PRACE INSTYTUTU GEODEZJI I KARTOGRAFII

Tom XIII, Zeszyt 2 (29), 1966

WITOLD GEDYMIN

528.162 : 528.063.9 : 528.33 : 528.35

Wyrównanie sieci kątowo-liniowej metodą pośredniczącą w ujęciu iteracyjnym na maszynach typu UMC

1. Wstęp

Zastosowanie elektronicznych maszyn cyfrowych stało się przyczyną wprowadzenia do rachunków geodezyjnych nowych metod numerycznych bardziej przystosowanych do właściwości eksploatacyjnych maszyn.

W poniższym artykule omówiono wykorzystanie wzorów metody pośredniczącej w ujęciu iteracyjnym [1] w programach wyrównania, jak również pewien sposób postępowania przy opracowaniu sieci kątowo-liniowej na maszynie cyfrowej typu UMC oraz wyniki uzyskane przy użyciu tychże programów.

Dla metody tej opracowano w Zakładzie Obliczeń Geodezyjnych i Rachunku Wyrównawczego Instytutu programy pozwalające na uzyskanie właściwych wyników stosunkowo mniejszym nakładem pracy aniżeli za pomocą programów rozwiązujących te samo zadanie w sposób tradycyjny, a więc przez ułożenie równań poprawek, równań normalnych, rozwiązanie układu itp. [3].

Opracowanie tych programów wiązało się z potrzebą szybkiego i jednolitego wyrównania, w pierwszej kolejności, sieci triangulacyjnej drugiej klasy a następnie sieci trzeciej i czwartej klasy. Możliwość podziału sieci na odpowiedniej wielkości grupy punktów oraz wystarczająca ilość punktów nawiązania pozwoliły na zastosowanie omawianej metody wyrównania. Cechą ujemną tej metody jest brak możliwości łatwego obliczenia średnich błędów niewiadomych, w wyniku wyrównania bowiem otrzymuje się jedynie współrzędne wyrównane oraz średni błąd obserwacji.

Wyrównanie sieci kątowo-liniowej wykonuje się przy użyciu systemu programów realizujących poszczególne etapy obliczeń. Ich podział wynikł z potrzeby uzyskania odpowiedniej ilości miejsc pamięci na dane, przy ograniczonej ilości miejsc pamięci w ogóle [2]. Niektóre bowiem programy wykorzystywane są przy opracowaniu jednorazowo i byłoby niewłaściwe, aby kosztem ich obecności w pamięci maszyny zmniejszono ilość miejsc roboczych. Toteż dzięki takiemu postawieniu sprawy na dane wyjściowe uzyskano ilość miejsc pamięci pozwalającą na jednoczesne wyrównanie sieci kątowo-liniowych do 100 punktów wyznaczanych.

Sposób opracowania sieci kątowo-liniowej za pomocą tych programów nazwano systemem iteracyjnego wyrównania kątowo-liniowej sieci triangulacyjnej a programy — programami systemu IWKT.

A oto zestawienie programów tego systemu (objaśnienia oznaczeń stosowanych w tytułach podane są przy opisie programów).

Za pomocą programów tych można opracowywać sieci kątowo liniowe o bokach dowolnej długości z zastrzeżeniem, że ilość cyfr znaczą-

Lp.	symbol	tytuł programu
1	IWKT-1	Program zamiany numeracji dowolnej na uporządkowaną
2	IWKT-2/I	Program obliczenia kąta ze współrzędnych (k_{wsp}) oraz różnicy $\Delta k = k_{wsp} - k_{obs}$
3	IWKT-2/II	Program obliczenia różnicy $\Delta k = k_{wsp} - k_{obs}$ (pomocniczy)
4	IWKT-3	Program obliczenia długości ze współrzędnych (d_{wsp}) oraz różnicy $\Delta d = d_{wsp} - d_{obs}$
5	IWKT-4	Program wybrania grup L, P, C, oraz k
6	IWKT-5/I	Program przekształcenia obserwacji kątowych dla potrzeb programu IWKT-6
7	IWKT-5/II	Program przekształcenia obserwacji liniowych dla potrzeb programu IWKT-6
8	IWKT-6	Program wyrównania sieci kątowo-liniowych (iteracja punktowa)
9	IWKT-7/I	Program kontroli $[plV] = [pVV]$ (dla obserwacji kątowych)
10	IWKT-7/II	Program kontroli $[plV] = [pVV]$ (dla obserwacji liniowych)
11	IWKT-8	Program ułożenia planu obserwacji dla potrzeb programu obliczenia azymutów i długości ze współrzędnych
12	IWKT-9	Pragram obliczenia zamknięć trójkątów
13	IWKT-10	Program opracowania wykazu (zbioru) współrzędnych

cych najdłuższego boku danej sieci nie może przekraczać dziewięciu. Zastrzeżenie to oznacza, że przy wyrównaniu np. sieci triangulacyjnej o bokach do 60 km, długości i współrzędne można wprowadzić do pamięci maszyny z dokładnością 0,0001 m (maksymalną), natomiast w przypadku sieci poligonowej o bokach do 50 m, z dokładnością do 0,0001 mm.

