

MARIA JĘDRZEJEWSKA

528.27

Zagadnienie przyjęcia stałej gęstości przy opracowaniu map anomalii Bouguera

1. Wprowadzenie

W ostatnich czasach nastąpiło znaczne rozszerzenie zastosowań anomalii Bouguera na szereg geodezyjnych oraz geofizycznych badań i prac jak:

— badań nad grubością, budową i stanem izostatycznym skorupy ziemskiej [19], [4], [14], [15], [8], [23], [10], [16], a więc badań geofizycznych, których znaczenie rozciąga się również i na geodezję fizyczną (np. w zakresie relacji skorupa ziemska-geoida, czy też izostazji),

— badań dotyczących figury Ziemi i jej zewnętrznego potencjału np. metodą anomalii tzw. Modelu Ziemi (Model Earth anomalies) [13], [12], [11], [5],

— prac wykorzystujących mapy anomalii Bouguera, jako materiał pomocniczy do opracowania map anomalii izostatycznych i anomalii Faye'a, w celu uproszczenia obliczeń i zwiększenia dokładności [3], [2], [22], [9], [1].

Tego rodzaju badania narzucają potrzebę ujednolicenia na dużych obszarach, lub nawet dla całej Ziemi, systemu grawimetrycznych danych roboczych, jakimi są anomalie grawimetryczne.

W związku z tym postulowany jest również (np. w uchwałach XI Zgromadzenia Ogólnego M.U.G.G. w Toronto) jednolity system anomalii Bouguera ze stałą gęstością (σ_c), reprezentującą we wzorze na tę anomalię rzeczywiste gęstości podłoża (σ *).

Przyjmowanie stałej gęstości w obliczeniach anomalii Bouguera jest związane z brakiem dostatecznej znajomości rozkładu gęstości (σ) na powierzchni Ziemi. Ponadto stała gęstość jest również warunkiem możliwości czysto geodezyjnych zastosowań tych anomalii.

*) Określone przez średnie warstwowe gęstości utworów geologicznych, występujących pomiędzy fizyczną powierzchnią Ziemi a poziomem redukcji pomiarów grawimetrycznych.

Jednak fizyczny sens anomalii Bouguera powinien tu być oczywiście w możliwie największym stopniu zachowany, jeśli chcemy uzyskać właściwy efekt redukcji Bouguera, tj. usunięcie wpływu przyciągania mas, zalegających pomiędzy fizyczną powierzchnią Ziemi a poziomem redukcji. Z tego powodu istotny jest wybór odpowiedniej wartości gęstości stałej, która ma być w tym lub innym wypadku przyjęta do obliczenia anomalii Bouguera.

2. Niektóre kryteria wyboru wartości gęstości stałej.

Kryterium minimum zmian anomalii

Na ogół dla celów wyżej wymienionych badań stosuje się mniej, lub więcej hipotetyczną wartość średnią gęstości (σ_{sr}): średnią gęstość sialu (2.67 gcm^{-3}), średnią gęstość skorupy ziemskiej (2.84 gcm^{-3}), średnią dla nizin (np. 2.3 gcm^{-3}), lub wartości uznane za średnie na poszczególnych terytoriach badanych [4], [21], [8], [26], [20], [24], [27], [1].

Osobno trzeba wymienić wartość $\sigma_c = 2.39 \text{ gcm}^{-3}$, wynikającą z założenia, aby redukcja Bouguera (RB) była równa $0,1 H$ (gdzie H — wysokość miejsca pomiaru nad poziomem redukcji). Wartość ta umożliwia zastosowanie metody hipsograficznej [2] do szybkiego i dokładnego, bez zwiększania ilości pomiarów, uzyskania map anomalii Faye'a w terenach górzystych na podstawie map anomalii Bouguera, opracowanych dla tej gęstości. Została ona z powodzeniem zastosowana do opracowania mapy anomalii Faye'a terenów górzystych w Polsce.

Jeśli chodzi o wartość średnią gęstości (σ_{sr}) na danym obszarze D , jest ona obliczana jako wartość najprawdopodobniejsza, zgodnie z metodą najmniejszych kwadratów, wg wzoru na średnią arytmetyczną:

$$\sigma_{sr(D)} = \frac{\sum_1^n (\sigma_d)}{\sum_1^n d}, \quad (1)$$

(gdzie d — składowa powierzchnia elementarna obszaru D , reprezentowana przez daną gęstość (σ), a n — liczba powierzchni d , dostatecznie duża). Jest to więc wartość, wynikająca z warunku:

$$\sum_1^n (\Delta\sigma)^2 = \text{minimum}. \quad (2)$$

(gdzie $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_{sr}$).

W odniesieniu jednak do anomalii Bouguera ten warunek nie wydaje się najwłaściwszy, jeśli chcemy, by przebieg anomalii Bouguera dla stałej

gęstości (σ_c) na badanym obszarze D aproksymował w możliwie największym stopniu przebieg tych anomalii dla gęstości rzeczywistych (σ).

