

EUGENIUSZ PIANKO

624.131.8.003:725.4

Optimalizacja kosztów robót ziemnych na terenie projektowanego zakładu przemysłowego

1. Wstęp

Decyzja o lokalizacji szczegółowej projektowanego zakładu przemysłowego powoduje, że naturalne właściwości terenu, m. in. budowa geologiczna i ukształtowanie pionowe, stają się czynnikami wpływającymi na zakres i koszt robót ziemnych. Celem projektowanych robót ziemnych jest przekształcenie istniejącego ukształtowania terenu do stanu zapewniającego właściwe warunki budowy i przyszłej eksploatacji zakładu.

Przy projektowaniu robót ziemnych istnieje możliwość uzyskania wielu rozwiązań, z których każde spełnia nałożone wymagania techniczne, ale pociąga za sobą różne koszty realizacji. W przypadku zakładów bardzo dużych (o obszarze ponad 100 ha) każdy wariant projektu robót ziemnych wymaga wykonania bardzo pracochłonnych obliczeń, nie zapewniając — przy zastosowaniu metod tradycyjnych — otrzymania rozwiązania optymalnego. Przez optymalne rozumie się takie rozwiązanie, które spełnia wszystkie wymagania techniczne projektu i minimalizuje (lub maksymalizuje) określoną funkcję celu.

Zastosowanie metod i środków informatyki spowodowało istotny postęp również w zakresie projektowania robót ziemnych, dzięki opracowaniu algorytmów i programów konstruowania oraz użytkowania numerycznego modelu terenu (NMT). Dysponując możliwościami wynikającymi z zastosowań NMT podjęto próbę opracowania metody optymalizacji kosztów robót ziemnych na terenie projektowanej dużej (ok. 670 ha) huty surowcowej.

2. Sytuacja wyjściowa

Zasada optymalności sformułowana przez R. E. Bellmana brzmi następująco: „Polityka optymalna ma tę własność, że niezależnie od początko-

wego stanu i początkowej decyzji, pozostałe decyzje muszą stanowić politykę optymalną ze względu na stan wynikający z pierwszej decyzji" [1].

Stan początkowy w przypadku projektowanej huty zawierał następujące elementy:

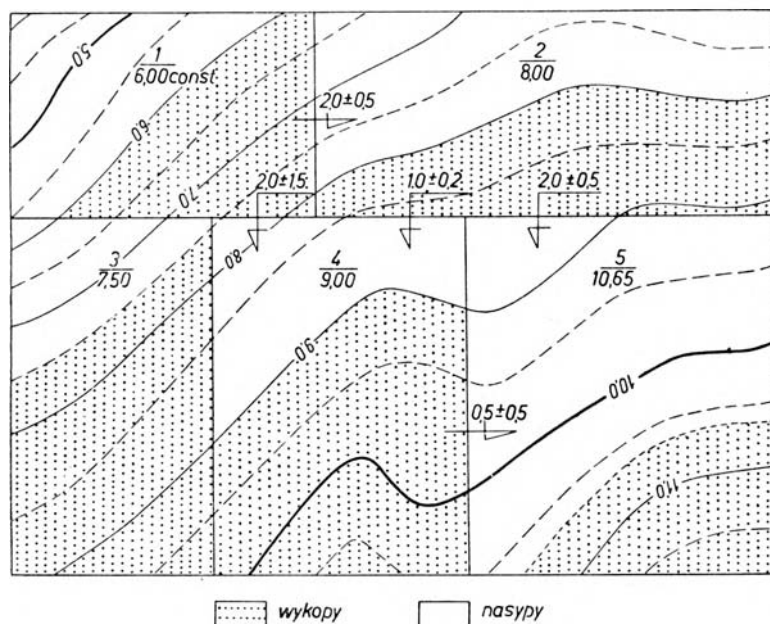
- 2.1 — lokalizację sytuacyjną huty,
- 2.2 — podział terenu huty na mniejsze jednostki przestrzenne, zwane tarasami,
- 2.3 — niezmiennie rzędne płaszczyzn określonych tarasów,
- 2.4. — dopuszczalne wartości zmian rzędnych pozostałych tarasów (wszystkich lub niektórych),
- 2.5 — wymagania odnośnie bilansu mas ziemnych na terenie huty (zerowy lub z nadmiarem wykopów albo nasypów),
- 2.6 — środki transportu mas ziemnych,
- 2.7 — ceny jednostkowe robót ziemnych.

