

WOJCIECH JANUSZ

Instytut Geodezji i Kartografii

BADANIE ZDEFORMOWANIA FUNDAMENTU PODZAS JEGO PRZEMIESZCZENIA

ZARYS TREŚCI: Zmierzone pionowe przemieszczenia reperów rozmieszczonych na monolitycznym fundamencie służą do wyznaczenia parametrów najbardziej prawdopodobnego przemieszczenia fundamentu bez jego deformacji i do obliczenia części przemieszczeń reperów spowodowanych zdeformowaniem fundamentu. Obliczenie następuje na drodze wyznaczenia metodą najmniejszych kwadratów parametrów przemieszczeń fundamentu na podstawie wszystkich zaobserwowanych reperów. Jeśli w wyniku obliczeń okaże się, że poprawki wyrównawcze zmierzonych przemieszczeń reperów mieszczą się w granicach dokładności pomiarów, to uznaje się praktycznie, że płyta fundamentowa zachowała kształt zgodny z modelem płyty sztywnej. Zdaniem autora w przypadku, gdy dysponujemy informacjami, że w niektórych miejscach podłoże fundamentu jest słabsze (lub mocniejsze) niż w miejscach pozostałych, nie należy opierać wyznaczenia parametrów przemieszczenia fundamentu na wyznaczonych przemieszczeniach wszystkich reperów, lecz należy obliczać parametry z pominięciem reperów zastabilizowanych na fundamencie w miejscach, gdzie podłoże jest słabsze lub mocniejsze. W pracy zilustrowano ten pogląd przykładem wskazującym, że postępowanie takie może znacznie zwiększyć dokładność wyznaczenia parametrów przemieszczeń fundamentu oraz lepiej uwidocznić jego deformacje, które zaszły w strefach słabszego lub silniejszego podłoża.

Słowa kluczowe: przemieszczenia reperów, przemieszczenia fundamentu, deformacje fundamentu

1. WPROWADZENIE

Zagadnienie ujęte w tytule jest fragmentem szerzej traktowanych geodezyjnych badań zachowania się fundamentów budowli, opisanych w wielu wcześniejszych pracach. Motywem ponownego poruszenia tego tematu jest wydany w 2006 roku podręcznik akademicki Autorów: Prószyński W., Kwaśniak M. pt. „Podstawy geodezyjnego wyznaczenia przemieszczeń. Pojęcia i elementy metodyki”, w którym znajduje się bardzo interesujący rozdział 6.6 „Badanie zgodności zachowania się fundamentu z modelem płyty sztywnej”. Sposób wyznaczenia i prezentowania deformacji fundamentu przedstawiony w tym rozdziale stanowi moim zdaniem znakomitą podstawę

do dyskusji na temat wzajemnych związków i zasad współpracy specjalistów z zakresu geodezji inżynierskiej, geotechniki i budownictwa oraz do wyjaśnienia istoty różnic podejścia do tego tematu. Chodzi mi zwłaszcza o uwzględnianie przy rozwiązywaniu zadania, informacji uzyskiwanych od geotechników lub specjalistów budowlanych na temat ich przewidywań dotyczących zróżnicowania stanu podłoża pod fundamentem i związanych z tym możliwych zróżnicowań zachowania się fundamentu w poszczególnych jego miejscach.

Mam nadzieję, że dyskusja na temat metodyki rozwiązywania omawianego zadania jest warta prowadzenia i znajdzie uznanie w oczach Autorów podręcznika. Przed przystąpieniem do niej niezbędne jest omówienie podstawowych zasad i znaczenia elementów procesu postępowania analitycznego.