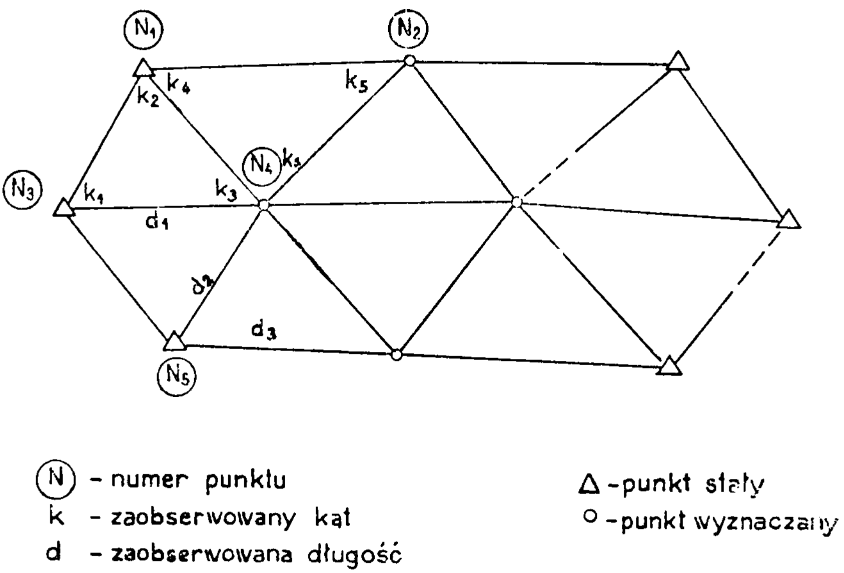
Programy przewidują możliwość wyrównywania sieci kątowych, kątowo-liniowych lub tylko liniowych. Kąty i długości mogą być pomierzone z jednakową dokładnością lub też posiadać różne błędy obserwacji.

Program wyrównania można stosować tylko do sieci silnie nawiązanych. Od ilości punktów nawiązania i sposobu ich rozmieszczenia w sieci, zależy w dużej mierze czas wyrównania. Czym więcej ich jest i czym regularniej są rozmieszczone, tym szybciej przebiega proces zbieżności. Ilość przybliżeń zależna jest również od dokładności określenia współrzędnych punktów wyrównywanych. Program wyrównania przewiduje bowiem możliwość użycia w danych początkowych współrzędnych przybliżonych określonych z małą dokładnością (np. z mapy). Wyniki wyrównania będą prawidłowe, zwiększy się natomiast ilość przybliżeń a więc również czas wyrównania.

2. Przygotowanie danych początkowych

Jako materiały wyjściowe do perforacji, dla sieci kątowo-liniowej (rys. 1), przyjęto:

a) szkic sieci z zaznaczonymi obserwacjami,



Rys. 1

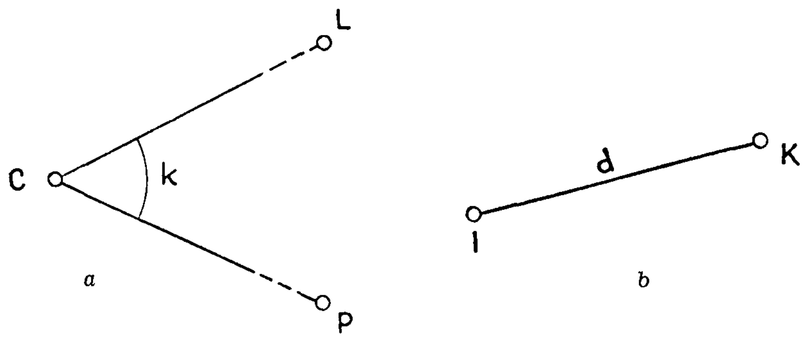
b) zestawienia pomierzonych kątów i długości,
c) błędy średnie obserwacji kątowych i liniowych,
d) wykaz współrzędnych punktów stałych i wyrównywanych.

Numery punktów występujące w materiale wyjściowym mogą być dowolne z tym, że każdy z punktów powinien posiadać inny numer.

Kolejność umieszczania współrzędnych punktów w wykazie współrzędnych jest również dowolna, niemniej jednak z chwilą przyjęcia jakiejś kolejności należy jej przestrzegać przez czas trwania obliczeń.

Na podstawie materiału wyjściowego perforuje się osiem oddzielnych zbiorów traktowanych dalej jako dane wyjściowe przy opracowaniu sieci programami systemu IWKT.

Oznaczając (rys. 2a) przez: L — numer punktu na lewym ramieniu kąta, P — numer na prawym ramieniu, C — numer stanowiska, k — kąt pomierzony na stanowisku C, m_k — średni błąd obserwacji kąta, oraz



Rys. 2

(rys. 2b) przez: I — numer początkowego punktu linii, K — numer punktu końcowego, d — długość pomierzona między punktami I i K, m_d — średni błąd obserwacji długości d, możemy poniżej podać postacie perforowanych zbiorów.

1. Zbiór oznaczeń kątów:
   $L_1, P_1, C_1, L_2, P_2, C_2, L_3, P_3, C_3, \ldots$
2. Zbiór kątów:
   $k_1, k_2, k_3, \ldots$
3. Zbiór błędów kątów:
   $(m_k)_1, (m_k)_2, (m_k)_3, \ldots$
4. Zbiór oznaczeń długości:
   $I_1, K_1, I_2, K_2, I_3, K_3, \ldots$
5. Zbiór długości:
   $d_1, d_2, d_3, \ldots$

6. Zbiór błędów długości:
   $(m_d)_1, (m_d)_2, (m_d)_3, \ldots$
7. Zbiór współrzędnych punktów danych i wyznaczanych:
   $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, \ldots$
8. Zbiór numerów występujących w sieci punktów:
   $N_1, N_2, N_3, \ldots$

Jeżeli mamy do czynienia z obserwacjami równodokładnymi nie perforujemy zbioru błędów kątów i zbioru błędów długości. Dla zrównoważenia obserwacji kątowych i liniowych obliczamy według wzoru (1) wielkość q [4] którą posługujemy się w toku dalszych obliczeń.

$$q = m_k/\varrho : m_d/d, \tag{1}$$

gdzie:

$\varrho = 636620^{cc}$,
m_k = średni błąd kąta dla danej sieci,
m_d/d = błąd względny boku danej sieci.