To ostatnie żądanie spełnione jest wówczas, gdy warunkiem minimum objęte są nie zmiany gęstości ($\Delta\sigma$), a zmiany anomalii (ΔAB) na obszarze D (gdzie $\Delta AB = AB_{(\sigma_c)} - AB_{(\sigma)}$, a $AB_{(\sigma_c)}$ i $AB_{(\sigma)}$ są odpowiednio anomaliami Bouguera, obliczonymi dla σ_c i σ), tj. gdy

$$\sum_1^n (\Delta AB)^2 = \text{minimum}. \quad (3)$$

Rozwiązanie powyższego równania prowadzi więc do znalezienia wartości gęstości stałej (σ_c), oznaczmy ją przez σ_{cw} , spełniającej warunek wyrażony tym równaniem (3).

Jeżeli dowolnej powierzchni elementarnej d obszaru D podporządkowana jest określona wartość przyspieszenia siły ciężkości g (pomierzona) i γ_0 (normalna), wysokość H nad poziomem redukcji i gęstość rzeczywista σ , to wartość anomalii Bouguera, reprezentująca tę powierzchnię wyraża się (bez uwzględnienia poprawki topograficznej) wzorem:*)

$$AB_{(\sigma)} = g + 0.3086 \cdot H - 0.0419 \cdot \sigma \cdot H - \gamma_0.$$

Przyjmując następnie dla całego obszaru D gęstość stałą (σ_c), otrzymamy dla powierzchni d wartość anomalii Bouguera

$$AB_{(\sigma_c)} = g + 0.3086 \cdot H - 0.0419 \cdot \sigma_c \cdot H - \gamma_0,$$

a zmiana anomalii, odpowiadająca zmianie gęstości $\Delta\sigma = \sigma_c - \sigma$ będzie wynosiła

$$\Delta AB = 0.0419 (\sigma - \sigma_c) H. \quad (4)$$

Jeśli oznaczymy $(\sigma - \sigma_c) H = R$, to do spełnienia warunku (3) wystarczy, żeby $\sum_1^n R^2 = \text{minimum}$, co prowadzi jak wiadomo do żądania, by

$$\sum_1^n R = 0. \quad (5)$$

Jeżeli więc w obszarze D wyznaczyć dla n powierzchni elementarnych d wartości σ i H , to otrzymamy dla wyrażenia R n równań o postaci

$$\sigma_1 H_1 d_1 - \sigma_c H_1 d_1 = R_1$$

$$\sigma_2 H_2 d_2 - \sigma_c H_2 d_2 = R_2$$

$$\sigma_n H_n d_n - \sigma_c H_n d_n = R_n$$

a stąd:

$$\sum_1^n R = \sum_1^n (\sigma \cdot H \cdot d) - \sigma_c \sum_1^n (H \cdot d),$$

*) dla szerokości geograficznych Polski

co po uwzględnieniu (5) prowadzi do następującego wyrażenia na wartość gęstości stałej:

$$\sigma_c = \sigma_{cw} = \frac{\sum_1^n (\sigma \cdot H \cdot d)}{\sum_1^n (H \cdot d)}. \quad (6)$$

Wyrażenie to ma postać średniej arytmetycznej ważonej, gdzie rolę wag spełniają iloczyny $(H \cdot d)$.

Tak określona wartość gęstości stałej ($\sigma_c = \sigma_{cw}$) uwzględnia fakt, iż wpływ gęstości (σ) na wielkość anomalii Bouguera jest uwarunkowany wielkością iloczynu σH , czego nie bierze się pod uwagę używając do obliczenia anomalii Bouguera gęstości średniej określonej wzorem (1).

Chcąc porównać obie te wielkości, tj. σ_{sr} i σ_{cw} , przyjmiemy dla uproszczenia, że $d = \text{const} = 1$, i wówczas wielkości te będą miały odpowiednio postać: średniej arytmetycznej i średniej arytmetycznej ważonej.

Z nierówności Czebyszewa, która wiąże te średnie, wynika:

1) przy pełnej korelacji dodatniej między wartościami σ i H , tj. gdy $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_n$ i $H_1 \leq H_2 \leq \dots \leq H_n$ dla σ i H — dodatnich zachodzi zależność:

$$\frac{\sum_1^n \sigma}{n} \leq \frac{\sum_1^n (\sigma H)}{\sum_1^n H},$$

2) przy pełnej korelacji ujemnej między wartościami σ i H , tj. gdy $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \dots \leq \sigma_n$ i $H_1 \geq H_2 \geq \dots \geq H_n$, dla σ i H — dodatnich, zachodzi zależność:

$$\frac{\sum_1^n \sigma}{n} \geq \frac{\sum_1^n (\sigma H)}{\sum_1^n H}.$$

W obydwóch wypadkach równość między wartościami σ_{sr} i σ_{cw} może zachodzić tylko wówczas, gdy $\sigma = \text{const}$ bądź $H = \text{const}$.

