

ANDRZEJ HERMANOWSKI

528.411:528.482

Identyfikacja punktów wzajemnie stałych w sieci trygonometrycznej pełnej na podstawie nie wyrównanych różnic kierunków obserwowanych

Wstęp

Konstrukcję, zwaną siecią trygonometryczną pełną, stosuje się w naszym kraju przy okresowym wieloletnim wyznaczaniu przemieszczeń poziomych zapór wodnych. Definicja sieci trygonometrycznej pełnej, opis technologii pomiarów i obliczania przemieszczeń poziomych wraz z uzasadnieniami teoretycznymi podane są przez T. Lazzariniego w publikacji „Geodezyjne pomiary odkształceń i ich zastosowanie w budownictwie” — PPWK, Warszawa 1961 r. Podana w w/w publikacji metoda wyznaczania przemieszczeń poziomych punktów sieci trygonometrycznej pełnej wymaga żmudnych i pracochłonnych obliczeń. W związku z tym, nawet przy bardzo sprawnej organizacji prac kameralnych i dużym wysiłku wykonawców, wartości przemieszczeń poziomych punktów rozmieszczonych na zaporze wodnej mogą być przekazane użytkownikowi obiektu dopiero po upływie kilku dni od momentu zakończenia pomiarów połowych, a w wypadku zmiany kształtu sieci przy pomiarze aktualnym okres czasu konieczny na wykonanie obliczeń wydłuża się do kilkunastu dni.

Przy długim okresie czasu, od momentu zakończenia pomiarów połowych do momentu przekazania wyników użytkownikowi obiektu, ztraca się podstawowy cel prowadzenia pomiarów przemieszczeń, którym jest uzyskanie dostatecznie szybkiej informacji, czy obiekt badany nie podlega odkształceniom o wielkościach wskazujących na grożące mu niebezpieczeństwo awarii. Uzyskanie wyników bezpośrednio po zakończeniu pomiaru jest szczególnie ważne w okresie napełniania zbiornika wodą, kiedy informacje o sposobie reagowania budowli na obciążenia przy określonym poziomie wody są podstawą do podjęcia decyzji o dalszym ewentualnym napełnianiu zbiornika.

Zastosowanie elektronicznej techniki obliczeniowej, która pozwala na skrócenie do kilku godzin omawianych prac kameralnych, nie jest jeszcze w pełni możliwe, ze względu na zbyt małą liczbę ośrodków obliczeniowych dysponujących odpowiednimi maszynami liczącymi. W związku z tym wydaje się słuszne zastosowanie jeszcze przez pewien okres czasu przy-

bliżonej metody obliczeń, która umożliwiłaby wyznaczenie, w stosunkowo krótkim okresie czasu, przemieszczeń poziomych na podstawie pomiaru kierunków sieci trygonometrycznej pełnej.

Przedstawiona w niniejszym opracowaniu metoda analizy materiałów polowych uzyskanych w wyniku pomiaru kierunków sieci trygonometrycznej pełnej, oraz metoda identyfikacji punktów stałych sieci na podstawie nie wyrównanych wartości zmian kierunków ($l_i = k_i - k_i'$), uzupełnia istniejące metody obliczeń.

Proponowana metoda umożliwia obliczenie przybliżonych wartości przemieszczeń poziomych bezpośrednio po zakończeniu pomiarów polowych (na terenie zapory wodnej). Okres czasu konieczny do wykonania analizy materiałów polowych, kontroli wzajemnej stałości boków sieci, identyfikacji punktów stałych oraz obliczeń przybliżonych przemieszczeń poziomych, w wypadku wcześniejszego przygotowania odpowiednich stałych dla danej sieci tablic i formularzy, waha się od 6 do 12 godzin, w zależności od liczby punktów badanych oraz wielkości sieci trygonometrycznej pełnej. Analizę materiałów polowych oraz kontrolę wzajemnej stałości boków sieci można prowadzić równocześnie z pomiarem aktualnym sieci. Przy proponowanej metodzie, obliczenia związane z analizą materiałów polowych, kontrolą wzajemnej stałości boków oraz identyfikacją punktów stałych wykonuje się w pamięci lub za pomocą suwaka logarytmicznego. Zastosowanie arytmetometru jest konieczne tylko w wypadku, gdy punkty sieci, z których wcinane są punkty na zaporze, uległy przemieszczeniu w okresie czasu między porównywanymi pomiarami, przy czym obliczenia te są bardzo proste, sprowadzają się do rozwiązania układu dwóch równań z dwoma niewiadomymi.

Obliczenia przy zastosowaniu nowej metody przeprowadza się na podstawie nie wyrównanych wartości zmian kierunków, co umożliwia szczegółową kontrolę materiałów polowych. Dzięki temu, że kontrolę tę przeprowadza się w trakcie pomiarów polowych oraz bezpośrednio po ich zakończeniu, możliwe jest określenie zmian kierunków, których wartości wydają się wątpliwe, a następnie wykonanie pomiarów kontrolnych i ewentualne wyeliminowanie z obliczeń, kierunków pomiaru aktualnego, obarczonych błędami wynikającymi np. z nieprawidłowego ustawienia sygnału lub z dużych wpływów środowiska.

Przy dotychczas stosowanej technologii poprawność wyników pomiarów polowych przed wyrównaniem była tylko kontrolowana na podstawie wyrównań stacyjnych.

Podstawowe zależności proponowanej metody obliczeń wyprowadzone zostały w oparciu o wymagania, jakie muszą spełniać zmiany kierunków $l_i = k_i - k_i'$ dla spełnienia warunków występujących przy wyrównaniu sieci trygonometrycznej pełnej metodą spostrzeżeń zawarunkowanych.

1. Wyrównanie sieci trygonometrycznej pełnej metodą spostrzeżeń zawarunkowanych

Wyrównanie metodą spostrzeżeń pośredniczących lokalnej katowej sieci triangulacyjnej, w której zmierzono jedną bazę i jeden azymut, jest równoważne wyrównaniu tej sieci metodą spostrzeżeń zawarunkowanych z wykorzystaniem warunków zamknięć figur i boków. W sieci trygonometrycznej pełnej założenie stałości położenia dwóch punktów sieci, podobnie jak w lokalnej sieci triangulacyjnej pomiar jednej bazy i jednego azymutu, nie stwarza dodatkowego warunku, można więc również w tym wypadku wyrównanie metodą spostrzeżeń pośredniczących zastąpić równoważnym wyrównaniem sieci metodą spostrzeżeń zawarunkowanych, otrzymując w konsekwencji takie same wartości poprawek oraz taką samą ocenę dokładności. Przy obliczaniu przemieszczeń poziomych punktów sieci trygonometrycznej pełnej wyrównaniu podlegają różnice kierunków obserwowanych przy pomiarach wyjściowym i aktualnym

$$l_i = k_i - k'_i,$$

gdzie:

k_i — wartość kierunku w momencie pomiaru wyjściowego,

k'_i — wartość kierunku w momencie pomiaru aktualnego,

l_i — wartość zmiany kierunku, jaka powstała w okresie czasu od momentu pomiaru wyjściowego do momentu pomiaru aktualnego,

lub różnice obserwowanych kątów

$$\Delta\beta_i = \beta_i - \beta'_i,$$

gdzie:

β_i — wartość kąta w momencie pomiaru wyjściowego,

β'_i — wartość kąta w momencie pomiaru aktualnego,

$\Delta\beta_i$ — wartość zmiany kąta, jaka powstała w okresie czasu od momentu pomiaru wyjściowego do momentu pomiaru aktualnego.

Biorąc pod uwagę niewielką szybkość ruchu punktów sieci trygonometrycznej pełnej oraz stosunkowo krótki okres czasu, w jakim wykonuje się pomiar, można przyjąć, że każdy z okresowych pomiarów rejestruje wzajemne położenie punktów sieci w umownym momencie czasu. Przy tym założeniu wyprowadzono wzory określające warunki, uwzględniane przy wyrównaniu różnic wyników okresowych pomiarów kierunków metodą spostrzeżeń zawarunkowanych. Warunek zamknięcia trójkąta ABC w momencie pomiaru wyjściowego ma postać (rys. 1).

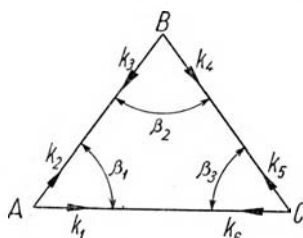
$$\beta_1 + v_{\beta_1} + \beta_2 + v_{\beta_2} + \beta_3 + v_{\beta_3} = 180^\circ.$$

W okresie czasu między porównywanymi pomiarami, punkty ABC przemieściły się, przyjmując w momencie pomiaru aktualnego położenia A'B'C'. Warunek zamknięcia trójkąta w momencie pomiaru aktualnego wyrazi się wzorem

$$\beta'_1 + v_{\beta'_1} + \beta'_2 + v_{\beta'_2} + \beta'_3 + v_{\beta'_3} = 180^\circ.$$

Przyrównując do siebie te dwie zależności otrzymamy

$$\beta_1 + v_{\beta_1} + \beta_2 + v_{\beta_2} + \beta_3 + v_{\beta_3} = \beta'_1 + v_{\beta'_1} + \beta'_2 + v_{\beta'_2} + \beta'_3 + v_{\beta'_3}.$$



Rys. 1

Po uporządkowaniu wyrazów oraz uwzględnieniu zależności

$$v_{\beta_i} - v_{\beta'_i} = v_{\Delta\beta_i} \quad \text{oraz} \quad \beta_i - \beta'_i = \Delta\beta_i$$

będzie

$$v_{\Delta\beta_1} + v_{\Delta\beta_2} + v_{\Delta\beta_3} + \omega = 0, \quad (1)$$

gdzie

$$\omega = \Delta\beta_1 + \Delta\beta_2 + \Delta\beta_3,$$

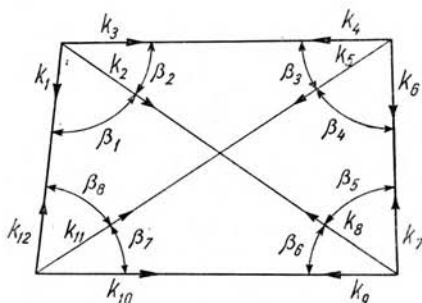
lub przechodząc od wartości zmian kątów do wartości zmian kierunków

$$v_1 - v_2 + v_3 - v_4 + v_5 - v_6 + \omega = 0, \quad (2)$$

gdzie

$$\omega = l_1 - l_2 + l_3 - l_4 + l_5 - l_6,$$

a v_i poprawka zmiany kierunku $l_i = k_i - k'_i$.



Rys. 2

Warunki boków sieci trygonometrycznej w momencie pomiaru wyjściowego wyrażają się wzorem (rys. 2)

$$\frac{\sin(\beta_1 + v_{\beta_1}) \sin(\beta_3 + v_{\beta_3}) \sin(\beta_5 + v_{\beta_5}) \sin(\beta_7 + v_{\beta_7})}{\sin(\beta_2 + v_{\beta_2}) \sin(\beta_4 + v_{\beta_4}) \sin(\beta_6 + v_{\beta_6}) \sin(\beta_8 + v_{\beta_8})} = 1,$$

a w momencie pomiaru aktualnego wzorem

$$\frac{\sin(\beta'_1 + v_{\beta'_1}) \sin(\beta'_3 + v_{\beta'_3}) \sin(\beta'_5 + v_{\beta'_5}) \sin(\beta'_7 + v_{\beta'_7})}{\sin(\beta'_2 + v_{\beta'_2}) \sin(\beta'_4 + v_{\beta'_4}) \sin(\beta'_6 + v_{\beta'_6}) \sin(\beta'_8 + v_{\beta'_8})} = 1.$$

Po przyrównaniu do siebie tych dwóch zależności, a następnie sprowadzeniu do postaci liniowej przez zlogarytmowanie i uporządkowanie wyrazów, będzie:

$$\begin{aligned} \Delta \log \sin \beta_1 v_{\beta_1} - \Delta \log \sin \beta'_1 v_{\beta'_1} + \Delta \log \sin \beta_3 v_{\beta_3} - \Delta \log \sin \beta'_3 v_{\beta'_3} + \dots \\ \dots - \Delta \log \sin \beta_8 v_{\beta_8} + \Delta \log \sin \beta'_8 v_{\beta'_8} = \log \sin \beta'_1 - \log \sin \beta_1 + \\ + \log \sin \beta'_3 - \log \sin \beta_3 + \dots - \log \sin \beta'_8 + \log \sin \beta_8, \end{aligned}$$

Uwzględniając, że wartości $\Delta \beta_i = \beta_i - \beta'_i$ są kątami małymi, można przyjąć:

$$\begin{aligned} \Delta \log \sin \beta_i &\approx \Delta \log \sin \beta'_i, \\ \log \sin \beta'_i &\approx \log \sin \beta_i - \Delta \log \sin \beta_i \cdot \Delta \beta_i, \end{aligned}$$

po podstawieniu wyżej wymienionych zależności oraz uwzględnieniu, że $v_{\beta_i} - v_{\beta'_i} = v_{\Delta \beta_i}$ otrzymamy:

$$\begin{aligned} \Delta \log \sin \beta_1 v_{\Delta \beta_1} + \Delta \log \sin \beta_3 v_{\Delta \beta_3} + \dots - \Delta \log \sin \beta_5 v_{\Delta \beta_5} + \omega = 0; \\ \omega = \Delta \log \sin \beta_1 \Delta \beta_1 + \Delta \log \sin \beta_3 \Delta \beta_3 + \dots - \Delta \log \sin \beta_5 \Delta \beta_5; \end{aligned} \quad (3)$$

lub przechodząc od wartości zmian kątów do wartości zmian kierunków:

$$\begin{aligned} \Delta \log \sin (k_1 - k_2) (v_1 - v_2) + \Delta \log \sin (k_4 - k_5) (v_4 - v_5) + \dots \\ \dots - \Delta \log \sin (k_{11} - k_{12}) (v_{11} - v_{12}) + \omega = 0; \\ \omega = (l_1 - l_2) \Delta \log \sin (k_1 - k_2) + (l_4 - l_5) \Delta \log \sin (k_4 - k_5) + \dots \\ \dots - (l_{11} - l_{12}) \Delta \log \sin (k_{11} - k_{12}); \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie v_i poprawka zmiany kierunku $l_i = k_i - k'_i$.

Liczbę warunków figur zamkniętych i warunków boków przy wyrównaniu zmian kierunków w sieci trygonometrycznej pełnej określa się identycznie jak liczbę równań warunkowych w sieciach kątowych

$$\left. \begin{aligned} B &= b - 2p + 3 \\ F &= b - p + 1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

gdzie:

- F — liczba warunków figur,
- B — liczba warunków boków,
- b — liczba dwustronnych celowych,
- p — liczba punktów sieci.

2. Warunki wzajemnej stałości boków przy wyrównaniu sieci trygonometrycznej pełnej metodą spostrzeżeń zawarunkowanych

W lokalnych sieciach kątowych pomiar drugiej bazy czy drugiego azymutu powoduje konieczność wprowadzenia do wyrównania dodatkowego warunku bazy lub azymutu. Podobnie w wypadku sieci trygonometrycznej pełnej wprowadzenie każdego następnego (ponad 1) boku stałego powoduje konieczność jednoczesnego wprowadzenia dwóch warunków, warunku odpowiadającego warunkowi azymutu, oraz warunku odpowiadającego warunkowi sinusów. Ilość warunków wzajemnej stałości boków w wypadku sieci trygonometrycznej pełnej oblicza się na podstawie wzoru

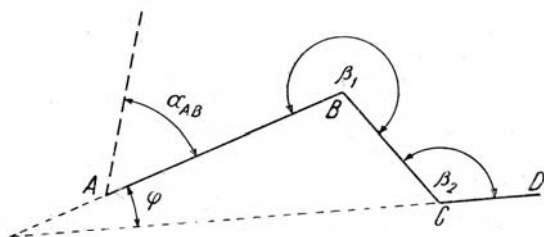
$$W = 2(n-1), \quad (6)$$

gdzie n — liczba boków stałych.

U w a g a. Za stały przyjmuje się bok łączący dwa punkty stałe.

