

WOJCIECH JANUSZ

Usprawnienie obliczania przesunięć punktów w kontrolnych sieciach geodezyjnych, dla pomiarów odkształceń

Publikacja niniejsza stanowi wynik kontynuacji badań nad metodami obliczania przemieszczeń i dotyczy okresowo mierzonych sieci kontrolnych pełnych (zawierających wyłącznie punkty wzajemnie wyznaczalne). W ubiegłych latach ukazały się publikacje [1], [3], [5], które miały na celu zapoznanie wykonawców pomiarów odkształceń z możliwościami stosowania rachunku zautomatyzowanego — opartego na pełnym wykorzystaniu maszyn elektronowych. Kilkuletnia obserwacja konkretnych zastosowań takiego rachunku wykazała, że byłoby dobrze posiadać w dyspozycji również technikę obliczeń opartą częściowo na rachunku zautomatyzowanym (dokonywanym w fazie przygotowania danych wstępnych bezpośrednio po założeniu sieci) uzupełnioną o unowocześniony rachunek ręczny (dotyczący wyników okresowych pomiarów sieci). Do takiego wniosku skłania stwierdzenie, że wprawdzie rachunek zautomatyzowany przy wykorzystaniu maszyn elektronowych jest bardzo szybki, to jednak czas każdorazowego oczekiwania na wyniki okresowych obliczeń wykonywanych automatycznie jest dosyć długi, zawiera bowiem: czas przesłania materiałów polowych do ośrodka obliczeniowego, czas oczekiwania na wykonanie innych obliczeń zgłoszonych w uprzedniej kolejności, czas obliczania i czas ponownego przesłania wyników obliczeń do wykonawcy pomiarów dla dalszego opracowania.

Pozostawienie obliczania wyników okresowych obserwacji w ręku wykonawcy pomiarów — w przypadku doprowadzenia techniki obliczeń do maksymalnie uproszczonej postaci — posiadałoby poważne walory natury organizacyjnej i technicznej. Przy odpowiednim opracowaniu techniki, rachunki takie można wykonać bardzo szybko nawet w warunkach tere-

nowych. Posiada to poważne znaczenie szczególnie przy pomiarze odkształceń szybkozmiennych lub przy wywoływaniu warunków ekstremalnych (np. oddziaływanie na zaporę wodną w fazie wstępnego napełniania zbiornika). Ponadto wykonywanie obliczeń w miejscu pomiarów i bezpośrednio po ich zakończeniu umożliwia ewentualne powtórzenia pomiarów w wyniku stwierdzenia dużych błędów. Powtórzenia takie po dłuższym upływie czasu byłyby niecelowe z uwagi na możliwość dalszego przemieszczania się punktów, trudnego do uwzględnienia, oraz nieopłacalne ze względu na konieczność ponownych dojazdów do obiektu badań.

Całkowicie zautomatyzowany rachunek należy ponadto uważać za bezwzględnie opłacalny przy bardzo pracochłonnych, wstępnych dla rozpatrywanej sieci obliczeniach, mających na celu przygotowanie danych dla późniejszego, wielokrotnego i mało pracochłonnego obliczania przemieszczeń. Korzyści ekonomiczne ze stosowania rachunku zautomatyzowanego przy obliczeniach okresowych wydają się problematyczne.

Droga postępowania w zakresie części okresowych obliczeń prowadzonych ręcznie w sposób uproszczony została wskazana już w [2] str. 124—127, gdzie podany jest przykład zastosowania krakowianu transformacyjnego dla obliczania przesunięć punktów sieci dostosowanej do punktów zachowujących stałe położenie. Dalszym krokiem była publikacja [6] wskazująca na sposób korzystania ze schematu rachunkowego, opartego na wykorzystaniu krakowianów transformujących, służących do obliczania przesunięć punktów kontrolowanych z uwzględnieniem wpływu przesunięć punktów dostosowania.

Niniejsza publikacja ma na celu jednolite ujęcie wszystkich zagadnień rachunkowych, składających się na udoskonalenie techniki obliczania przesunięć z uwzględnieniem identyfikacji i wykorzystania punktów stałych.

Podana dalej technika obliczeń bazuje całkowicie na dotychczas stosowanych w Polsce metodach obliczeń, opracowanych przez prof. dr T. Lazariniego. Celem pracy jest wyłącznie takie wyrażenie treści tych metod, aby rachunek ręczny doprowadzić do możliwie prostej, jednolitej i mało pracochłonnej postaci.

Omówienie opracowanej techniki wymaga powtórzenia w skrócie niektórych wiadomości o strukturze sieci kontrolnych i metodach obliczania przesunięć ich punktów.

Sieć kontrolna służąca do wyznaczania bezwzględnych wartości poziomych przemieszczeń budowli zawiera 3 rodzaje punktów: punkty stałe, posadowione poza strefą przewidywanych ruchów podłoża, punkty kontrolowane, zastabilizowane na badanym obiekcie oraz punkty pomocnicze, umożliwiające wyznaczenie przesunięć punktów kontrolowanych w odniesieniu do punktów stałych. Sieci kontrolne powinny w zasadzie zawierać wyłącznie punkty wzajemnie wyznaczalne, bowiem ułatwia to

dokonywanie identyfikacji punktów stałych. Wprowadzenie pojęcia i czynności „identyfikacja punktów stałych” wynika z braku całkowitej pewności, czy wszystkie punkty sieci przeznaczone do odniesienia wyników okresowych wyznaczeń będą zawsze spełniały warunki stałości położenia.

W przypadku, gdy sieć zachowuje stale swą początkową strukturę (przy powtarzanych pomiarach zachodzi możliwość określania wartości stale tych samych elementów, zmieniających jedynie wartość wskutek przesunięć punktów sieci) dokonuje się wyrównania różnic wyników pomiaru aktualnego i pierwotnego metodą pośredniczącą przy dostosowaniu sieci do minimalnej liczby elementów przyjętych roboczo jako stałe. Np. sieć z mierzonymi okresowo kierunkami lub kątami można dostosowywać przy takim wyrównaniu do 2 dowolnie wybranych punktów. W wyniku wyrównania uzyskuje się poprawki dz (poprawki skrętów) oraz dx , dy . Jeśli okaże się, że przyjęta para punktów dostosowania zachowała stałość położenia, to wyznaczone poprawki dx , dy można uważać za równe składowym przesunięć punktów sieci. Stwierdzenie stałości wybranych punktów dostosowania jest możliwe w przypadku, gdy w sieci znajdują się jeszcze co najmniej dwa inne punkty o zachowanej stałości położenia. Zachowanie stałości wyraża się poprzez uzyskanie w wyniku wyrównania wielkości dx , dy bliskich zera w granicach dokładności wyznaczenia dla wszystkich punktów stałych. W przypadku, gdy to nie zachodzi należy przeprowadzić czynności identyfikacyjne, polegające na kolejnym transformowaniu poprawek dx , dy otrzymanych z wyrównania, przy zakładaniu stałości innych par punktów aż do uzyskania opisanego efektu, świadczącego o dostosowaniu sieci do punktów o faktycznie zachowanej stałości położenia. Transformacja poprawek dx , dy przy dostosowaniu do takiej pary punktów może być uznana za równoznaczną z obliczeniem składowych przesunięć punktów sieci. W praktyce jednak obliczenie składowych przesunięć opiera się zazwyczaj na dodatkowej transformacji przy dostosowaniu do wszystkich punktów zidentyfikowanych jako stałe, co ma na celu zwiększenie dokładności wyznaczenia.

