy pomiarze wyjściowym oraz kątów β' pomierzonych przy pomiarze aktualnym.

Poprawność wykonanych pomiarów połowych sprawdzono obliczając wielkości odchyłek zamknięcia sumy kątów dla wszystkich niezależnych trójkątów z pomiaru wyjściowego i aktualnego.

Przy wszystkich dalszych analizach wykorzystywany jest średni błąd pomiaru kąta wyznaczony za pomocą wzoru Ferrero na podstawie materiałów połowych z pomiaru wyjściowego i aktualnego (łącznie 24 trójkąty)

$$m_{\beta} = \pm \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{3n}} = \pm \sqrt{\frac{70}{72}} = \pm \sqrt{0,972} = \pm 0,99'' \approx \pm 1''.$$

Przy wykonaniu pomiaru wyjściowego i aktualnego pomierzono tylko kąty, w związku z tym identyfikację punktów wzajemnie stałych należy wykonać w trzech etapach.

E t a p 1

Identyfikację boków, które spełniają warunek wzajemnej stałości azymutu, przeprowadza się wykorzystując zależności (9) i (10).

$$\Delta\varphi = \sum \beta'_i - \sum \beta_i < km_{\beta} \sqrt{n},$$

przy czym przyjmuje się stosunek błędu maksymalnego do błędu średniego $k = 3$.

Identyfikację boków, które wzajemnie spełniają warunek „stałości azymutu” przeprowadzono w tablicy 2.

Dla każdej pary boków wykonano kontrolę wzajemnej stałości azymutu idąc dwoma niezależnymi drogami. W tablicy 2 wyniki kontroli przeprowadzonej niezależnymi drogami rozdzielono poziomą, przerywaną linią. W wyniku kontroli i analizy całości materiałów zidentyfikowano boki S_{2-3} , S_{3-4} i S_{9-10} , jako spełniające względem siebie warunek „stałości azymutu”.

E t a p 2

W drugim etapie identyfikacji punktów wzajemnie stałych należy sprawdzić czy boki spełniające warunek wzajemnej „stałości azymutu” spełniają jednocześnie warunek „niezmienności skali”. Kontrolę tę przeprowadza się wykorzystując zależność (13).

$$\log \sin \beta_i + \log \sin \beta_j - \log \sin \beta'_i - \log \sin \beta'_j + \dots \leqslant km_s$$

gdzie $m_s = m_\beta \sqrt{2[(\Delta \log \sin \beta_i)^2]}$.

Dla boków S_{3-2} , S_{4-3} , S'_{3-2} , S'_{4-3} musi być spełniona zależność

$$\frac{S_{3-2}}{S_{4-3}} = \frac{S'_{3-2}}{S'_{4-3}}.$$

Zastępując stosunki boków stosunkami sinusów kątów mierzonych otrzyma się

$$\frac{\sin \beta_{15} \sin \beta_6}{\sin \beta_3 \sin \beta_{16}} = \frac{\sin \beta'_{15} \sin \beta'_6}{\sin \beta'_3 \sin \beta'_{16}},$$

a po zlogarytmowaniu i podstawieniu wartości sinusów kątów pomierzonych (z 7-cyfrowych tablic logarytmicznych) uzyska się

$$[\log \sin \beta_i] = -0,0000042,$$

$$m_s = \pm 1'' \sqrt{1313,9} \approx 36,2.$$

Wynik w/w obliczeń oraz obliczeń wykonanych dla wszystkich pozostałych kontrolowanych względem siebie boków (w tym wypadku boków S_{2-3} , S_{3-4} , S_{9-10} , S'_{2-3} , S'_{3-4} , S'_{9-10}) zamieszczono w tablicy 3. Sposób prowadzenia zapisu danych i graficznego przedstawienia wyniku kontroli jest w tablicy 3 taki sam jak w tablicy 2.

Przeprowadzona w tablicy 3 kontrola i analiza jej wyników wykazała, że boki S_{2-3} , S_{3-4} , S_{9-10} w okresie między porównywanymi pomiarami nie zmieniły długości (zachowały względem siebie warunek „niezmienności skali”).