3. Przebieg obliczeń przy użyciu programów systemu IWKT

a. Zamiana numeracji

Po wprowadzeniu danych początkowych do pamięci maszyny pierwszą czynnością jest zakodowanie numerów występujących w zbiorze oznaczeń kątów i w zbiorze oznaczeń długości.

Wykaz współrzędnych oprócz wartości samych współrzędnych zawiera numery punktów i odpowiadające im liczby porządkowe. Otóż za pomocą programu IWKT-1, numery punktów w obu wymienionych wyżej zbiorach zostają zamienione na odpowiadające im według wykazu współrzędnych liczby porządkowe.

Wszystkie pozostałe programy pracują już na zmienionej numeracji.

b. Kontrola obserwacji

Po zamianie numerów przeprowadza się kontrolę danych początkowych za pomocą programów: IWKT-2/I i IWKT-3. Zadaniem, w tej chwili, tych programów jest sprawdzenie poprawności perforacji i wprowadzenia danych początkowych oraz wychwycenie ewentualnych grubych błędów w obserwacjach przez tworzenie różnic (l_k i l_d) między wielkościami obliczonymi na podstawie współrzędnych przybliżonych i wielkościami obserwowanymi.

Różnice l_k i l_d obliczane są według wzorów:

— dla obserwacji kątowych (rys. 2a.)

$$l_k = (k_{wsp} - k_{obs}) \cdot \frac{m}{m_k} = \left(\operatorname{arc\,tg} \frac{f_1}{f_2} - k_{obs}\right) \frac{m}{m_k}, \tag{2}$$

gdzie

$$f_1 = \Delta X_L \cdot \Delta Y_P - \Delta X_P \cdot \Delta Y_L;$$
$$f_2 = \Delta X_L \cdot \Delta X_P + \Delta Y_P \cdot \Delta Y_L;$$

zaś

$$\Delta X_L = X_L - X_C \qquad \Delta Y_L = Y_L - Y_C;$$
$$\Delta X_P = X_P - X_C \qquad \Delta Y_P = Y_P - Y_C;$$

— dla obserwacji liniowych (rys. 2b.)

$$l_d = (d_{wsp} - d_{obs}) \cdot \frac{m}{m_d} = [(X_I - X_K)^2 + (Y_I - Y_K)^2 - d^2] \cdot \frac{m}{2dm_d}. \tag{3}$$

Wielkość m występująca w powyższych wzorach jest wielkością założoną i reprezentuje sobą jednostkowy błąd kąta przyjęty dla wyrównywanej sieci.

W przypadku obserwacji równodokładnych wzory (2) i (3) są realizowane przy uwzględnieniu podstawień:

$$\frac{m}{m_k} = 1, \tag{4}$$

$$\frac{m}{m_d} = \frac{q \cdot \varrho}{d}. \tag{5}$$

Obserwacje kątowe można również skontrolować za pomocą programu IWKT-9 służącego do obliczeń zamknięć trójkątów.

c. *Wyrównanie*

Wyrównanie sieci kątowo liniowych metodą pośredniczącą w ujęciu iteracyjnym [1] polega na znalezieniu minimum funkcji współrzędnych r punktów:

$$[VV] = W(x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots x_r, y_r) = min.$$

przy czym minimum tej funkcji otrzymuje się poprzez wielokrotne obliczanie minimum funkcji współrzędnych x, y jednego punktu, uważając współrzędne punktów pozostałych za niezmienne. Postępowanie takie, noszące nazwę iteracji punktowej [1], stosuje się kolejno dla każdego punktu. Ponieważ obliczenia przy tym powtarzają się w sposób cykliczny, prześledzimy sposób obliczenia minimum funkcji W dla pojedynczego punktu.

Każda z n obserwacji kątowo-liniowych wyznaczających pojedynczy punkt i dostarcza nam poprawki V obliczonej według wzorów:

— dla obserwacji kątowych (rys. 2a.)

gdy $|\operatorname{tg} k| < 1$ $$V_k = \frac{v_k}{m_k} \cdot m = (f_1 - f_2 \cdot \operatorname{tg} k) \cdot M_k, \tag{6}$$

gdzie

$$M_k = \frac{\varrho}{f_2\cdot(1+\mathrm{tg}^2 k)\cdot\dfrac{m_k}{m}}, \tag{7}$$

gdy $|\mathrm{tg}\, k| \geqslant 1$

$$V_k = \frac{v_k}{m_k}\cdot m = (f_2 - f_1\cdot \mathrm{ctg}\, k)\cdot M_k, \tag{8}$$

gdzie

$$M_k = \frac{\varrho}{f_1\cdot(-1-\mathrm{ctg}^2 k)\cdot\dfrac{m_k}{m}}, \tag{9}$$

— dla obserwacji liniowych (rys. 2b.)

$$V_d = \frac{v_d}{m_d}\cdot m = [(X_I - X_K)^2 + (Y_I - Y_K)^2 - d^2]\cdot M_d, \tag{10}$$

gdzie

$$M_d = \frac{m}{2d\cdot m_d}. \tag{11}$$

Gdy mamy do czynienia z obserwacjami równodokładnymi w wyrażeniach (7), (9) i (11) stosuje się podstawienia (4) i (5).