Ze względów praktycznych obliczenia wyrównawcze prowadzi się na ogół w dwu grupach, odpowiadających rozbiciu sieci kontrolnej na dwa rzędy. Do pierwszego rzędu sieci zalicza się wszystkie punkty stałe i pomocnicze, natomiast w następnej kolejności wyznaczeniu podlegają punkty kontrolowane, które nie posiadają przeważnie wzajemnego powiązania obserwacjami.

I etap okresowego obliczenia zawiera wyrównanie różnic obserwacji w sieci pierwszego rzędu obejmującego punkty stałe i pomocnicze oraz wyrównanie różnic obserwacji do pojedynczych punktów kontrolowanych, prowadzone z uwzględnieniem wyznaczonych wielkości dz , dx , dy dla punktów pomocniczych. W wyniku obliczeń wykonanych w I etapie otrzy-

muje się składowe dx , dy dla wszystkich punktów sieci przy jej dostosowaniu do dwu punktów (w przypadku sieci z mierzonymi okresowo kątami lub kierunkami).

II etap okresowego obliczenia zawiera rachunki mające na celu zidentyfikowanie punktów o zachowanej stałości położenia, w oparciu o składowe dx , dy otrzymane z I etapu.

III etap obliczenia okresowego ma na celu wyznaczenie składowych przesunięć dx , dy wszystkich punktów poruszonych w odniesieniu do punktów o zachowanej stałości położenia, stwierdzonej w II etapie obliczeń.

Obliczenia przygotowawcze (jednorazowe dla rozpatrywanej sieci)

W wyniku pomiaru wyjściowego kierunków, uzupełnionego o mało dokładny pomiar kilku długości możemy obliczyć współrzędne wszystkich punktów sieci, wyrażając je w układzie zorientowanym osiami równoległe do elewacji badanego obiektu. W dalszym ciągu obliczenia przygotowawcze można wykonać przy wykorzystaniu maszyny elektronowej. Dla I etapu okresowych obliczeń należy obliczyć krakowian transformujący różnice wyników obserwacji na poprawki współrzędnych dx , dy odnoszący się do 1-go rzędu sieci. Następnie obliczeniu podlegają krakowiany transformujące różnice wyników obserwacji na poprawki współrzędnych dx , dy odnoszące się do pojedynczych punktów kontrolowanych. Wyniki obliczenia służą do sporządzenia schematów obliczeniowych, powielonych w odpowiedniej liczbie egzemplarzy, tak aby wyniki każdej okresowej obserwacji mogły być przeliczane z wykorzystaniem jednego egzemplarza schematu. Przykład takiego schematu, sporządzonego dla sieci pokazanej na rysunku 1 zawarty jest w tablicy 1. W tablicy 1 wszystkie dane liczbowe wykazane drukiem (w maszynopisie) stanowią wynik obliczeń przygotowawczych. Dane liczbowe podane w rękopisie stanowią wynik obliczenia dokonanego bezpośrednio po wykonaniu okresowej obserwacji (sposób ich uzyskania zostanie omówiony w następnym rozdziale).

Istotną różnicą proponowanej technologii w stosunku do stosowanego dotychczas redukowania wyrazów wolnych w tabeli równań normalnych i pierwiastka krakowianowego tej tabeli oraz podstawiania niewiadomych do kolejnych równań dla ich obliczenia, jest podzielność prac obliczeniowych, ich większa prostota oraz mniejsza ilość. Przy użyciu krakowianu transformującego rozpisanego częściami na kilku arkuszach, kilku obliczeniowców może równocześnie prowadzić obliczenie kilku grup niewiadomych, uzyskując dzięki temu znaczne przyspieszenie wykonania całości obliczeń. Z uwagi na to, że obliczenia sprowadzają się tu do prostego su-

momnożenia kolumny wyrazów wolnych przez odpowiednie kolumny krakowianu transformującego, można w części rachunkowej opracowania wyników wykorzystać personel o stosunkowo niższych kwalifikacjach.

Dla wykonania obliczeń okresowych ujętych w II etapie stosowano do-tychczas wprost wzory na transformację składowych dx , dy w postaci: ¹⁾

$$\alpha = \frac{[Y_r dx_r - X_r dy_r]}{[X_r^2 + Y_r^2]} \quad \beta = - \frac{[X_r dx_r + Y_r dy_r]}{[X_r^2 + Y_r^2]}$$

$$\underline{dx}_i = X_{r_i} \cdot \beta - Y_{r_i} \cdot \alpha + dx_{r_i}; \quad \underline{dy}_i = X_{r_i} \cdot \alpha + Y_{r_i} \cdot \beta + dy_{r_i} \quad (1)$$

gdzie: r — w dolnej frakcji oznacza, że współrzędna lub poprawka współrzędnej wyrażona jest w układzie współrzędnych o początku w miejscu określonym średnimi wartościami współrzędnych lub poprawek współrzędnych punktów dostosowania, X , Y — współrzędne punktów sieci, dx , dy — poprawki współrzędnych (składowe przesunięć punktów wyznaczone z wyrównania wykonanego w I etapie obliczeń), α , β — współczynniki wyznaczone na podstawie punktów dostosowania przyjętych dla rozpatrywanej transformacji poprawek.

Występujące w tych wzorach wielkości współrzędnych wyrażone z dokładnością rzędu 0,1 m można uznać za praktycznie niezmiennie w całym okresie prowadzenia badań ruchu punktów sieci. Wielkościami zmiennymi przy kolejnych okresowych obserwacjach są poprawki dx , dy . Dążeniem naszym jest doprowadzenie wzorów transformacyjnych do takiej postaci, aby przy dokonywaniu transformacji poprawek dx , dy na poprawki \underline{dx} , \underline{dy} posługiwać się prostymi operacjami mnożenia krakowianu kolumnowego poprawek dx , dy przez krakowian współczynnikowy, niezmienny dla danej sieci i przy określonych założeniach dostosowania. Dokonane przekształcenia doprowadziły wzory (1) do postaci:

$$\left\{ \begin{array}{l} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dx_i \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ 1,0 \end{array} \right\} = \underline{dx}_i$$

¹⁾ Lub w nieco bardziej złożonej postaci, podanej w [7].

$$\begin{pmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dy_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2}\right) B_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2}\right) A_{ef} \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2}\right) B_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2}\right) A_{ef} \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2}\right) A_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2}\right) B_{ef} - 0,5 \\ -\left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2}\right) A_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2}\right) B_{ef} - 0,5 \\ 1,0 \end{pmatrix} = \underline{dy}_i \quad (2)$$

gdzie: A, B — współczynniki kierunkowe wg oznaczeń prof. dr St. Hausbrandta [2], i — oznaczenie numeru punktu transformowanego, e, f — oznaczenia numerów punktów dostosowania przy transformacji poprawek dx, dy .

