

GRAZYNA SKALSKA

528.489.022.2:528.722.6

Sposób określenia kątów nachylenia prawie pionowych ścian skalnych przy użyciu stereometru topograficznego STD-2

1. Wstęp

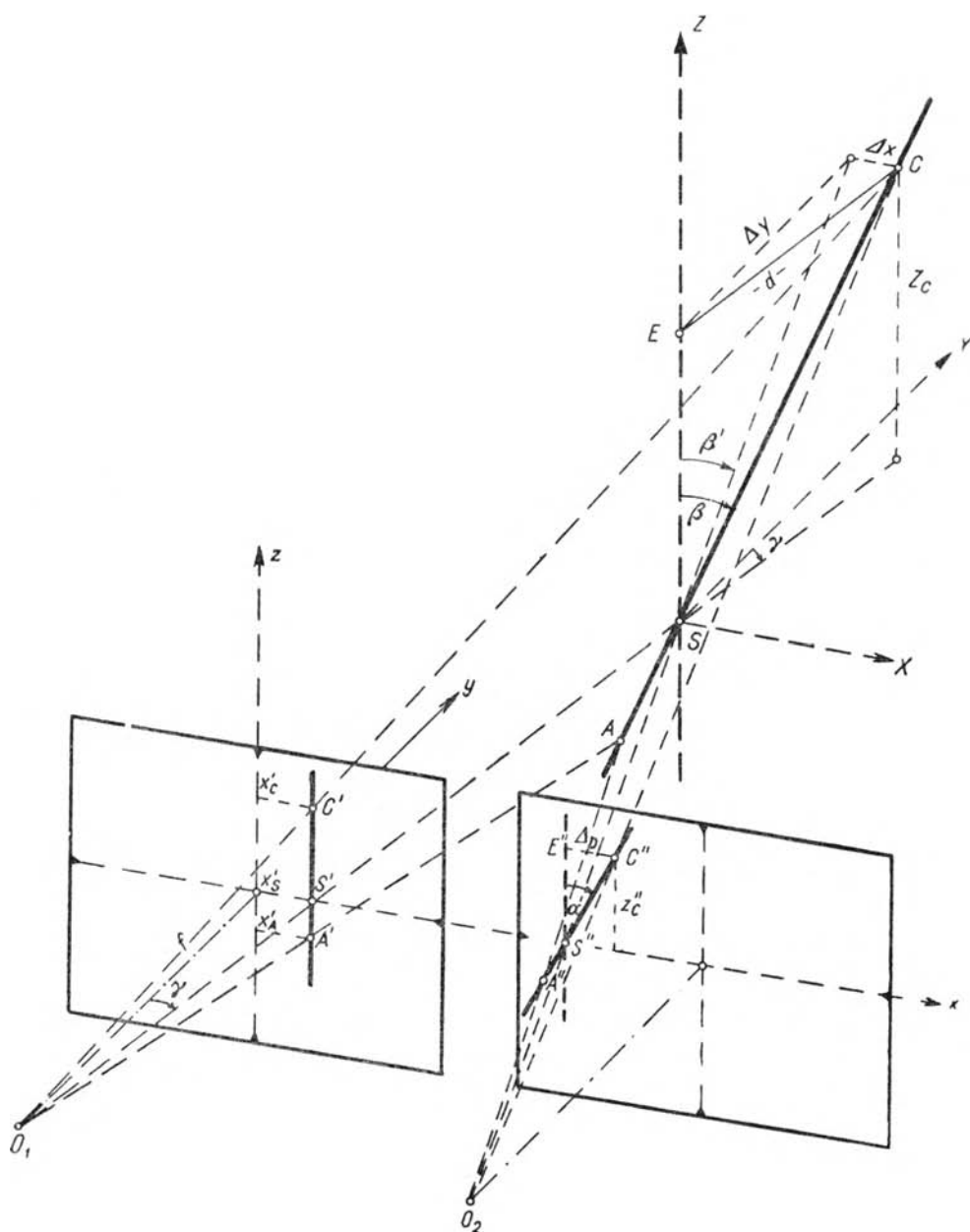
Znajomość kątów nachylenia ścian skalnych potrzebna jest między innymi do projektowania prac strzałowych w kopalnictwie odkrywkowym. Dotychczas kąty te określano w oparciu o pomiary tachymetryczne, które niejednokrotnie napotykały na trudności z powodu braku dostępu do pewnych partii ścian skalnych. Wykorzystanie do tych celów metod fotogrametrycznych pozwala na wyznaczenie kątów z wymaganą dokładnością w dowolnych miejscach ściany.

Poniżej podano sposób określenia kątów nachylenia ściany skalnej za pomocą zdjęć naziemnych wykonanych adaptowanym aparatem fotograficznym Start 66 produkcji polskiej i stereometru topograficznego STD-2. Zastosowanie wymienionych przyrządów wynikało z postawionego warunku dla opracowywanego sposobu, aby bez potrzeby kupna sprzętu zagranicznego za dewizy zapewnić dokładność położenia punktu w granicach $\pm 0,30$ m.

Stereometr topograficzny, w latach 1953—58, wykorzystywany był do opracowywania rzeźby terenu na odbitkach stykowych zdjęć lotniczych w małych skalach. Obecnie, został on wycofany z prac produkcyjnych jednak zastosowanie go do naszych celów okazało się jak najbardziej wskazane. Stereometr jak wiadomo, posiada znaczek pomiarowy w postaci nici. Nić ta w przestrzeni modelu stereoskopowego widziana jest w postaci linii pionowej lub nachylonej, w zależności od kąta skręcenia nici prawej względem lewej. Gdy nić w przestrzeni nachylona zostanie stycznie do ściany skalnej, to wyznaczenie kąta nachylenia ściany sprowadza się do określenia kąta nachylenia nici.

2. Określenie zależności matematycznej między kątem skręcenia nici a kątem nachylenia przestrzennego obrazu nici

Zależność między kątem skręcenia nici a kątem nachylenia jej przestrzennego obrazu określono na podstawie rysunku 1.



Rys. 1

Nici na fotogramach i obraz tych nici w przestrzeni oznaczone są na rysunku grubą linią ciągłą. Punkty A i C są punktami leżącymi na zboczach ściany skalnej (w pobliżu dolnej i górnej krawędzi). Położenie tych punktów powinno być takie, aby łącznica AC swym nachyleniem określała kąt nachylenia ściany. Punkt S jest środkiem obrotu obrazu nici. Jeżeli obydwie nici na fotogramach zajmują położenie równoległe do osi z , to nieć w przestrzeni zajmuje położenie pionowe. Natomiast gdy skrećimy prawą nieć o kąt α , to nieć w przestrzeni nachyli się o kąt β .

