

JERZY BOKUN, DANUTA CHOWAŃSKA-OTYŚ
MARIA JĘDRZEJEWSKA, MARIA MAJEWSKA

528.241(438)

Zagadnienie rozkładu względnych odchyień pionu w Polsce

1. Wprowadzenie

Badania nad odchyleniami pionu są od szeregu lat jednym z główniejszych planowych tematów Zakładu Geofizycznych Problemów Geodezji (dawny Zakład Geodezji Wyższej) Instytutu Geodezji i Kartografii.

Po wykonaniu szeregu prac teoretycznych w tym temacie, Zakład poczynając od 1962 roku zajął się problematyką powierzchniowego rozkładu względnych odchyień pionu na obszarze Polski.

Takie badania wraz z ich ostatecznym rezultatem numerycznym i kartograficznym mają zarówno znaczenie naukowe jako podstawa dla poznania figury Ziemi na badanym obszarze, jak również duże znaczenie praktyczne. W nowoczesnych pracach geodezyjnych uwzględnienie wartości odchyień pionu oraz ich zmienności na całym obszarze kraju pozwala bowiem realizować cały szereg praktycznych zamierzeń i konkretnych zadań, wiążących bezpośrednio wyniki pomiarów geodezyjnych i astronomiczno-geodezyjnych z systemem przyjętego układu geodezyjnego. Dotyczy to przede wszystkim określenia położenia (współrzędnych) punktu i orientacji kierunku oraz redukcji wielkości geodezyjnych na przyjętą powierzchnię odniesienia.

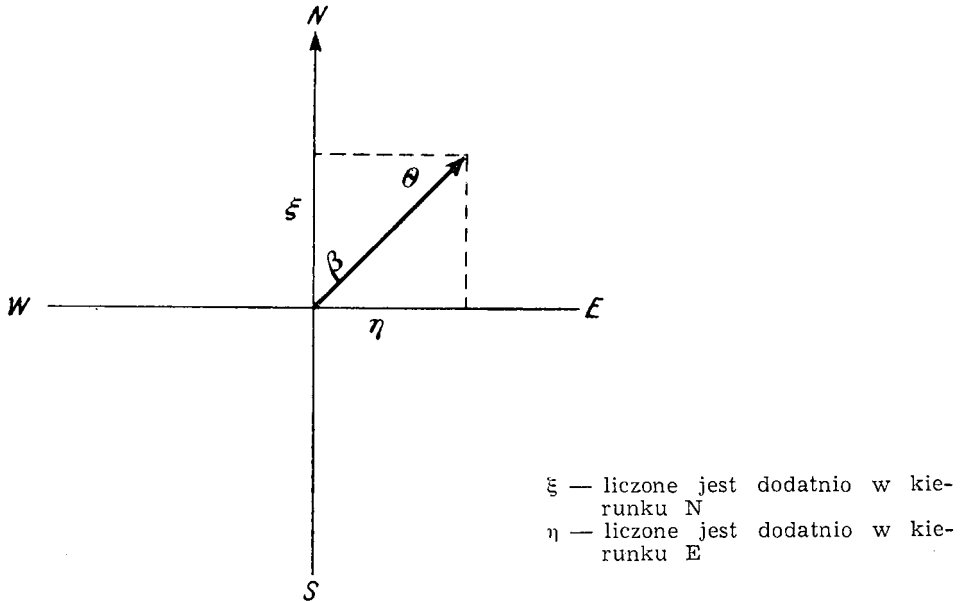
Względne odchylenia pionu wiążą wzajemnie system danych odnoszących się do powierzchni ekwipotencjalnych pola siły ciężkości (np. dane astronomiczne) z systemem danych geodezyjnych na elipsoidzie odniesienia.

2. Zastosowane wzory i oznaczenia

Względne odchylenie pionu (Θ) w punkcie jest kątem w danym punkcie, zawartym między normalną do geoidy a normalną do elipsoidy odniesienia o przyjętych rozmiarach i orientacji.

Względne odchylenie pionu można przedstawić, jak wiadomo, w postaci wektora o wielkości skalarnej Θ i azymucie β , oraz rozłożyć na dwie składowe ξ i η .

Składowa południkowa względnego odchylenia pionu (ξ) jest rzutem względnego odchylenia pionu na płaszczyznę południka.



Rys. 1

Składowa względnego odchylenia pionu w pierwszym wertykale (η) jest rzutem względnego odchylenia pionu na płaszczyznę pierwszego wertykału.

Zarówno składowe ξ i η , jak i względne odchylenie pionu Θ , są wyrażane w sekundach łuku, przy czym

$$\Theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2};$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\eta}{\xi}.$$
(1)

Wyznaczenie składowych względnego odchylenia pionu może być dokonane albo na podstawie danych astronomiczno-geodezyjnych, albo metodą astronomiczno-grawimetryczną.

Jeżeli dla poszczególnego punktu znane są ostateczne wartości (pomierzone i zredukowane) współrzędnych astronomicznych oraz wartości

współrzędnych geodezyjnych na elipsoidzie odniesienia, można wyznaczyć wartości składowych względnego odchylenia pionu, a mianowicie:

$$\begin{aligned}\xi &= \varphi - B; \\ \eta &= (\lambda - L) \cos \varphi.\end{aligned}\quad (2)$$

We wzorach tych oznaczenia są następujące:

φ — szerokość geograficzna astronomiczna danego punktu,

λ — długość geograficzna astronomiczna danego punktu,

B — szerokość geograficzna geodezyjna danego punktu,

L — długość geograficzna geodezyjna danego punktu.

Obie długości geograficzne są liczone dodatnio na wschód od południka grynickiego.

W celu zrealizowania wzorów (2) niezbędne jest wykonanie pomiarów astronomicznych szerokości φ i długości λ na punktach geodezyjnych, dla których chcemy znać wartości ξ i η . Punkty takie nazywamy astronomiczno-geodezyjnymi.

Dysponując odpowiednimi materiałami grawimetrycznymi może być zastosowana metoda astronomiczno-grawimetryczna. Metoda ta polega na wyznaczeniu wartości składowych ξ i η dla dowolnego punktu na podstawie materiałów dotyczących anomalii Faye'a (A_F), w oparciu o sieć punktów astronomiczno-geodezyjnych, znajdującą się na obszarze otaczającym ten punkt.

Korzystając z materiałów grawimetrycznych z obszaru powierzchni Ziemi, ograniczonego promieniem r od tego punktu, określane są składowe częściowego grawimetrycznego odchylenia pionu, które oznacza się przez ξ_r^{gr} i η_r^{gr} .

Aby otrzymać wartość składowej względnego odchylenia pionu należy do tak wyznaczonej składowej częściowego grawimetrycznego odchylenia pionu dodać redukcję ($\Delta\xi_r^{gr}$ lub $\Delta\eta_r^{gr}$):

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_r^{gr} + \Delta\xi_r^{gr}; \\ \eta &= \eta_r^{gr} + \Delta\eta_r^{gr}\end{aligned}\quad (3)$$

Wyznaczenie składowych częściowego grawimetrycznego odchylenia pionu otrzymuje się na podstawie przekształconych przez Mołodeńskiego wzorów Vening-Meinesza:

$$\begin{aligned}\xi_r^{gr} &= -\frac{1}{2\pi R} \int_0^r \int_0^{2\pi} A_F \cdot Q_2 \cos \alpha \, dr \, d\alpha; \\ \eta_r^{gr} &= -\frac{1}{2\pi R} \int_0^r \int_0^{2\pi} A_F \cdot Q_2 \sin \alpha \, dr \, d\alpha,\end{aligned}\quad (4)$$

w których

A_F — anomalia Faye'a,

R — promień Ziemi,

r — promień obszaru wokół punktu, dla którego prowadzi się określenia z map anomalii Faye'a,

α — azymut dwusiecznej wycinka sektorowego, dla którego określa się reprezentatywną wartość A_F ,

Q_2 — funkcja.

Wartości ξ_r^{gr} i η_r^{gr} praktycznie określa się nie tylko dla wyznaczonych punktów na terenie konkretnego obszaru, ale również dla punktów astronomiczno-geodezyjnych otaczających ten obszar lub znajdujących się w jego obrębie. Jest to potrzebne dla dokładnego określenia redukcji $\Delta\xi_r^{gr}$ i $\Delta\eta_r^{gr}$ na tych punktach astronomiczno-geodezyjnych, jako podstawy dla ustalenia przebiegu tych redukcji na rozpatrywanym obszarze.

3. Wyznaczenie składowych względnych odchyłeń pionu na podstawie danych astronomiczno-geodezyjnych na obszarze Polski

Względne odchylenia pionu opracowane przez Instytut Geodezji i Kartografii dotyczą obowiązującego systemu danych geodezyjnych.

Dane astronomiczne (współrzędne φ i λ), które stanowiły podstawę dla wyznaczeń składowych ξ i η , dotyczą następujących punktów.

A. Punkty astronomiczno-geodezyjne przyjęte przy wyrównaniu sieci triangulacji I klasy, to jest punkty Laplace'a i punkty zagęszczające.

B. Punkty triangulacji I klasy, na których zostały przeprowadzone dodatkowe pomiary astronomiczne. Punkty te są położone przeważnie w rejonach podgórskich i górskich, a pomiary wykonane były w okresie 1956—1958 r.

C. Punkty triangulacji I klasy, na których były przeprowadzone dawne pomiary astronomiczne. Dotyczy to niektórych dawnych wyznaczeń astronomicznych polskich z okresu międzywojennego i dawnych wyznaczeń niemieckich.

D. Punkty astronomiczno-geodezyjne triangulacji wypełniającej.

E. Punkty triangulacji wypełniającej, na których zostały wykonane pomiary astronomiczne w celu zagęszczenia sieci punktów astronomiczno-geodezyjnych. Punkty te wybrano specjalnie dla potrzeb lepszego określenia przebiegu względnych odchyłeń pionu w niektórych rejonach kraju.