Dla jasności dalszych wywodów wzory (2) wyrazimy w następującej postaci:

$$\begin{pmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dx_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \\ -c_i \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{dx}_i \quad \begin{pmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dy_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -c_i \\ c_i \\ a_i \\ b_i \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{dy}_i \quad (2a)$$

gdzie: a_i, b_i, c_i — obliczone wartości współczynników wyrażonych wzorami (2).

W oparciu o zespoły kolumnowych krakowianów transformujących poprawki dx, dy na pojedyncze poprawki \underline{dx} lub \underline{dy} wg wzorów (2^a) możemy zestawić krakowian współczynnikowy służący do transformowania wszystkich składowych dx, dy na składowe $\underline{dx}, \underline{dy}$ przy dostosowaniu sieci do określonych dwu punktów o numerach e, f . Przyjmując, że w skład transformowanej sieci wchodzi punkty o numerach np. 1, i, e, f, n otrzymamy następującą postać rozwiązania zagadnienia:

$$\begin{pmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dx_i \\ dy_i \\ dx_e \\ dy_e \\ dx_f \\ dy_f \\ dx_n \\ dy_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & \\ a_1 - c_1 & a_i - c_i & a_e + 1 - c_e & a_f - c_f & a_n - c_n & & & & & \\ c_1 & a_1 & c_i & a_i & c_e & a_e + 1 & c_f & a_f & c_n & a_n \\ b_1 & c_1 & b_i & c_i & b_e & c_e & b_f + 1 & c_f & b_n & c_n \\ -c_1 & b_1 - c_i & b_i - c_e & b_e & -c_f & b_f + 1 & -c_n & b_n & & \\ & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & 1 & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{dx}_1 \\ \underline{dy}_1 \\ \underline{dx}_i \\ \underline{dy}_i \\ \underline{dx}_e \\ \underline{dy}_e \\ \underline{dx}_f \\ \underline{dy}_f \\ \underline{dx}_n \\ \underline{dy}_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

Krakowian współczynnikowy zawarty we wzorze (3), służący do transformowania zespołu poprawek dx, dy na zespół poprawek $\underline{dx}, \underline{dy}$ przy dostosowaniu do punktów o numerach e, f nazwiemy $C^{e, f}$.

Łatwo zauważyć, że w praktycznym rachunku można wprowadzić uproszczenie wynikające z tego, że z założenia dostosowania otrzymamy $\underline{dx}_e = \underline{dy}_e = \underline{dx}_f = \underline{dy}_f = 0$. W związku z tym zachodzi możliwość pominięcia obliczania niektórych współczynników, co zasymbolizujemy przez oznaczenie ich miejsc w krakowianie kropkami:

$$\begin{pmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dx_i \\ dy_i \\ dx_e \\ dy_e \\ dx_f \\ dy_f \\ dx_n \\ dy_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & \\ & a_1 & -c_1 & a_i & -c_i & \cdot & \cdot & \cdot & a_n & -c_n \\ c_1 & a_1 & c_i & a_i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_n & a_n \\ b_1 & c_1 & b_i & c_i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b_n & c_n \\ -c_1 & b_1 & -c_i & b_i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -c_n & b_n \\ & & & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{dx}_1 \\ \underline{dy}_1 \\ \underline{dx}_i \\ \underline{dy}_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{dx}_n \\ \underline{dy}_n \end{pmatrix} \quad (3a)$$

Zestawiając krakowiany transformacyjne w postaci tabelarycznej pominiemy w ogóle kolumny, które nie biorą udziału w rachunku z uwagi na znane z góry wartości rezultatów. W tabelach tych utworzymy dla kontroli mnożeń krakowianowych kolumny sumowe powstałe przez sumowanie współczynników zawartych w poszczególnych wierszach.

Jeśli w sieci zawierającej n punktów znajduje się pewna liczba punktów projektowanych jako stałe (np. punkty o numerach e, f, g, h) to dla sprawdzenia, które z nich faktycznie zachowały stałość położenia należałoby zestawić krakowiany współczynnikowe, służące do transformacji poprawek przy dostosowaniu do par tych punktów we wszystkich kombinacjach (np. $C^{ef}, C^{eg}, C^{eh}, C^{fg}, C^{fh}, C^{gh}$).

Taki zespół zbroszurowanych krakowianów, powielonych w odpowiedniej liczbie egzemplarzy, w schematach z pozostawionymi rubrykami na obliczenia okresowe, zaspokajałby całkowicie potrzeby w zakresie prowadzenia rachunków związanych z identyfikacją punktów stałych.

Tablica nr 2 zawiera zestawione krakowiany współczynnikowe służące do przetransformowania składowych dx, dy punktów sieci pokazanej na rysunku 1 przy dostosowaniu do dwu par punktów. W II etapie okresowych obliczeń należy przy wykorzystaniu omówionych krakowianów wykonać jedynie część rachunków, mającą na celu określenie wartości $\underline{dx}, \underline{dy}$ odnoszących się do punktów stałych (np. zgodnie z uprzednim wywodem dla punktów e, f, g, h). Uzyskiwane z tego obliczenia wielkości

należy porównywać z błędami średnimi ich wyznaczenia obliczonymi w oparciu o uzyskaną z wyrównania dokonanego w I etapie wartość m_0 oraz w oparciu o zestawione wartości współczynników wagowych $\sqrt{Q_x}$, $\sqrt{Q_y}$ (w odniesieniu do przykładu z rysunku Nr 1 zestawienie takie zawarte jest w tabelicy 3). Wartości $\sqrt{Q_x}$, $\sqrt{Q_y}$ należy obliczyć jednorazowo przy wykorzystaniu maszyny elektronicznej metodą stosowaną przy tak zwanej wstępnej analizie dokładnościowej. W tym celu trzeba potraktować składowe dx , dy otrzymywane na drodze transformacji jako identyczne z wartościami jakie otrzymalibyśmy w drodze wyrównania sieci przy dostosowaniu do określonej pary punktów.

Dla wykonania obliczeń okresowych ujętych w trzecim etapie, to jest wyznaczenia składowych przesunięć punktów poruszonych w odniesieniu do punktów zidentyfikowanych, jako stałe możemy posługiwać się w/w zestawionymi dla celu transformacji krakowianami współczynnikowymi. Obliczenie takie bazuje jednak na wykorzystaniu jako punktów odniesienia tylko dwu spośród zidentyfikowanych punktów stałych. W związku z tym, przed przystąpieniem do obliczenia należy przeanalizować, która para punktów spośród zidentyfikowanych punktów stałych winna być przyjęta do dostosowania. Analizę taką przeprowadzamy na drodze wyboru najwłaściwszego wariantu dostosowania w oparciu o zestawienie współczynników wagowych $\sqrt{Q_x}$, $\sqrt{Q_y}$.