W realnych warunkach jedna i druga korelacja występują zwykle jednocześnie i w zależności od ich stosunku wartość σ_{cw} może być większa, równa, lub mniejsza od wartości σ_{sr} . Na ogół jednak korelacja dodatnia przeważa, a co za tym idzie wartości σ_{cw} są na ogół większe od wartości σ_{sr} . Natomiast wartości anomalii Bouguera dla σ_{cw} i ich sumy są wówczas odpowiednio mniejsze, niż dla σ_{sr} , przy czym różnice w wartościach anomalii dla σ_{sr} i σ_{cw} pogłębiają się tym bardziej, im większe są wartości H na obszarze badanym.

Tablica Ia

Pow. d	nr	Gęstości rzeczywiste σ [gcm ⁻³]	Wysokości H [m]	Zmiany gęstości [gcm ⁻³]		Zmiany anomalii Bouguera (ΔAB) [mgal]		Redukcje Bouguera (RB) [mgal]		
				$\sigma - \sigma_{sr}$	$\sigma - \sigma_{cw}$	(σ_{sr})	(σ_{cw})	(σ_{sr})	(σ_{cw})	(σ)
	1	2,00	1	-0,40	-0,71	-	-	0,101	0,114	0,084
	2	2,10	10	-0,30	-0,61	-	-	1,006	1,135	0,880
	3	2,30	100	-0,10	-0,41	-	-	10,056	11,355	9,637
	4	2,30	200	-0,10	-0,41	-	-	20,112	22,710	19,274
	5	2,40	500	0,00	-0,31	0,000	-	50,280	56,775	50,280
	6	2,60	1 000	+0,20	-0,11	+ 8,380	-	100,560	113,549	108,940
	7	2,70	2 000	+0,30	-0,01	+ 25,140	-	201,120	227,098	226,260
	8	2,80	5 000	+0,40	+0,09	+ 83,800	+ 18,855	502,800	567,745	586,600
		19,20	8 811			- 1,400 + 117,320	- 17,382 + 18,855	886,035	1 000,481	1 001,955

$$\sigma_{sr} = \frac{\sum_1^n (\sigma d)}{\sum_1^n d} = 2,40 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\sigma_{cw} = \frac{\sum_1^n (\sigma H d)}{\sum_1^n (H d)} = 2,71 \text{ gcm}^{-3}$$

Tablica Ib

Pow. d	nr	Gęstości rzeczywiste σ [gcm ⁻³]	Wysokości H [m]	Zmiany gęstości [gcm ⁻³]		Zmiany anomalii Bouguera (ΔAB) [mgal]		Redukcje Bouguera (RB) [mgal]		
				$\sigma - \sigma_{sr}$	$\sigma - \sigma_{cw}$	(σ_{sr})	(σ_{cw})	(σ_{sr})	(σ_{cw})	(σ)
	1	2,00	1	-0,18	-0,29	-0,008	-0,012	0,091	0,096	0,084
	2	2,10	10	-0,08	-0,19	-0,034	-0,080	0,913	0,960	0,880
	3	2,30	100	+0,12	+0,01	+0,503	+0,042	9,134	9,595	9,637
	4	2,30	200	+0,12	+0,01	+1,006	+0,084	18,268	19,190	19,274
		8,70	311			-0,042 +1,509	-0,092 +0,126	28,406	29,841	29,875

$$\sigma_{sr} = \frac{\sum_1^n (\sigma d)}{\sum_1^n d} = 2,18 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\sigma_{cw} = \frac{\sum_1^n (\sigma H d)}{\sum_1^n (H d)} = 2,29 \text{ gcm}^{-3}$$

Tablica Ic

Pow. d	nr	Gęstości rzeczywiste σ [gcm ⁻³]	Wysokości H [m]	Zmiany gęstości [gcm ⁻³]		Zmiany anomalii Bouguera (ΔAB) [mgal]		Redukcje Bouguera (RB) [mgal]		
				$\sigma - \sigma_{sr}$	$\sigma - \sigma_{cw}$	(σ_{sr})	(σ_{cw})	(σ_{sr})	(σ_{cw})	(σ)
	5	2,40	500	-0,22	-0,33	- 4,609	- 6,914	54,889	57,194	50,280
	6	2,60	1 000	-0,02	-0,13	- 0,838	- 5,447	109,778	114,387	108,940
	7	2,70	2 000	+0,08	-0,03	+ 6,704	- 2,514	219,556	228,774	226,260
	8	2,80	5 000	+0,18	+0,07	+37,710	+14,665	548,890	571,935	536,600
		10,50	8 500			- 5,447 +44,414	-14,875 +14,665	933,113	972,290	972,080

$$\sigma_{sr} = \frac{\sum_1^n (\sigma d)}{\sum_1^n d} = 2,62 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\sigma_{cw} = \frac{\sum_1^n (\sigma H d)}{\sum_1^n (H d)} = 2,73 \text{ gcm}^{-3}$$

Dla ilustracji różnicy, jaka może zachodzić między wartościami σ_{sr} i σ_{cw} , i różnicy między odpowiadającymi im wartościami zmian anomalii Bouguera ($\Delta AB_{(\sigma_{sr})}$ i $\Delta AB_{(\sigma_{cw})}$) oraz wartościami redukcji Bouguera ($RB_{\sigma_{sr}}$ i $RB_{(\sigma_{cw})}$) podano w tabl.: I^a, I^b, I^c przykłady obliczenia w/w wartości.