Do obliczeń względnych odchyłeń pionu przyjmowano:

— szerokość φ i długość λ na podstawie ostatecznie zredukowanych wyników pomiarów astronomicznych,

— współrzędne geodezyjne B i L na elipsoidzie Krasowskiego.

Wartości powyższe brane były do 0,"01.

Składowe względne odchylenia pionu ξ i η określano dla każdego z wyżej wymienionych w punkcie A — E punktów zgodnie z wzorem (2) do 0,"01.

Przy opracowaniu względnych odchyień pionu w Polsce łącznie wykorzystane zostały przez IGiK wszystkie punkty astronomiczno-geodezyjne.

Rozkład wyżej wymienionych punktów na obszarze kraju jest niezbyt regularny ze względu na skoncentrowanie większości ich wzdłuż łańcuchów triangulacyjnych (stwarza to znaczne luki w sieci punktów astronomiczno-geodezyjnych).

Ilość tych punktów jest poza tym niewystarczająca dla właściwego przedstawienia rozkładu przestrzennego względnych odchyień pionu w Polsce.

Dla zrealizowania postawionego zadania, to jest opracowania przestrzennego rozkładu względnego odchylenia pionu, należało więc dokonać licznych dodatkowych wyznaczeń ξ i η , które ze względów ekonomicznych i technicznych przeprowadzone zostały metodą astronomiczno-grawimetryczną.

4. Wyznaczenie składowych względnych odchyień pionu w Polsce metodą astronomiczno-grawimetryczną

Przeprowadzone dodatkowe wyznaczenia składowych ξ i η miały na celu:

a) zagęszczenie powierzchniowe obszaru kraju punktami o znanych wartościach względnych odchyień pionu dla potrzeb ich właściwego opracowania,

b) uzyskanie danych uzupełniających przebieg względnych odchyień pionu w określonych rejonach dla potrzeb obliczenia kątów kierunkowych na punktach triangulacyjnych, wyznaczanych metodą pośrednią.

Jako punkty zagęszczające, wyznaczane metodą astronomiczno-grawimetryczną, wybierano przede wszystkim punkty triangulacyjne. Liczba i rozkład tych punktów na poszczególnych obszarach uwarunkowane były odległościami sąsiednich punktów astronomiczno-geodezyjnych oraz wielkością zmian składowych względnego odchylenia pionu, jak również potrzebami w zakresie kątów kierunkowych. Starano się przy tym zapewnić możliwie jednolitą dokładność przedstawienia względnego odchylenia pionu na całym obszarze kraju.

Wyznaczenia składowych względnego odchylenia pionu dla punktów zagęszczających przeprowadzone zostały zgodnie z metodą omówioną

w punkcie 2 na podstawie wzorów (3) i (4). Składowe częściowego grawimetrycznego odchylenia pionu (ξ_r^{gr} i η_r^{gr}) określane były ze źródłowych materiałów grawimetrycznych dla wszystkich punktów zagęszczających oraz dla otaczających punktów astronomiczno-geodezyjnych, na podstawie których ustalone zostały redukcje $\Delta\xi_r^{gr}$ i $\Delta\eta_r^{gr}$ na zagęszczanych obszarach.

Obliczenia składowych częściowego grawimetrycznego odchylenia pionu dokonywano dla poszczególnego punktu metodą sumowania wpływu anomalii Faye'a, reprezentujących wycinki sektorowe, na które podzielony został obszar o przyjętym jako dostatecznie dużym promieniu r , otaczającym rozważany punkt. Ze względu na wielkości powierzchni wycinków sektorowych dzieli się ten obszar na kilka odrębnych części współśrodkowych, ograniczonych promieniami wykreślonymi z wyznaczonego punktu. W naszym opracowaniu przyjęto podział na następujące części:

- | | |
|----------------|--------------------------|
| a) centralna | 0÷1,5 km (8 sektorów); |
| b) 1,5÷5,0 km | (2 strefy, 16 sektorów); |
| c) 5÷100 km | (8 stref, 16 sektorów); |
| d) 100÷300 km | (5 stref, 24 sektory); |
| e) 300÷1000 km | (8 stref, 24 sektory). |

Każda z tych części obszaru, oprócz części centralnej, została podzielona na wycinki sektorowe jednakowego wpływu, to jest w ten sposób, aby wpływ na wartości obliczanych składowych ξ_r^{gr} i η_r^{gr} poszczególnego wycinka sektorowego każdej części wynosił $C \cdot A_F \cdot \cos \alpha$ (lub $C \cdot A_F \cdot \sin \alpha$). Przy tym stałą C ustalono jednakową w ramach każdej z wyżej wymienionych części obszaru otaczającego wyznaczany punkt. Granice stref w każdej części, zostały obliczone zgodnie z teorią Mołodeńskiego i w oparciu o przyjętą wartość tej stałej C (patrz tabl. 1). Przyjęliśmy następujące wartości stałych C dla wyżej wymienionych części, a mianowicie:

- dla części b ... 0,"008/mgal, dla c ... 0,"005/mgal,
dla d ... 0,"002/mgal i dla e ... 0,"0015/mgal.

W zależności od gęstości sieci punktów astronomiczno-geodezyjnych i posiadanych materiałów grawimetrycznych w rozważanym rejonie, uwzględniano odpowiednią wielkość promienia r ograniczającego obszar obliczanego wpływu anomalii Faye'a, to jest odpowiednią ilość części i stref wokół wyznaczonego punktu.

Zasięg wyznaczeń z materiałów grawimetrycznych do $r = 1000$ km był w zasadzie stosowany dla punktów triangulacji I klasy.

Przy wyznaczeniach dodatkowych prowadzonych przez IGiK specjalnie dla realizacji celów wyżej wymienionych w a i b stosowane były różne promienie r , dla większości obszarów $r = 300$ km lub 250 km,

a również i mniejsze, to jest $r = 200$ km, $r = 100$ km, $r = 70$ km i $r = 50$ km.

Wyznaczenia ξ_r^{gr} i η_r^{gr} przeprowadzone były następująco.

Dla strefy centralnej stosowany był wzór

$$\begin{aligned}\xi_{0\div 1,5}^{gr} &= -0''02628 \sum_1^8 A_F \cos \alpha; \\ \eta_{0\div 1,5}^{gr} &= -0''02628 \sum_1^8 A_F \sin \alpha;\end{aligned}\quad (5)$$

gdzie A_F jest wartością anomalii Faye'a na zewnętrznym obwodzie tej strefy na dwusiecznej kąta środkowego każdego z 8 sektorów, na które dzielono tę strefę. Wartości ξ i η dla każdej z wyżej wymienionych części, na które podzielono otoczenie wyznaczanego punktu, obliczano na podstawie wzorów:

$$\xi_{1,5\div 5}^{gr} = -0''008 \sum_1^{16} \sum_1^2 A_F \cos \alpha; \quad \eta_{1,5\div 5}^{gr} = -0''008 \sum_1^{16} \sum_1^2 A_F \sin \alpha; \quad (6)$$

$$\xi_{5\div 100}^{gr} = -0''005 \sum_1^{16} \sum_1^8 A_F \cos \alpha; \quad \eta_{5\div 100}^{gr} = -0''005 \sum_1^{16} \sum_1^8 A_F \sin \alpha; \quad (7)$$

$$\xi_{100\div 300}^{gr} = -0''002 \sum_1^{24} \sum_1^5 A_F \cos \alpha; \quad \eta_{100\div 300}^{gr} = -0''002 \sum_1^{24} \sum_1^5 A_F \sin \alpha; \quad (8)$$

$$\xi_{300\div 1000}^{gr} = -0''0015 \sum_1^{24} \sum_1^8 A_F \cos \alpha; \quad \eta_{300\div 1000}^{gr} = -0''0015 \sum_1^{24} \sum_1^8 A_F \sin \alpha; \quad (9)$$

gdzie A_F jest wartością reprezentującą przebieg anomalii Faye'a w poszczególnym wycinku sektorowym.

Jeżeli stosowany był przy obliczeniach na przykład promień $r = 1000$ km, wtedy sumowano wartości uzyskane ze wzorów (5)–(9):

$$\begin{aligned}\xi_{1000}^{gr} &= \xi_{0\div 1,5}^{gr} + \xi_{1,5\div 5}^{gr} + \xi_{5\div 100}^{gr} + \xi_{100\div 300}^{gr} + \xi_{300\div 1000}^{gr} \\ \eta_{1000}^{gr} &= \eta_{0\div 1,5}^{gr} + \eta_{1,5\div 5}^{gr} + \eta_{5\div 100}^{gr} + \eta_{100\div 300}^{gr} + \eta_{300\div 1000}^{gr}\end{aligned}\quad (10)$$

Wszystkie wyznaczenia i obliczenia ξ_r^{gr} i η_r^{gr} prowadzone były w specjalnych formularzach, w których kolumny pionowe ponumerowano według numerów odpowiednich sektorów, a numery wierszy poziomych odpowiadają numerom kolejnych stref. Strefy te oznaczono następująco: 0 — centralna, a i b — strefy dla części 1,5÷5 km, a następnie cyframi rzymskimi od I—VIII dla części 5÷100 km, IX÷XIII dla 100÷300 km i XIV÷XXI dla 300÷1000 km. Przykład obliczenia dla jednego punktu do $R = 300$ km odrębnie dla stref 0÷VIII i IX÷XIII podany jest w za-

łączeniu (tabl. 2 i 3). Identyczna numeracja stosowana była dla oznaczenia odpowiednich stref i sektorów na pomocniczych diagramach kołowych wykreślonych na przezroczystym materiale (astralon, kalka techniczna), które służyły do określenia z grawimetrycznych map źródłowych wartości średnich anomalii Faye'a, reprezentujących poszczególne wycinki sektorowe.