Obliczenia okresowe

Przebieg obliczeń okresowych i znaczenie poszczególnych ich etapów zilustrujemy na przykładzie sieci pokazanej na rysunku 1.*) Sieć ta zawiera 5 punktów stanowiących wg założenia projektowego podstawę do odniesienia wyznaczanych odkształceń obiektu, na którym założone są trzy dalsze punkty. Rolę punktów stałych mają spełniać punkty Nr Nr 1—5 zaś punkty Nr Nr 6—8 założone na badanym obiekcie są punktami kontrolowanymi. Punkty Nr Nr 4, 5 są traktowane jednocześnie jako pomocnicze i stałe.

W pokazanej na szkicu sieci mierzone są okresowo kierunki oraz dwa kąty (Nr Nr obserwacji 23, 26). Na szkicu numeracja okresowych obserwacji wykazana jest małymi cyframi.

W wyniku aktualnego pomiaru kierunków i kątów, od których odejmujemy odpowiednie wyniki obserwacji pierwotnej otrzymujemy róż-

*) W wykonaniu rachunków związanych z liczbowym opracowaniem niniejszego przykładu brała udział mgr inż. Stefania Pachelska.

nice dl wyrażone w cc. Różnice te wpisujemy w tablicy Nr 1 w kolumnie oznaczonej dl i w wierszach według numeracji wykazanej na lewym skraju układu równań poprawek różnic obserwacji.

Wyznaczamy wartości $dz_1, dz_2, dz_3, dz_4, dz_5, dx_1, dy_1, dx_2, dy_2, dx_5, dy_5$ drogą wykonywania sumomnożeń kolumny zestawionych wyrazów wolnych dl przez odpowiednie kolumny liczb zawarte w krakowianie transformującym T . Wyniki poszczególnych sumomnożeń zapisujemy w wierszu niewiadomych. Prawdliwość dokonanego rachunku sprawdzamy poprzez sumowanie uzyskanych wartości niewiadomych i porównanie z wynikiem sumomnożenia kolumny dl przez kolumnę S krakowianu transformującego.

Następnie obliczamy poprawki różnic obserwacji v_{dl} , podstawiając w tym celu obliczone wartości niewiadomych do układu równań poprawek różnic obserwacji. Obliczamy błąd średni $m_0 = \sqrt{\frac{[v_{dl}v_{dl}]}{n_n}}$ gdzie n_n -- liczba spostrzeżeń nadliczbowych.

Powyższe obliczenia są równoznaczne z wyrównaniem różnic okresowych obserwacji 1-go rzędu sieci kontrolnej zawierającego punkty Nr Nr 1—5.

Następnie wykonujemy sumomnożenia wiersza niewiadomych przez kolejne wiersze tabeli współczynnikowej układu równań poprawek różnic obserwacji do punktów kontrolowanych (znajdującej się poniżej wiersza niewiadomych). W rezultacie poszczególnych sumomnożeń otrzymujemy wielkości δ , które należy odjąć od zestawionych w odpowiednich wierszach wyrazów wolnych dl , aby otrzymać nowe wartości wyrazów wolnych dl' . Wyrazy wolne dl' określają różnice wyników obserwacji do punktów kontrolowanych zredukowane ze względu na wyznaczone z wyrównania 1-go rzędu sieci składowe dz, dx, dy punktów pomocniczych Nr Nr 4, 5.

Wykonujemy mnożenia krakowianowe kolumn wyrazów wolnych dl' przez kolumny krakowianów t , transformujących je na składowe dx, dy poszczególnych punktów kontrolowanych. Wyznaczone wielkości dx, dy wpisujemy w kolumnie niewiadomych. Następnie tak wyznaczone wielkości dx, dy podstawiamy do odpowiednich układów równań poprawek różnic obserwacji oznaczonych \underline{a} i uwzględniając przy tym jako wyrazy wolne wielkości dl' obliczamy poprawki wyrównawcze różnic obserwacji punktów kontrolowanych v_{dl}' . W przypadku, gdy wyznaczenie składowych dx, dy punktu kontrolowanego odbywa się przy udziale obserwacji nadliczbowych, poprawki te służą do oceny dokładności pomiaru (poprzez obliczenie wartości m'_0) oraz do oceny dokładności wyznaczenia składowych przesunięć (poprzez obliczenie m_{dx}, m_{dy}). W przypadku, gdy wyznaczenie składowych dx, dy odbywa się bez obserwacji nadliczbowych, poprawki v_{dl}' , powinny być bliskie zera w granicach dokładności rachunku

(co stanowi kontrolę obliczenia dx , dy z mnożenia dl' przez krakowiany transformujące).

W tym miejscu podamy wyjaśnienie określające sposób uwzględnienia wyników wyrównania 1-go rzędu sieci przy obliczaniu składowych dx , dy punktów kontrolowanych, traktowanych jako niezależne wzajemnie punkty 2-go rzędu sieci. Jeśli mianowicie punkt „ i ” 2-go rzędu jest powiązany obserwacją z punktem „ k ” 1-go rzędu sieci, przy czym powiązanie to wyraża się w toku wyrównania istnieniem równania poprawki różnicy obserwacji w formie

$$a dx_k + b dy_k + c dx_i + d dy_i - dl = v_{dl},$$

to można równanie to wyrazić w następującej postaci

$$c dx_i + d dy_i + (a dx_k + b dy_k - dl) = v_{dl},$$

lub

$$c dx_i + d dy_i = (dl - \delta) = v_{dl}. \quad (4)$$

Ponieważ w toku wyrównania 1-go rzędu sieci następuje wyznaczenie wartości dx_k , dy_k fakt ten wyraża się przy wyrównaniu mającym na celu wyznaczenie składowych dx_i , dy_i przez utworzenie nowych wyrazów wolnych $dl - \delta = dl'$.

Obliczone w tabelicy 1 poprawki dx , dy wszystkich punktów sieci kontrolnej wpisujemy w kolumnie wydzielonej na prawym jej skraju u dołu tworząc w rezultacie krakowian kolumnowy $\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$. Krakowian ten służy do obliczeń związanych z identyfikacją punktów stałych i do obliczenia składowych przesunięć przy dostosowaniu sieci do punktów o faktycznie zachowanej stałości położenia. W cytowanym tu przykładzie zachodzi potrzeba dokonania dalszych obliczeń, bowiem wynik wyrównania ukazany w tabelicy 1 wskazuje, że przyjęte punkty dostosowania (lub jeden z nich) nie zachowały warunku stałości położenia. Świadczy o tym uzyskanie dużych wartości dx , dy dla punktów 1, 2, 5.

Przebieg dalszych obliczeń zilustrowany został w tabelicy 2, gdzie zestawiono przykładowo krakowiany $C^{1,2}$ i $C^{3,5}$, wybrane spośród krakowianów służących do sprawdzania wzajemnej stałości punktów 1—5.