Z trójkąta $E''S''C''$ możemy napisać:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta p}{z''_C}$$

przyjmując, że $z''_C = z'_C = z_C$,
otrzymamy

$$z_C = \frac{\Delta p}{\operatorname{tg} \alpha},$$

Z rysunku 1 widać, że rzut kąta β na płaszczyznę YSZ , oznaczony jako β' , może być określony z wzoru

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{\Delta Y}{Z_C}.$$

Ponieważ

$$Z_C = \frac{B}{p_C} z'_C,$$

więc

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{\Delta Y \cdot p_C}{B \cdot z_C},$$

stąd

$$z_C = \frac{\Delta Y \cdot p_C}{B \cdot \operatorname{tg} \beta'}.$$

Porównując obydwa wzory na z_C otrzymamy

$$\frac{\Delta Y \cdot p_C}{B \cdot \operatorname{tg} \beta'} = \frac{\Delta p}{\operatorname{tg} \alpha},$$

skąd

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{\Delta Y \cdot p_C}{B \Delta p} \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Przyjmując

$$\Delta p = p_C - p_S$$

oraz

$$\Delta Y = Bf \left(\frac{1}{p_C} - \frac{1}{p_S} \right),$$

otrzymamy

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{Bf \left(\frac{1}{p_c} - \frac{1}{p_s} \right) p_c}{B(p_c - p_s)} \operatorname{tg} \alpha,$$

i ostatecznie

$$\operatorname{tg} \beta' = - \frac{f}{p_s} \operatorname{tg} \alpha. \quad (1)$$

Obecnie należy znaleźć zależność pomiędzy wyznaczanym kątem β' , leżącym w płaszczyźnie YZ , a szukanym kątem β , leżącym w płaszczyźnie ZSO_1 .

Z rysunku 1 widać, że:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d}{Z},$$

oraz

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{\Delta Y}{Z}.$$

Ponieważ

$$\Delta Y = d \cos \gamma,$$

$$\text{to} \quad \operatorname{tg} \beta' = \frac{d}{Z} \cos \gamma = \operatorname{tg} \beta \cos \gamma,$$

ostatecznie

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\cos \gamma}, \quad (2)$$

przy czym

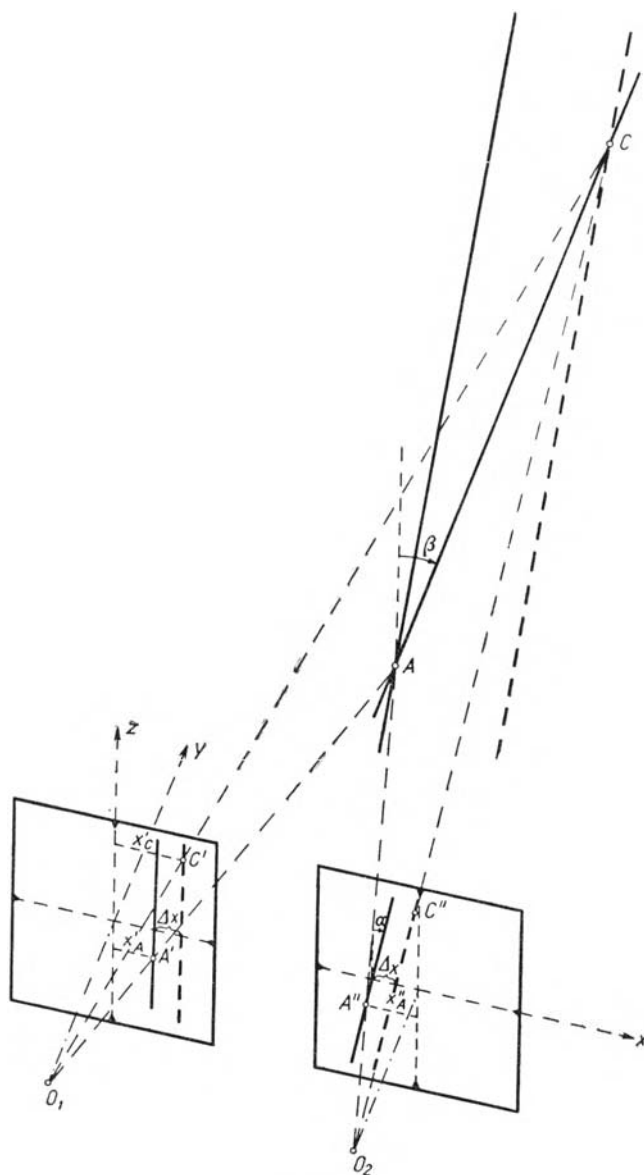
$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{x'_s}{f}. \quad (3)$$

Łącząc wzory (1) i (2) otrzymamy

$$\operatorname{tg} \beta = - \frac{f}{p_s \cos \gamma} \operatorname{tg} \alpha. \quad (4)$$

Z wzoru (3) i (4) wynika, że do wyznaczenia kąta nachylenia przestrzennego obrazu nici pokazanego na rysunku 1, potrzebna jest, oprócz ogniskowej, wartość paralaksy w punkcie S , kąt skręcenia nici α oraz współrzędna tłowa x'_s . Dla małych wartości x'_s , praktycznie, kąt β' będzie równy kątowi β .

Omówiony powyżej przypadek jest w pewnym sensie przypadkiem szczególnym, ponieważ wyznaczony z wzoru (4) kąt β leży w płaszczyźnie ZO_1S . W praktyce jednak może zaistnieć potrzeba wyznaczenia profili leżących w dowolnych płaszczyznach (rysunek 2). W związku z tym, na-



Rys. 2

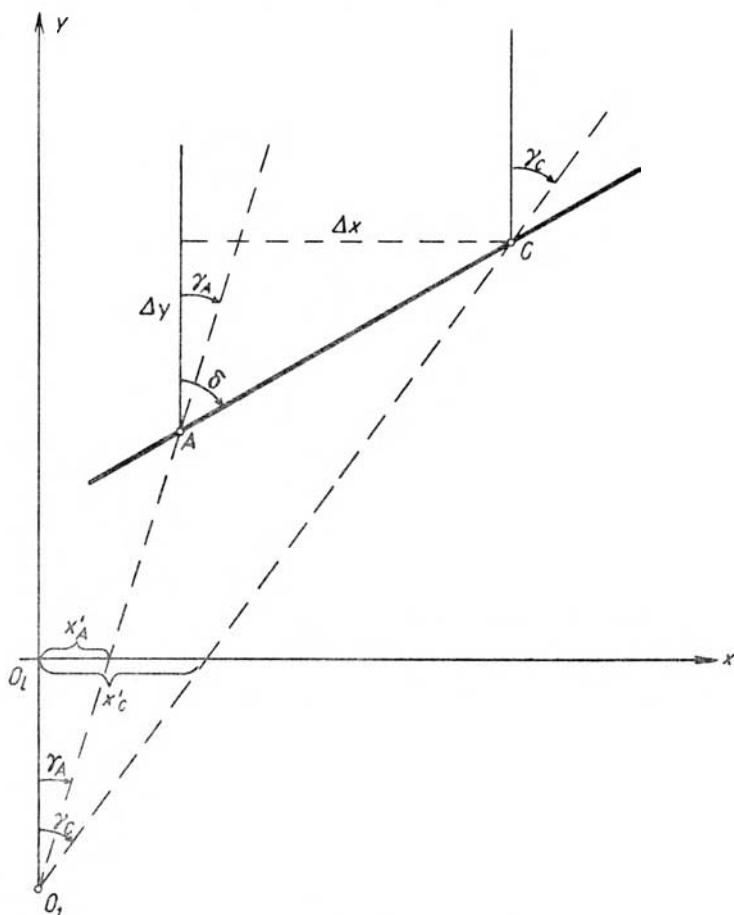
leży znaleźć zależności między kątem β i α dla przypadku ogólnego, tj. wówczas, gdy kąt β leży w dowolnie położonej płaszczyźnie pionowej. Do tego celu posłużył nam rysunek 3. Przeliczenie kąta β' na kąt β nie będzie przebiegało tak jak poprzednio za pomocą cosinusa γ (wzór 2), lecz za pomocą

cosinusa δ . Tak więc

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta'}{\cos \delta}, \quad (5)$$

czyli

$$\operatorname{tg} \beta = - \frac{f}{p_S \cos \delta} \operatorname{tg} \alpha. \quad (6)$$