Diagramy te wykonano w skalach odpowiadających skalom map źródłowych, a przykłady ich załącza się (rys. 2, 3, 4, 5).

Wszystkie omawiane wyznaczenia i obliczenia prowadzono dwukrotnie niezależnie, a jako ostateczne rezultaty ξ_r^{gr} i η_r^{gr} przyjmowano wartość średnią.

Materiały źródłowe, będące podstawą dla wyznaczeń średnich wartości anomalii Faye'a A_F według wzorów (5)—(9), stanowiły mapy anomalii siły ciężkości Faye'a w różnych skalach.

Należy podkreślić, że wykorzystane mapy opracowane są w systemie poczdamskim w poziomie przyjętym przy opracowaniach grawimetrycznych dla potrzeb sieci triangulacji I kl. i sieci niwelacji precyzyjnej.

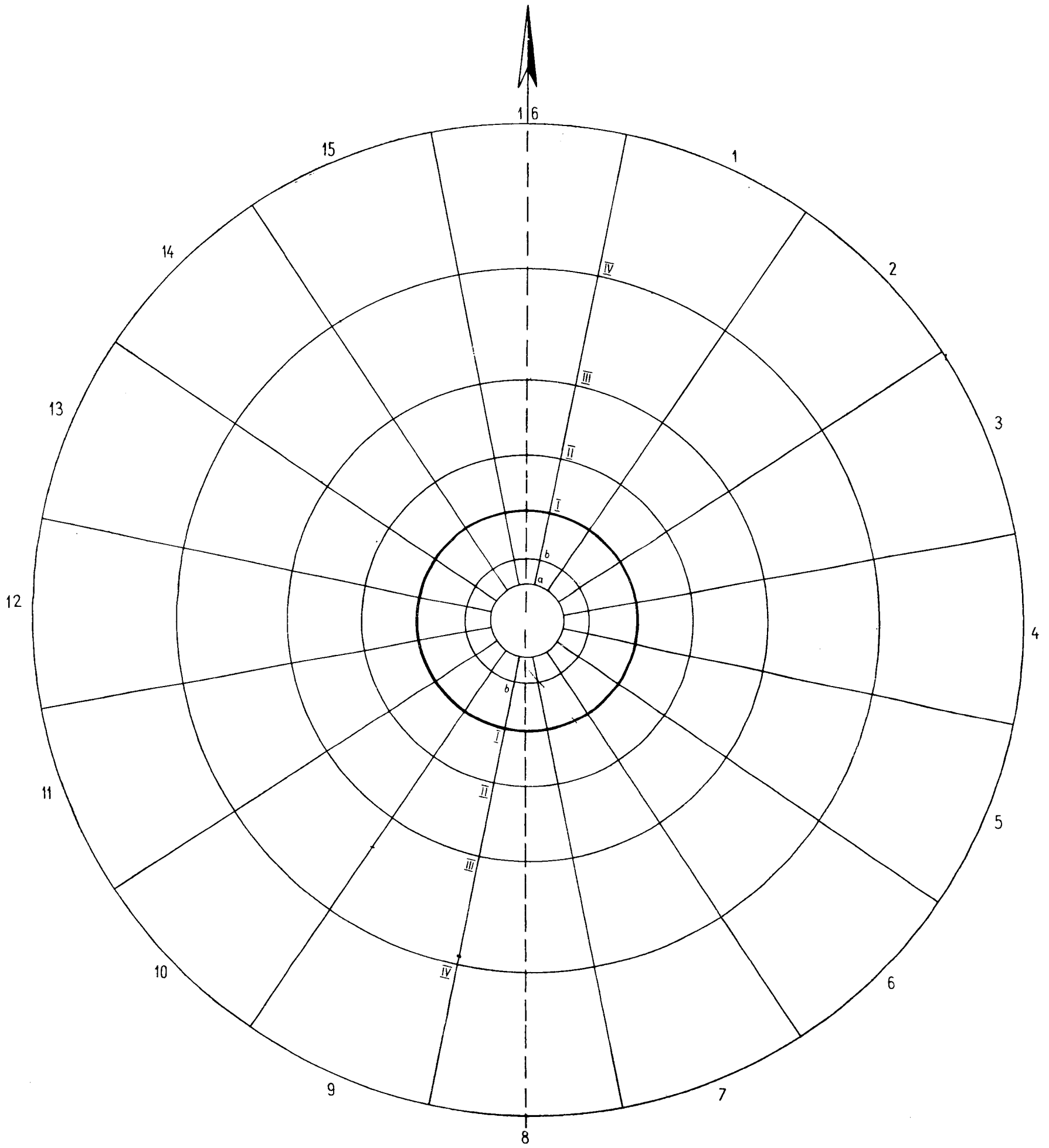
Poszczególne wyżej wymienione mapy grawimetryczne wykorzystywane były w takim zakresie, aby zabezpieczyć możliwie najdokładniejsze określenie średnich wartości anomalii A_F dla stref najbliższych wyznaczonego punktu.

Wartości redukcji $\Delta\xi_r^{gr}$ i $\Delta\eta_r^{gr}$ dla przejścia od ξ_r^{gr} i η_r^{gr} do składowych względnego odchylenia pionu ξ i η określono na podstawie specjalnie opracowanych szkiców przebiegu izolinii $\Delta\xi_r^{gr}$ (lub $\Delta\eta_r^{gr}$). Szkice takie sporządzane były odrębnie dla poszczególnych obszarów zagęszczeń i przyjętego promienia r w oparciu o wartości redukcji $\Delta\xi_r^{gr}$ (lub $\Delta\eta_r^{gr}$) wyznaczonych na punktach astronomiczno-geodezyjnych otaczających rozważany obszar (patrz punkt 2 niniejszego opracowania).

Wartości tych redukcji dla punktów zagęszczających, wyznaczonych z materiałów grawimetrycznych, określano metodą interpolacji z tych szkiców. Przykład szkicu dla określenia wartości $\Delta\xi_r^{gr}$ i $\Delta\eta_r^{gr}$ dla jednego punktu zagęszczającego podano na rysunkach 6 i 7. Do tego samego punktu zagęszczającego odnoszą się również przykłady obliczenia wartości składowych ξ_r^{gr} i η_r^{gr} (tabl. 2 i 3) oraz przykład określenia wartości ξ i η (rys. 6 i 7). Ostatecznie wartości składowych względnego odchylenia pionu ξ i η dla punktów zagęszczających uzyskano zgodnie ze wzorem (3):

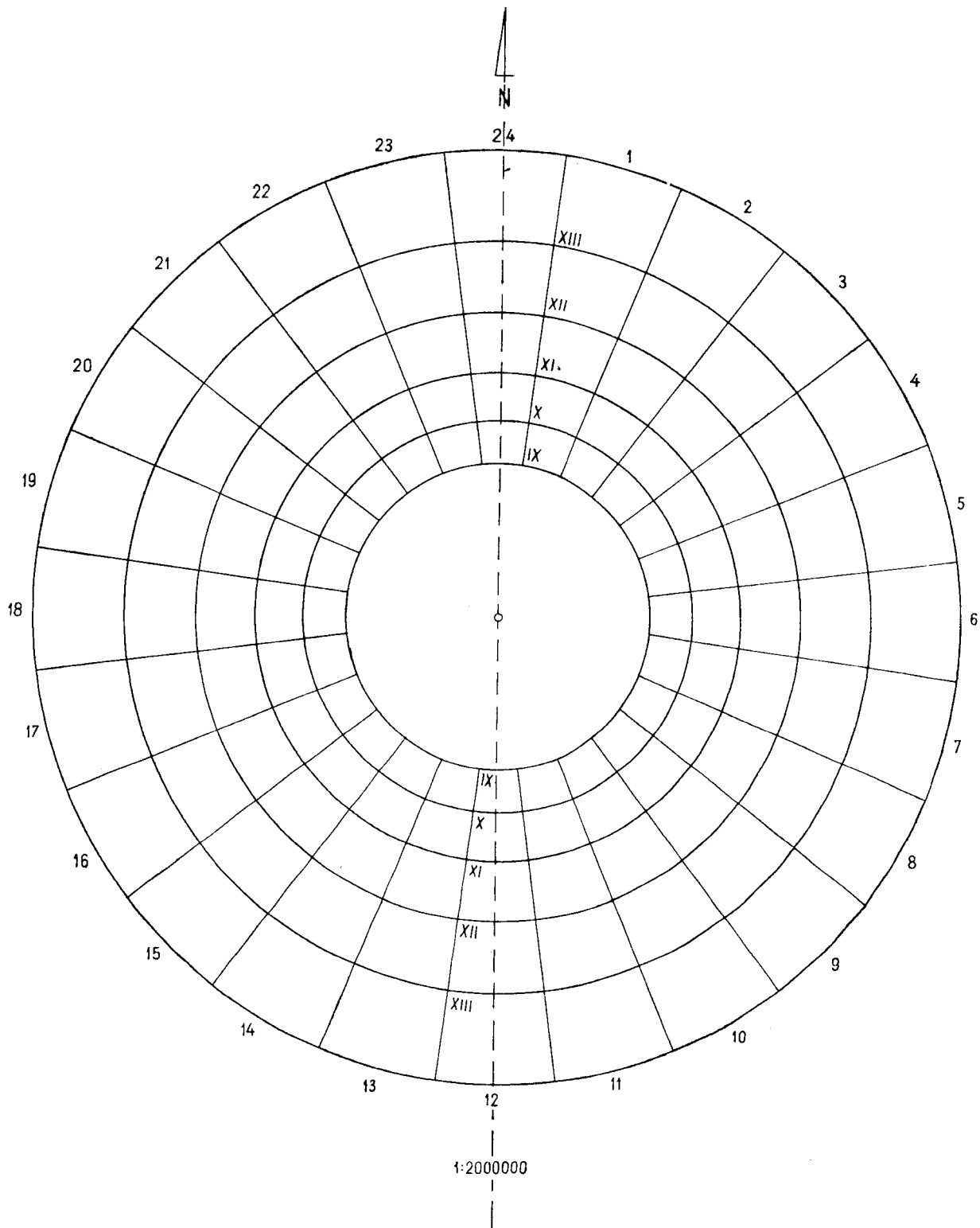
$$\xi = \xi_r^{gr} + \Delta\xi_r^{gr}; \quad \eta = \eta_r^{gr} + \Delta\eta_r^{gr}.$$

Obliczenia te zarówno dla punktów astronomiczno-geodezyjnych, jak i zagęszczających zestawiano łącznie w osobnych formularzach (tabl. 4).