Wykonanie w tabelicy 2 mnożenia $\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} \{C^{1,2}\} = \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$ wykazało stałość punktów 1, 2, 3, 5 bowiem uzyskano dla nich następujące wartości dx , dy różniące się od zera w granicach dokładności wyznaczenia

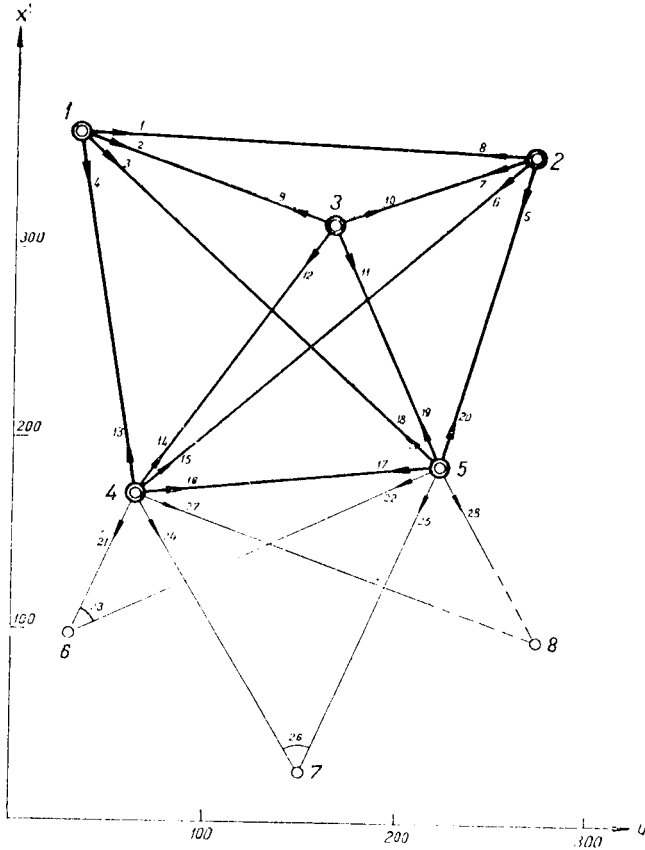
Nr pktu.	1	2	3	5
dx, dy	0,00 0,00	0,00 0,00	0,02 -0,04	-0,12 -0,12
m_{dx}, m_{dy}	0,0 0,0	0,0 0,0	0,1 0,2	0,3 0,3

Wartości m_{dx} , m_{dy} obliczamy przy wykorzystaniu współczynników $\sqrt{Q_{dx}}$, $\sqrt{Q_{dy}}$ zestawionych w tabeli 3 oraz w oparciu o m_0 obliczone w tabeli 1. Obliczenia w tabeli 2 są kontrolowane przy wykorzystaniu dodatkowej kolumny sumowej, zestawionej w krakowianach $C^{1,2}$ i $C^{3,5}$ dzięki czemu drogą mnożenia krakowianu $\left\{ \begin{matrix} dx \\ dy \end{matrix} \right\}$ przez tę kolumnę sprawdzić prawidłowość sumy \underline{dx} , \underline{dy} zestawionych w krakowianach kolumnowych $\left\{ \begin{matrix} dx \\ dy \end{matrix} \right\}$.

Ponieważ stwierdzono, że punkty 1, 2, 3, 5 zachowały stałość wzajemnego położenia, można uznać, że wielkości \underline{dx} , \underline{dy} dla pozostałych punktów obliczone z krakowianu $C^{1,2}$ są równe składowym przesunięć tych punktów. Jednak dla zwiększenia dokładności korzystniej jest wykonać ponowną odrębną transformację przy dostosowaniu do wszystkich punktów o stwierdzonej stałości położenia, albo przy dostosowaniu do innej pary punktów stałych. W niniejszym przykładzie uznano, że ponowna transformacja przy użyciu krakowianu $C^{3,5}$ winna nieco podnieść dokładność wyznaczenia przesunięć. Wynikło to z porównania odpowiednich współczynników $\sqrt{Q_{dx}}$, $\sqrt{Q_{dy}}$ przy dostosowaniu do pary 1, 2 i pary 3, 5.

Obliczone przy wykorzystaniu krakowianu $C^{3,5}$ wielkości \underline{dx} , \underline{dy} wykazujemy w formie graficznej na szkicu sieci, odkładając je od odpowiednich punktów w skali 5 : 1 lub 10 : 1 wzdłuż osi układu współrzędnych. Wynik obliczenia w formie graficznej ukazany został na szkicu (rys. 2).

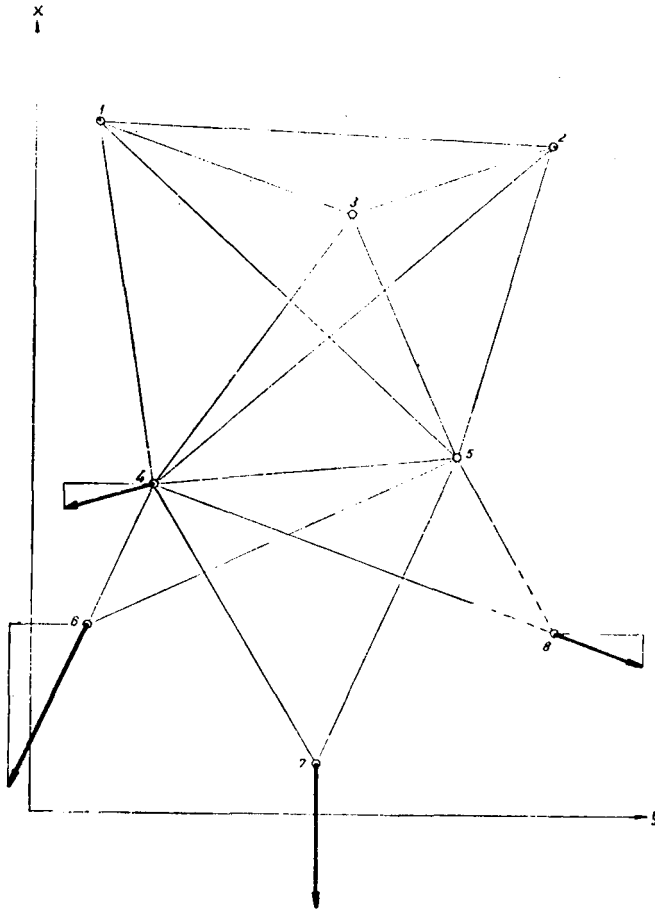
Szkic sieci kontrolnej



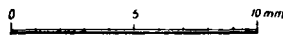
- ⊙ Punkt kontrolny
- Punkt kontrolowany

Rys. 1

Szkic sieci kontrolnej z wektorami przesunięć



Podziałka wektorów przesunięć



Rys. 2

Tablica 1

Równania poprawek różnic obserwacji (1 rząd)

Krakowian transformujący dl na niewiadome (T)