2. PODSTAWOWE ZASADY I ZNACZENIE ELEMENTÓW PROCESU POSTĘPOWANIA ANALITYCZNEGO

W celu wyznaczenia przemieszczeń i deformacji fundamentu budowli rozmieszcza się na nim w miejscach uzgodnionych ze specjalistami z zakresu geotechniki i budownictwa zespół reperów, których przemieszczenia pionowe są wyznaczone w wyniku powtarzanych pomiarów, wykonywanych zazwyczaj metodą niwelacji precyzyjnej. Najkorzystniejszym sposobem rozmieszczenia tych reperów byłoby równomierne ich umiejscowienie na powierzchni całego fundamentu, z uwzględnieniem zróżnicowań jego obciążenia, lecz ze względu na trudność wykonania pomiarów we wnętrzu budowli rozmieszcza się je zazwyczaj jedynie na zewnętrznych ścianach nośnych, na poziomie kilkunastu do kilkudziesięciu centymetrów nad powierzchnią terenu.

Przemieszczenie pionowe niezdylatowanego fundamentu, traktowanego jako płyta sztywna, możliwe jest do jednoznacznego wyznaczenia w przypadku, gdy trzy repery rozmieszczone są na nim w takich miejscach o znanych współrzędnych x , y , że w rzucie poziomym utworzona przez nie figura jest trójkątem (nie są usytuowane na jednej linii prostej). Wówczas na podstawie wyznaczonych pionowych przemieszczeń ΔZ_{obs} wg oznaczeń z cytowanego podręcznika [lub dH_i wg oznaczeń we wcześniejszej pracy (Janusz, 2005)], możemy jednoznacznie obliczyć wartości trzech parametrów charakteryzujących zmianę położenia fundamentu traktowanego jako płyta sztywna:

- pionowego przemieszczenia ΔZ_0 (dH_0 wg Janusz, 2005) punktu fundamentu, znajdującego się w początku przyjętego układu współrzędnych poziomych Oxy ,
- kąta zmiany nachylenia fundamentu $d\alpha_x$ wokół osi Ox ($-d\varphi_y$ wg Janusz, 2005),
- kąta zmiany nachylenia fundamentu $d\alpha_y$ wokół osi Oy ($d\varphi_x$ wg Janusz, 2005).

Trzeba tu wyraźnie podkreślić, że w przypadku, gdy na fundamencie rozmieszczone są tylko trzy repery, możemy jednoznacznie wyznaczyć wyłącznie trzy wspomniane parametry, charakteryzujące jego przemieszczenie

pionowe i zmianę nachylenia, nie jesteśmy natomiast w stanie wyznaczyć pionowych deformacji fundamentu.

W przypadku, gdy na fundamencie rozmieszczono więcej niż trzy repery, na podstawie wyznaczonych z niwelacji precyzyjnej ich pionowych przemieszczeń ΔZ_{obs} (Janusz, 2005 – dH_i), traktowanych dalej jako jednakowo-dokładne pseudoobserwacje, możemy wyznaczać zarówno wymienione trzy parametry charakteryzujące przemieszczenie pionowe i zmiany nachylenia fundamentu, jak i pionowe przemieszczenia $-v_{\Delta Z}$ [(lub $-v_{dH_i}$ (Janusz, 2005))] każdego repery, wynikające z miejscowego, pionowego zniekształcenia fundamentu. Zadanie to rozwiązuje się przez zestawienie i rozwiązanie układu liniowych równań pseudoobserwacji typu:

$$\Delta Z_0 + y/\rho^{\text{cc}} d\alpha_x - x/\rho^{\text{cc}} d\alpha_y = \Delta Z_{\text{obs}} + v_{\Delta Z} \quad (1)$$

[wg wzoru (6.56) w Prószyński, Kwaśniak, 2006]

lub

$$dH_0 - x d\phi_x - y d\phi_y = dH_i + v_{dH,i} \quad (1a)$$

[wg wzoru (1) w Janusz W., 2005]

