

WOJCIECH JANUSZ

528.489.088.3 : 624.043

Określenie podstawowych zależności między tolerancjami w budownictwie a dokładnościami prac geodezyjnych

I. Wiadomości podstawowe

Mianem „tolerancje” objęta jest cała grupa definicji i określeń, dotyczących wymagań dokładności wykonania i montażu budowli, konstrukcji, maszyn i mechanizmów. Niezależnie od takiego użycia słowa „tolerancje”, przypisujemy mu również ściśle zdefiniowane znaczenie, charakteryzujące szerokość przedziału błędów granicznych.

Jedną z przesłanek do stwierdzenia, że przedmiot projektu technicznego został wykonany zgodnie z wymaganiami tego projektu, jest spełnienie tolerancji. Podstawowym warunkiem spełnienia tolerancji jest odpowiednio dokładne trasowanie, to jest odkładanie i oznaczanie wymiarów podanych w projekcie, podczas wykonywania i montowania elementów konstrukcyjnych. Oczywiście na ostateczną dokładność realizacji obiektu mają wpływ nie tylko dokładności trasowania ale również dokładności wykonania i montażu związane z użytymi do tych celów środkami technicznymi.

Postęp techniczny w zakresie metod i technologii budowy i montażu powoduje zwiększenie wymagań co do dokładności wykonania elementów konstrukcyjnych i ich montażu. Pociąga to za sobą konieczność znacznego zwiększenia udziału metod i przyrządów geodezyjnych w pracach związanych z trasowaniem i kontrolą montażu różnych budowli i urządzeń technicznych.

Prace geodezyjne, związane z dążeniem do zabezpieczenia wymaganych dokładności wykonania i montażu elementów konstrukcyjnych oraz całych obiektów inżynierskich obejmują wiele czynności, które można pogrupować w następujący sposób:

1) geodezyjna kontrola wymiarów i kształtu elementów i zespołów konstrukcyjnych,

2) zlokalizowanie i oznaczenie w terenie głównych osi obiektu,

3) wytyczenie sieci montażowej obiektu,

4) wytyczenie pozycji elementów konstrukcyjnych,

5) geodezyjna kontrola prawidłowości montażu obiektu.

We wszystkich tych pracach geodeta napotyka na problem określenia niezbędnych dokładności wykonywania pomiarów i wytyczeń. Dokładności te winny być skoordynowane z wymaganymi dokładnościami realizacji obiektu i jego elementów konstrukcyjnych, wyrażonymi za pomocą wielkości tolerancji i odchyłek granicznych. W niniejszej pracy przeprowadzimy analizę zależności między wielkościami tolerancji a dokładnościami wytyczeń i pomiarów kontrolnych. Analiza ta ma na celu ustalenie zasad doboru dokładności prac geodezyjnych w zależności od wielkości tolerancji. W zasadzie będziemy traktowali wielkości tolerancji jako nadrzędne, decydujące o dokładności pomiarów, ponieważ wynikają one z analizy wielu przesłanek natury technicznej. Podkreślić jednak należy, że możliwości osiągnięcia wymaganych dokładności pomiarów stanowią jedną z przesłanek dla określenia wielkości tolerancji. W związku z tym, przy okazji niniejszej analizy wynikną uwagi dotyczące sposobu uwzględniania tej przesłanki przy ustalaniu wielkości tolerancji.

Omówienie zależności między wielkościami tolerancji a dokładnościami pomiarów wymaga uprzedniego podania podstawowych informacji o sposobach wymiarowania i tolerowania wymiarów w projektach oraz przyczynach i zasadach określania wielkości tolerancji. Na wstępie podamy definicje i określenia z tego zakresu:

1. Wymiar nominalny N' jest to wymiar określonego fragmentu przedmiotu, którego wartość jest podana w projekcie w formie liczbowej.

2. Wymiar tolerowany $N' \begin{smallmatrix} +g \\ -d \end{smallmatrix}$ jest to wymiar nominalny z podanymi granicznymi odchyłkami o różnych wielkościach: g — górną i d — dolną. Powyższy sposób tolerowania wymiaru zwany jest niesymetrycznym.

3. Tolerancja T wyraża się wzorem

$$T = g - d. \quad (1)$$

4. Wymiar nominalny osiowy N (zwany też symetrycznym), jest to najbardziej pożądana wartość wymiaru, jednakowo różniąca się co do bezwzględnej wartości od określonych w projekcie wymiarów granicznych: $N' + d$ — minimalnego i $N' + g$ — maksymalnego. Wartość wymiaru nominalnego osiowego wyraża się wzorem

$$N = N' + \frac{d + g}{2}. \quad (2)$$

5. Wymiar tolerowany osiowo (symetrycznie) $N \pm \frac{T}{2}$ lub $N \pm dR_G$ jest to wymiar nominalny osiowy z podanymi odchyłkami granicznymi o jednakowych wartościach i różnych znakach. Tolerowanie wymiaru nominalnego w formie $N' + \frac{g}{2}$ i tolerowanie wymiaru nominalnego osiowego w formie $N \pm dR_G$ prowadzi do jednakowego określenia wymiarów granicznych. Wynika stąd, że tolerancję można wyrazić również wzorem:

$$T = dR_G - (-dR_G) = 2 \cdot dR_G. \quad (3)$$

Jeśli w projekcie podany jest wymiar swobodny (to jest pozbawiony odchyłek granicznych), należy przyjmować, że jest to wymiar nominalny osiowy N .

6. Wymiar rzeczywisty R jest to istniejąca, niemożliwa do określenia wartość wymiaru przedmiotu.

7. Różnica $dR = R - N$ jest to istniejąca, niemożliwa do określenia wartość rzeczywista odchyłki wymiaru.

8. Warunek spełnienia tolerancji, to jest wymagań dokładnościowych ujętych w projekcie za pomocą podania wymiaru tolerowanego, wyraża się nierównościami:

$$N' + d \leq R \leq N' + g, \quad (4)$$

$$N - dR_G \leq R \leq N + dR_G, \quad (5)$$

$$-dR_G \leq dR \leq +dR_G. \quad (6)$$

Tolerancje w budownictwie można podzielić na grupy według przedmiotu określonych przez nie wymagań dokładnościowych. Odróżniamy następujące grupy tolerancji:

a) Tolerancje lokalizacji T_P , które określają wymaganą dokładność usytuowania osi głównych obiektu.

b) Tolerancje T_W wykonania elementów konstrukcyjnych, które określają wymagania dotyczące dokładności wymiarów i kształtu elementów.

c) Tolerancje T_U ustawienia elementów, które określają wymagania dotyczące dokładności usytuowania montowanych elementów konstrukcyjnych w jednolitym układzie siatki modularnej.

d) Tolerancje pasowania T_L , które określają wymagania dotyczące dokładności wzajemnego usytuowania stykowych powierzchni łączonych elementów konstrukcyjnych. Tolerancja pasowania określa różnicę między maksymalnym i minimalnym luzem pomiędzy powierzchniami łączonych elementów i wyraża się wzorem

$$T_L = L_{\max} - L_{\min} \quad (7)$$

Z tolerancją ustawienia T_U wiąże się nie omówione jeszcze pojęcie siatki modularnej. Siatka modularna jest to siatka prostokątnych do siebie

płaszczyzn pionowych i poziomych o określonych wzajemnych odległościach zwanych modułami. Osiami siatki modularnej nazywamy ślady tych płaszczyzn na płaszczyznach prostopadłych do nich.

II. Określenie dokładności pomiarów wykonywanych dla kontroli wymiarów i kształtu elementów i zespołów konstrukcyjnych

Przedmiotem tych pomiarów mogą być podstawowe wymiary elementów prefabrykowanych, wykorzystywanych w dużej liczbie przy montażu określonego obiektu, lub pojedyncze elementy, różniące się kształtem, wymiarami i przeznaczeniem od innych elementów montowanych w konstrukcji. Kontroli mogą też podlegać podstawowe wymiary zespołów konstrukcyjnych złożonych próbnie dla umożliwienia odbioru technicznego.

W przypadku, gdy pomiary dotyczą elementów prefabrykowanych kontrola ma na celu określenie dokładności wyprodukowanej ich partii oraz zakwalifikowanie elementów jako zgodnych lub niezgodnych z wymaganiami dokładnościowymi.

W przypadku gdy pomiary dotyczą pojedynczych elementów lub zespołów konstrukcyjnych kontrola ma na celu wyznaczenie odchyłek poszczególnych podstawowych wymiarów. Wyznaczone wielkości odchyłek mogą być w tym przypadku wykorzystane do skorygowania wymiarów rzeczywistych za pomocą dodatkowej obróbki lub regulacji.

1. Kontrola dokładności produkcji elementów prefabrykowanych

Na ogół wszystkie produkowane elementy powinny być sprawdzone pod względem spełnienia tolerancji podstawowych wymiarów i kształtu, decydujących o możliwości montowania tych elementów. Sprawdzenie takie wykonuje się za pomocą tak zwanych szablonów dwugranicznych, które pozwalają zakwalifikować wymiar rzeczywisty jako zawierający się pomiędzy wymiarami granicznymi (spełniający tolerancję) lub jako wykraczający poza wymiary graniczne (nie spełniający tolerancji). Sprawdzenia takie nie stanowią przedmiotu prac geodezyjnych, bowiem ich wynikiem nie jest liczbowe określenie wymiarów i kształtu elementów, a jedynie stwierdzenie zawierania się lub nie zawierania wymiaru rzeczywistego pomiędzy wymiarami granicznymi, określonymi przez projekt.

Bardziej precyzyjną ocenę dokładności produkcji można uzyskać na podstawie szczegółowych badań reprezentatywnych próbek, do których wchodzi określona liczba elementów, pobranych z wyprodukowanej partii w sposób losowy.

Omówimy teraz zagadnienie dokładności pomiarów, związanych z badaniem próbek produkcji elementów prefabrykowanych.

Do badanej próbki wchodzi n pobranych losowo elementów. Przyjmujemy, że w każdym z tych elementów należy wyznaczyć wielkość rzeczywistą określonego wymiaru. Gdyby to było możliwe w praktyce, otrzymalibyśmy szereg wymiarów rzeczywistych $R_1, R_2 \dots R_n$, które różnią się między sobą i w stosunku do wymiaru nominalnego osiowego N na skutek błędów produkcji. Znajomość szeregu wymiarów rzeczywistych pozwoliłaby na dokonanie oceny dokładności produkcji. Dokładność taką określają następujące parametry:

1. Błąd średni zrealizowania wymiaru σ określony z wzoru

$$\sigma = \sqrt{\frac{[(R_i - R_{sr})^2]}{n-1}}, \quad (8)$$

gdzie $R_{sr} = \frac{[R_i]}{n}$.

2. Błąd stały zrealizowania wymiaru dC określony z wzoru

$$dC = R_{sr} - N \quad (9)$$

Wielkości tych parametrów określają dokładność produkcji w sposób miarodajny pod warunkiem, że elementy wchodzące w skład próbki pobrane zostały w sposób rzeczywiście losowy, że wielkość próbki, określona przez n jest dostatecznie duża w stosunku do wyprodukowanej partii elementów oraz, że różnice $R_i - R_{sr}$ podlegają rozkładowi zbliżonemu do rozkładu normalnego.

W praktyce nie jest możliwe wyznaczenie rzeczywistych wielkości wymiarów poszczególnych elementów $R_1, R_2 \dots R_n$ a jedynie uzyskuje się zbliżone do nich wartości wyników pomiaru wymiarów rzeczywistych $l_1, l_2 \dots l_n$. W związku z tym ocena dokładności produkcji oparta na wykorzystaniu wzorów (8), (9) bazuje na znanych wartościach wyników pomiaru. Na skutek błędów popełnionych przy pomiarach otrzymujemy w rezultacie przybliżone wartości błędów σ' , dC' zamiast odpowiednich, nieznanych wartości σ , dC . Przybliżone wartości parametrów, określających dokładność produkcji obliczamy z wzorów:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{[(l_i - l_{sr})^2]}{n-1}}; \quad (10)$$

$$dC' = l_{sr} - N. \quad (11)$$

Zagadnienie polega na przyjęciu takiej dokładności pomiarów, aby różnica $\sigma' - \sigma$ nie przekraczała wartości uzasadnionych teoretycznie jako pomijalne. Zauważmy, że stopień zaufania do wielkości σ zależy od n , wyrażając się wielkością błędu średniego — błędem średnim:

$$\sigma_s = \frac{\sigma}{\sqrt{2n_n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{2n-2}}. \quad (12)$$

Możemy założyć, że różnica $|\sigma' - \sigma|$ będzie pomijalna w przypadku jeśli nie przekroczy σ_c , co wyrazimy w postaci nierówności stanowiącej podstawę do określenia dokładności pomiaru

$$|\sigma' - \sigma| \leq \sigma_c \quad (13)$$

Przyjmujemy, że rozkłady szeregów $R_i - R_{sr}$ i $l_i - R_i$ są zbliżone do rozkładu normalnego. Wówczas możemy przyjąć, że zachodzi zależność

$$\sigma^2 + m_i^2 = \sigma'^2, \quad (14)$$

gdzie: m_i — błąd średni pomiaru.