Warunki wzajemnej stałości boków w sieci trygonometrycznej pełnej można określić w następujący sposób:

1. Jeżeli punkty A, B, C, D zachowały względem siebie stałość, to wielkość skrętu boku AB względem boku CD wyrażona wartością zmiany kąta między nimi, musi być równa zero. Wartość kątów φ i φ' między badanymi bokami w momencie pomiarów wyjściowego i aktualnego określić można na podstawie różnic wartości azymutów badanych boków (rys. 3).



Rys. 3

$$\varphi = \alpha_{CD} - \alpha_{AB} = \sum (\beta + v_\beta) - n 180^\circ,$$

$$\varphi' = \alpha'_{CD} - \alpha'_{AB} = \sum (\beta' + v_{\beta'}) - n 180^\circ,$$

gdzie β i β' wartości kątów lewych.

Wartość zmiany kąta φ jaka powstała w okresie między porównywanymi pomiarami wynosi

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi' = \sum (\beta + v_\beta) - \sum (\beta' + v_{\beta'}) = \sum (\Delta\beta + v_{\Delta\beta}).$$

Przechodząc od wartości zmian kątów do wartości zmian kierunków

otrzymamy

$$\Delta\varphi = \sum (l_i + v_i - l_j - v_j).$$

Warunek niezmienności kąta między stałymi bokami przyjmie postać:

$$\Delta\varphi = \sum (\Delta\beta + v_{\Delta\beta}) = 0, \quad (7)$$

albo

$$\Delta\varphi = \sum (l_i + v_i - l_j - v_j) = 0. \quad (8)$$

2. Jeżeli punkty A, B, C, D zachowały względem siebie stałość, to stosunek długości boków AB i CD w okresie czasu między porównywanymi pomiarami nie uległ zmianie

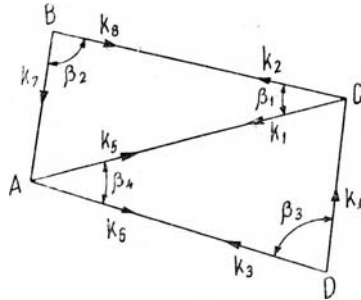
$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}, \quad (9)$$

Warunek ten jest warunkiem niezmienności skali

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'}.$$

Zastępując w zależności (9) stosunki boków stosunkiem sinusów odpowiednich kątów (rys. 4) otrzymamy

$$\frac{\sin(\beta_1 + v_{\beta_1}) \sin(\beta_3 + v_{\beta_3})}{\sin(\beta_2 + v_{\beta_2}) \sin(\beta_4 + v_{\beta_4})} = \frac{\sin(\beta'_1 + v_{\beta'_1}) \sin(\beta'_3 + v_{\beta'_3})}{\sin(\beta'_2 + v_{\beta'_2}) \sin(\beta'_4 + v_{\beta'_4})}.$$



Rys. 4

Logarytmując lewą i prawą stronę zależności po uporządkowaniu otrzymamy się

$$\begin{aligned} \Delta \log \sin \beta_1 v_{\beta_1} - \Delta \log \sin \beta'_1 v_{\beta'_1} + \dots - \Delta \log \sin \beta_4 v_{\beta_4} + \Delta \log \sin \beta'_4 v_{\beta'_4} = \\ = \log \sin \beta'_1 - \log \sin \beta_1 + \dots - \log \sin \beta'_4 + \log \sin \beta_4; \end{aligned}$$

uwzględniając

$$\begin{aligned}\Delta \log \sin \beta_i &\approx \Delta \log \sin \beta'_i, \\ \log \sin \beta'_i &\approx \log \sin \beta_i - \Delta \log \sin \beta_i \Delta \beta_i, \\ v_{\beta_i} - v_{\beta'_i} &= v_{\Delta \beta_i},\end{aligned}$$

otrzymamy ostatecznie:

$$\begin{aligned}\Delta \log \sin \beta_1 v_{\Delta \beta_1} + \Delta \log \sin \beta_3 v_{\Delta \beta_3} + \dots - \Delta \log \sin \beta_4 v_{\Delta \beta_4} + \omega &= 0, \\ \omega &= \Delta \log \sin \beta_1 \Delta \beta_1 + \Delta \log \sin \beta_3 \Delta \beta_3 + \dots - \Delta \log \sin \beta_4 \Delta \beta_4,\end{aligned}\quad (10)$$

lub przechodząc od wartości zmian kąta do wartości zmian kierunku:

$$\begin{aligned}\Delta \log (k_1 - k_2) (v_1 - v_2) + \Delta \log (k_3 - k_4) (v_3 - v_4) + \dots \\ \dots - \Delta \log (k_5 - k_6) (v_5 - v_6) + \omega &= 0, \\ \omega &= (l_1 - l_2) \Delta \log \sin (k_1 - k_2) + (l_3 - l_4) \Delta \log \sin (k_3 - k_4) + \dots \\ &\dots - (l_5 - l_6) \Delta \log \sin (k_5 - k_6),\end{aligned}\quad (11)$$

przy czym v_i jest poprawką do zmiany kierunku $l_i = k_i - k'_i$. Jest to warunek niezmienności skali boków stałych w sieci trygonometrycznej pełnej.

3. Zastosowanie metody spostrzeżeń zawarunkowanych przy wyrównaniu oraz obliczeniu przemieszczeń poziomych punktów sieci trygonometrycznej pełnej

Wyrównanie zmian kierunków $l_i = k_i - k'_i$ sieci trygonometrycznej pełnej można praktycznie biorąc przeprowadzić:

A. Bez uwzględnienia warunków stałości — dwoma równoważnymi metodami:

- metodą spostrzeżeń pośredniczących,
- metodą spostrzeżeń zawarunkowanych (na podstawie wzorów 1, 3 lub 2, 4).

B. Z uwzględnieniem warunków stałości:

- 1) tylko metodą spostrzeżeń pośredniczących — w wypadku, gdy choć jeden z punktów zidentyfikowanych jako stałe nie jest połączony dwustronną celową z żadnym innym z punktów stałych sieci,
- 2) dwoma równoważnymi metodami:
 - metodą spostrzeżeń pośredniczących,
 - metodą spostrzeżeń zawarunkowanych (na podstawie wzorów 1, 3, 10 lub 2, 4, 11) — w wypadku, gdy każdy z punktów stałych jest połączony dwustronną celową z innym punktem stałym sieci.

Uwzględniając, że sieci trygonometryczne pełne są sieciami bardzo silnie rozbudowanymi (duża liczba dwustronnych celowych przy stosunkowo

małej liczbie punktów sieci) oraz że z reguły są projektowane tak, aby istniało duże prawdopodobieństwo stałości większości jej punktów, w praktyce bardzo rzadko wystąpi wypadek, przy którym nie będzie można wykorzystać zależności dla wyrównania metodą spostrzeżeń zawarunkowanych.

W praktyce przy wyznaczaniu przemieszczeń poziomych wyrównanie zmian kierunków metodą spostrzeżeń zawarunkowanych nie jest wskazane z uwagi na:

- trudności w określaniu warunków geometrycznych sieci i związane z tym duże prawdopodobieństwo popełnienia omyłek przy układaniu równań warunkowych,

- żmudną i bardzo pracochłonną technikę obliczania średnich błędów przemieszczeń poziomych,

- konieczność prowadzenia, po zakończeniu wyrównania, dodatkowych obliczeń w celu wyznaczenia wartości przemieszczeń poziomych punktów sieci,

- dużo większą pracochłonność obliczeń w porównaniu do ogólnie stosowanego wyrównania metodą spostrzeżeń pośredniczących.

Zależności między zmianami kierunków $l_i = k_i - k'_i$, jakie występują przy wyrównaniu sieci trygonometrycznej pełnej metodą spostrzeżeń zawarunkowanych, można natomiast wykorzystać do przeprowadzenia analizy wstępnej materiałów polowych uzyskanych przy pomiarach wyjściowym i aktualnym. Wynika to stąd że:

- na podstawie warunków zamknięć zmian kierunków w trójkątach (wzór 2) można przed wyrównaniem ocenić dokładność pojedynczej różnicy $l = k - k'$,

- na podstawie warunków: niezmienności kąta między stałymi bokami (wzór 8) oraz warunku niezmienności skali boków stałych w sieci trygonometrycznej pełnej (wzór 11), można określić kryterium wzajemnej stałości boków, a następnie sposób identyfikacji punktów stałych przed wyrównaniem sieci trygonometrycznej pełnej.

4. Określenie średniego błędu pojedynczej różnicy kierunków $l = k - k'$ przed wyrównaniem

Na podstawie wcześniej określonych wymagań, jakie muszą spełniać różnice kierunków dla spełnienia warunków zamknięć trójkątów (wzór 1 lub 2), można przyjąć, że wartość sumy zmian kątów w trójkącie jest wartością błędu prawdziwego tej sumy. Wykorzystując przez analogię do kątowych sieci triangulacyjnych wzór Ferrero — otrzyma się wzór na średni błąd zmiany kierunku przed wyrównaniem.

$$m_l = \pm \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{6n}}, \quad (12)$$

gdzie:

δ — wartość sumy zmian kątów w trójkącie,

n — liczba trójkątów przyjęta do obliczeń.

Dotychczas oceniano dokładność różnicy kierunków na podstawie dokładności pomiarów, zgodnie z wzorem

$$m_l = \pm \sqrt{\mu_0^2 + \mu_0'^2},$$

gdzie μ_0, μ_0' są to średnie błędy pojedynczego kierunku, określone na podstawie wyrównań stacyjnych, a więc tylko na podstawie wewnętrznej zgodności serii. Proponowana metoda oceny dokładności uwzględnia obok błędów pomiaru, błędy wynikające z wpływów środowiska, bocznego oświetlenia sygnałów itp.

Jak wykazały badania przeprowadzone na sieci doświadczalnej Katedry Geodezyjnych Pomiarów Szczegółowych Politechniki Warszawskiej w Czchowie, wielkość obliczonego proponowaną metodą, błędu kierunku jest bardzo zbliżona do wielkości średniego błędu pojedynczej zmiany kierunku otrzymanej w wyniku wyrównania różnic kierunków całej sieci.

5. Kontrola wzajemnej stałości boków sieci trygonometrycznej pełnej na podstawie nie wyrównanych zmian kierunków

Kontrolę wzajemnej stałości boków przeprowadza się systemem „każdy z każdym”, oznacza to, że bok uznaje się za stały jeżeli spełnia on określone warunki stałości względem wszystkich pozostałych stałych boków sieci trygonometrycznej pełnej. Warunki wzajemnej stałości wynikają z określonych wcześniej wymagań (wzory 7, 10 lub 8, 11) jakie muszą spełniać różnice kierunków między dwoma wzajemnie stałymi bokami sieci. Pojedynczym elementem kontroli jest wzajemna kontrola stałości pary boków sieci.

Przy kontroli pojedynczej pary boków przyjmuje się dwa boki sieci trygonometrycznej pełnej za wzajemnie stałe jeżeli jednocześnie spełnione są dwa następujące warunki:

1) warunek stałości

— zmiana kąta między badanymi bokami wyznaczona na podstawie zmian kierunków jest mniejsza względnie równa średniemu błędowi jej wyznaczenia,

$$(\alpha_{CD} - \alpha_{AB}) - (\alpha_{C'D'} - \alpha_{A'B'}) = \sum (l_i - l_j) \leq m_{\Delta\varphi} = d_{\max 1}; \quad (13)$$

2) warunek stałości

— zmiana stosunku długości boków wyznaczona na podstawie zmian kierunków jest mniejsza lub równa średniemu błędowi jej wyznaczenia

$$(l_1 - l_2) \Delta \log \sin (k_1 - k_2) + (l_3 - l_4) \Delta \log \sin (k_3 - k_4) + \dots \\ \dots - (l_5 - l_6) \Delta \log \sin (k_5 - k_6) \leq m_s = d_{\max 2}. \quad (14)$$

Wartości średnich błędów $m_{\Delta\varphi}$ oraz m_s określimy różniczkując względem l_i lewe strony nierówności (13) i (14)

$$m_{\Delta\varphi} = \pm \sqrt{m_{l_1}^2 + m_{l_2}^2 + \dots + m_{l_n}^2},$$

przy

$$m_{l_1} = m_{l_2} = \dots = m_{l_n}$$

otrzymamy

$$m_{\Delta\varphi} = \pm m_l \sqrt{n}, \quad (15)$$

gdzie n — liczba zmian kierunków użytych do obliczeń.

$$m_s = \pm \sqrt{[\Delta \log \sin (k_1 - k_2)]^2 (m_{l_1}^2 + m_{l_2}^2) + [\Delta \log \sin (k_3 - k_4)]^2 (m_{l_3}^2 + m_{l_4}^2) + \dots},$$

przy

$$m_{l_1} = m_{l_2} = \dots = m_{l_n}$$

otrzymamy

$$m_s = \pm m_l \sqrt{2\{[\Delta \log \sin (k_1 - k_2)]^2 + [\Delta \log \sin (k_3 - k_4)]^2 + \dots\}}. \quad (16)$$

W obu wzorach średni błąd pojedynczego spostrzeżenia m_l jest to średni błąd pojedynczej zmiany kierunku $l = k - k'$ obliczony na podstawie „zamknięć” zmian kierunków w trójkątach.

Kontrolę wzajemnej stałości boków sieci przeprowadza się w dwu etapach, według pierwszego, a następnie drugiego warunku stałości. Kontrolę wzajemnej stałości zgodnie z pierwszym warunkiem stałości, tj. przez porównanie wielkości zmiany kąta $\Delta\varphi$ między badanymi bokami ze średnim błędem jej wyznaczenia $m_{\Delta\varphi}$, najwygodniej przeprowadzić jest wg schematu tablicy 3 (patrz przykład tablica 3). W celu wykonania obliczeń, a następnie analizy wyników kontroli, w każdej z kratek tablicy wpisuje się: numery zmian kierunków, które zostały użyte do obliczenia wartości $\Delta\varphi$, wartości $\Delta\varphi$ oraz średni błąd wyznaczenia skreślenia $m_{\Delta\varphi} = d_{\max 1}$ z zaznaczeniem umownymi znakami przedziału wielokrotności $d_{\max 1}$ w jakim zawarta jest obliczona wartość.

Stosuje się przy tym następujące znaki umowne:

Oznaczenie	Gdy obliczona zmiana kąta między kontrolowanymi bokami lub zmiana logarytmu stosunku badanych boków jest:
•	mniejsza od $d_{\max}$
• •	większa od $d_{\max}$ lecz mniejsza od $1,5 d_{\max}$
• • •	większa od $1,5 d_{\max}$ lecz mniejsza od $2 d_{\max}$
• • • •	większa od $2d_{\max}$

Analizę wyników pierwszego etapu kontroli prowadzimy w następującej kolejności.

Rozpoczynamy od zaznaczenia na szkicu, boków, co do których istnieje pewność, że nie spełniają one warunków stałości. Zakładamy przy tym, że będą to boki których skręt $\Delta\varphi$ względem pozostałych boków jest większy od $2 d_{\max 1}$. Następnie, na podstawie przedstawionych na szkicu wyników kontroli, identyfikujemy punkty, co do których istnieje pewność, że uległy przemieszczeniu. Przyjmuje się przy tym, że punkt uległ przemieszczeniu jeżeli wszystkie boki oparte o ten punkt charakteryzują się skretem $\Delta\varphi$ większym od $2 d_{\max 1}$.

Po wykonaniu wymienionych czynności przystępujemy do analizy boków łączących pozostałe punkty sieci. W tym etapie analizy wyników kontroli kolejno eliminuje się dalsze boki, które nie spełniają warunków wzajemnej stałości, opierając się na następującym kryterium:

Bok spełnia wówczas pierwszy warunek stałości, kiedy w co najmniej $2/3$ rozpatrywanych wypadków (pojedynczych kontroli względem pozostałych stałych boków sieci) wartość obliczonego skrętu jest mniejsza od $d_{\max 1} = m_{\Delta\varphi}$, a w pozostałych wypadkach większa od $d_{\max 1}$ i jednocześnie mniejsza od $2 d_{\max 1}$.

Wyżej przytoczona zasada analizy wyników kontroli oparta na stosunkowo ostrym kryterium stałości ($d_{\max 1} = m_{\Delta\varphi}$) jest dostatecznie elastyczna, aby zabezpieczyć prawidłowość postępowania w wypadkach, gdy w sieci występują błędy prawdziwe większe od średnich błędów wyznaczenia zmian kierunków. Ponadto zasada ta umożliwia bardziej wnikliwą analizę wyników pomiarów (wartości l_i), czego nie można było osiągnąć przy przyjęciu jednolitego i mniej rygorystycznego kryterium wzajemnej stałości boków.