Zmiennymi decyzyjnymi w postępowaniu optymalizacyjnym są objętości mas ziemnych i odległości (koszty) transportu, wobec czego zagadnienie należy do klasy zadań tzw. produkcyjno-transportowych. Zadania tej klasy rozwiązuje się zwykle w ten sposób, że optymalizuje się tylko koszty dominujące w danym zagadnieniu, tzn. albo koszty produkcji, albo koszty transportu. Konieczność dokonania pewnych uproszczeń w modelu matematycznym wynika z faktu, że w procesie optymalizacyjnym należy uwzględniać również koszty i czas wykonania obliczeń, niezbędnych dla uzyskania rozwiązania optymalnego. Znalezienie ekstremum funkcji liniowej lub nieliniowej z dużą liczbą zmiennych decyzyjnych i warunków ograniczających bywa bardzo uciążliwe lub nieopłacalne, nawet przy zastosowaniu specjalnych algorytmów i komputerów.

Proces optymalizacji kosztów robót ziemnych zostanie przedstawiony na przykładzie mniejszego obiektu testowego (rys. 1). Danymi wyjściowymi w procesie optymalizacji są:

- 1) i — numery tarasów,
- 2) H_i — rzędne płaszczyzn tarasów podane przez projektanta lub obliczone za pomocą *NMT* podczas bilansowania mas ziemnych,
- 3) W_i — objętości wykopów na tarasach (z *NMT*),
- 4) N_i — objętości nasypów na tarasach (z *NMT*),
- 5) p_i — pola tarasów (z *NMT*),
- 6) $k_{i,j}$ — koszt transportu 1 m³ mas ziemnych (*NMT*),
- 7) $r_{i,j}$ — dopuszczalne różnice rzędnych płaszczyzn tarasów (podane przez projektanta).

W zastosowaniach praktycznych dzieli się tarasy na mniejsze jednostki przestrzenne, tzw. pola wykopów i nasypów, o wymiarach zależnych od



Rys. 1

przyjętych przedziałów zmienności kosztów transportu. Podział tarasów (np. 16 tarasów projektowanej huty podzielono na 90 pól wykopów i nasypów) zwiększa wymiary zadania, nie wpływając na istotę procedury optymalizacji.

3. Optymalizacja kosztów transportu

Po obliczeniu (z wykorzystaniem *NMT*) objętości wykopów i nasypów na poszczególnych tarasach należy opracować projekt rozdziału mas ziemnych na terenie zakładu. Zagadnienie polega na znalezieniu takiego rozdziału, który doprowadzi do wykonania projektowanych robót ziemnych przy minimalnym koszcie. Z warunku wykonania projektowanych robót ziemnych wynika wniosek, że przy optymalizacji transportu występuje zerowy bilans mas ziemnych, tzn. suma objętości wykopów równa się sumie objętości nasypów. W granicach projektowanego zakładu bilans mas ziemnych może być — z różnych powodów — dodatni lub ujemny. W takim przypadku w procesie optymalizacji uwzględnia się koszty transportu nadwyżek mas ziemnych poza granice zakładu lub koszty transportu brakujących mas spoza granic zakładu.

Zagadnienie optymalizacji kosztów transportu jest znane w programo-

waniu liniowym jako zadanie transportowe. Ogólne sformułowania takiego zadania mają w omawianym tu przypadku następującą interpretację:

Na poszczególnych tarasach występują objętości wykopów $W_1, \dots, W_n$ lub nasypów $N_1, \dots, N_m$ lub wykopów i nasypów. Niech $V_{i,j}$ oznacza objętości wykopów transportowych z tarasów i ($i = 1, \dots, n$) na tarasy j ($j = 1, \dots, m$), przy czym odpowiednie koszty transportu 1 m^3 wykopu wynoszą $k_{i,j}$. Zadanie polega na znalezieniu takich nieujemnych wartości $V_{i,j}$, dla których całkowity koszt transportu mas ziemnych K jest minimalny, tzn.

$$K = \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m V_{i,j} k_{i,j}, \quad (1)$$

przy ograniczeniach
$$\sum_{i=1}^n W_i = \sum_{j=1}^m N_j, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m V_{i,j} = N_j \quad (j = 1, \dots, m), \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^m V_{i,j} = W_i \quad (i = 1, \dots, n), \quad (4)$$

$$V_{i,j} \geq 0. \quad (5)$$

Tablica 1

i/j	11	21	31	41	51	W_i
12	6	10	9	7	17	13903
22	19	5	19	10	7	12045
32	13	21	7	11	20	32696
42	16	16	12	7	12	26291
52	28	19	25	16	7	7438
N_j	13903	16501	6733	7650	47586	

Tablica 2

i/j	11	21	31	41	51	W_i
12		13903				13903
22		2598			9447	12045
32	13903		6733	7650	4410	32696
42					26291	26291
52					7438	7438
N_j	13903	16501	6733	7650	47586	

Macierz zadania transportowego dla przykładu pokazanego na rysunku 1 przedstawia się następująco (tabl. 1).