Zależność (14) przedstawimy w postaci

$$|\sigma' - \sigma| \cdot |\sigma' + \sigma| = m_i^2. \quad (15)$$

W nierówności (13) możemy przyjąć $\sigma' - \sigma > 0$. Po podstawieniu do (15) prawej strony tej nierówności otrzymamy

$$\sigma_c \cdot (2\sigma + \sigma_c) \geq m_i^2. \quad (16)$$

Podstawiając do nierówności (16) wartość σ_c wyrażoną równaniem (12) otrzymamy po przekształceniach

$$m_i \leq \sigma \sqrt{\frac{2 + 2n - 2 + 1}{2n - 2}}. \quad (17)$$

Przed przystąpieniem do badania próbki produkcji nie posiadamy informacji o faktycznej dokładności tej produkcji, natomiast możemy założyć wstępnie, że dokładność ta jest dostosowana do wymagań projektu. W związku z tym możemy oczekiwać, że błąd średni produkcji jest zbliżony do wielkości określonej a priori na podstawie wielkości tolerancji T_w . Ponieważ wielkość tolerancji określa przedział błędów granicznych produkcji, możemy przyjąć a priori, że błąd średni produkcji $\sigma = \frac{1}{6} \cdot T_w$. Pozwala nam to na określenie a priori wymaganej dokładności pomiarów w zależności od wielkości tolerancji wykonania elementów

$$m_i \leq \frac{1}{6} \sqrt{\frac{2 + 2n - 2 + 1}{2n - 2}} \cdot T_w. \quad (18)$$

W oparciu o wzór (18) zestawione zostały w tablicy 1 wielkości błędów średnich pomiaru, wyrażone w stosunku do wielkości tolerancji

Tablica 1

n	10	20	30	40	50	100	500	1000
$\frac{m_i}{T_w}$	0,121	0,099	0,088	0,081	0,077	0,064	0,042	0,035

Zauważmy, że z wzoru (18) wynikają praktyczne wnioski, dotyczące wielkości próbek, jakie należy pobierać z produkcji dla oceny dokładności. Na dokładność wyniku pomiaru, określoną przez wielkość błędu średniego m_i mają wpływ błędy pomiaru, zależne od dokładności przyrządu pomiarowego i dokładności odczytywania oraz błędy przykładania przyrządu pomiarowego do powierzchni elementu. Wielkość błędu przykładania przyrządu do powierzchni elementu zależy głównie od „szorstkości” tej powierzchni. Szorstkość powierzchni elementu konstrukcyjnego zależy od materiału, z którego element został wykonany oraz od sposobu wykonania. Wiadomo na przykład, że szorstkość i niejednoznaczność powierzchni w miejscach przykładania przyrządu pomiarowego będzie większa w przypadku pomiaru elementów betonowych wykonanych w formach drewnianych aniżeli w przypadku badania elementów betonowych, wykonanych w formach stalowych.

Wydaje się celowe zachowanie zasady współmierności błędów czynności pomiarowych z błędami spowodowanymi przez niejednoznaczność przykładania przyrządów pomiarowych. W tej sytuacji możemy przyjąć, że nie jest uzasadnione technicznie dążenie do osiągnięcia błędów średnich wyników pomiarów mniejszych od

$$m_{i\min} = \sqrt{2} \cdot m_p, \quad (19)$$

gdzie: m_p — błąd średni przyłożenia przyrządu pomiarowego spowodowany niejednoznacznością powierzchni badanego elementu.

Na podstawie wzorów (18), (19) możemy określić maksymalną wielkość próbki w zależności od możliwej do uzyskania wielkości błędu średniego przykładania przyrządu pomiarowego m_p . Tablica 2 zawiera zestawienie wielkości błędów średnich przykładania wyrażonych w stosunku do wielkości tolerancji.

Tablica 2

$n_{\max}$	10	20	30	40	50	100	500	1000
$\frac{m_p}{T_w}$	0,085	0,070	0,062	0,057	0,054	0,045	0,030	0,025

Jeśli na przykład $m_p = 0,5$ mm, $T_w = 8$ mm, to $\frac{m_p}{T_w} = 0,063$, co odpowiada odszukanej w tablicy 2 wielkości $n_{\max} = 30$.

Wyznaczona z pomiarów wielkość σ' może posłużyć do określenia tak zwanej tolerancji produkcyjnej, równej 6-krotnej wartości błędu średniego σ' . Zebranie wyników pomiarów wielu próbek z różnych partii produkcji pozwala na dokonanie kompleksowej oceny dokładności produkcji przy zastosowaniu określonego procesu technologicznego i w konsekwencji do ustalenia lub skorygowania tolerancji wykonania T_w .

Wyznaczona z pomiarów wielkość błędu stałego dC' może posłużyć do określenia zmian wymiarów elementów, które zachodzą przez pewien czas po wyprodukowaniu (zmiany wymiarów elementów betonowych wykonanych w formach pod wpływem dojrzewania betonu, zmiany wymiarów elementów stalowych pod wpływem naprężeń powstałych przy spawaniu itp.). Tym samym możliwe staje się wprowadzenie w dalszej produkcji odpowiednich korekt wymiarów form dla wykonywania elementów betonowych lub korekt wymiarów elementów stalowych, prowadzących do maksymalnego zmniejszenia wielkości błędu stałego w okresie wykonywania pomiarów kontrolnych i wykorzystywania elementów do montażu.

Znajomość wielkości błędu stałego dC' może być również wykorzystana przy montażu partii elementów, z której pobrano próbkę. W przypadku, gdy są to elementy konstrukcyjne betonowe, łączone „na mokro”, wykorzystujemy znaną wielkość błędu stałego dla skorygowania projektowych szerokości spoin. Podczas montażu elementów prefabrykowanych, łączonych za pomocą dodatkowych elementów złącznych, znajomość wielkości błędu stałego wykorzystujemy poprzez stosowanie dodatkowych elementów korekcyjnych w postaci różnego rodzaju podkładek o wymiarach uwzględniających wielkości błędu stałego.

2. Kontrola dokładności wykonania pojedynczych elementów lub zespołów konstrukcyjnych

Kontrola geodezyjna wymiarów pojedynczych elementów lub zespołów konstrukcyjnych polega na wyznaczeniu odchyłek wymiarów istniejących w stosunku do odpowiednich wymiarów nominalnych osiowych. Omówimy zasady koordynowania dokładności pomiarów odchyłek na przykładzie wyznaczania odchyłki pojedynczego wymiaru.

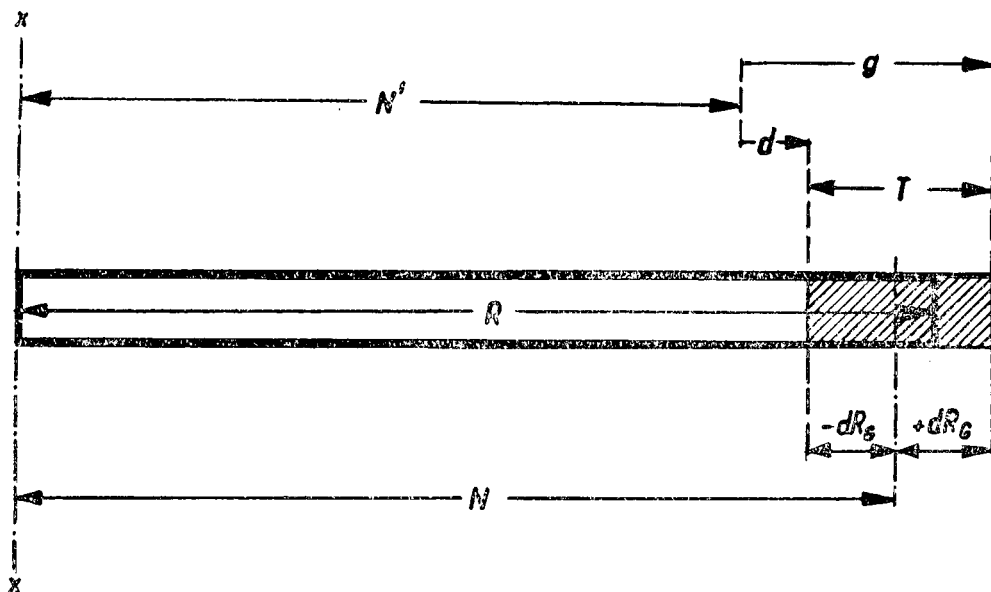
Na rysunku 1 zilustrowano treść wymagań, dotyczących wartości wymiaru rzeczywistego zgodnie z uprzednio podanymi definicjami i określeniami.

Według rysunku 1 początki wymiarów projektowych i wymiaru rzeczywistego znajdują się na wspólnej osi $x-x$. Zakresowana powierzchnia określa tak zwane pole tolerancji wymiaru rzeczywistego. Dla spełnienia tolerancji zgodnie z nierównościami (4), (5) lub (6) niezbędne jest, aby koniec wymiaru rzeczywistego R zawierał się pomiędzy granicami pola tolerancji. Na rysunku oznaczono linią grubą kontur elementu o długości R .

Przy geodezyjnej kontroli pragniemy uzyskać możliwość stwierdzenia, czy wymiar rzeczywisty R spełnia wymagania określone przez nierówności (4), (5) lub (6). Ze względu na nieuniknione błędy pomiarowe, wy-

nik pomiaru l wielkości rzeczywistej R nie określa z całkowitą pewnością, czy wspomniane nierówności są spełnione.

Na rysunku 2 zilustrowano rozkład błędów pomiaru. Zgodnie z tym rysunkiem pomiar wielkości R , wykonany z błędem średnim m_l doprowadził do uzyskania wyniku l . Przyjmując wielkość l jako podstawę do oceny spełnienia przez wymiar R nierówności (4) lub (5) musimy liczyć się z tym, że wynik pomiaru świadczy o zawieraniu się wymiaru rzeczywistego R w granicach od $l - 3 \cdot m_l$ do $l + 3 \cdot m_l$ ¹⁾, podczas, gdy powinniśmy



Rys. 1

stwierdzić, czy zawiera się on w granicach od $N - dR_G$ do $N + dR_G$. Pokazana na rysunku 2 krzywa Gaussa określa rozkład prawdopodobieństw zawierania się końca wymiaru rzeczywistego w poszczególnych przedziałach. Tak więc zawieraniu się końca wymiaru rzeczywistego w polu tolerancji towarzyszy prawdopodobieństwo P_T , którego wielkość możemy obliczyć jako stosunek zakreskowanej na rysunku 2 powierzchni A do całkowitej powierzchni C zawartej między krzywą Gaussa i osią Y .

$$P_T = \frac{A}{C}. \quad (20)$$

W praktyce obliczanie wielkości prawdopodobieństwa P_T , z jakim wynik pomiaru l , obciążony błędem średnim m_l świadczy o zawieraniu się końca wymiaru rzeczywistego R w polu tolerancji T , opiera się na wy-

1) Przy założeniu, że błąd graniczny nie przekracza 3-krotnej wartości błędu średniego, czemu towarzyszy prawdopodobieństwo $P(|r|) = 0,9973$.

korzystaniu stabelaryzowanych charakterystyk rozkładu normalnego Gaussa.

Oznaczmy

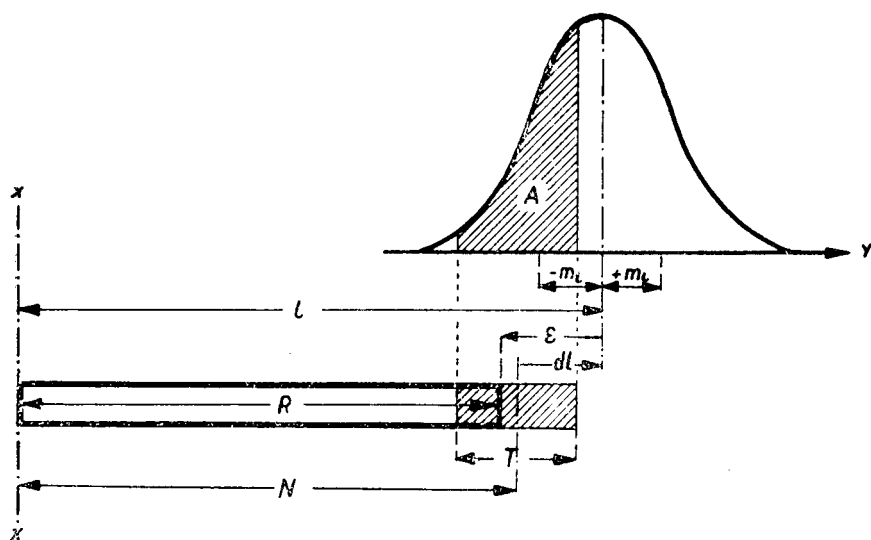
$$R-l = \varepsilon, \quad (21)$$

gdzie: ε — błąd prawdziwy pomiaru.

Na podstawie wzoru określającego rozkład normalny możemy określić prawdopodobieństwo zawierania się błędu prawdziwego w przedziale, który posiada granice odległe od końca wymiaru l o określoną wielokrotność r błędu średniego m_l

$$P(-r \cdot m_l < \varepsilon < +r \cdot m_l) = P|r|. \quad (22)$$

Wielkości prawdopodobieństwa $P|r|$ dla określonych argumentów r zostały zestawione w tablicy 3. Wielkości te zaczerpnięte zostały z tablicy podanej w [3] na stronie 14.



Rys. 2

Ilustracją do wzoru (22) i tablicy 3 jest rysunek 3, na którym zakreskowano pole, pozwalające na określenie wielkości prawdopodobieństwa $P|r|$.