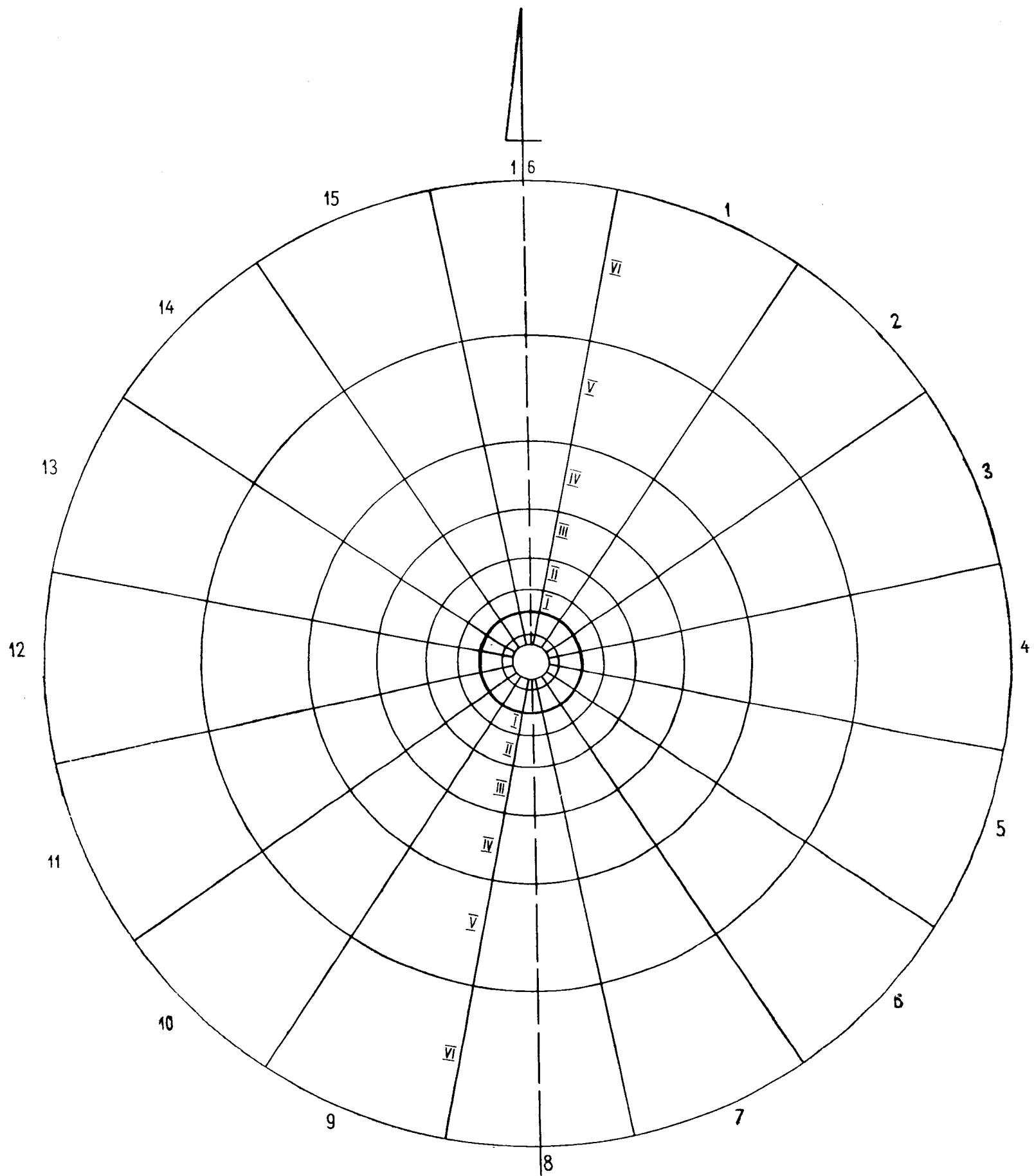


1:200 000

Rys. 2

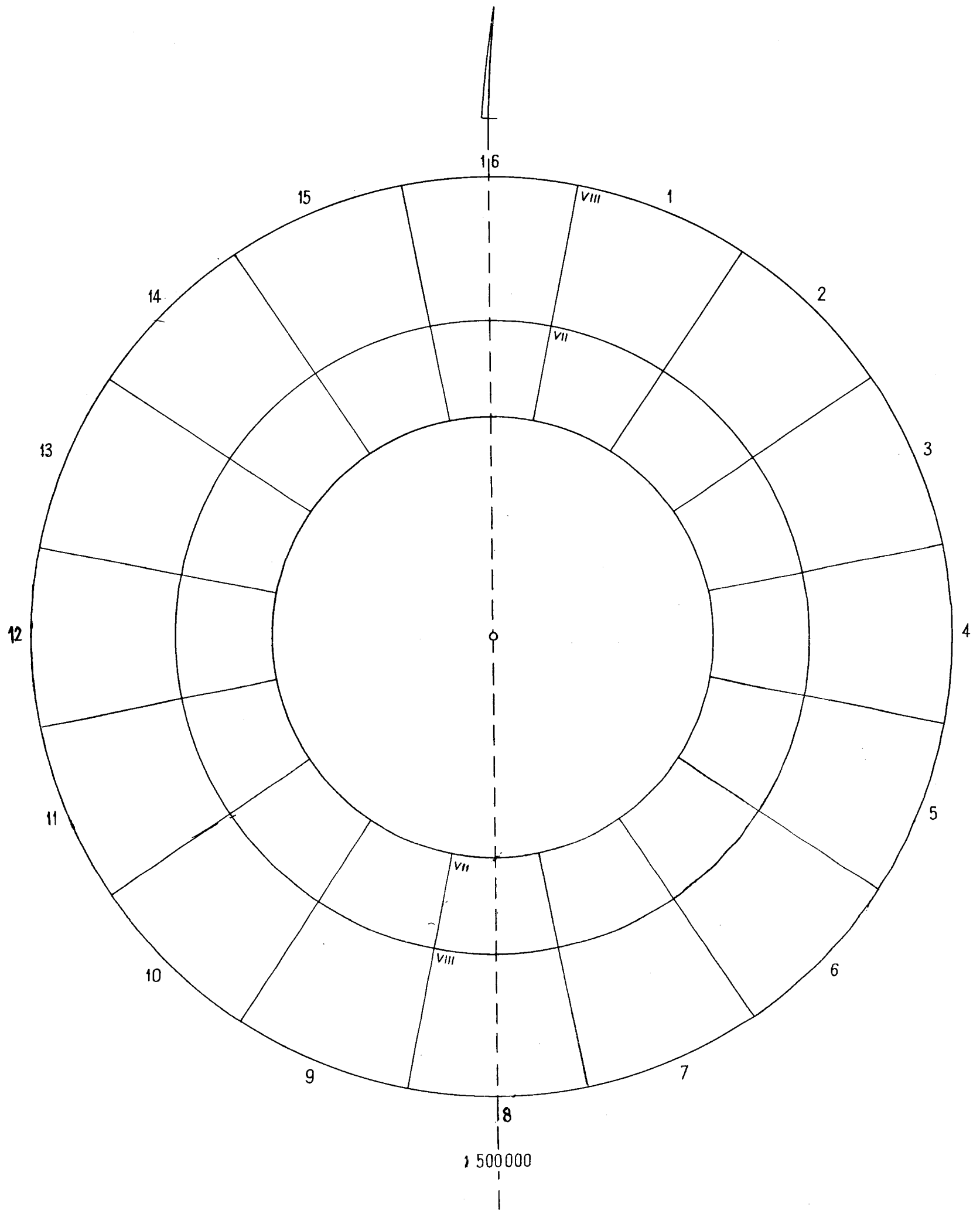


Rys. 3 (zmniejszenie dwukrotne)