Rys. 3

Z rysunku 3 wynika, że

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta X}{\Delta Y},$$

przy czym

$$\Delta X = B \frac{p_A x'_C - p_C x'_A}{p_C p_A},$$

$$\Delta Y = Bf \frac{\Delta p}{p_C p_A},$$

gdzie

$$\Delta p = p_A - p_C.$$

Ostatecznie

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p_A x'_C - p_C x'_A}{f \Delta p}. \quad (7)$$

Z wzoru (6) i (7) widać, że w przypadku dowolnego usytuowania płaszczyzny zawierającej kąt β należy, oprócz wartości p_S i α , pomierzyć dla punktów A i C wartości x'_A , x'_C , p_A i p_C .

Porównując obydwie przedstawione przypadki usytuowania płaszczyzny, w której określa się kąt nachylenia ściany, można stwierdzić, że precyzność obserwacji i obliczeń w przypadku pierwszym, wzory (3) i (4), jest znacznie mniejsza niż w przypadku drugim — wzory (6) i (7). Wybór i stosowanie odpowiednich wzorów w praktyce będzie zależeć od topografii ściany i usytuowania bazy fotografowania w stosunku do płaszczyzny ściany.

3. Wykonanie powiększeń

Jak na wstępie wspomniano, stereometr topograficzny jest przystosowany do pomiarów na odbitkach stykowych zdjęć lub na ich powiększeniach. Zdjęcia wykonane przystosowanym aparatem Start 66 posiadają format 6×6 cm, a zasięg pracy stereometru wynosi $12,3 \times 12,3$ cm. Odpowiednim powiększeniem zdjęć będzie więc powiększenie dwukrotne.

Papier fotograficzny używany do powiększeń powinien charakteryzować się małą i odpowiednio stałą deformacją. Po przeprowadzeniu badań różnych gatunków papieru okazało się, że dla omawianego zagadnienia dopuszczalną deformację posiada papier fotograficzny o symbolu B 34° — 221 K, którego średni współczynnik deformacji $\Delta k = 0,003$, średnia deformacja resztkowa $r = \pm 0,02$ mm.

Powiększenia zdjęć mogą być wykonane na powiększalniku produkcji polskiej „Krokus” (obiektyw Euktar $f = 7,6$ cm, 1 : 4) pod warunkiem sprowadzenia płaszczyzny, w której znajduje się zdjęcie, do równoległości z płaszczyzną, w której znajduje się powiększenie. Warunek ten realizuje się przez poziomowanie obu tych płaszczyzn. W pierwszej kolejności poziomować należy płaszczyznę, w której leży negatyw, przez układanie libeli kolejno na dwu płytkach szklanych o wymiarach 50×130 mm wystających z ramki, w której układa się negatyw. Zmianę położenia pęcherzyka

libeli uzyskuje się przez pokręcanie śrub specjalnie w tym celu zamocowanych pod podstawą powiększalnika. W drugiej kolejności doprowadza się do poziomu maskownicę przez układanie libeli w miejscu, w którym przypada powiększenie oraz pokręcanie śrubami specjalnie w tym celu zamocowanymi pod podstawą maskownicy. Powyższe czynności należy wykonać przy takim położeniu kolumny powiększalnika, takiej odległości ogniskowej i takim usytuowaniu maskownicy, przy którym wykonywać się będzie wymagane dwukrotne powiększenie.

Przeprowadzone badania wykazały, że średni błąd położenia punktu na powiększeniu wykonanym w powyższy sposób wynosi $\pm 0,05$ mm. Błąd ten został wyznaczony w oparciu o dwukrotne powiększenie (fotografię) siatki kwadratów i pomiar współrzędnych 25 równomiernie rozłożonych punktów będących przecięciami linii siatki. Rozkład błędów pozwala wnioskować, że ich źródłem jest przede wszystkim deformacja papieru fotograficznego oraz dystorsja obiektywu powiększalnika.

4. Prace na stereometrze

4.1. Przygotowanie stereometru

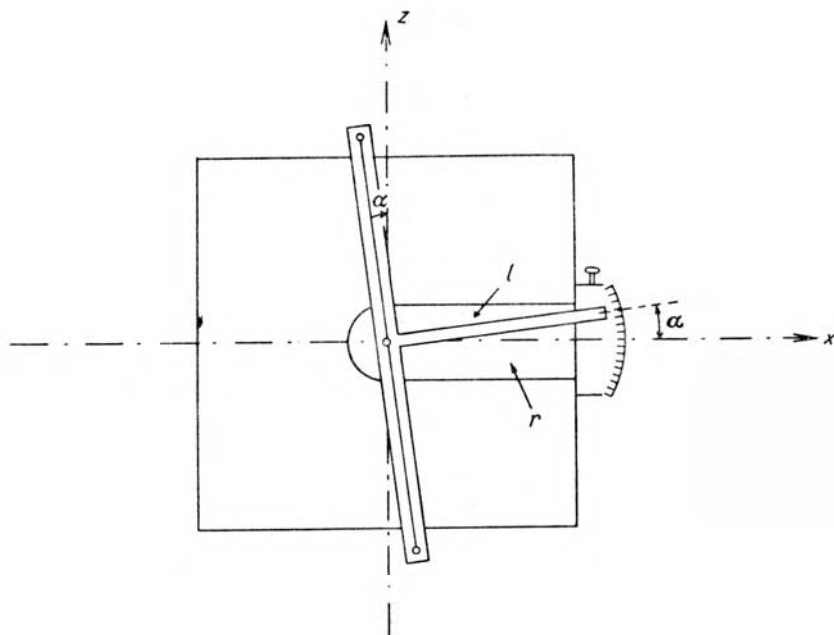
Do pomiaru kątów skręcenia prawej nici, oznaczonych na rysunku 1 przez α , wykorzystuje się jedno z sześciu urządzeń korekcyjnych stereometru, mianowicie urządzenie do likwidacji wpływu skrętu zdjęcia lotniczego κ na odcięte tłowe. Urządzenie to umieszczone jest pod prawym fotogramem. Konstrukcję jego przedstawia rysunek 4.