Nr.	dz ₁	dz ₂	dz ₃	dz ₄	dz ₅	dx ₁	dy ₁	dx ₂	dy ₂	dx ₅	dy ₅	dl ^{cc} _v	dl	dz ₁	dz ₂	dz ₃	dz ₄	dz ₅	dx ₁	dy ₁	dx ₂	dy ₂	dx ₅	dy ₅	S	
1	-1,00					2,68	0,08	-2,68	-0,08			0,0	-0,4	-0,359	0,031	-0,003	-0,132	-0,137	0,015	-0,094	-0,050	-0,071	0,049	-0,014	-0,765	
2	-1,00					4,30	1,48					1,2	-1,3	-0,156	0,042	0,037	-0,011	0,026	0,080	-0,034	0,029	0,051	-0,001	0,015	0,078	
3	-1,00					1,87	1,64			-1,87	-1,64	-2,5	1,6	-0,128	0,102	0,119	0,114	0,266	0,013	0,030	-0,002	0,042	-0,078	-0,036	0,442	
4	-1,00					0,52	3,28					11,0	0,4	-0,356	-0,173	-0,153	0,026	-0,151	-0,098	0,101	0,018	-0,022	0,031	0,029	-0,748	
5		-1,00						-1,00	3,68	1,00	-3,68	0,0	0,0	0,018	-0,158	0,040	0,047	0,211	0,017	0,002	0,059	0,120	-0,027	-0,026	0,303	
6		-1,00						-1,76	1,54			4,0	0,0	-0,208	-0,459	-0,189	-0,057	-0,190	-0,044	-0,024	0,052	0,004	0,018	0,054	-1,043	
7		-1,00						-5,35	2,12			0,7	-1,2	0,107	-0,060	0,124	0,089	0,076	-0,011	0,044	-0,083	-0,011	-0,023	-0,005	0,247	
8		-1,00				2,68	0,08	-2,68	-0,08			-0,7	1,0	0,080	-0,317	0,025	-0,082	-0,103	0,046	-0,021	-0,034	-0,116	0,037	-0,020	-0,505	
9			-1,00			4,30	1,48					0,0	0,9	0,295	0,082	-0,141	0,073	0,099	0,116	0,036	0,031	0,067	-0,018	0,021	0,661	
10			-1,00					-5,35	2,12			-1,3	1,1	0,119	0,328	0,082	0,123	0,115	-0,006	0,041	-0,097	0,050	-0,028	0,007	0,734	
11			-1,00							-1,97	-4,20	-0,3	0,1	-0,500	0,009	-0,157	0,011	0,238	-0,017	0,002	-0,014	-0,058	-0,042	-0,101	-0,629	
12			-1,00									9,2	-0,2	-0,444	-0,416	-0,622	-0,209	-0,452	-0,086	-0,075	0,078	-0,058	0,089	0,069	-2,126	
13				-1,00		0,52	3,28					0,0	-0,9	0,246	0,040	0,082	-0,152	0,051	-0,010	0,154	-0,032	-0,039	0,022	-0,027	0,335	
14				-1,00								-5,0	0,8	-0,293	-0,243	-0,209	-0,471	-0,323	-0,034	-0,092	0,026	-0,091	0,097	0,007	-1,626	
15				-1,00				-1,76	1,54			-10,0	0,9	-0,045	0,102	0,018	-0,285	-0,022	0,013	-0,044	-0,014	0,032	0,021	0,004	-0,220	
16				-1,00						-3,90	0,44	-14,8	-0,4	0,093	0,099	0,108	-0,096	0,290	0,033	-0,018	0,019	0,094	-0,136	0,012	0,498	
17					-1,00					-3,90	0,44	12,4	0,2	-0,139	-0,149	-0,135	0,052	-0,337	-0,027	-0,025	0,045	0,049	-0,066	0,091	-0,641	
18				-1,00		1,87	1,64			-1,87	-1,64	13,7	1,0	0,242	0,067	0,111	0,084	-0,159	0,041	0,076	-0,026	-0,020	-0,017	-0,013	0,386	
19				-1,00						-1,97	-4,20	14,5	-0,1	-0,052	-0,066	0,013	-0,103	-0,260	-0,025	-0,022	-0,040	-0,136	0,036	-0,084	-0,739	
20				-1,00				-1,00	3,68	1,00	-3,68	15,2	-0,3	-0,051	0,155	0,004	-0,033	-0,248	0,014	-0,025	0,019	0,103	0,046	0,003	-0,013	
	-8,08	-8,82	-9,04	4,22	-23,66	-2,38	1,40	0,90	-2,11	2,92	0,83	ε = -43,82		Obliczenie składowych dx, dy punktów kontrolowanych (2 rząd)												
Współczynniki równań poprawek różnic obserwacji dla obliczania δ												dl ^{cc}	dl ^{cc}	t	dx	dy	a	v _{dl'}	m _o	m ^m _{dx}	m ^m _{dy}	Nr pktu.	Krakowian kolumnowy {dx dy}	dx ₁	-2,38	
21				-1,00								-35,0	-30,8	0,046	-0,086	-4,90	3,23	-7,15	0,1					dy ₁	1,40	
22					-1,00					-2,70	1,26	-1,0	-15,8	0,341	0,121	2,08	2,70	-1,26	-0,1	0,1		6		dx ₂	0,90	
23										-1,80	0,84	5,2	9,8	0,194	0,137		-0,35	3,89	0,0					dy ₂	-2,11	
																	-4,90	2,08						dx ₃	0,0	
																								dy ₃	0,0	
																								dx ₄	0,0	
																								dy ₄	0,0	
24				-1,00								-16,1	-11,9	-0,151	-0,141	-1,37	-2,03	-3,20	1,0				dx ₅	2,92		
25					-1,00					-1,48	3,30	7,2	-14,9	0,144	-0,167	4,26	1,48	-3,30	-1,2	2,2			7	dy ₅	0,83	
26										-0,99	2,16	-6,2	-5,1	0,201	-0,018		2,39	-0,07	1,5				dx ₆	-4,90		
																	-1,37	4,26					dy ₆	2,08		
																							dx ₇	-1,37		
27				-1,00								-19,0	-14,8	-0,459	0,255	3,80	-2,69	-0,92	0,1				8	dy ₇	4,26	
28					-1,00					2,90	5,23	0,0	-36,5	0,082	-0,236	4,84	-2,90	-5,23	0,2				dx ₈	3,80		
																	3,80	4,84					dy ₈	4,84		

$$m_o = \sqrt{\frac{v_{dl} v_{dl}}{n}} = 1,15$$

Tablica 2

Transformacja przy dostosowaniu sieci do punktów NrNr 1, 2 (C^{1,2})

$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$	dx_3	dy_3	dx_4	dy_4	dx_5	dy_5	dx_6	dy_6	dx_7	dy_7	dx_8	dy_8	S	$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$	
dx_1	-2,38	-0,44	0,16	-0,83	0,79	-0,16	0,69	-0,96	1,05	-0,43	1,38	0,07	1,05	2,37	0,0
dy_1	1,40	-0,16	-0,44	-0,79	-0,83	-0,69	-0,16	-1,05	-0,96	-1,38	-0,43	-1,05	0,07	-7,87	0,0
dx_2	0,90	-0,56	-0,16	-0,17	-0,79	-0,84	-0,69	-0,04	-1,05	-0,57	-1,38	-1,07	-1,05	-8,37	0,0
dy_2	-2,11	0,16	-0,56	0,79	-0,17	0,69	-0,84	1,05	-0,04	1,38	-0,57	1,05	-1,07	1,87	0,0
dx_3	0,0	-0,02
dy_3	0,0	0,04
dx_4	0,0	-0,95
dy_4	0,0	-3,39
dx_5	2,92	1,00	1,00	0,12
dy_5	0,83	1,00	1,00	0,12
dx_6	-4,90	1,00	1,00	-6,34
dy_6	2,08	1,00	1,00	-2,62
dx_7	-1,37	1,00	1,00	-5,70
dy_7	4,26	1,00	.	.	.	1,00	0,33
dx_8	3,80	1,00	.	.	1,00	-1,02
dy_8	4,84	1,00	.	1,00	3,75
															-15,68