Rozwiązanie układu równań pseudoobserwacji typu (1) lub (1a) metodą najmniejszych kwadratów prowadzi do obliczenia parametrów najbardziej prawdopodobnego przemieszczenia fundamentu, na podstawie zaobserwowanych przemieszczeń reperów, jak również do obliczenia pionowych przemieszczeń $-v_{\Delta Z}$, lub $-v_{dH,i}$ w miejscu każdego repery, powodowanych miejscową pionową deformacją fundamentu [nazwanych w (Prószyński, Kwaśniak, 2006) przemieszczeniami rezydualnymi, zaś w (Janusz, 2005) wektorami miejscowych deformacji powierzchni]. Na podstawie uzyskanych z wyrównania wartości $v_{\Delta Z}$ lub v_{dH} możemy obliczyć wartość m_0 (m_0), charakteryzującą w tym przypadku stopień zgodności kształtu fundamentu po jego przemieszczeniu z modelem płyty sztywnej, korzystając z wzoru:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_{\Delta Z}^2]}{(n-3)}} \quad (2)$$

lub

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_{dH}^2]}{(n-3)}} \quad (2a)$$

Otrzymanie m_0 (m_0) o wartości mniejszej od 0,5 mm możemy praktycznie uznać za świadectwo zachowania sztywności fundamentu na poziomie możliwej do uzyskania metodą niwelacji precyzyjnej dokładności wyznaczenia pseudoobserwacji ΔZ_{obs} . Otrzymanie większej wartości m_0 (m_0) oznacza, że stwierdziliśmy niezgodność zachowania się fundamentu w miejscach zaobserwowanych reperów z modelem płyty sztywnej, tj. wystąpienie w miejscach tych reperów deformacji kształtu fundamentu.

Wyrównane wartości $\Delta Z_{\text{obs}+v_{\Delta Z}}$ lub (dH_i+v_{dHi}) są wyznaczonymi przemieszczeniami reperów, spowodowanymi przez przemieszczenia fundamentu bez jego zdeformowania.

Zakładając – w celu wizualizacji wyników rozwiązania zadania – że repery podczas pierwszego pomiaru, poprzedzającego przemieszczenie i zdeformowanie fundamentu, znajdowały się na płaszczyźnie poziomej, uzyskamy ich wyrównane pozycje po przemieszczeniu, jako leżące na płaszczyźnie przemieszczonej w punkcie $x=y=0$ o wyznaczonej z wyrównania wartość parametru ΔZ_0 i obróconej wokół osi Ox, Oy o wyznaczone kąty $d\alpha_x, d\alpha_y$.

Izolinie obrazujące przemieszczoną płaszczyznę możemy wyinterpolować na podstawie wyrównanych wartości $\Delta Z_{\text{obs}+v_{\Delta Z}}$.

Izolinie te możemy również wyznaczyć przy wykorzystaniu parametrów przemieszczeń. W tym celu obliczamy wartości azymutu α linii największego spadku przemieszczonej płaszczyzny i odstępów d między izoliniami o cięciu warstwicowym 1 mm na podstawie wyznaczonych parametrów zmiany nachylenia $d\phi_x, d\phi_y$, lub $d\alpha_x, d\alpha_y$ ze wzorów (Janusz, 2005):

$$\alpha = \arctg(d\phi_y/d\phi_x) = \arctg(-d\alpha_x/d\alpha_y) \quad (3)$$

$$d = l / \sqrt{d\phi_x^2 + d\phi_y^2} = 10^{-3} \rho^{\text{cc}} / \sqrt{d\alpha_y^2 + d\alpha_x^2} \quad [\text{m}] \quad (4)$$

Gdy istnieją przesłanki do traktowania pionowych deformacji fundamentu w miejscach reperów jako przypadkowych, niewskazujących na zdecydowane anomalie jego kształtu, to uzasadnione jest wyznaczenie najbardziej prawdopodobnej, aktualnej pozycji fundamentu po jego przemieszczeniu przez rozwiązanie zestawionego układu równań jednakowo dokładnych pseudoobserwacji ΔZ_{obs} lub (dH_i) metodą najmniejszych kwadratów, tj. z narzuceniem warunku $[v_{\Delta Z}^2] = \min$ lub $[v_{dH,i}^2] = \min$.