Dla każdej obserwacji wyznaczającej punkt i, przez realizację podanych wyżej wzorów, oblicza się sześć wartości poprawek V_i, przy następujących kombinacjach współrzędnych punktu i oraz przyrostu Δ [1]:

$$\begin{array}{ll} X_i+0; & Y_i+0 \\ X_i+\Delta; & Y_i+0 \\ X_i-\Delta; & Y_i+0 \\ X_i+0; & Y_i+\Delta \\ X_i+0; & Y_i-\Delta \\ X_i+\Delta; & Y_i+\Delta \end{array}$$

Uzyskane w ten sposób poprawki V, podniesione do kwadratu i zsumowane osobno dla każdej kombinacji dają nam w rezultacie sześć następujących wartości funkcji W:

$$\begin{array}{l} W(X_i+0;\; Y_i+0) = W_0 \\ W(X_i+\Delta;\; Y_i+0) = W \\ W(X_i-\Delta;\; Y_i+0) = W_{\bar{x}} \\ W(X_i+0;\; Y_i+\Delta) = W_y \\ W(X_i+0;\; Y_i-\Delta) = W_{\bar{y}} \\ W(X_i+\Delta;\; Y_i+\Delta) = W_{xy} \end{array} \tag{12}$$

Po obliczeniu wartości funkcji W wyznaczamy poprawki dX_i i dY_i do współrzędnych punktu i przez rozwiązanie układu równań:

$$\begin{array}{l} [aa]\, dX_i + [ab]\, dY_i + [al] = 0 \\ [ab]\, dX_i + [bb]\, dY_i + [bl] = 0 \end{array} \tag{13}$$

gdzie

$$
\begin{aligned}
[aa] &= \frac{W_x + W_{\bar{x}} - 2W_0}{2 \cdot \Delta^2}; \\
[bb] &= \frac{W_y + W_{\bar{y}} - 2W_0}{2 \cdot \Delta^2}; \\
[al] &= \frac{W_x - W_{\bar{x}}}{4\Delta}; \\
[bl] &= \frac{W_y - W_{\bar{y}}}{4\Delta}; \\
[ab] &= \frac{W_{xy} - W_x - W_y - W_0}{2 \cdot \Delta^2}.
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Obliczona na podstawie nowych współrzędnych punktu i

$$
\begin{aligned}
X_i' &= X_i + dX_i; \\
Y_i' &= Y_i + dY_i;
\end{aligned}
\tag{15}
$$

wartość funkcji W jest wartością minimalną przy założeniu, że zmienne są współrzędne tylko jednego punktu.

Przy wyrównaniu grup wielopunktowych niewiadome dX_i i dY_i obliczane są kolejno dla każdego punktu w kolejnych przybliżeniach.

Iterację uważa się za zakończoną gdy $dX \cong 0$, $dY \cong 0$ dla każdego wyznaczanego w sieci punktu.

Do wyrównania sieci kątowo-liniowej przeznaczone są trzy programy a mianowicie: IWKT-5/I, IWKT-5/II i IWKT-6.

Pierwszy z nich, ze zbiorów dotyczących obserwacji kątowych i zbioru współrzędnych tworzy nowy zbiór danych przetworzonych. Oznaczenia L, P, C dotyczące danego kąta k zostają przekształcone na jedno wyrażenie $L \cdot 2^{24} + P \cdot 2^{12} + C$ i umieszczone w pierwszej komórce zbioru. Kąt k przekształcony na funkcję kąta $f(k)$ spełniającą nierówność $-1 \leqslant f(k) \leqslant +1$ ($\operatorname{tg} k$ lub $\operatorname{ctg} k$) — zajmuje drugą kolejną komórkę zbioru danych przetworzonych a w trzeciej umieszczone zostaje wyrażenie obliczone na podstawie wzoru (7) lub (9), rozumiane jako wielkość stała.

Program IWKT-5/II przekształca obserwacje liniowe przy czym w zbiorze danych przetworzonych umieszczone są kolejno: $I \cdot 2^{12} + K$, d oraz wyrażenie obliczone według wzoru (11).

Celem tych przekształceń danych początkowych, wykonywanych jednorazowo, jest oszczędne umieszczenie w pamięci potrzebnych do wyrównania danych oraz przyspieszenie realizacji wzorów na obliczenie poprawek obserwacyjnych.

Program IWKT-6 realizując wzory (6), (8), (10), (12) i (14), oblicza kolejne przybliżenia współrzędnych punktów wyrównywanych aż do momentu ukończenia iteracji. Każde przybliżenie jest rejestrowane przez druk: numeru punktu i, poprawek dX_i i dY_i, współrzędnych X_i i Y_i, $(m_0)_i$ obliczone dla pojedynczego punktu na podstawie wzoru:

$$(m_0)_i = \sqrt{\frac{(W_0)_i}{n_i - 2}},$$

oraz ilości obserwacji (n_i) wyznaczających punkt i.
Działalność programu IWKT-6 przerywa się za pomocą stopu ręcznego po stwierdzeniu zakończenia procesu iteracji.

Kolejnością wyrównania punktów steruje zbiór numerów punktów i numerów zbiorów danych przekształconych posiadający postać:

$$-i_1 + j_1 + j_2 \ldots -i_2 + j_1 + j_2 \ldots i_3 + j_1 + j_2 \ldots,$$

gdzie i jest numerem wyrównywanego punktu (jest to jednocześnie liczba porządkowa punktu w wykazie współrzędnych), j — numer zbioru danych przetworzonych.