W celu obliczenia wielkości prawdopodobieństwa P_T określimy odległości granic pola tolerancji od końca wymiaru l , który określa pozycję osi symetrii krzywej Gaussa:

$$(N-dR_G)-l = \varepsilon_1; \quad (23)$$

$$(N+dR_G)-l = \varepsilon_2 \quad (24)$$

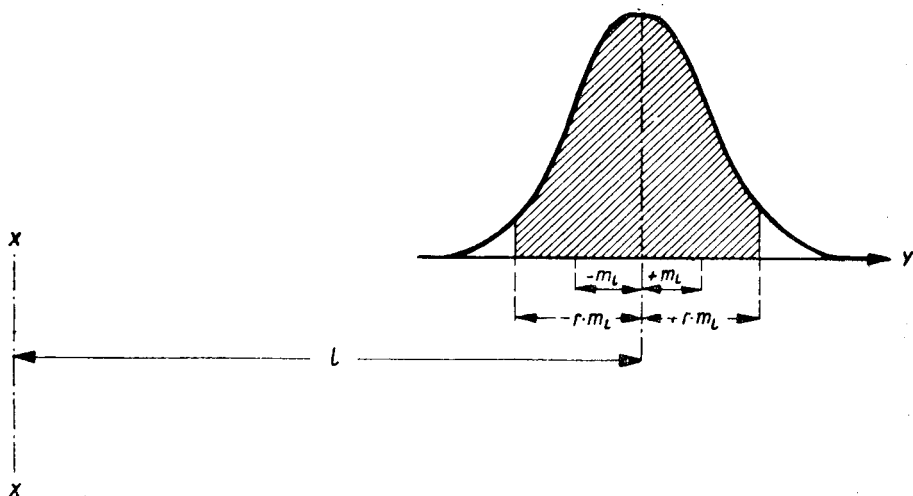
Tablica 3

r	$P(r)$	r	$P(r)$	r	$P(r)$	r	$P(r)$
0,1	0,0797	1,1	0,7287	2,1	0,9643	3,1	0,9981
0,2	0,1585	1,2	0,7699	2,2	0,9722	3,2	0,9986
0,3	0,2358	1,3	0,8064	2,3	0,9785	3,3	0,9990
0,4	0,3108	1,4	0,8385	2,4	0,9836	3,4	0,9993
0,5	0,3829	1,5	0,8664	2,5	0,9876	3,5	0,9995
0,6	0,4515	1,6	0,8904	2,6	0,9907	3,6	0,9997
0,7	0,5161	1,7	0,9109	2,7	0,9931	3,7	0,9998
0,8	0,5763	1,8	0,9281	2,8	0,9949	3,8	0,9999
0,9	0,6319	1,9	0,9426	2,9	0,9963	3,9	0,9999
1,0	0,6827	2,0	0,9545	3,0	0,9973	4,0	0,9999

Następnie określimy odpowiadające tym odległościom wielkości:

$$r_1 = \frac{\varepsilon_l}{m_l} \quad (25)$$

$$r_2 = \frac{\varepsilon_2}{m_l} \quad (26)$$



Rys. 3

W przypadku, gdy obie granice pola tolerancji znajdują się po jednej stronie osi symetrii krzywej Gaussa (wartości r_1 , r_2 posiadają jednakowe znaki), obliczamy wartość prawdopodobieństwa P_T z wzoru:

$$P_T = \frac{|P(r_1) - P(r_2)|}{2}, \quad (27)$$

W przypadku, gdy granice pola tolerancji rozmieszczone są po obu stronach osi symetrii krzywej Gaussa (wartości r_1 , r_2 różnią się znakami), obliczamy wartość prawdopodobieństwa P_T z wzoru

$$P_T = \frac{P(|r_1|) + P(|r_2|)}{2}. \quad (28)$$

Dla bliższego zorientowania się w sposobie obliczania P_T wykonamy przykład liczbowy.

Przykład obliczenia prawdopodobieństwa P_T .

Dane: $N = 20\,000$ mm, $T = 10$ mm, $l = 20\,003$ mm, $m_l = 2$ mm.

Obliczamy:

$$r_1 = \frac{19\,995 - 20\,003}{2} = -4;$$

$$r_2 = \frac{20\,005 - 20\,003}{2} = 1;$$

$$P_T = \frac{0,9999 + 0,6827}{2} = 0,8413.$$

W praktyce bardziej korzystny jest inny sposób obliczania wartości P_T , oparty na wykorzystaniu stabelaryzowanych wartości prawdopodobieństw

$$P(-\infty < \varepsilon < r \cdot m_l) = P(-\infty, r) = \frac{1 + P(|r|) \frac{r}{|r|}}{2} \quad (29)$$

Wielkości prawdopodobieństwa $P(-\infty, r)$ dla określonych argumentów r zostały zestawione w tablicy 4.

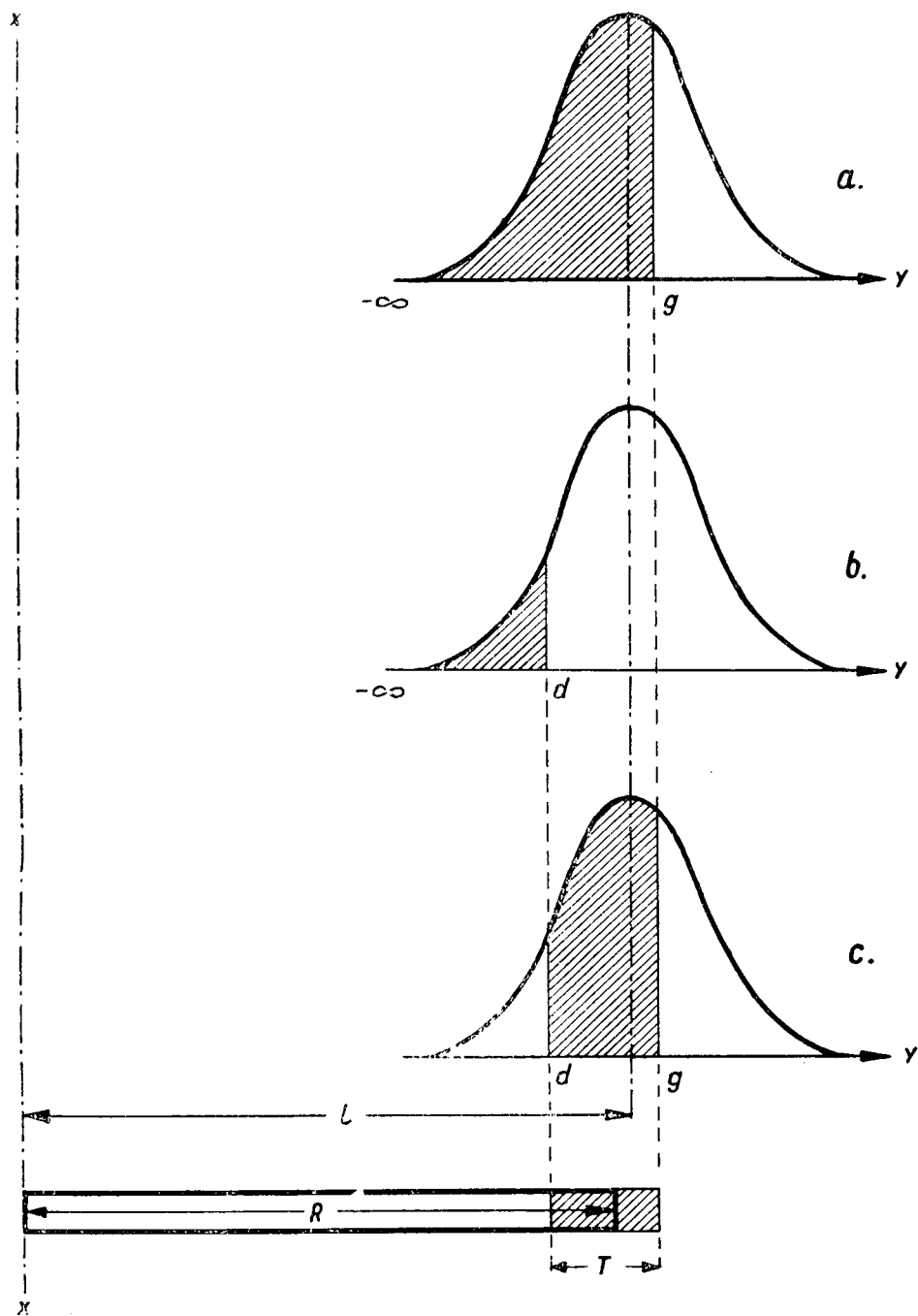
Dzięki wykorzystaniu wartości prawdopodobieństw $P(-\infty, r)$ możemy obliczać wartość prawdopodobieństwa P_T z jednolitego wzoru

$$P_T = P(-\infty, r_g) - P(-\infty, r_d), \quad (31)$$

gdzie: r_g — wielkość odpowiadająca górnej granicy pola tolerancji zaś r_d — wielkość odpowiadająca dolnej granicy pola tolerancji.

Zasadę obliczania prawdopodobieństwa P_T wg wzoru (31) wyjaśnia rysunek 4.

Na rysunku 4a zakreskowano powierzchnię odpowiadającą prawdopodobieństwu $P(-\infty, r_g)$. Na rysunku 4b zakreskowano powierzchnię odpowiadającą prawdopodobieństwu $P(-\infty, r_d)$. Na rysunku 4c zakreskowano powierzchnię odpowiadającą prawdopodobieństwu P_T , która jest równa różnicy między zakreskowaną powierzchnią z rysunku 4a i zakreskowaną powierzchnią z rysunku 4b.



Rys. 4

Tablica 4

r	$P(-\infty, r)$	r	$P(-\infty, r)$	r	$P(-\infty, r)$	r	$P(-\infty, r)$
-4,0	0,0000	-2,0	0,0228	0,0	0,5000	2,0	0,9772
-3,9	0,0000	-1,9	0,0287	0,1	0,5398	2,1	0,9821
-3,8	0,0000	-1,8	0,0360	0,2	0,5793	2,2	0,9861
-3,7	0,0001	-1,7	0,0446	0,3	0,6179	2,3	0,9893
-3,6	0,0001	-1,6	0,0548	0,4	0,6554	2,4	0,9918
-3,5	0,0002	-1,5	0,0668	0,5	0,6915	2,5	0,9938
-3,4	0,0003	-1,4	0,0808	0,6	0,7257	2,6	0,9953
-3,3	0,0005	-1,3	0,0968	0,7	0,7580	2,7	0,9965
-3,2	0,0007	-1,2	0,1150	0,8	0,7881	2,8	0,9974
-3,1	0,0010	-1,1	0,1356	0,9	0,8159	2,9	0,9981
-3,0	0,0014	-1,0	0,1586	1,0	0,8413	3,0	0,9987
-2,9	0,0018	-0,9	0,1840	1,1	0,8643	3,1	0,9990
-2,8	0,0026	-0,8	0,2119	1,2	0,8849	3,2	0,9993
-2,7	0,0034	-0,7	0,2420	1,3	0,9032	3,3	0,9995
-2,6	0,0046	-0,6	0,2742	1,4	0,9192	3,4	0,9997
-2,5	0,0062	-0,5	0,3086	1,5	0,9332	3,5	0,9998
-2,4	0,0082	-0,4	0,3446	1,6	0,9452	3,6	0,9998
-2,3	0,0108	-0,3	0,3821	1,7	0,9554	3,7	0,9999
-2,2	0,0139	-0,2	0,4208	1,8	0,9641	3,8	1,0000
-2,1	0,0178	-0,1	0,4602	1,9	0,9713	3,9	1,0000

Dla bliższego zorientowania się w sposobie obliczania P_T przy wykorzystaniu stabilaryzowanych wielkości $P(-\infty, r)$ wykonamy przykład liczbowy.

Przykład obliczania prawdopodobieństwa P_T .

Dane: $N = 20\,000$ mm, $T = 10$ mm, $l = 20\,003$ mm, $m_l = 2$ mm.
Obliczamy:

$$r_d = \frac{19\,995 - 20\,003}{2} = -4;$$

$$r_g = \frac{20\,005 - 20\,003}{2} = 1;$$

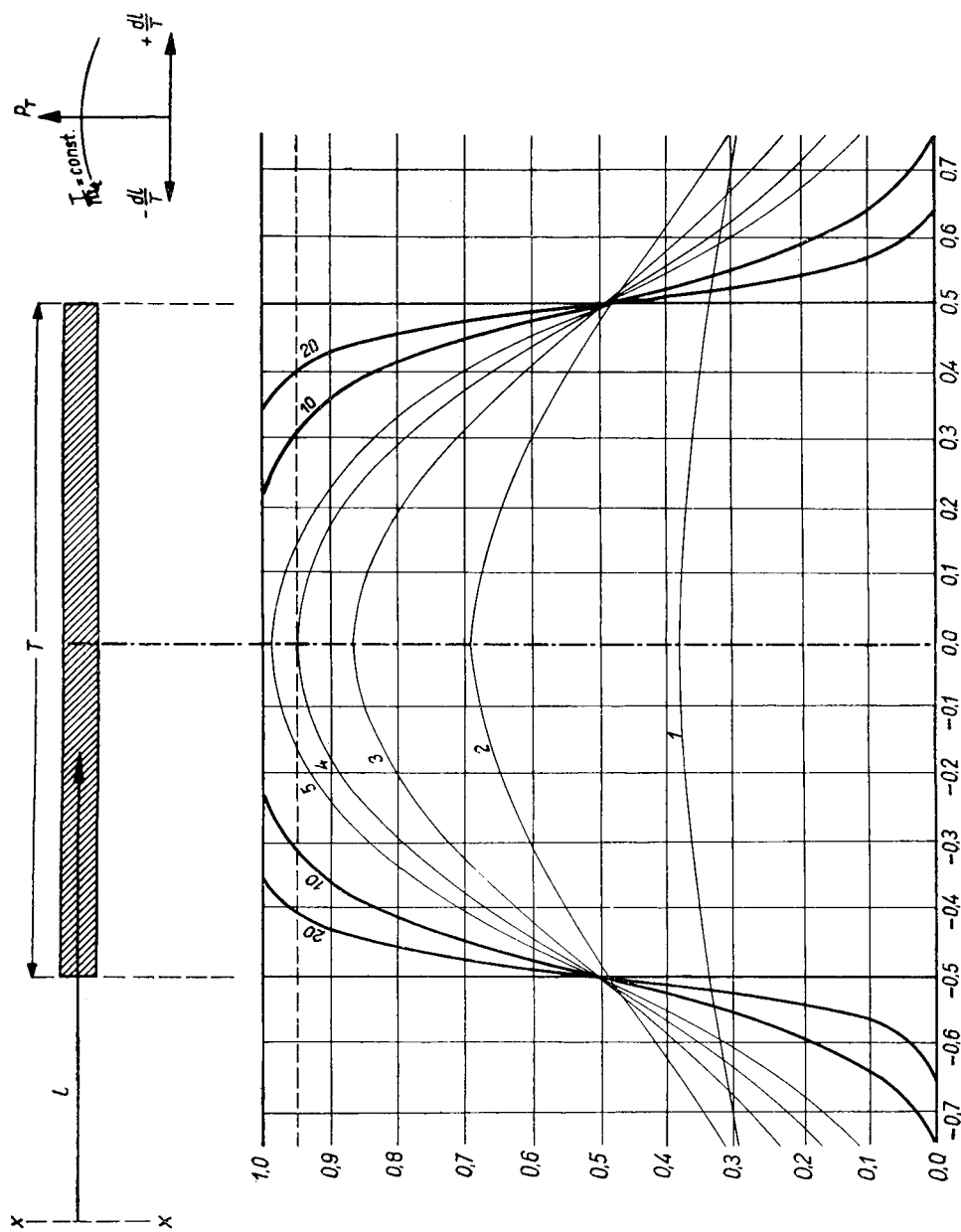
$$P_T = 0,8413 - 0,0000 = 0,8413.$$

W celu dalszego ułatwienia sposobu określania wielkości prawdopodobieństwa P_T opracowany został nomogram pokazany na rysunku 5

Nomogram ujmuje w formie graficznej zależności między wielkościami: $dl = l - N$, m_l , T , P_T .