Przykład z tablicy I^a dotyczy obszaru, reprezentowanego przez 8 składowych powierzchni elementarnych d , równej wielkości. Jest to obszar urozmaicony wysokościowo (50% obszaru objęte powierzchniami nr nr 1—4 można zaliczyć do nizin, pozostałą część — do gór). Ponadto zachodzi tu pełna korelacja dodatnia między wartościami σ i H .

Dla takiego układu wartości σ i H , wartości σ_{sr} i σ_{cw} różnią się, jak widać, znacznie; znaczne są też rozbieżności odpowiadających im zmian anomalii Bouguera i redukcji Bouguera w części górzystej obszaru. Wartości redukcji Bouguera dla σ_{cw} są przy tym znacznie bliższe wartościom tych redukcji dla gęstości rzeczywistej σ , niż analogiczne wartości dla σ_{sr} . Sumy redukcji dla σ_{cw} i σ są oczywiście równe — co wynika z rozwinięcia wyrażenia (3).

W przypadku, jeśli badany obszar jest mniej zróżnicowany wysokościowo, a więc gdy np. rozpatrujemy osobno niziny i góry (jak w przykładach z tabl.: I^b i I^c), różnice między obydwoma rozpatrywanymi wartościami gęstości stałej są odpowiednio mniejsze.

3. Przebieg zmian anomalii Bouguera na obszarze Polski ze względu na zastąpienie gęstości rzeczywistych (σ) przez gęstość stałą (σ)

W celu zorientowania się, w jak dużym stopniu zmieni się przebieg anomalii Bouguera, jeśli zamiast gęstości rzeczywistych, występujących na obszarze Polski, przyjmiemy do ich obliczenia gęstość stałą, wyznaczono wielkości tych zmian dla trzech wariantów gęstości stałej.

Obliczenia zostały przeprowadzone dla obszaru Polski jako całości, oraz dla dwóch jego części, które określono jako „niziny” i „góry” biorąc pod uwagę rozkład wartości σ i H na omawianym obszarze. Dla wartości σ można bowiem wyróżnić dwa dość wyraźnie odmienne obszary zmienności, których granica przebiega w przybliżeniu wzdłuż izolinii 2.4 (2.5) gcm^{-3} :

a) obszar małej zmienności i małych wartości σ : 2.0—2.4 (2.5) gcm^{-3} , obejmujący około 90% powierzchni kraju,

b) obszar dużej zmienności i dużych wartości σ : 2.4 (2.5)—2.9 gcm^{-3} , który stanowi około 10% powierzchni kraju i w przybliżeniu pokrywa się z zasadniczymi partiami Karpat i Pogórza Karpackiego, Sudetów wraz z Pogórzem, Gór Świętokrzyskich i Wyżyny Krakowsko-Częstochowskiej.

Granica tych obszarów przebiega w przybliżeniu na wysokości od 250 do 300 m, wydziela więc również wysokościowo w/w jednostki, gdyż może ona być także uważana za granicę obszarów o małej i dużej zmienności wartości H : obszaru a (~ 0 —300 m) i obszaru b (~ 300 —2 500 m). Można więc oczekiwać, że obszary: a („niziny”) i b („góry”) będą również odpowiednio obszarami małego i dużego gradientu zmian anomalii Bouguera (ΔAB), określonych wzorem (4).

Biorąc pod uwagę wyżej omawiany podział na obszary a i b , obliczono dla tych obszarów, jak również dla obszaru kraju jako całości — na podstawie wzorów: (1) i (6) — wartości gęstości stałej: σ_{sr} i σ_{cw} .

Do określenia wartości σ posługiwano się mapą gęstości podłoża wykonaną na podstawie istniejących pomiarów ciężarów objętościowych skał, występujących w Polsce ponad poziomem morza, i materiałów geologicznych, wydaną w 1965 r. [7]. Ze względu na duże braki w wyznaczeniach ciężarów objętościowych skał, dokładność obliczeniowa materiału wyjściowego, zawartego w tym opracowaniu, nie przekracza 0.05 gcm^{-3} , a w wielu wypadkach jest nawet znacznie niższa.

Tablica II

Obszar	Wysokości H n.p.m.	%	Gęstości stałe [gcm ⁻³]	
			σ_{sr}	σ_{cw}
a) „niziny”	0~ 300 m	88,5	2,20	2,23
b) „góry”	300~2 500 m	11,5	2,56	2,58
Polska	0~2 500 m	100	2,24	2,29

Jednak wyniki obliczeń σ_{sr} i σ_{cw} — przedstawione w tabl. II — dla celów porównawczych prowadzono do 0.01 gcm^{-3} .