Ramię l jest prostopadłe do nici pomiarowej. Oś obrotu uchwytu nici przechodzi przez ramię sterujące r , wskutek czego, jeżeli ramię l odchyli się o kąt α od osi ramienia sterującego, to nić pomiarowa będzie tworzyła z kierunkiem osi z również kąt α . Skręcenie nici o kąt α możliwe jest we wszystkich położeniach fotogramu i nie zmienia się wraz ze zmianą x .

Ażeby wyeliminować z pomiarów wpływ pozostałych urządzeń korekcyjnych, należy na podziałkach tych urządzeń nastawić ich miejsca zera. Sposób wyznaczenia miejsc zer podany jest w [1]. Miejsce zera urządzenia pokazanego na rysunku 4 (oznaczone jako α_0) będzie wykorzystywane przy obliczaniu kątów β' .

4.2. Zakładanie zdjęć

Zasięg pracy na stereometrze wynosi $12,3 \times 12,3$. Ponieważ wykonane powiększenia mają wymiary 12×12 cm, to dla zapewnienia możliwości wykonania odczytu na lewym i prawym znaczkach tłowym zdjęcia układa-



Rys. 4

my na tarczach w ten sposób, aby przy odczycie $x = 20,0$ mm (będącym środkowym miejscem zasięgu x) i możliwie najmniejszym odczycie na śrubie paralaktycznej, obydwie nici przechodziły przez górny i dolny znaczek pomiarowy na lewym i prawym zdjęciu. W kierunku z zdjęcia układamy tak, aby środek obrotu nici (supelek) znajdował się możliwie w środkowej partii opracowywanego terenu oraz, aby paralaksa poprzeczna była jak najmniejsza. Po zamocowaniu zdjęć, resztkową paralaksę poprzeczną likwidujemy pokrętle znajdującym się przy lewym okularze.

4.3. Strojenie zdjęć i pomiar

Strojenie zdjęć wykonuje się za pomocą nici, monokularnie, w oparciu o górne i dolne znaczniki tłowe, korzystając z ruchu z oraz ruchów x' i x'' .

Pomiar rozpoczyna się od wykonania odczytów x i p na wszystkich czterech znaczkach tłowych (obserwacje stereoskopowe). W stereometryczne odczytane wartości x odnoszą się do prawego zdjęcia, czyli są to wartości x'' (śruba paralaktyczna przesuwa lewy fotogram). Następnie należy pokręcać śrubą paralaktyczną (w kierunku wzrostu odczytu na śrubie)

tak długo, aż uzyska się model stereoskopowy terenu. Ewentualną paralaksę poprzeczną obrazu likwiduje się pokrętle przy lewym okularze.

Jak wspomniano w punkcie 2, wyodrębnia się dwa przypadki położenia płaszczyzn zawierających kąty nachylenia ścian skalnych (kąty te oznaczono przez β).

W I przypadku (szczególnym), płaszczyzny (pionowe) zawierające kąty β przechodzą przez środek rzutów lewego zdjęcia O_1 (rysunek 1).

W II przypadku (ogólnym), płaszczyzny zawierające kąt β są płaszczyznami dowolnie usytuowanymi w stosunku do środka rzutów (rys. 2).

Przypadek I od przypadku II można odróżnić w trakcie oglądania modelu terenu, ponieważ dla przypadku I wszystkie punkty leżące w płaszczyźnie zawierającej kąt β mają jednakową wartość odciętej tłowej na lewym zdjęciu tj. $x'_A = x'_C$ (lewa nitka przechodzi przez punkt A i C), a w przypadku II odcięte te różnią się — $x'_A \neq x'_C$.

Dla określenia kąta nachylenia ściany skalnej potrzebne są:

a) dla przypadku I — pomiar na stereometrze kąta α skrócenia nici, paralaksy p_S środka obrotu nici (S) oraz odciętej tłowej x''_S ;

b) dla przypadku II — pomiar wartości α i p_S oraz odciętej tłowej i paralaksy dla dwu punktów A i C , czyli x''_A , p_A , x''_C , p_C .

Odczyty wartości α , p_S oraz x''_S dla przypadku I wykonujemy w momencie, gdy nić widziana przestrzennie zostanie nachylona pod kątem β , tj. pod kątem, który najlepiej określa w danym miejscu ściany jej nachylenie. Takie położenie nici uzyskujemy za pomocą:

a) ruchu wzdłuż osi x ,

b) ruchu α , pokrętle urządzenia korekcyjnego (rys. 4) skręcającego prawą nić, co w efekcie stereoskopowym daje wrażenie nachylenia nici,

c) ruchu śruby paralaktycznej dającego w efekcie przybliżanie lub oddalanie nici.

Dla przypadku II.

a) odczyty α i p_S wykonujemy w momencie, gdy nić widziana przestrzennie zostanie „położona” na płaszczyznę równoległą do osi x przechodzącą przez dwa punkty A i C . Takie położenie nici uzyskamy posługując się ruchem α i p . Sprawdzianem prawidłowego nachylenia nici będzie, gdy przy ruchu x nić dotyka raz punktu A , drugi raz punktu C ;

b) odczyty x''_A , p_A , x''_C , p_C wykonujemy nastawiając na modelu nić raz na punkt A drugi raz na punkt C . Przy tej czynności prawa nić musi być ustawiona prostopadle do ruchu x , to znaczy na podziałce α musi być nastawiony odczyt α_0 będący jej miejscem zera.

5. Obliczenia

Obliczenia wykonujemy zgodnie z wzorem (3) i (4) dla przypadku I oraz (6) i (7) dla przypadku II. Za wartość ogniskowej f przyjmuje się wielkość $f = f_0 \cdot k$, gdzie f_0 — ogniskowa aparatu fotograficznego oraz k — współczynnik powiększenia, wyznaczony jako stosunek pomierzonej na zdjęciu odległości pomiędzy lewym i prawym znacznikiem tłowym do odległości jaka jest pomiędzy tymi znaczkami w aparacie fotograficznym.

Do obliczeń bierzemy zredukowane wartości pomierzone. Redukcję wykonujemy wg wzorów:

$$x''_{\text{zred.}} = x''_{\text{pom.}} - x''_{\text{pom.}}$$

$$p_{\text{zred.}} = p_{\text{pom.}} - p_0,$$

$$\alpha_{\text{zred.}} = \alpha_{\text{pom.}} - \alpha_0,$$

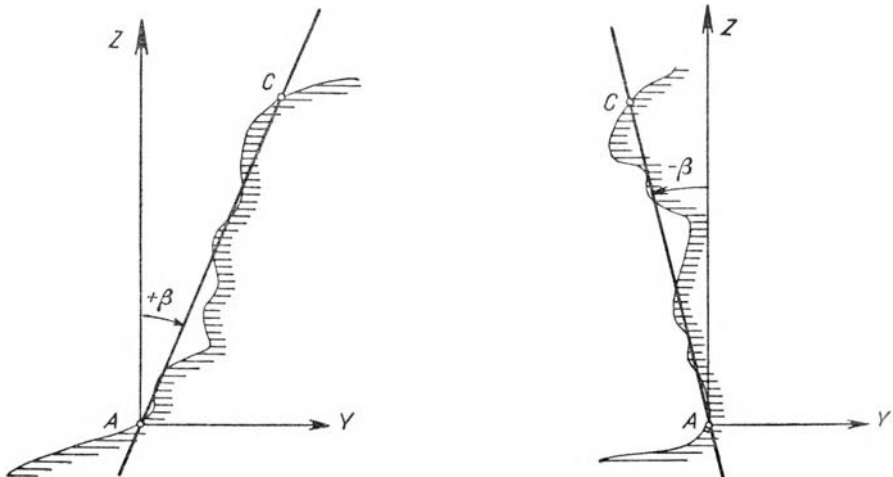
gdzie

$$x''_0 = \frac{x''_G + x''_D}{2},$$

$$p_0 = \frac{p_G + p_D}{2},$$

α_0 — miejsca zera podziałki urządzenia korekcyjnego (rys. 4).