Przykład wyznaczenia wielkości P_T przy wykorzystaniu nomogramu.

Dane: $N = 20\,000$ mm, $T = 10$ mm, $l = 20\,003$ mm, $m_l = 2$ mm.



Rys. 5

Obliczamy:

$$\frac{T}{m_l} = 5; \quad \frac{dl}{T} = 0,3.$$

Przy tych danych z nomogramu odczytujemy $P_T = 0,84$.

W praktyce przyjmuje się na ogół, że minimalna wielkość prawdopodobieństwa zajścia określonego zjawiska, wystarczająca do stwierdzenia, że zjawisko to rzeczywiście zaszło, jest równa $P_{\min} = 0,95$. W przypadkach gdy pragniemy uzyskać większy stopień pewności, że stwierdzenie zajścia zjawiska jest słuszne, przyjmujemy odpowiednio większą wartość minimalnego prawdopodobieństwa np. $P_{\min} = 0,99$. Ustalona wielkość $P_{\min}$ — zwanego niekiedy poziomem ufności stanowi kryterium słuszności oceny zajścia zjawiska.

Rozpatrywane przez nas zagadnienie możliwości stwierdzenia na podstawie wyników pomiaru, czy wymiar rzeczywisty spełnia nierówności (4), (5) lub (6), również wymaga przyjęcia określonej wielkości $P_{T\min}$, która stanowiłaby kryterium słuszności oceny spełnienia tolerancji. W geodezji spotykamy się z bardzo podobnym problemem, polegającym na ustaleniu, jaka wielokrotność błędu średniego może być przyjęta w praktyce jako nieprzekraczalna. Jak wiadomo, z prawa Gaussa wynika, że przedział błędów pomiarowych obejmuje wszystkie wielkości od $-\infty$ do $+\infty$, jednak w praktyce pomija się możliwość wystąpienia bardzo dużych błędów z uwagi na małe prawdopodobieństwo ich wystąpienia. Jednocześnie bierze się tu pod uwagę znajomość dodatkowych czynników określających klasę dokładności pomiarów przy zastosowaniu określonego zestawu przyrządów pomiarowych i przy zachowywaniu określonych przepisów technicznych, określających technikę i warunki pomiarów. Z tych względów przyjmuje się w praktyce jako nieprzekraczalne 2, 2,5 lub trzykrotne wielokrotności błędu średniego. Takim ograniczeniom przedziału błędów pomiarowych towarzyszą odpowiednio prawdopodobieństwa spełnienia równe odpowiednio: 0,9545, 0,9876, 0,9973. Wydaje się, że wielkości te możemy traktować również jako kryteria słuszności orzeczenia o spełnieniu tolerancji. Podjęcie decyzji, która z wymienionych wartości powinna stanowić kryterium słuszności oceny spełnienia tolerancji zależy od tego jaką rolę w konstrukcji spełnia element konstrukcyjny podlegający kontroli geodezyjnej. Jeśli na przykład sprawdzeniu podlegają wymiary elementów konstrukcyjnych, które mają być ustawione w określonych pozycjach i łączone „na mokro”, to można pozwolić sobie na nieco większe ryzyko niesłusznej oceny spełnienia tolerancji, przy zastosowaniu jako kryterium wartości $P_{T\min} = 0,9545$. W przypadku gdy sprawdzeniu podlegają wymiary elementów konstrukcyjnych, łączonych za pomocą dodatkowych elementów złącznych, bar-

dziej właściwe wydaje się przyjmowanie jako kryterium wartości $P_{T\min} = 0,9876$, natomiast najwyższy stopień pewności, że orzeczenie o spełnieniu tolerancji jest słuszne należy uzyskać w tych przypadkach, gdy sprawdzeniu podlegają wymiary decydujące o prawidłowości połączeń ruchowych¹⁾. Dla tych przypadków przyjmujemy jako kryterium słuszności oceny $P_{T\min} = 0,9973$.

W zależności od tego jaką wartość $P_{T\min}$ przyjmniemy jako kryterium słuszności oceny spełnienia tolerancji, otrzymamy zróżnicowane wymagania dotyczące dokładności pomiarów. Tezę tą zilustrujemy na uprzednio wykonanych przykładach liczbowych. Posługując się danymi z przykładów: $N = 20\,000$ mm, $T = 10$ mm, $l = 20\,003$ mm, $m_l = 2$ mm, otrzymaliśmy $P_T = 0,8413$. Otrzymana wartość P_T jest zbyt mała, aby można było zakwalifikować wymiar rzeczywisty jako spełniający tolerancję pomimo, że wynik pomiaru zawiera się pomiędzy granicznymi wartościami wymiaru rzeczywistego. Zauważmy, że w przypadku, gdybyśmy uzyskali ten sam wynik przy wykonaniu pomiaru z większą dokładnością, wartość P_T wzrosłaby. Na przykład zwiększenie dokładności pomiaru wyrażające się osiągnięciem $m_l = 1$ mm przy pozostałych danych pozostawionych bez zmiany spowodowałoby uzyskanie wartości $P_T = 0,9772$.

Aby otrzymać wymienione uprzednio wartości $P_{T\min}$ przy $N = 20\,000$ mm, $l = 20\,003$ mm, $T = 10$ mm powinniśmy wykonać pomiar z dokładnościami określonymi przez następujące wartości błędów średnich:

$P_T = 0,9545$	$m_l = 1,18$ mm;
$P_T = 0,9876$	$m_l = 0,91$ mm;
$P_T = 0,9973$	$m_l = 0,71$ mm.

Zauważmy, że wielkość P_T zależy nie tylko od dokładności pomiaru ale i od jego rezultatu. Przekonamy się o tym naocznie śledząc przebieg krzywych $\frac{T}{m_l} = \text{const}$ na wykresie pokazanym na rysunku 5. Na przykład krzywa $\frac{T}{m_l} = 4$ osiąga maksimum w punkcie o współrzędnych prostokątnych $\frac{dl}{T} = 0$, $P_T = 0,9545$. Wraz ze zwiększeniem bezwzględnej wartości $\frac{dl}{T}$ następuje zmniejszenie odpowiedniej współrzędnej P_T punktu na tej krzywej, przy czym osiągnięciu $\frac{dl}{T} = 0,5$ (to jest w przypadku gdy $dl = dR_G$) towarzyszy wartość $P_T = 0,5000$. Na wykresie oznaczono linią

¹⁾ Połączenia ruchowe są to takie, w których dwa elementy połączone są w sposób zabezpieczający możliwość wykonywania określonych ruchów, na przykład zestawienie tłoka i cylindra.

przerwaną poziom ufności $P_{T\min} = 0,9545$. Łatwo zauważyć, że przy osiąganiu bezwzględnych wartości stosunku $\frac{dl}{T}$ bliskich 0,5 istnieje mała szansa możliwości zakwalifikowania wymiaru rzeczywistego jako spełniającego tolerancję, bowiem konieczne jest wówczas osiągnięcie bardzo dużej wartości stosunku $\frac{T}{m_l}$, aby wartość P_T nie była mniejsza od $P_{T\min} = 0,9545$. Ponieważ zwiększenie dokładności pomiaru ograniczone jest względami technicznymi, musimy liczyć się z tym, że zakwalifikowanie wymiarów rzeczywistych jako spełniających tolerancję może nastąpić tylko w przypadku, gdy wielkości dl są odpowiednio mniejsze od dR_G . W tabelicy 5 zestawione są maksymalne wielkości $dl_{\max}$ wyrażone w stosunku do dR_G , które mogą jeszcze świadczyć o spełnieniu tolerancji.

Zestawienie wartości $\frac{dl_{\max}}{dR_G}$

Tabela 5

$\frac{T}{m_l}$ $P_{T\min}$	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
0,9545	0,00	0,32	0,44	0,52	0,58	0,62	0,66	0,78	0,83	0,86	0,88
0,9876	—	0,00	0,28	0,35	0,44	0,50	0,56	0,70	0,78	0,82	0,86
0,9973	—	—	0,00	0,20	0,30	0,38	0,44	0,63	0,72	0,78	0,81

Ilustrację do tabelicy 5 stanowi rysunek 6, na którym pokazano wykresy krzywych $P_T = \text{const}$ w układzie współrzędnych prostokątnych $\frac{T}{m_l}$, $\frac{dl_{\max}}{dR_G}$.

Każdy z wykresów $P_T = \text{const}$ rozdziela pole pokazane na rysunku 6 na dwie części. Lewa strona pola (po wklęsłej stronie krzywej $P_T = \text{const}$) odnosi się do odchyłek dl o wartościach świadczących o spełnieniu tolerancji, natomiast odchyłki o wartościach znajdujących się po prawej stronie krzywej (po wypukłej stronie) są zbyt duże, aby mogły świadczyć o spełnieniu tolerancji. Krzywe $P_T = \text{const}$ zbliżają się asymptotycznie do prostej o równaniu $\frac{dl_{\max}}{dR_G} = 1$ wraz ze wzrostem wartości $\frac{T}{m_l}$. Łatwo zauważyć, że poczynając od wartości $\frac{T}{m_l} = 20$ dalszemu jej zwiększeniu towarzyszą coraz mniejsze przyrosty wartości $\frac{dl_{\max}}{dR_G}$ co świadczy o malej opłacalności zmniejszania błędu średniego m_l poniżej wartości $m_l = 0,05 \cdot T$. Z drugiej strony zauważyć można, że przy małych warto-

ściach $\frac{T}{m_l}$ niewielkim przyrostom tego stosunku towarzyszą znaczne przyrosty $\frac{dl_{\max}}{dR_G}$. Wskazuje to na potrzebę stosowania dokładności pomiarów charakteryzujących się wartościami błędów średnich w granicach:

$$0,25 \cdot T > m_l > 0,05 \cdot T$$

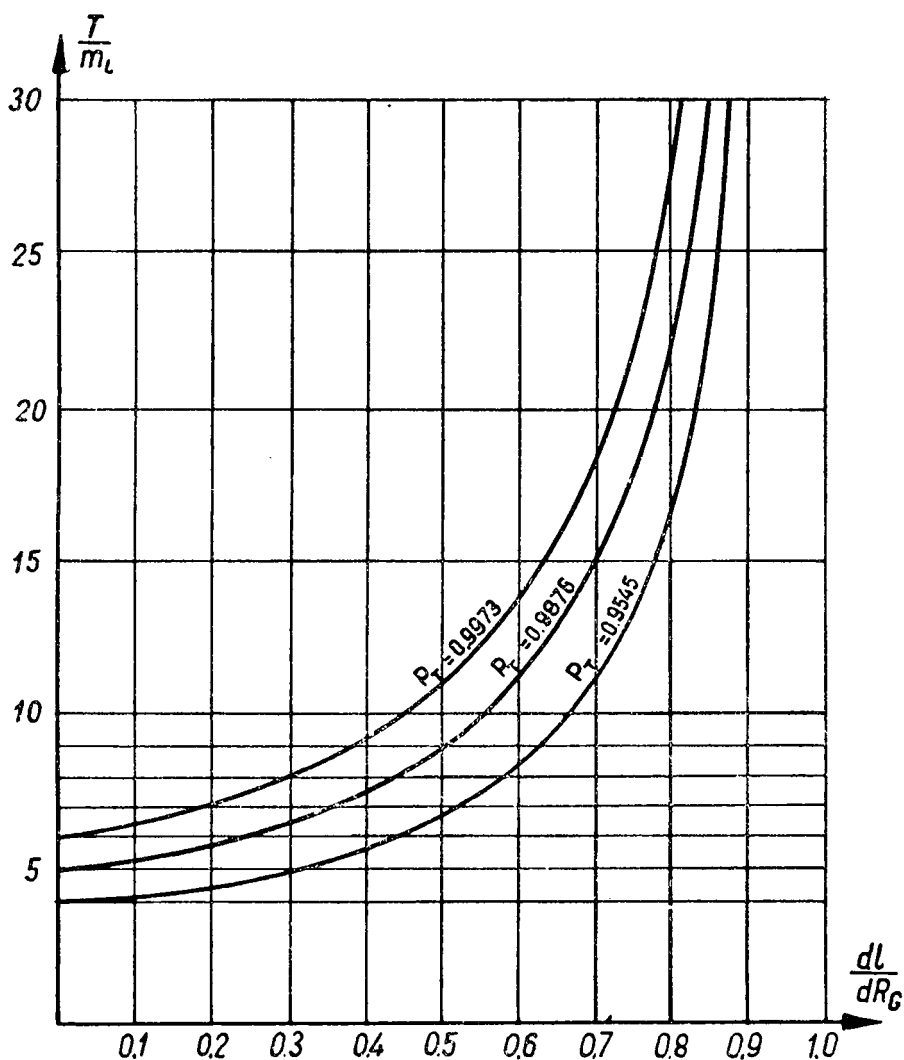
$$\text{przy } P_{T_{\max}} = 0,9545;$$

$$0,20 \cdot T > m_l > 0,05 \cdot T$$

$$\text{przy } P_{T_{\max}} = 0,9876;$$

$$0,16 \cdot T > m_l > 0,05 \cdot T$$

$$\text{przy } P_{T_{\max}} = 0,9973.$$



Rys. 6

przy czym pożądanę jest uzyskiwanie wartości m_l bliższych dolnych granic powyższych nierówności.