Wyznaczeń wysokości H , potrzebnych do określenia wartości σ_{cw} , dokonano na podstawie mapy fizycznej 1 : 1 000 000; dlatego też wartości σ_{cw} podane w tabl. II należy traktować jako orientacyjne. Wykorzystując materiał bardziej dokładny *) można by oczywiście otrzymać wartości σ_{cw} o tej samej dokładności, jak wartości σ_{sr} .

Wartości σ_{cw} (tak jak i σ_{sr}) dla obszaru a i b różnią się znacznie, tak że opracowanie anomalii Bouguera przy stałej gęstości dla każdego z tych obszarów oddzielnie, dało by oczywiście dużo mniejsze zmiany anomalii

*) Np. opracowanie: J. Bokun, D. Chowańska, M. Majewska: Mapa średnich wysokości w Polsce, Warszawa, 1965, opracowanie robocze.

Tablica IIIa

Gęstość stała σ_c [gcm ⁻³]	Powierzchnia kraju w %									
	Wartości zmian anomalii Bouguera $\Delta AB = 0,0419 (\sigma_c - \sigma) H$ w miligalach									
	znak ΔAB	0—1	1—2	2—3	3—4	4—6	6—10	10—20	20—30	
2,24	+	63,3	9,9	—	—	—	—	—	—	
	—	9,6	4,4	2,6	1,6	4,4	2,9	1,2	0,1	
2,29	+	63,3	17,0	0,8	—	—	—	—	—	
	—	5,7	2,9	2,1	1,0	3,9	2,3	0,9	0,1	
2,39	+	41,5	36,4	7,3	0,5	—	—	—	—	
	—	3,4	1,8	2,9	2,3	1,8	1,8	0,3	—	

Tablica IIIb

Gęstości stałe σ_c [gcm ⁻³]	Sumy zmian anomalii Bouguera $\Sigma \Delta AB$ [1 mgal · 1% pow. Polski]	
	względne	bez-względne
2,24	46,4 —89,2	135,6
2,29	59,1 —69,8	128,9
2,39	95,4 —47,5	142,9

w stosunku do przebiegu tych anomalii dla gęstości rzeczywistych. Odnosi się to zwłaszcza do obszaru „gór”.

Natomiast wartości σ_{cw} nieznacznie tylko przewyższają odpowiadające im wartości σ_{sr} . Jest to zrozumiałe biorąc pod uwagę nizinny w przeważającej części charakter rzeźby terenu (mała zmienność wartości H na znacznej części powierzchni kraju) a ponadto częściowe występowanie ujemnej korelacji między wartościami σ i H . Przedstawione powyżej wartości gęstości stałej, odnoszące się do całości obszaru Polski, tj.:

- 1) $\sigma_c = \sigma_{sr} = 2.24 \text{ gcm}^{-3}$
- 2) $\sigma_c = \sigma_{cw} = 2.29 \text{ gcm}^{-3}$, oraz
- 3) $\sigma_c = 2.39 \text{ gcm}^{-3}$ (gęstość stała stosowana przy metodzie hipsograficznej),

posłużyły do obliczenia, dla każdego z tych wariantów, zmian anomalii Bouguera (ΔAB) na obszarze Polski, określonych wzorem (4).

Zmiany te można traktować również jako poprawki, które należy dodać do wartości anomalii Bouguera przy stałej gęstości ($AB_{(\sigma_c)}$) dla przejścia do anomalii dla gęstości rzeczywistych ($AB_{(g)}$). Dla obszaru „gór” we wszystkich trzech wariantach zarówno wielkości zmian anomalii (ΔAB), jak i ich maksymalne różnice, osiągają znaczne wartości: od około 2 (4) do 30 (50) mgali. Natomiast dla „nizin”, tj. dla prawie 90% powierzchni kraju, wartości zmian anomalii i ich maksymalne różnice wahają się w granicach: 0—2 (4) mgali.

Liczbowe ujęcie wielkości zmian anomalii dla σ_{sr} i $\sigma_c = 2.39 \text{ gcm}^{-3}$ w porównaniu do σ_{cw} , jako wartości odpowiadającej minimum zmian anomalii (3), znajduje się w tablicach: III^a (procent powierzchni Polski, odpowiadający poszczególnym wielkościom zmian anomalii w miligalach) i III^b (sumy zmian anomalii na obszarze Polski ($S\Delta AB$) wyrażone w jednostkach: [1 mgal · 1% powierzchni Polski].

