

## **Analiza i kryteria wyboru najwłaściwszej metody opracowania analitycznego fotogrametrycznych zdjęć naziemnych**

### **1. Wstęp**

Analityczne opracowanie fotogrametrycznych zdjęć naziemnych obejmuje cykl prac zaczynający się pomiarem współrzędnych tłowych i kończący się wyznaczeniem przestrzennych współrzędnych terenowych. Celem mojej pracy było przeanalizowanie dotychczas stosowanych metod analitycznego opracowania zdjęć naziemnych oraz sformułowanie kryteriów doboru optymalnej metody opracowania dla różnych typów obiektów.

Konieczność kompleksowego przeanalizowania i uporządkowania metod analitycznych przeznaczonych do opracowań zdjęć naziemnych wynika z faktu, że dotychczas używane metody były przeważnie dostosowane do jednego konkretnego zadania i w wypadku wprowadzenia chociażby drobnej zmiany technologicznej wymagały pracochłonnych przeróbek.

W ostatnich latach w Instytucie Geodezji i Kartografii dokonano dużego postępu w zakresie fotogrametrii lotniczej w wyniku czego powstały dwa duże systemy wyrównań blokowych: dla niezależnych zdjęć i niezależnych modeli (z odpowiednimi wariantami dla wyrównań szeregowych), natomiast w zakresie analitycznych opracowań zdjęć naziemnych nadal istniała konieczność analizy, wyboru i optymalizacji odpowiednich metod. Ponieważ od kilku lat zajmowałem się metodami analitycznymi przede wszystkim w zastosowaniu do fotogrametrii naziemnej, postanowiłem podjąć tę pracę. Zebrałem, przeanalizowałem i dostosowałem do zadań fotogrametrii naziemnej różne metody analityczne. Wszystkie metody zostały sprawdzone praktycznie przez wykonanie obliczeń na dwóch polach doświadczalnych. W oparciu o rozważania teoretyczne i badania praktyczne sformułowałem kryteria wyboru najwłaściwszych metod analitycznego opracowania dla różnych wariantów zdjęć naziemnych. Wybrane metody zostały połączone w jeden system pozwalający na opracowanie dużej ilości spotykanych w praktyce wariantów zdjęć naziemnych (w zakresie pojedynczego stereogramu) oraz na uzyskanie założonych dokładności.

Ostatecznym technologicznym wynikiem pracy, bardzo ważnym dla dalszego produkcyjnego wykorzystania opracowanego systemu są opisy technologiczne wybranych metod oraz pakiet szczegółowo zweryfikowanych programów obliczeniowych dla maszyny ODRA 1204.

## 2. Podstawowe oznaczenia

Używane w dalszych częściach pracy podstawowe, powtarzające się oznaczenia literowe będą zawsze takie same, dlatego jest rzeczą niezbędną wyjaśnienie ich znaczenia na początku pracy. Oznaczenia literowe występujące jednorazowo będą omawiane przy poszczególnych wzorach. Przyjęto następujące podstawowe oznaczenia literowe:

- $x', z', p_x, p_z$  — współrzędne tłowe i paralaksy,
- $f$  — odległość obrazu kamery,
- $x'_O, z'_O$  — współrzędne punktu głównego zdjęcia,
- $Y'_O, X'_O, Z'_O$  — terenowe współrzędne środka rzutów,
- $Y'_s, X'_s, Z'_s$  — terenowe współrzędne zastabilizowanego stanowiska kamery,
- $Y_p, X_p, Z_p$  — współrzędne punktu w układzie terenowym,
- $YF_p, XF_p, ZF_p$  — współrzędne punktu w układzie fotogrametrycznym,
- $e_1, e_2$  — mimośród poziomy i pionowy środka rzutów,
- $dx, dz, df$  — poprawki do współrzędnych tłowych i odległości obrazu,
- $dY, dX, dZ$  — poprawki do współrzędnych terenowych,
- $b_y, b_x, b_z$  — składowe wektora bazy,
- $b$  — długość bazy,
- $\omega, \varphi, \kappa$  — katowe elementy orientacji wewnętrznej,
- $d\omega, d\varphi, d\kappa$  — poprawki do elementów orientacji wewnętrznej,
- $\alpha$  — azymut,
- $\beta$  — kąt pionowy.

Wartości odnoszące się do zdjęcia prawego są oznaczone podwójnym akcentem np.:  $x''$ .

## 3. Źródła błędów zdjęć naziemnych i metody ich korekcji

Dokładność wyników opracowania analitycznego zależy w dużej mierze od dokładności z jaką uzyskano dane wyjściowe, to jest współrzędne tłowe obserwowanych punktów. W trakcie dalszych obliczeń współrzędne tłowe traktowane są w równaniach obserwacyjnych jako wielkości mierzone i zgodnie z zasadami rachunku wyrównawczego nie powinny być obciążone wpływami błędów systematycznych. Dla spełnienia tego warunku i osiągnięcia maksymalnych dokładności ostatecznych wyników,

należy dążyć do wyeliminowania wpływu zniekształceń obrazu, spowodowanymi błędami systematycznymi. Wprowadzenie poprawek do pomierzonych współrzędnych tłowych jest integralną częścią analitycznego opracowania zdjęć w nowoczesnych technologiach fotogrametrycznych.

### 3.1. Ocena wielkości błędów współrzędnych tłowych i metody ich korekcji

Oszacowanie wielkości i charakteru błędów współrzędnych tłowych wynikających z różnych źródeł ma zasadnicze znaczenie dla dalszego postępowania przy opracowywaniu wykonanych obserwacji. Przyjąłem zasadę, że należy dążyć do korekcji wszystkich błędów systematycznych, nawet wówczas jeżeli ich wielkości mieszczą się w granicach dokładności pomiaru współrzędnych tłowych. Zasada ta ma na celu uniknięcie niebezpieczeństwa sumowania się błędów systematycznych przy dalszych obliczeniach.

#### 3.1.1. Wpływ krzywizny Ziemi i refrakcji atmosferycznej

Wpływ krzywizny Ziemi i refrakcji atmosferycznej na współrzędną tłową z fotogrametrycznego zdjęcia naziemnego jest identyczny z wpływem tych czynników na wyznaczenie terenowej współrzędnej  $Z$  przy pomocy niwelacji trygonometrycznej. Z geodezji podstawowej znany jest wzór na łączną poprawkę do wyznaczonej współrzędnej  $Z$  ze względu na refrakcję i krzywiznę Ziemi:

$$dZ = \left( \frac{1-k}{2R} \right) \cdot d^2 \quad (1)$$

gdzie  $K$  — współczynnik refrakcji,  
 $d$  — odległość do punktu,  
 $R$  — promień ziemski.

Mnożąc obie strony równania (1) przez  $\frac{\sqrt{f^2+x^2}}{d} \cong \frac{f}{d}$  wyrażamy poprawkę  $dZ$  w skali zdjęcia

$$dz = f \cdot d \frac{1-k}{2R} \quad (2)$$

Równanie (2) można rozdzielić na dwie części obrazujące wpływ refrakcji (3) i krzywizny Ziemi (4):

$$dz_r = \frac{-k}{2 \cdot R} d \cdot f \quad (3)$$

$$dz_k = \frac{d \cdot f}{2 \cdot R} \quad (4)$$

Przyjmując współczynnik refrakcji  $k = 0,13$  i  $f = 200$  mm, można wyznaczyć wpływ refrakcji na współrzędne tłowe przy różnych odległościach do fotografowanego punktu (tablica 1). Wartość współczynnika  $k$  jest bardzo niepewna, szczególnie wówczas gdy promień świetlny przechodzi blisko powierzchni ziemi a właśnie z takimi przypadkami mamy najczęściej doczynienia przy naziemnych zdjęciach fotogrametrycznych.

Tablica 1

$d$ m	$dz_r$ $\mu m$
100	-0,2
500	-1,0
1000	-2,0

Tablica 2

$d$ m	$dz_k$ $\mu m$
100	1,6
500	8,0
1000	16,0

Jak widać wpływ refrakcji atmosferycznej na fotogrametryczne zdjęcia naziemne jest bardzo mały a jego wyznaczenie niepewne i dlatego można go ewentualnie pominąć przy korygowaniu pomierzonych współrzędnych tłowych.

Przyjmując wartość  $f$  jak poprzednio można obliczyć wpływ krzywizny ziemi na pomierzone współrzędne tłowe przy różnych odległościach do fotografowanego punktu (tablica 2).

Jak widać z tabeli 2 wpływ krzywizny Ziemi na pomierzone współrzędne tłowe jest dosyć znaczny i szczególnie przy zdjęciach wykonywanych z większych odległości należy go uwzględniać, oczywiście tylko wówczas jeżeli współrzędne terenowe służące do transformacji opracowania fotogrametrycznego zostały obliczone z uwzględnieniem krzywizny Ziemi.

### 3.1.2. Dystorsja obiektywu

Dystorsja obiektywu jest poważnym źródłem błędów systematycznych. W tablicy 3 zestawiono wielkości maksymalnych zniekształceń odległości radialnych powodowanych dystorsją obiektywów (według danych fabrycznych).

Przygotowując system analitycznego opracowania zdjęć naziemnych zajmłem się również kamerami lotniczymi, gdyż jak wykazuje praktyka są niejednokrotnie stosowane do wykonywania zdjęć ze stanowisk na-

Tablica 3

Kamera	Obiektyw	Odległość obrazu (mm)	$dr_{\max}$ $\mu m$
RC 8	Aviotar	210	10
RC 9	Universal Aviogon	152	7
RC 10	Super Aviogon II	88	11
Fototeodolit Zeiss 19/1318	Orthoprotar	194	6
UMK 10/1318	Lamegon	100	5—10 *

\* w zależności od zogniskowania kamery

ziemnych. Przykładowo można wymienić zastosowanie kamery Wild RC 7 przez Zakład Fotogrametrii IGIK do pomiaru wodowań statków.

Stosowane metody kalibracji kamer sprowadzają się do wyznaczania poprawek  $dr$  w funkcji promienia  $r$  (rys. 1), wyniki podawane są zazwyczaj w formie tabelarycznej lub w postaci wykresu. Ponieważ forma tabelaryczna jest niewygodna do obliczeń maszynowych zaproponowałem [16] i zastosowałem do korekcji dystorsji obiektywów lotniczych metodę wielomianową. Dystorsja obiektywu jest opisywana wielomianem  $n$ -parametrowym  $n$ -tego rzędu

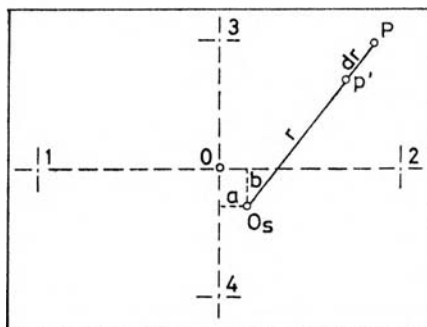
$$dr = a_1r + a_2r^2 + \dots + a_nr^n \quad (5)$$

Promień  $r$  (rys. 1) liczony jest z punktu najlepszej symetrii dystorsji, na ogół różnego od punktu głównego autokolimacji i punktu wyznaczonego na podstawie znaczków tłowych.

Przeprowadzone przeze mnie próbne obliczenia wykazały, że dla opisu dystorsji obiektywów Wilda (Aviotar, Aviogon) wystarcza wielomian czwartego stopnia. Po obliczeniu poprawki  $dr$  promienia  $r$ , poprawione zostają współrzędne tłowe przez dodanie następujących poprawek:

$$\begin{aligned} dx &= \frac{dr}{r} (x-a) \\ dz &= \frac{dr}{r} (z-b) \end{aligned} \quad \text{gdzie } a, b \text{ — współrzędne punktu} \quad (6)$$

najlepszej symetrii dystorsji



Rys. 1

### 3.1.3. Błędy współrzędnych tłowych spowodowane nieprzyleganiem i deformacją materiałów fotograficznych

Niedociskanie materiału fotograficznego do ramki tłowej w momencie ekspozycji oraz jego deformacje powstałe w trakcie obróbki laboratoryjnej, suszenia i przechowywania są najbardziej niebezpiecznym źródłem systematycznych błędów współrzędnych tłowych.

Zdjęcia mogą być wykonywane na filmie lub szkłe i w obu tych wypadkach charakter i wielkość występujących błędów są zupełnie różne, muszą więc być różne metody ich korekcji.