Program IWKT-6 oblicza kolejno przybliżenia współrzędnych punktów, których numery znajdują się w tym zbiorze. Obserwacje wyznaczające poszczególne punkty zostają wyszukane w zbiorach, których numery znajdują się obok numerów punktów. Po obliczeniu pierwszych przybliżeń współrzędnych wszystkich punktów podanych w zbiorze i, j program przechodzi do obliczenia drugich przybliżeń itd., aż do ukończenia procesu zbieżności. Dla zbiorów przetworzonych obserwacji kątowych zarezerwowano numery od 1 do 8, dla liniowych od 9 do 10.

W wyniku obliczania kolejnych przybliżeń zbiór współrzędnych początkowych przekształca się na zbiór współrzędnych wyrównanych.

d. Obliczenia końcowe

Po ukończeniu iteracji współrzędnych przeprowadza się kontrolę wyrównania, stosując programy: IWKT-7/I — dla obserwacji kątowych oraz IWKT-7/II — dla obserwacji liniowych. Kontrola ta polega na sprawdzeniu warunku, który dla obserwacji różnodokładnych został wyrażony wzorem:

$$[L_k V_k] + [L_d V_d] = [V_k V_k] + [V_d V_d],$$

gdzie:

$$L_k = \frac{l_k}{\frac{m_k}{m}}, \quad L_d = \frac{l_d}{\frac{m_d}{m}}, \quad V_k = \frac{v_k}{\frac{m_k}{m}}, \quad V_d = \frac{v_d}{\frac{m_d}{m}}.$$

Obliczenia kątów wyrównanych oraz ostatecznych poprawek (V_k i V_d), na podstawie współrzędnych wyrównanych (lub wyrównanych zaokrąglonych), dokonujemy odpowiednio za pomocą programów IWKT-2/I oraz

IWKT-3. Uzyskane na tej drodze $[V_k V_k]$ i $[V_d V_d]$ posłużą nam do obliczenia średniego błędu obserwacji (m_0) po wyrównaniu:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[V_k V_k]+[V_d V_d]}{n-2p}} \quad \text{lub} \quad m_0 = \sqrt{\frac{[V_k V_k]+[V_d V_d]}{m^2(n-2p)}},$$

gdzie p — ilość wyrównywanych punktów.

e. *Programy dodatkowe*

Po zamianie numeracji i przeprowadzeniu kontroli zachodzi niekiedy potrzeba wybrania z całego kontrolowanego materiału zbiorów obserwacji kątowych dotyczących określonego fragmentu sieci. Do tego celu przeznaczony jest program IWKT-4. Za jego pomocą można również podzielić większy zbiór oznaczeń kątów i kątów na mniejsze bloki z jednoczesną zmianą numerów lub bez. Podział na bloki stosuje się niekiedy przy dużych sieciach celem przyspieszenia działania programu IWKT-6.

Program IWKT-2/II, będący programem pomocniczym, przeznaczony jest do sprawdzenia prawidłowości przekształcenia obserwacji kątowych przez program IWKT-5/I. Sprawdzenie to polega na obliczeniu różnic przez realizację wzorów (6) lub (8). Użycie tego programu, po obliczeniu współrzędnych w kilku iteracjach pozwala na wykrycie błędów grubych w obserwacjach kątowych.

Do opracowania zbioru współrzędnych przeznaczony jest program IWKT-10. Przy jego pomocy można przeprowadzić kilka najczęściej spotykanych obserwacji takich jak:

— pomnożenie wszystkich liczb zbioru przez $+10^{\pm n}$,
— zaokrąglenie wybranych par współrzędnych,
— druk zbioru w określonej formie,
— dodanie do współrzędnych zbioru stałych: $\pm C_x$, $\pm C_y$,
— przekształcenie zbioru X, Y na zbiór Y, X.

Przy opracowaniu sieci triangulacyjnych występuje niekiedy konieczność obliczenia długości i azymutów ze współrzędnych, dla sieci, według określonego planu połączeń punktów. Do ułożenia takiego planu połączeń przeznaczony jest program IWKT-8, który układa go dla określonych numerów punktów przy wykorzystaniu oznaczeń kątów.

4. Uwagi końcowe

Za pomocą programów systemu IWKT wyrównano w latach 1964—1965 w Zakładzie Rachunku Wyrównawczego i Obliczeń Geodezyjnych szereg sieci kątowych lub kątowo-liniowych. W ich skład weszły sieci triangulacyjne i poligonowe o łącznej liczbie około 1 500 punktów wyznaczanych.

Z sieci triangulacyjnych należy przede wszystkim wymienić sieć drugiej klasy, wyrównaną w grupach o ilościach punktów wyznaczanych od 40 do 80 oraz sieć trzeciej i czwartej klasy wyrównywanej na ogół w grupach obejmujących obszar mapy 1 : 100 000 (mniej więcej od 20 do 50 punktów wyznaczanych).

Dane początkowe przygotowywano dla tych sieci w sposób jednolity, osobno dla każdej wyrównywanej grupy. Materiały wyjściowe nie wymagały zasadniczo żadnych dodatkowych opracowań i dzięki temu ograniczono pracę ręczną do perforacji na taśmach zbiorów danych początkowych. Pozostałe czynności przygotowawcze jak: zamiana numeracji, kontrola danych, redukcja obserwacji na płaszczyznę w odwzorowaniu Gaussa-Krügera oraz ewentualne wybranie, ze zbioru ogólnego, danych dotyczących wyrównywanej grupy, wykonywano na maszynie cyfrowej.