Indeksy G i D oznaczają górny i dolny znaczek pomiarowy. Współrzędne tłowe lewego zdjęcia, występujące we wzorze (3) i (7), wyznacza się wg zależności $x' = p_{\text{zred.}} + x''_{\text{zred.}}$, a wartość Δp we wzorze (7) oblicza się jako $p_C - p_A$.



° Stan. apar. fotograf.

Rys. 5

Wyznaczone kąty β są to kąty nachylenia ściany liczone od pionu, a znak plus lub minus przy wartości kąta oznacza taką sytuację w terenie jaką przedstawia rysunek 5.

6. Analiza dokładności

6.1. Wyznaczenie wymaganej dokładności określenia kąta β'

Dokładność, z jaką powinno się określać kąt β' , ażeby zachować z góry wymaganą dokładność położenia punktu, wyznaczono z wzoru

$m_{\beta'} = \frac{m}{D \sqrt{2}}$, gdzie m jest to błąd położenia punktu, a D wysokość ściany skalnej (w przybliżeniu odległość pomiędzy punktami A i C).

Wynika z tego, że wymagana dokładność wyznaczenia kąta β' będzie różna dla różnych wysokości ściany. W poniższej tabelicy zestawiono wymagane dokładności wyznaczenia kąta β' w zależności od wysokości ściany i wielkości błędu położenia punktu.

Tablica 1

D w metrach	m w metrach	
	$\pm 0,3$	$\pm 0,4$
5	$\pm 2^{\circ}32'$	$\pm 3^{\circ}26'$
10	$1^{\circ}16'$	$1^{\circ}43'$
15	$51'$	$1^{\circ}09'$
20	$38'$	$52'$
25	$30'$	$41'$
30	$25'$	$34'$

Przyjmijmy, że profile, dla których wykonuje się niniejsze opracowanie, nie będą przekraczały 25 m długości. Z założenia tego wynika obowiązująca nas najwyższa dokładność wyznaczenia kąta β' . Wynosi ona $\pm 30'$. W dalszej analizie będziemy mieć na uwadze przede wszystkim tę wymaganą wielkość $m_{\beta'}$, ponieważ wyznaczone dla niej warunki będą zapewniały wymaganą dokładność dla pozostałych przypadków (niższych ścian).

6.2. Wyznaczenie błędów pomiaru paralaksy i kąta skręcenia nici

Na błąd pomiaru paralaksy (oznaczony jako m_p) oraz na błąd pomiaru kąta α (oznaczony jako m_α) składają się: błędy nastawienia m_{1p} i $m_{1\alpha}$, błę-

dy spowodowane deformacją papieru fotograficznego i dystorsją obiektywu powiększalnika m_{2p} i $m_{2\alpha}$ oraz błędy odczytu m_{3p} i $m_{3\alpha}$.

Błąd pomiaru paralaksy i błąd kąta α wyznaczono z wzorów:

$$m_p = \pm \sqrt{m_{1p}^2 + m_{2p}^2 + m_{3p}^2};$$

$$m_\alpha = \pm \sqrt{m_{1\alpha}^2 + m_{2\alpha}^2 + m_{3\alpha}^2}.$$

Jako m_{1p} i $m_{1\alpha}$ przyjęto wartości wyznaczone doświadczalnie: $m_{1p} = 0,03$, $m_{1\alpha} = 2'$, a jako m_{2p} i $m_{2\alpha}$ wartości obliczone na podstawie wyników badań opisanych w punkcie 3, które wynoszą: $m_{2p} = 0,1$ mm i $m_{2\alpha} = 2'$. Wartości $m_{3p} = 0,01$ mm i $m_{3\alpha} = 2'$ są to dokładności odczytu na podziałkach p i α .

Należy zaznaczyć, że wielkości błędów nastawienia m_{1p} i $m_{1\alpha}$ zależą od stosunku bazowego, przy którym wykonano zdjęcia. Stosunek bazowy dla zdjęć, w oparciu o które wyznaczono podane wartości, wyniósł 1 : 6.

Ostatecznie wartości błędów pomiaru paralaksy i kąta skręcenia nici wyniosły $m_p = \pm 0,1$ mm i $m_\alpha = \pm 3,4'$.

6.3. Określenie średniego błędu wyznaczenia kąta β'

Wzór, na podstawie którego wyznacza się kąt β' , ma postać:

$$\operatorname{tg} \beta' = -\frac{f}{p_s} \operatorname{tg} \alpha.$$

Zakładając bezbłądność wyznaczenia wielkości f , zgodnie z teorią błędów, można napisać:

$$\left(\frac{1}{\cos^2 \beta'} m_{\beta'}\right)^2 = \left(\frac{f \operatorname{tg} \alpha}{p_s^2} m_{p_s}\right)^2 + \left(\frac{f}{p_s \cos^2 \alpha} m_\alpha\right)^2,$$

skąd

$$m_{\beta'} = \pm \frac{f}{p_s} \cos^2 \beta' \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{p_s^2} m_{p_s}^2 + \frac{1}{\cos^4 \alpha} m_\alpha^2},$$

przy czym

$$\cos^2 \beta' = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta'} = \frac{p_s^2}{p_s^2 + f^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Tak więc

$$m_{\beta'} = \pm \frac{f p_s}{p_s^2 + f^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{p_s^2} m_{p_s}^2 + \frac{1}{\cos^4 \alpha} m_\alpha^2}. \quad (8)$$

Z wzoru (8) wynika, że $m_{\beta'}$ rośnie, gdy wartość paralaksy oraz kąt α maleją. W punkcie 6.1 ustalono, że wartość m , nie powinna przekraczać $\pm 30'$.