#### 3.1.3.1. Korekcja zdjęć wykonanych na filmie

Nowoczesne kamery fotogrametryczne zabezpieczają docięnięcie i wypłaszczenie filmu z dokładnością  $\pm 0,02$  mm, co w kamerach szerokokątnych na skrajach zdjęcia może powodować zniekształcenia współrzędnych tłowych tego samego rzędu. Błędy spowodowane niedocięnięciem filmu są trudne do wyodrębnienia i muszą być korygowane łącznie z błędami spowodowanymi deformacją materiału filmowego.

Deformacje regularne nie są groźne dla opracowania, jeżeli w trakcie dalszych obliczeń będzie wykonywana — w oparciu o dane terenowe odpowiednia transformacja modelu. W przeciwnym wypadku (np. przy metodzie obliczenia współrzędnych z nastawień nominalnych fototeodolitu) deformacje regularne muszą być usunięte w trakcie wstępnego przetwarzania pomierzonych współrzędnych tłowych. Korekcję deformacji filmów (łącznie regularnych i nieregularnych) wykonuje się stosując odpowiednie transformacje pomierzonych współrzędnych tłowych na układ punktów wzorcowych.

Najczęściej stosowane są następujące rodzaje transformacji:

1. Transformacja przez podobieństwo (konforemna).

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a_1 + a_2x + a_3z \\ \bar{z} &= a_4 + a_5z - a_3x\end{aligned}\tag{7}$$

2. Transformacja afiniczna.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a_1 + a_2x + a_3z \\ \bar{z} &= a_4 + a_5z + a_6x\end{aligned}\tag{8}$$

3. Transformacja bilinearna.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a_1 + a_2x + a_3z + a_4xz \\ \bar{z} &= a_5 + a_6z + a_7x + a_8xz\end{aligned}\tag{9}$$

4. Transformacja rzutowa.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a_1 + a_2x + a_3z - a_4x^2 - a_5xz \\ \bar{z} &= a_6 + a_7x + a_8z - a_4xz - a_5z^2\end{aligned}\tag{10}$$

Istnieje dużo publikacji na temat wyników uzyskiwanych przy użyciu różnych rodzajów transformacji do korekcji deformacji filmów. W tablicy 4 zestawiono wyniki otrzymane przez różnych autorów. W każdym wypadku współczynniki transformacji liczone były na podstawie czterech punktów wzorcowych leżących w rogach zdjęcia. Na podstawie odchyłek otrzymanych na punktach kontrolnych — nie branych do obliczenia współczynników — obliczono błędy poszczególnych typów transformacji. Błędy otrzymane z transformacji bilinearnej przyjęto za 100% i w stosunku do nich wyrażono błędy otrzymane z pozostałych transformacji.

Tablica 4

Publikacja	Transfor. konfo- remna %	Transfor. afiniczna %	Transfor. bilinearna %	Transfor. rzutowa %
G. Skalska W. Mizerski [22]	120	104	100	107
J. Dłuclox [8]	—	120	100	113
H. Zieman [24]	105	105	100	100
A. Bujakiewicz [4]	300	100	100	100

Z zestawienia wynika, że transformacja bilinearna usuwa deformacje materiału filmowego lepiej a co najmniej nie gorzej niż pozostałe.

W wypadku gdyby kamera była zaopatrzona w większą ilość punktów wzorcowych (siatka „reseau”) wówczas można stosować transformacje wielomianowe wyższych stopni. A. Bujakiewicz przebadła i zaproponowała w [4] transformację z 20 parametrami określoną następującymi wzorami:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= a_1 + a_2x + a_3z + a_4x^2 + a_5xz + a_6z^2 + a_7x^2z + a_8xz^2 + a_9x^3 + a_{10}z^3 \\ \bar{z} &= b_1 + b_2x + b_3z + b_4x^2 + b_5xz + b_6z^2 + b_7x^2z + b_8xz^2 + b_9x^3 + b_{10}z^3\end{aligned}\quad (11)$$

Badania przeprowadzone przez A. Bujakiewicz wykazały, że po wykonaniu transformacji określonej wzorami (11) rozkład odchyłek na punktach kontrolnych nie ma już charakteru systematycznego.

### 3.1.3.2. Zdjęcia na podkładzie szklanym

Głównym źródłem zniekształceń obrazu fotograficznego otrzymanego na podkładzie szklanym jest niedociśnięcie płyty do ramki tłowej w momencie ekspozycji. Ze szczególnie dużymi zniekształceniami spowodowanymi niedociśnięciem mamy do czynienia w najczęściej używanych w Polsce fototeodolitach typu Photeo 19/1318 Zeiss Jena. Zniekształcenia wynikające z nierówności powierzchni płyt i z „pełnienia emulsji” są mniejsze od zniekształceń spowodowanych niedociśnięciem i tylko lokalnie mają charakter systematyczny.

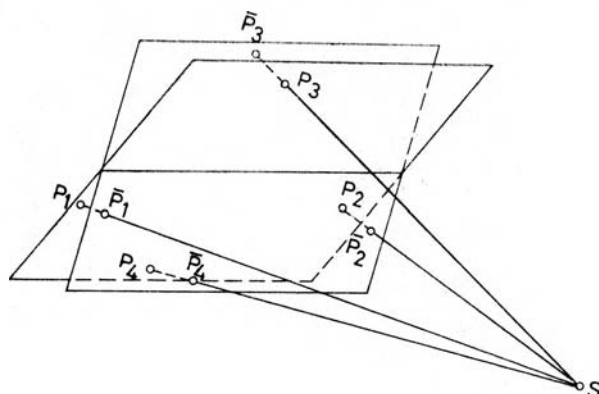
Ponieważ główne deformacje obrazu otrzymanego na płycie szklanej mają charakter zniekształceń rzutowych (rys. 2), można je skorygować stosując odpowiednie przekształcenie wykonanego zdjęcia do położenia teoretycznego (dociśniętego do ramki tłowej).

Stosuje się następujące wzory przekształcenia rzutowego płaszczyzny zdjęcia na płaszczyznę ramki tłowej

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{ax + bz + c}{dx + ez + 1} \\ \bar{z} &= \frac{fx + gz + h}{dx + ez + 1}\end{aligned}\quad (12)$$

Osiem współczynników przekształcenia rzutowego:  $a, b, c, d, e, f, g, h$ , można wyznaczyć na podstawie czterech punktów wzorcowych o znanych teoretycznych i faktycznych współrzędnych tłowych. Punktami wzorcowymi mogą być cztery znaczniki tłowe kamery lub punkty siatki „reseau”. Jeżeli punktów wzorcowych jest więcej niż cztery istnieje





Rys. 2

wówczas możliwość korekcji lokalnych zniekształceń spowodowanych „pełnięciem emulsji” lub niepłaskością płyty.

Po wykonaniu przekształcenia rzutowego na punktach wzorcowych pozostają pewne odchyłki szczątkowe  $vx$  i  $vz$  charakteryzujące zniekształcenia lokalne.

Najwygodniejszym dla rachunku maszynowego sposobem usuwania odchyłek szczątkowych w kamerach zaopatrzonych w sieć „reseau” jest rozwiązanie zaproponowane przez St. Haussbrandta. Poprawki do przetworzonych współrzędnych oblicza się według wzorów

$$d\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{vx_i}{d_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^2} \right)}$$

$$d\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{vz_i}{d_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^2} \right)} \quad (13)$$

gdzie  $d_i$  — odległość punktu obliczonego do  $i$ -tego punktu dostosowania.

Ponieważ poprawki  $d\bar{x}$  i  $d\bar{z}$  traktuje się jako pewne zmienne lokalne, powinny one być obliczane na podstawie tylko trzech lub czterech najbliższych punktów.

### 3.2. Błędy instrumentalne

Instrumentami używanymi w Polsce do pomiaru współrzędnych tło-

— stereokomparator Zeiss 1818,

- stekometr,
- PSK 2.

Stekometr i stereokomparator mają podobne rozwiązania konstrukcyjne. Ruchy w kierunku  $x$  i  $px$  są realizowane przez przesunięcie wózków z fotogramami, natomiast ruchy  $z$  i  $pz$  przez przesunięcie ruchomej części układu optycznego. W instrumentach tych mogą wystąpić błędy współrzędnych tłowych spowodowane: nieprostokątnością, nierównoległością i nieprostoliniowością prowadnic oraz niedokładnościami podziałek. Dla instrumentów tych zalecane jest wykonywanie okresowej kalibracji i uwzględnianie jej wyników przy precyzyjnych opracowaniach analitycznych. Opierając się na pracy R.P. Marka [15] można przytoczyć wzory, za pomocą których opisuje się błędy systematyczne stekometru

$$\begin{aligned} dx' &= a_1x' + a_2x'z'' + a_3z'' + a_4p_z \\ dz'' &= b_1z'' + b_2x'z'' + b_3x'^2 + b_4p_x \\ dp_x &= c_1p_x \\ dp_z &= d_1p_z + d_2x' + d_3p_x \end{aligned} \quad (14).$$

Powyższe wzory można także zaadaptować dla stereokomparatora Zeiss 1818.

Rozwiązania konstrukcyjne zastosowane w PSK 2 uwalniają niemal całkowicie wyniki pomiarów od wpływu błędów instrumentalnych. Fotogram jest umieszczany na grubej (1 cm) płytce z wrytą siatką kwadratów. Pomiar współrzędnych tłowych odbywa się przez domierzanie odległości do najbliższych linii siatki, która realizuje system współrzędnych

#### 4. Analityczne metody opracowania zdjęć naziemnych

Od początków stosowania fotogrametrii naziemnej dla celów pomiarowych, była znana i używana metoda analitycznego obliczania współrzędnych terenowych na podstawie nastawień nominalnych fototeodolitu i pomierzonych współrzędnych tłowych. Z większym nakładem pracy można było zastosować również metodę polegającą na poprawianiu — drogą transformacji na punkty znane z pomiarów geodezyjnych — modelu fotogrametrycznego obliczonego na podstawie nastawień nominalnych. Zastosowanie ścisłych metod analitycznych stało się możliwe po wprowadzeniu komputerów do praktyki fotogrametrycznej.

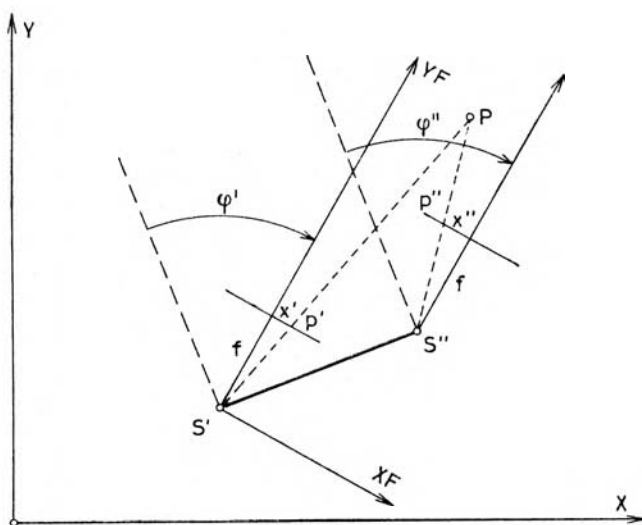
Metody analityczne są już szeroko rozpracowane w zakresie fotogrametrii lotniczej, niestety w tej formie nie nadają się do bezpośredniego zastosowania przy rozwiązywaniu zadań pojawiających się przed fotogrametrią naziemną. Na przeszkodzie staje odmienność oraz dużo więk-

sza różnorodność konstrukcji geometrycznych stosowanych przy rozwiązywaniu zadań fotogrametrii naziemnej. Przy obecnym poziomie techniki obliczeniowej w produkcji geodezyjnej nie można ograniczyć się do jednej metody analitycznej. W wypadku zastosowania jednej metody ściślej obejmującej wszystkie zależności metryczne, należałoby rozwiązywać olbrzymie układy równań i to przynajmniej kilkakrotnie gdyż byłaby to metoda iteracyjna. Zajmowałyby to bardzo dużo czasu pracy maszyny i byłyby nieopłacalne ekonomicznie. W zależności od stawianych wymagań, warunków terenowych i rodzaju kamery trzeba mieć możliwość zastosowania optymalnej (dokładnościowo i ekonomicznie) metody dla danego opracowania.

Poniżej zamieszczam krótki przegląd metod analitycznych z omówieniem możliwości ich zastosowania do celów fotogrametrii naziemnej.