Sprawny przebieg opracowania sieci triangulacyjnych osiągnięto dzięki wydatnej pomocy przeszkolonych w tym kierunku pracowników Państwowego Przedsiębiorstwa Geodezyjnego, którzy przejęli na siebie ciężar wykonania większości prac przygotowawczych od wybrania materiałów wyjściowych aż do momentu uzyskania sprawdzonych taśm dalekopisowych z danymi początkowymi. Prace przygotowawcze wykonywano na maszynie wolniejszej (UMC-1) natomiast wyrównawcze i czynności końcowe na maszynie szybszej (UMC-10).

Ewentualne błędy w obserwacjach wykrywano w sposób następujący: po dwóch — trzech iteracjach przerywano proces i wykonywano obliczenie poprawek *V*. Błędów należało się spodziewać tam, gdzie poprawki *V* przybierały wartości większe od przewidywanej średniej.

Współrzędne wyrównane punktów sieci triangulacyjnej drugiej klasy otrzymywano po 20 do 30 przybliżeniach, klasy trzeciej i czwartej, posiadającej większą ilość punktów nawiązania, już po 6 do 10 przybliżeniach.

Niektóre z sieci, wyrównywane również metodą pośredniczącą w sposób dotychczas stosowany, dostarczyły danych do porównania obu sposobów wyrównania.

Porównanie to potwierdziło całkowitą zgodność zarówno w wartościach współrzędnych wyrównanych jak i w obliczeniu średniego błędu obserwacji dla sieci.

Czas wyrównania, w przypadku stosowania programów IWKT, zależny jest od czynników takich jak: ilości i rozmieszczenia punktów stałych w sieci, błędu (δ) wyznaczenia współrzędnych przybliżonych i odpowiedniego współczynnika (β) nadrelaksacji [1].

Dla orientacji: sieć kątową (340 obserwacji) o 24-ech punktach wyznaczanych, dowiązaną do 14 punktów stałych i błędzie wyznaczenia współrzędnych przybliżonych $\delta = 0{,}2$ m wyrównano na maszynie UMC-1, przy współczynniku $\beta = 1{,}0$ przez 6 godzin. Całość obliczeń wraz z przygotowaniem danych wykonano w przeciągu 11 godzin.

Błąd wyznaczenia współrzędnych przybliżonych ma wpływ na czas wyrównania nie tylko przez zwiększenie ilości iteracji ale również przez konieczność dwukrotnego przekształcenia dla potrzeb programu IWKT-6 obserwacji kątowych. Występujące w przekształconych obserwacjach kątowych wyrażenie (7) lub (9) nie może być uważane za stałe przy dużym δ i dlatego po wykonaniu szeregu przybliżeń początkowych należy dokonać ponownego przetworzenia już w oparciu o dokładniejsze współrzędne.

Opisaną dalej sieć wyrównano przy różnych δ. I tak przy błędzie wyznaczenia współrzędnych wyjściowych $\delta = 600$ m współrzędne wyrównane osiągnięto po 19-u iteracjach, przy $\delta = 100$ m po 14-u, przy $\delta = 10$ m po 10-u a przy $\delta = 0{,}1$ m po 5-u iteracjach.

Podany w zakończeniu przykład opracowania na maszynie typu UMC sieci kątowo-liniowej odnosi się do dwupunktowej siatki triangulacyjnej o bokach 6—7 km.

Obserwacje kątowe, w liczbie 23, pomierzono z błędem $m_k = 5^{cc}$, liniowe (2 długości) z błędem względnym 1/200 000. Dokładność określenia współrzędnych przybliżonych, punktów 1190 (7) i 1186 (8), $\delta = 0{,}1$ m.

LITERATURA

[1] *Gaździcki J.*: Kilka metod numerycznych związanych z wyrównaniem sieci geodezyjnych na maszynach elektronowych. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii tom XII, zeszyt 1 (25), 1965 r.

[2] *Gaździcki J.*: Programy rozwiązywania zadań geodezyjnych na polskiej uniwersalnej maszynie cyfrowej UMC-1. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, t. IX, zeszyt 1, Warszawa, 1962 r.

[3] *Gaździcki J.*: Wyrównanie sieci triangulacyjnych na maszynach elektronowych. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, tom X, zeszyt 2, Warszawa, 1963 r.

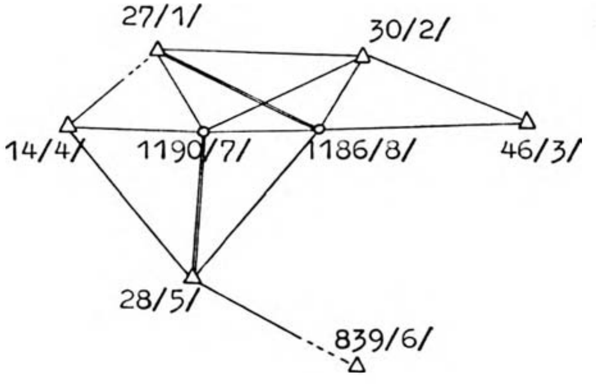
[4] *Hausbrandt St.*: Rachunki Geodezyjne. Warszawa, 1963 r.

Recenzował: Dr inż. Jerzy Gaździcki

Rękopis złożono w redakcji w listopadzie 1965 r.

Przykład opracowania sieci kątowo-liniowej.

Materiał wyjściowy /obserwacyjny/.



Szkic.