Na podstawie omówionej analizy wyników pierwszego etapu kontroli wzajemnej stałości boków identyfikuje się wstępnie boki stałe w sieci, a następnie określa się, które punkty są stałe w świetle spełnienia pierwszego warunku stałości.

Przy identyfikacji punktów stałych w sieci przyjmuje się za stały punkt, o który jest oparty bok spełniający warunki wzajemnej stałości. Im więcej boków wzajemnie stałych opartych jest o badany punkt, tym z większym prawdopodobieństwem można go zidentyfikować jako punkt stały w sieci. W wypadku, gdy do badanego punktu dochodzi tylko jeden bok zidentyfikowany jako stały, należy w tym, oraz następnym etapie kontroli, szczególnie starannie sprawdzić (kilkoma drogami), czy spełnia on warunki wzajemnej stałości.

Drugi etap kontroli dotyczy tylko boków między punktami sieci, które zostały zidentyfikowane jako stałe w pierwszym etapie kontroli. Przeprowadza się go na podstawie drugiego warunku wzajemnej stałości boków.

Etap ten polega na sprawdzeniu, czy uprzednio zidentyfikowane stałe boki spełniają warunek niezmienności stosunku długości (skali). Kontrolę w drugim etapie również prowadzi się systemem „każdy z każdym”, przy czym przyjmuje się następujące kryterium wzajemnej stałości boków:

Bok spełnia wówczas drugi warunek stałości, kiedy w co najmniej 2/3 rozpatrywanych wypadkach (pojedynczych kontroli względem pozostałych stałych boków sieci) wartość logarytmu zmiany stosunku długości boków wyznaczona na podstawie zmian kierunków jest mniejsza od $d_{\max 2} = m_s$, a w pozostałych wypadkach większa od $d_{\max 2}$ i jednocześnie mniejsze od $2 d_{\max 2}$.

Przy dobrze rozbudowanej i prawidłowo zaprojektowanej sieci trygonometrycznej pełnej, oraz przy wnikliwie przeprowadzonej kontroli w pierwszym etapie, wynik drugiego etapu kontroli w zasadzie tylko potwierdza prawidłowość identyfikacji punktów stałych sieci dokonanej na podstawie analizy wyników kontroli przeprowadzonej w pierwszym etapie.

Jednocześnie z pierwszym etapem kontroli wzajemnej stałości boków należy przeprowadzić analizę materiałów polowych (wartości l_i), co szczególnie jest wskazane w wypadku, gdy są one wykonywane w trudnych warunkach pomiarowych (duże wpływy środowiska).

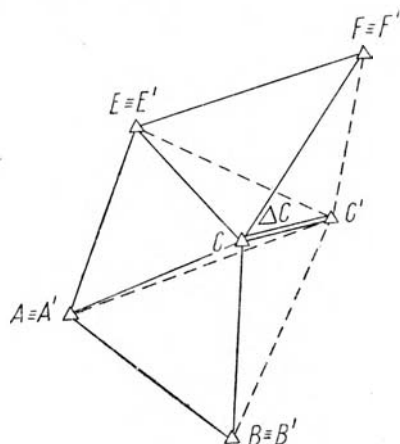
Dla dokonania analizy materiałów polowych należy, dla każdej z par badanych boków, sprawdzić wyniki kontroli wzajemnej stałości poprzez wykonanie jej kilkoma drogami, co w minimalnym stopniu przedłuża okres czasu konieczny na przeprowadzenie kontroli. Takie postępowanie łącznie z analizą wartości zamknięć zmian kątów w trójkątach (patrz przykład tablica 2) pozwala na określenie kierunków obciążonych dużymi błędami. Jeżeli wykryte rozbieżności w wynikach kontroli przeprowadzonej różnymi drogami dla tej samej pary boków spowodowane są błędami popełnionymi przy pomiarze aktualnym, można je usuwać poprzez wykonanie powtórnego (kontrolnego) pomiaru kierunków. Natomiast, gdy przy każdym okresowym pomiarze występują błędy na tych samych kierunkach, kolejne analizy materiałów polowych dostarczają niezbędnych danych do zmiany konstrukcji sieci. Analizę wartości l_i , na podstawie porównania wartości skrętów $\Delta\varphi$ obliczonych różnymi drogami, pokazano w przykładzie dla par boków (IX—III)—(IX—IV) oraz (IX—I)—(IX—IV).

W wyniku przeprowadzonej identyfikacji punktów stałych według proponowanej metody, może wystąpić wypadek, przy którym nie wszystkie w rzeczywistości stałe punkty sieci zostaną jako takie zidentyfikowane. Może to mieć miejsce gdy większość punktów sieci, w okresie czasu od pomiaru wyjściowego do aktualnego, ulega przemieszczeniu, a pojedyncze punkty stałe nie są połączone dwustronnymi celowymi z pozostałymi punktami stałymi sieci. W takim rzadkim wypadku, identyfikację wszystkich

punktów stałych można przeprowadzić tylko po wyrównaniu sieci, np. na podstawie kolejnych transformacji poszukiwawczych.

Mimo, że przedstawiona metoda identyfikacji punktów stałych nie ma zastosowania we wszystkich możliwych wypadkach rozmieszczenia punktów stałych w sieci trygonometrycznej pełnej, wydaje się, że znajdzie jednak ona zastosowanie w praktyce geodezyjnej, jako uzupełnienie dotychczas stosowanych metod obliczeń. Za zastosowaniem proponowanej metody przemawia: prostota i szybkość z jaką uzyskuje się wyniki, wykonanie analizy materiałów polowych w szerszym zakresie niż to dotychczas było możliwe, oraz identyfikowanie punktów stałych w sieci, a następnie obliczanie przybliżonych przemieszczeń punktów rozmieszczonych na badanym obiekcie, bezpośrednio po zakończeniu pomiaru (przed wyrównaniem).

Dla udokumentowania konieczności prowadzenia kontroli wzajemnej stałości boków systemem „każdy z każdym”, przytoczymy dwa przykłady ilustrujące pierwszy etap kontroli (rys. 5, 6).



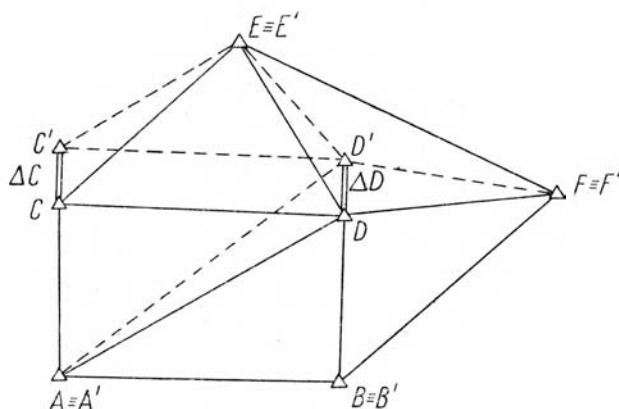
Rys. 5

Przykład 1

Bok AB w okresie czasu od pomiaru wyjściowego do pomiaru aktualnego nie uległ przemieszczeniu. Kontrola boku $A'C'$ względem boku $A'B'$ wykaże, że boki te spełniają względem siebie warunki stałości. Jednocześnie kontrola względem boku $A'B'$ pozostałych boków wychodzących z punktu C' wykaże, że boki te nie zachowały warunków wzajemnej stałości. W konsekwencji tak przeprowadzonej kontroli nie zidentyfikuje się punktu C jako stałego punktu sieci, mimo, że boki $A'C'$ i $A'B'$ spełniają warunek wzajemnej stałości.

Przykład 2

Podobnie w wypadku przedstawionym na rysunku 6. Na podstawie analizy wyników kontroli stałości boków, nie przyjmuje się za stałe punktów C' i D' mimo, że $C'D'$ spełnia względem boku $A'B'$ warunek stałości.



Rys. 6

6. Zależności między zmianami kierunków zorientowanymi względem punktów stałych w sieciach trygonometrycznych pełnych

Rozwiązując sieć trygonometryczną pełną „metodą różnicową” wszystkie operacje związane z wyrównaniem sieci i obliczeniem przemieszczeń poziomych przeprowadza się na zmianach kierunków

$$l_i = k_i - k_i'.$$

W związku z tym wydaje się celowym przeanalizowanie wpływu przyjętej technologii pomiarów na błąd wyznaczenia zmiany kierunku, zależności jakie zachodzą w pęku zmian kierunków na pojedynczym stanowisku oraz zależności między pękami zmian kierunków na wszystkich stanowiskach sieci.

W sieci trygonometrycznej pełnej każdy z okresowych pomiarów kierunków wykonywany jest:

- tym samym teodolitem,
- tym samym kompletem sygnałów,

przy czym na każdym z punktów sieci ustawia się zawsze ten sam sygnał. Zarówno teodolit, jak i sygnały wyposażone są w urządzenie do automatycznego centrowania oraz zawsze ustawiane są na słupie pomiarowym w jednakowy, ściśle określony sposób.

Przestrzeganie wyżej wymienionych warunków podczas kolejnych pomiarów daje pewność, że zmiany kierunków $l_i = k_i - k_i'$ są wolne od wpływu błędów spowodowanych centrowaniem, nawet w przypadku gdy osie sygnałów czy teodolitu nie pokrywają się z osiami urządzeń do automatycznego centrowania (rys. 7)

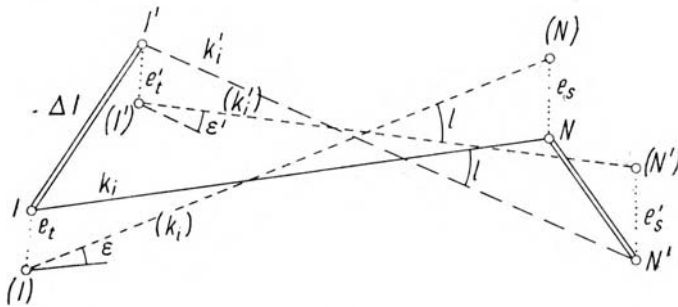
$$k_i - k_i' = (k_i) + \varepsilon - (k_i') - \varepsilon',$$

gdzie

$(k_i), (k_i')$ — kierunki wyznaczone przy pomiarach wyjściowym i aktualnym ze stanowisk ekscentrycznych;

k_i, k_i' — kierunki właściwe, wyznaczone ze stanowisk centrycznych;

$\varepsilon, \varepsilon'$ — poprawki ze względu na mimośród stanowiska i celu.



Rys. 7

Uwzględniając, że dokładność ustawienia sygnałów i teodolitu za pomocą urządzenia do automatycznego centrowania wynosi $\pm 0,05$ mm można przyjąć

$$e_t = e_t',$$

$$e_s = e_s',$$

gdzie:

e_t, e_s, e_t', e_s' — elementy liniowe mimośrodu stanowiska i celu spowodowane niepokryciem się osi przyrządu z osią urządzenia do automatycznego centrowania.

Biorąc pod uwagę, że skręty słupa obserwacyjnego oraz błędy stałe jednakowe orientowania podstawek teodolitu i sygnałów nie przekroczą $1 \div 2^\circ$ można nie uwzględniać zmian kątów dyrekcyjnych φ i ψ jakie zaszły na stanowisku teodolitu i sygnału w okresie czasu między porównywanymi pomiarami

$$\varphi \approx \varphi' \quad \text{oraz} \quad \psi \approx \psi'.$$

Ponieważ zmiana długości boku nawet o kilka centymetrów również nie ma wpływu na wielkość poprawki ε , to

$$\varepsilon = \varepsilon'$$

oraz

$$k_i - k_i' = (k_i) - (k_i').$$

Zgodnie z ogólnie przyjętą techniką prowadzenia pomiaru kierunków przy pomiarach wyjściowym i aktualnym zmiana kierunku dla kierunku

pierwszego na każdym ze stanowisk sieci trygonometrycznej pełnej jest równa zero

$$l_1 = k_1 - k_1' = 0.$$

Pomijając błędy pomiarów, wartość zmiany kierunku pierwszego l_1 w rzeczywistości jest równa łącznej poprawce ze względu na ruch (mimośród) stanowiska i celu, jaką należy dodać do kierunku k_1' aby otrzymać kierunek k_1 . W konsekwencji założenia $l_1 = 0$ wartości wszystkich następnych zmian kierunków na stanowisku będą zmniejszone o wartość l_1 , tzn. będą one określały wartości skrętu kierunków 2, 3, 4, ... n względem kierunku 1.

W przypadku, gdy wartość zmiany i -tego kierunku jest znana i np. równa a , to przez dodanie do wszystkich zmian kierunków na danym stanowisku takiej wartości b , aby

$$l_i + b = a,$$

otrzymamy dla wszystkich zmian kierunków wartości różniące się w granicach dokładności wyznaczenia od ich wartości rzeczywistych.

Dla tak przetworzonych wartości zmian kierunków przyjmujemy nazwę zmiany kierunków zorientowane względem punktu stałego sieci, oraz oznaczenie

$$lz_i.$$

Jeżeli pęki zmian kierunków na wszystkich stanowiskach sieci trygonometrycznej pełnej zorientujemy względem punktów stałych, to wartości zorientowanych zmian kierunków będą:

1. Na punktach w rzeczywistości stałych

a) równe zero w granicach dokładności wyznaczenia, dla kierunków między punktami, które zachowały stałość w okresie między porównywanymi pomiarami,

b) na ogół różne od zera, gdy kierunki są skierowane do punktów ruchomych.

2. Na punktach, które zmieniły swoje położenie w okresie czasu między porównywanymi pomiarami, niezależnie od tego czy kierunki są skierowane do punktów stałych czy do punktów ruchomych — na ogół różne od zera.

W sieci trygonometrycznej pełnej, w której kolejne pomiary kierunków są wykonywane stałym kompletem automatycznie centrowanych i zawsze jednakowo ustawianych przyrządów, dla kierunków przeciwnych dwustronnej celowej zachodzi zależność (w granicach dokładności wyznaczenia zmian kierunków zorientowanych względem punktów stałych).

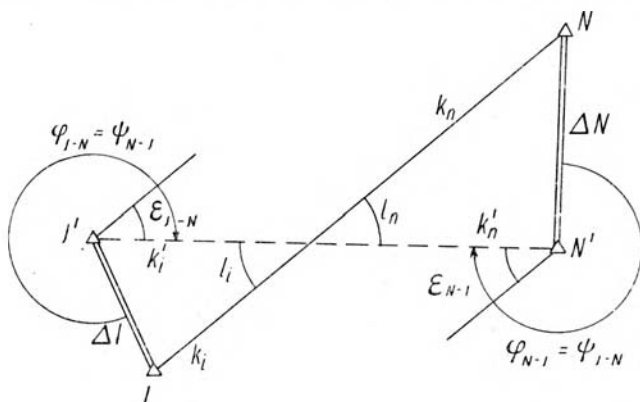
$$lz_i = lz_n,$$

gdzie:

lz_i — zorientowana względem punktu stałego zmiana kierunku JN ;

lz_n — zorientowana względem punktu stałego zmiana kierunku NJ .

Dla udokumentowania tej zależności wystarczy zauważyć, że powstałe na skutek ruchu punktów J oraz N (rys. 8) elementy mimośrodów stanowiska dla kierunku $J'N'$ są identyczne z elementami mimośrodu celu dla kierunku $N'J'$ i odwrotnie (wpływ błędów automatycznego centrowania na wielkość elementów mimośrodu można tu pominąć). W związku z tym łączna poprawka ε_{JN} , ze względu na mimośród stanowiska i celu, obliczona dla kierunku k'_i będzie równa łącznej poprawce ε_{NJ} obliczonej dla kierunku k'_n .



Rys. 8

7. Wstępna identyfikacja punktów stałych w sieci trygonometrycznej pełnej na podstawie zorientowanych zmian kierunków

Omówione zależności między zorientowanymi zmianami kierunków można wykorzystać do identyfikacji punktów stałych w sieci trygonometrycznej pełnej.