Uzyskanie wartości P_T mniejszej od ustalonego poziomu ufności $P_{T\min}$ nie jest w każdym przypadku równoznaczne ze stwierdzeniem, że tolerancja nie została spełniona. Do stwierdzenia takiego konieczne jest uzyskanie prawdopodobieństwa zdarzenia przeciwnego P_P o dostatecznie dużej wartości. Przyjmujemy, że $P_{P\min} = P_{T\min}$. Wielkość prawdopodobieństwa niespełnienia tolerancji obliczamy w oparciu o znany wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego

$$P_P = 1 - P_T. \quad (32)$$

W praktyce możemy spotkać się z trzema grupami rezultatów pomiarów:

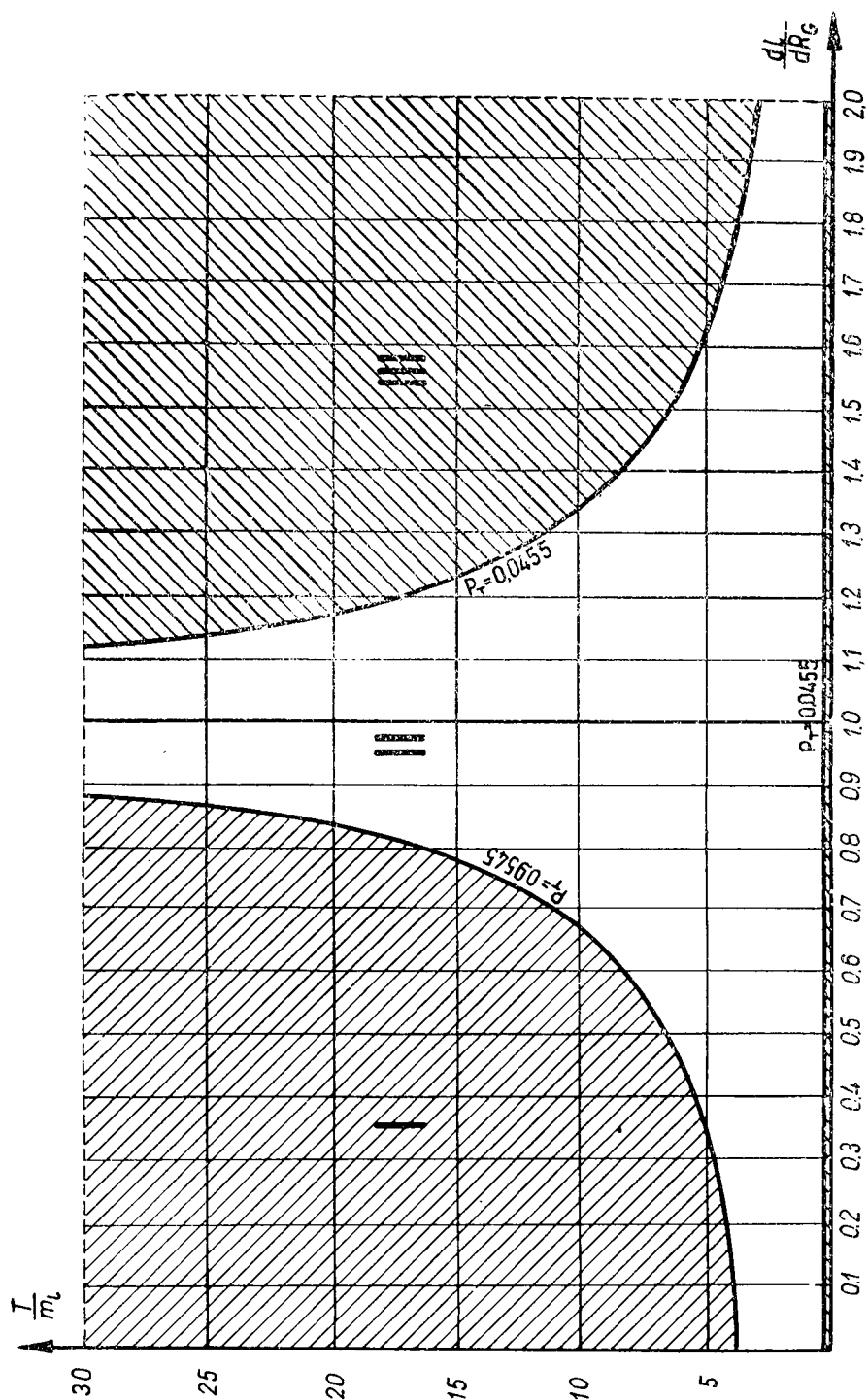
- I. Rezultaty świadczące o spełnieniu tolerancji.
- II. Rezultaty uniemożliwiające podjęcie decyzji o spełnieniu lub niespełnieniu tolerancji.
- III. Rezultaty świadczące o niespełnieniu tolerancji.

Podział rezultatów na grupy ustalono według wartości prawdopodobieństw $P_{T\min}$, $P_{P\min}$. Podział ten uwidoczniiony jest w tablicy 6.

Tablica 6

Nr grupy	I	II	III
Oznacza	$ dR < dR_G $	brak decyzji	$ dR > dR_G $
$P_{T\min}$	P_T	P_T	P_T
0,9545	$1,0000 \div 0,9545$	$0,9545 \div 0,0455$	$0,0455 \div 0,0000$
0,9876	$1,0000 \div 0,9876$	$0,9876 \div 0,0124$	$0,0124 \div 0,0000$
0,9973	$1,0000 \div 0,9973$	$0,9973 \div 0,0027$	$0,0027 \div 0,0000$

Ilustracją do niniejszego podziału jest rysunek 7, na którym oznaczone są pola wyników pomiaru odpowiadających poszczególnym grupom. Pola te oddzielone są krzywymi, które stanowią wykresy $P_T = 0,9545$, $P_T = 0,0455$ (odpowiada to $P_P = 0,9545$). Zakreskowana powierzchnia I stanowi pole odchyłek dI świadczących o spełnieniu tolerancji. Nie zakreskowana powierzchnia II stanowi pole odchyłek dI uniemożliwiających podjęcie decyzji o spełnieniu lub niespełnieniu tolerancji. Zakreskowana powierzchnia III stanowi pole odchyłek dI świadczących o niespełnieniu tolerancji. Zauważmy, że w dolnej części wykresu rozciąga się dodatkowe wąskie pole wyników świadczących o niespełnieniu tolerancji.



Rys. 7

III. Określenie dokładności lokalizacji i trasowania obiektu

Osnową dla realizacji obiektu jest montażowa sieć punktów lub osi, których wzajemne rozmieszczenie wyznaczone jest z dokładnością umożliwiającą wykorzystanie sieci do trasowania pozycji szczegółów konstrukcji lub elementów konstrukcyjnych obiektu.

Z punktu widzenia rozpatrywanych zagadnień dokładnościowych będziemy uważać za obiekt każdą budowlę, konstrukcję, mechanizm lub maszynę, dla której trasowania niezbędne jest posługiwanie się specjalnie założoną siecią montażową punktów lub osi. W tym rozumieniu obiekty różnią się między sobą dokładnościami sieci montażowych założonych dla realizacji.

Wzajemne rozmieszczenie obiektów narzucone jest przez plan generalny lub rysunki zestawcze. Zlokalizowanie w terenie miejsc realizacji poszczególnych obiektów zgodnie z tymi danymi następuje poprzez wytyczenie niektórych elementów siatek montażowych w oparciu o sieć realizacyjną.

W budownictwie przemysłowym dla realizacji całego zakładu przemysłowego zakłada się w terenie jednolitą osnowę w postaci sieci kwadratów lub prostokątów. Układ współrzędnych, w którym ta sieć jest wyrażona, stanowi podstawę do lokalizacji poszczególnych obiektów zakładu. Dokładność wspomnianej sieci jest wystarczająca do bezpośredniego jej wykorzystania przy trasowaniu wielu obiektów — głównie konstrukcji hal produkcyjnych. W tej sytuacji staje się możliwe zlokalizowanie wielu obiektów z tą samą dokładnością z jaką trasuje się ich szczegóły.

Montaż wyposażenia hal przemysłowych zmusza na ogół do zakładania odrębnych siatek montażowych o odpowiednio wyższej dokładności aniżeli dokładność siatki realizacyjnej zakładu. Lokalizacja tych obiektów następuje poprzez wytyczenie siatek montażowych z punktów sieci realizacyjnej. Ponieważ jednak siatki montażowe powinny posiadać wyższą dokładność, wytyczenie z siatki realizacyjnej może obejmować tylko elementy lokalizujące siatkę montażową w sposób jednoznaczny — bez warunków nadliczbowych. Wytyczenie z siatki realizacyjnej może więc obejmować jeden punkt i kierunek siatki montażowej (dla siatki służącej do tyczenia sytuacyjnego). Podstawą do tyczenia wysokościowego winien być tylko jeden reper (którego stałość powinna być oczywiście kontrolowana w oparciu o inne repery). Dokładność wyznaczenia lub wytyczenia tych elementów powinna spełniać wymagania wynikające z wielkości tolerancji lokalizacji obiektu. Ponieważ tolerancje lokalizacji są na ogół większe od tolerancji wzajemnego usytuowania elementów konstrukcyjnych obiektu możemy przyjąć prostą zasadę, że błąd średni wyty-

czenia lub wyznaczenia elementu nawiązującego siatkę montażową do sieci realizacyjnej nie powinien przekraczać $\frac{1}{6}$ wielkości tolerancji lokalizacji. Błąd ten należy rozumieć jako miarę dokładności określenia pozycji odpowiedniego elementu siatki montażowej względem punktu i kierunku głównego sieci realizacyjnej.

Wytyczanie siatki montażowej w oparciu o punkt i kierunek wytyczony z sieci realizacyjnej należy prowadzić z dokładnością dostosowaną do tolerancji T_w , T_U , T_L realizowanego obiektu. W celu określenia tej dokładności niezbędne jest prześledzenie zależności między dokładnościami usytuowania elementów konstrukcyjnych w oparciu o siatkę montażową a wspomnianymi tolerancjami.

Wymagania dokładnościowe, dotyczące usytuowania elementów konstrukcyjnych, mają na celu:

- 1) usytuowanie nośnych elementów konstrukcyjnych w pozycjach zabezpieczających stateczność obiektu,
- 2) takie usytuowanie trasowanych geodezyjnie elementów konstrukcyjnych względem osi siatki modularnej, aby możliwe było zmontowanie pozostałych elementów przez wpasowanie z zachowaniem wymaganych wielkości T_U , T_L .

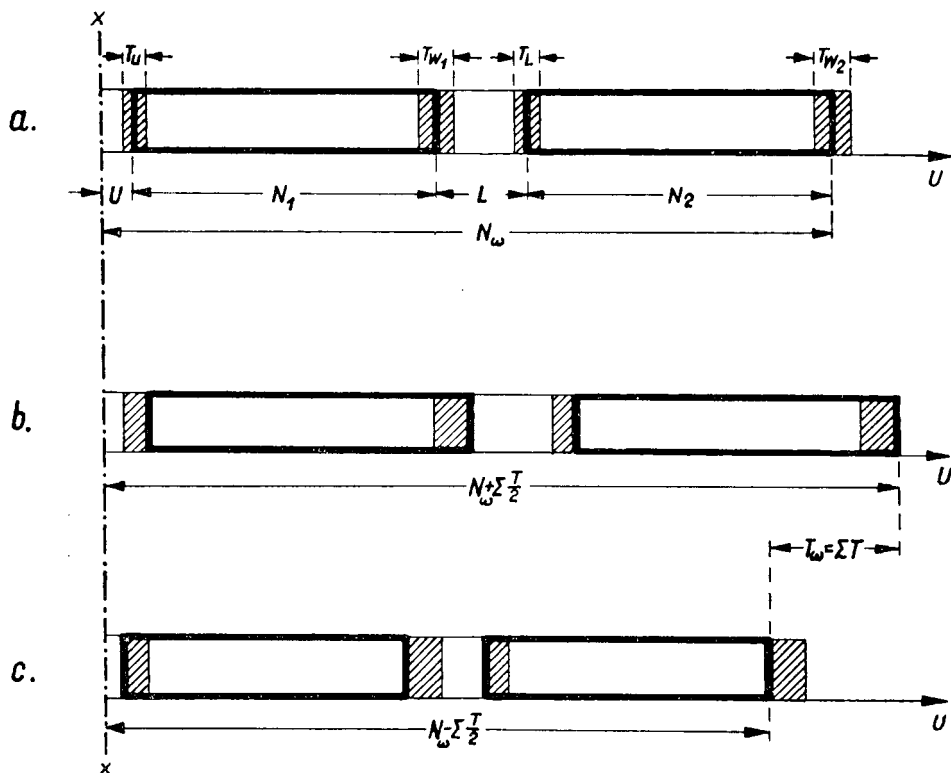
Aby określić podstawowe związki między dokładnością wytyczenia siatki montażowej i dokładnością trasowania pozycji elementów konstrukcyjnych a tolerancjami, omówimy stosowane zasady składania błędów wykonania i montażu. Przyjmijmy na wstępie, że trasowanie geodezyjne dotyczy pozycji niektórych elementów tak rozmieszczonych w obiekcie, aby montażowi elementów pozostałych towarzyszyło wyłącznie składanie wymiarów równoległych. Założenie to czynimy ze względu na to, że ekipy montażowe posiadają zazwyczaj możliwość samodzielnego montowania elementów w ustalonych odstępach wzdłuż oznaczonych kierunków prostych, zadanych przez ustawione uprzednio elementy konstrukcyjne, które zostały wytrasowane geodezyjnie.

Składanie równoległe wymiarów następuje wówczas, gdy wymiary montowanych elementów, luzów (szerokości spoin) i projektowanych odległości od zadanych osi oraz odpowiednie odchyłki tych wymiarów podlegają dodawaniu lub odejmowaniu. Ilustracją składania równoległego jest rysunek 8.

Zgodnie z rysunkiem 8a montażowi podlegają dwa elementy, które należy ułożyć wzdłuż osi U . Początek pierwszego elementu winien znajdować się w odległości U od osi $x-x$, natomiast luz pomiędzy elementami winien być równy L . Nominalna odległość końca drugiego elementu od osi $x-x$ (wypadkowa długość składanego odcinka) wynosi zgodnie z rysunkiem 8a: $N_w = U + N_1 + L + N_2$. Na rysunku pokazano położenia

pół tolerancji kolejnych wymiarów zgodnie z zasadą oznaczenia uwidocznioną na rysunku 1 (oś pola tolerancji przebiega przez prawy koniec wymiaru nominalnego).

Rysunek 8b pokazuje sytuację odpowiadającą skrajnemu przypadkowi, gdy odchyłki wszystkich wymiarów podlegających składaniu osiągną wartości graniczne ze znakiem $+$.