Należy więc przy danych $m_p = \pm 0,1$ mm, $m_\alpha = \pm 3,4$ (określonych w punkcie 6.2) i ogniskowej powiększenia $f = 150$ mm oraz małym kącie α , np: $\alpha = 30'$, wyznaczyć taką minimalną wartość paralaksy, przy której $m_{\beta'}$ nie przekroczy dopuszczalnej wartości, równej $30'$. Po wykonaniu obliczeń okazało się, że minimalną wartością paralaksy jest $p = 20$ mm (wtedy $m_{\beta'} = \pm 26'$). Wartość dopuszczalnej minimalnej paralaksy narzuca nam warunek najmniejszego dopuszczalnego, przy wykonywaniu zdjęć, stosunku bazowego. Wynosi on

$$\frac{B}{Y_{\max}} = \frac{p_{\min}}{f} = \frac{20}{150} = \frac{1}{8}.$$

Z przeprowadzonej analizy wzoru (8) wynika, że nawet dwukrotne zwiększenie dokładności pomiaru paralaksy nie wpływa w sposób istotny na zwiększenie dokładności wyznaczenia kąta β' . Decydujący wpływ na wielkość $m_{\beta'}$ ma dokładność pomiaru kąta α oraz wielkość paralaksy. I tak przyrost błędu pomiaru kąta α wynoszący $1'$ powoduje przyrost $m_{\beta'}$ równy $7,5'$ przy $p = 20$ mm i $5'$ przy $p = 30$ mm.

6.4. Określenie wpływu kąta γ na różnicę kątów β i β'

Dla przypomnienia podaje się, że kąt γ jest to kąt zawarty pomiędzy płaszczyzną pionową równoległą do osi Y (rys. 1), przechodzącą przez punkt S (środek obrotu nici), w której leży kąt β' , a płaszczyzną pionową, w której leży kąt β , przechodzącą przez punkty A , C i O_1 . Związek pomiędzy kątami β , β' i γ określają wzory (3) i (4). Należy uzyskać odpowiedź na pytanie, dla jakich kątów γ , bez szkody dla dokładności, można kąty β' przyjmować jako kąty β . Pomocna w tym będzie sporządzona poniżej tablica zawierająca wartości $\Delta\beta = \beta - \beta'$ oraz $m_\beta = \Delta\beta + |m_{\beta'}|$, w zależności od wielkości kąta γ (wyrażonego również przez x') oraz od wielkości kąta β' . Podane wartości m_β są błędami przybliżonymi ze względu na przyjęcie znaku plus przy wartości $m_{\beta'}$ (przypadek najmniej korzystny sumowania błędów, gdyż wartości $\Delta\beta$ są zawsze dodatnie). Jako wartość $m_{\beta'}$ przyjęto $26'$ (patrz punkt 6.3).

Z tablicy 2 wynika, że na przykład, gdy $\beta' \approx 30^\circ$, dla punktów A , C o rzędnych x' od zera do 10 mm (czyli dla kątów γ do $3^\circ 49'$), kąty β' można przyjąć jako kąty β , popełniając przy tym błąd $\Delta\beta$, z tytułu zaniedbania γ , rzędu $3'$, co w sumie z błędem wyznaczenia samego kąta β' daje błąd

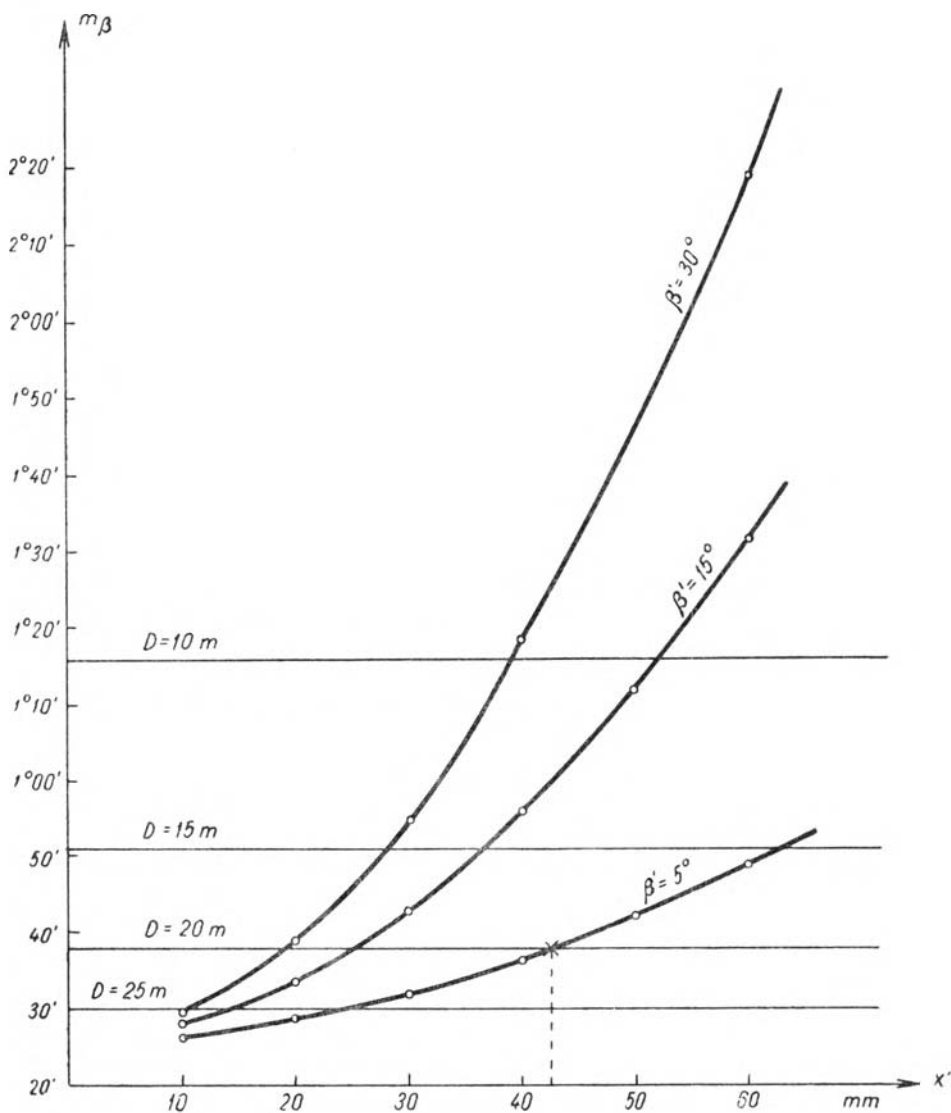
wyznaczenia kąta β równy około $29'$. Dla ścian skalnych o długości 25 m ta wielkość błędu jest dopuszczalna (patrz tablica 1). Jeżeli kąty będą wyznaczone na odcinkach krótszych, na przykład około 15 m, to przy $\beta' \approx 30^\circ$ wolno zaniedbywać kąty γ większe, rzędu $11^\circ 19'$, co odpowiada $x'_A = 30$ mm. W tym przypadku błąd m_β wyniesie $55'$, co stanowi wartość dopuszczalną. Tak więc dla różnych długości ścian skalnych i różnych kątów β' będą zaniedbywalne różne wielkości kątów γ .

Tablica 2

x' mm	10	20	30	40	50	60	
$\xi' \gamma$	$3^\circ 49'$	$7^\circ 36'$	$11^\circ 19'$	$14^\circ 56'$	$18^\circ 26'$	$23^\circ 35'$	
5°	0 26'	3' 29'	6' 32'	10' 36'	16' 42'	23' 49'	$\Delta\beta$ m_β
15°	2' 28'	8' 34'	17' 43'	30' 56'	46' $1^\circ 12'$	$1^\circ 06'$ $1^\circ 32'$	$\Delta\beta$ m_β
30°	3' 29'	13' 39'	29' 55'	52' $1^\circ 18'$	$1^\circ 20'$ $1^\circ 46'$	$1^\circ 53'$ $2^\circ 19'$	$\Delta\beta$ m_β

Na podstawie tablic 1 i 2 sporządzono wykres 1 umożliwiający, przy określonych długościach ścian skalnych, odczytanie maksymalnych wartości x' (rzędnych punktów miejsc, w których określa się kąty β), dla których można zaniedbywać kąty γ .