Po obliczeniu na podstawie wyników pomiarów wyjściowego i aktualnego dla każdego stanowiska wartości l_i , biera się w sieci dwa dowolne punkty A i B połączone dwustronną celową. Pęk zmian kierunków na punkcie A orientuje się względem punktu B i odwrotnie — pęk zmian kierunków na punkcie B względem punktu A , przy założeniu, że punkty A i B są względem siebie stałe.

Założenie to jest równoznaczne z założeniem

$$lz_{AB} = lz_{BA} = 0.$$

Pęki zmian kierunków na pozostałych punktach sieci orientuje się względem punktu A lub B . W przypadku gdy punkt M jest połączony z punktem przyjętym za stały, np. z punktem A , dwustronną celową, zorientowanie pędu zmian kierunków na stanowisku M polega na dodaniu do wszystkich wartości l_i na tym stanowisku takiej wartości, aby lz_{MA} przy-

jęło wartość równą wartości $l_{z_{AM}}$ obliczonej na stanowisku A przy założeniu $l_{z_{AB}} = 0$.

Jeżeli punkt N nie jest połączony dwustronną celową ani z punktem A ani z punktem B , to orientujemy pęk zmian kierunków na tym stanowisku względem dowolnego już zorientowanego stanowiska sieci. W ten sposób zorientowane zmiany kierunków l_{z_i} będą określały wartość skrętu poszczególnych boków sieci względem boku, dla którego założono skręt równy zero. Ze względu na operowanie niewyrównanymi wartościami l_i proces ten nie jest jednoznaczny. Nie przeszkadza to przy praktycznym jego wykorzystaniu, za wyjątkiem wypadków kiedy zmiany kierunków użyte do zorientowania pęku obciążone są błędami grubymi.

Średnie błędy obliczonych wartości skrętów poszczególnych boków sieci względem boku wyjściowego oblicza się wzorem

$$\text{gdzie:} \quad m_{l_{z_i}} = \pm m_l \sqrt{n},$$

m_{l_z} — średni błąd obliczonego skrętu,

m_l — średni błąd pojedynczej zmiany kierunku,

n — liczba użytych do obliczenia wartości.

Identyfikację punktów stałych w sieci przeprowadza się na podstawie analizy wartości zmian kierunków l_{z_i} zorientowanych względem punktów A i B .

Jeżeli założenie wyjściowe $l_{z_{AB}} = l_{z_{BA}} = 0$ nie jest w rzeczywistości słuszne, to na wszystkich stanowiskach sieci większość wartości $l_{z_i} > 2 m_{l_z}$. Wówczas, podobnie jak przy transformacjach poszukiwawczych, przyjmuje się założenie wzajemnej stałości dla następnej pary punktów np. C i D .

Jeżeli natomiast założenie wyjściowe jest w rzeczywistości słuszne, to na stanowiskach A i B wielkości l_{z_i} dla kierunków skierowanych do punktów stałych, będą mniejsze od podwójnego średniego błędu wyznaczenia skrętu, a jednocześnie na pozostałych stałych punktach sieci, wielkości l_{z_i} skierowane do punktów A , B i pozostałych punktów stałych będą mniejsze od podwójnego średniego błędu wyznaczenia skrętu (l_{z_i}) — (patrz przykład tab. 5).

Jak to było już wcześniej podkreślone, omawiany proces nie jest jednoznaczny. W związku z tym po wstępnym stwierdzeniu, że założenie przyjęte za wyjściowe jest słuszne, należy przeprowadzić dodatkowe kontrolne obliczenia. Np. jeżeli przy wstępnym założeniu stałości pary punktów A i B , zidentyfikowano jako stałe punkty E , F , G , H , to należy powtórzyć obliczenia przy założeniu stałości dowolnej pary z punktów zidentyfikowanych jako stałe, np. F i H . W wypadku, gdy wynik obliczeń przy wstępnym założeniu był poprawny, to przy tym nowym założeniu powinniśmy zidentyfikować jako stałe punkty A , B , E , G . Obliczenia te należy kilkakrotnie powtórzyć za każdym razem przyjmując jako wyjściowe inne dwa punkty, zidentyfikowane uprzednio za stałe.

Należy przy tym podkreślić, że w wyniku analizy zorientowanych zmian kierunków można zidentyfikować jako stały punkt w rzeczywistości punkt ruchomy. Może to być między innymi spowodowane takim usytuowaniem wektora przesunięcia punktu względem boku, że skręt boku jest bliski zera. Jest to szczególnie niebezpieczne, gdy badany bok jest położony na skraju sieci. W związku z tym, na podstawie tak przeprowadzonej analizy, można tylko określić te punkty, co do których istnieje pewność, że uległy przemieszczeniu w okresie czasu między porównywanymi pomiarami. Po odrzuceniu punktów zidentyfikowanych jako ruchome, przeprowadza się systemem „każdy z każdym”, kontrolę wzajemnej stałości boków między pozostałymi punktami sieci, zgodnie z pierwszym warunkiem kryterium stałości boków. Ostateczną identyfikację punktów stałych w sieci przeprowadza się na podstawie analizy wyników kontroli wzajemnej stałości boków przeprowadzonej zgodnie z drugim warunkiem kryterium wzajemnej stałości boków. Zastosowanie do identyfikacji punktów stałych w sieci metody opartej na analizie zorientowanych zmian kierunków znacznie upraszcza pierwszy etap kontroli wzajemnej stałości boków.

8. Wyznaczenie przybliżonych przemieszczeń poziomych punktów badanych

Metodę identyfikacji punktów stałych sieci trygonometrycznej pełnej opartą na kontroli wzajemnej stałości boków sieci, można wykorzystać do określenia, bezpośrednio po zakończeniu pomiaru aktualnego, przybliżonych wartości przemieszczeń punktów zapór wodnych względnie innych obiektów.

W celu maksymalnego ułatwienia i przyspieszenia obliczeń przed rozpoczęciem pomiaru należy przygotować:

— schematyczny szkic sieci, na który należy nanieść wszystkie kierunki mierzone oraz opisać je kolejnymi numerami;

— zestawienie kierunków z pomiaru wyjściowego tak, aby po wpisaniu do niego wartości kierunków aktualnych można było obliczyć (z kontrolą) wartości $l_i = k_i - k_i'$;

— formularz do obliczenia średniego błędu pojedynczej zmiany kierunku przed wyrównaniem na podstawie wzoru Ferrero.

Na podstawie szkicu sieci na formularzu należy dla każdego trójkąta zestawiać numery l_i konieczne do obliczenia odchyłki zamknięcia δ , tak aby w terenie można było szybko przeprowadzić obliczenia pomocnicze, a następnie określić wartość średniego błędu na podstawie wzoru

$$m_l = \pm \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{6n}};$$

— tabelę do kontroli wzajemnej stałości boków zgodnie z warunkiem pierwszym kryterium wzajemnej stałości boków.

Po zakończeniu pomiarów polowych należy:

— na każdym stanowisku obliczyć na podstawie wyrównań stacyjnych wartości wyrównanych kierunków, a następnie wartości l_i ;

— obliczyć średni błąd pojedynczej zmiany kierunku przed wyrównaniem m_l ;

— na podstawie wstępnej analizy wykonanej w oparciu o zorientowane wartości zmian kierunków, zidentyfikować punkty, co do których istnieje pewność, że zmieniły swoje położenie w sieci w okresie czasu między porównywanymi pomiarami;

— dla wszystkich boków między punktami, które nie zostały zidentyfikowane jako ruchome w wyniku analizy wstępnej, wykonać kontrolę według systemu „każdy z każdym”, zgodnie z pierwszym warunkiem kryterium wzajemnej stałości boków (wzór 13);

— przeprowadzić wnikliwą analizę wyników kontroli wzajemnej stałości boków, a na jej podstawie zidentyfikować punkty stałe w sieci;

— przeprowadzić kontrolę zgodnie z drugim warunkiem kryterium wzajemnej stałości boków dla boków między punktami zidentyfikowanymi jako stałe w wyniku pierwszego etapu kontroli (wzór nr 14);

— przeprowadzić analizę wyników kontroli, a następnie przeprowadzić ostateczną identyfikację punktów stałych w sieci;

— jeżeli stanowiska, z których wcina się punkty na badanym obiekcie, nie zostały zidentyfikowane jako punkty stałe sieci, obliczyć ich przemieszczenia wychodząc z punktów stałych sieci;

— graficznie wyznaczyć przybliżone przemieszczenia poziome punktów rozmieszczonych na badanym obiekcie.

Dla sieci trygonometrycznej pełnej, założonej w celu wyznaczania przemieszczeń poziomych zapory wodnej w Czchowie (patrz przykład), wykonuje się identyfikację punktów stałych oraz obliczenie przybliżonych przemieszczeń poziomych według zaproponowanej metody w ciągu 6÷8 godzin (obliczenia te wykonuje się na przygotowanych uprzednio schematach — tablicach na dwie ręce).

Wyrównanie i ostateczne obliczenia przemieszczeń poziomych punktów sieci trygonometrycznej pełnej i punktów rozmieszczonych na badanym obiekcie wykonuje się w odpowiednim ośrodku obliczeniowym. Wyrównanie materiałów polowych przeprowadza się metodą spostrzeżeń pośredniczących, przy czym można je wykonać w kilku wariantach.

1. Przyjmując zidentyfikowane, w wyniku kontroli wzajemnej stałości boków i analizy jej wyników, punkty jako stałe — oczywiście po sprawdzeniu wyników obliczeń wykonanych w terenie,

a) przy wyrównaniu odrzucając warunek bezbłędności punktów przyjętych jako stałe,

b) przy wyrównaniu zakładając, że zidentyfikowane punkty stałe wyznaczone są bezbłędnie;

Kontrolę poprawności identyfikacji punktów stałych przeprowadzonej przed wyrównaniem uzyskuje się w tym wypadku przez porównanie średniego błędu pojedynczej zmiany kierunku wyznaczonego w wyniku wyrównania, z wartością tego błędu wyznaczoną przed wyrównaniem na podstawie wzoru Ferrero. Wielkości tych błędów powinny być zbliżone do siebie.

2. Przyjmując dwa dowolne punkty sieci jako stałe, a następnie po wyrównaniu materiałów polowych transformując wartości przemieszczeń w oparciu o wszystkie punkty sieci zidentyfikowane przed wyrównaniem jako stałe.

W tym przypadku kontrolą poprawności identyfikacji punktów stałych na podstawie nie wyrównanych wartości l_i będzie wartość średniego błędu transformacji.

9. Obliczenie przybliżonych przemieszczeń poziomych pojedynczego punktu sieci trygonometrycznej pełnej

Do wyznaczenia przybliżonych przemieszczeń poziomych pojedynczego punktu sieci trygonometrycznej pełnej najwygodniej jest zastosować metodę obliczeń stosowaną przy wyznaczaniu poprawek do współrzędnych przybliżonych przy wyrównaniu wielokrotnego wcięcia wstecz metodą spostrzeżeń pośredniczących. Jest to możliwe wtedy, gdy co najmniej 3 kierunki wychodzące z punktu, którego przemieszczenia wyznaczamy, oparte są o punkty zidentyfikowane jako stałe.

W celu pełniejszego wykorzystania bogatego materiału pomiarowego jakim dysponuje się w przypadku sieci trygonometrycznej pełnej, oraz dla zachowania maksymalnej prostoty rachunku, proponuje się następujący sposób przygotowania danych do obliczenia przemieszczeń poziomych.

Oblicza się zmianę kierunków lz_i zorientowanych względem dwóch zidentyfikowanych jako stałe punktów sieci. Można tu częściowo wykorzystać obliczenia prowadzone przy wstępnej analizie stałości punktów sieci.

Uwzględniając, że dla celowej dwustronnej zachodzi zależność

$$lz_{jN} = lz_{NJ},$$

oblicza się wartości zorientowanych zmian kierunków od punktu wyznaczonego do punktów stałych, jako średnie arytmetyczne z zorientowanych wartości kierunków przeciwnych

$$(l_{zi})_{AB} = \frac{l_{zi} + l_{zn}}{2},$$

gdzie:

l_{zi} — zorientowana zmiana kierunku JN_i ,

l_{zn} — zorientowana zmiana kierunku NJ_n ,

AB — punkty zidentyfikowane jako stałe, względem których zorientowano zmiany kierunków.

Biorąc pod uwagę, że zorientowane zmiany kierunków przyjmują różne wartości przy różnych założeniach wstępnych, należy obliczenie wartości (l_{zi}) powtórzyć przy zmianie par punktów stałych, względem których orientuje się wartości l_i . Ostateczną wartość zorientowanej względem punktów stałych zmiany kierunku oblicza się jako średnią arytmetyczną z n wyznaczeń wykonanych przy różnych założeniach wyjściowych.

$$\frac{(l_{zi})_{AB} + (l_{zi})_{CD} + \dots + (l_{zi})_{NM}}{n} = (l_{zi}),$$

gdzie:

$AB, CD, \dots, NM$ — pary punktów, względem których orientowano zmiany kierunków,

n — liczbą założeń wyjściowych przyjętych do obliczeń.

Obliczenia (l_{zi}) dla danego stanowiska najwygodniej jest prowadzić w tablicy jednocześnie dla wszystkich kierunków do punktów stałych.

Na podstawie tak przygotowanego materiału obserwacyjnego oblicza się wielkości przybliżonych przemieszczeń Δx i Δy pojedynczego punktu sieci trygonometrycznej pełnej (patrz przykład tablica 7).

10. Przykład

Proponowana metoda identyfikacji punktów stałych oraz obliczenia przybliżonych przemieszczeń pojedynczych punktów sieci trygonometrycznej pełnej sprawdzono na fikcyjnych przykładach oraz na sieci doświadczalnej Katedry Geodezyjnych Pomiarów Szczegółowych Politechniki Warszawskiej.

Zestawione w tablicy 1 wyniki pomiarów: wyjściowego k i aktualnego k' , wykonanych na sieci przedstawionej na rysunku 9, oraz wyniki obliczeń i wyrównania całej sieci metodą pośredniczącą (tab. 8), uzyskano z Katedry Geodezyjnych Pomiarów Szczegółowych P. W. w ramach współpracy naukowej.

W tablicy 2 przeprowadzono obliczenie średniego błędu pojedynczej zmiany kierunku przed wyrównaniem wzorem Ferrero

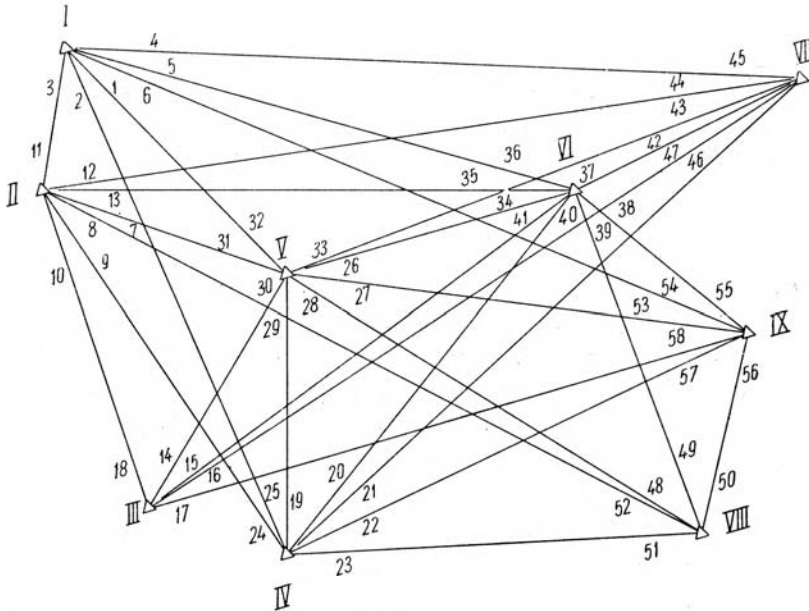
$$m_i = \pm \sqrt{\frac{103,91}{6 \cdot 21}} = \pm \sqrt{0,8247} = \pm 0,91''.$$

Wartość ta jest zbliżoną do wartości średniego błędu pojedynczego spostrzeżenia po wyrównaniu sieci trygonometrycznej pełnej $\mu_0 = \pm 0,99''$.

Liczbę trójkątów — niezależnych warunków figur koniecznych do obliczenia wartości m_l — uzyskano na podstawie znanego wzoru

$$F = l - p + 1 = 29 - 9 + 1 = 21,$$

gdzie l oznacza liczbę dwustronnych celowych, a p liczbę punktów sieci.