Rys. 8

Rysunek 8c pokazuje sytuację odpowiadającą skrajnemu przypadkowi, gdy odchyłki wszystkich wymiarów podlegających składaniu osiągną wartości graniczne ze znakiem $-$.

Prosta zasada składania tolerancji

Zgodnie ze stosowaną w mechanice zasadą składania tolerancji wymiarów równoległych, tolerancja sumy lub różnicy wymiarów jest równa sumie tolerancji. Ta prosta i bardzo bezpieczna zasada uwidoczniona jest

przykładowo na rysunku 8, gdzie różnica między sumą wymiarów na rysunku 8b a sumą wymiarów na rysunku 8c jest równa sumie tolerancji wymiarów składanych. Wymiar i tolerancję powstałą ze składania wymiarów i tolerancji nazywamy wypadkowymi. Tak więc prosta zasada składania tolerancji wymiarów równoległych wyraża się wzorem

$$T_w = \sum_1^n T, \quad (33)$$

gdzie: n — liczba składanych wymiarów.

Zauważmy, że w praktyce jest bardzo mało prawdopodobne przekroczenie granic tak określonej tolerancji wypadkowej wymiaru powstałego ze składania równoległego. Spróbujemy obliczyć wielkość prawdopodobieństwa takiego zdarzenia. W tym celu założymy, że tolerancje wszystkich wymiarów podlegających składaniu zostały ustalone jako równe;

$$T = 2 \cdot r \cdot m, \quad (34)$$

przy czym r jest jednakowe dla wszystkich składanych tolerancji, zaś błędy wymiarów składanych podlegają rozkładowi normalnemu. Przy takim założeniu prawdopodobieństwo spełnienia każdej z tolerancji jest równe $P_T = P(|r|)$. Wynika z tego, że przekroczenie granic każdej z tolerancji może zajść z prawdopodobieństwem $P_P = 1 - P(|r|)$, zaś przekroczenie określonej granicy pola tolerancji może nastąpić z prawdopodobieństwem $\frac{1 - P(|r|)}{2}$, co wynika z symetryczności krzywej Gaussa.

Możemy przeto powiedzieć, że prawdopodobieństwo otrzymania odchyłki większej od odchyłki granicznej z określonym znakiem jest równe lub mniejsze od $\frac{P_P}{2} = \frac{1 - P(|r|)}{2}$. Przyjmując, że odchyłki składanych wymiarów są od siebie niezależne¹⁾ możemy obliczyć wielkość prawdopodobieństwa jednoczesnego przekroczenia przez odchyłki wszystkich składanych wymiarów, wartości odchyłek granicznych z jednakowym znakiem

$$\frac{P_{P_w}}{2} = \left(\frac{1 - P(|r|)}{2} \right)^n, \quad (35)$$

gdzie n — liczba składanych wymiarów.

¹⁾ W przypadku, gdy elementy pobierane są bez zwracania z określonej partii produkcji o błędach podlegających rozkładowi normalnemu, zdarzenia polegające na kolejnym pobraniu elementów o jednakowych cechach byłyby zależne. Spowodowałoby to dodatkowe zmniejszenie prawdopodobieństwa takich zdarzeń.

Wielkość prawdopodobieństwa spełnienia tolerancji wypadkowej, określonej wg wzoru (33) obliczymy z wzoru

$$P_{T_w} = 1 - 2 \left(\frac{1 - P(r)}{2} \right)^n. \quad (36)$$

Przyjmując, że tolerancje wymiarów podlegających składaniu ustalone zostały wg wzoru (34) przy $r = 3$ obliczymy wielkość prawdopodobieństwa spełnienia tolerancji wypadkowej dla przypadku składania pokazanego na rysunku 8. Zgodnie z tym rysunkiem składaniu podlegają 4 wymiary, wobec tego otrzymujemy:

$$P_{T_w} = 1 - 2 \left(\frac{1 - 0,9973}{2} \right)^4 = 0,999\,999\,999\,993\,4.$$

Na ogół punktem wyjścia do określenia tolerancji wymiarów podlegających składaniu jest wielkość tolerancji wypadkowej, uwarunkowana względami technicznymi. Stosowanie prostej zasady składania tolerancji, wyrażonej wzorem (33) powoduje narzucenie dużych wymagań w stosunku do dokładności wymiarów podlegających składaniu. Dlatego w praktyce stosuje się często tak zwaną „probabilistyczną” zasadę składania tolerancji, polegającą na przyjęciu innego kształtowania się błędów wypadkowych.

Probabilistyczna zasada składania tolerancji

Zasada ta opiera się na założeniu, że średni błąd wypadkowy wymiaru powstałego ze złożenia wymiarów o określonych średnich błędach może być obliczony wg ogólnie stosowanych zasad, odnoszących się do błędów funkcji spostrzeżeń. Tak więc w przypadku składania równoległego wymiarów, tolerancja wypadkowa zostaje określona wg wzoru

$$T_w = \sqrt{\sum_{i=1}^n T_i^2}. \quad (37)$$

Przy założeniu, że wartość r jest jednakowa dla wszystkich tolerancji podlegających składaniu, możemy określić prawdopodobieństwo spełnienia tolerancji wypadkowej, określonej wg wzoru (37)

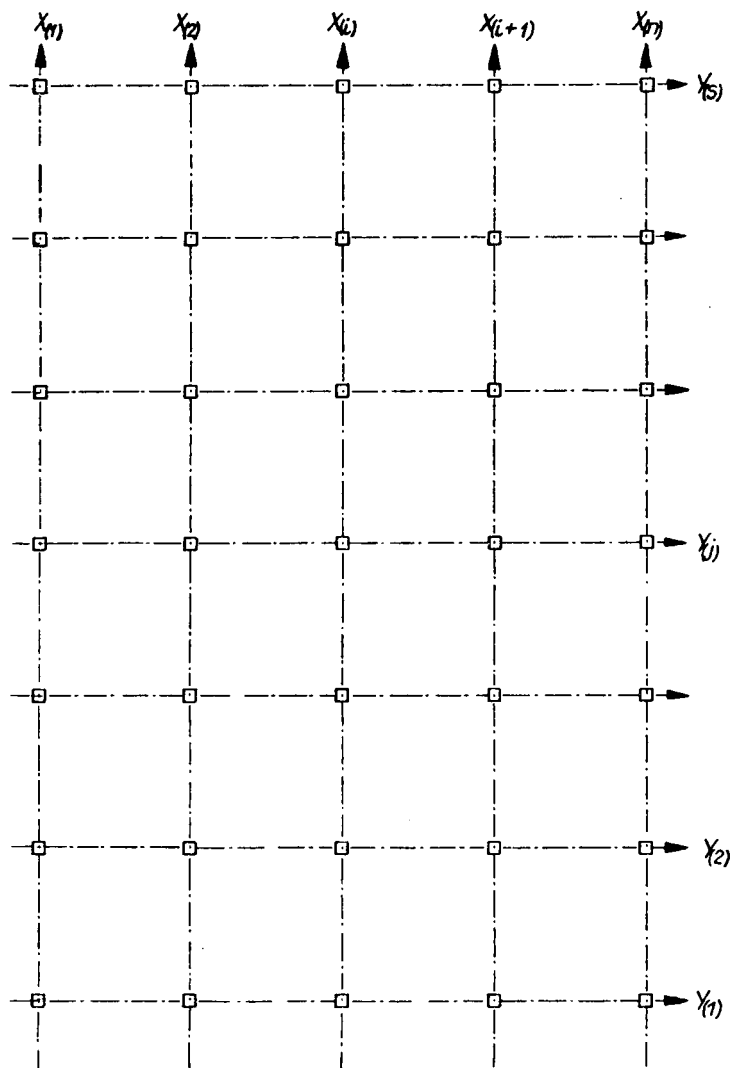
$$P_{T_w} = P_T = P(|r|). \quad (38)$$

Probabilistyczna zasada składania tolerancji pozwala na bardziej łagodne określenie tolerancji poszczególnych wymiarów przy określonej wielkości tolerancji wypadkowej. Posiada ona istotny walor dla analizy

zależności między dokładnościami czynności geodezyjnych a tolerancjami wykonania i montażu elementów konstrukcyjnych, polegający na możliwości jednakowego traktowania błędów czynności geodezyjnych, związanych z trasowaniem oraz błędów wykonania elementów konstrukcyjnych i błędów czynności montażowych.

Związki między dokładnościami trasowania i tolerancjami rozpatrzmy na dwóch typowych przypadkach, ilustrujących dodatkowo znaczenie przedmiotu wyznaczeń geodezyjnych dla określenia ich dokładności. Pierwszy z tych przypadków jest charakterystyczny dla trasowania pozycji elementów konstrukcyjnych, które nie stykają się z innymi elementami na poziomie podstawy. Przykładem takiego układu elementów są gniazda dla ustawienia słupów konstrukcji nośnej budynku. Drugi przypadek dotyczy trasowania niektórych elementów konstrukcyjnych, przy czym zespół montowanych elementów charakteryzuje się tym, że poszczególne elementy stykają się (ściślej mówiąc tworzą połączenia) na poziomie podstawy. Różnica między trasowaniem elementów wolno stojących i elementów stykających się już na poziomie podstawy polega na tym, że elementy wolnostojące powinny być trasowane wszystkie bez wyjątku, natomiast w zespołach elementów stykających się można trasować tylko niektóre z nich, zaś pozostałe montuje się przez dostawianie z pozostawianiem odpowiednich luzów. Przykładem drugiego przypadku jest konstrukcja budynku montowanego z wielkowymiarowych elementów płytowych.

Zgodnie z rysunkiem 9 wytyczenie obejmuje osie gniazd służących do ustawienia słupów konstrukcji nośnej. Osie tych gniazd winny znajdować się zgodnie z projektem na przecięciach odpowiednich osi X , Y siatki modularnej. W tym celu niezbędne jest wytrasowanie w terenie i oznaczenie siatki montażowej, która stanowi odwzorowanie w naturze układu osi siatki modularnej. Wytyczone w terenie osie siatki montażowej oznaczmy X'' , Y'' . Osie te mogą być wytrasowane w pozycjach odwzorowujących wiernie siatkę modularną lub w takich ustalonych odległościach od odpowiednich osi siatki modularnej, aby przebiegały poza gabarytami słupów ustawianych w późniejszej kolejności. Oczywiście pozycje osi siatki montażowej różnią się w stosunku do pozycji projektowanych ze względu na popełnione błędy tyczenia i oznaczania. Rozpatrzmy dokładności trasowania i montażu słupów w jednej z płaszczyzn modularnych, na przykład w płaszczyźnie pionowej $Y_{(j)}$, Z (gdzie Z — oś pionowa). Ograniczymy się do analizy związków między dokładnościami i tolerancjami montażu dwu słupów, które wg projektu winny znajdować się na przecięciu osi $X_{(i)}$, $Y_{(j)}$ oraz $X_{(i+1)}$, $Y_{(j)}$. Schemat montażu tych słupów i dźwigara wspartego na nich znajduje się na rysunku 10.

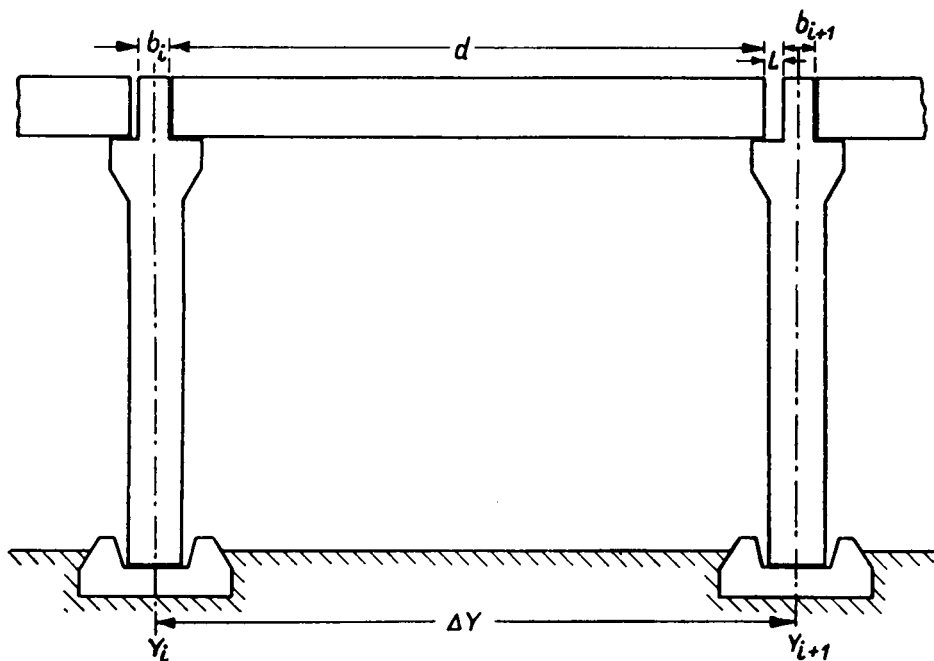


Rys. 9

Odchylenie poziome osi słupa na poziomie podparcia dźwigara od odpowiedniej płaszczyzny pionowej XZ , mierzone w płaszczyźnie YZ spowodowane jest następującymi odchyleniami:

1. Odchylenie osi wytyczonej w terenie X'' od osi siatki modularnej X , które oznaczmy dY_1 (tolerancja T_{1Y}),
2. Odchylenie wytrasowanej osi gniazda (lub innego elementu centrującego podstawę słupa) względem wytyczonej w terenie osi X'' , które oznaczmy dY_2 (tolerancja T_{2Y}).

3. Odchylenie osi wykonanego gniazda od pozycji wskazanej przez wytrasowanie, które oznaczmy dY_3 (tolerancja T_{3Y}).
4. Odchylenie ustawienia osi podstawy słupa w stosunku do osi wykonanego gniazda, które oznaczmy dY_4 (tolerancja T_{4Y}).
5. Odchylenie osi słupa od pionu, wyrażające się odchyłką dY_5 osi słupa na poziomie podparcia dźwigara w stosunku do pozycji osi słupa na poziomie podstawy (tolerancja T_{5Y}).