#### 4.1. Obliczanie współrzędnych terenowych na podstawie nastawień nominalnych fototeodolitu

Znana od dawna metoda obliczania współrzędnych terenowych na podstawie nastawień nominalnych i pomierzonych współrzędnych tłowych, polega na obliczaniu współrzędnych w układzie określonym przez oś lewego zdjęcia (rys. 3). Przy założeniu, że  $f' = f'' = f$ ,  $\varphi' = \varphi'' = \varphi$  oraz  $\omega' = \omega'' = 0$  stosowano wzory:



Rys. 3

$$\begin{aligned}
 YF_p &= \frac{b}{x' - x''} (f \cos \varphi - x'' \sin \varphi) \\
 XF_p &= \frac{x' \cdot YF_p}{f} \\
 ZF_p &= \frac{z' \cdot YF_p}{f}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Powyższe wzory nie były wygodne w użyciu, ponieważ współrzędne obliczano w układach lokalnych różnych dla każdego stereogramu. Wzory te nie dopuszczały różnych odległości obrazu i różnych orientacji kamer. Chcąc zaradzić tej niedogodności zaproponowaliśmy w [5] wzory pozwalające na obliczenie współrzędnych od razu w układzie terenowym. W pierwszym etapie obliczeń należy zredukować współrzędne stanowiska do współrzędnych środka rzutów, stosując wzory:

$$\begin{aligned}
 a &= \arctg \left( \frac{Y''_s - Y'_s}{X''_s - X'_s} \right) - 100^g - \varphi' \\
 b &= \arctg \left( \frac{Y''_s - Y'_s}{X''_s - X'_s} \right) - 100^g - \varphi'' \\
 Y'_o &= e'_1 \cos(a) + Y'_s & Y''_o &= e''_1 \cos(b) + Y''_s \\
 X'_o &= e'_1 \sin(a) + X'_s & X''_o &= e''_1 \sin(b) + X''_s \\
 Z'_o &= e'_2 + Z'_2 & Z''_o &= e''_2 + Z''_2
 \end{aligned} \tag{16}$$

Do drugiego etapu obliczeń zastosowano formuły rachunkowe prof. Hausbrandta

$$\begin{aligned}
 F' &= \begin{vmatrix} x' & f' \\ \operatorname{tg} \varphi' & 1 \end{vmatrix} & F'' &= \begin{vmatrix} x'' & f'' \\ \operatorname{tg} \varphi'' & 1 \end{vmatrix} \\
 Y_p &= \frac{Y''_o F'_o - Y'_o F''_o + X''_o - X'_o}{F'_o - F''_o} \\
 X_p &= \frac{X''_o F'_o - X'_o F''_o - Y''_o + Y'_o}{F'_o - F''_o} \\
 Z'_p &= \sqrt{\frac{(Y_p - Y'_o)^2 + (X_p - X'_o)^2}{(x')^2 + (f')^2}} \cdot z' + Z'_o \\
 Z''_p &= \sqrt{\frac{(Y_p - Y''_o)^2 + (X_p - X''_o)^2}{(x'')^2 + (f'')^2}} \cdot z'' + Z''_o \\
 Z_p &= \frac{Z'_p + Z''_p}{2}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Powyższe wzory pozwalają na obliczenie współrzędnych na podstawie zdjęć wykonanych różnymi kamerami o różnych odległościach obrazu i dowolnej orientacji w płaszczyźnie poziomej. Jeżeli nastawiono kąt  $\omega$  różny od zera ale identyczny dla obu zdjęć, wówczas współrzędne obliczone według wzorów (17) należy przetransformować poprzez obrót o kąt  $-\omega$  dookoła osi  $XF$ .

#### 4.2. Obliczanie współrzędnych terenowych metodą niezależnego modelu

Metoda niezależnego modelu jest powszechnie używana do rozwiązywania zagadnień fotogrametrii lotniczej. Przy wyrównywaniu dużych bloków zdjęć jest ona bardziej ekonomiczna niż metoda niezależnych zdjęć, natomiast osiągnięte dokładności są porównywalne. Bezpośrednie wykorzystanie rozwiązań stosowanych w fotogrametrii lotniczej dla zadań stojących przed fotogrametrią naziemną nie jest możliwe, gdyż zawsze wprowadzano ograniczenia na elementy orientacji wzajemnej, przyjmując  $d\omega \cong d\varphi \cong d\kappa = 0$  oraz  $b_z = b_y = 0$ . W fotogrametrii naziemnej taki przypadek zachodzi tylko dla zdjęć normalnych, które coraz rzadziej stosowane są dla opracowań analitycznych, natomiast coraz częściej stosuje się zdjęcia zwrócone, zbieżne lub o zupełnie dowolnych kierunkach orientacji osi.

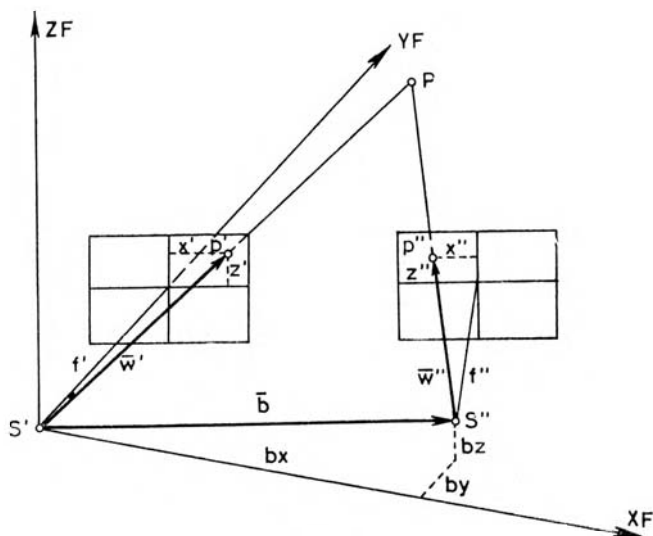
Metoda niezależnego modelu polega na wyznaczaniu elementów orientacji wzajemnej zdjęć poprzez minimalizację paralaksy poprzecznej na wybranych punktach. Współrzędne obserwowanych punktów są obliczane w układzie, którego osie są równoległe do odpowiednich osi lewego zdjęcia.

Zagadnienie to można rozwiązać przyjmując założenie, że wektory:  $\bar{w}' [x', z', f']$ ,  $\bar{w}'' [x'', z'', f'']$  i  $\bar{b} [b_x, b_z + db_z, b_y + db_y]$  powinny zajmować w przestrzeni położenie komplanarne (rys. 4). W celu uproszczenia dalszych wyprowadzeń dzielimy współrzędne wektorów  $\bar{w}'$ ,  $\bar{w}''$  i  $\bar{b}$  przez ich największe składowe i otrzymujemy wektory o współrzędnych:  $|\bar{w}'| [x'/|x'|, z'/|z'|, 1]$ ,  $|\bar{w}''| [x''/|x''|, z''/|z''|, 1]$ ,  $|\bar{b}| [1, |b_z| + |db_z|, |b_y| + |db_y|]$ .

Ażeby doprowadzić wymienione wektory do komplanarności, zakładam, że wektory  $|\bar{w}'|$  i  $|\bar{b}|$  pozostają nieruchome natomiast wektor  $|\bar{w}''|$  zostaje obrócony do położenia komplanarnego przez przedmnożenie przez macierz obrotów  $T$  (19). Z warunku komplanarności wynika, że iloczyn mieszany wektorów  $|\bar{w}'|$ ,  $|\bar{b}|$  i wektora ( $w''$ ) powstałego z obrotu wektora  $|\bar{w}''|$  powinien być równy zeru

$$|\bar{w}'| \cdot (\bar{w}) \cdot |\bar{b}| = 0 \quad (18)$$

gdzie  $(\bar{w}) = T \cdot |\bar{w}''|$ .



Rys. 4

Macierz obrotu  $T$  ma następującą postać:

$$T = \begin{bmatrix} \cos\kappa \cos\varphi & \cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa & \sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa \\ -\cos\varphi \sin\kappa & \cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa & \sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa \\ \sin\varphi & -\sin\omega \cos\varphi & \cos\omega \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dla małych kątów:  $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\kappa$  macierz obrotów przybiera postać

$$T = \begin{bmatrix} 1 & d\kappa & -d\varphi \\ -d\kappa & 1 & d\omega \\ d\varphi & -d\omega & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Warunek komplanarności (18) można zapisać w postaci wyznacznikowej

$$\begin{vmatrix} |x'| & |z'| & 1 \\ (x'') & (z'') & (y'') \\ 1 & |b_z| + |db_z| & |b_y| + |db_y| \end{vmatrix} = 0 \quad (21)$$

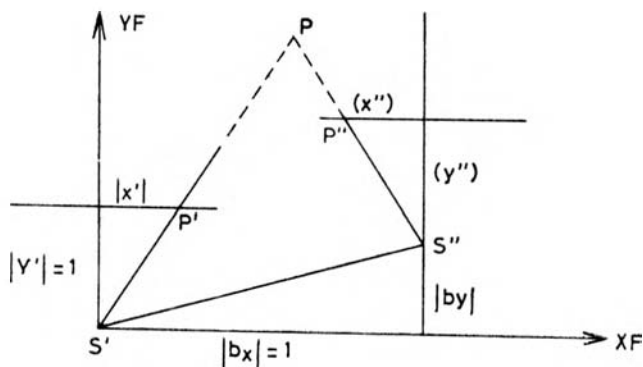
Zapisując równanie (21) w postaci liniowej, otrzymujemy ostateczne, robocze równanie poprawek

$$\begin{aligned} & (x' \cdot y'' \cdot |b_y| + x' \cdot z'' \cdot |b_z| - z' \cdot z'' - y) \cdot d\omega + \\ & [z' \cdot y'' \cdot |b_y| - (y'' + x' \cdot x'') \cdot |b_z| + z' \cdot x''] \cdot d\varphi + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [z'' \cdot /b_z/ - (x' \cdot x'' + z' \cdot z'') \cdot /b_y/ + x''] \cdot dx + \\
 & (x' \cdot z'' - z' \cdot x'') \cdot /db_y/ + (x'' - x' \cdot y'') \cdot /db_z/ = \\
 & z'' - y'' \cdot z' - /b_z/ \cdot (x'' - y'' \cdot x') - /b_y/ \cdot (x' \cdot z'' - z'' - z' \cdot x'')
 \end{aligned} \tag{22}$$

Ponieważ do rozwinięcia liniowego równań (21) użyto przybliżonej macierzy obrotów (20) obliczenia muszą przebiegać iteracyjnie i w ich wyniku zostają wyznaczone elementy orientacji wzajemnej:  $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\alpha$ ,  $b_z$ ,  $b_y$ .

Współrzędne punktów modelu można wyznaczyć z zależności pokazanych na rysunku 5. Pisząc równania prostych  $S'P$  i  $S''P$  oraz rozwiązując je otrzymamy



Rys. 5

$$\begin{aligned}
 YF_p &= \frac{(y'') - /b_y/ \cdot (x'')}{(y'') \cdot /x'/' - (x'')} \\
 XF_p &= /x'/' \cdot YF_p
 \end{aligned} \tag{23}$$

Wysokości punktów liczone są niezależnie z obu zdjęć z zależności pokazanych na rysunku 6

$$ZF''_p = (YF_p - /b_y/ \cdot \frac{(z'')}{(y'')}) + /b_z/ \tag{24a}$$

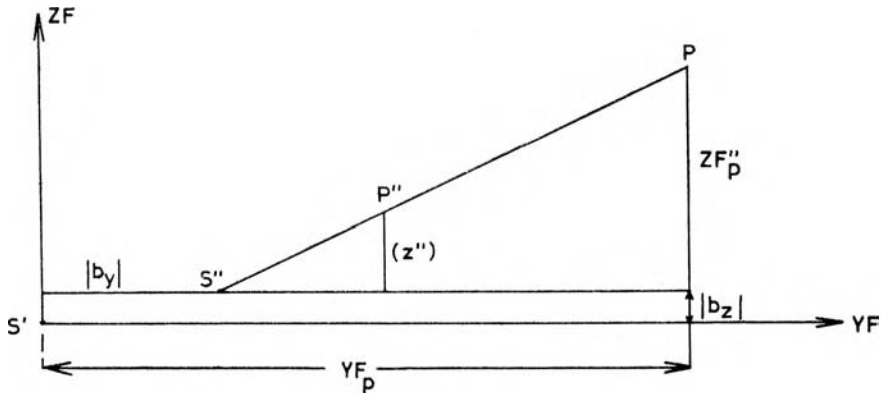
Dla lewego zdjęcia  $b_y = b_z = 0$  oraz  $y' = 1$ , wobec tego:

$$ZF'_p = YF_p \cdot /z'/' \tag{24b}$$

następnie jest obliczana wysokość średnia:

$$ZF_p = \frac{ZF'_p + ZF''_p}{2} \tag{24c}$$

Różnica współrzędnych  $ZF'_p - ZF''_p$  może być wykorzystana do kontroli poprawności zbudowanego modelu.