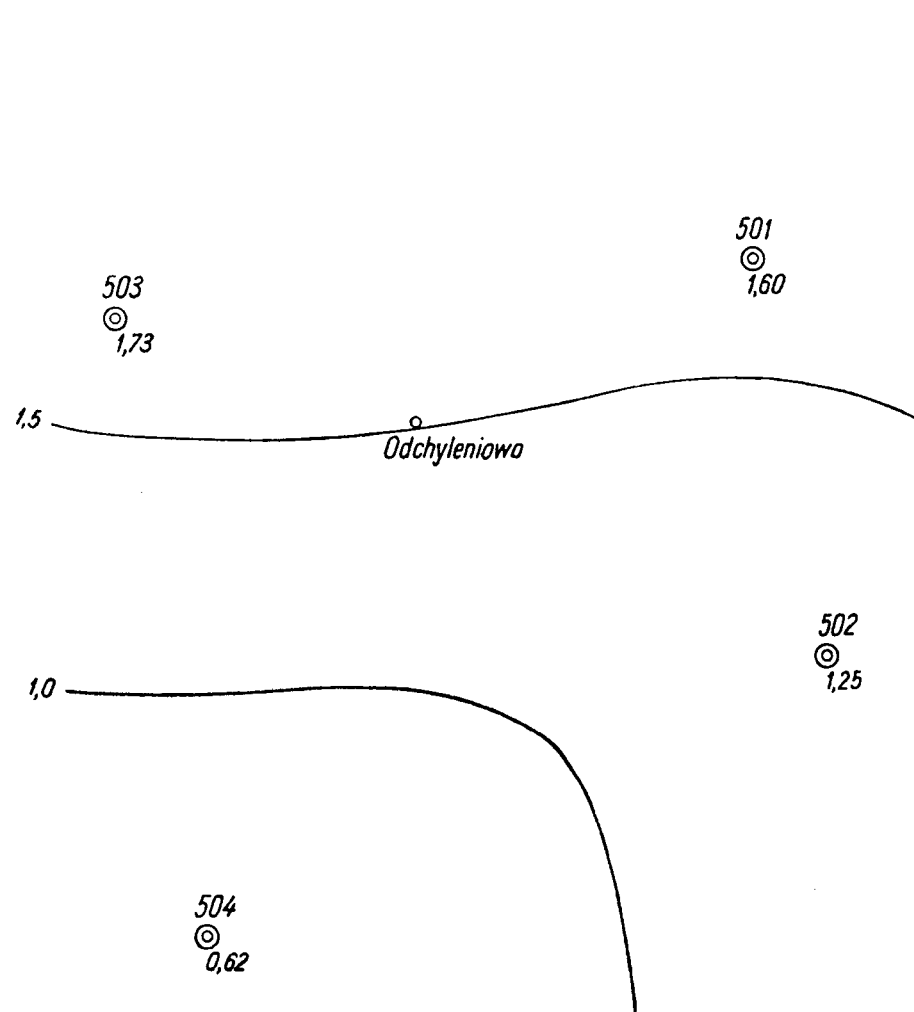


1:500 000

Rys. 4



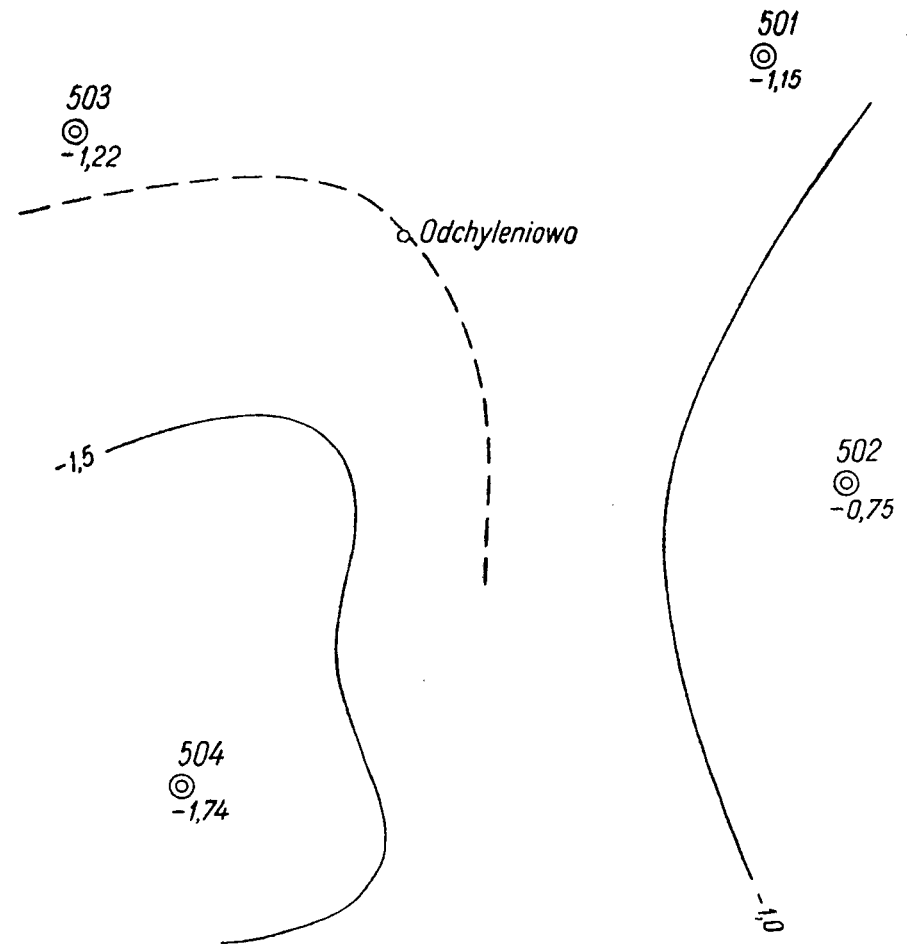
Rys. 5 (zmniejszenie dwukrotne)



MAPA REDUKCJI $\Delta \xi$ 0-300 km

⊙ punkty astronomiczno-geodezyjne
 ○ " grawimetryczne

Rys. 6



MAPA REDUKCJI $\Delta \eta$ 0-300 km.

⊙ punkty astronomiczno-geodezyjne
 ○ " grawimetryczne

Rys. 7

5. Wyznaczenie wartości względnego odchylenia pionu oraz ogólna charakterystyka materiału obliczeniowego

W rezultacie wykonanych wyznaczeń, na podstawie danych astronomiczno-geodezyjnych i przy wykorzystaniu materiałów grawimetrycznych, uzyskano wartości składowych względnego odchylenia pionu ξ i η dla 490 punktów na obszarze kraju, odniesionych do elipsoidy Krasowskiego, przy czym 33% stanowiły punkty astronomiczno-geodezyjne a 67% — punkty wyznaczone przy wykorzystaniu materiałów grawimetrycznych.

Dla wszystkich tych punktów obliczone zostały według wzorów (1) wartości względnego odchylenia pionu Θ oraz jego azymutu

$$\Theta = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\eta}{\xi}. \quad (1)$$

Wartości Θ określono — analogicznie jak i składowe ξ i η — do 0,01, a azymut β do 1'.

Składowe względnego odchylenia pionu uzyskane z danych astronomiczno-geodezyjnych charakteryzują się dokładnością, równą praktycznie dokładności określenia astronomicznego współrzędnych φ i λ , gdyż wpływ średniego błędu współrzędnych geodezyjnych, to jest m_B i m_L , można zaniedbać. Użyte były bowiem wyrównane współrzędne B i L o średnim błędzie rzędu kilkudziesięciu centymetrów, a więc $m_B = 0,02 \div 0,03$ i $m_L = 0,03 \div 0,04$.

Identyfikując wobec tego $m_\xi = m_B$ oraz $m_\eta = m_{\lambda \cos \varphi}$ otrzymuje się dla zdecydowanej większości punktów $m_\xi = m_\eta = \pm 0,10 \div 0,25$, a jedynie dla niektórych punktów $\pm 0,45$.

Dokładności wyznaczeń ξ i η dla punktów zagęszczeń przy wykorzystaniu materiałów grawimetrycznych są zależne od jakości zastosowanych materiałów źródłowych, gęstości i dokładności punktów astronomiczno-geodezyjnych użytych dla określenia redukcji $\Delta \xi_r^{gr}$ i $\Delta \eta_r^{gr}$, hipsografii oraz odległości położenia wyznaczonego punktu w stosunku do granic państwowych. Najniższe dokładności występują dla punktów w obszarze górskim, a najwyższe dla punktów usytuowanych w obszarach równinnych w centrum kraju. Należy zaznaczyć jednak, że dominująca ilość punktów o wyznaczonych ξ i η metodą astronomiczno-grawimetryczną, jest usytuowana w obszarach równinnych i pagórkowatych.

Przeciętnie średnie błędy wyznaczenia składowych względnego odchylenia pionu tą metodą charakteryzują się wartością $m_\xi = m_\eta = \pm 0,5$ z tym, że w obszarach równinnych wynoszą $\pm 0,3$, a w podgórskich $\pm 0,7$. Dla nielicznych punktów w górach ten średni błąd mógł osiągnąć nawet ± 1 .

Omawiany materiał obliczeniowy tak pod względem ilości punktów, jak też dokładności stanowił więc odpowiednią podstawę dla powierzchniowego przedstawienia względnych odchyień pionu w Polsce.

Materiał ten zapewnił również praktyczne potrzeby w zakresie danych o względnych odchyleniach pionu w związku z określeniem kątów kierunkowych na punktach triangulacyjnych metodą pośrednią.

6. Kartograficzne przedstawienie względnych odchyień pionu

Dla pełnego przedstawienia względnych odchyień pionu w sposób kartograficzny, konieczne jest oprócz mapowego opracowania wartości całkowitego względnego odchylenia pionu Θ , również odrębne opracowanie składowej południkowej ξ i składowej w pierwszym wertykale η .

Wartości Θ względnego odchylenia pionu przedstawia się w postaci wektorów (obrazujących wielkość skalarną i kierunek) na punktach, dla których te wyznaczenia były wykonane. Natomiast dla zobrazowania w sposób powierzchniowy rozważanego problemu rozkładu względnego odchylenia pionu, niezbędne jest opracowanie przebiegu składowej południkowej i składowej w pierwszym wertykale.

W tym celu przeprowadza się izolinie odpowiednich składowych na badanym obszarze.

Taka forma przedstawienia pozwala bowiem na określenie z map wartości ξ i η dla dowolnego punktu, a więc w miarę potrzeby obliczenie również wartości Θ w tym punkcie.

Oczywiście można to zrealizować z wystarczającą dokładnością przede wszystkim w obszarach nizinnych i pagórkowatych, gdyż w obszarach górskich i częściowo podgórskich zmienność względnego odchylenia pionu oraz wielkość gradientów poziomych ich składowych jest znaczna.

W związku z tym w oparciu o wyżej omówione obliczenia i odpowiednio zestawione ich wyniki, sporządzone zostały dla obszaru kraju mapy: składowej południkowej ξ , składowej w pierwszym wertykale η i całkowitego względnego odchylenia pionu Θ .