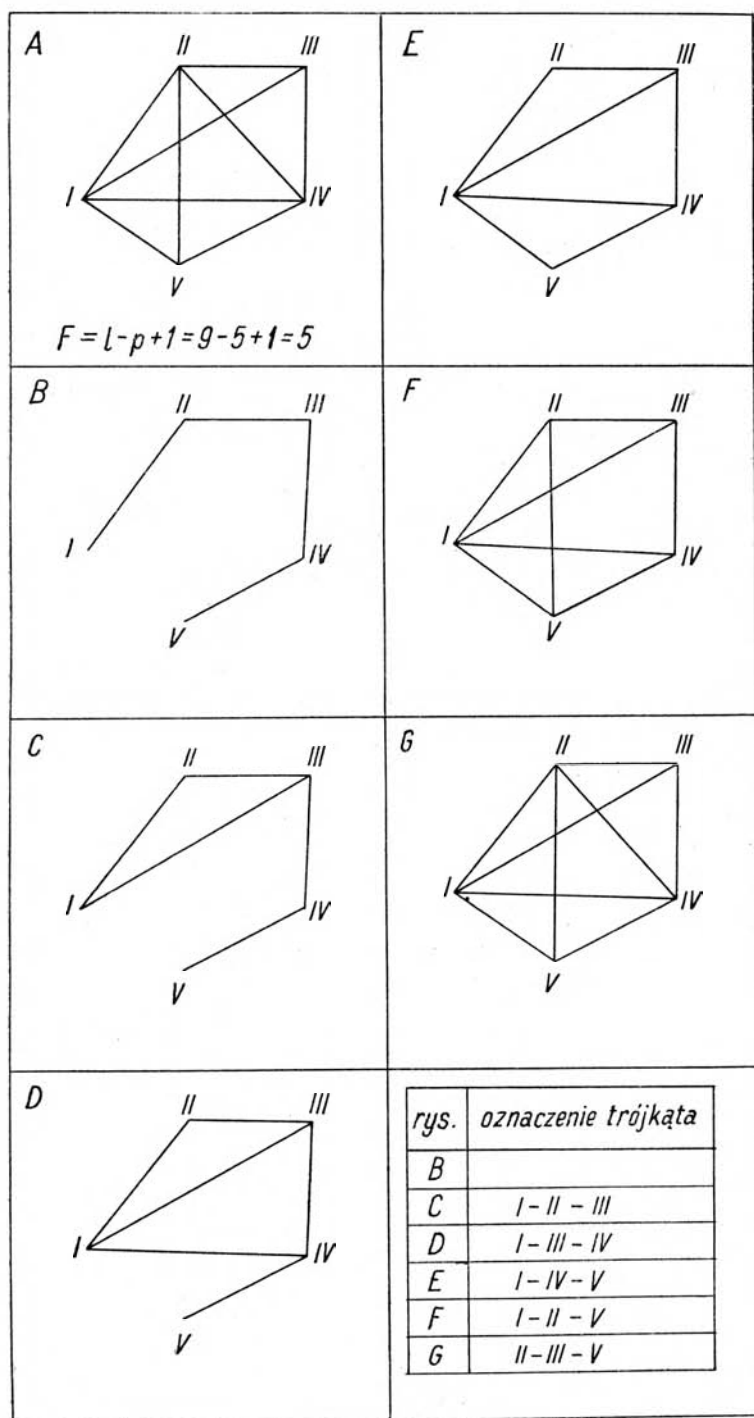


Rys. 9

Duża liczba celowych, jaka z reguły występuje w sieci trygonometrycznej pełnej, utrudnia odszukanie niezależnych warunków trójkątów. Odszukiwanie tych warunków można znacznie uprościć wykorzystując fakt, że w zamkniętej obwodnicy każda nowa dwustronnie zaobserwowana przekątna powoduje powstanie jednego niezależnego warunku. Na rysunku 10 przedstawiono kolejne czynności jakie należy wykonać dla odnalezienia niezależnych warunków trójkątów w pięcioboku przedstawionym w części A omawianego rysunku. Liczba niezależnych warunków trójkątów w tym konkretnym wypadku wynosi:

$$F = l - p + 1 = 9 - 5 + 1 = 5.$$

Określenie niezależnych warunków figur rozpoczyna się od naniesienia na szkic wszystkich punktów sieci oraz wykreślenia $n-1$ boków zewnętrznych tak, aby powstał nie zamknięty poligon (rys. 10B). Każda następna celowa naniesiona na szkic określa jeden warunek. Na rysunku 10C wykre-



Rys. 10

ślono celową I—III, co pozwala określić pierwszy warunek — trójkąt I—II—III. Na rysunkach C, D, E, F kolejno pokazano sposób odszukania dalszych niezależnych warunków trójkątów. Po wykreśleniu na rysunku 10G celowej II—IV można przyjąć za niezależny trójkąt II—III—V, lub trójkąt II—IV—V. Niezależne warunki trójkątów zestawia się w tablicy, którą wykorzystuje się przy kolejnych pomiarach aktualnych, aż do momentu zmiany kształtu sieci. W praktyce wszystkie czynności pokazane na rysunku 10 wykonuje się na jednym przejrzystym szkicu, kontrolując na każdym stanowisku liczbę celowych ze zbiorczym szkicem sieci.

Pierwszy etap kontroli wzajemnej stałości boków przeprowadza się systemem „każdy z każdym” zgodnie z pierwszym warunkiem kryterium wzajemnej stałości. Na ogół kontrola obejmuje wszystkie boki między wszystkimi punktami sieci. Omawiane czynności można niekiedy znacznie uprościć. Uzyskuje się to poprzez odrzucenie z kontroli tych punktów, co do których nie ma wątpliwości, że w okresie czasu między porównywanymi pomiarami uległy przesunięciu. Punkty ruchome identyfikuje się na podstawie analizy wartości zmian kierunków zorientowanych względem kolejno przyjmowanych za stałe dwóch punktów sieci. Należy podkreślić, że analiza ta nie może być uznana za ostateczną, pozwala ona na zidentyfikowanie tylko części z punktów ruchomych w badanej sieci.

Na podstawie zestawionych w tablicy 5 wartości l_i otrzymanych przy różnych założeniach, można wnioskować, że punkty III, V, VI uległy przesunięciu w okresie czasu między porównywanymi pomiarami. W związku z tym kontrolę wzajemnej stałości przeprowadzaną systemem „każdy z każdym” można by ograniczyć tylko do boków między punktami I, II, IV, VII, VIII, IX, a nie jak to uczyniono ze względów dydaktycznych w rozpatrywanym przykładzie, w którym kontrolowano wzajemną stałość dla boków między punktami I, II, III, IV, VII, VIII, IX (tab. 3).

W tablicy 3 zestawiono wartości skrętów każdego z boków liczone względem wszystkich pozostałych boków sieci trygonometrycznej pełnej, wielkości średnich błędów wyznaczonych skrętów oraz podano numery zmian kierunków użytych do obliczenia skrętu. Dla ułatwienia kontroli wzajemnej stałości boków sieci oraz analizy jej wyników, w tablicy 3 oznaczono umownymi znakami wielkości stosunku wartości skrętu do wartości średniego błędu jego wyznaczenia.

Obliczenie wartości skrętów wykonuje się w pamięci na podstawie zestawionych w tablicy 1 wartości l_i oraz na podstawie szkicu sieci z naniesionymi numerami kierunków (rys. 9). W przypadkach wątpliwych, obliczenie wartości skrętu przeprowadza się różnymi drogami (przy wykorzystaniu różnych wartości l_i), a następnie przyjmuje się i zaznacza w tablicy 3 umownym znakiem wzajemną stałość badanych boków lub jej brak, według tej

wartości skrętu, która uzyskała potwierdzenie w wynikach otrzymanych z większości przeprowadzonych obliczeń.

Na przykład obliczając skręt boku IX—IV względem boku IX—III otrzymamy w zależności od wybranej drogi:

- 1) $l_{58} - l_{57} = -1,2''$, $(\pm 1,3'')$;
- 2) $l_{22} - l_{19} + l_{29} - l_{27} + l_{53} - l_{58} = +4,8''$, $(\pm 2,2'')$;
- 3) $l_{22} - l_{20} + l_{40} - l_{38} + l_{58} - l_{55} = +5,6''$, $(\pm 2,2'')$;
- 4) $l_{22} - l_{23} + l_{51} - l_{50} + l_{56} - l_{58} = +2,9''$, $(\pm 2,2'')$.

W nawiasach podano wartości średniego błędu wyznaczonego skrętu.

Wykorzystując tylko wynik obliczeń podany w punkcie 1 trzeba by przyjąć, że badane boki spełniają warunek wzajemnej stałości. Podane w punktach 2, 3, 4 wyniki kontrolnych obliczeń wyraźnie wskazują, że badane boki nie zachowały warunku wzajemnej stałości. Oczywiście jest, że w danym wypadku do analizy wzajemnej stałości boków należy przyjąć, zgodnie z wynikami, które uzyskały potwierdzenie, że boki badane nie spełniają warunku wzajemnej stałości. Podobnie obliczając skręt boku IX—I względem boku IX—IV odrzucimy z analizy wzajemnej stałości boków wniosek wynikający z punktu 1 podanych niżej obliczeń.

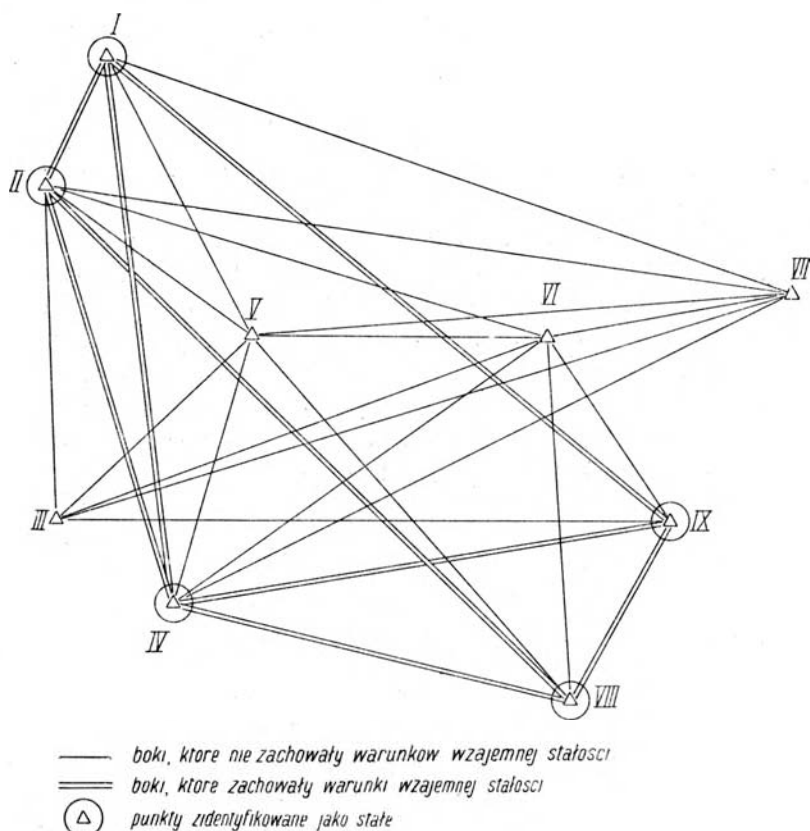
- 1) $l_{54} - l_{57} = -2,4''$, $(\pm 1,3'')$;
- 2) $l_{23} - l_{24} + l_{50} - l_{51} + l_{54} - l_{56} = +0,7''$; $(\pm 2,2'')$;
- 3) $l_{22} - l_{19} + l_{29} - l_{32} + l_1 - l_6 = -1,0''$; $(\pm 2,2'')$;
- 4) $l_{22} - l_{20} + l_{40} - l_{38} + l_{55} - l_{54} = +2,0''$. $(\pm 2,2'')$.

Można natomiast z tych obliczeń wysunąć dodatkowy wniosek, że kierunek 57 przy pomiarze wyjściowym lub aktualnym, względnie przy obu pomiarach, był obciążony stosunkowo dużym błędem pomiarowym spowodowanym wpływami środowiska, oświetlenia czy tp.

Według podanych w uprzednich rozdziałach zasad, na podstawie analizy danych zestawionych w tablicy 3 przeprowadza się kontrolę wzajemnej stałości boków, a następnie identyfikuje się boki, które spełniają względem siebie warunek wzajemnej stałości i zaznacza się je na szkicu sieci (rys. 11). Identyfikacji punktów stałych w sieci dokonuje się na podstawie rozmieszczenia w sieci boków spełniających warunek wzajemnej stałości.

Następnym etapem obliczeń jest sprawdzenie, czy boki między punktami zidentyfikowanymi na podstawie analizy wyników kontroli przeprowadzonej zgodnie z pierwszym warunkiem kryterium wzajemnej stałości, spełniają warunek niezmienności stosunku długości (skali). Drugi z warunków kryterium stałości boków jest sprawdzany na podstawie wyników obliczeń zestawionych w tablicy 4, która zawiera: wartości zmiany skali obliczonej na podstawie dostosowanego do metody trygonometrycznej wzoru sinusów,

średnie błędy wyznaczenia zmiany skali, numery kierunków określających kąty, których zmiany log sinususa użyto do obliczeń wartości zmiany skali. W tablicy 4 podobnie jak w tablicy 3, stosunek wartości zmiany skali badanych boków do średniego błędu jej wyznaczenia oznaczono umownymi znakami.

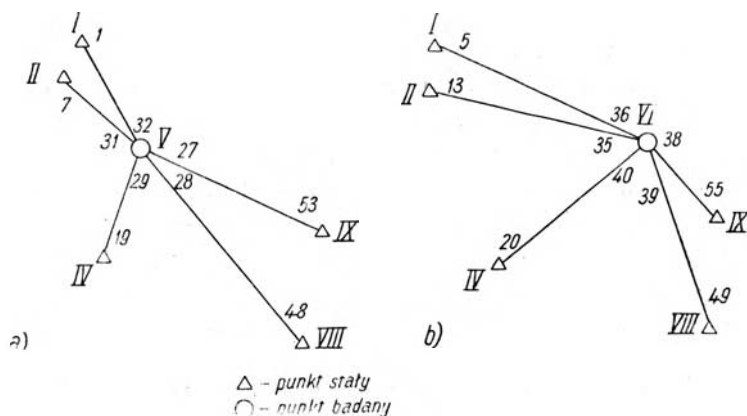


Rys. 11

W przytoczonym przykładzie wszystkie boki między punktami zidentyfikowanymi jako stałe w wyniku obliczeń pierwszego etapu kontroli, spełniają drugi warunek kryterium wzajemnej stałości boków. W związku z tym można przyjąć, że punkty I, II, IV, VIII, IX w okresie czasu między porównywanymi pomiarami nie zmieniły wzajemnego położenia.

W przypadku gdy punkty sieci, z których wcinane są punkty na zaporze, zmieniły swoje położenie w okresie czasu między pomiarem wyjściowym i aktualnym, należy obliczyć ich przybliżone przemieszczenia, a następnie wyznaczyć przybliżone przemieszczenia punktów rozmieszczonych na badanym obiekcie.

W omawianym przykładzie punkty rozmieszczone na zaporze są wcinane z ruchomych stanowisk V i VI. Przybliżone wartości przemieszczeń poziomych punktów V i VI wyznacza się dla każdego stanowiska niezależnie, w oparciu o punkty stałe sieci, podobnie jak poprawki do współrzędnych przybliżonych przy wyrównaniu wielokrotnego wcięcia wstecz. Na rysunku 12 a, b pokazano położenie punktów V i VI względem punktów sieci zidentyfikowanych jako stałe.