Rys. 6

Obliczone współrzędne modelu należy przetransformować na układ współrzędnych terenowych. Transformacja może być wykonana według różnych wzorów. Dotychczas najczęściej była stosowana transformacja ortogonalna wykonywana według wzoru

$$\bar{X} = \bar{X}_O + k \cdot (T \cdot \bar{X}\bar{F}) \quad (25)$$

gdzie

- $T$  — macierz obrotu (tablica ortogonalna),
- $k$  — współczynnik zmiany skali,
- $\bar{X}$  — wektor współrzędnych terenowych,
- $\bar{X}_O$  — wektor przesunięcia układu modelowego,
- $\bar{X}\bar{F}$  — wektor współrzędnych modelu.

Można również stosować inne transformacje, na przykład o różnych współczynnikach skalowych wzdłuż różnych osi lub pełną transformację afiniczną.

#### 4.3. Obliczanie współrzędnych terenowych metodą dostosowania niezależnych wiązek

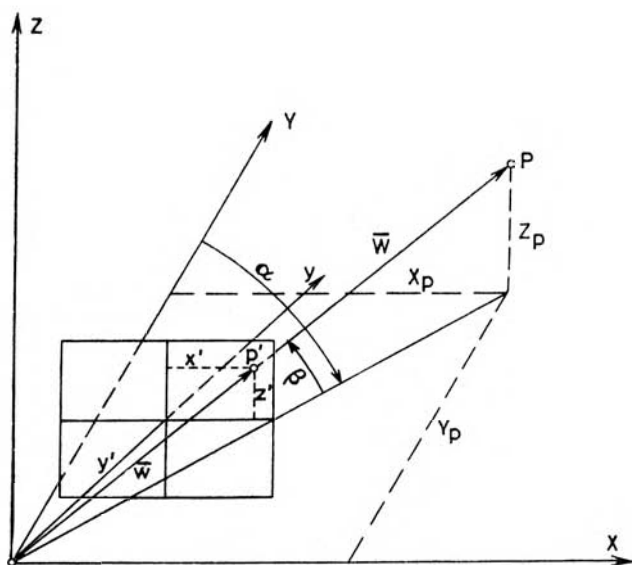
Stosowana w fotogrametrii lotniczej metoda niezależnych wiązek wymaga wprowadzenia kilku zmian przystosowujących ją do zadań fotogrametrii naziemnej i zapewniających jej większą uniwersalność. Pierwszy wariant powyższej metody tak zwane „dostosowanie kierunkami” został opracowany i opublikowany przez mnie i W. Bychawskiego [5]. Najważniejszą cechą opracowanej przez nas metody było użycie pomierzonych kierunków jako osnowy fotogrametrycznej. Kierunki były mierzone ze stanowisk fotografowania do dobrze widocznych dalekich szczegółów sytuacyjnych.



Opracowana metoda była nowym, niestosowanym dotychczas rozwiązaniem, umożliwiła znaczne ograniczenie pomiarów terenowych niezbędnych do analitycznego opracowania zdjęć naziemnych oraz polepszyła dokładności w stosunku do dotychczas stosowanych metod.

Metoda „dostosowania kierunkami” znalazła zastosowanie w produkcji geodezyjnej i jest stosowana w Polsce (OPGK Rzeszów) i za granicą (Politechnika w Bratysławie). Powyższa metoda nie była jednak całkowicie uniwersalna, nie została np. uwzględniona możliwość ewentualnego wykorzystania pomierzonych kątów pionowych i z tego względu wymagała dalszego opracowania.

Poniżej przedstawiam nową, rozwiniętą wersję tej metody. Oznaczmy przez  $\bar{w}$  wektor kierunku ze środka rzutów do punktu  $P'$  w układzie zdjęcia oraz przez  $\bar{W}$  wektor kierunku do punktu  $P$  w układzie terenowym (rys. 7).



Rys. 7

Przeliczenie współrzędnych z układu zdjęcia na układ terenowy można wykonać według następującego wzoru:

$$\bar{W} = T \cdot \bar{w} \cdot k \tag{26}$$

gdzie

$$\bar{W} [X_p - X'_o, Z_p - Z'_o, Y_p - Y'_o] \tag{27}$$

$$\bar{w} [x'_p - x'_o, z'_p - z'_o, y'_p - y'_o]$$

$T$  — macierz ortogonalna, której elementy są funkcjami kątów obrotu układu współrzędnych zdjęcia o kąty:  $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\varkappa$ . Macierz  $T$  jest identyczna jak dla metody niezależnego modelu (19),

$k$  — współczynnik zmiany skali.

Współrzędne wektora terenowego  $\bar{W}$  (rys. 7), można wyrazić jako funkcję kątów  $\alpha$  i  $\beta$ :

$$\begin{aligned}\Delta X_p &= \operatorname{tg} \alpha \\ \Delta Z_p &= \operatorname{tg} \beta \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha} \\ \Delta Y_p &= 1\end{aligned}\quad (29)$$

gdzie

$\alpha$  — jest azymutem kierunku wyznaczonym z pomiaru terenowego,  
 $\beta$  — pomierzony w terenie kąt pionowy.

Wychodząc z założenia, że wektory  $\bar{W}$  i  $T \bar{w}$  powinny być kolinearne, można napisać

$$T \cdot \bar{w} \times \bar{W} = 0 \quad (30)$$

Na podstawie powyższego równania można wyznaczyć poprawki do kątów obrotu:  $\omega$ ,  $\varphi$ ,  $\varkappa$  oraz poprawki do położenia punktu głównego i odległości obrazu. Zapisując wzór (30) w postaci równań skalarnych otrzymamy

$$\begin{aligned}& \left( \frac{y_p - y_o}{x_p - x_o} \cdot \sin \alpha \right) \cdot d\omega + \left( \frac{y_p - y_o}{x_p - v_o} \cdot \operatorname{tg} \beta \right) \cdot d\varphi \\ & - \left( \sin \alpha + \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{z_p - z_o}{x_p - x_o} \right) \cdot d\varkappa - \left( \frac{\sin \alpha}{x_p - x_o} \right) dx_o \\ & + \left( \frac{\operatorname{tg} \beta}{x_p - x_o} \right) \cdot dx_o = \operatorname{tg} \beta - \frac{z_p - z_o}{x_p - x_o} \sin \alpha\end{aligned}\quad (31)$$

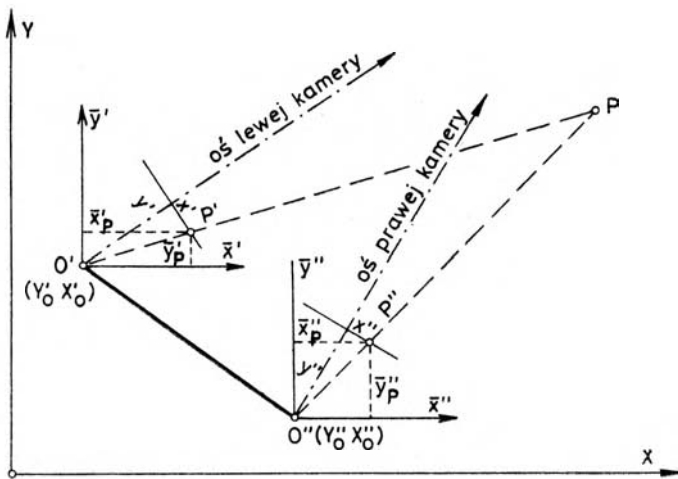
oraz

$$\begin{aligned}& \left( \operatorname{tg} \alpha \frac{z_p - z_o}{y_p - y_o} \right) d\omega - \left( \operatorname{tg} \alpha \frac{x_p - x_o}{y_p - y_o} + 1 \right) \cdot d\varphi + \\ & \frac{z_p - z_o}{y_p - y_o} \cdot d\varkappa + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{y_p - y_o} \cdot dy_o \\ & - \frac{1}{y_p - y_o} \cdot dx_o = \operatorname{tg} \alpha - \frac{x_p - x_o}{y_p - y_o}\end{aligned}\quad (32)$$

Z równań (31) i (32) wynika, że w procesie wyrównawczym będą minimalizowane różnice pomiędzy tangensami kątów pomierzonych w terenie i obliczonych ze współrzędnych tłowych. Jeżeli równania (31) i (32) zostaną przemnożone przez  $y_p - y_o$ , wówczas w trakcie wyrównania mini-

malizowane będą poprawki do pomierzonych współrzędnych tlowych. Obliczenia wykonuje się stosując metodę najmniejszych kwadratów. Obliczane niewiadome będą stanowiły poprawki do przybliżonych elementów orientacji. Obrót wektora  $\bar{w}$  jest wykonywany według wzoru (26), przy zastosowaniu pełnej macierzy obrotów (19). Proces obliczeniowy przebiega iteracyjnie i jest wykonywany osobno dla lewego i prawego zdjęcia.

Współrzędne terenowe obserwowanych punktów można obliczyć według wzorów (33), wyprowadzonych w oparciu o zależności pokazane na rysunku 8.



Rys. 8

$$\begin{aligned}
 Y_p &= \frac{\bar{y}_p \bar{y}_p'' \cdot (\bar{x}_0'' - \bar{x}_0') + \bar{x}_p' \cdot \bar{y}_p'' \cdot \bar{y}_0' - \bar{x}_p'' \cdot \bar{y}_p' \cdot \bar{y}_0''}{\bar{x}_p' \cdot \bar{y}_p'' - \bar{x}_p'' \cdot \bar{y}_p'} \\
 X_p &= \frac{\bar{x}_p'}{\bar{y}_p'} (Y_p - Y_0') + X_0' \\
 Z_p' &= \bar{z}_p' \sqrt{\frac{(Y_p - Y_0')^2 + (X_p - X_0')^2}{(\bar{x}_p')^2 + (\bar{y}_p')^2}} \\
 Z_p'' &= \bar{z}_p'' \sqrt{\frac{(Y_p - Y_0'')^2 + (X_p - X_0'')^2}{(\bar{x}_p'')^2 + (\bar{y}_p'')^2}} \\
 Z_p &= \frac{Z_p' + Z_p''}{2}
 \end{aligned} \tag{33}$$

#### 4.4. Obliczanie współrzędnych terenowych przy wykorzystaniu zasad geometrii rzutowej

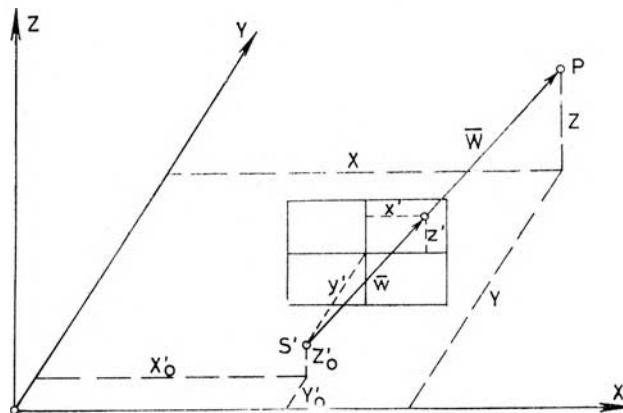
Bardzo zróżnicowane zagadnienia pomiarowe do których rozwiązania stosuje się fotogrametrię naziemną, wymagają stosowania różnych konstrukcji sieci fotogrametrycznych i różnych, często niemetrycznych, kamer. W takich przypadkach dobre efekty przynosi zastosowanie nowych rozwiązań technologicznych opracowanych na bazie metod wywodzących się z geometrii rzutowej. Zastosowanie tych metod pozwoliło na rozwiązanie szeregu trudnych i nietypowych zadań fotogrametrycznych. Ocena dokładności tych metod wykonana przez różnych autorów wykazuje ich pełną przydatność do tego rodzaju opracowań.

Jednocześnie należy zdawać sobie sprawę z pewnych niebezpieczeństw kryjących się w tych metodach, które dając znacznie większą ilość stopni swobody niż metody rozwijane na gruncie geometrii podobieństw, wymagają jednak posiadania większej ilości fotopunktów i dają niepewne wyniki przy wszelkich ekstrapolacjach poza część przestrzeni objętą fotopunktami.

W ostatnim czasie metody rzutowe zostały znacznie rozwinięte przez L. Pęczka [18] i A. Majde [14]. Podane przez wymienionych autorów rozwiązania są dwoma różnymi wersjami zastosowania geometrii rzutowej do rozwiązania podstawowego problemu fotogrametrii, to jest do wyznaczania współrzędnych terenowych na podstawie pomierzonych współrzędnych tłowych.