Etap 3

W etapie 3 przeprowadza się właściwą identyfikację punktów wzajemnie stałych w sieci na podstawie zależności (5)

$$|[\delta X]| \leqslant km_{\{\delta X\}}$$

$$|[\delta Y]| \leqslant km_{\{\delta Y\}}$$

Obliczenia pomocnicze

Z zidentyfikowanych w uprzednich etapach boków, które spełniają jednocześnie warunek „stałości azymutu” i „niezmienności skali” wybiera się jeden bok, przyjmuje się go za wyjściowy przy obliczeniu długości i azymutów wszystkich boków zarówno dla sieci z pomiaru wyjściowego oraz sieci z pomiaru aktualnego.

$$S_{J-K} = S'_{J-K}$$

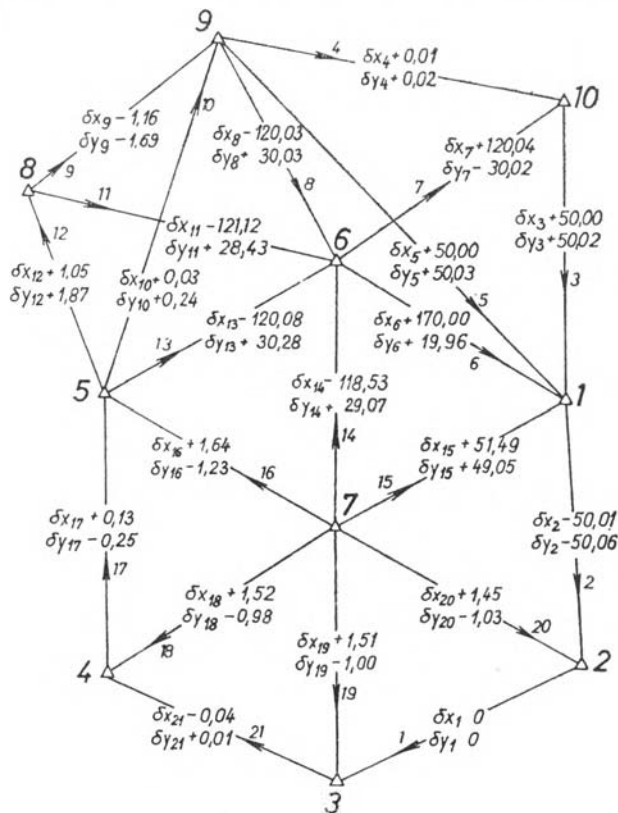
$$\alpha_{J-K} = \alpha'_{J-K}$$

W omawianym przykładzie za wyjściowy przyjęto bok

$$S_{2-3} = S'_{2-3} = 3548,34 \text{ m}$$

$$\alpha_{2-3} = \alpha'_{2-3} = 55^{\circ}31'32''.$$

Wykorzystując wyznaczone (wzorem sinusów) długości boków oraz wyznaczone azymuty, dla wszystkich boków sieci obliczono przyrosty współrzędnych, a następnie ich zmiany (tablica 4). Obliczone zmiany przyrostów nanosi się na szkic sieci (rys. 5), numerując jednocześnie boki sieci i zaznaczając strzałką kierunek przyjęty przy obliczaniu zmian δX , δY .



Rys. 5

Kontrola wzajemnej stałości punktów sieci

Właściwą kontrolę wzajemnej stałości punktów sieci wykonuje się na podstawie zmian δX , δY , systemem „każdy z każdym”. Dla każdej pary

punktów kontrolę przeprowadza się dwoma niezależnymi drogami. W tablicy 5 obliczenia wykonane niezależnymi drogami rozdzielono poziomą przerywaną linią.

W omawianym wypadku ostateczną kontrolą objęto punkty 2, 3, 4, 9, 10 ograniczające boki S_{3-2} , S_{3-4} , S_{9-10} , spełniające jednocześnie warunek „stałości azymutu” i „niezmienności skali” oraz dodatkowo punkt 5, który przy wstępnym sprawdzeniu wykazywał niewielkie składowe ruchu.