Transformacja przy dostosowaniu sieci do punktów NrNr 3, 5 (C^{3,5})

$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$	dx_1	dy_1	dx_2	dy_2	dx_4	dy_4	dx_6	dy_6	dx_7	dy_7	dx_8	dy_8	S	$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$	
dx_1	-2,38	1,00	1,00	0,16
dy_1	1,40	.	1,00	1,00	-0,09
dx_2	0,90	.	.	1,00	1,00	-0,10
dy_2	-2,11	.	.	.	1,00	1,00	0,07
dx_3	0,0	0,0
dy_3	0,0	0,0
dx_4	0,0	-0,96
dy_4	0,0	-3,62
dx_5	2,92	0,67	-0,70	-0,12	0,78	-0,63	-1,06	-0,99	-1,50	-1,80	-0,93	-1,73	0,07	-7,94	0,0
dy_5	0,83	0,70	0,67	-0,78	-0,12	1,06	-0,63	1,50	-0,99	0,93	-1,80	-0,07	-1,73	-1,26	0,0
dx_6	-4,90	1,00	1,00	-6,55
dy_6	2,08	1,00	1,00	-3,12
dx_7	-1,37	1,00	1,00	-5,85
dy_7	4,26	1,00	.	.	.	1,00	0,05
dx_8	3,80	1,00	.	.	1,00	-1,31
dy_8	4,84	1,00	.	1,00	3,61
															-17,71

Uwaga ! Kropkami oznaczono pozycje elementów różnych od zera lecz nie biorących udziału w rachunku.

Wyniki sumomnożeń kolumny $\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$ przez kolejne kolumny krakowianu C należy wpisywać w kolejnych wolnych miejscach kolumny $\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$ poczynając od góry. W niniejszym zestawieniu pominięte zostały te kolumny krakowianów C, które służą do obliczania dx , dy punktów dostosowania o wiadomych wartościach równych zero.

Tablica 3

Współczynniki wagowe dla obliczenia błędów składowych Δx , Δy przesunięć

Nr pktów. dostoso.	$\sqrt{\Delta x_1}$	$\sqrt{\Delta y_1}$	$\sqrt{\Delta x_2}$	$\sqrt{\Delta y_2}$	$\sqrt{\Delta x_3}$	$\sqrt{\Delta y_3}$	$\sqrt{\Delta x_4}$	$\sqrt{\Delta y_4}$	$\sqrt{\Delta x_5}$	$\sqrt{\Delta y_5}$	$\sqrt{\Delta x_6}$	$\sqrt{\Delta y_6}$	$\sqrt{\Delta x_7}$	$\sqrt{\Delta y_7}$	$\sqrt{\Delta x_8}$	$\sqrt{\Delta y_8}$
1 - 2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,5	0,4	0,4	0,4	0,6	0,5
1 - 3	0,0	0,0	0,2	0,4	0,0	0,0	0,3	0,3	0,4	0,3	0,5	0,4	0,4	0,4	0,6	0,5
1 - 4	0,0	0,0	0,4	0,4	0,2	0,2	0,0	0,0	0,3	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,4
1 - 5	0,0	0,0	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,4
2 - 3	0,2	0,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,3	0,3	0,3	0,5	0,4	0,4	0,4	0,6	0,5
2 - 4	0,3	0,2	0,0	0,0	0,2	0,2	0,0	0,0	0,2	0,2	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,4
2 - 5	0,4	0,4	0,0	0,0	0,2	0,2	0,3	0,3	0,0	0,0	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,4
3 - 4	0,2	0,3	0,2	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,2	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,4
3 - 5	0,2	0,3	0,2	0,3	0,0	0,0	0,2	0,2	0,0	0,0	0,5	0,3	0,4	0,3	0,6	0,4
4 - 5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,2	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,2	0,3	0,2	0,5	0,4

L I T E R A T U R A

- [1] *Gaździcki J., Janusz W.*: Próby wykorzystania elektronowej maszyny cyfrowej UMC-1 do rachunkowego opracowania wyników pomiaru odkształceń budowli hydrotechnicznych. Prace Instytutu Gospodarki Wodnej. 1964 Nr II/3.
- [2] *Hausbrandt St.*: Rachunki Geodezyjne. Warszawa, PPWK 1953.
- [3] *Janusz W.*: Zagadnienie identyfikacji punktów stałych w sieciach kontrolnych dla pomiarów odkształceń. Prace IGiK, 1962 T IX z. 1.
- [4] *Janusz W.*: Sposoby obliczania poziomych przemieszczeń punktów sieci geodezyjnych w zależności od rodzaju wykonywanych okresowo obserwacji. Przegląd Geodezyjny 2/1964.
- [5] *Janusz W.*: Identyfikacja punktów stałych. Referat XXXII Konferencji N-T pt. „Pomiary odkształceń obiektów przemysłowych”. Katowice 1965.
- [6] *Janusz W., Pachelska St.*: Schemat rachunkowego wyznaczania przesunięć punktów kontrolowanych w oparciu o różnice okresowych obserwacji. Przegląd Geodezyjny 5/1965.
- [7] *Lazzarini T.*: Geodezyjne pomiary odkształceń i ich zastosowanie w budownictwie. Warszawa, PPWK 1961.

Recenzował: Doc. dr Ryszard Koronowski

Rękopis złożono w Redakcji w czerwcu 1966 r.

ВОПЦЕХ ЯНУШ

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПУНКТОВ В КОНТРОЛЬНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ

Резюме

Работа представляет описание техники вычислений связанных с периодическим определением перемещений контролируемых пунктов, заложенных на поверхности исследуемого объекта (водной плотины или другого сооружения).

Для определения перемещений контролируемых пунктов закладывается на местности контрольную сеть включающую: постоянные пункты в форме наблюдательных столбов расположенных вне района движения подложки; вспомогательные пункты в форме наблюдательных столбов расположенных вблизи исследуемого объекта, а также контролируемых пунктов в форме визиров закрепленных на самом объекте. В этой сети производится периодически повторяемые наблюдения, позволяющие определить изменения взаимного расположения всех пунктов.

На основе разностей результатов периодических наблюдений определяется ниже изложенными вычислительными приемами перемещения вспомогательных и контролируемых пунктов относительно к постоянным пунктам.

Вычисления производятся, опираясь на составленные для всех наблюдений сети уравнения поправок разностей наблюдений, которых форма вытекает из дифференциальных зависимостей между изменением результата наблюдения, а соответствующими изменениями координат пунктов. Система такого рода уравнений поправок решается согласно принципу способа наименьших квадратов, предполагая, что сумма квадратов поправок разностей наблюдений должна достигнуть минимум. Решение системы производится предполагая, что контрольная сеть не привязана, т. е. с предположением постоянности минимального количества элементов, делающем систему определенной.