L I T E R A T U R A

- [1] Bakker G.: Maps of mean elevations free-air and Bouguer anomalies for a grid of 3'lat. by 5'longt. Delft, 1963
- [2] Chojnicki T.: Hipsograficzna metoda sporządzania mapy grawimetrycznej anomalii Faye'a w terenach górzystych. Prace IGiK, tom VII, nr 2, 1960
- [3] Coron S.: Anomalies moyennes a l'air libre et anomalies moyennes de Bouguer. Comm. Grav. Int., Paris, 1962
- [4] Coron S.: Etat d'avancement des travaux gravimétriques. Comm. Grav. Int., Paris, 1959
- [5] Corozzo M. T., Morelli C.: Model Earth Calculations and Correlations with Moho Depths. Comm. Grav. Int., Paris, 1965

- [7] Dąbrowski A., Kaczkowska Z.: Mapa średnich gęstości warstwowych utworów występujących w Polsce nad poziomem morza. Kwart. Geol., nr 1, 1965
- [8] Durbin W. P.: Comparison of crustal parameters with geoid undulations. XIII Gen. Ass. IUGG, Berkeley, 1963
- [9] France. Etat des travaux gravimétriques. Comm. Grav. Int., Paris, 1965
- [10] Geodetic Operations compiled by U.S. Coast and Geodetic Survey. U.S. National Report 1957—59. XII Gen. Ass. IUGG, Helsinki, 1960
- [11] Glennie E. A.: Model Earth Anomalies. Symp. Red. Grav., Cambridge, 1961
- [12] Graaf-Hunter J.: Reduction of gravity by isostatic methods and by Model-Earth Method contrasted. Symp. Red. Grav., Cambridge, 1961
- [13] Graaf-Hunter J.: Tactics of progressive geodesy. Bull. Geod., nr 47/48, 1958
- [14] Hamilton A. C.: Gravity measurements in Canada 1960—1962. Publ. Dominion Observ. Ottawa, vol XXVIII, nr 3, 1963
- [15] Heiskanen W. A.: Geophysical Interpretation of the Gravity Anomalies. Report Spec. Study Group 11. XIII Gen. Ass. IUGG, Berkeley, 1963
- [16] Iranian National Report. Inst. of Geoph. Teheran Univ. Publ. nr 22, Comm. Grav. Int., Paris, 1965
- [17] Jędrzejewska M.: Ogólne informacje o średnich gęstościach podłoża oraz wyznaczenie najprawdopodobniejszych wartości średnich gęstości. IGiK, 1965, maszynopis
- [18] Jędrzejewska M.: Zagadnienie przyjęcia stałej gęstości przy opracowaniu map anomalii Bouguera dla celów geodezyjnych. IGiK, 1965, maszynopis powielany
- [19] Ljustich J. N.: Schiemy anomalii siły tężości dla całej Ziemi. Izv. ANSSSR, s. gieofiz., nr 5, 1954
- [20] Martins: Rapport sur l'activite gravimetrique au Portugal. Comm. Grav. Int., Paris, 1965
- [21] Rapport des Travaux Francais. Comm. Grav. Int., Paris, 1962
- [22] R.S.F. de Yougoslavie. Inst. Geogr. Milit., Comm. Grav. Int., Paris, 1965
- [23] Talvani M., Le Pichon X., Ewing M.: Crustal Structure of the Mid-Ocean Ridges. 2 Computed Model from gravity and Seismic Refraction Data. Journ. Geoph. Res., vol 70, nr 2, 1965
- [24] Tengström E.: The present state of the Test Work in the Westalps. Comm. Grav. Int., Paris, 1965
- [25] Vecchia O.: The gravity field of Italy: a geotectonic interpretation. Firenze, 1963
- [26] Wollard G. P.: The Bouguer Gravity Anomaly Map of the United States. Trans. Amer. AGU, nr 1, 1965
- [27] Worzel J. L.: Gravity reduction and observations at sea. Symp. Red Grav., Cambridge, 1961

Recenzował: Dr inż. Jerzy Bokun

Rękopis dostarczono Redakcji w listopadzie 1965 r.

МАРЬЯ ЕНДЖЕЕВСКА

ПРОБЛЕМА ПРИНЯТИЯ ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТИ ПРИ СОСТАВЛЕНИИ КАРТ АНОМАЛИИ БУГЕ

Резюме

В последних временах имеет место значительное расширение применений аномалии Буге в ряде геодезических и геофизических исследованиях и работах как:

- исследования толщины, строения и изостатического состояния земной коры [19], [4], [14], [15], [8], [23], [10], [16], т.е. геофизическое исследования, которые имеют значение тоже и для физической геодезии (нпр в пределах зависимости земная кора — геонд, изостазии и других),
- исследования относящиеся к фигуре Земли и ее внешнего потенциала нпр методом аномалии т.н. Модели Земли (Model Earth anomalies), [13], [12], [11], [5],
- работы используемые карты аномалии Буге, как промежуточного этапа для составления карт изостатических аномалий и аномалии Фая [3], [2], [22], [9], [1].

Такого рода исследования внушают потребность унификации на больших территориях, или даже для всей Земли системы гравиметрических рабочих данных, какими являются гравиметрические аномалии.

В связи с тем предлагается тоже (в частности XI Генеральной Ассамблеей М.У.Г.Г. в Торонто) единая система аномалии Буге с постоянной плотностью (σ_c), представляющей в формуле для этой аномалии действительные плотности промежуточного слоя.

Принятие постоянной плотности в вычислениях аномалии Буге связано с недостатком желательного знания распределения плотности (σ) на поверхности Земли.