W wyniku analizy zidentyfikowano jako wzajemnie stałe punkty: 2, 3, 4, 9, 10.

Wyrównanie materiałów polowych

Jednoczesne wyrównanie materiałów polowych z obu pomiarów (wyjściowego i aktualnego) przeprowadza się metodą pośredniczącą zgodnie z założeniami przyjętymi w wariancie A.

Przy układaniu równań poprawek przyjęto wagi odpowiadające następującym średnim błędom wyznaczenia:

— dla równań poprawek kątów

$$m_{\beta} = m_{\beta'} = \pm 1''$$

zgodnie ze średnim błędem pomiaru kąta obliczonym za pomocą wzoru Ferrero,

— dla fikcyjnych obserwacji punktów odniesienia

$$m_X = m_Y = m_{X'} = m_{Y'} = \pm 0,05 \text{ m.}$$

Przyjęto, że dokładność identyfikacji punktów wzajemnie stałych w przybliżeniu odpowiada dokładności wyznaczenia współrzędnych. Należy podkreślić, że obranie takiej lub innej „wagi” równania błędu odgrywa tu rolę drugorzędną. Jeżeli bowiem wartość któregośkolwiek punktu odniesienia jest technicznie niska, tzn. jeżeli przyjęcie za stały ($DX = DY = 0$) tego punktu jest sprzeczne z rozważanym jako całość układem obserwacji i równych zeru przemieszczeń na pozostałych punktach odniesienia, to wówczas, niezależnie od wielkości przyjętej „wagi”, w wyniku procesu wyrównawczego uzyska się dla tego punktu znaczne poprawki dX i dY [2]. Wynik taki świadczy o błędnie wykonanej identyfikacji punktów wzajemnie stałych.

— Dla równań warunkowych

$$dX'_J - dX_J + \omega_i = 0$$

$$dY'_J - dY_J + \omega_j = 0$$

błąd wyznaczenia różnicy współrzędnych jednoimiennych z sieci dla pomiaru wyjściowego i aktualnego przyjęto jednakowy dla wszystkich równań warunkowych

$$m_{(X'-X)} = m_{(Y'-Y)} = \pm 0,01 \text{ m.}$$

W omawianym przykładzie zestawiono:

- dla pomiaru wyjściowego:
 - 34 równania poprawek dla pomierzonych kątów,
 - 10 równań fikcyjnych obserwacji współrzędnych pięciu punktów odniesienia (ściśle odpowiednich długości X, Y),
- dla pomiaru aktualnego:
 - 34 równania poprawek dla pomierzonych kątów,
 - 10 równań fikcyjnych obserwacji współrzędnych pięciu punktów odniesienia, tych samych, jakie przyjęto przy pomiarze wyjściowym.

Dwa te niezależne układy równań poprawek połączono w jedną całość przez wprowadzenie 10 warunków na wyznaczone niewiadome-składowe przemieszczeń na pięciu punktach dopasowania.

W tablicy 6 zestawiono otrzymane w wyniku wyrównania niewiadome dX, dY, dX', dY' oraz wykonano obliczenie wyrównanych współrzędnych, a następnie zgodnie z wzorem (18) obliczenie przemieszczeń poziomych.

Obliczony na podstawie wyrównania średni błąd pojedynczej obserwacji wynosi

$$m_0 = \pm 0,9''.$$

Zestawione w tablicy 6 średnie błędy przemieszczeń poziomych obliczono zgodnie z wzorem