W przypadku jednak, gdy istnieje podstawa do przypuszczenia, że w miejscach niektórych reperów w wyniku zdeformowania fundamentu mogą występować zdecydowane, dużo większe anomalie kształtu fundamentu w płaszczyźnie pionowej, to bardziej właściwe jest wyłączenie równań pseudoobserwacji tych reperów z układu równań rozwiązywanego metodą najmniejszych kwadratów. Wówczas wyznaczenie aktualnej, najbardziej prawdopodobnej pozycji fundamentu po jego przemieszczeniu w stosunku do pozycji, jaką zajmował przed przemieszczeniem, następuje na podstawie rozwiązania metodą najmniejszych kwadratów układu równań pseudoobserwacji tylko tych reperów, w miejscach których deformacje pionowe fundamentu są stosunkowo mniejsze i można uznać, że mają charakter przypadkowy (nie mamy informacji świadczących o tym, że znajdują się w miejscach fundamentu podlegających odmiennym wpływom).

Gdy domniemanie o występowaniu w niektórych miejscach fundamentu zdecydowanych anomalii jego kształtu znajduje potwierdzenie, to takie postępowanie prowadzi do zwiększenia dokładności wyznaczenia parametrów prze-

mieszkań mniej zdeformowanej części fundamentu i do wyznaczenia parametrów lepiej obrazujących jej przemieszczenie. Prowadzi również do uwidocznienia zdecydowanych, miejscowych anomalii kształtu fundamentu, zamiast częściowego ukrycia tych anomalii, które następuje w przypadku, gdy rozwiązywaniu metodą najmniejszych kwadratów poddany jest układ równań obserwacyjnych dotyczący pomierzonych przemieszczeń wszystkich reperów zaobserwowanych na fundamencie, bez wyłączenia reperów znajdujących się w strefach przewidzianych, zdecydowanych anomalii zdeformowania fundamentu.

Obliczenie wartości przemieszczeń rezydualnych (wektorów deformacji powierzchni) w miejscach reperów wyłączonych, znajdujących się w strefach fundamentu o przypuszczalnej, zdecydowanej anomalii jego kształtu, następuje wówczas po wyrównaniu, przez podstawienie obliczonych z wyrównania wartości parametrów do równań pseudoobserwacji tych reperów.

3. OBLICZENIE PARAMETRÓW PRZEMIESZCZEŃ FUNDAMENTU NA PODSTAWIE ZAOBSERWOWANYCH PRZEMIESZCZEŃ WSZYSTKICH REPERÓW

Do zilustrowania wyznaczania zgodności zachowania się fundamentu z modelem płyty sztywnej w podręczniku (Prószczyński, Kwaśniak, 2006) posłużono się przykładem fundamentu, na którym zastabilizowano 10 reperów i wyznaczono z pomiarów ich przemieszczenia pionowe. Uznano przy tym, że stopień zgodności zachowania się przykładowego fundamentu z modelem płyty sztywnej wyraża się za pomocą wartości przemieszczeń rezydualnych $-v_{\Delta Z}$ wszystkich zaobserwowanych reperów, tj. wartości wektorów pionowych deformacji fundamentu w miejscach zaobserwowanych przemieszczeń ΔZ_{obs} reperów i w formie rozkładu powierzchniowego charakteryzowanego wyinterpolowanymi rezydualnymi izoliniami deformacji.