Так как такое предположение может оказаться противоречивым фактическому состоянию (элементы принятые в качестве постоянных могут оказаться изменчивыми) имеется потребность перевычисления полученных по уравниванию составляющих перемещений dx , dy на составляющие перемещений \overline{dx} , \overline{dy} при предположению постоянности элементов, которые реально в рассматриваемом промежутке времени не изменили своего положения. Такое перевычисление исполняется методом трансформирования перемещений. Формулы этого трансформирования были в работе модифицированы и приспособлены к предлагаемой технике вычислений.

В работе излагается концепция вычисления составляющих перемещений dx , dy пунктов сети с использованием трансформирующих краевых форм знаковой из литературы (см. [2]).

Предложение иллюстрируется примером вычисления, в котором объясняется двухступенчатый способ исполнения уравнительных вычислений.

В первом ряде производится уравнивание системы включающей наблюдения соединяющие взаимно постоянные и вспомогательные пункты. Вычисления составляющих перемещений контролируемых пунктов производится как для сети второго ряда, т.е. с учетом определенных составляющих перемещений вспомогательных пунктов.

В дальнейшем излагается концепцию представляющую возможность выполнения трансформирования составляющих dx , dy на составляющие dx , dy с подгонкой к очередным парам пунктов с использованием трансформирующих краевых форм:

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} \{ C_{e,f} \} = \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix}$$

где $C_{e,f}$ — краевая трансформирующая составляющие dx , dy на составляющие dx , dy при предположении постоянности пунктов № № e , f .

Трансформирующая краевая $C_{e,f}$ составляется опираясь на следующие краевые формулы, употребляемые для перевычисления отдельных составляющих перемещений:

$$\begin{Bmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dx_i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ 1,0 \end{Bmatrix} = \underline{dx_i}$$

$$\begin{Bmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dy_i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ 1,0 \end{Bmatrix} = \underline{dy_i}$$

Предугадывается, что в результате производства периодических вычислений предлагаемыми способами и с использованием вычислительных формуляров разработанных непосредственно после закладки контрольной сети, можно будет достичь янательного ускорения вычисления перемещений. Кроме того, предлагаемая техника вычислений создает возможность быстрой передачи результатов и четкий ход анализа состояния контролируемого объекта.

Техника вычислений с использованием трансформирующих краевянов составленных в соответствующих формулярах предоставляет возможность разделения вычислительных работ между несколькими, одновременно работающими, вычислителями. В результате этого приема становится возможным вычисление составляющих перемещений пунктов сети, имеющей около 10—15 постоянных и вспомогательных пунктов и около 50 контролируемых пунктов, в течение одного дня; без неизбежности пересылки полевых материалов для вычисления в бюро или вычислительный центр. Это оказалось возможным благодаря доведению вычислений к значительно упрощенной и однородной форме — суммоумноженной колонок или строк чисел.

WOJCIECH JANUSZ

IMPROVEMENT IN CALCULATING OF POINTS DISPLACEMENTS
IN GEODETIC NETWORKS, FOR THE PURPOSE OF
MEASURING DEFORMATIONS

S u m m a r y

This paper describes the technique of the calculations involved in the periodical determination of the displacement of control points stabilized on the surface of an object under control (such as, for instance, a dam or another kind of structure).

In order to determine displacements of points that are to be kept under control, in the field is stabilized a control network consisting of: fixed control points in the form of observation pillars set on the soil beyond the area of any movements, auxiliary points represented by similar pillars near the object under control, and a number of control points being targets on the object itself. Within this network measurements are made periodically, revealing any changes in the mutual position of all the points mentioned. The differences established in these periodical observations are the basis of the calculations discussed below, indicating displacements of the auxiliary points and the targets with regard to the fixed control points.

The calculations are performed on the basis of correction equations of the differences of observations as are tabulated for all observations within the network; the form of these equations depends on the differential interdependences between changes in the results of observations and corresponding changes of the coordinates of the respective points. This kind of system of correction equations is solved in conformity with the method of least squares, — on the assumption that the sum of the squares of corrections of differences in observations should be a minimum. The solution of this system is obtained upon the assumption, that the control network is not a closed system, in other words, assuming the invariability of a minimum number of elements rendering the equation system determinable. However, because this assumption may be contrary to actual conditions (elements assumed to be fixed may prove to be changed), there occurs the necessity of computing the components of the displacements dx , dy obtained from compensating into displacement components dx , dy , assuming the invariability of those elements which during the respective period of observations proved to be stable. The computations are made by the method of transformations of displacements, in which — in the present paper — the formulae have been modified and adapted to the calculation technique suggested by the author.

In his paper the author presents his concept, how to calculate the components of the displacements dx , dy of the network points by the use of transforming cracovians of a shape known from literature (see [2]). This suggestion the author

supplements with the example of a computation, in which the two-stage method of performing the compensating calculations is illustrated.

In the first place one compensates the system of equations comprising the observations mutually linking the fixed and the auxiliary points, whereas the calculations of the components of the displacements of the sight points are done like for a second grade network, that is, with due consideration of the determined components of the displacements of the auxiliary points.

In a further chapter of this paper the author presents his concept by which transformations of the components dx, dy into components $\underline{dx}, \underline{dy}$ can be made, with an adjustment to successive pairs of points and by the use of the transforming cracovians of the following form:

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \{ C^{e,f} \} \dots \begin{pmatrix} \underline{dx} \\ \underline{dy} \end{pmatrix}$$

where $C^{e,f}$ – cracovian transforming components dx, dy into components $\underline{dx}, \underline{dy}$ under the assumption that points Nos. e, f are invariable.

The transforming cracovian $C^{e,f}$ is formed in accordance with following cracovian formulae which are employed in computing the individual components of the dislocations:

$$\begin{pmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ dy_f \\ dx_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ 1,0 \end{array} \right\} = \underline{dx}_i$$

$$\begin{pmatrix} dx_e \\ dx_f \\ dy_e \\ cy_f \\ dy_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{array}{l} - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) B_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) A_{ef} \\ \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} + \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ - \left(X_i - \frac{X_e + X_f}{2} \right) A_{ef} - \left(Y_i - \frac{Y_e + Y_f}{2} \right) B_{ef} - 0,5 \\ 2,0 \end{array} \right\} = \underline{dy}_i$$

It seems probable that, applying periodical calculations by means of the methods suggested by the author, and by making use of the calculation systems developed directly after establishing the control network, a marked acceleration will be achieved in calculating the displacements. Further, the suggested technique makes it possible to perform the calculations under field conditions at the localities, where measurements are made — a fact which, in turn, makes possible a more rapid transmission of the results obtained and a smooth course of the analysis of the conditions of the object under observation. The described technique of calculating, making use of the transforming cracovians tabulated in suitable lists, enables one

to split up the task of calculating between several calculators working simultaneously. As the result of these suggestions it will be possible to calculate the components of the displacements of the points of a network comprising some 10 to 15 fixed and auxiliary points, as well as some 50 sights, within a single day without the necessity of forwarding the field data to the office or to a computer station. All these advantages are gained by developing our calculations into a much simplified and identical form, — the multiplication of sums of columns or lines of figures.