$$m_{DX} = \pm m_0 \sqrt{Q_{KK} - 2Q_{KK'} + Q_{K'K'}}.$$

L I T E R A T U R A

- [1] Gaździcki J., Janusz W.: Próby wykorzystania elektronowej maszyny cyfrowej UMC-1 do rachunkowego opracowania wyników pomiarów odkształceń. *Prace IGW t. II, zeszyt 3*, 1964.
- [2] Hausbrandt St.: *Rachunek wyrównawczy i obliczenia geodezyjne*. PPWK, Warszawa 1971.
- [3] Hermanowski A.: Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieci trygonometrycznej pełnej na podstawie nie wyrównanych różnic kierunków obserwowanych. *Prace IGiK t. XVIII, zeszyt 2(43)*, 1971.
- [4] Lazzarini T.: *Geodezyjne pomiary odkształceń i ich zastosowanie w budownictwie*. PPWK, Warszawa 1961.
- [5] Janusz W.: Sposoby obliczania poziomych przemieszczeń punktów sieci geodezyjnych w zależności od rodzaju dokonywanych okresowo obserwacji. *Przegląd Geodezyjny*, nr 2/1964.
- [6] Janusz W.: Geodezyjna interpretacja wyników pomiarów przemieszczeń. *Prace IGiK tom XVI, zeszyt 2(38)*, 1969.
- [7] Laudyn I.: Doświadczalne określenie dokładności wyznaczania przesunięć poziomych metodą trygonometryczną przy zastosowaniu sieci niepełnej. *Zeszyty Naukowe PW. Nr 59 Geodezja nr 7*, 1962.
- [8] Płatek A.: Analiza dokładnościowa wyznaczania bezwzględnych przemieszczeń punktów w powierzchniowych sieciach trygonometrycznych położonych na obszarach górniczych. *Geodezja i Kartografia 4/68 Rocznik XVII* 1968.

Recenzował: doc. dr hab. Jerzy Rogowski

Rękopis złożono w Redakcji w kwietniu 1975 r.

**Zestawienie wielkości kątów pomierzonych przy obserwacji wyjściowej β
oraz aktualnej β'**

Tablica 1

Nr	β	β'
	o ' "	o ' "
1	57 51 14	56 38 04
2	60 12 05	61 16 20
3	57 12 47	57 11 36
4	50 34 11	50 32 57
5	63 10 10	68 11 26
6	51 34 40	51 33 02
7	65 12 33	65 14 28
8	61 26 45	61 25 44
9	49 20 21	47 12 50
10	74 24 16	76 10 55
11	60 43 03	64 28 21
12	63 17 57	60 04 17
13	55 59 02	55 27 19
14	61 56 39	62 05 39
15	72 13 00	72 15 29
16	60 15 09	60 15 33
17	53 20 42	53 19 48
18	56 15 24	56 36 14
19	35 31 31	37 39 30
20	43 09 09	43 07 02
21	53 38 14	52 20 58
22	50 05 55	51 25 06
23	33 06 40	33 06 55
24	35 21 13	35 47 48
25	61 26 10	59 40 11
26	47 41 09	46 52 30
27	62 46 36	61 05 13
28	52 58 50	51 42 48
29	29 03 26	29 22 27
30	40 50 41	40 05 13
31	57 07 04	58 49 32
32	45 38 58	44 41 24
33	36 23 17	36 23 51
34	35 11 11	37 49 29

Identyfikacja boków, które spełniają warunek „niezmienności skali”

Tablica 3

Oznaczenie boków		
2—3	3—4	9—10
↓ 2—3 →	3, 6, 15, 16, 3', 6', 15', 16'. -42,2; ±36,6 ● ↓ 3—4 →	3, 5, 6, 7, 8, 10, 15, 18, 19, 24, 28, 31, 3', 5', 6', 7', 8', 10', 15', 18', 19', 24', 28', 31'. +13,9; ±79,3 5, 7, 8, 10, 16, 18, 19, 24, 28, 31, 5', 7', 8', 10', 16', 18', 19', 24', 28', 31'. +55,1; ±74,5

Tablica 4

Przyrosty współrzędnych oraz ich zmiany δX , δY dla wszystkich boków sieci
(obliczone na podstawie nie wyrównanych materiałów połowych)