Wiersze macierzy odpowiadają polom wykopów, kolumny — polom nasypów. Ostatni wiersz zawiera objętości nasypów na tarasach, ostatnia kolumna — objętości wykopów. Na przecięciu wierszy i kolumn występują koszty transportu 1 m³ mas ziemnych ($k_{i,j}$).

Do rozwiązania zadania transportowego zastosowano algorytm „stepping — stone” opisany w [2], otrzymując wartość $K = 985\,927$ (tabl. 2).

Na przecięciu wierszy i kolumn wpisano objętości transportowanych mas ziemnych ($V_{i,j}$).

4. Optymalizacja kosztów robót ziemnych

Optymalizacja kosztów transportu nie wyczerpuje na ogół możliwości minimalizacji kosztów robót ziemnych. Na terenie bardzo dużych zakładów przemysłowych mogą występować zróżnicowane warunki geologiczne, wpływające na koszt robót ziemnych. W tej sytuacji może być opłacalne nawet zwiększenie całkowitej objętości mas ziemnych, jeśli zamiast wykopów o wyższym koszcie 1 m³ wystąpią odpowiednio większe wykopy o niższym koszcie. Wykonanie takiej zamiany jest możliwe jedynie przy istnieniu możliwości zmian rzędnych płaszczyzn, co najmniej niektórych tarasów.

Ten etap procesu optymalizacyjnego dzieli się na dwie fazy:

- 1) poszukiwanie optymalnych rzędnych tarasów,
- 2) ponowna optymalizacja kosztów transportu.

Zmiany rzędnych płaszczyzn tarasów nie mogą powodować — w granicach dokładności obliczeń — naruszenia ustalonego bilansu mas ziemnych (pkt. 2.5).

Dla uproszczenia algorytmu optymalizacji kosztów robót ziemnych wprowadza się zasadę operowania parami tarasów i, j .

Oznaczając przez h_i, h_j zmiany rzędnych tarasów i, j oraz ustalając, że zawsze $h_i > 0, h_j < 0$, warunek zachowania istniejącego bilansu mas ziemnych zapisuje się w postaci

$$\sum_{(i)} p_i h_i + \sum_{(j)} p_j h_j = 0 \pm \epsilon, \quad (6)$$

gdzie ϵ oznacza wartość dopuszczalnego błędu, wynikającego z dokładności obliczeń.

Dla pary tarasów i, j obowiązuje warunek $p_i h_i + p_j h_j = 0$. Skąd

$$h_j = -h_i \frac{p_i}{p_j} = -h_i s_{ij}. \quad (7)$$

Obniżenie kosztu robót ziemnych wskutek zmiany rzędnych płaszczyzn pary tarasów występuje wówczas, gdy

$$c_i v_i > c_j v_j, \quad (8)$$

gdzie c_i, c_j oznaczają koszty 1 m³ robót ziemnych, obliczone po optymalizacji transportu, tzn.

$$c_i = \frac{\sum_{(j)} V_{i,j} k_{i,j}}{\sum_{(j)} V_{i,j}},$$

$$c_j = \frac{\sum_{(i)} V_{j,i} k_{j,i}}{\sum_{(i)} V_{j,i}}, \quad (9)$$

natomiast v_i, v_j oznaczają różnice objętości wykopów, wynikające wskutek zmian rzędnych.

Zmienność objętości wykopów, wewnątrz przedziału dopuszczalnych zmian rzędnych, aproksymuje się funkcją

$$v_i = a_i h_i^2 - b_i h_i, \quad (10)$$

której nieujemne parametry a_i, b_i otrzymuje się z NMT.