Постоянная плотность является тоже условием возможностей геодезических применений этих аномалий.

Однако, так как физический смысл аномалии Буге должен соблюдаться в возможно наибольшей степени, очевидно не является безразличным, какое значение постоянной плотности будет применено в том или другом случае.

В общем для выше упомянутых исследований применяется менее или более гипотетическое среднее значение (σ_{sr}) — среднюю плотность сиала ($2,67 \text{ гсм}^{-3}$), среднюю плотность земной коры ($2,84 \text{ гсм}^{-3}$), среднюю для низменностей ($2,3 \text{ гсм}^{-3}$) и другие [4], [21], [8], [26], [20], [24], [27], [1].

Отдельно нужно привести значение $\sigma_c = 2,39 \text{ гсм}^{-3}$, примененное для составления гипсометрическим методом 2 карты аномалии Фая горных районов в Польше.

Если дело идет об значении средней плотности (σ_{sr}) на данной территории D , оно вычисляется как наиболее вероятное значение, по методу квадратов, по формуле (1):

$$\sigma_{sr(D)} = \frac{\sum_1^n (\sigma d)}{\sum_1^n d},$$

где d — составляющая элементарная поверхность территории представляемая данной плотностью (σ), а n — число поверхностей d достаточно большое; должно таким образом отвечать условию (2)

$$\sum_1^n (\Delta\sigma)^2 = minimum,$$

где $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_{sr}$.

Однако относительно к аномалии Буге это условие не кажется правильным, если хотим, чтобы изображение аномалии Буге для постоянной плотности (σ_c) на исследуемой территории аппроксимировало с возможно наибольшей степенью изображение этих аномалии для действительных плотностей (σ). Это последнее требование выполняется тогда, когда $\sum_1^n (\Delta AB)^2 = minimum$ (3), где $\Delta AB = AB_{(\sigma_c)} - AB_{(\sigma)}$ а $AB_{(\sigma_c)}$ и $AB_{(\sigma)}$ соответственно аномалии Буге вычисленные для σ_c и σ .

Это приводит к следующему выражению (6) для постоянной плотности (σ_c), обозначим ее через σ_{cw} которая соответствует условию (3):

$$\sigma_c = \sigma_{cw} = \frac{\sum_1^n (\sigma H d)}{\sum_1^n (H d)},$$

где H — средние высоты поверхности над уровнем редукции.

Таким образом определенное значение постоянной плотности ($\sigma_c = \sigma_{cw}$) учитывает факт, что влияние плотности (σ) на значение аномалии Буге условлено величиной произведения σH чего не учитывается, используя среднюю плотность, определенную формулой (1).

Значения σ_{cw} являются вообще (исключая случай, когда существовала бы отрицательная корреляция между значениями σ и H) больше σ_{sr} на данной территории D , а значения аномалии в отдельных пунктах территории D и их суммы, относительная и абсолютная, для этой территории — меньшие чем аналогичные значения для σ_{sr} .

Для числового сравнения обоих значений постоянной плотности, т. е. σ_{sr} и σ_{cw} , а также соответствующих им изменений аномалии Буге ($\Delta AB_{(\sigma_{sr})}$ $\Delta AB_{(\sigma_{cw})}$) и редукции Буге ($RB_{(\sigma_{sr})}$ $RB_{(\sigma_{cw})}$ и $RB_{(\sigma)}$) приведено в таблицах: Ia, Ib, Ic примеры вычисления выше упомянутых значений.

Для ориентировки, какие изменения в изображении аномалии Буге (по случаю перехода от действительных к постоянной плотности) получим для территории Польши, вычислено соответствующие ему значения σ_{sr} и σ_{cw} (таблица II).

Затем графически определено ориентировочное изображение изменений аномалии Буге (ΔAB) на территории Польши для трех вариантов постоянной плотности: $\sigma_c = 2,24 \text{ гсм}^{-3}$ (σ_{sr} для Польши), $\sigma_c = 2,29 \text{ гсм}^{-3}$ (σ_{sw} для Польши) и $\sigma_c = 2,39 \text{ гсм}^{-3}$.

Числовое представление этих изменений приводится в таблицах: IIIa (процент поверхности Польши, отвечающий отдельным значениям изменений аномалии в миллигалах) и IIIb (суммы изменений аномалии для территории Польши ($S\Delta AB$) выраженные в единицах $[1 \text{ мгл} \times 1\% \text{ поверхности Польши}]$.

MARIA JĘDRZEJEWSKA

PROBLEM OF ACCEPTATION OF THE CONSTANT DENSITY
AT THE ELABORATION OF THE MAP OF BOUGUER ANOMALIES

S u m m a r y

A considerable extension of the applications of Bouguer anomalies to many geodetic and geophysical researches and works occurred in the last years. It concerns:

— researches about the thickness, structure and isostatic state of the earth crust [19], [4], [14], [15], [8], [23], [10], [16], i. e. geophysical researches which are important for the physical geodesy too (e. g. concerning the relation: earth crust-geoid, isostasy and others),

— researches concerning the figure of the Earth and its external potential, for example by method of the so-called Model Earth anomalies [13], [12], [11], [5],

— works using map of Bouguer anomalies as an intermediate stage to the preparation of the isostatic anomalies map and Faye anomalies map [3], [2], [22], [9], [1].