Rys. 12

Wartości zmian kierunków, na podstawie których oblicza się przybliżone przemieszczenia, wyznacza się na podstawie wartości zmian kierunków tam i z powrotem, zorientowanych względem punktów sieci zidentyfikowanych jako stałe. Obliczenia te wykonuje się w tablicy 6, wykorzystując częściowo obliczenia wykonane w tablicy 5. W razie potrzeby, tablicę 5 należy uzupełnić obliczając dodatkowo wartości l_{z_i} zorientowane względem kolejnych par punktów zidentyfikowanych jako stałe punktów sieci. Optymalne wyniki obliczeń przeprowadzanych w tablicy 6 uzyska się w przypadku wykorzystania wartości obliczonych przy wszystkich możliwych założeniach wzajemnej stałości par punktów utworzonych z punktów zidentyfikowanych jako stałe. W omawianym przykładzie z wszystkich możliwych założeń, których jest 8, to jest tyle ile boków (dwustronnych celowych) między punktami zidentyfikowanymi jako stałe, wykorzystano do obliczenia (l_{z_i}) tylko następujące cztery dowolne założenia:

- 1) $l_{z_{IV-I}} = l_{z_{I-IV}} = 0$,
- 2) $l_{z_{IV-VIII}} = l_{z_{VIII-IV}} = 0$,
- 3) $l_{z_{II-VIII}} = l_{z_{VIII-II}} = 0$,
- 4) $l_{z_{I-IX}} = l_{z_{IX-I}} = 0$.

Obliczenie przybliżonych przemieszczeń poziomych, pojedynczych stanowisk V i VI, wykonano w tablicy 7 uzyskując następujące wyniki.

Nr	dx mm	dy mm	P mm	m_l mm	m_x mm	m_y mm	ε_P mm
V	+11,77	-0,73	11,92	$\pm 0,70''$	$\pm 0,46$	$\pm 0,51$	+0,08
VI	+29,89	-1,47	29,99	$\pm 0,35''$	$\pm 0,45$	$\pm 0,51$	+0,01

Wartości m_x , m_y w tym przypadku określają dokładność wyznaczenia przemieszczeń w oparciu o punkty stałe połączone z punktem wyznaczonym dwustronnymi celowymi. Średni błąd pojedynczej zmiany kierunku m_l , otrzymany z wyrównania, wskazuje na dokładność określenia wartości (l_{zi}) na podstawie obliczeń przeprowadzonych w tablicy 6.

Błąd prawdziwy ε_p obliczono jako różnicę między rzeczywistą wartością przemieszczenia a jego wartością otrzymaną na podstawie obliczeń. Uzyskana w wyniku obliczenia przybliżonych przemieszczeń punktów V i VI dużo większa dokładność (mniejsze błędy prawdziwe) niż przy obliczeniu przemieszczeń tych punktów na podstawie wyrównania całej sieci może być tu przypadkowa. Można przyjąć, że w praktyce geodezyjnej przy zastosowaniu proponowanej metody obliczeń, dokładność wyznaczenia przybliżonych przemieszczeń będzie zbliżona do dokładności wyznaczenia tych wielkości na podstawie wyrównania całej sieci.

Dla porównania z wynikami uzyskanymi przy zastosowaniu omówionej metody, w tablicy 8 podano wyniki jakie otrzymano na podstawie tych samych materiałów polowych, po wyrównaniu metodą spostrzeżeń pośredniczących, odszukaniu punktów stałych na podstawie transformacji poszukiwawczych, a następnie przeprowadzeniu ostatecznej transformacji w oparciu o punkty stałe I, II, IV, VIII, IX.

Recenzował: doc. dr Jerzy Gaździcki

Rękopis złożono w Redakcji w lutym 1971 r.

Tablica 1

(Załącznik do pracy Hermanowskiego)

Zestawienie wyników pomiarów wyjściowego i aktualnego oraz obliczenie wartości l_i

Stanowisko Nr k	Cel	k			k'	$l = k - k'$	m m' (m_1)
		o	'	''			
I	1	V	0	00	00,0	00,0	$\pm 0,47$ $\pm 0,40$ $\pm 0,62$
	2	IV	20	57	26,6	31,3	
	3	II	36	05	22,3	27,0	
	4	VII	333	47	48,8	54,9	
	5	VI	343	45	14,4	6,6	
	6	IX	349	23	19,0	23,5	
				131,1	143,3	-12,2	
II	7	V	0	00	00,0	00,0	$\pm 0,77$ $\pm 0,52$ $\pm 0,93$
	8	VIII	22	30	24,9	38,2	
	9	IV	42	50	46,4	59,0	
	10	III	80	17	44,5	55,2	
	11	I	248	01	25,6	37,3	
	12	VII	348	53	02,3	16,0	
	13	VI	354	32	23,7	15,6	
				167,4	221,3	-53,9	
III	14	V	0	00	00,0	00,0	$\pm 0,46$ $\pm 0,35$ $\pm 0,58$
	15	VI	14	14	34,5	25,2	
	16	VII	15	06	33,1	44,5	
	17	IX	29	34	25,7	36,2	
	18	II	302	41	01,1	08,9	
				94,4	114,8	-20,4	
IV	19	V	0	00	00,0	0,0	$\pm 0,41$ $\pm 0,42$ $\pm 0,59$
	20	VI	40	37	38,3	22,3	
	21	VII	48	52	04,0	12,1	
	22	IX	65	12	53,2	58,9	
	23	VIII	94	39	40,8	46,5	
	24	II	311	55	57,8	63,0	
	25	I	321	58	37,4	40,9	
				231,5	243,7	-12,2	
V	26	VI	0	00	0,0	0,0	$\pm 0,36$ $\pm 0,36$ $\pm 0,51$
	27	IX	21	06	29,8	64,1	
	28	VIII	45	06	20,4	51,4	
	29	IV	101	56	56,4	75,0	
	30	III	148	38	52,9	68,2	
	31	II	191	02	08,8	17,6	
	32	I	222	58	06,6	25,4	
	33	VII	353	40	28,1	64,3	
				203,0	366,0	-163,0	
VI	34	V	0	00	0,0	0,0	$\pm 0,28$ $\pm 0,37$ $\pm 0,46$
	35	II	5	34	29,6	37,8	
	36	I	26	43	20,9	32,6	
	37	VII	165	58	58,3	139,0	
	38	IX	232	44	43,4	102,2	
	39	VIII	254	45	59,5	90,6	
	40	IV	322	34	35,4	38,5	
	41	III	342	53	28,5	37,6	
				275,6	478,3	-202,7	
VII	42	VI	0	00	0,0	0,0	$\pm 0,43$ $\pm 0,30$ $\pm 0,52$
	43	V	7	40	92,4	48,8	
	44	II	13	55	74,7	20,6	
	45	I	30	46	59,6	06,4	
	46	IV	344	49	65,1	11,4	
	47	III	357	45	90,3	38,7	
				382,1	125,9	+256,2	
VIII	48	V	0	00	0,0	0,0	$\pm 0,39$ $\pm 0,31$ $\pm 0,50$
	49	VI	29	39	36,2	37,9	
	50	IX	47	35	64,5	58,4	
	51	IV	331	30	16,6	11,5	
	52	II	348	26	11,9	6,7	
				129,2	114,5	+14,7	
IX	53	V	0	00	0,0	0,0	$\pm 0,31$ $\pm 0,28$ $\pm 0,42$
	54	I	11	14	54,5	45,7	
	55	VI	31	38	15,3	38,5	
	56	VIII	251	35	55,5	46,4	
	57	IV	326	03	17,8	11,4	
	58	III	337	06	49,1	43,9	
				192,2	185,9	+6,3	

m ; m' .. średnie błędy kierunku mierzonego w 3 seriach obliczone na podstawie wyrównań stacyjnych

(m_1).. średni błąd różnicy kierunków obliczony wzorem (m_1) = $\pm \sqrt{m^2 + m'^2}$

Uwaga: Po każdym okresowym pomiarze do tabeli wpisuje się tylko liczby pisane kursywą. Pozostałą część tabeli przygotowuje się po pomiarze przyjętym za wyjściowy.

Tablica 2

(załącznik do pracy A. Hermanowskiego)

Obliczenie średniego błędu pojedynczej zmiany kierunku m_l na podstawie wzoru Ferrero

Trójkąt	Nr l	$+l_i$	Nr l	$-l_i$	δ	$\delta\delta$	Trójkąt	Nr l	$+l_i$	Nr l	$-l_i$	δ	$\delta\delta$
I-II-V	3	-4,7	1	0,0	—		II-III-VII	44	+54,1	47	+51,6		
	32	-18,8	31	-8,8				16	-11,4	18	-7,8		
	7	0,0	11	-11,7				10	-10,7	12	-13,7		
		-23,5		-20,5	-3,0	9,00			+32,0		+30 1,	+1,9	+3,61
I-II-IV	25	-3,5	24	-5,2			III-V-VI	15	+9,3	14	0,0		
	9	-12,6	11	-11,7				30	-15,3	26	0,0		
	3	-4,7	2	-4,7				34	0,0	41	-9,1		
		-20,8		-21,6	+0,8	0,64			-6,0		-9,1	+3,1	9,61
I-II-VI	36	-11,7	35	-8,2	—		III-V-IX	17	-10,5	14	0,0	—	
	13	+8,1	11	-11,7				30	-15,3	27	-34,3		
	3	-4,7	5	+7,8				53	0,0	58	+5,2		
		-8,3		-12,1	+3,8	14,44			-25,8		-29,1	+3,3	10,89
I-II-VII	3	-4,7	4	-6,1			V-VI-IX	27	-34,3	26	0,0		
	12	-13,7	11	-11,7				34	0,0	38	-58,8		
	45	+53,2	44	+54,1				55	-23,2	53	0,0		
		+34,8		+36,3	-1,5	2,25			-57,5		-58,8	+1,3	1,69
I-VII-VI	5	+7,8	4	-6,1			V-VI-VIII	28	-31,0	26	0,0		
	37	-80,7	36	-11,7				34	0,0	39	-31,1		
	45	+53,2	42	0,0				49	-1,7	48	0,0		
		-19,7		-17,8	-1,9	3,61			-32,7		-31,1	-1,6	2,56
I-VI-V	26	0,0	32	-18,8			V-VIII-IX	28	-31,0	27	-34,3		
	36	-11,7	34	0,0				53	0,0	56	+9,1		
	1	0,0	5	+7,8				50	+6,1	48	0,0		
		-11,7		-11,0	-0,7	0,49			-24,9		-25,2	+0,3	0,09
I-VII-V	1	0,0	4	-6,1			IV-V-VII	21	-8,1	19	0,0		
	45	+53,2	43	+43,6				29	-18,6	33	-36,2		
	33	-36,2	32	-18,8				43	+43,2	46	+53,7		
		+17,0		+18,7	-1,7	2,89			+16,5		+16,5	0,0	0,00
I-IV-V	32	-18,8	29	-18,6			IV-IX-VIII	23	-5,7	22	-5,7		
	19	0,0	25	-3,5				57	+6,4	56	+9,1		
	2	-4,7	1	0,0				50	+6,1	51	+5,1		
		-23,5		-22,1	-1,4	1,96			+6,8		+8,5	-1,7	2,89
I-V-IX	27	-34,3	32	-18,8			IV-VI-IX	22	-5,7	20	+16,0	—	
	1	0,0	6	-4,5				40	-3,1	38	-58,8		
	54	+8,8	53	0,0				55	-23,2	57	+6,4		
		-25,5		-23,3	-2,2	4,84			-32,0		-36,4	+4,4	19,36
II-III-V	31	-8,8	30	-15,3			IV-VI-VII	21	-8,1	20	+16,0		
	14	0,0	18	-7,8				40	-3,1	37	-80,7		
	10	-10,7	7	0,0				42	0,0	46	+53,7		
		-19,5		-23,1	-3,6	12,96			-11,2		-11,0	-0,2	0,04
II-IV-VIII	23	-5,7	24	-5,2			$m_l = \pm \frac{103,91}{6 \cdot 21} = \pm 0,8247 = \pm 0,91''$						103,91
	52	+5,2	51	+5,1									
	9	-12,6	8	-13,3									
		-13,1		-13,4	+0,3	0,09							

Uwaga: Po każdym okresowym pomiarze do tablicy wpisuje się tylko wartości l_i oraz prowadzi się proste obliczenia (liczby pisane kursywą).
Pozostałą, stałą część tabeli przygotowuje się po pomiarze przyjętym za wyjściowy.

Tablica 3

(zał. do pracy A. Hermanowskiego)

Kontrola wzajemnej stałości boków przeprowadzona systemem „każdy z każdym“ zgodnie z pierwszym warunkiem kryterium wzajemnej stałości

Oznaczenie boków sieci

IX-I	IX-VIII	IX-IV	IX-III	IV-VIII	IV-VII	IV-I	IV-II	III-II	III-VII	II-I	II-VII	II-VIII	I-VII
54-56 -0,3 ±1,3	23-22 50-51+54-56 +0,7 ±2,2	54-58 +3,6 ●●● ±1,3	50-51 54-56 +0,7 ±1,8	21-25 2-6 -4,8 ●●● ±1,8	2-6 -0,2 ±1,3	3-6+9-11 -1,1 ±1,8	17-18 54-58 +0,9 ±1,8	16-14 30-32 1-6 -3,6 ●● ±2,2	3-6 -0,2 ±1,3	12-11 3-6 -2,2 ● ±1,8	8-11 3-6 -1,8 ±1,8	6-4 +1,6 ● ±1,3	
	23-22 50-51 +1,0 ±1,8	58-56 -2,9 ●● ±1,3	50-51 +1,0 ±1,3	23-21 50-51 +3,4 ●● ±1,8	2-6 54-56 -0,5 ±1,8	23-24 50-51 +0,5 ±1,8	17-18 56-58 +0,2 ±1,8	17-16 56-58 +4,8 ●●● ±1,8	6-3 56-54 +0,5 ±1,8	8-12 50-52 +1,3 ±1,8	50-52 +0,9 ±1,3	46-45+23 -21+50-51 +3,9 ●● ±2,2	
		22-19+29 -27+53-58 +4,8 ●●● ±2,2	23-22 0,0 ±1,3	22-21 +2,4 ●● ±1,3	22-19+29 -32+1-2 -0,8 ±2,2	22-24 -0,5 ±1,3	9-10 22-24 -2,4 ● ±1,8	47-46 21-22 -4,5 ●●● ±1,8	9-11 22-24 -1,4 ±1,8	44-46 21-22 -0,2 ● ±1,8	9-8+22-24 +0,1 ±1,8	46-45 +22-21 +2,9 ● ±1,8	
			58-56 50-51 -2,9 ●● ±1,8	22-21 58-57 +1,2 ±1,8	2-6 54-58 -3,4 ●● ±1,8	22-24 58-57 -1,7 ±1,8	17-18 -2,7 ●●● ±1,3	17-16 +0,9 ±1,3	3-6 54-58 +3,4 ●● ±1,8	17-16 44-47 +3,4 ●● ±1,8	10-8 17-18 0,0 ±1,8	17-16 45-47 +2,5 ● ±1,8	
				23-21 +2,4 ●● ±1,3	23-19+29 -32+1-2 -0,8 +2,2	23-24 -0,5 ±1,3	10-8 52-51 +2,7 ●● ±1,8	21-23 47-46 -4,5 ●●● ±1,8	9-11 23-24 -1,4 ±1,8	44-46 21-23 -2,0 ● ±1,8	52-51 +0,1 ±1,3	46-45 23-21 +2,9 ●● ±1,8	
					21-25 -4,6 ●●● ±1,3	21-24 -2,9 ●●● ±1,3	10-12 44-46 +3,4 ●● ±1,8	47-46 -2,1 ●● ±1,3	2-3+21-23 -4,6 ●●● ±1,8	44-46 +0,4 ±1,3	9-8 21-24 -2,2 ● ±1,8	45-46 -0,5 ±1,3	
						25-24 +1,7 ● ±1,3	10-7+31-32 1-2 +4,0 ●● ±2,2	2-4 45-47 +3,0 ●● ±1,8	3-2 0,0 ±1,3	44-46 +21-25 -4,2 ●●● ±1,8	3-2+8-11 -1,6 ±1,8	2-4 +1,4 ● ±1,3	
							10-9 -1,9 ●● ±1,3	9-12 44-47 +3,6 ●●● ±1,8	9-11 -0,9 ±1,3	9-12 +1,1 ±1,3	9-8 +0,7 ±1,3	45-46 21-24 -3,4 ●● ±1,8	
								16-18 -3,6 ●●● ±1,3	10-11 +1,0 ±1,3	10-12 +2,0 ● ±1,3	10-8 +2,6 ●●● ±1,3	10-11 3-4 +2,4 ● ±1,8	
									10-11 16-18 +2,6 ● ±1,8	44-47 +2,5 ●● ±1,3	8-12 44-47 +2,9 ●● ±1,8	45-47 +1,6 ● ±1,3	
										12-11 -2,0 ● ±1,3	8-11 -1,6 ● ±1,3	3-4 +1,4 ±1,3	
											9-12 +1,1 ±1,3	45-44 -0,9 ±1,3	
												8-11 3-4 -0,2 ±1,8	

Uwaga. Po każdym okresowym pomiarze do tabeli wpisuje się tylko wartości skrętów, średnie błędy ich wyznaczenia (liczby pisane kursywą) oraz oznacza się umownym znakiem stosunek wartości skrętu do wartości średniego błędu jego wyznaczenia. Pozostałą, stałą część tabeli przygotowuje się po pomiarze przyjętym za wyjściowy.