W pracy L. Pęczka [18] zostało podane następujące rozwiązanie powyższego zagadnienia:

Zakładając, że wektory  $\bar{w} [x', z', y']$  oraz  $\bar{W} [X - X'_0, Z - Z'_0, Y - Y'_0]$  (Rys. 9) muszą być kolinearne, można napisać



Rys. 9

$$\bar{w} = A (\bar{X} - \bar{X}_O) \quad (34)$$

lub

$$\begin{bmatrix} x' \\ z' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X'_O \\ Z - Z'_O \\ Y - Y'_O \end{bmatrix}$$

Przechodząc z zapisu macierzowego do zapisu w postaci równań oraz dzieląc pierwsze i drugie równanie przez trzecie otrzymujemy:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{a_{11}(X - X'_O) + a_{12}(Z - Z'_O) + a_{13}(Y - Y'_O)}{a_{31}(X - X'_O) + a_{32}(Z - Z'_O) + a_{33}(Y - Y'_O)} y' \\ y' &= \frac{a_{21}(X - X'_O) + a_{22}(Z - Z'_O) + a_{23}(Y - Y'_O)}{a_{31}(X - X'_O) + a_{32}(Z - Z'_O) + a_{33}(Y - Y'_O)} y' \end{aligned} \quad (35)$$

Po pewnych elementarnych przekształceniach otrzymujemy

$$\begin{aligned} x' &= \frac{A \cdot X + I \cdot Z + C \cdot Y + D}{E \cdot X + F \cdot Z + G \cdot Y + 1} \\ z' &= \frac{H \cdot X + I \cdot Z + J \cdot Y + K}{E \cdot X + F \cdot Z + G \cdot Y + 1} \end{aligned} \quad (36)$$

W celu wyznaczenia jedenastu współczynników przekształcenia rzutowego, należy rozporządzać co najmniej 6 punktami o znanych współrzędnych terenowych ( $Y, X, Z$ ) oraz współrzędnymi ich obrazów na zdjęciu ( $x, z$ ).

Dla każdego z tych punktów piszemy dwa równania poprawek w postaci

$$\begin{aligned} A \cdot X_i + B \cdot Z_i + C \cdot Y_i - E \cdot X_i \cdot x'_i - F \cdot Z_i \cdot x'_i - G \cdot Y_i \cdot x'_i - X_i &= V X_i \\ H \cdot X_i + I \cdot Z_i + J \cdot Y_i - E \cdot X_i \cdot z'_i - F \cdot Z_i \cdot z'_i - G \cdot Y_i \cdot z'_i - z_i &= V Z_i \end{aligned} \quad (37)$$

gdzie  $i$  — oznaczenie punktu.

Po ułożeniu równań wyznacza się 11 współczynników przekształcenia rzutowego, zachowując warunek  $VV = \min$ . Współrzędne terenowe punktów wyznaczanych otrzymuje się przez rozwiązanie dla każdego punktu, układu równań liniowych uzyskanych z (36) w postaci

$$\begin{aligned} (A' - E' \cdot x'_i) \cdot X_i + (B' - F' \cdot x'_i) \cdot Z_i + (C' - G' \cdot x'_i) \cdot Y_i &= x'_i - D' \\ (H' - E' \cdot z'_i) \cdot X_i + (I' - F' \cdot z'_i) \cdot Z_i + (J' - G' \cdot z'_i) \cdot Y_i &= z'_i - K' \\ (A'' - E'' \cdot x''_i) \cdot X_i + (B'' - F'' \cdot x''_i) \cdot Z_i + (C'' - G'' \cdot x''_i) \cdot Y_i &= x''_i - D'' \\ (H'' - E'' \cdot z''_i) \cdot X_i + (I'' - F'' \cdot z''_i) \cdot Z_i + (J'' - G'' \cdot z''_i) \cdot Y_i &= z''_i - K'' \end{aligned} \quad (38)$$

Natomiast A. Majde w [14] podaje rozwiązanie obejmujące wszystkie metryczne zależności w obrębie zespołu zdjęć. Podane zależności są ujęte w następujący układ równań (zapis oryginalny za [14]):

$$Y_j - a_{j0} \cdot \sum_{t=1}^3 (a_{3t}^k \cdot x_t^k) - Y_i - a_{i3}^k \cdot \sum_{t=1}^3 (a_{jt}^k \cdot x_t^k) = 1 \quad (39)$$

dla  $i := 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, m$  (dla każdego fotopunktu  $i$  punktu wyznaczonego),

$k := 1, 2, \dots, K$  (dla każdego zdjęcia),

$j := 1, 2$  (dla współrzędnych tłowych  $x, z$ ).

gdzie  $Y_1, Y_2, Y_3$  — terenowe współrzędne  $i$ -tego punktu,

$x_1^k, x_2^k$  — współrzędne tłowe punktu  $i$  na  $k$ -tym zdjęciu,

$x_3^k$  — odległość obrazu,

$a_{11}^k, a_{12}^k, \dots, a_{33}^k$  — współczynniki przekształcenia rzutowego  $k$ -tego zdjęcia,

$a_{10}^k, a_{20}^k, v_{30}^k$  — współrzędne środków rzutów  $k$ -tego zdjęcia.

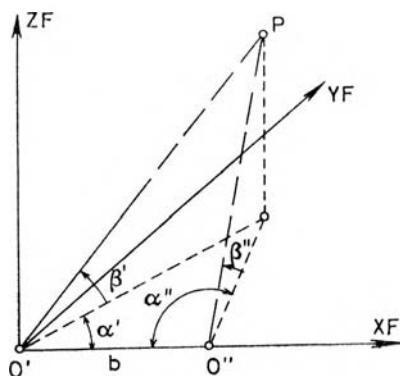
W celu doprowadzenia równań (39) do postaci roboczej zakłada się znajomość przybliżonych wartości niewiadomych (współrzędne środków rzutów, współrzędne punktów wyznaczanych i współczynniki przekształcenia rzutowego zdjęć) i modyfikuje się je w trakcie iteracyjnego procesu obliczeń. Otrzymuje się wówczas układ dwóch równań dla każdego obserwowanego punktu na każdym zdjęciu. W procesie wyrównania są optymalizowane współczynniki przekształcenia rzutowego ze względu na kryterium kolinearności promieni homologicznych zdjęcia i wiązki terenowej. Wyznacza się  $22 + 3 \cdot (m - n)$  niewiadomych, gdzie  $m - n$  ilość punktów wyznaczanych.

Takie skrótowe przedstawienie metod rzutowych było konieczne ze względu na użycie ich w budowanym systemie opracowania analitycznego zdjęć naziemnych.

## 5. Teoretyczna analiza dokładności różnych metod analitycznego opracowania zdjęć naziemnych

### 5.1. Analiza dokładności obliczenia współrzędnych na podstawie nastawień nominalnych fototeodolitu

Metodę obliczenia współrzędnych na podstawie nastawień nominalnych można sprawdzić do geodezyjnego wcięcia wprzód (rys. 10). Kąty wcinające  $\alpha'$  i  $\alpha''$  są wyznaczone na drodze fotogrametrycznej, natomiast baza jest mierzona w terenie.



Rys. 10

Analizując wcięcie wprzód w układzie współrzędnych określonym przez kierunek bazy (pokrywa się ona z osią  $XF$ ), można sformułować następujące wzory na współrzędne wcinanego punktu:

$$\begin{aligned}
 YF &= \frac{b \sin \alpha' \sin \alpha''}{\sin (\alpha' + \alpha'')} \\
 XF &= \frac{b \sin \alpha'' \cos \alpha'}{\sin (\alpha' + \alpha'')} \\
 ZF' &= \frac{b \cdot \sin \alpha'}{\sin (\alpha' + \alpha'')} \operatorname{tg} \beta' \\
 ZF'' &= \frac{b \cdot \sin \alpha'}{\sin (\alpha' + \alpha'')} \operatorname{tg} \beta'' \\
 ZF &= \frac{ZF' + ZF''}{2}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Różniczkując powyższe wzory i zakładając następnie dla uproszczenia  $\alpha' = \alpha''$ ,  $\beta' = \beta''$ ,  $m_\alpha = m_{\alpha'} = m_{\alpha''}$ ,  $m_\beta = m_{\beta'} = m_{\beta''}$ , można wyrowadzić następujące wzory na błędy wyznaczanych współrzędnych:

$$\begin{aligned}
 m_{YF} &= \sqrt{\frac{(4YF^2 + b^2)^3}{8b^2} m_\alpha^2 + YF^2 \frac{m_b^2}{b^2}} \\
 m_{XF} &= \frac{b}{2YF} m_{YF} \\
 m_{ZF} &= \sqrt{\frac{4YF^2 + b^2}{8}} m_\beta
 \end{aligned} \tag{41}$$

Przejsie od analizy geodezyjnej wcięcia w przód do analizy fotogrametrycznego wyznaczenia współrzędnych będzie polegało na określeniu wartości błędów kątów  $\alpha$  i  $\beta$ , wyznaczanych na drodze fotogrametrycznej.

Na błędy kątów  $\alpha'$  i  $\alpha''$  składają się: błędy pomiaru współrzędnych łowych ( $m_x$ ), błąd odległości obrazu ( $m_f$ ) oraz błąd nastawienia kąta zwrotu osi kamery ( $m_\varphi$ ). Na podstawie rysunku 11 można napisać

$$\alpha = 100^g - \text{arc tg}\left(\frac{x}{f}\right) + \varphi$$

Obliczając błąd kąta  $\alpha$  jako funkcję błędów  $m_x$ ,  $m_f$  i  $m_\varphi$ :

$$m_\alpha = \sqrt{\frac{f^2}{(f^2+x^2)^2} m_x^2 + \frac{x^2}{(f^2+x^2)^2} m_f^2 + m_\varphi^2} \quad (42)$$

We wzorze (42) tkwi pewna nieścisłość ponieważ są przemieszane błędy przypadkowe i systematyczne, ale współrzędne wyznaczanych punktów są również obciążone łącznym wpływem tych błędów, które należało w jakiś sposób wyznaczyć.

Na błąd określenia kąta zwrotu wpływają błędy centrowania i poziomowania fototeodolitu, celowania oraz nastawiania na urządzeniu kątomierzczym założonej wartości; według mojej oceny  $m$  jest nie mniejszy niż  $60^{\text{cc}}$ . Przyjmując  $f = 200$  mm,  $m_x = m_f = 0,01$  mm,  $x = 0$  możemy obliczyć orientacyjny błąd fotogrametrycznego wyznaczenia kąta  $\alpha$ :

$$m_\alpha = \sqrt{31^2 + 60^2} = 67^{\text{cc}}$$

Na błąd wyznaczenia kąta pionowego mają wpływ również błędy pomiaru współrzędnych łowych, błąd odległości obrazu oraz błąd poziomowania fototeodolitu (ok.  $30^{\text{cc}}$ ). Ostatecznie można ocenić, że błąd ten wyniesie:

$$m_\beta = 45^{\text{cc}}$$

Błąd względny pomiaru bazy w terenie można określić jako 1 : 20 000. Jest to możliwe do osiągnięcia przy użyciu łąty Bala oraz przy stosowaniu odpowiednich rozwinięć bazowych.

Upraszczając wzory (41) oraz zakładając stosunek  $YF : b = 4$  można obliczyć, że stosując metodę wyznaczania współrzędnych na podstawie nastawień nominalnych fototeodolitu, współrzędne  $Y$  punktów można wyznaczać z błędem nie mniejszym niż:

$$\frac{m_{YF}}{YF} = \frac{1}{1600}$$

Reasumując należy stwierdzić, że metoda ta może być stosowana tylko w wyjątkowych wypadkach. Natomiast należy dążyć do stosowania analitycznych metod fotogrametrycznych wykorzystujących do eliminacji błędów systematycznych dodatkowe terenowe pomiary kontrolne.



5.2. Teoretyczna analiza dokładności obliczania współrzędnych metodą niezależnego modelu

Rozwiązując zagadnienia fotogrametrii naziemnej należy liczyć się z tym, że rozmieszczenie punktów do strojenia modelu i fotopunktów, zostanie wymuszone warunkami terenowymi i nie zawsze będzie optymalne.

Dążąc do teoretycznego przeanalizowania dokładności metody niezależnego modelu w zależności od rozkładu punktów do strojenia, obrałem następującą drogę postępowania:

a) Zakładałem różne wersje rozmieszczenia punktów dla analitycznego zestrojenia modelu.

b) Układałem równania poprawek, obliczałem równania normalne, pierwiastek krakowianowy i jego odwrotność oraz współczynniki wagowe niewiadomych.