Tabela 1. Przemieszczenia pionowe oraz współrzędne x, y reperów (Tabl.6.84 z Prószczyński, Kwaśniak, 2006)

Nr rep.	ΔZ [mm]	X [m]	Y [m]
1	-12,9	-26,12	12,11
2	-12,4	-19,52	4,09
3	-13,4	-19,52	-15,33
4	-8,0	-3,96	-19,52
5	-8,7	8,76	-19,52
6	-7,1	19,52	-10,90
7	-8,9	19,52	5,54
8	-6,7	15,28	19,52
9	-8,8	-4,03	19,52
10	-13,2	-11,94	26,12

Zgodnie z (Prószyński, Kwaśniak, 2006) na fundamencie o kształcie w rzucie poziomym, pokazanym na rysunku 1 rozmieszczonych jest 10 reperów, których współrzędne x , y w układzie lokalnym i wyznaczone z pomiarów przemieszczenia pionowe ΔZ_{obs} podane są w tabeli 1 (zacytowana tabela 6.84 w Prószyński, Kwaśniak, 2006).

Tabela 2. Układ równań pseudoobserwacji w ujęciu tabelarycznym

Nr rep.	ΔZ_0 [mm]	$d\alpha_x$ [cc]	$d\alpha_y$ [cc]	ΔZ_{obs} [mm]	v [mm]	$v + \Delta Z_{\text{obs}}$ [mm]
1	1	0,0190	0,0410	-12,9	-0,39	-13,3
2	1	0,0064	0,0307	-12,4	0,07	-12,3
3	1	-0,0241	0,0307	-13,4	1,31	-12,1
4	1	-0,0307	0,0062	-8,0	-1,97	-10,0
5	1	-0,0307	-0,0138	-8,7	0,41	-8,3
6	1	-0,0171	-0,0307	-7,1	0,13	-7,0
7	1	0,0087	-0,0307	-8,9	1,73	-7,2
8	1	0,0307	-0,0240	-6,7	-1,21	-7,9
9	1	0,0307	0,0063	-8,8	-1,66	-10,5
10	1	0,0410	0,0188	-13,2	1,61	-11,6
					[v] 0,03	
					m_0 1,50	
10,000000	0,033900	0,034500	-100,100000	Równania normalne		
0,033900	0,006802	0,000954	-0,461900			
0,034500	0,000954	0,006649	-0,902100			
ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	Wartości niewiadomych Błędy średnie niewiadomych			
-9,69 mm ±0,48 mm	-7,78^{cc} ±18,5^{cc}	-84,26^{cc} ±18,7^{cc}				

W górnej części tabeli 2 zawarta jest zacytowana z (Prószyński, Kwaśniak, 2006) tabela 6.86 zawierająca układ równań obserwacyjnych typu (1) wspomnianych dziesięciu reperów w ujęciu tabelarycznym, zestawiony według danych zawartych w tabeli 1 (6.84 z Prószyński, Kwaśniak, 2006). W dolnej części tabeli 2 znajdują się wyniki dokonanego przez autora niniejszej pracy ponownego rozwiązania¹ tego układu (równania normalne oraz wartości parametrów przemieszczenia i ich błędów), zaś po prawej stronie zacytowanej z (Prószyński, Kwaśniak, 2006) tabeli 6.86 podano obliczone ponownie wartości poprawek $v_{\Delta Z}$ i wyrównane wartości $\Delta Z_{\text{obs}} + v_{\Delta Z}$.

W tabeli 2a, na podstawie danych z tabeli 1, zestawiono układ dziesięciu równań obserwacyjnych typu (1a) i rozwiązano go. Porównanie wyników

¹ Ponowne rozwiązanie zadania nastąpiło wskutek tego, że rozwiązanie zamieszczone w (Prószyński, Kwaśniak, 2006) charakteryzuje się tym, że $[v] > \min, [v] \neq 0$ oraz obliczony błąd $m_{\Delta Z_0} = 2,4$ mm jest około 5 razy większy od oczekiwanego, uzasadnionego rozrzutem wartości zmierzonych przemieszczeń reperów z tabeli 1.

uzyskanych w tabelach 2 i 2a wskazuje na ich zgodność w granicach dokładności rachunku.