Rys. 10

Możemy powiedzieć, że wypadkowa odchyłka usytuowania osi słupa na poziomie podparcia dźwigara w stosunku do osi pionowej znajdującej się na przecięciu płaszczyzn XZ i YZ wynosi

$$dY_w = dY_1 + dY_2 + dY_3 + dY_4 + dY_5. \quad (39)$$

Jest to odchyłka wypadkowa usytuowania, wynikająca ze składania równoległego (wzdłuż osi Y) pięciu wymiarów, których nominalne wartości są równe zero.

Zgodnie z rysunkiem 10 nominalną wartość luzu określimy następująco:

$$L_w = Y_{i+1} - Y_i - \frac{b_i}{2} - d + \frac{b_{i+1}}{2}. \quad (40)$$

Uwzględniając odchyłki współrzędnych Y_i , Y_{i+1} wyrażone dla każdego słupa wzorem (39) i przyjmując, że odpowiednie tolerancje poszczególnych czynności związanych z montażem i trasowaniem są jednakowe dla wszystkich słupów, możemy napisać zgodnie z probabilistyczną zasadą składania tolerancji

$$T_{L_w} = \sqrt{2(T_{1y}^2 + T_{2y}^2 + T_{3y}^2 + T_{4y}^2 + T_{5y}^2) + 2\left(\frac{T_b}{2}\right)^2 + T_d^2}. \quad (41)$$

Tolerancja pasowania określona została wzorem (41) jako wypadkowa ze względu na to, że wielkość odchyłki luzu kształtuje się pod wpływem odchyłek wcześniej zrealizowanych wymiarów.

Tolerancje T_{1y} , T_{2y} wyrażają wymagania dokładnościowe w stosunku do czynności trasowania, wobec czego napiszemy na podstawie wzoru (41)

$$T_{1y}^2 + T_{2y}^2 = 0,5(T_{L_w}^2 - T_d^2) - \left(\frac{T_b}{2}\right)^2 - T_{3y}^2 - T_{4y}^2 - T_{5y}^2. \quad (42)$$

Powyższe wyrażenie pozwala określić wymaganą dokładność tyczenia osi siatki montażowej oraz tyczenia osi gniazd w zależności od: tolerancji pasowania T_{L_w} , tolerancji wymiarów elementów (T_b , T_d) oraz tolerancji czynności montażowych (T_{3y} , T_{4y} , T_{5y}).

Należy podkreślić, że wzór (42) nie zawiera osobnego członu, który uwzględniłby tolerancję obrotu podstawy słupa oraz tolerancję zwichrowania jego powierzchni. Należy przeto uwzględnić je na drodze odpowiedniego zwiększenia tolerancji T_b tak, aby wielkość tej tolerancji obejmowała dodatkowe odchyłki na skrajach powierzchni montażowej (powierzchni styku łączonych elementów konstrukcyjnych).

Oszacowanie pożądanych dokładności tyczenia powinno opierać się na znajomości i krytycznej analizie składników prawej strony równości (42). Należy przy tym zwracać baczną uwagę na to, czy tolerancje czynności montażowych, tolerancje wykonania elementów konstrukcyjnych i tolerancje pasowania są ze sobą odpowiednio skorelowane. W praktyce często zdarza się brak takiej korelacji, który powoduje niemożność prawidłowego zmontowania konstrukcji. Podstawowym kryterium dla stwierdzenia, czy tolerancje są ze sobą skorelowane jest osiągnięcie takiej dodatniej wartości prawej strony równości (42), która zabezpiecza prawidłowe wykonanie trasowania z punktu widzenia możliwości dokładnościowych tyczenia. Niekiedy zdarza się, że tolerancje czynności montażowych, tolerancje wykonania i pasowania osiągają takie wartości, że prawa strona równania (42) osiąga zero lub wartość ujemną, co stanowi sygnał o błędnym skoordynowaniu tolerancji i powinno stanowić podstawę do odmowy wykonania trasowania konstrukcji przed dokonaniem odpowiednich korekt.

Określenie dokładności tyczenia siatki montażowej obejmuje:

1. Określenie błędu średniego odległości między wytyczonymi sąsiednimi osiami:

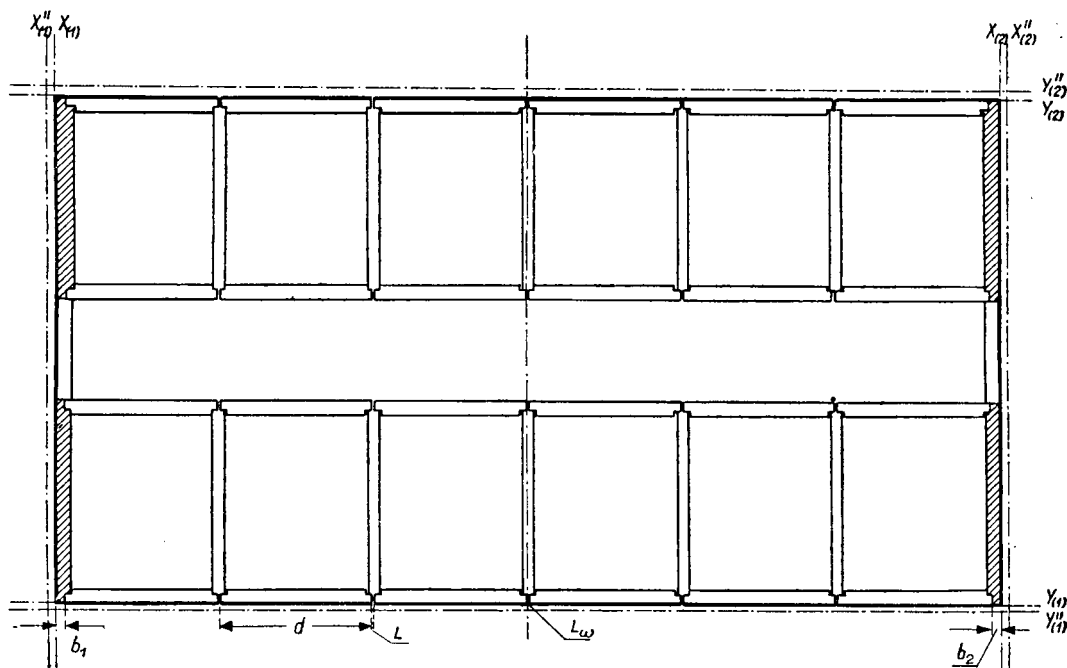
$$m_{\Delta Y} = \frac{T_{1Y}}{\sqrt{2} \cdot r}; \quad m_{\Delta X} = \frac{T_{1X}}{\sqrt{2} \cdot r}. \quad (43)$$

2. Określenie błędu średniego kąta między osiami, który dla osi prostopadłych do siebie wyraża się wzorem

$$m_a = \frac{1}{2r} \sqrt{(T_{1Y}\Delta X)^2 + (T_{1X}\Delta Y)^2}, \quad (44)$$

gdzie: T_{1Y} , T_{1X} — wielkości tolerancji usytuowania osi siatki montażowej względem osi siatki modularnej X, Y,

ΔX , ΔY — odległości między sąsiadującymi osiami siatki modularnej.



Rys. 11

Omówimy obecnie zależności między tolerancjami i dokładnością tyczenia niektórych elementów konstrukcyjnych w przypadku, gdy sąsiadujące elementy stykają się bezpośrednio (lub graniczą ze sobą z pozostawieniem pewnych luzów). Zgodnie z rysunkiem 11 wytyczenie obejmuje pozycje elementów oznaczonych przez zakreślowanie. Rysunek 11

pokazuje rozmieszczenie elementów wielkopłytowych, które stanowią ściany budynku.

Wytyczenie pozycji elementów zakreskowanych wymaga wytyczenia osi siatki montażowej, znajdujących się w określonych odległościach od osi siatki modularnej, obejmującej kontur budynku. Po ustawieniu elementów zakreskowanych w wytrasowanych pozycjach możliwy staje się montaż elementów pozostałych, polegający na ustawianiu wzdłuż osi Y ścian zewnętrznych i ścian graniczących z centralnie umieszczonym korytarzem. Ustawianie tych elementów wzdłuż kierunków prostych określonych przez narożniki uprzednio wytrasowanych elementów (zakreskowanych) dokonywane jest wzdłuż napiętego drutu lub sznura. Ściany poprzeczne (wzdłuż osi X) wpasowuje się przy wykorzystaniu gniazd powstałych na stykach ścian ustawianych uprzednio wzdłuż osi Y.

Rozpatrzmy w pierwszej kolejności błędy powstałe przy wpasowywaniu elementów ustawionych wzdłuż osi Y w przedział utworzony przez ustawione uprzednio elementy zakreskowane.

Uwzględnimy przy tym błędy powstałe przy ustawianiu ścian tworzących przedział.

Oznaczmy tolerancje tyczenia osi siatki montażowej w stosunku do osi siatki modularnej przez T_{1Y} , T_{1X} , tolerancje trasowania zakreskowanych ścian w stosunku do osi siatki montażowej przez T_{2Y} , T_{2X} , tolerancje ustawienia ścian w stosunku do pozycji wskazanych przez trasowanie — T_{3Y} , T_{3X} . Ponadto weźmiemy pod uwagę tolerancje wymiarów pokazanych na rysunku 11.

Zgodnie z rysunkiem 11 dla szeregu wymiarów nominalnych składanych wzdłuż osi Y możemy napisać

$$Y_2 - Y_1 = b_1 + n \cdot d + (n+1)L + b_2. \quad (45)$$

Uwzględniając odchyłki poszczególnych składanych wymiarów przewidujemy, że w miejscu łączenia elementu ustawianego w ostatniej kolejności z elementem ustawionym wcześniej powstanie luz wypadkowy. Z tego względu równość (45) wyrazimy w postaci

$$L_w = Y_2 - Y_1 - b_1 - n(d+L) - b_2 \quad (46)$$

Tolerancję wypadkową luzu określonego wg wyrażenia (46) obliczymy zgodnie z wzorem (37)

$$T_{L_w} = \sqrt{2(T_{1Y}^2 + T_{2Y}^2 + T_{3Y}^2 + T_b^2) + n(T_d^2 + T_L^2)}, \quad (47)$$

gdzie n — liczba ścian ustawianych w przedziale.

Na podstawie wzoru (47) napiszemy

$$T_{1Y}^2 + T_{2Y}^2 = 0,5T_{L_w}^2 - T_{3Y}^2 - T_b^2 - \frac{n}{2}(T_d^2 + T_L^2) \quad (48)$$

Z wzoru (47) wynika, że dla zachowania wymaganej tolerancji pasowania T_{L_0} w miejscu, gdzie nastąpiło maksymalne nagromadzenie się błędów powstałych z sumowania się odchyłek kolejno realizowanych wymiarów (w miejscu ostatniego łączenia), wielkości tolerancji pasowania T_L w pozostałych miejscach winny być odpowiednio zmniejszone tak, aby prawa strona równości (48) mogła uzyskać minimalną wartość dodatnią, pozwalającą na prawidłowe wykonanie trasowania.

Przy montowaniu elementów ustawianych wzdłuż osi Y nie jest obojętna kolejność ustawiania, bowiem poza określoną wielkością tolerancji pasowania T_L narzucane bywają ograniczenia dotyczące usytuowania końców poszczególnych elementów w stosunku do osi siatki modularnej. Ograniczenia te wynikają z wielkości tolerancji poprzecznego usytuowania ścian ustawionych wzdłuż osi X względem tych osi. Ponieważ ściany ustawiane wzdłuż osi X są wpasowywane w gniazda utworzone na styku elementów ustawionych wzdłuż osi Y należy dążyć do umiejscowienia tolerancji wypadkowej luzu na środku przedziału utworzonego przez ściany wytrasowane geodezyjnie. Wówczas tolerancja wypadkowa poprzecznego usytuowania elementu ustawionego wzdłuż osi X osiągnie minimalną wartość równą

$$T_{XY_0} = \sqrt{T_{1Y}^2 + T_{2Y}^2 + T_{3Y}^2 + T_b^2 + \frac{n}{2}(T_d^2 + T_L^2) + T_{6Y}^2} \quad (49)$$

gdzie T_{6Y} — tolerancja ustawienia osi ściany środkowej względem osi gniazda utworzonego na styku ścian ustawionych wzdłuż osi Y .

W związku z tym elementy winny być ustawiane kolejno, poczynając od obu końców przedziału „na zbiecie”, które powinno nastąpić na środku przedziału. Wzory (47), (49) pozwalają na stwierdzenie jaka jest dopuszczalna szerokość przedziału utworzonego przez ściany ustawione w pozycjach wytrasowanych geodezyjnie w zależności od konkretnych wartości tolerancji składanych wymiarów. Należy podkreślić, że wspomniane wzory określają zależności między tolerancjami odpowiadające przypadkowi montowania elementów w przedziałach bez dokonywania dodatkowych trasowań, określających usytuowanie poszczególnych elementów. W praktyce często stosuje się dodatkowe trasowania przy wykorzystaniu taśmy. Trasowania te polegają na oznaczeniu miejsc osi spoin na podstawie odległości projektowanych, odłożonych od ścian ustawionych geodezyjnie. Taki sposób postępowania umożliwia zlikwidowanie narastania błędów montażu wyrażających się w uzyskaniu w jednym miejscu wypadkowej odchyłki szerokości spoin o wartości znacznie większej od odchyłek pozostałych szerokości spoin.

Wspomniane trasowanie pozycji osi spoin dokonywane jest zazwyczaj przez ekipę montażową. Z tego względu (dla zmniejszenia ryzyka

popelniania błędów grubych) odległość między ścianami ustawionymi w pozycjach wytrasowanych geodezyjnie nie powinna przekraczać długości taśmy, którą dysponuje ekipa montażowa. Kolejną przyczyną ograniczenia odległości między ścianami ustawianymi w pozycjach wytrasowanych geodezyjnie są wielkości poprzecznych błędów ustawienia elementów w przedziale. Wielkość tych błędów jest zależna od długości napiętego drutu lub sznura. Poprzeczne błędy usytuowania elementów ustawianych wzdłuż osi Y mają wpływ na możliwość prawidłowego wpasowywania ścian ustawianych wzdłuż osi X.

Tolerancje czynności związanych z wytyczeniem osi Y" siatki montażowej oraz trasowania krawędzi ścian można wyznaczyć w sposób podobny do zilustrowanego sposobu określania tolerancji T_{1Y} , T_{2Y} . Podstawą do analizy są w tym przypadku wielkości tolerancji wymiarów płyt stropowych i grubości ścian budynku.