Zestawienie kątów

L	P	C	k
0030	1186	0046	369140492
1186	0030	0046	030859548
0046	1186	0030	100658529
1186	1190	0030	048163471
1190	0027	0030	029061133
0030	0046	1186	068481906
0046	0028	1186	151477172
0028	1190	1186	068196262
1190	0027	1186	022528067
0027	0030	1186	089316343
0014	1190	0028	052430431
1190	1186	0028	044520395
1186	0839	0028	172332430
0027	1190	0014	037572416
1190	0028	0014	054679878
0027	0030	1190	106716097
0030	1186	1190	039992303
1186	0028	1190	087283377
0028	0014	1190	092890326
0014	0027	1190	073118247
0030	1186	0027	033459207
1186	1190	0027	030763773
1190	0030	0027	335776980

Zestawienie długości

I	K	d
0029	1186	78939320
0028	1190	67345010

Lp.	N	X	Y
01	0027	207245000	077412400
02	0030	220413300	159453600
03	0046	205470000	237887400
04	0014	160369900	039371900
05	0028	113414400	114263500
06	0839	045828400	109014200
07	1190	179582200	101729800
08	1186	178962800	151112000

$m_k = 5^{cc}$

$m_d \ / \ d = 1 \ / \ 200\ 000$

Uwaga: kąty i długości zredukowane na płaszczyznę w odwzorowaniu Gaussa-Krügera.

Dane wyjściowe.

Zbiór oznaczeń kątów.
v+30.+1186.+46.+1186.+30.+46.+46.+1186.+30.+1186.+1190.+30.
v+1190.+27.+30.+30.+46.+1186.+46.+28.+1186.+28.+1190.+1186.
v+1190.+27.+1186.+27.+30.+1186.+14.+1190.+28.+1190.+1186.
v+28.+1186.+839.+28.+27.+1190.+14.+1190.+28.+14.+27.+30.
v+1190.+30.+1186.+1190.+1186.+28.+1190.+28.+14.+1190.+14.
v+27.+1190.+30.+1186.+27.+1186.+1190.+27.+1190.+30.+27.+0.

Zbiór kątów.
v+369140492.+30859548.+100658529.+48163471.+29061133.
v+68481906.+151477172.+68196262.+22528067.+89316343.
v+52430431.+44520395.+172332430.+37572416.+54679878.
v+106716097.+39992303.+87283377.+92890326.+73118247.
v+33459207.+30763773.+335776980.

Zbiór oznaczeń długości.
v+27.+1186.+28.+1190.+0.

Zbiór długości.
v+78939320.+67345010.

Zbiór współrzędnych.
v+207245000.+077412400.+220413300.+159453600.+205470000.
v+237887400.+160369900.+039371900.+113414400.+114263500.
v+045828400.+109014200.+179582200.+101729800.+178962800.
v+151112000.

Zbiór numerów.
v+27.+30.+46.+14.+28.+839.+1190.+1186.

q = 1,570 796

Kontrola obserwacji:

L	P	C	k_{wsp}	l_k	
002	008	003	369141025	+00000000533	
008	002	003	030858973	-00000000575	
003	008	002	100657310	-00000001219	
008	007	002	048164270	+00000000799	
007	001	002	029061240	+00000000107	
002	003	008	068483716	+00000001810	
003	005	008	151476798	-00000000374	
005	007	008	068195327	-00000000935	
007	001	008	022528520	+00000000453	
001	002	008	089315638	-00000000705	
004	007	005	052430085	-00000000346	
007	008	005	044520979	+00000000584	kątowych
008	006	005	172331478	-00000000952	
001	007	004	037573052	+00000000636	
007	005	004	054678659	-00000001219	
001	002	007	106715312	-00000000785	
002	008	007	039991570	-00000000733	
008	005	007	087283694	+00000000317	
005	004	007	092891255	+00000000929	
004	001	007	073118167	-00000000080	
002	008	001	033458851	-00000000356	
008	007	001	030764596	+00000000823	
007	002	001	335776551	-00000000429	

+00014112043 0023

$[l_k l_k]$ n_k

I	K	d_{wsp}	$d_{wsp}-d_{obs}$	l_d	
001	008	+00078939938	+00000000618	+00000000783	liniowych
005	007	+00067344424	-00000000586	-00000000871	

+00000725320 +00001371730 +0002

$[/d_{wsp}-d_{obs}/^2]$ $[l_d l_d]$ n_d

Zamknięcia trójkątów.

C′	C′′	C′′′	w
003	002	008	-00000000017
005	007	004	+00000000635
008	007	005	+00000000034

+00000404670 003

$[ww]$

Plan połączeń punktów.

```
v-001.+002.+008.+007.
v-002.+003.+008.+007.+001.
v-003.+002.+008.
v-004.+001.+007.+005.
v-005.+004.+007.+008.+006.
v-006.
v-007.+001.+002.+008.+005.+004.
v-008.+002.+003.+005.+007.+001.+0.
```

Zbiór numerów punktów i numerów zbiorów danych przetworzonych.

```
v-7.+1.+9.-8.+1.+9.+0.
```

i	dX_i	dY_i		X_i	Y_i	$/m_{oi}/$	n_i
007	+0498	+0150	v	+00179582698.	+00101729950.	747	16
008	-0289	-0785	\	+00178962511.	+00151111215.	812	16
007	-0061	-0116	v	+00179582637.	+00101729834.	370	16
008	-0041	-0029	v	+00178962470.	+00151111186.	422	16
007	-0012	-0001	v	+00179582625.	+00101729833.	358	16
008	-0007	-0002	v	+00178962463.	+00151111184.	417	16
007	-0002	+0001	v	+00179582623.	+00101729834.	359	16
008	-0001	+0000	v	+00178962462.	+00151111184.	416	16
007	+0000	+0000	v	+00179582623.	+00101729834.	360	16
008	+0000	+0000	v	+00178962462.	+00151111184.	416	16

Kontrola [LV] = [VV]

[LL]	[LV]	[VV]	n	
+00014105501	+00003393203	+00003533084	23 -	kąty
+00001371730	+00000207149	+00000069953	02 -	długości
15477231	3600352	3603037	25 -	razem

Współrzędne wyrównane /zaokrąglone/

i		X_i	Y_i
007	v	+00179582600.	+00101729800.
008	v	+00178962500.	+00151111200.