Wykres skonstruowano w sposób następujący: na osi odciętej odkładano wartości x' odpowiadające określonym kątom γ , na osi rzędnej odkładano wartości błędów wyznaczenia kąta β , czyli m_β . Połączenie na wykresie punktów naniesionych z tablicy 2 dało krzywe błędów m_β dla określonych kątów β' . Następnie w oparciu o tablicę 1 wkreślono linie poziome określające wymagane dokładności wyznaczenia kąta β w zależności od wielkości D . Przecięcia linii krzywych z liniami poziomymi rzutowane na oś odciętych określają maksymalne wartości x' , dla których można zaniedbywać kąty γ przy wyznaczaniu kątów β . Na przykład: dla $D = 20$ m i obliczonym kącie β' równym 5° można zaniechać przeliczania kąta β' na kąt β jeżeli x' jest mniejsze od 43 mm. Jeżeli natomiast odcięta x' punktu, w którym określa się kąt β , jest większa od wartości odczytanej z wykresu, to obliczony kąt β' przelicza się na kąt β za pomocą wzorów (2) i (3). Dla uniknięcia wielokrotnych przeliczeń można wykonać jednorazowo tablicę wartości $\Delta\beta$, które zawsze dodajemy do kąta β' ażeby otrzymać kąt β .



Wykres 1

6.5. Określenie wpływu kąta δ na różnicę kątów β i β'

Kąt δ (rys. 3) jest to kąt zawarty pomiędzy płaszczyzną pionową równoległą do osi Y przechodzącą przez punkt A , w której leży kąt β' , a płaszczyzną pionową, w której leży kąt β , przechodzącą przez punkty A i C . Różnica pomiędzy podanym w punkcie 6.4 określeniem kąta γ a powyż-

szym określeniem kąta δ , polega na tym, że w określeniu kąta γ płaszczyzna zawierająca kąt β przechodzi przez punkty A i C oraz przez punkt O_1 , a w określeniu kąta δ płaszczyzna zawierająca kąt β przechodzi tylko przez punkty A i C i jest dowolnie usytuowana w stosunku do osi układu współrzędnych. Rozważania w punkcie 6.4 dotyczyły przypadku, który można zapisać: $\gamma \neq 0$ i $\delta = \gamma$. Że $\delta = \gamma$ poznajemy po tym, że $x'_A = x'_C$, co oznacza, że punkty O_1 , A i C leżą w jednej płaszczyźnie równoległej do osi z współrzędnych tłowych lewego zdjęcia. Również ze wzoru na kąt δ wynika, że kąt δ w szczególnym przypadku równa się kątowi γ . Wzór (7) ma postać

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p_A x'_C - p_C x'_A}{f \Delta p}.$$

Zakładając $x'_A = x'_C$ i wiedząc, że $\Delta p = p_A - p_C$ otrzymamy

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{x'_A (p_A - p_C)}{f (p_A - p_C)},$$

czyli

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{x'}{f} = \operatorname{tg} \gamma.$$

Obecnie chcemy rozważyć przypadek, gdzie $\delta \neq \gamma$, to znaczy $x'_A \neq x'_C$. Wielkość kąta γ zależała tylko od zmiennej x'_A , natomiast wielkość kąta δ , jak wynika z wzoru (7), zależy od x'_A , x'_C , p_A , p_C , a szukana wartość $\Delta\beta$, jak wiadomo, zależna jest jeszcze od wielkości kąta β' . Tak więc odpowiedź ściśła na pytanie, dla jakich położań profili kąt δ mógłby być zaniedbywalny, nie może być odpowiedzią prostą.

Ze wstępnej analizy wzoru (7) wynika, że jeżeli Δp maleje, to kąt δ rośnie, oraz jeżeli $\Delta x = x'_C - x'_A$ maleje przy tym samym x'_A lub x'_C , to kąt δ maleje. Natomiast gdy x'_A rośnie, to kąt δ maleje. Nietrudno również zauważyć, że kąty δ są większe w przypadku, gdy $x'_A < x'_C$, aniżeli w przypadku, gdy $x'_A > x'_C$.

W oparciu o próbne obliczenia i analizę można powiedzieć, że dla $D = 25$ m i $x'_A < x'_C$, zaniedbywanie kąta δ może mieć miejsce, gdy $x'_A < 10$ mm, $\Delta x < 5$ mm oraz $\Delta p = 20$ mm. W przybliżeniu stanowi to 10% możliwych przypadków usytuowania profili (biorąc pod uwagę powierzchnię stereogramu). Gdy $x'_A > x'_C$ sytuacja jest nieco korzystniejsza, to znaczy kąt δ zaniedbywać można, gdy $x'_A < 20$ mm, $|\Delta x| < 10$ mm i $\Delta p > 15$ mm. W przybliżeniu stanowi to 20% możliwych przypadków, biorąc pod uwagę powierzchnię całego stereogramu.

W przypadku profili krótszych tolerancje w zaniedbywaniu kątów δ będą większe (analogicznie jak przy rozpatrywaniu kątów γ), lecz ponieważ nie można w prosty sposób wyznaczyć ścisłych granic zaniedbywania kąta δ dla wszystkich możliwych przypadków (zależą one bowiem od D , β' , x'_A , x'_C , p_A i p_C), przeto poleca się przy opracowywaniu profili, gdzie $x'_A \neq x'_C$, obliczać kąt δ z wzoru (7).

Reasumując można stwierdzić, że opracowanie profili, dla których $x'_A = x'_C$ jest znacznie prostsze od przypadku, gdy $x'_A \neq x'_C$, nie wymaga żadnych obliczeń z tytułu uwzględnienia kąta γ (korzystać można z jednorazowo sporządzonej tabeli) ani też dodatkowego pomiaru wielkości x''_A , x''_C , p_A , p_C , co ma miejsce w profilach dowolnie usytuowanych. Poza tym w przypadku ogólnym (ze względu na to, że kąty δ z reguły są większe od kątów γ) niekorzystny jest moment przenoszenia błędu $m_{\beta'}$, ściślej mówiąc, jego zwiększania przez rzutowanie na płaszczyznę leżącą skośnie do płaszczyzny YOZ. Na przykład, błąd wyznaczenia kąta $m_{\beta'}$ równy 1° , przez sam fakt rzutowania, przy kącie δ równym 40° , daje błąd $m_{\beta'}$ równy $1^\circ 18'$.

Fakty te przemawiają za zaleceniem, o ile to możliwe, wykonywania zdjęć naziemnych z bazy usytuowanej możliwie równoległe do ściany skalnej. Wtedy większość kątów nachylenia ściany będzie należeć do omawianego przypadku prostego, nazywanego przypadkiem szczególnym.