Oznaczenia:
 Wyrażenie $l_{27} \ l_{26}$ oznaczono w tablicy symbolicznie 27-26
 $\Sigma l < d_{\max 1}$
 $d_{\max 1} < \Sigma l < 1,5 d_{\max 1}$
 $1,5 d_{\max 1} < \Sigma l < 2 d_{\max 1}$
 $2 d_{\max 1} < \Sigma l$

Obliczenia pomocnicze:
 $m_l = \pm 0,91''$
 $m_l \sqrt{2} \approx \pm 1,3''$
 $m_l \sqrt{4} \approx \pm 1,8''$
 $m_l \sqrt{6} \approx \pm 2,2''$

Uwaga. Po każdym okresowym pomiarze do tabeli wpisuje się tylko wartości skrętów, średnie błędy ich wyznaczenia (liczby pisane kursywą) oraz oznacza się umownym znakiem stosunek wartości skrętu do wartości średniego błędu jego wyznaczenia. Pozostałą, stałą część tabeli przygotowuje się po pomiarze przyjętym za wyjściowy.

Oznaczenia:

Wyrażenie l_{27} l_{26} oznaczono w tablicy symbolicznie 27-26

$\Sigma l < d_{\max 1}$

$d_{\max 1} < \Sigma l < 1,5 d_{\max 1}$

$1,5 d_{\max 1} < \Sigma l < 2 d_{\max 1}$

$2 d_{\max 1} < \Sigma l$



Obliczenia pomocnicze:

$m_l = \pm 0,91''$

$m_l \sqrt{2} \approx \pm 1,3''$

$m_l \sqrt{4} \approx \pm 1,8''$

$m_l \sqrt{6} \approx \pm 2,2''$

Tablica 4

(zał. do pracy A. Hermanowskiego)

Kontrola wzajemnej stałości boków przeprowadzona systemem „każdy z każdym”, zgodnie z drugim wariantem kryterium wzajemnej stałości boków

Oznaczenie boków sieci							
I—IX	IX—IV	I—IV	I—II	II—IV	IV—VIII	VIII—IX	II—VIII
	$\frac{(22-25)}{(2-6)}$ +17,9 ±49,0	$\frac{(22-25)}{(54-57)}$ -35,0 ● ±27,6	$\frac{(32-31) (54-53)}{(7-11) (27-32)}$ -156,9 ±159,8	$\frac{(22-25) (9-11)}{(54-57) (3-2)}$ +5,3 ±119,0	$\frac{(22-25) (50-51)}{(2-6) (57-56)}$ +39,0 ±45,7	$\frac{(22-25) (50-51)}{(2-6) (23-22)}$ +23,1 ±65,7	$\frac{(22-25) (50-51) (9-8)}{(2-6) (57-56) (23-24)}$ +41,6 ±93,2
		$\frac{(54-57)}{(2-6)}$ +52,8 ● ±51,7	$\frac{(32-31) (54-53) (22-19)}{(7-11) (1-6) (29-27)}$ +77,5 ±204,1	$\frac{(2-6) (9-11)}{(54-57) (3-2)}$ -12,5 ±126,6	$\frac{(50-51)}{(57-56)}$ +21,1 ● ● ±10,1	$\frac{(50-51)}{(23-22)}$ +5,2 ±48,9	$\frac{(50-51) (9-8)}{(57-56) (23-24)}$ +23,7 ±91,8
			$\frac{(45-44) (21-24) (2-4)}{(3-4) (9-12) (45-46)}$ -49,7 ±99,5	$\frac{(3-2)}{(9-11)}$ -40,3 ±115,7	$\frac{(54-57) (50-51)}{(2-6) (57-56)}$ +73,9 ● ±52,7	$\frac{(54-57) (50-51)}{(2-6) (23-22)}$ +58,0 ±70,8	$\frac{(54-57) (50-51) (9-8)}{(2-6) (23-22) (23-24)}$ +60,6 ±107,8
				$\frac{(3-2)}{(25-24)}$ -202,1 ● ±182,9	$\frac{(25-24) (52-51)}{(3-2) (9-8)}$ +248,8 ±216,2	$\frac{(25-24) (52-51) (57-56)}{(3-2) (9-8) (23-22)}$ +264,7 ● ±221,5	$\frac{(25-24) (52-51)}{(3-2) (23-24)}$ +195,2 ±206,5
					$\frac{(52-51)}{(9-8)}$ +46,7 ±115,1	$\frac{(52-51) (57-56)}{(9-8) (23-22)}$ +62,6 ±124,9	$\frac{(23-24)}{(52-51)}$ +6,9 ±95,8
						$\frac{(23-22)}{(57-56)}$ -15,9 ±48,6	$\frac{(23-24)}{(9-8)}$ -2,6 ±81,3
							$\frac{(23-22) (9-8)}{(57-56) (23-24)}$ -13,3 ±94,7

Oznaczenia:

Wyrażenie

$$\frac{\log \sin (k_{22}-k_{25}) (l_{22}-l_{25})}{\log \sin (k_2-k_6) (l_2-l_6)}$$

$$\frac{\log \sin (k_2-k_6) (l_2-l_6)}{\log \sin (k_2-k_6) (l_2-l_6)}$$

oznaczono w tabeli symbolicznie

$$\frac{(22-25)}{(2-6)}$$

$$\frac{(22-25)}{(2-6)}$$

Pozostałe oznaczenia jak w tablicy 3.

Tablica 5
(zał. do pracy A. Hermanowskiego)

Obliczenie wartości l_{zi}

Sta- nowi- sko	Cel	Wartości l_{zi} przy założeniu																	
		$l_{zIII-VII} = l_{zVII-III} = 0$			$l_{zIII-IX} = l_{zIX-III} = 0$			$l_{zII-VIII} = l_{zVIII-II} = 0$			$l_{zI-IX} = l_{zIX-I} = 0$			$l_{zIV-I} = l_{zI-IV} = 0$			$l_{zIV-VIII} = l_{zVIII-IV} = 0$		
		l_{zi}	m_{iz}		l_{zi}	m_{iz}		l_{zi}	m_{iz}		l_{zi}	m_{iz}		l_{zi}	m_{iz}		l_{zi}	m_{iz}	
I	V	+7,7	±1,6	—	+8,1	±1,6	—	+6,2	±1,6	—	+4,5	±1,3	—	+4,7	±1,3	—	+6,9	±1,6	—
	IV	+3,0	±1,6	—	+3,4	±1,6	—	+1,5	±1,6	—	-0,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—	+2,2	±1,3	—
	II	+3,0	±1,6	—	+3,4	±1,6	—	+1,5	±1,3	—	-0,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—	+2,2	±1,6	—
	VII	+1,6	±1,3	—	+2,0	±1,6	—	+0,1	±1,6	—	-1,6	±1,3	—	-1,4	±1,3	—	+0,8	±1,6	—
	VI	+15,5	±1,6	—	+15,9	±1,6	—	+14,0	±1,6	—	+12,3	±1,3	—	+12,5	±1,3	—	+14,7	±1,6	—
	IX	+3,2	±1,6	—	+3,6	±1,3	—	+1,7	±1,6	—	0,0	±1,3	—	+0,2	±1,3	—	+2,4	±1,6	—
II	V	+16,2	±1,6	—	+13,4	±1,6	—	+13,2	±1,3	—	+11,5	±1,6	—	+11,7	±1,6	—	+13,1	±1,6	—
	VIII	+3,0	±1,6	—	+0,2	±1,6	—	0,0	±1,3	—	-1,7	±1,6	—	-1,5	±1,6	—	-0,1	±1,6	—
	IV	+3,6	±1,6	—	+0,8	±1,6	—	+0,6	±1,3	—	-1,1	±1,6	—	-0,9	±1,6	—	+0,5	±1,3	—
	III	+5,5	±1,6	—	+2,7	±1,3	—	+2,5	±1,3	—	+0,8	±1,6	—	+1,0	±1,6	—	+2,4	±1,6	—
	I	+4,5	±1,6	—	+1,7	±1,6	—	+1,5	±1,3	—	-0,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—	+1,4	±1,6	—
	VII	+2,5	±1,3	—	-0,3	±1,6	—	-0,5	±1,3	—	-2,2	±1,6	—	-2,0	±1,6	—	-0,6	±1,6	—
	VI	+24,3	±1,6	—	+21,5	±1,6	—	+21,3	±1,3	—	+19,6	±1,6	—	+19,8	±1,6	—	+21,2	±1,6	—
III	V	+11,4	±1,3	—	+10,5	±1,3	—	+10,3	±1,6	—	+6,9	±1,6	—	+8,8	±1,8	—	+7,6	±1,8	—
	VI	+20,7	±1,3	—	+19,8	±1,3	—	+19,6	±1,6	—	+16,2	±1,6	—	+18,1	±1,8	—	+16,9	±1,8	—
	VII	0,0	±1,3	—	+0,9	±1,3	—	-1,1	±1,6	—	-4,5	±1,6	—	-2,6	±1,8	—	-3,8	±1,8	—
	IX	+0,9	±1,3	—	0,0	±1,3	—	-0,2	±1,6	—	-3,6	±1,3	—	-1,7	±1,8	—	-2,9	±1,6	—
	II	+3,6	±1,3	—	+2,7	±1,3	—	+2,5	±1,3	—	-0,9	±1,6	—	+1,0	±1,6	—	-0,2	±1,8	—
IV	V	+10,2	±1,6	—	+6,9	±1,6	—	+5,8	±1,6	—	+3,3	±1,6	—	+3,5	±1,3	—	+5,7	±1,3	—
	VI	+26,2	±1,6	—	+22,9	±1,6	—	+21,8	±1,6	—	+19,3	±1,6	—	+19,5	±1,3	—	+21,7	±1,3	—
	VII	+2,1	±1,3	—	-1,2	±1,6	—	-2,3	±1,6	—	-4,8	±1,6	—	-4,6	±1,3	—	-2,4	±1,3	—
	IX	+4,5	±1,6	—	+1,2	±1,3	—	+0,1	±1,6	—	-2,4	±1,6	—	-2,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—
	VIII	+4,5	±1,6	—	+1,2	±1,6	—	+0,1	±1,6	—	-2,4	±1,6	—	-2,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—
	II	+5,0	±1,6	—	+1,7	±1,6	—	+0,6	±1,3	—	-1,9	±1,6	—	-1,7	±1,3	—	+0,5	±1,3	—
	I	+6,7	±1,6	—	+3,4	±1,6	—	+2,3	±1,6	—	-0,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—	+2,2	±1,3	—
V	VI	+28,2	±1,6	—	+25,8	±1,6	—	+22,0	±1,6	—	+23,3	±1,6	—	+23,5	±1,6	—	+24,3	±1,6	—
	IX	-6,1	±1,6	—	-8,5	±1,6	—	-12,3	±1,6	—	-11,0	±1,6	—	-10,8	±1,6	—	-10,0	±1,6	—
	VIII	-2,8	±1,6	—	-5,2	±1,6	—	-9,0	±1,6	—	-7,7	±1,6	—	-7,5	±1,6	—	-6,7	±1,6	—
	IV	+9,6	±1,6	—	+7,2	±1,6	—	+3,4	±1,6	—	+4,7	±1,6	—	+4,9	±1,6	—	+5,7	±1,3	—
	III	+12,9	±1,6	—	+10,5	±1,3	—	+6,7	±1,6	—	+8,0	±1,6	—	+8,2	±1,6	—	+9,0	±1,6	—
	II	+19,4	±1,6	—	+17,0	±1,6	—	+13,2	±1,3	—	+14,5	±1,6	—	+14,7	±1,6	—	+15,5	±1,6	—
	I	+9,4	±1,6	—	+7,0	±1,6	—	+3,2	±1,6	—	+4,5	±1,3	—	+4,7	±1,3	—	+5,5	±1,6	—
	VII	-8,0	±1,3	—	-10,4	±1,6	—	-14,2	±1,6	—	-12,9	±1,6	—	-12,7	±1,6	—	-11,9	±1,6	—
VI	V	+29,1	±1,6	—	+28,9	±1,6	—	+24,2	±1,6	—	+24,0	±1,6	—	+24,2	±1,6	—	+24,8	±1,6	—
	II	+20,9	±1,6	—	+20,7	±1,6	—	+16,0	±1,6	—	+15,8	±1,6	—	+16,0	±1,6	—	+16,6	±1,6	—
	I	+17,4	±1,6	—	+17,2	±1,6	—	+12,5	±1,6	—	+12,3	±1,3	—	+12,5	±1,3	—	+13,1	±1,6	—
	VII	-51,6	±1,3	—	-51,8	±1,6	—	-56,5	±1,6	—	-56,7	±1,6	—	-56,5	±1,6	—	-55,9	±1,6	—
	IX	-29,7	±1,6	—	-29,9	±1,6	—	-34,6	±1,6	—	-34,8	±1,6	—	-34,6	±1,6	—	-34,0	±1,6	—
	VIII	-2,0	±1,6	—	2,2	±1,6	—	-6,9	±1,3	—	-7,1	±1,6	—	-6,9	±1,6	—	-6,3	±1,6	—
	IV	+26,0	±1,6	—	+25,8	±1,6	—	+21,1	±1,6	—	+20,9	±1,6	—	+21,1	±1,6	—	+21,7	±1,3	—
	III	+20,0	±1,6	—	+19,8	±1,3	—	+15,1	±1,6	—	+14,9	±1,6	—	+15,1	±1,6	—	+15,7	±1,6	—
VII	VI	-51,6	±1,3	—	-52,5	±1,6	—	-54,6	±1,6	—	-54,8	±1,6	—	-54,6	±1,6	—	-56,1	±1,6	—
	V	-8,0	±1,3	—	-8,9	±1,6	—	-11,0	±1,6	—	-11,2	±1,6	—	-11,0	±1,6	—	-12,5	±1,6	—
	II	+2,5	±1,3	—	+1,6	±1,6	—	-0,5	±1,3	—	-0,7	±1,6	—	-0,5	±1,6	—	-2,0	±1,6	—
	I	+1,6	±1,3	—	+0,7	±1,6	—	-1,4	±1,6	—	-1,6	±1,3	—	-1,4	±1,3	—	-2,9	±1,6	—
	IV	+2,1	±1,3	—	+1,2	±1,6	—	-0,9	±1,6	—	-1,1	±1,6	—	-0,9	±1,6	—	-2,4	±1,3	—
	III	0,0	±1,3	—	-0,9	±1,3	—	-3,0	±1,6	—	-3,2	±1,6	—	-3,0	±1,6	—	-4,5	±1,6	—
VIII	V	-0,6	±1,8	—	-2,2	±1,6	—	-5,2	±1,3	—	-5,8	±1,6	—	-7,3	±1,6	—	-5,1	±1,3	—
	VI	-2,3	±1,8	—	-3,9	±1,6	—	-6,9	±1,3	—	-7,5	±1,6	—	-9,0	±1,6	—	-6,8	±1,3	—
	IX	-5,5	±1,8	—	+3,9	±1,3	—	+0,9	±1,3	—	+0,3	±1,3	—	-1,2	±1,6	—	+1,0	±1,3	—
	IV	+4,5	±1,6	—	+2,9	±1,6	—	-0,1	±1,3	—	-0,7	±1,6	—	-2,2	±1,3	—	0,0	±1,3	—
	II	+4,6	±1,8	—	+3,0	±1,6	—	0,0	±1,3	—	-0,6	±1,6	—	-2,1	±1,6	—	+0,1	±1,3	—
IX	V	-4,3	±1,6	—	-5,2	±1,3	—	-8,2	±1,6	—	-8,8	±1,3	—	-8,6	±1,6	—	-8,1	±1,6	—
	I	+4,5	±1,6	—	+3,6	±1,3	—	+0,6	±1,6	—	0,0	±1,3	—	+0,2	±1,3	—	+0,7	±1,6	—
	VI	-27,5	±1,6	—	-28,4	±1,3	—	-31,4	±1,6	—	-32,0	±1,3	—	-31,8	±1,6	—	-31,3	±1,6	—
	VIII	+4,8	±1,6	—	+3,9	±1,3	—	+0,9	±1,3	—	+0,3	±1,3	—	+0,5	±1,6	—	+1,0	±1,3	—
	IV	+2,1	±1,6	—	+1,2	±1,3	—	-1,8	±1,6	—	-2,4	±1,3	—	-2,2	±1,6	—	-1,7	±1,6	—
	III	+0,9	±1,3	—	0,0	±1,3	—	-3,0	±1,6	—	-3,6	±1,3	—	-3,4	±1,6	—	-2,9	±1,6	—