Formą przedstawienia składowych są oprócz ich wartości liczbowych na punktach, izolinie wartości składowych, to jest linie jednakowych wartości $\xi = \text{const}$ lub linie $\eta = \text{const}$.

Z uwagi na zróżnicowany charakter przebiegu tych składowych, izolinie poprowadzone są w odstępach 1".

Ze względu na charakter rzeźby terenu izolinie składowych mogły być poprowadzone dla dominującej części obszaru naszego kraju.

Na uwagę zasługuje dość skomplikowany przebieg izolinii składowych ξ i η nawet na terenach nizinnych.

W części południowej Polski daje się wyraźnie zauważyć, szczególnie w wielkościach skalarnych i kierunkach wektorów Θ , znaczny wpływ masywu Karpat na względne odchylenia pionu.

Zastosowanie praktyczne względnych odchyień pionu wystąpiło w ostatnich latach szczególnie przy opracowaniu wyznaczeń kątów kierunkowych na punktach triangulacyjnych metodą pośrednią. Metoda ta polega na pomierzeniu azymutu astronomicznego i przez uwzględnienie wpływu składowej w pierwszym wertykale względnego odchylenia pionu — obliczenie azymutu geodezyjnego określonego kierunku.

Jak wiadomo bowiem, kąt kierunkowy z punktu "1" na punkt "2" oblicza się praktycznie według wzoru:

$$K_{1,2} = A_{1,2} - \eta_1 \operatorname{tg} \varphi_1 - \gamma_1 + \delta_{1,2}; \quad (11)$$

gdzie

$K_{1,2}$ — kąt kierunkowy prostej, łączącej obraz punktu "1" (stanowisko instrumentu) z obrazem punktu "2" (celu) na płaszczyźnie w odwzorowaniu Gaussa-Krügera;

$A_{1,2}$ — azymut astronomiczny linii geodezyjnej 1—2;

φ_1 — szerokość geograficzna punktu "1";

η_1 — składowa w pierwszym wertykale względnego odchylenia pionu w punkcie "1";

γ_1 — zbieżność południków w punkcie "1" w odwzorowaniu Gaussa-Krügera;

$\delta_{1,2}$ — redukcja odwzorowawcza kierunku (1—2).

Jak wynika z wzoru (11) wartość omawianej poprawki wynosi $(-\eta \operatorname{tg} \varphi)$.

Dla celów praktycznych wskazane jest opracowanie odpowiedniej mapy tych poprawek, która powinna powierzchniowo obrazować ich przebieg na obszarze kraju.

W związku z tym w Zakładzie Geofizycznych Problemów Geodezji została opracowana mapa w postaci izolinii poprawek dla przejścia od azymutu astronomicznego do geodezyjnego. Izolinie wartości poprawek poprowadzono co 2", a w niektórych obszarach co 1".

Analogicznie jak przy mapach składowych ξ i η przeprowadzenie rozważanych izolinii poprawek w rejonach górskich okazało się ze względów dokładnościowych nie wskazane.

7. Uwagi końcowe

Wyniki omówionych badań i wykonane opracowania mogą być zastosowane do tych zagadnień, przy których niezbędne jest uwzględnienie

wpływu względnego odchylenia pionu. Przede wszystkim dotyczy to następujących zagadnień:

1. Obliczenia azymutów geodezyjnych na podstawie określonych azymutów astronomicznych. Zastosowanie dotyczy kątów kierunkowych w triangulacji wyznaczanych metodą pośrednią, azymutów określonych na punktach ciągów poligonizacji, orientacji geodezyjnej sieci miejskich i lokalnych, orientacji geodezyjnej na dowolnym punkcie itp.

Zastosowanie omówionego opracowania pozwoliło wyeliminować konieczność budowy kosztownych wież na punktach triangulacyjnych dla wyznaczenia kątów kierunkowych, co przyniosło duże efekty ekonomiczne.

2. Redukcje kątów poziomych ze względu na wpływ względnego odchylenia pionu. Znajduje zastosowanie w triangulacji podstawowej, geodezyjnych sieciach lokalnych w terenach górskich, bazach triangulacji kosmicznej w tych terenach, tyczeniu tuneli itp.

3. Redukcje kątów pionowych. Zastosowanie w niwelacji trygonometrycznej, sieciach geodezji satelitarnej itp.

4. Redukcje w pomiarach żyroteodolitowych. Wykorzystanie względnych odchylen pionu znajduje zastosowanie przy wprowadzaniu redukcji do obliczeń pomiarów metodą żyroteodolitów, szczególnie w szybach i chodnikach kopalnianych.

5. Opracowanie przebiegu geoidy. Znajomość powierzchniowego rozkładu względnych odchylen pionu umożliwia przeprowadzenie badań nad odstępami geoidy od elipsoidy odniesienia. Odstępy geoidy mają natomiast praktyczne zastosowanie do redukcji wszystkich pomiarów długości na przyjętą powierzchnię odniesienia. Wyniki opracowań w zakresie geoidy i względnych odchylen pionu umożliwiają przeprowadzenie szczegółowych badań dotyczących figury Ziemi na rozpatrywanym obszarze.

L I T E R A T U R A

- [1] Bokun J.: Przygotowanie i opracowanie materiałów grawimetrycznych dla potrzeb polskiej sieci astronomiczno-geodezyjnej i sieci niwelacji precyzyjnej I klasy. Prace IGiK Nr 1/13/1958.
- [2] Bokun J.: Analiza i wnioski wynikające z wykorzystania materiałów grawimetrycznych przy opracowaniu geodezyjnych pomiarów podstawowych w Polsce. Prace IGiK Nr 1/17/1961.
- [3] Bokun J.: Wpływ względnego odchylenia pionu na wyznaczenie kąta kierunkowego w punkcie triangulacyjnym metodą pomiaru azymutu astronomicznego. Prace IGiK Nr 2/22/1963.
- [4] Bomford G.: Raport of study group 5.10 for 1963—66. Determination of the geoid by astro-geodetic deflections, Lucerna 1967.
- [5] Dulian B.: Mesures astronomiques sur les points de Laplace et de nivellement astronomo-gravimetricquen Pologne. Communication presentee a la XII^{me} Assemblée Generale de l'Association de Geodesie de IUCCI a Helsinki 1960.

- [6] Grawimetria geodezyjna.. Podstawowe nazwy, określenia i wzory. Norma branżowa BN-66 87702.
- [7] *Heitz S.*: Ein Vorschlag zur Interpolation von astronomisch-geodätisch bestimmten Lotabweichungen. Monachium 1967.
- [8] *Kamela Cz.*: Geodezja dynamiczna t. 1 i t. 2. Warszawa 1953 i 1955.
- [9] *Michajłow A. A.*: Kurs grawimetrii i teorii figury Ziemi. Moskwa 1939.
- [10] *Mołodenski M. S.*: Osnownyje woprosy geodeziczskoj grawimetrii. Trudy CNIIGAiK Wyp. 42 Moskwa 1945.
- [11] *Pola I., Pick M.*: The figure of the Earth in the West Alps. Lucerna 1967.
- [12] Raport sur le travaux géodésiques exécutés en Pologne de 1945 à 1957 présente a XI Assemblée Générale de VGGI. Toronto 1957.
- [13] Rapport sur les travaux géodésiques exécutés en Pologne de 1957 à 1960. Présenté à XII Assemblée Générale UGGI, Helsinki 1960.

Recenzował: doc. Stanisław Dmochowski

Rękopis złożono w Redakcji w lutym 1968 r.

SPROSTOWANIE

Do zeszytu nr 2/35 na stronę 15 wkraść się błąd. Pracę J. Bokuna, D. Chowańskiej-Otyś, M. Jędrzejewskiej i M. Majewskiej pt. „Zagadnienie rozkładu względnych odchyłeń pionu w Polsce” recenzował doc. Błażej Dulian, a nie, jak zostało omyłkowo wydrukowane doc. Stanisław Dmochowski.

Za błąd ten obu Panów Recenzentów oraz Czytelników przepraszamy.

Tablica 1

Tablica wartości kątów i promieni do wykreślenia paetek

Nr strefy	Promienie w km		Strefa	Uwagi
	r_p	r_k		
0	0	1,5	0 ÷ 1,5	bez podziału na sektory współczynnik = 0,02628
a b	1,5 2,7	2,7 5,0	1,5 ÷ 5,0	podział na 16 sekt. ∠ 22°5 współczynnik = 0,008
I II III IV	5,0 7,3 10,7 15,7	7,3 10,7 15,7 22,9	5,0 ÷ 22,9	podział na 16 sekt. ∠ 22°5 współczynnik = 0,005
V VI	22,9 33,5	33,5 49,5	22,9 ÷ 49,5	podział na 16 sekt. ∠ 22°5 współczynnik = 0,005
VII VIII	49,5 71,3	71,3 103,6	49,5 ÷ 103,6	podział na 16 sekt. ∠ 22°5 współczynnik = 0,005
IX X XI XII XIII	103,6 129,3 161,2 200,6 249,1	129,3 161,2 200,6 249,1 308,5	103,6 ÷ 308,5	podział na 24 sekt. ∠ 15° współczynnik = 0,002