Wzór (10) uwzględnia znaki v_i, v_j ($v_i < 0$ dla $h_i > 0$, $v_j > 0$ dla $h_j < 0$), wobec czego wzór (8) przyjmuje postać

$$(-a_i h_i^2 + b_i h_i) c_i > (a_j h_j^2 - b_j h_j) c_j, \quad (11)$$

Po podstawieniu h_j z (7) i wykonaniu prostych przekształceń otrzymuje się

$$h_i (b_i c_i - b_j c_j s_{i,j}) - h_i^2 (a_i c_i + a_j c_j s_{i,j}^2) > 0. \quad (12)$$

Jeśli warunek (12) zostaje spełniony, wówczas optymalną wartość h_i oblicza się na podstawie wzoru

$$h_{i(1)} = \frac{b_i c_i - b_j c_j s_{i,j}}{2 (a_i c_i + a_j c_j s_{i,j}^2)} = \frac{L_{i,j}}{2 M_{i,j}}. \quad (13)$$

W przeciwnym przypadku należy zamienić kolejność tarasów w rozpatrywanej parze i powtórzyć badanie (12).

Zmiany rzędnych nie powinny spowodować zmiany rodzaju robót, tzn. wykopów na nasypy i odwrotnie, ponieważ skutek takiej zmiany nie jest określony w trakcie opisywanego tu postępowania. Powyższe ograniczenie zapisuje się w postaci

$$h_{i(2)} = \min \left(\frac{|R_i|}{p_i}, \frac{|R_j|}{p_j} \right), \quad (14)$$

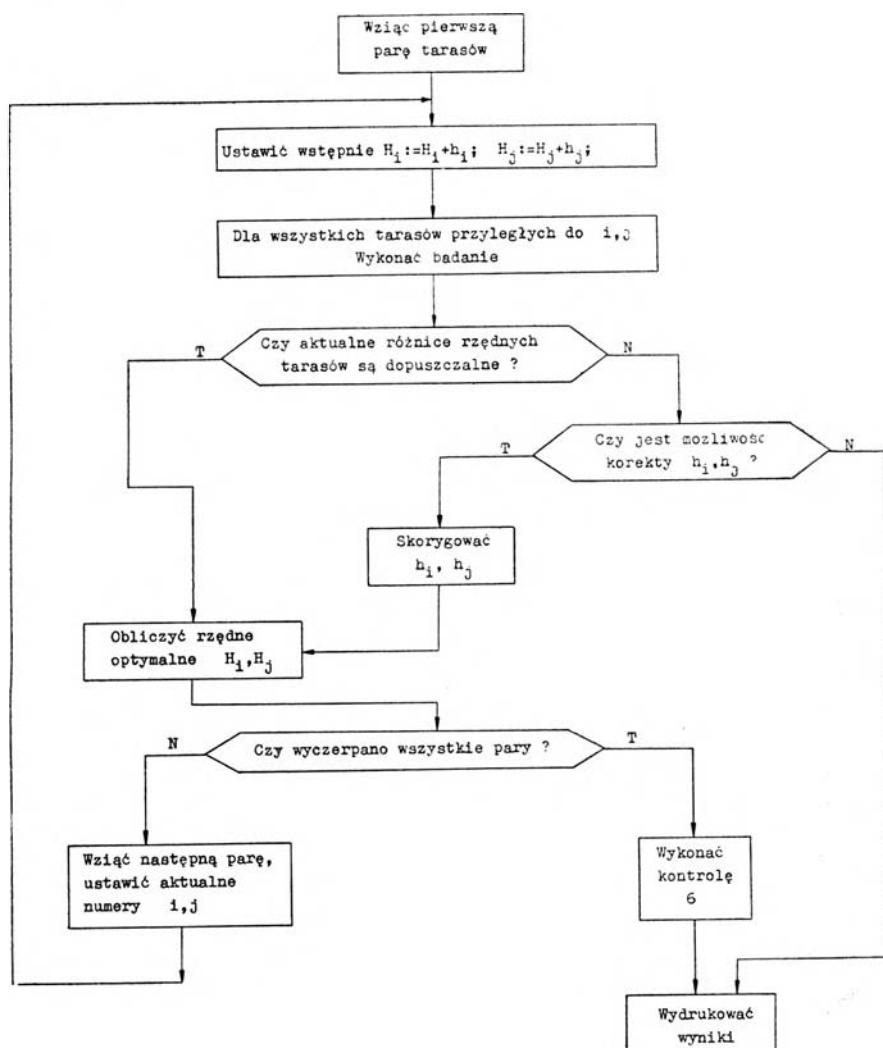
gdzie

$$R_i = W_i - N_i, \quad R_j = W_j - N_j.$$

Kolejne ograniczenie wartości zmian rzędnych wynika z podanych w projekcie wartości dopuszczalnych różnic rzędnych płaszczyzn tarasów przyległych. To ograniczenie przyjmuje postać

$$h_{i(3)} = \frac{|r_{i,j}|}{1+s_{i,j}}, \quad (15)$$

Zmiany rzędnych płaszczyzn tarasów podlegają zatem ograniczeniom ze względu na opłacalność (13), zachowanie rodzaju robót (14) i spełnienie warunków projektowych (15).