Obliczenie przybliżonych przemieszczeń punktów V i VI

Stanowisko V

Rozwiązanie układu równań

Nr cel	(l_{zi}) śr	l_i	$\delta = z - l$	a	b	A	B	$A+B+\delta$	A	B	δ	Σ		
IX	-9,7	0,0	+11,0	-0,8209	-0,2948	-0,9895	-0,0161	+9,9944	2,8517	0,9584	-31,5999	-27,7897	-1	
VIII	-6,8	+2,9	+8,1	-0,4903	-0,4695	-0,6589	-0,1908	+7,2503		2,2081	-7,1040	-3,9375		-1
IV	+4,6	+14,3	-3,3	+0,2608	-1,3939	+0,0922	-1,1152	-4,3230			357,6000			
II	+13,4	+23,1	-12,1	+1,2777	+0,2178	+1,1091	+0,4965	-10,4944	1,6887	0,5675	-18,7126	-16,4563	-0,5922	
I	+5,0	+14,7	-3,7	+0,6156	+0,5467	+0,4470	+0,8254	-2,4276		1,3733	+2,5598	+3,9332	+0,2699	-0,7282
	Σ	55,0	0,0	+0,8429	-1,3937						0,9823		Δx	Δy
	z	11,0	$\frac{1}{n}$	+0,1686	-0,2787								+11,7725	-1,8640
													$\Delta V = 11,9192$	
												$\sqrt{Q_{ii}}$	0,65	0,73
												$\pm 0,70'' \sqrt{Q_{ii}} =$	$\pm 0,46$	$\pm 0,51 \text{ mm}$

$$\Sigma_{\Delta V} = 12,0 - 11,92 = +0,08 \text{ mm.}$$

$$m_l = \sqrt{\frac{0,9823}{2}} = \pm 0,70''$$

Stanowisko VI

IX	-33,1	0,0	+35,48	-1,2029	-1,5067	-1,2763	-0,9740	+33,2297	2,6326	2,0088	-73,5821	-68,9408	-1	
VIII	-7,2	+25,9	+9,58	-0,2639	-0,8861	-0,3373	-0,3534	+8,8893		1,9974	-54,9709	-50,9648		-1
IV	+20,9	+54,0	-18,52	+0,6867	-0,5517	+0,6133	-0,0190	-17,9257			2059,9238			
II	+18,3	+51,4	-15,92	+0,6561	+0,0484	+0,5827	+0,5811	-14,7562	1,6225	1,2381	-45,3511	-42,4905	-0,6163	
I	+13,0	+46,1	-10,62	+0,4908	+0,2327	+0,4174	+0,7654	-9,4373		0,6815	+1,7290	+2,4104	+1,1196	-1,4674
	Σ	177,4	0,00	+0,3668	-2,6634	-0,0002	+0,0001				0,2471		Δx	Δy
	z	35,48	$\frac{1}{n}$	+0,0734	-0,5327								29,8857	-2,5371
													$\Delta VI = 29,9932$	
												$\sqrt{Q_{ii}}$	1,28	1,47
												$\pm 0,35'' \sqrt{Q_{ii}} =$	$\pm 0,45$	$\pm 0,51 \text{ mm}$

gdzie: a, b — współczynniki kierunkowe

$$a = - \rho'' \frac{\sin \alpha AB}{S_{AB}} = \rho'' \frac{\cos \alpha AB}{S_{AB}} \quad \Sigma_{\Delta VI} = 30,0 - 29,99 = +0,01 \text{ mm}; \quad m_l = \sqrt{\frac{0,2471}{2}} = \pm 0,35''.$$

Tablica 6

Obliczenie wartości (lz_i) na podstawie $(lz_i)_{IN}$ wyznaczonych przy różnych założeniach wyjściowych

Oznaczenie i nr kierunku		Założenia wyjściowe								średnia (<i>lz</i>)
		$lz_{II-VIII} =$ $= lz_{VIII-II} = 0$		$lz_{I-IX} =$ $= lz_{IX-I} = 0$		$lz_{IV-I} =$ $= lz_{I-IV} = 0$		$lz_{IV-VIII} =$ $= lz_{VIII-IV} = 0$		
		lz_i	$(lz_i)_{II-VIII}$	lz_i	$(lz_i)_{I-IX}$	lz_i	$(lz_i)_{I-IV}$	lz_i	$(lz_i)_{IV-VIII}$	
V—I 32	+3,2		+4,5		+4,7		+5,5			
I—V 1	+6,2	+4,7	+4,5	+4,5	+4,7	+4,7	+6,9	+6,2	+5,0	
V—II 31	+13,2		+14,5		+14,7		+15,5			
II—V 7	+13,2	+13,2	+11,5	+13,0	+11,7	+13,2	+13,1	+14,3	+13,4	
V—IV 29	+3,4		+4,7		+4,9		+5,7			
IV—V 19	+5,8	+4,6	+3,3	+4,0	+3,5	+4,2	+5,7	+5,7	+4,6	
V—VIII 28	−9,0		−7,7		−7,5		−6,7			
VIII—V 48	−5,2	−7,1	−5,8	−6,8	−7,3	−7,4	−5,1	−5,9	−6,8	
V—IX 27	−12,3		−11,0		−10,8		−10,0			
IX—V 53	−8,2	−10,2	−8,8	−9,9	−8,6	−9,7	−8,1	−9,0	−9,7	
VI—I 36	+12,5		+12,3		+12,5		+13,1			
I—VI 5	+14,0	+13,2	+12,3	+12,3	+12,5	+12,5	+14,7	+13,9	+13,0	
VI—II 35	+16,0		+15,8		+16,0		+16,6			
II—VI 13	+21,3	+18,6	+19,6	+17,7	+19,8	+17,9	+21,2	+18,9	+18,3	
VI—IV 40	+21,1		+20,9		+21,1		+21,7			
IV—VI 20	+21,8	+21,4	+19,8	+20,3	+19,5	+20,3	+21,7	+21,7	+20,9	
VI-VIII 39	−6,9		−7,1		−6,9		−6,3			
VIII-VI 49	−6,9	−6,9	−7,5	−7,3	−9,0	−8,0	−6,8	−6,5	−7,2	
VI—IX 38	−34,6		−34,8		−34,6		−34,0			
IX—VI 55	31,4	−33,0	−32,0	−33,4	−31,8	−33,2	−31,3	−32,6	−33,1	

Tablica 8

Wartości uzyskane z wyrównania sieci trygonometrycznej pełnej metodą spozrzezeń
pośredniczących przy założeniu stałości punktów II i VIII

Nr punktu	Rzeczywiste wartości przemieszczeń punktów sieci doświadczalnej (ΔP) mm	Wartości przemieszczeń po ostatecznej transformacji w oparciu o punkty stałe, I, II, IV, VIII, IX				Średnie błędy przemieszczeń	
		dx	dy	ΔP	$\varepsilon_{\Delta} = \Delta P - (\Delta P)$	$\pm m_{dx}$	$\pm m_{dy}$
		mm	mm	mm	mm	mm	mm
I	0,00	+0,07	-0,51	0,51	+0,51	1,38	0,68
II	0,00	-0,16	+0,37	0,40	+0,40	—	—
III	2,50	+3,60	+1,28	3,82	+1,32	0,96	0,52
IV	0,00	+0,61	+0,33	0,69	+0,69	0,68	0,76
V	12,00	+11,40	-1,81	11,55	-0,45	0,55	0,79
VI	30,00	+30,51	-3,26	30,68	+0,68	0,78	0,70
VII	4,90	-3,41	+1,45	3,71	-1,19	1,19	2,75
VIII	0,00	-0,37	+0,06	0,38	+0,38	—	—
IX	0,00	-0,14	-0,22	0,26	+0,26	0,97	0,50
				$m_{dx} = \pm 0,33$	$m_{\varepsilon} = \pm 0,74$	$\mu_0 = \pm 0,99$	
				$m_{dy} = \pm 0,33$			
				$m_p = \pm 0,47$			

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВЗАИМНОПОСТОЯННЫХ ПУНКТОВ ПОЛНОЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ СЕТИ НА ОСНОВАНИИ НЕУРАВНЕННЫХ РАЗНИЦ НАБЛЮДАЕМЫХ НАПРАВЛЕНИЙ

Резюме

Геометрическое построение называемое полной тригонометрической сетью применяется в нашей стране при периодическом многолетнем определении горизонтальных перемещений пунктов расположенных на вододержательных плотинах.

Определение полной тригонометрической сети, описание технологии производства измерений и вычислений горизонтальных перемещений пунктов вместе с теоретическими обоснованиями даются в публикации Т. Лаззарини „Геодетические измерения деформаций и их применение в строительстве“, Издание ППВК 1961 года.

Описываемый в этой публикации метод определения горизонтальных перемещений пунктов полной тригонометрической сети требует кропотливых и трудоемких вычислений. В связи с этим, даже при очень исправной организации камеральных работ и при значительном усилии исполнителей, вычисленные значения горизонтальных перемещений пунктов расположенных на вододержательной плотине могут быть представлены потребителю объекта после истечения нескольких дней от момента окончания полевых измерений. В случае же изменения формы сети при актуально выполняемых измерениях, время необходимое для производства вычислений увеличивается до нескольких дней.

Когда период времени от момента окончания полевых измерений до момента передачи результатов потребителю объекта, является значительным, тогда теряется основной смысл производства измерений перемещений, каким является достаточно скорое получение информации о том не подвергается ли исследуемый объект деформации, значения которой могут свидетельствовать об угрозе наступления аварии.

Получение необходимых данных непосредственно после окончания измерений является особо важным в период наполнения водоема водой, когда информации о способе поведения строения под влиянием нагрузки обусловленной определенным уровнем воды являются основой для принятия решения о дальнейшем заполнении водоема.

В этой разработке представляется новый метод идентификации постоянных пунктов и определения приближенных перемещений непостоянных пунктов полной тригонометрической сети на основании неуравненных значений изменений направлений ($I_i = k_i - k'_i$).

Применение предложенного метода дает возможность произведения анализа полевых материалов и вычисления приближенных значений горизонтальных перемещений непосредственно после окончания полевых измерений (в районе вододержательной плотины).

В случае когда будут заранее подготовлены соответствующие постоянные для данной сети, таблицы и формуляры, то период времени, необходимый для произведения анализа полевых материалов, проверки взаимного постоянства сторон сети, идентификации постоянных пунктов и для вычисления горизонтальных пере-

мещений непостоянных пунктов, будет составлять от 6 до 12 часов, в зависимости от количества исследуемых пунктов и обширности полной тригонометрической сети. Анализ полевых материалов и проверку взаимного постоянства сторон сети можно вести совместно с измерением сети. Предлагаемый метод учитывает, что вычисления, касающиеся анализа полевых материалов, проверки взаимного постоянства сторон и идентификации постоянных пунктов, производится в памяти или же с помощью логарифмической линейки. Применение арифмометра является необходимым только в том случае, когда в период между сравниваемыми измерениями наступило перемещение тех пунктов сети из которых будут засекаются пункты расположенные на плотине. При чем вычисления с помощью арифмометра являются крайне простыми, ибо сводятся к решению системы двух уравнений с двумя неизвестными.

В этом методе вычисления производится опираясь на неуровненные значения изменений измеряемых направлений, что обеспечивает возможность тщательного контроля полевых материалов. Благодаря тому, что этот контроль выполняется во время производства полевых измерений и непосредственно после окончания измерений, имеется возможность определения изменения направлений, которых значения кажутся сомнительными, а следовательно произведение контрольных измерений и возможно исключение из вычислений актуально произведенных измерений обладающих ошибками являющимися результатом, например, неправильного установления сигнала или значительного влияния среды.

В технологии, применяемой до настоящего времени, правильность результатов полевых измерений, до уравнивания, проверялось только на основании стационарного уравнивания.

Основные положения предлагаемого метода вычислений были выведены на основании требований, каким должны соответствовать изменения направлений

$$l_i = k_i - k'_i,$$

для того чтобы одновременно выполнялись условия выступающие при уравнивании полной тригонометрической сети методом условных наблюдений.

IDENTIFICATION OF POINTS MUTUALLY FIXED IN THE COMPLETE TRIGONOMETRICAL NETWORK ON THE BASIS OF UNADJUSTED DIFFERENCES OF MEASURED DIRECTIONS

Summary

A structure called the complete trigonometrical network is being used in our country for a periodic, many years' determination of horizontal displacement of points located on power dams.

A definition of the complete trigonometrical network, description of technology of measurement and calculation of horizontal displacement together with the theoretical grounds have been published by T. Lazzarini in „Measurement of deformations by the surveying method and their use in building”, PPWK — Warsaw, 1961. The method of horizontal displacement determination of points of the complete trigonometrical network, given in the above mentioned publication, demands the arduous and labour-consuming operations. In consequence, even granted very efficient organization of works and great effort of executors of the calculations, the values of horizontal displacements of points on a power dam can be delivered to user of the structure not earlier than a few days after the moment of completing the field measurements; and in case of changing a network shape during an actual measurement, a period of time necessary for the work prolongs to several days.

The long period of time between completing field measurements and moment of delivering the results to a user of structure, would be a loss of the main purpose of carrying out the displacement measurements, which is obtaining a sufficiently immediate information whether an investigated structure is not submitted to deformations of such degree which points at danger of crashes of this structure. The results obtained immediately after completing the measurements is especially important during of filling a reservoir with water, when the informations about the reaction of the structure on the load at specified level of water, are the basis to take a decision about a further filling of the reservoir.

In this paper there has been presented a new method of identifying of fixed points and of determining the approximate displacements of unfixed points of a complete trigonometrical network on the basis of unadjusted values of changes of directions ($l_i = k_i - k_i'$). Application of the submitted method makes possible of analysing field materials and calculating approximate values of horizontal displacements immediately after completing field measurements (on a power dam). A period of time necessary for analysing field materials, controlling mutual stability of network sides, identifying fixed points and calculating of horizontal displacements in the case of earlier preparing the suitable tables and forms (the same for a considered network), oscillate from 6 to 12 hours according to the number of checked points and to the size of a complete trigonometrical network. The analysis of the field materials and the control of mutual stability of network sides may be carried out simultaneously to actual measurement of the network. In the proposed method, the calculations connected with analysis of field materials, controlling mutual stability of sides, and identifying fixed points are made mentally or by a slide rule. The use of an arithmometer is necessary only in this case when the network points, from which the

points on a dam are intersected, were displaced in a period of time between the measurements which are compared; at the same time the calculations connected with that are very simple — they are reduced into solving a set of two equations with two unknowns.

When using the new method, the calculating are carried out on the basis of unadjusted values of directions changes what makes possible to do an accurate checking of the field materials. Owing to that, that this checking is carried out during the field measurements or immediately after, it is possible to determine the changes of directions the values of which seem to be uncertain, and next to execute a checking measurement and, if necessary, to exclude from the computing the directions actually measured which are affected with the errors due to e. g. abnormally placed target or a great effect of a medium. In the technology, used up to the present, the correctness of the results of field measurements before adjusting, was checked only just on the basis of the station adjustment.

The fundamental relationships of the submitted method of calculating have been derived on the basis of the requirements, which the changes of directions $l_i = k_i - k_i'$ must fulfil in order to fulfil the conditions taking place at adjusting the complete trigonometrical network by the conditional method.