Tablica 2

$i \backslash k$	1	7	9	15		2	6	10	14		3	5	11	13		16	4	8	12	
ξ	-	+	+	-	92388	-	+	+	-	70711	-	+	+	-	38268	-	0	+	0	1,0
η	-	-	+	+	38268	-	-	+	+	70711	-	-	+	+	92388	0	-	0	+	1,0
0	12	12	11	12	(-1) (-1)	Odchyleniowo				12	12	11	11	(0) (-2)						
$0 \div 1,5 \text{ km} \begin{cases} \xi = -0,924 \times 0,02628 = -0,024 \\ \eta = -2,230 \times 0,02628 = -0,059 \end{cases}$																				
a	12	12	11	12		12	12	11	11		12	12	11	11		12	12	11	11	
b	12	11	11	11	(-2)	12	12	11	11	(0)	12	12	11	11	(0)	11	12	11	11	(-1)
	24	23	22	23	(-2)	24	24	22	22	(-4)	24	24	22	22	(-4)	23	24	22	22	(-2)
$1,5 \div 5,0 \text{ km} \begin{cases} \xi = -2,848 \times 0,008 = -0,023 \\ \eta = -9,289 \times 0,008 = -0,074 \end{cases}$																				
I	12	11	11	11		12	12	11	11		12	12	10	10		11	-12	11	10	
II	11	11	11	10		12	12	11	10		13	12	10	10		10	13	11	10	
III	10	11	12	9		12	12	11	9		13	13	11	9		9	13	12	10	
IV	7	12	14	4		10	12	14	8		12	13	12	10		3	13	13	11	
V	3	16	20	-2		7	13	19	4		9	14	15	9		-1	13	19	12	
VI	-2	24	32	-9	(+121)	0	18	29	-2	(-81)	4	16	20	5	(+42)	-4	15	31	9	(+69)
	41	85	100	23	(-3)	53	79	95	40	(+3)	63	80	78	53	(-12)	28	79	97	62	(17)
$5,0 \div 49,5 \text{ km} \begin{cases} \xi = +254,138 \times 0,005 = +1,271 \\ \eta = -27,113 \times 0,005 = -0,136 \end{cases}$																				
VII	0	31	44	-13		-3	24	40	-8		0	16	34	7		-5	11	41	17	
VIII	13	38	40	-7	(+160)	1	30	41	-12	(+157)	-11	16	36	6	(-103)	11	-3	38	26	(73)
	13	69	84	-20	(-18)	-2	54	81	-20	(+9)	-11	35	70	13	(-59)	6	8	79	43	(-35)
$49,5 \div 100 \text{ km} \begin{cases} \xi = 371,253 \times 0,005 = 1,856 \\ \eta = +88,985 \times 0,005 = +0,445 \end{cases}$																				
$\begin{cases} \xi_{0 \div 100} = +3,080 \\ \eta_{0 \div 100} = +0,176 \end{cases}$																				

Tablica 3

i	k																													
	1	11	13	23		2	10	14	22		3	9	15	21		4	8	16	20		5	7	17	19		24	12	6	18	
ξ	-	+	+	-	0,0019	-	+	+	-	0,0017	-	+	+	-	0,0014	-	+	+	-	0,0010	-	+	+	-	0,0005	-	+	0	0	0,0020
η	-	-	+	+	0,0005	-	-	+	+	0,0010	-	-	+	+	0,0014	-	-	+	+	0,0017	-	-	+	+	0,0019	0	0	-	+	0,0020
Odchyleniowo																														
IX	17	40	43	15		11	40	45	-5		-2	37	42	-7		-10	17	30	2		-22	-2	26	11		26	-19	38	24	
X	4	34	35	29		-10	39	27	3		-26	39	19	-2		-22	14	23	2		-12	-8	25	5		21	-13	41	17	
XI	0	32	63	25		-15	28	15	14		-32	38	39	8		-30	14	33	7		-10	-7	33	9		9	-10	60	11	
					(+157)					(-196)					(+275)					(-182)					(-86)				(+83)	
	21	106	141	69	(+83)	-14	107	87	12	(-6)	-60	114	100	-1	(-45)	-62	45	86	11	(-114)	-44	-17	84	25	(-170)	56	-42	139	52	(-94)
$\xi_{100 \div 200} = +1,408$														$\xi_{0 \div 200} = +4,488$																
$\eta_{100 \div 200} = +0,815$														$\eta_{0 \div 200} = +0,991$																
XII	7	35	42	20		10	35	36	18		-6	40	42	7		-5	10	29	17		8	4	41	16		18	2	54	16	
XIII	15	64	38	30		5	47	32	8		18	48	32	13		27	29	34	26		28	17	24	34		32	16	51	15	
					(+107)					(-109)					(-130)					(+37)					(-0)				(-55)	
	22	99	80	50	(-9)	15	82	68	20	(-3)	12	88	74	20	(-6)	22	39	63	43	(-45)	36	21	65	50	(-58)	50	18	105	31	(+13)
$\xi_{200 \div 300} = +0,718$														$\xi_{0 \div 300} = +5,206$																
$\eta_{200 \div 300} = -0,015$														$\eta_{0 \div 300} = +0,976$																

Zestawienie wartości astronomiczno-geodezyjnych i grawimetrycznych odchyłań pionu

Lp.	Nr i nazwa punktu	0÷100 km						0÷200 km						0÷300 km						0 : 100 km		0÷200 km		0÷300 km		ξ astr. -geod.	η astr. -geod.	Uwagi
		ξ gr			η gr			ξ gr			η gr			ξ gr			η gr			Δξ	Δη	Δξ	Δη	Δξ	Δη			
		I	II	śred- nia	I	II	śred- nia	I	II	śred- nia	I	II	śred- nia	I	II	śred- nia	I	II	śred- nia									
1	a-g nr 501	3,27	3,24	3,26	1,39	1,35	1,37	4,70	4,67	4,68	2,33	2,33	2,33	5,38	5,37	5,38	2,45	2,45	2,45	3,72	-0,07	2,30	-1,03	1,60	-1,15	6,98	1,30	a-g — punkt astro- nomiczno-geode- zyjny gr — punkt grawi- metryczny
2	a-g nr 502	3,05	3,09	3,07	0,58	0,65	0,62	4,60	4,66	4,63	1,41	1,52	1,46	5,47	5,47	5,47	1,49	1,49	1,49	3,65	-0,45	2,09	-1,29	1,25	0,75	6,72	0,74	
3	a-g nr 503	3,73	3,82	3,78	0,68	0,66	0,67	5,04	5,05	5,04	1,40	1,39	1,40	5,67	5,67	5,67	1,74	1,75	1,74	3,62	-0,15	2,36	-0,88	1,73	-1,22	7,40	0,52	
4	a-g nr 504	4,85	4,86	4,86	1,72	1,66	1,69	6,38	6,45	6,42	2,41	2,40	2,40	7,37	7,22	7,30	2,72	2,71	2,72	3,10	0,10	1,54	-1,43	0,62	-1,74	7,92	0,98	
5	gr Odchyleniowo	3,08	3,11	3,10	0,18	0,17	0,18	4,49	4,49	4,49	0,99	0,99	0,99	5,21	5,21	5,21	0,98	0,99	0,98	3,54	-0,55	2,15	-1,36	1,54	-1,25	6,72	-0,27	

ЕЖИ БОКУН, ДАНУТА ХОВАНЬСКА-ОТЫСЬ,
МАРИЯ ЕНДЖЕЕВСКА, МАРИЯ МАЕВСКА

ПРОБЛЕМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ УКЛОНЕНИЙ ОТВЕСА НА ТЕРРИТОРИИ ПОЛЬШИ

Резюме

Как теоретические так и практические исследования из области уклонения отвеса являются с нескольких лет одной из основных тем Отдела геофизических проблем геодезии Института геодезии и картографии.

Знакомство распределения относительных уклонений отвеса является необходимо как для научных исследований, касающихся определения фигуры Земли, так и в новейших геодезических работах высокой точности. Ибо учет величины уклонений отвеса дает возможность связать непосредственно данные относящиеся к эквипотенциальным поверхностям силы тяжести с системой геодезических данных на эллипсоиде относимости. Это касается прежде всего определения положения (координат) точки и ориентации направления, а также редукции геодезических величин на принятую поверхность относимости.

Относительные уклонения отвеса в данной точке, представляется, как правило, в виде двух слагаемых: слагаемой по меридиану ξ и слагаемой по первому вертикалу η . Можно также дополнительно — что оказывается особо подходящее для некоторых целей — представить относительное уклонение отвеса в виде вектора определяющегося скалярной величиной Θ и азимутом β (см. формула 1).

Определение относительного уклонения отвеса в данной точке, которое сводится к определению его слагаемых, реализуется либо на основании астрономических данных по формуле (2) — необходимо при этом произвести измерения астрономических координат в этой точке (φ и λ), что соответствует закладке астрономо-геодезического пункта — либо астрономо-гравиметрическим методом. В последнем методе применяемым нами при определении распределения уклонений отвеса на территории Польши, благодаря использованию гравиметрических данных (аномалия Фая) можно было — опираясь только на редкую сеть астрономо-геодезических пунктов — получить значения слагаемых ξ и η для каждой точки в пределах этой сети.

Определение слагаемых ξ и η выполняется этим методом на основании зависимостей, выраженных формулами (3):

$$\begin{aligned}\hat{\xi} &= \hat{\xi}_r^{gr} + \Delta\hat{\xi}_r^{gr}; \\ \eta &= \eta_r^{gr} + \Delta\eta_r^{gr}\end{aligned}$$

Слагаемые частичного гравиметрического уклонения отвеса ξ_r^{gr} и η_r^{gr} можно в свою очередь определить по формуле (4). На основании формулы (4), используя гравиметрические материалы, можно также определить искомые значения этих слагаемых. Но значения редукции $\Delta\xi_r^{gr}$ и $\Delta\eta_r^{gr}$, которые имеют характер поправок небольшой изменчивости, получается с достаточной точностью из интерполяции между значениями этих редукции, полученными на астрономо-геодезических пунктах окаймляющих определяемые точки.

Анализ распределения существующих астрономо-геодезических пунктов в Польше подтвердил возможность и экономические выгоды применения астрономо-гравиметрического метода определения поверхностного распределения значений ξ и η путем возможно равномерного покрытия территории страны пунктами с известными значениями ξ и η .