7. Określenie ograniczeń w zakresie stosowania omawianej metody

Wyznaczenie kątów β możliwe jest tylko dla ścian o ograniczonych maksymalnych nachyleniach. Spowodowane to jest ograniczonymi możliwościami skręcenia nici i określoną w punkcie 6.3 minimalną paralaksą.

Kąty β' wyznacza się z wzoru (1). Wynika z niego, że maksymalną wartość kąta β' otrzyma się przy maksymalnym kącie α i minimalnej paralaksie.

W naszym przypadku wartości te wynoszą $\alpha_{\max} = 5^\circ$, $p_{\min} = 20$ mm. Dla tych wartości α i p kąt β' wynosi 33° . Jest to maksymalny kąt jaki można wyznaczyć z wymaganą dokładnością do $30'$ (dla $D < 25$ m). Istnieje możliwość wyznaczenia większych wartości kątów β' poprzez zmianę stosunku bazowego, na przykład do 1 : 10 (zmniejszenie wartości paralaksy do 15 mm), lecz kosztem zmniejszenia dokładności jego wyznaczenia. I tak na przykład $\beta' = 41^\circ$ otrzymać można przy $\alpha = 5^\circ$ i $p = 15$ mm, lecz wtedy błąd $m_{\beta'}$ będzie rzędu $40'$ (co stanowi błąd dopuszczalny tylko dla $D < 18$ m).

8. Przykład

Praktycznie wyznaczano kąty nachylenia odcinka ściany skalnej na podstawie zdjęć kopalni odkrywkowej bazaltu „Wilcza Góra” wykonanych adaptowanym aparatem Start 66 przy stosunku bazowym 1 : 10. Zastosowano przypadek zdjęć normalnych z bazy równej 12,674 m. Dwukrotne powiększenia z negatywów wykonano na powiększalniku Krokus na papierze fotograficznym B34°—221 K w sposób podany w punkcie 3. Na stereometrze topograficznym wykonano niezbędne pomiary dla obliczenia kątów β w 20 różnych miejscach ściany skalnej. Do obliczeń wykorzystywano wzory (6) i (7).

W celu określenia średniego błędu wyznaczenia kąta nachylenia ściany skalnej porównano obliczone kąty z kątami przyjętymi za prawdziwe (określonymi ze współrzędnych punktów A i C). Średni błąd wyniósł 54'.

Biorąc pod uwagę, że średnia wartość D wynosiła około 15 m oraz że stosunek bazowy wynosił 1 : 10 (co powoduje wzrost wartości m_{1p} i m_{1z}) otrzymana wartość błędu równa 54' w pełni potwierdza poprawność przeprowadzonej w punkcie 6 analizy dokładności.

LITERATURA

- [1] Piasecki M. B.: Fotogrametria lotnicza i naziemna. PPWK. Warszawa 1958 r.

Recenzował: dr Andrzej Majde

Rękopis złożono w Redakcji w kwietniu 1972 r.

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВ НАКЛОНА ПОЧТИ
ВЕРТИКАЛЬНЫХ СКАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ ПОМОЩИ
ТОПОГРАФИЧЕСКОГО СТЕРЕОМЕТРА STD-2

Резюме

В представленном труде описывается способ определения углов наклона почти вертикальных скальных поверхностей при помощи наземных снимков, выполненных адаптированным фотографическим аппаратом „Start 66”, увеличителя „Krokus” и топографического стереометра Дробышева STD-2.

Угол наклона скальной стены (обозначенный β) устанавливается путём определения угла наклона нити на модели в зависимости от угла скручивания нити на правом снимке (обозначенный α).

Зависимости углов β и α определяются по рассчитанным, на основании рисунков 1, 2, 3, следующим формулам:

$$\operatorname{tg} \beta = - \frac{f}{p_s \cos \delta} \operatorname{tg} \alpha,$$

при чём

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p_A x'_C - p_C x'_A}{f \Delta p}.$$

Для снимков, выполненных при минимальном базовом соотношении 1:8, а также при использовании для фотоувеличений дотобумаги В34°—221К, разработанный способ обеспечивает точность определения угла $m_\beta = \frac{0,3}{D\sqrt{2}}$, где D — высота стены. Например, для $D \approx 25$ погрешность $m_\beta \approx 30'$.

Применение указанного способа возможно для стен с максимальным углом наклона до 33° (считая от вертикали)

GRAZYNA SKALSKA

A DETERMINATION OF THE INCLINATION ANGLES OF ALMOST VERTICAL MOUNTAIN WALLS MAKING USE OF THE TOPOGRAPHIC STEREO METER STD-2

Summary

There has been described the method of the determination of the inclination angles of almost vertical mountain walls using the photographs taken with a camera „Start 66” adopted for this purpose, an enlarger „Krokus” and the Drobyszew stereometer STD-2.

The angle of inclination of the mountain wall (β) is calculated from an angle of inclination of a thread in a stereomodel according to the angle of twist of the thread at the right photograph (α).

The following formulae, derived on the basis of the Figs. 1, 2 and 3, give the dependence between the angles β and α :

$$\operatorname{tg} \beta = - \frac{f}{p_s \cos \delta} \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{p_A x'_C - p_C x'_A}{f \Delta p}.$$

The method gives an accuracy of the angle $m_\beta = \frac{0,3}{D\sqrt{2}}$, (where: D — height of the wall) when the photographs are taken at minimum base ratio of 1 : 8 and when the B34°—221K copying paper for enlargement is used. For example: for $D \approx 25$ m — the error $m_\beta \approx 30'$.

The method can be employed when the inclination angle of mountain wall does not exceed 33° (measured between the wall and the plumb line).

SPIS TREŚCI

ANDRZEJ UHRYNOWSKI

Analityczna metoda wyznaczenia współczynnika termicznego magnetycznego wariografu polowego 3

BOHDAN BOHONOS
WOJCIECH BYCHAWSKI

Wyznaczenie wielkości przemieszczeń i odkształceń powierzchni terenu metodą fotogrametryczną 15

GRAŻYNA SKALSKA

Sposób określenia kątów nachylenia prawie pionowych ścian skalnych przy użyciu stereometru topograficznego STD-2 43

СОДЕРЖАНИЕ

АНДЖЕЙ УХРЫНОВСКИ

Аналитический метод определения термического коэффициента полевого магнитного вариографа 3

БОГДАН БОХОНОС
ВОЙЦЕХ БЫХАВСКИ

Определение величины перемещений и деформаций поверхности территории фотограмметрическим методом 15

ГРАЖИНА СКАЛЬСКА

Способ определения углов наклона почти вертикальных скальных поверхностей при помощи топографического стереометра STD-2 43

CONTENTS

ANDRZEJ UHRYNOWSKI

The analitic method of the defining the temperature coefficient of the field magnetic station 3

BOHDAN BOHONOS
WOJCIECH BYCHAWSKI

Fotogrammetric determination of the displacement and deformation values of the terrein surface 15

GRAŻYNA SKALSKA

A determination of the inclination angles of almost vertical mountain walls making use of the topographic stereometer STD-2 43