Bok	Pomiar wyjściowy		Pomiar aktualny		$\delta X =$ $= \Delta X' - \Delta X$	$\delta Y =$ $= \Delta Y' - \Delta Y$
	ΔX	ΔY	$\Delta X'$	$\Delta Y'$		
1—2	-2977,20	+ 368,74	-3027,21	+ 318,68	- 50,01	-50,06
2—3	-2008,51	-2925,17	-2008,51	-2925,17	0,00	0,00
3—4	+1564,56	-3099,17	+1564,52	-3099,16	- 0,04	+ 0,01
4—5	+3390,21	- 0,06	+3390,34	- 0,31	+ 0,13	- 0,25
5—6	+1175,35	+2096,53	+1055,27	+3126,81	-120,08	+30,28
6—1	-1144,40	+2553,19	- 974,40	+2579,15	+170,00	+19,96
5—8	+3000,01	- 500,03	+3001,06	- 498,16	+ 1,05	+ 1,87
8—9	+1500,02	+3500,05	+1498,86	+3498,36	- 1,16	- 1,69
9—10	- 999,98	+2999,99	- 999,97	+3000,01	+ 0,01	+ 0,02
10—1	-3469,10	- 344,23	-3419,10	- 294,23	+ 50,00	+50,02
5—9	+4499,35	+2999,99	+4499,98	+3000,23	+ 0,03	+ 0,24
8—6	-1924,67	+2596,54	-1945,79	+3624,96	-121,12	+28,43
9—6	-3224,63	+ 96,54	-3444,69	+ 126,57	-120,03	+30,03
6—10	+2324,67	+2903,45	+2444,71	+2873,43	+120,04	-30,02
9—1	-4469,08	+2355,72	-4419,08	+2705,75	+ 50,00	+50,03
7—1	+1864,70	+2235,82	+1916,19	+2334,87	+ 51,49	+49,05
7—2	-1112,49	+2654,57	-1111,04	+2353,54	+ 1,45	- 1,03
7—3	-3121,04	- 270,61	-3119,53	- 271,61	+ 1,51	- 1,00
7—4	-1556,49	-3369,79	-1554,93	-3370,77	+ 1,52	- 0,98
7—5	+1833,73	-3369,86	+1835,37	-3371,09	+ 1,64	- 1,23
7—6	+3009,12	- 273,34	+2890,59	- 244,27	-118,53	+29,07

Identyfikacja boków, które wzajemnie spełniają warunek „stałości azymutu”

Fragment

Oznaczenie boków					
2—3	3—4	9—10	5—9	4—5	
↓ 2—3 →	4, 5, 4', 5'. -2"; ±2" ●	4, 5, 6, 7, 3, 9, 19, 24, 29, 30, 4', 5', 6', 7', 8', 9', 19', 24', 29', 30'. +6"; ±4,7" ●	4, 5, 6, 7, 8, 9, 19, 4', 5', 6', 7', 8', 9', 19'. +14"; ±3,7" ● ● ●	4, 5, 6, 7, 4', 5', 6', 7'. -19"; ±2,8" ● ● ●	
	3, 15, 16, 6, 3', 15', 16', 6'. -4"; ±2,8" ●	3, 15, 16, 17, 18, 10, 26, 28, 31, 3', 15', 16', 17', 18', 10', 28', 26', 31'. -5"; ±4,7" ●	3, 15, 16, 17, 18, 10, 26, 24, 3', 15', 16', 17', 18', 10', 26', 24'. -14"; ±4,2" ● ● ●	3, 15, 16, 17, 8, 3', 15', 16', 17', 8'. +17"; ±3,2" ● ● ●	
↓ 3—4 →		6, 7, 8, 9, 19, 24, 29, 30, 6', 7', 8', 9', 19', 24', 29', 30'. +4"; ±4,0" ●	6, 7, 8, 9, 19, 6', 7', 8', 9', 19'. +16"; ±3,2" ● ● ●	6, 7, 6', 7'. -17"; ±2,0" ● ● ●	
		5, 16, 17, 18, 10, 26, 25, 28, 31, 5', 16', 17', 18', 10', 26', 25', 28', 31'. -3"; ±4,2" ●	5, 16, 17, 18, 10, 26, 25, 24, 5', 16', 17', 18', 10', 26', 25', 24'. -12"; ±4,0" ● ● ●	5, 16, 17, 8, 5', 16', 17', 8'. +19"; ±2,8" ● ● ●	
↓ 9—10 →			24, 29, 30, 24', 29', 30'. -8"; ±2,4" ● ● ●	8, 9, 19, 24, 29, 30, 8', 9', 19', 24', 29', 30'. +25"; ±3,5" ● ● ●	
			19, 26, 25, 28, 31, 19', 26', 25', 28', 31'. +13"; ±3,2" ● ● ●	7, 17, 18, 10, 26, 25, 28, 31, 7', 17', 18', 10', 26', 25', 28', 31'. -18"; ±4,0" ● ● ●	
↓ 5—9 →				8, 9, 19, 8', 9', 19'. +33"; ±2,4" ● ● ●	
				7, 17, 18, 10, 26, 25, 24, 7', 17', 18', 10', 26', 25', 24'. -27"; ±3,7" ● ● ●	
↓ 4—5 →					