Obliczenie [VV] /ostatecznej/.

L	P	C	k_{wsp}	V_k
002	008	003	369140988	+00000000496
008	002	003	030859010	-00000000538
003	008	002	100658402	-00000000127
008	007	002	048163473	+00000000002
007	001	002	029060946	-00000000187
002	003	008	068482586	+00000000680
003	005	008	151476369	-00000000803
005	007	008	068196708	+00000000446
007	001	008	022528062	-00000000005
001	002	008	089316273	-00000000070
004	007	005	052430155	-00000000276
007	008	005	044520442	+00000000047
008	006	005	172331944	-00000000486
001	007	004	037572679	+00000000263
007	005	004	054679032	-00000000846
001	002	007	106716063	-00000000034
002	008	007	039992192	-00000000111
008	005	007	087282849	-00000000528
005	004	007	092890812	+00000000486
004	001	007	073118084	-00000000163
002	008	001	033459308	+00000000101
008	007	001	030763683	-00000000090
007	002	001	335777008	+00000000028

/dla kątów/

+00003571189 0023

$[V_k V_k]$ n_k

I	K	d_{wsp}	$d_{wsp}-d_{obs}$	V_d
001	008	+00078939299	-00000000021	-00000000027
005	007	+00067344817	-00000000193	-00000000287

/dla boków/

+00000037690 +00000083098 +00000000002

$[d_{wsp}-d_{obs}/^2]$ $[V_d V_d]$ n_d

$$m_o = \sqrt{\frac{357{,}1189 + 8{,}3098}{25 - 4}} = 4{,}^{cc}14 \quad \text{lub}$$

$$m'_o = \sqrt{\frac{357{,}1189 + 8{,}3098}{25/25 - 4/}} = 0{,}834$$

Objaśnienia.

1. Podane w przykładzie tabulogramy przedstawiają produkt pracy maszyny cyfrowej. Wszelkie nagłówki zostały dopisane później.

2. Wielkości liniowe zostały podane do 0,1 mm, kątowe - do $0{,}^{cc}01$.

3. Obecność litery "v", znajdującej się przy niektórych wielkościach w przykładzie, wynika ze sposobu wprowadzania liczb właściwego maszynie typu UMC.

ВИТОЛЬД ГЕДЫМИН

УРАВНИВАНИЕ УГЛОВО-ЛИНЕЙНОЙ СЕТИ ПОСРЕДСТВЕННЫМ МЕТОДОМ С ИТЕРАЦИОННЫМ ПОДХОДОМ НА ЭВМ ТИПА UMC

Резюме

Применение электронно-вычислительных машин стало причиной введения в геодезическую вычислительную технику новых приемов вычислительной математики. Одним из них является уравнивание углово-линейной сети при использовании формул посредственного метода итерационным способом.

Опираясь на этом методе в Лаборатории Геодезических и Уравнительных Вычислений Института разработана система программ охватывающих такие работы как: контроль исходных данных, уравнивание и заключительные вычисления.

В качестве исходных (первичных) данных принято: сводки измеренных углов и расстояний, средние квадратические ошибки линейных и угловых наблюдений, а также список координат исходных и уравниваемых пунктов.

Разработанная система программ дает возможность уравнивать сети: угловые, линейные или углово-линейные при чем наблюдения элементов в этих сетях могут быть исполнены с одинаковыми или различными средними квадратическими ошибками.

Метод уравнивания, применяемый итерационный способ, для вычисления координат уравненных пунктов, позволяет применить в качестве начальных приближенные координаты небольшой точности (нпр. по карте). Программа уравнивания может быть применена исключительно для уравнивания сетей включающих достаточное количество исходных пунктов, при чем желательно чтобы эти пункты располагались равномерно в пределах уравниваемой сети.

Количество одновременно уравниваемых пунктов, зависящее от числа мест запоминающего устройства, для случая ЭВМ UMC-1 доходит до ста.

Результатом уравнивания являются уравненные координаты и средняя квадратическая ошибка после уравнивания.

WITOLD GEDYMIN

ADJUSTMENT OF THE ANGULAR-LINEAR NETWORK BY MEANS OF THE INDIRECT METHOD IN THE ITERATION FORM USING COMPUTERS TYPE UMC 1

Summary

The application of the numerical electronic computers became the cause of the introduction of the new numerical methods to the geodetic computation technics. One of them is the adjustment of the angular-linear network using the formulae of the indirect method in iteration form. In the Establishment of Geodetic and Compensating Computations of the Institutute was worked out on the base of this method a system of programmes comprising such functions as: control of initial data, adjustment and final calculations.

As the starting (source) data were admitted: abstracts of measured angles and longitudes, mean square errors of linear and angular observations, and the coordinates of fixed and adjusted points.

The worked out system of programs permits the adjustment of the angular or angular-linear networks; the observation of elements in these networks can be made with the same of different mean square errors.

The adjustment method applied to the computation of the coordinates of points adjusted in the iteration way, permits the use as the initial data the approximated coordinates determin with a little accuracy (e. g. of a map). The adjustment programme can be applied only to the adjustment of the networks having a sufficient number of fixed points; it is desirable that these points should be equally spread on the adjusted area.

The quantity of the simultaneously adjusted points depending upon the quantity of memory places in the case of UMC 1 computer attains to 100 points.

The adjusted coordinates and the mean square error of observation after the adjustment are the result of the adjustment.