Z powyższych wyjaśnień wynika, że w praktyce, w zależności od konkretnych wielkości tolerancji może zająć potrzeba geodezyjnego trasowania pozycji ścian, które nie będą znajdowały się przy narożach budynku. Rozmieszczenie ścian trasowanych geodezyjnie powinno stanowić przedmiot projektu opracowanego w oparciu o przewidywany sposób montażu oraz w oparciu o znajomość wielkości tolerancji. Powyższe wywody ilustrują w pewnym stopniu tryb postępowania przy analizie dokładności trasowania i określaniu przedmiotu trasowania.

IV. Określenie dokładności kontroli prawidłowości montażu obiektu

Pomiary związane z kontrolą prawidłowości montażu można podzielić na trzy zasadnicze grupy:

1. Pomiary służące do wyznaczenia odchyłek usytuowania elementów konstrukcyjnych ustawionych w pozycjach do montażu przed dokonaniem trwałych połączeń.

2. Pomiary służące do wyznaczania odchyłek usytuowania zmontowanych fragmentów obiektu.

3. Pomiary dla wyznaczenia odchyłek usytuowania wybranych fragmentów obiektu po zakończeniu jego montażu. Pomiary tej grupy mogą być powtarzane okresowo w celu stwierdzenia zmian odchyłek powstających w okresie eksploatacji obiektu pod wpływem odkształceń.

Podstawą do określenia dokładności pomiarów związanych z kontrolą prawidłowości montażu jest zasadniczy cel i sposób wykorzystania wyników wyznaczeń.

Wyniki pomiarów zaliczonych do pierwszej grupy mogą być wykorzystane do dokonywania korekt usytuowania elementów w przypadku,

gdy wyznaczone odchyłki osiągają wielkości świadczące o niespełnieniu tolerancji. W tym przypadku dokładność wyznaczenia odchyłki winna być taka aby po skorygowaniu położenia elementu zagwarantowane było spełnienie tolerancji. Oznaczając T_l — tolerancję wyznaczenia odchyłki, T_k — tolerancję korekty odchyłki (tolerancję regulacji położenia elementu) możemy postawić warunek, że tolerancja wypadkowa jest mniejsza od tolerancji usytuowania elementu T_U :

$$T_U > \sqrt{T_l^2 + T_k^2}. \quad (50)$$

Na podstawie wzoru (50) możemy napisać

$$m_l < \frac{1}{2r} \sqrt{T_U^2 - T_k^2}. \quad (51)$$

Wyniki pomiarów zaliczonych do drugiej grupy mogą być wykorzystane do kontroli międzyoperacyjnej w trakcie montażu i do korekt usytuowania następnych, jeszcze nie montowanych elementów. Przykładem może być sytuacja, jaka powstaje w wyniku stwierdzenia, że dotychczas zmontowane elementy posiadają odchyłki usytuowania bliskie odchyłkom granicznym, co w przypadku braku korekt w usytuowaniu elementów montowanych w następnej kolejności mogłoby doprowadzić do przekroczenia granicznych odchyłek ich usytuowania. Dokładność pomiarów tej grupy powinna w zasadzie spełniać wymagania określone wzorem (51), przy czym tolerancję T_k należy tu rozumieć jako tolerancję usytuowania elementu, który ma być ustawiony w skorygowanej pozycji, względem elementu, którego usytuowanie było kontrolowane przez omawiany pomiar.

Wyniki pomiarów zaliczonych do trzeciej grupy mogą służyć jako jedna z podstaw do dokonania odbioru technicznego zmontowanego obiektu lub do badań dokładności montażu, posiadających związek z opracowywaniem norm dokładności. Dokładności tych pomiarów winny umożliwiać wyznaczanie odchyłek z błędem średnim o wielkości ustalonej w sposób omówiony w rozdziale II p. 2.

Należy dodać, że błędy średnie wyznaczenia odchyłek, omawiane w niniejszym rozdziale mogą być błędami funkcji, a nie bezpośrednio błędami spostrzeżeń. Na przykład, przy badaniu dokładności montażu budynków, omówionym w publikacjach [5], [9], wyznaczone są odchyłki współrzędnych wybranych punktów, w związku z czym dokładności czynności pomiarowych prowadzących do wyznaczenia tych odchyłek winny być określone na podstawie związków między błędami poszczególnych rodzajów spostrzeżeń a wymaganymi wielkościami błędów współrzędnych.

L I T E R A T U R A

- [1] *Bobowicz H.*: Analiza wymiarowa w praktyce. Wyd. MON, Warszawa 65
- [2] *Dowgird R.*: Prefabrykacja w budownictwie przemysłowym. Wyd. „Arkady” Warszawa 1957
- [3] *Hausbrandt St.*: Rachunki geodezyjne. Wyd. PPWK Warszawa 1953
- [4] *Janicki St.*: Tolerancje i pasowania w budownictwie. Wyd. „Arkady” Warszawa 1956
- [5] *Janusz W.*: Wytyczne do prowadzenia pomiaru odchyłek montażu budynków. Biuletyn PP „Geoprojekt” Warszawa 1967
- [6] *Nowikow MP.*: Montaż maszyn i mechanizmów. Wyd. PWT Warszawa 56
- [7] *Tomaszewski.*: Analiza tolerancji w pasowaniach. Wyd. PWN Warszawa 1966
- [8] *Volk W.*: Statystyka stosowana dla inżynierów. Wyd. NT. Warszawa 1965
- [9] *Zykubek St.*: Pomiar inwentaryzacyjno-kontrolne w budownictwie uprzemysłowionym. Prace IGiK Tom XIV zeszyt 1 (31) Warszawa 1967
- [10] Geodezja gospodarcza Tom IV. Praca zbiorowa. Wyd. PPWK 1955

Recenzował: Prof. Jan Ponikowski

Rękopis złożono w Redakcji w listopadzie 1967 r.

ВОЙЦЕХ ЯНУШ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ДОПУСКАМИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ И ТОЧНОСТЬЮ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТ

Резюме

В работе даются основные понятия из области допускаемых отклонений от номинальных размеров в технических проектах, а также объясняется значение допусков с учетом подразделения на:

- 1) допуски локализации объекта в целом, являющегося предметом технического проекта — T_p ,
- 2) допуски изготовления отдельных элементов конструкции — T_w ,
- 3) допуски положения монтированных элементов конструкции относительно осей модулярной сети — T_u ,
- 4) допуски посадок монтированных элементов конструкции в местах сопряжения — T_L .

Суть геодезических работ связанных с реализацией объекта, который является предметом технического проекта составляют провешки, имеющие целью локализацию элементов на местности согласно техническому проекту в пределах установленных допусков, а также измерения имеющие целью проверку выполняются ли допуски изготовления элементов, положения и посадок.

По поводу неизбежных ошибок измерений результат провешивания не будет тождественный проектному размеру; по тем же причинам результат контрольного измерения не будет идентичный как проверяемый истинный размер. Поэтому оказывается неизбежным принять предположение, что для проверки выдержаны ли соответствующие допуски, необходимо чтобы результат провешки или контрольного измерения свидетельствовал об этом факте с наименьшей определенной вероятностью $P_{T_{\min}}$. В работе принимается, что величина вероятности $P_{T_{\min}}$ находится в определенной зависимости от веса с каким выполняется допуск в процессе монтажа и разбивки (работы) объекта.

Стало быть принято следующие значения $P_{T_{\min}}$:

- 1) 0,9545 — эквивалент удвоенной средней квадратической ошибки — для допусков размеров в конструкциях, в которых соединение элементов осуществляется с помощью бетонирования или сварки,
- 2) 0,9876 — эквивалент двойной с половиной средней квадратической ошибки — для допусков размеров в конструкциях, в которых соединение элементов осуществляется особых соединительных деталей,

3) 0,9973 — эквивалент утроенной средней квадратической ошибки — для допусков размеров относящихся к элементам сопряженных подвижно (главным образом детали машин).

В работе даются: вывод формул, номограмма и сводка величин характеризующих закон нормального распределения (Гаусса), которые позволяют производить практические расчеты вероятности с какой полученный результат измерения свидетельствует о выполнении допуска реальным размером.

В качестве иллюстрации к рассматриваемому вопросу может послужит следующий пример. Согласно проекту длина определенного элемента не должна выходит за пределы $19\,995 \pm 20\,005$ мм. Длина изготовленного элемента измеренная со средней квадратической ошибкой ± 2 мм получилась равной 20 003 мм, следовательно находится в пределе заданном в техническом проекте. Однако из-за относительно небольшой точности измерения полученный результат характеризуется вероятностью выдержания допуска равной $P_T = 0,8513$, которая является неудовлетворительной чтобы можно было сказать, что измеренная величина полностью отвечает заданному допуску. Если бы тот же результат измерения был получен со средней квадратической ошибкой ± 1 мм, тогда вероятность соответствия заданному допуску равнялась бы $P_T = 0,9772$. Принимая, что исследуемый элемент будет соединяться путем бетонирования можно признать этот результат как свидетельствующий о выполнении допуска.

Кроме того в работе обращается внимание на существование основных зависимостей между допусками и точностью измерений, которые позволяют подобрать необходимую точность измерений в зависимости от допусков определяемых техническими наставлениями.

Эти зависимости определяется с учетом предмета геодезических работ, конструкции монтированного объекта и принятой технологии монтажа. Вывод этих зависимостей сделано исходя из предпосылки, что обязывает пробабилистический принцип складывания допусков, причем в размерных цепях складывается ошибки провешивания, ошибки закрепления результатов провешивания, ошибки изготовления элементов, а также их совмещения и посадки при монтаже. Все эти ошибки считаются однородными независимыми случайными величинами. Выведенные зависимости выражено с помощью формул, соответствующих определенным случаям складывания размеров и допусков. Тем способом проиллюстрировано методику получения, в случае необходимости, соответствующих формул при разных условиях складывания размеров и допусков.

DETERMINATION OF BASIC INTERRELATIONS BETWEEN TOLERANCES ADMISSIBLE IN CONSTRUCTION WORK AND ACCURACIES DEMANDED OF SURVEYING IN THIS TYPE OF WORK

Summary

Note:

In British surveying the term „tolerance” — a continental term freely adopted in British mechanical and electrical engineering for classifying limits of „fits” for bearings and the like — is less commonly in use than the term „confidence limits”. Confidence limits are the limits within which it can be said — with a given degree of confidence — that a true value lies; correlated terms are „confidence coefficient” (degree of confidence) and „confidence interval” (interval between limits).

The author explains in basic outlines how far tolerances are permitted to deviate from the nominal measurements demanded in technical drawings, and throws light on the significance of different tolerances by classifying them into:

- 1) tolerances in siting a full-size object shown in a technical design — T_P
- 2) tolerances in the construction of structural elements — T_W
- 3) tolerances in the setting of elements of structures in relation to the axes of a modular grid — T_U
- 4) tolerances in the way how construction elements fit each other at points to be joined — T_L .

When it comes to putting up a structure in accordance with a detailed drawing it is the task of the surveyor to stake out in the field the basic points and lines for the structure and its elements in due consideration of the tolerance terms demanded, and afterwards to check by suitable surveys whether the tolerances have been satisfied and the siting of the structure and the proper joining of its elements have accomplished with a satisfactory accuracy.

Due to inevitable inconsistencies in surveying, the points and lines laid out in the field will not match exactly what was demanded in the drawing, and the results obtained from the surveyor's control measurements will not mirror conditions as they actually are in the field. This makes it necessary to adopt the standpoint, that for the assertion that some demanded tolerance has really been met — referring to either the original survey network before construction work started or to the control survey of the work under construction — this fact must be demonstrated with the lowest probability $P_{T_{\min}}$, the probability that the deviations from what the design calls for lie within the interval of the narrowest possible confidence

limits. The author presupposes in his paper that the value of probability $P_{T_{\min}}$ depends on the weight the given tolerance has in the process of erection of the structure and of its proper operation.

Thus the author adopted the following values for $P_{T_{\min}}$:

1) 0,9545 (equivalent to twice the mean error) as dimensional tolerance value for structures where units are joined by means of concreting or welding;

2) 0,9873 (equivalent to two and one half times the mean error) as dimensional tolerance value for structures where given elements are joined by additional connecting elements;

3) 0,9973 (equivalent to three times the mean error) as dimensional tolerance value for elements which are to cooperate in rotative motion (for the most part this refers to machinery).

In his paper the author develops formulae, and presents a nomogram and tables of characteristic values of the normal Gauss system; in practical use these data make it possible to calculate the probability that the result of the control survey confirms the tolerance value demanded to have been attained in the true survey.

For illustrating problems of this type the following example may serve. In a drawing the length of some element is specified to extend within the limits from 19 995 and 20 005 mm. After the work was done the control survey, made with a mean error of ± 2 mm, gave the length 20 003 mm — a value contained within the limits specified in the design. However, in view of its relatively poor accuracy this control survey shows that the tolerance demanded has been attained with a probability $P_T = 0,8413$, — a value insufficiently high to consider the control survey satisfactory. Had the same result been obtained in the control survey with accuracy characterized by a mean error of ± 1 mm, the probability of the demanded tolerance being fulfilled would have been $P_T = 0,9772$. Even so, the control survey might have been considered to fulfill the tolerance specified (to lie within the confidence limits), if the assumption is made that the element under investigation is to be joined by concreting.

Further the author indicates the basic interrelations between tolerances and accuracies of surveys, by which one can select survey accuracies depending on the degree of the tolerances specified by technical standards. These interrelations are established in due consideration of the object to be surveyed, the structural details of the given object, and the technological pattern of the structural work to be checked. These rules have been introduced on the assumption, that the probability principle of upholding tolerance standards is obligatory, — so that the dimensional chains contain errors in surveying and in calculating surveying results, errors in the way how structural elements are produced as well as how they are placed in the field and adjusted in mounting. All these errors are dealt with in a uniform manner, as facts not interrelated mutually and each in itself variable. The author evolves these interrelations using as examples equations referring to definite instances how dimensions and tolerances are interrelated. And in this way the author indicates how to proceed when it comes to developing suitable equations for different conditions under which dimensions and tolerances must be interrelated.