Przyjęte oznaczenia
W każdej z krutek tablicy
podano

numery kątów wykorzysta-
ne przy obliczeniu zmiany
kąta

$\Sigma\beta' - \Sigma\beta; m_{\beta} \sqrt{n}$

graficzne oznaczenie wyni-
ku kontroli

Graficzne oznaczenie wyniku kontroli

Wyniki kontroli	Oznaczenie graficzne
$\Sigma\beta' - \Sigma\beta < m_{\beta} \sqrt{n}$	
$m_{\beta} \sqrt{n} < \Sigma\beta' - \Sigma\beta < 2m_{\beta} \sqrt{n}$	●
$2m_{\beta} \sqrt{n} < \Sigma\beta' - \Sigma\beta < 3m_{\beta} \sqrt{n}$	● ●
$3m_{\beta} \sqrt{n} < \Sigma\beta' - \Sigma\beta$	● ● ●

Kontrola wzajemnej stałości punktów sieci

Oznaczenie punktów					
2	3	4	5	9	10
↓ 2	$+1$ $0,00 \pm 0,00$ $0,00 \pm 0,00$	$+1+21$ $-0,04 \pm 0,03$ $+0,01 \pm 0,03$ 	$+1+21+17$ $+0,09 \pm 0,06$ $-0,24 \pm 0,06$ 	$+1+21+17+12+9$ $-0,02 \pm 0,07$ $-0,06 \pm 0,13$	$-2-3$ $+0,01 \pm 0,04$ $+0,04 \pm 0,04$
	$-20+19$ $+0,06 \pm 0,03$ $+0,03 \pm 0,03$ 	$-20+18$ $+0,07 \pm 0,03$ $+0,05 \pm 0,03$ 	$-20+16$ $+0,09 \pm 0,06$ $-0,20 \pm 0,04$ 	$-20+14-8$ $-0,05 \pm 0,06$ $+0,07 \pm 0,07$	$-20+14+7$ $+0,06 \pm 0,06$ $+0,08 \pm 0,07$ 
↓ 3		$+21$ $-0,04 \pm 0,03$ $+0,01 \pm 0,03$ 	$+21+17$ $+0,09 \pm 0,04$ $-0,24 \pm 0,04$ 	$+21+17+12+9$ $0,00 \pm 0,07$ $-0,06 \pm 0,11$	$-1-2-3$ $+0,01 \pm 0,04$ $+0,04 \pm 0,07$
		$-19+18$ $+0,01 \pm 0,04$ $+0,02 \pm 0,03$	$-19+16$ $+0,13 \pm 0,04$ $-0,23 \pm 0,04$ 	$-19+14-8$ $-0,01 \pm 0,06$ $+0,04 \pm 0,07$	$-19+14+7$ $0,00 \pm 0,06$ $+0,05 \pm 0,08$
↓ 4			-17 $-0,13 \pm 0,03$ $+0,25 \pm 0,03$ 	$+17+12+9$ $+0,02 \pm 0,07$ $-0,07 \pm 0,08$	$+17+13+7$ $+0,09 \pm 0,06$ $+0,01 \pm 0,07$ 
			$+18-16$ $-0,12 \pm 0,03$ $+0,25 \pm 0,04$ 	$+18+14-8$ $-0,02 \pm 0,07$ $+0,02 \pm 0,07$	$+18+15-3$ $-0,03 \pm 0,04$ $+0,01 \pm 0,07$
↓ 5				$+10$ $+0,03 \pm 0,07$ $+0,24 \pm 0,06$ 	$+10+4$ $+0,04 \pm 0,08$ $+0,26 \pm 0,07$ 
				$+12+9$ $-0,11 \pm 0,06$ $+0,17 \pm 0,07$ 	$+13+7$ $-0,04 \pm 0,04$ $+0,23 \pm 0,03$ 
↓ 9					$+4$ $+0,01 \pm 0,01$ $+0,02 \pm 0,04$
					$+8+7$ $+0,01 \pm 0,06$ $+0,01 \pm 0,04$