При этих определениях принимается одновременно во внимание необходимость определения в ряде пунктов триангуляции, в установленных районах страны, относительных уклонений отвеса, необходимых для определения на основании астрономических азимутов (см. формула 11) дирекционных углов так называемым посредственным методом. На всех пунктах, на которых относительные уклонения отвеса установлены на основании данных гравиметрических, а также на соседних наружных астрономо-геодезических пунктах (на этих последних для получения редукции $\Delta\xi_r^{gr}$ и $\Delta\eta_r^{gr}$) следовало определить значения частичных гравиметрических уклонений отвеса ξ_r^{gr} и η_r^{gr} . На практике, эти определения выполнялись для каждого пункта методом складывания (согласно формулам 5—10) влияния аномалии Фая на слагаемые ξ_r^{gr} и η_r^{gr} в определенных полях секторов и концентрических зон, на какие разделяется установленный район вокруг определенной точки. Применяемые схемы подразделения на зоны и секторы представляет приложение 1. Соответствующие им круговые диаграммы в разных масштабах (см. приложения 4—7) применялись для определения на основании данных гравиметрических влияния аномалии Фая.

Диапазон учета влияния аномалии обуславливался в каждом конкретном случае изменчивостью уклонений отвеса и расстояниями между астрономо-геодезическими пунктами на рассматриваемой территории. Те же факторы обуславливали количество и распределение пунктов сгущения, на которых следовало получить значения относительных уклонений отвеса. Общее количество определений относительных уклонений отвеса на территории стран составляет 490, в чем 67% составляют определения произведенные с учетом данных гравиметрических, и 33% — с учетом данных астрономо-геодезических.

Точность определения слагаемых ξ и η , полученных из астрономо-геодезических данных является практически равной точности астрономических определений координат φ и λ . Для большинства пунктов эта точность находится в пределе $\pm 0,10'' \div \pm 0,25''$ и лишь на некоторых пунктах имеет значение порядка $\pm 0,45''$. Но точность пунктов сгущения, определяемых на основании данных гравиметрических, является более дифференцированной в разных районах страны ($\pm 0,3''$ на равнинах, $\pm 0,7''$ в предгорном районе и $\pm 1''$ некоторые пункты в горах); в качестве средней величины можно принять значение равное $\pm 0,5''$.

Надо сказать, что, принимая во внимание все актуальные потребности, каким должен соответствовать обработанный материал определений относительных уклонений отвеса, наиболее удачной формой представления результатов измерений является картографическое представление величины Θ (в виде векторов образующих скалярную величину и направление), а также значений слагаемых

ξ и η (в виде изолиний) совместно с соответствующими им составом численных значений. Такая форма обработки применяемая нами, показала практически очень пригодной. Сверх того, в связи с частными нуждами в области использования значений относительных уклонов отвеса к определению дирекционных углов посредственным методом, признано целесообразным отдельное составление карты изолиний поправок ($-\eta \operatorname{tg} \varphi$), которые вводятся в упомянутом методе с целью учета их влияния. Практическое использование этого составления дало уже значительные экономические эффекты в виде устранения необходимости строительства вышек на пунктах триангуляции для определения дирекционных направлений.

Дальнейшее применение материалов обработки относительных уклонов отвеса на территории Польши уже реализованное или имеющее широкие перспективы реализации касается вопросов:

— редукции горизонтальных углов за счет относительного уклонения отвеса — при измерении в основной триангуляции, при измерениях местных геодезических сетей в горных районах и при провешке туннелей итп.;

— редукции вертикальных углов — в тригонометрической нивелировке и в сателитарной геодезии;

— редукции измерений выполненных с помощью гиротеодолита, главным образом в шахтах,

— определение положения геоида относительно эллипсоида относимости в практических работах (редукции длин измеренных на поверхности относимости) и в научных исследованиях связанных с определением фигуры Земли.

JERZY BOKUN, DANUTA CHOWAŃSKA-OTYS,
MARIA JĘDRZEJEWSKA, MARIA MAJEWSKA

THE PROBLEM OF THE DISTRIBUTION OF RELATIVE DEFLECTIONS OF THE PLUMB LINE IN POLAND

Summary

For a number of years investigations of deflections of the plumb line theoretical as well as practical, constitute some of the basic topics dealt with by the Laboratory of Geophysical Problems of Geodesy of the Institute of Geodesy and Cartography.

The knowledge of the distribution of relative deflections of the plumb line is indispensable both for scientific research in the determination of the shape of the Earth and for modern high-precision geodetic work, — because the due consideration of the deflections of the plumb line links directly all data referring to equipotential surfaces of the field of gravity with the system of geodetic data on the reference ellipsoid. This involves in the first place the determination of the coordinates of a point, the orientation of this point, and the reduction of geodetic values to the assumed reference surface.

At any given point the relative deflection of a point is usually indicated by two components: the meridional component ξ and the component η situated in the first vertical. But additionally one can also — a matter particularly useful for a number of purposes — present this deflection in the form of the vector of scalar length Θ and the azimuth β (see Equation /1/).

The definition of the relative deflection of the plumb line at a given point requiring the determination of its components is accomplished on the basis of astronomic-geodetic data derived from Equation (2) (indispensable in this case are measurements of the astronomic latitude φ and length λ made at this point — equivalent to establishing an astronomic-geodetic point), or by the astronomic-gravimetric method. In the latter method which we have adopted for determining the distribution of relative deflections of the plumb line in Poland, we managed — by taking advantage of gravimetric material (the Faye's anomalies) — to obtain, based on the scanty network of astronomic-geodetic points, values of the components ξ and η for each point located within this network.

The determination of components ξ and η is obtained by this method on the basis of the interrelations (3):

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_r^{gr} + \Delta \xi_r^{gr}, \\ \eta &= \eta_r^{gr} + \Delta \eta_r^{gr};\end{aligned}$$

The components of the partial gravimetric deflections of the plumb line ξ_r^{gr} and η_r^{gr} can in turn be determined from Equation (4), and this makes it possible to denote values for these components from the gravimetric material. On the other hand, the value of reductions $\Delta\xi_r^{gr}$ and $\Delta\eta_r^{gr}$, bearing the character of corrections of slight variableness, can be obtained with a satisfactory accuracy by interpolations between the values of these reductions at astronomic-geodetic points surrounding the points to be determined.

Our analysis of the astronomic-geodetic points in Poland's territory disclosed the feasibility and the economic advantages of applying the astronomic-geodetic method for determining the spacial distribution of values ξ and η by concentrating as uniformly as possible all over Poland a network of points of known values ξ and η .

In these determinations we also kept in mind the necessity of establishing at a number of triangulation points situated in definite regions of Poland, the values of their relative deflections of the plumb line in order to determine, with their astronomic azimuths as basis (cf Equation 11), their directional angles by what is called the indirect method. For all points at which the relative deflection of the plumb line has been established on the basis of gravimetric material, as well as for all surrounding astronomic-geodetic points (for the latter this was necessary in order to obtain the values of reductions $\Delta\xi_r^{gr}$ and $\Delta\eta_r^{gr}$), the values of the partial gravimetric deflection of the plumb line ξ_r^{gr} and η_r^{gr} had to be determined. In practice this determination for each point was done by the method of summation, after Equations (5) to (10), of the effect of Faye's anomalies on the components ξ_r^{gr} and η_r^{gr} within the definite fields of sectors and concentric zones into which the area surrounding the given point has been divided. The systems of division into zones and sectors are illustrated in Appendix 1. The corresponding circular diagrams drawn at different scales (of Appendices 4-7) were used for defining the effect of Faye's anomalies with gravimetric material used as basis.

The range how far the effect of the anomalies had to be taken into account depended each time on the variableness deflections of the plumb line and the distances of the astronomic-geodetic points in the area under investigation. And these same agencies affected the number and the distribution of the points of the concentrated network for which the values of their relative deflections of the plumb line had to be determined. In all Poland the number of determinations of relative deflections of the plumb line was 490; 67% of them were obtained by the use of gravimetric material, 33% from astronomic-geodetic data.

On the whole the accuracy of components ξ and η obtained from astronomic-geodetic data equals that of the determination of the astronomic coordinates φ and λ : for the majority of points this accuracy lies within the limits $\pm 0''{,}10 \div 0''{,}25$, and only for a few it is of the order of $\pm 0''{,}45$. On the other hand, for concentration points defined by the use of gravimetric material the accuracy varies for different regions of Poland ($\pm 0''{,}3$ for flat-country areas, $\pm 0''{,}7$ for hilly terrain and $\pm 1''$ for some points in the mountains); the mean accuracy may be taken as being $\pm 0''{,}5$.

Taking into account all the requirements involved in the quality of the material for determining relative deflections of the plumb line it appears that the most suitable method is a cartographical presentation of values Θ (in the form of vectors picturing both scalar length and direction) and the values of components ξ and η (in the form of isolines), together with the relevant list of numerical values. This procedure, as we applied it, proved very effective in practice. Further, in view of

particular requirements in the way how to utilize the values of relative deflections of the plumb line for determining directional angles by the indirect method, it was decided to prepare separate maps of correction isolines ($-\eta \operatorname{tg} \varphi$), which in the above method are necessary for considering the influence of these corrections. The practical application of our elaboration has already yielded remarkable economic advantages by eliminating the need of putting up towers at triangulation points for obtaining directional angles.

The further application of the sum total of the results obtained in the matter of relative deflections of the plumb line in Poland, already in use or probable to be made use of in the future, is expected to bring:

- a reduction in horizontal angles due to the effect of relative deflection of the plumb line effected in basic triangulation, in bases of cosmic triangulation, in local geodetic networks in mountainous regions, in tunnel surveying, etc.
- a reduction in vertical angles, in trigonometric levelling and satellite geodesy,
- a reduction of surveying by means of gyrotheodolites, especially in mine surveying,
- new ways of calculating the course of the geoid with regard to the reference ellipsoid, both for practical purposes (a reduction in measurements of lengths on the reference surface) and for scientific research dealing with the shape of the Earth.