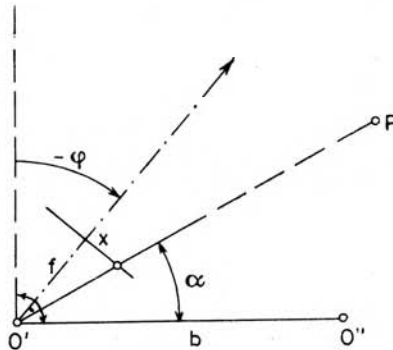
c) Ponieważ w metodzie niezależnego modelu jest minimalizowana paralaksa poprzeczna, przyjąłem jako  $m_0$  dokładność jej pomiaru wynoszącą ok.  $\pm 0,008$  mm. Przemnażając przyjętą wartość  $m_0$  przez współczynniki wagowe błędów niewiadomych obliczyłem ich błędy średnie.

d) Posługując się znaną z rachunku wyrównania metodą obliczania błędu funkcji niewiadomych wyznaczanych metodą najmniejszych kwadratów, obliczyłem błędy współrzędnej Y dla punktów leżących w różnych odległościach od bazy.

Wszystkie obliczenia były wykonywane przez specjalnie opracowany program dla maszyny ODRA 1204.

Do przeanalizowania przyjąłem rozkłady punktów pokazane na rysunkach od 12a do 12f. Rysunki przedstawiają sytuację na lewym zdjęciu. Obok rysunków wypisano odległości do punktów strojenia wyrażone w jednostkach długości bazy.

Rysunek 12a przedstawia bardzo dobry rozkład punktów do strojenia



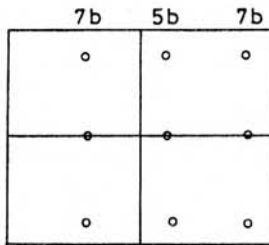
Rys. 11

modelu, następne rysunki przedstawiają rozkłady gorsze, ale bardziej realne do uzyskania przy fotogrametrycznych opracowaniach naziemnych.

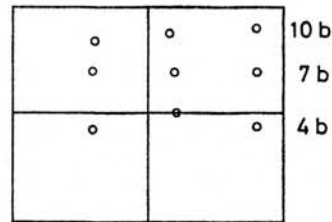
W tabelicy 5 zostały zestawione błędy współrzędnej  $Y$  dla punktów, których rozmieszczenie na modelu pokazano na rysunku 13. Obliczenia wykonano dla każdego rozkładu pokazanego na rysunkach 12a—12f, przyjęto długość bazy 20 m, błędy podano w mm. W tabelicy 6 zestawiono błędy elementów orientacji otrzymane dla poszczególnych rozkładów.

Analizując tabelicę 5 można stwierdzić, że błędy współrzędnych szybko

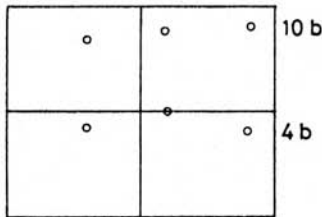
a) Rozkład I



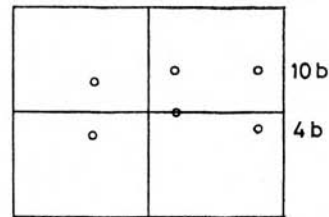
b) Rozkład II



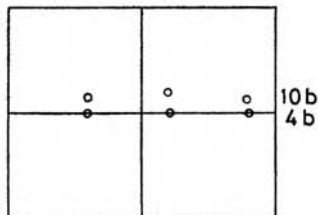
c) Rozkład III



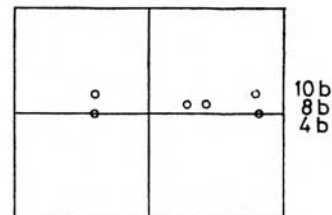
d) Rozkład IV



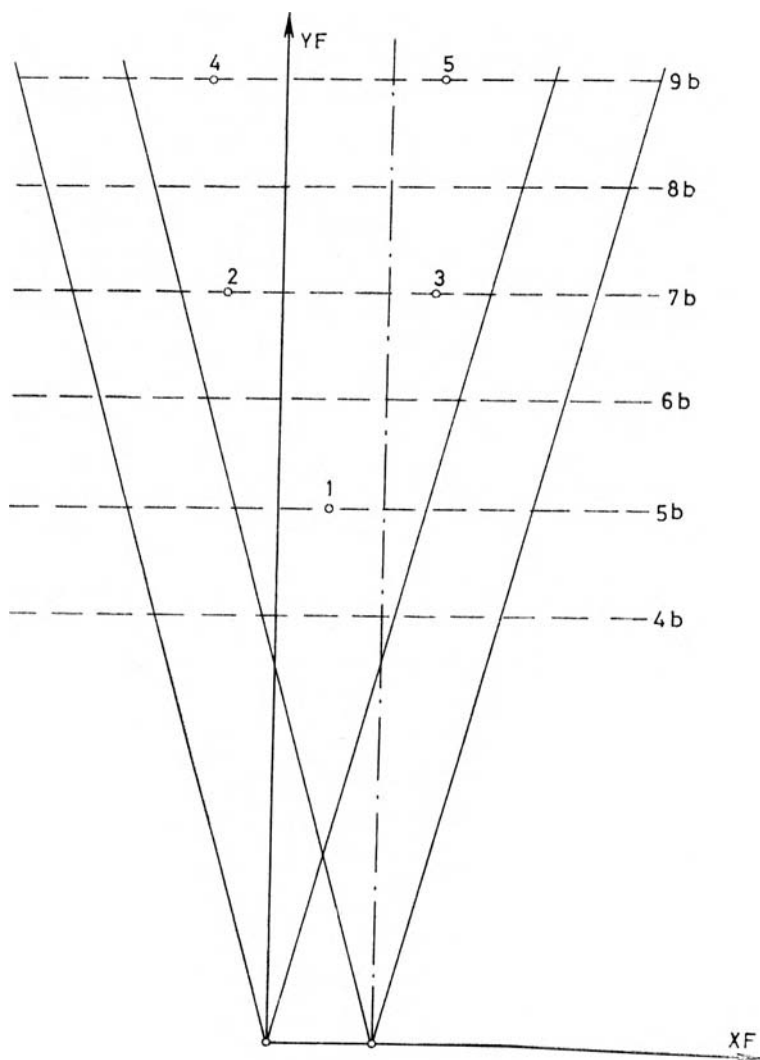
e) Rozkład V



f) Rozkład VI



Rys. 12



Rys. 13

rosną przy pogarszaniu się rozkładu punktów użytych do strojenia modelu. Przy rozkładach V i VI błędy są już bardzo duże.

Z przeprowadzonej analizy wynika, że metoda niezależnego modelu jest bardzo czuła na rozkład punktów użytych do analitycznego strojenia i do opracowań fotogrametrii naziemnej może być stosowana tylko z dużą ostrożnością. Metodę niezależnego modelu można stosować tylko tam gdzie istnieją dobrze rozłożone punkty obejmujące ponad 50% powierzchni stereogramu.

Tablica 5

Rozkład		I	II	III	IV	V	VI
Punkt	YF	błąd współrzędnej YF (w mm)					
1	100	35	51	58	56	126	227
2	140	73	134	159	172	414	687
3	140	71	94	104	102	214	380
4	180	116	172	197	200	480	722
5	180	115	130	137	136	236	390

Tablica 6

Rozkład	I	II	III	IV	V	VI
	błędy elementów orientacji w cc					
$m\omega$	47	99	114	85	75	180
$m\varphi$	141	254	261	376	1698	848
$m\kappa$	34	47	51	49	60	59
$\frac{m_{bz}}{b} \varrho$	305	464	547	426	318	744
$\frac{m_{by}}{b} \varrho$	216	1973	2419	2400	6340	11898

Dokładność modelu można również poprawić używając do strojenia analitycznego wszystkie zaobserwowane punkty na modelu.

### 5.3. Teoretyczna analiza dokładności obliczania współrzędnych metodą dostosowania niezależnych wiązek

Dla przeprowadzenia analizy dokładności metody dostosowania niezależnych wiązek poszedłem identyczną drogą jak przy analizie niezależnego modelu. Jako punkty dostosowania przyjmowałem punkty rozmieszczone identycznie jak dla niezależnego modelu (rys. 13). Jako  $m_0$  przyjąłem dokładność pomiaru współrzędnych tłowych równą  $\pm 0,01$  mm.

W tablicy 7 zestawiono przewidywane średnie błędy przy różnych rozmieszczeniach punktów dostosowania, natomiast w tablicy 8 zestawiono przewidywane średnie błędy elementów orientacji zewnętrznej.

Porównując dokładności przedstawione w tabelach 5 i 7 można stwierdzić, że przy każdym rozkładzie punktów dostosowania metoda nie-

Tablica 7

Rozkład		I	II	III	IV	V	VI
Punkt	YF	Błąd współrzędnej YF (w mm)					
1	100	28	58	30	30	31	30
2	140	56	59	61	61	62	61
3	140	57	94	63	64	65	65
4	180	91	96	99	99	100	99
5	180	92	29	101	101	102	103

Tablica 8

Rozkład	I	II	III	IV	V	VI
	Błędy elementów orientacji w cc					
$m\omega$ cc	10	12	15	14	14	14
$m\varphi$ cc	11	11	13	13	13	13
$m\kappa$ cc	30	37	44	48	52	52
$m\mu$ $\mu m$	10	11	13	15	17	16

zależnych wiązek dostarcza dokładniejsze rozwiązania od metody niezależnego modelu. Również błędy otrzymywane z metody niezależnych wiązek są bardziej regularnie rozłożone na stereogramie i proporcjonalne do kwadratu odległości punktu od bazy (zależność taka nie występuje przy metodzie niezależnego modelu).

Z tablicy 7 wynika również, że nawet płaski, horyzontalny rozkład fotopunktów często spotykany przy rozwiązywaniu zagadnień fotogrametrii naziemnej (rubryka V i VI tablicy 7 i 8) niewiele obniża dokładność opracowania metodą dostosowania niezależnych wiązek.

W trakcie obliczeń modelowych stwierdziłem, że użycie pełnych równań (31) i (32) jest niekorzystne, ponieważ poprawki kątowe  $d\omega$ ,  $d\varphi$  oraz liniowe  $dx_0$  i  $dz_0$  są w dużym stopniu wymienne i przy jednoczesnym liczeniu są wyznaczone z bardzo dużymi błędami. Spostrzeżenie to potwierdziło się przy obliczeniach testowych na polu doświadczalnym „Koło”, gdzie kolejne iteracje nie prowadziły do zbieżności niewiadomych. Do ostatecznych obliczeń modelowych i testowych na polach doświadczalnych przyjąłem równania (31) i (32) w formie skróconej, usuwając obliczenie poprawek  $dx_0$  i  $dz_0$ .

#### 5.4. Ocena dokładności wyznaczania współrzędnych metodami analitycznymi

Dla oceny możliwości metod analitycznych można wykorzystać wzory (41) podane w rozdziale 5.1. Należy jednak przyjąć następujące założenia:

a) pomiar współrzędnych tłowych zostanie wykonany szczególnie starannie, przy kilku nastawieniach znacznika pomiarowego na każdy punkt (minimum 4 razy) i na wysokiej klasy instrumencie (np. PSK 2, asko-rekord).

b) zostaną wprowadzone wszelkie możliwe korekcje do pomierzonych współrzędnych tłowych.

c) do obliczania współrzędnych zostanie zastosowana taka metoda analityczna, która pozwoli na pełne wyeliminowanie błędów orientacji zewnętrznej i wewnętrznej zdjęć.