Przyjęte oznaczenia

W każdej z krutek tablicy podano

+17-21... numery boków	
$[\delta X]$	$\pm m_{[\delta X]}$
$[\delta Y]$	$\pm m_{[\delta Y]}$
graficzne oznaczenie wyniku kontroli	

Graficzne oznaczenie wyniku kontroli

Wyniki kontroli	Oznaczenie graficzne
$[\delta X] < \pm m_{[\delta X]}$ $[\delta Y] < \pm m_{[\delta Y]}$	
$\pm m_{[\delta X]} < [\delta X] < \pm 2m_{[\delta X]}$ $\pm m_{[\delta Y]} < [\delta Y] < \pm 2m_{[\delta Y]}$	
$\pm 2m_{[\delta X]} < [\delta X] < \pm 3m_{[\delta X]}$ $\pm 2m_{[\delta Y]} < [\delta Y] < \pm 3m_{[\delta Y]}$	
$\pm 3m_{[\delta X]} < [\delta X]$ $\pm 3m_{[\delta Y]} < [\delta Y]$	

Tablica 6

Zestawienie wyników obliczeń

Nr punc- ktu	Współrzędne przybliżone dla pomiaru				Wyznaczone z wyrównania poprawki do współrzędnych przybliżonych			
	wyjściowego		aktualnego		dX m	dY m	dX' m	dY' m
	X ₀ m	Y ₀ m	X ₀ m	Y ₀ m				
1	9985,72	17556,48	10035,78	17606,49	+0,014	-0,005	-0,040	+0,001
2	7008,51	17925,17	7003,49	17925,15	-0,002	+0,013	+0,024	+0,030
3	5000,00	15000,00	5000,00	15000,00	-0,005	-0,003	-0,004	-0,010
4	6564,56	11900,83	6564,52	11900,84	-0,008	-0,009	+0,022	-0,013
5	9954,77	11900,76	9954,90	11900,52	+0,012	+0,006	-0,021	-0,029
6	11130,12	14997,29	11010,18	15027,33	+0,020	+0,018	-0,039	-0,015
7	8121,04	15270,62	8119,53	15271,61	-0,002	-0,009	+0,003	+0,006
8	12954,76	11400,70	12955,00	11402,39	+0,035	+0,044	-0,033	-0,045
9	14454,78	14900,75	14454,86	14900,75	+0,033	-0,003	-0,045	-0,001
10	13454,80	17900,74	13454,89	17900,76	+0,036	+0,008	-0,052	-0,010