Such researches require the uniformity of the gravimetric system of the working data that is of the gravimetric anomalies on great areas and even for the whole Earth.

In this connection a uniform system of Bouguer anomalies is also stipulated (inter alia, see the resolutions taken by the XI General Assembly of the I.U.G.G. at Toronto) together with a constant density (σ_c) representing in the formula of this anomaly the actual density of the rocks above reduction level.

The acceptance of a constant density in the computations of Bouguer anomalies is connected with the lack of sufficient knowledge of the density (σ) disposition on the earth surface. The constant density is also the condition of the possibility of geodetic applications of these anomalies.

Nevertheless, since the physical meaning of Bouguer anomalies should be preserved in the possibly highest degree it is certainly not indifferent which value of the constant density will be applied in this case or in another one.

Generally speaking, for the above mentioned purposes will be applied the more or less hypothetic mean value (σ_{sr}) — the mean sial density (2.67 gcm^{-3}), the mean density of the earth crust (2.84 gcm^{-3}), the mean value for the lowlands (2.3 gcm^{-3}) and so on [4], [21], [8], [26], [20], [24], [27], [1].

Separately must be mentioned the value $\sigma_c = 2.39 \text{ gcm}^{-3}$, applied to the elaboration by means of the hypsographic method [2] of the Faye anomalies map of the mountainous areas of Poland.

The mean value of density (σ_{sr}) on the area D is computed as the most probable value according to the method of the least squares by the formula (1):

$$\sigma_{sr(D)} = \frac{\sum_1^n (\sigma d)}{\sum_1^n d},$$

where d is the elementary component surface of the area D represented by the given density (σ) and n is the number of the surfaces d , sufficiently big. Thus it fulfil the condition (2):

$$\sum_1^n (\Delta\sigma)^2 = \text{minimum}, \quad \text{where } \Delta\sigma = \sigma - \sigma_{sr}$$

As regards, however the Bouguer anomalies this condition does not seem to be the most suitable if we desire the development of Bouguer anomalies for the constant density (σ_c) on the investigated area D to approximate in the possibly nearest degree the run of these anomalies for the real densities (σ). This last requirement will be

fulfilled when $\sum_1^n (\Delta AB)^2 = \text{minimum}$ (3), where $\Delta AB = AB_{(\sigma_c)} - AB_{(\sigma)}$ and $AB_{(\sigma_c)}$ and $AB_{(\sigma)}$, the suitable Bouguer anomalies were computed for σ_c and σ .

Its consequence is the following formula (6) for the constant density (σ_c), we define it by σ_{cw} , for which the condition (3) is fulfilled:

$$\sigma_c = \sigma_{cw} = \frac{\sum_1^n (\sigma H d)}{\sum_1^n (H d)},$$

where H is the mean height of the surface d above the reduction level.

The value of the constant density ($\sigma_c = \sigma_{cw}$) determined in such a way takes into consideration that the effect of the density (σ) on the magnitude of Bouguer anomalies is conditioned by the magnitude of the product σH what is omitted when we apply the mean density determined by the formula (1).

The values σ_{cw} are in general greater than σ_{sr} on the given area D (with one exception when a negative correlation arises between the values σ and H) and their absolute and relative sums in this area are smaller than the analogical values for σ_{sr} . In order to compare numerically both values of constant density, i. e. σ_{sr} and σ_{cw} , and the corresponding variations of Bouguer anomalies ($\Delta AB_{(\sigma_{sr})}$ and $\Delta AB_{(\sigma_{cw})}$) and the Bouguer reductions ($RB_{(\sigma_{sr})}$, $RB_{(\sigma_{cw})}$, and $RB_{(\sigma)}$) in the tables: Ia, Ib, Ic examples of computation of the above mentioned values are shown.

For the orientation which variations in the development of Bouguer anomalies (with regard to the transition from the real densities to the constant ones) we shall receive for the area of Poland, corresponding values σ_{sr} and σ_{cw} were computed (Table II). Afterwards the approximate development of variations of Bouguer anomalies (ΔAB) on the area of Poland had been graphically determined for 3 variants of constant density: $\sigma_c = 2.24 \text{ gcm}^{-3}$ (σ_{sr} for Poland), $\sigma_c = 2.29 \text{ gcm}^{-3}$ (σ_{cw} for Poland) and $\sigma_c = 2.39 \text{ gcm}^{-3}$.

The numerical values of these variations are demonstrated in the tables: IIIa showing percent of Poland's area corresponding to the individual magnitudes of variations of the anomalies expressed in milligals, and IIIb in which the sums of variations of the anomalies for Poland's area ($S\Delta AB$) expressed in units [1 mgal · 1% of area of Poland] are shown.