Przy powyższych założeniach można przyjąć, że średni błąd pomierzonych współrzędnych tłowych wyniesie około  $\pm 0,008$  mm i tylko ten błąd będzie miał wpływ na dokładność kątów wcinających  $\alpha'$  i  $\alpha''$  (rys. 11). Przyjmując ponadto  $f = 200$  mm otrzymamy

$$m = m_\alpha = m_\beta = \frac{1}{25000}$$

Jeżeli również przyjmiemy, że błąd względny pomiaru długości bazy w terenie jest równoważny z błędem kątowym (jest to możliwe do osiągnięcia przy zastosowaniu łąty Bala i odpowiednich rozwinięć bazowych), wówczas

$$\frac{m^b}{b} = m = \frac{1}{25000}$$

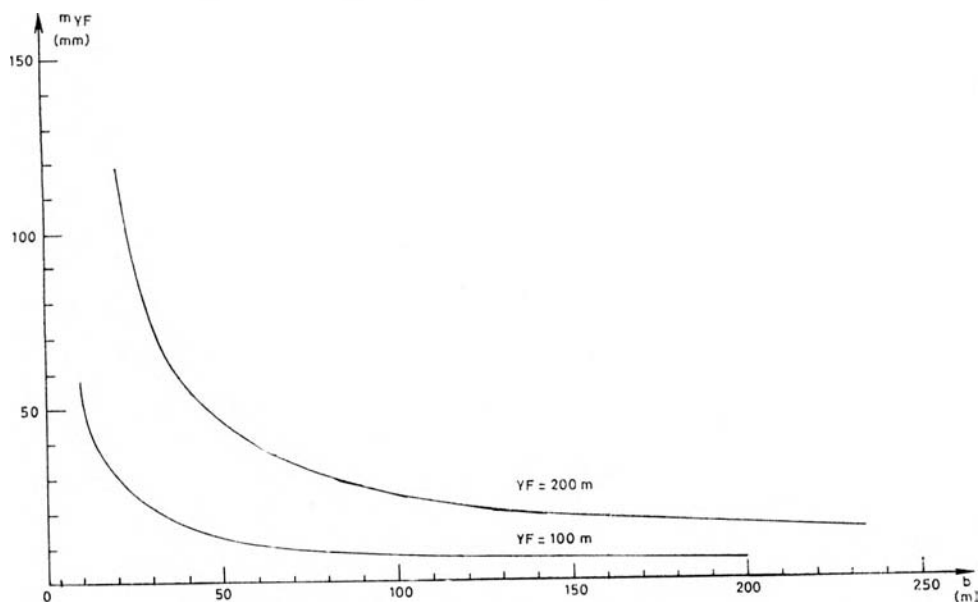
Przy powyższych założeniach wzory (41) przyjmują postać:

$$m_{YF} = m \sqrt{\frac{(4 YF^2 + b^2)^2}{8 b^2} + YF^2} \quad (43 a)$$

$$m_{XF} \cong m_{ZF} = \frac{b}{2 YF} m_{YF} \quad (43 b)$$

W tabeli 9 zestawiono, obliczone na podstawie wzorów (43), dokładności możliwe do osiągnięcia za pomocą analitycznych metod fotogrametrii naziemnej. Zestawienie wykonano dla różnych odległości fotografowania i dla różnych długości baz.

Różniczkując wzór (43a) względem  $b$  i przyrównując do zera możemy obliczyć, że najkorzystniejszy stosunek bazowy wynosi 2 : 1 ( $b = 2YF$ ). Osiągnięcie takiego stosunku w praktyce fotogrametrycznej jest bardzo



Rys. 14

trudne, szczególnie ze względu na trudną i niepewną identyfikację punktów na zdjęciach. Szczegółowa analiza wzoru (43a) wykazuje jednakże, że nie ma potrzeby dążyć do tak wygórowanych stosunków bazowych. Na rysunku 14 przedstawiono zmienność błędu  $m_{YF}$  w zależności od długości bazy, dla dwóch odległości fotografowania (100 i 200 m).

Z wykresu wynika, że wyraźne zmniejszanie się błędu następuje do stosunku bazowego 1 : 2 ( $b = \frac{YF}{2}$ ), natomiast dalsze zwiększanie stosunku bazowego powoduje wiele trudności przy opracowaniu zdjęć i nie jest celowe. Jak wynika z mojej praktyki pomiarowej najbardziej realne jest uzyskiwanie stosunku bazowego 1 : 4 i błędy obliczone dla takiego stosunku oznaczono w tabelicy 9 grubszą obwódką. Dane zawarte w tabeli można wykorzystywać przy projektowaniu precyzyjnych pomiarów fotogrametrycznych.

Zakładając pewne uproszczenia we wzorze (43a) oraz przyjmując  $YF : b = 4$  można stwierdzić, że stosując analityczne metody do rozwiązywania zagadnień fotogrametrii naziemnej można wyznaczać współrzędne punktów z dokładnościami:

$$\frac{m_{YF}}{YF} = \frac{1}{4500}; \quad m_{XF} = m_{ZF} = \frac{1}{8} m_{YF} \quad (44)$$

Tablica 9

b \ YF	10 m		20 m		30 m		40 m		50 m		60 m		80 m		100 m		120 m		150 m		200 m		250 m	
	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>	my	m <sub>x</sub>
40 m	89	1	5	1	4	1	3	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
80 m	36	2	19	2	13	2	10	3	8	3	8	3	6	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
120 m	82	3	41	3	28	3	21	3	18	4	15	4	12	4	11	4	10	5	9	5	—	—	—	—
160 m	145	4	73	4	49	5	37	5	30	5	26	5	20	5	17	5	14	6	13	6	12	7	—	—
200 m	226	6	114	6	76	6	58	6	47	6	39	6	30	6	25	6	21	7	19	7	16	8	—	—
250 m	—	—	177	7	119	7	90	7	72	7	61	7	46	7	38	8	31	8	28	9	23	9	—	—
300 m	—	—	255	8	170	8	128	8	103	9	86	9	66	9	54	9	44	9	38	10	31	10	—	—
400 m	—	—	453	11	302	11	227	11	182	11	152	11	115	12	93	12	76	12	64	12	51	13	42	13
500 m	—	—	—	—	—	—	355	14	284	14	237	14	179	14	144	14	117	14	98	15	76	15	63	16

Podane błędy są wyrażone w mm.



Przy pomiarze obiektów inżynierskich można osiągać większe dokładności pomiaru przemieszczeń niż to wynika z wzorów (44), ale należy wówczas dążyć do stosunków bazowych większych niż 1 : 4 lub stosować fotogrametryczną metodę różnicową opartą na pomiarze paralaks czasowych. Dla takiej metody opracowałem w 1975 r. technologię [17] opartą na pracy doktorskiej W. Bychawskiego. Technologia ta została wdrożona do produkcji fotogrametrycznej w kilku przedsiębiorstwach geodezyjnych.

## 6. Praktyczne porównanie dokładności wyznaczania współrzędnych różnymi metodami analitycznymi

Dla praktycznego sprawdzenia dokładności poszczególnych metod analitycznych dysponowałem zdjęciami i pomiarami z dwóch obiektów doświadczalnych.

Obiekt „Kolo” założony został przez Zakład Fotogrametrii IGiK w 1967 r. Na zboczu niewielkiego wzniesienia zasygnalizowano 89 punktów. Obiekt był bardzo rozciągnięty wzdłuż osi  $YF$  (od 120 do 300 m). Współrzędne geodezyjne wyznaczono wcięciami w przód teodolitem Th4 ( $2^{\text{cc}}$ ) w dwóch seriach. Różnice dwukrotnego wyznaczenia współrzędnych nie przekraczały 3 cm, co daje w skali zdjęcia od 0,02 do 0,05 mm. Współrzędne punktów bazowych wyznaczano metodą poligonizacji paralaktycznej. Wykonano cztery stereogramy zdjęć o różnych zwrotach.

Obiekt „Myczkowce” założony został w 1975 r. przez OPGK Rzeszów przy okazji wdrażania technologii fotogrametrycznej metody wyznaczania przemieszczeń z wykorzystaniem obserwacji paralaks czasowych. Na obiekcie „Myczkowce” zestabilizowano i zasygnalizowano 49 punktów. Współrzędne punktów wyznaczono wcięciami w przód mierząc kierunki teodolitem Zeiss Theo 010 w trzech seriach. Różnice dwukrotnego wyznaczenia współrzędnych punktów nie przekroczyły 3 cm, co daje w skali zdjęć około 0,04 mm. Punkty zostały zastabilizowane na starym urwisku i w odróżnieniu od „Kola” nie są rozciągnięte wzdłuż osi fotografowania ( $YF$ ) lecz wzdłuż osi  $XF$  i  $ZF$  (współrzędne  $YF$  zmieniają się tylko w granicach 139—167 m).

W celu praktycznego porównania dokładności poszczególnych metod analitycznych wykonałem przeliczenie wszystkich wymienionych stereogramów wszystkimi metodami omówionymi w rozdziale 4 i porównałem otrzymane współrzędne ze współrzędnymi znanymi z pomiarów terenowych. Z różnic obliczyłem błędy średnie i błędy systematyczne oraz stosując test chi-kwadrat zbadałem rozkłady otrzymanych odchyłek. W tablicy 10 przedstawiłem otrzymane błędy na jednym charakterystycznym stereogramie z „Kola” i z „Myczkowiec”.

Tablica 10

Metoda	Nastawienia nominalne		Niezależny model		Dostosowanie niezależnych wiązek		Przekształcenia rzutowe				
	$\pm m_{sr.}$		$m_{syst.}$		$m_{syst.}$		7 fotopunktów		11 fotopunktów		
	$\pm m_{sr.}$	$\pm m_{sr.}$	$\pm m_{sr.}$	$m_{syst.}$	$m_{syst.}$	$m_{syst.}$	$\pm m_{sr.}$	$\pm m_{sr.}$	$m_{syst.}$	$m_{syst.}$	
Stereogram	Y	0,258	+0,120	0,556	+0,095	0,088	-0,002	0,200	0,015	0,091	-0,013
	X	0,045	+0,015	0,461	+0,080	0,036	+0,005	0,046	-0,009	0,036	0,002
	Z	0,017	-0,009	0,081	-0,004	0,016	-0,004	0,023	-0,009	0,017	-0,003
Koło skala zdjęć: 1 : 600— —1 : 1500	Y	0,057	-0,053	0,021	+0,005	0,018	+0,002			0,018	0,008
	X	0,021	-0,002	0,019	-0,008	0,009	-0,002			0,007	0,001
	Z	0,040	-0,035	0,017	+0,009	0,014	+0,006			0,014	-0,001

$m_{sr.}$  — błąd średni,  $m_{syst.}$  — błąd systematyczny

Wartości błędów są podane w metrach

Błędy średnie zostały obliczone bez usuwania błędów systematycznych.

Analizując tabelę 10 można stwierdzić, że dla obiektu „Myczkowce” wszystkie metody dały w przybliżeniu podobne wyniki. Wyjątek stanowi metoda obliczania współrzędnych na podstawie nastawień nominalnych, z której otrzymano średni błąd około trzykrotnie większy niż z pozostałych metod i duży błąd systematyczny. Świadczy to o złym zrektyfikowaniu fototeodolitu, którym wykonano zdjęcia.

Dla obiektu „Koło” zdecydowanie najgorsze wyniki otrzymano z metody niezależnego modelu, średnie błędy ukształtowały się w granicach 1—2 metry. Przyjęcie do przestrzennej transformacji afinicznej 11 fotopunktów nie poprawiło zupełnie wyników, świadczy to, że już sam model był zdeformowany nieliniowo. Deformacje spowodowane były tym, że nie można było tak dobrać punktów do zestrojenia modelu aby obejmowały dużą część powierzchni zdjęcia. Wszystkie punkty skupiły się w wąskim środkowym pasie a pozostała część zdjęcia była zajęta przez obraz nieba. Otrzymane wyniki są zgodne z teoretyczną analizą dokładności metody niezależnego modelu (rozdział 5.2). Również metoda przekształcenia rzutowego nie dała dobrych wyników przy 7 punktach dostosowania, średnie błędy współrzędnych ukształtowały się w granicach 0,2—1,3 metra. Dopiero przyjęcie dalszych 4 punktów do dostosowania spowodowało zasadniczą poprawę wyników, średnie błędy ukształtowały się poniżej 10 cm i odchyłki współrzędnych miały rozkład w przybliżeniu normalny.

Dla obiektu „Koło” zdecydowanie najlepiej wypadła metoda dostosowania niezależnych wiązek. Przy 7 fotopunktach błędy są średnio o 3% mniejsze od błędów otrzymanych z metody przekształcenia rzutowego (11 fotopunktów) i około 3 krotnie mniejsze od błędów otrzymanych z metody nastawień nominalnych.

## 7. Zakres stosowania poszczególnych metod analitycznego opracowania zdjęć naziemnych

można wyciągnąć następujące wnioski do zakresu stosowalności poszczególnych metod analitycznych:

1) Obliczenie współrzędnych terenowych na podstawie nastawień nominalnych fototeodolitu może być stosowane tylko wówczas gdy jest wymagana niewielka dokładność współrzędnych terenowych ( $m_{YF} > > \frac{1}{1600} YF$ ) i to pod warunkiem wykonania uprzednio starannej rektyfikacji kamery.