Nr	Współrzędne wyrównane pomiar wyjściowy					Współrzędne wyrównane pomiar aktualny				
	X = = X ₀ + dX	±m _X	Y = = Y ₀ + dY	±m _Y	±m _P	X' = X ₀ ' + + dX'	±m _{X'}	Y' = Y ₀ ' + + dY'	±m _{Y'}	±m _P
	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
1	9985,734	0,018	17556,475	0,018	0,025	10035,740	0,018	17606,491	0,018	0,025
2	7008,508	0,019	17925,183	0,019	0,027	7003,514	0,019	17925,180	0,019	0,027
3	4999,995	0,020	14999,997	0,020	0,029	4999,996	0,020	14999,990	0,020	0,029
4	6564,552	0,021	11900,821	0,021	0,030	6564,542	0,021	11900,827	0,021	0,030
5	9951,782	0,021	11900,766	0,021	0,030	9954,879	0,021	11900,491	0,021	0,030
6	11130,140	0,017	14997,308	0,017	0,024	11010,141	0,017	15027,315	0,017	0,024
7	8121,038	0,016	15270,611	0,016	0,022	8119,533	0,016	15271,616	0,016	0,022
8	12954,795	0,026	11400,744	0,026	0,037	12955,962	0,026	11402,345	0,026	0,037
9	14454,813	0,022	14900,747	0,022	0,032	14454,815	0,022	14900,749	0,022	0,032
10	13454,836	0,021	17900,746	0,021	0,030	13454,838	0,021	17900,750	0,021	0,030

Nr	Przemieszczenia poziome					
	DX = X' - X m	±m _{DX} m	DY = Y' - Y m	±m _{DY} m	D = DX ² + DY ² m	±m _D m
1	+50,006	0,011	+50,016	0,011	70,726	0,016
2	+0,006	0,008	-0,003	0,008	0,007	0,011
3	+0,001	0,008	-0,007	0,008	0,007	0,011
4	-0,010	0,008	+0,006	0,008	0,011	0,011
5	+0,097	0,014	-0,275	0,014	0,292	0,020
6	-119,999	0,010	+30,007	0,009	123,694	0,014
7	-1,505	0,009	+1,005	0,009	1,810	0,013
8	+1,167	0,019	+1,601	0,017	1,981	0,026
9	+0,002	0,008	+0,002	0,008	0,003	0,011
10	+0,002	0,008	+0,004	0,008	0,004	0,011

Sredni błąd pojedynczej obserwacji
wyznaczony z wyrównania

$$m_0 = \pm 0,87'' \pm 0,9''$$

АНДЖЕЙ ХЕРМАНОВСКИ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПУНКТОВ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВАНИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Резюме

В работе представлен новый метод идентифицирования взаимно постоянных пунктов, уравнивания полевых материалов и вычисления составляющих горизонтальных перемещений пунктов сети, на которых выполнены периодические геодезические измерения. Этот метод характеризуется тем, что:

- идентифицирование пунктов сети, которые не изменили своего расположения в период между сравнительными измерениями, проводится на основе анализа неуровненных полевых материалов обеих измерений;

- может применяться как для крупных сетей при определении районных движений, так и для малых сетей при определении перемещений пунктов, расположенных на инженерных объектах, причём геометрическая форма сети может быть различной при обоих сравниваемых измерениях.

В результате применения описываемого метода получают:

- координаты X' , Y' вместе с оценкой точности их определения для пунктов измеряемой сети, адаптированные к сети предыдущего измерения в пунктах, которые сохранили своё расположение в период между сравниваемыми измерениями;

- величины составляющих перемещений всех общих пунктов для обеих сравниваемых сетей вместе с оценкой точности.

ANDRZEJ HERMANOWSKI

ON DETERMINING HORIZONTAL DISPLACEMENTS OF REGIONAL POINTS OF HORIZONTAL SURFACE NETWORKS

Summary

The present paper is a description of a new method of identifying mutually immobile network points, adjusting field data, and calculating the displacement components of horizontal points of the network on which periodical geodetic measurements are made. It is characteristic of this method that:

- the identification of those network points which have not changed their mutual position in the period between two compared measurements is made on the basis of analysis of non-adjusted field data from both measurements;

- this method can be applied to both large networks for determining regional movements, as well as small networks for determining the displacement of points distributed at construction works, and the geometrical shape of the network can be different for both compared measurements.

Application of the present method gives:

- coordinates X' , Y' (along with their accuracy estimation) for the points of the actually measured network, adjusted to the previous measurements network at those points which have preserved their mutual location between compared measurements;

- values of displacement components of all the points common to both compared networks along with their accuracy estimation.