Rys. 2

Jako początkowe wartości zmian rzędnych przyjmuje się

$$\begin{aligned} h_i &= \min (h_{i(1)}, h_{i(2)}, h_{i(3)}), \\ h_j &= -h_{i s_{i,j}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Po wyznaczeniu h_i, h_j dla wszystkich rozpatrywanych par tarasów oblicza się wartości możliwych oszczędności

$$z_{i,j} = h_i L_{i,j} - h_j^2 M_{i,j} \quad (17)$$

i zestawia się tablicę par w kolejności malejących wartości z . Schemat dalszego postępowania przedstawia rysunek 2.

Proces wyznaczania optymalnych rzędnych płaszczyzn tarasów kończy się, gdy

— wyczerpano wszystkie pary tarasów (ograniczenie opłacalności),

Tablica 3

Nr i	proj. H_i	opt. H_i
1	6,00	6,00
2	8,00	8,00
3	7,50	8,08
4	9,00	9,20
5	10,65	10,09

Tablica 4

i/j	11	21	31	41	51	W_i
12	13903					13903
22		12045				12045
32			14282			14282
42		4456	141	12469	2734	19800
52					19650	19650
N_j	13903	16501	14423	12469	22384	

$$K_{\text{opt}} = 578\,561.$$

— lub wyczerpano wszystkie możliwości zmian rzędnych (ograniczenia geometryczne).

Po wyznaczeniu rzędnych optymalnych oblicza się ponownie objętości wykopów i nasypów na tarasach o zmienionych rzędnych (NMT) oraz optymalizuje się koszty transportu.

Zastosowanie opisanego tu postępowania w przykładzie testowym podanym na rysunku 1 dało następujące wyniki (tab. 3 i 4).

5. Uwagi końcowe

Programy optymalizacji kosztów transportu i kosztów robót ziemnych zostały opracowane w Zakładzie Informatyki Geodezyjnej i Kartograficznej IGiK przez mgr Janinę Muszyńską (język ALGOL 1204). Praktyczne zastosowanie metody i programów do optymalizacji kosztów robót ziemnych na terenie projektowanej huty potwierdziło skuteczność takiego postępowania.

Przy opracowywaniu metody rozwiązania zadania optymalizacji kosztów robót ziemnych występowały istotne ograniczenia czasowe, finansowe i techniczne. Jedynie uwzględnienie wszystkich ograniczeń pozwala na stosowanie terminu „optymalizacja”, bowiem w sensie matematycznym uzyskuje się tu rozwiązanie suboptymalne. Optymalizacja poszczególnych części procesu nie oznacza — na ogół — optymalizacji całego układu.

L I T E R A T U R A

- [1] *Bellman R. E., Dreyfus S. E.*: Programowanie dynamiczne. PWE, Warszawa, 1967.
- [2] *Muller Y.*: Wprowadzenie do nauki organizacji i badań operacyjnych. PWE, Warszawa, 1971.
- [3] *Radzikowski W.*: Programowanie liniowe i nieliniowe dla ekonomistów. PWE, Warszawa, 1971.

Recenzował: doc. dr Jerzy Gaździcki

Rękopis złożono w Redakcji w marcu 1973 r

ЭУГЕНИУШ ПЯНКО

ОПТИМИЗАЦИЯ СТОИМОСТИ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ
НА ТЕРРИТОРИИ ПРОЕКТИРУЕМОГО
ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Р е з ю м е

В работе представлена проблема оптимизации стоимости проектируемых земляных работ. Описаны имеющиеся ограничения, а также целевая функция. В описываемом случае применялись два алгоритма: оптимизации стоимости транспорта земляных масс, а также оптимизации полной стоимости земляных работ — при учёте геометрических и экономических ограничений.

EUGENIUSZ PIANKO

OPTIMIZING THE COST OF EARTHWORKS ON THE SITE OF A DESIGNED
INDUSTRIAL PLANT

S u m m a r y

The author deals with the problems involved in optimizing the cost of designed earthworks. First he discusses the existing limitations and the function of the final purpose. In the example he cites two algorithms were applied: optimizing the cost of earth transport and optimizing the total cost of earthworks, with due consideration paid to limitations of a geometrical and economic character.