2) Dla opracowania płaskich obiektów rozciągniętych wzdłuż osi fotografowania, należy stosować metodę dostosowania niezależnych wiązek

do pomierzonych w terenie kierunków lub współrzędnych fotopunktów. Ażeby wyzyskać wszystkie zalety tej metody należy dla tego typu obiektów wyznaczać pomiarami terenowymi współrzędne środków rzutów.

3) Do pomiaru obiektów leżących w przybliżeniu w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny zdjęcia najwygodniej jest stosować metodę niezależnego modelu, można w tym wypadku uniknąć terenowego pomiaru współrzędnych środków rzutów. Jednakże zastosowanie tej metody jest uwarunkowane możliwością takiego dobrania punktów do analitycznego zestrojenia modelu aby obejmowały nie mniej niż 50% powierzchni stereogramu. Metoda niezależnego modelu zupełnie nie nadaje się do opracowania obiektów płaskich, rozciągniętych wzdłuż osi fotografowania.

4) Najbardziej dyskusyjna jest sprawa zastosowania metody przekształcenia rzutowego. Obliczenia wykazały, że stosując tę metodę można uzyskać wyniki równorzędne z innymi metodami, a nawet minimalnie lepsze (Myczkowce). Jest to tym cenniejsze, że metoda ta nie wymaga znajomości elementów orientacji wewnętrznej ani zewnętrznej kamery.

Jednocześnie, stosując metodę przekształcenia rzutowego można otrzymać zupełnie błędne wyniki, pomimo pozornie poprawnego wpasowania się na fotopunkty. Dowodów na to stwierdzenie dostarczyły obliczenia na obiekcie „Myczkowce”, gdzie otrzymałem na pozór poprawne wpasowanie się na fotopunkty pomimo kilkumetrowych błędów współrzędnych terenowych.

Z przeprowadzonych analiz można wysnuć następujące wnioski do zakresu stosowania metody przekształcenia rzutowego:

a) metoda przekształcenia rzutowego może być stosowana jeżeli istnieje całkowita pewność co do poprawności pomiarów współrzędnych tłowych i terenowych.

b) metoda przekształcenia rzutowego wymaga znacznie większej ilości fotopunktów niż pozostałe metody. Można stwierdzić, że fotopunktów nie powinno być mniej niż 10 dla opracowania jednego stereogramu.

Niedogodnościom metody przekształcenia rzutowego można by zaradzić wykonując wstępną kontrolę inną metodą (mniej elastyczną) i dopiero potem wykonując ostateczne obliczenia tą metodą. Postępowanie takie miałoby uzasadnienie gdyby można było się spodziewać poważnego wzrostu dokładności, czego jednak nie udało się stwierdzić (patrz tabela 10).

Reasumując należy stwierdzić, że metoda rzutowa może znaleźć zastosowanie przede wszystkim przy opracowywaniu zdjęć wykonywanych kamerami o nieznanach elementach orientacji wewnętrznej i zewnętrznej, a więc w takich wypadkach gdy zawodzą inne metody analityczne. Należy wówczas zadbać o wyznaczenie dużej ilości fotopunktów i nie

należy dopuszczać do żadnych ekstrapolacji poza obszar objęty fotopunktami.

5) Metoda rzutowa zaproponowana przez A. Majde ze względu na jej iteracyjny charakter i długotrwałość obliczeń będzie mogła znaleźć zastosowanie po wprowadzeniu do produkcji geodezyjnej większych i przede wszystkim szybszych maszyn.

Metoda ta powinna dawać lepsze wyniki od metody zaproponowanej przez L. Pęczka ponieważ uwzględni wzajemne związki wiązek rzutowych poprzez punkty wyznaczane oraz umożliwi wprowadzenie jako znanych (z pomiarów terenowych) współrzędnych środków rzutów.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Bednarski T., Majde A.: *The spatial restitution of terrestrial photographs on the basis of projective transformation*. Bulletin Societe Francais de Photogrammetrie 1971 z. 42.
- [2] Bonneval H.: *Photogrammetrie generale*. Editions Eyrolles, Paris 1972.
- [3] Buc E. D., Patenko D. E.: *Issledowanie deformacji fotoplastinok*. Geodezja i Kartografia. Moskwa 1968 nr 8.
- [4] Bujakiewicz A.: *Sposoby eliminowania zniekształceń obrazu spowodowanych deformacją materiału fotograficznego*. Geodezja i Kartografia. Warszawa 1974 t. 23, z. 2.
- [5] Bychawski W., Mizerski W.: *Analityczne opracowanie pojedynczego stereogramu dowolnie zwróconych zdjęć naziemnych*. Prace IGiK t. XVIII, z. 1/42 1971.
- [6] Bychawski W., Nowosielski A.: *Obliczanie współrzędnych terenowych punktów wyznaczanych metodą fotogrametrii naziemnej*. Prace IGiK t. XV, z. 1/34 1968.
- [7] Camps F.: *Evolution des tendances dans le domaine des application non topographiques de la photogrammetrie*. Bulletin Societe Belge de Photogrammetrie z. 110 1973.
- [8] Ducloux J.: *Etude sur la deformation des films pour la photographie aerienne*. Bulletin Societe Francaise de Photogrammetrie z. 46 1972.
- [9] Hallert B.: *Etalonnage des images, des cameras et des instruments dans les operations de photogrammetrie*. Bulletin Societe Francaise de Photogrammetrie 1968 z. 30.
- [10] Hottier P.: *Contribution a l'etude experimentale de la precision de la photogrammetrie analitique a court distance dans le cas du coupl*. Bulletin Societe Francaise de Photogrammetrie 1972 z. 47.
- [11] Jagle A.: *Trois etudes sur l'instabilite d'imensionnelle des photographies*. Bulletin Societe Francaise de Photogrammetrie 1968 z. 30.
- [12] Kraus K.: *Film Deformation Correction with Last Squares*. Photogrammetric Engineering 1972 z. 1.

- [13] Lisenbarth A.: *Fotogrametria naziemna i specjalna*. PPWK, Warszawa 1974.
- [14] Majde A.: *Uogólnienie zastosowania geometrii rzutowej w fotogrametrii*. Politechnika Warszawska, Prace Naukowe 1975 z. 16.
- [15] Mark R. P.: *Die Erfassung des Justierzustandes von Stereokomparator mit Hilfe von Genauigkeitstesten dargestellt am Beispiel des Stecometer*. Vermesungstechnik 1968 z. 4.
- [16] Mizerski W.: *Wstępne opracowanie pomierzonych współrzędnych tłowych*. Informator IGIK 1971 z. 5.
- [17] Mizerski W.: *Technologia fotogrametrycznej metody wyznaczania przemieszczeń z wykorzystaniem obserwacji paralaks czasowych*. Praca wykonana w Z. F. IGIK, nieopublikowana.
- [18] Pęczek L.: *Nowa metoda rozwiązania podstawowego problemu fotogrametrii*. Politechnika Warszawska, Prace Naukowe, Geodezja 1975 z. 15.
- [19] Praca zbiorowa: *Fotogrametria analityczna*. PPWK 1972.
- [20] Roelofs R.: *Distortion, principal point, point of symmetry and calibrated principal point*. Photogrammetria 1950/51 z. 2.
- [21] Roos W.: *On the definition of fundamental concepts in photogrammetry*. Photogrammetria 1951/52 z. 3.
- [22] Skalska G., Mizerski W.: *Korekcje deformacji diapozytywów filmowych*. Prace IGIK, t. XX z. 2/47 1973.
- [23] Torlegard K.: *Geometrical Calibration of Close-up Cameras*. I. S. P. XI Congres 1968. Com. I.
- [24] Ziemann H.: *Economics of Image Deformation Correction*. Photogrammetric Engineering 1972 z. 2.

Recenzował: doc. dr hab. inż. Andrzej Majde

ВИТОЛЬД МИЗЕРСКИ

## АНАЛИЗ И КРИТЕРИЯ ВЫБОРА НАИБОЛЕЕ ПОДХОДЯЩЕГО МЕТОДА АНАЛИТИЧЕСКОЙ РАЗРАБОТКИ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИХ НАЗЕМНЫХ СЪЁМОК

### Резюме

Целью работы было проанализирование применяемых до сих пор методов аналитической разработки наземных съёмок, а также сформулирование критериев подбора оптимального метода для разных типов объектов.

В первой части работы были проанализированы источники ошибок наземных съёмок и предложены методы их коррекции. Были анализированы влияния кривизны Земли, атмосферной рефракции, дисторсии объектива, сжатия плёнки и неприлегания стеклянных пластинок. Вторая часть работы посвящена анализу разных методов определения полевых координат.

Проанализировано следующие методы:

- определения координат на основе номинальных наставок фототеодолита,
- метод независимой модели,



- метод независимых пучков,
- проекционный метод.

Разработано формулы для отдельных методов и был произведен теоретический анализ их точности, затем все методы были проверены на двух тестовых полигонах.

На основе проведенных анализов сформулировано критерия применения отдельных методов:

— метод определения координат на основе номинальных наставок фотогеодолиита может применяться только тогда, когда требуется небольшая точность полевых координат ( $m_{yF} > (1/1600) \cdot YF$ ) и то при условии проведения заранее тщательной юстировки фотогеодолиита,

— для обработки плоских объектов растянутых вдоль оси фотографирования следует применять метод независимых пучков. Для этого типа объектов следует определять полевыми измерениями координаты центров проекций,

— для измерения объектов, лежащих вблизи в плоскости параллельной к плоскости съёмки, выгоднее применять метод независимой модели, можно тогда избежать измерения координат центров проекции,

— наиболее спорным является вопрос применения метода проекционной трансформации. Вычисления показали, что применяя этот метод, можно получить результаты равноценные с результатами других методов, а даже минимально лучшие. Это тем ценнее, что метод этот не требует определения элементов ни внешней, ни внутренней ориентировки камеры. Одновременно применяя этот метод можно получить совсем ошибочные результаты, несмотря на мнимое правильное совмещение фотопунктов, вытекает это из большой степени свободы. Желая избежать недостатки проекционного метода, следует определить большое количество фотопунктов и не допускать никакого экстраполирования.

Конечным технологическим результатом работы, очень важным для дальнейшего производственного использования разработанной системы, является технологическое описание отдельных методов, а также пакеты подробно проверенных программ для вычислительных машин ODRA 1204 и ODRA 1305, составленных в „Систему аналитической обработки фотограмметрических наземных съёмок”.

Перевод: *Róża Tołstikowa*

WITOLD MIZERSKI

## ANALYSIS AND CRITERIA FOR CHOICE OF THE MOST APPROPRIATE METHOD OF ANALYTICAL TERRESTRIAL PHOTOGRAMMETRIC ELABORATION

### Summary

The aim of this work was to analyze presently used methods of analytical terrestrial photo elaboration and to formulate criteria for choice of optimal method for various types of objects.

At the first part of this work sources of errors connected with ground photographs were analyzed, as well as method of their correction was proposed. The following errors were studied: earth curvature, atmospheric refraction, lens distortion, film shrinkage and non-contiguity of glass plates. Analysis of various methods of terrain coordinates determination was included in the second part of the work. The following methods were analyzed:

- determination of coordinates using nominal settings of phototheodolite,
- method of independent model,
- method of independent bundles,
- projective method.

The formulas for particular methods were derived and theoretical analysis of their accuracy was made. Next all methods were checked using two test fields.

The criteria of applicability of particular methods were formed on the base of this analysis:

— method of coordinate calculation using nominal settings of phototheodolite can be used only, when the required accuracy of terrain coordinates is not high ( $m_{YF} > 1/1600 YF$ ) and when phototheodolite was previously carefully rectified;

for plane objects expanded along axis of photographing method of independent bundles should be used. For this type of objects coordinates of projection center ought to be determined using terrain measurements;

— for objects placed approximately at a plane parallel to image plane the method of independent model is most convenient, as measurement of coordinates of projection center is then not necessary;

— the use of method of projective transformation is most controversial. The calculations reveal, that using this method the results equivalent with the remaining methods can be obtained, and even slightly better. This is the more valuable, as at that method elements of outer orientation and inner orientation of camera need not to be known. Simultaneously using this method completely false results can be obtained, although fitting to the photopoints can be formally correct — it is caused by a great number of degrees of freedom. In order to prevent disadvantages of projective method, great number of photopoints must be determined, and no extrapolations can be admissible.

Technological descriptions of particular methods and verified program packages for Odra 1204 and 1305 computers, composing „Analytical system of terrestrial photogrammetric elaboration” are the final technological result of this work, being very important stage for further operational use of the prepared system.

Translation: *Zbigniew Bochenek*