Tabela 2a. Układ równań obserwacyjnych typu (1a)

$dH_0/10 - x d\varphi_x - y d\varphi_y = dH_i + v_{dH_i}$						
Nr rep	$dH_0/10$ [mm]	$d\varphi_x$ [mm/m]	$d\varphi_y$ [mm/m]	dH_i [mm]	v_{dH_i} [mm]	$dH_i + v_{dH_i}$ [mm]
1	10,0	26,1	-12,1	-12,9	-0,39	-13,3
2	10,0	19,5	-4,1	-12,4	0,08	-12,3
3	10,0	19,5	15,3	-13,4	1,31	-12,1
4	10,0	4,0	19,5	-8,0	-1,99	-10,0
5	10,0	-8,8	19,5	-8,7	0,40	-8,3
6	10,0	-19,5	10,9	-7,1	0,10	-7,0
7	10,0	-19,5	-5,5	-8,9	1,71	-7,2
8	10,0	-15,3	-19,5	-6,7	-1,21	-7,9
9	10,0	4,0	-19,5	-8,8	-1,66	-10,5
10	10,0	11,9	-26,1	-13,2	1,62	-11,6
					[v] -0,03	
					m ₀ 1,50	
Układ równań normalnych i niewiadome $dH_0/10, d\varphi_x, d\varphi_y$						
	1000,00 219,00 -216,00	219,00 2687,35 -386,55	-216,00 -386,55 2748,58	-1001,00 -573,00 294,59	Równania normalne	
	$dH_0/10$ [mm] -0,970 ±0,048	$d\varphi_x$ [mm/m] -0,132 ±0,030	$d\varphi_y$ [mm/m] 0,012 ±0,029	Wartości niewiadomych Błędy średnie niewiadomych		

Należy tu wyjaśnić, że przy wykorzystaniu wzoru (1) uzyskuje się w wyniku rozwiązania układu równań obserwacyjnych jak w tabeli 2 wartości parametrów $d\alpha_x, d\alpha_y$ określających zmiany nachylenia fundamentu następujące w wyniku obrotów fundamentu wokół osi Ox, Oy wyrażone w [cc], natomiast rozwiązanie układu równań obserwacyjnych typu (1a) jak w tabeli 2a prowadzi do określenia zmian nachylenia fundamentu $d\varphi_x, d\varphi_y$ w płaszczyznach OxH, OyH , o wartościach tangensa kąta zmiany nachylenia, wyrażonych w [mm/m]. Wydaje się, że w kontakcie ze specjalistami z zakresu budownictwa korzystniej jest posługiwać się wartościami zmian nachylenia fundamentu wyrażonymi w [mm/m], bowiem dla środowiska budowlanego są one bardziej obrazowe i łatwiejsze do wykorzystania przy ocenie zachodzących zmian geometrycznych fundamentu i całej wznoszonej na nim budowli.

Zauważmy dodatkowo, że w tabeli 2a zastosowany został zabieg mający na celu zmniejszenie, do celów rachunkowych, dużych różnic między wartościami współczynników układu równań pseudoobserwacyjnych i współczynników na przekątnej głównej układu równań normalnych, występujących w tabeli 2. Zabieg ten polegał na obliczaniu $0,1 dH_o$ zamiast ΔZ_o .

4. PROPONOWANE POSTĘPOWANIE MAJĄCE NA CELU UWZGLĘDNIENIE DODATKOWYCH INFORMACJI ZAWARTYCH W OPINII SPECJALISTY BUDOWLANEGO LUB GEOTECHNIKA

Istotne sprawy, które pragnę zasygnalizować w niniejszej pracy wiążą się z dwoma niżej zacytowanymi informacjami zawartymi w (Prószyński, Kwaśniak, 2006) i ze sposobem wykorzystania tych informacji.

W (Prószyński, Kwaśniak, 2006) na stronie 195 znajduje się pierwsza informacja: „Z opinii specjalisty budowlanego wynika, że z tytułu słabych warunków gruntowych może wystąpić nierównomierność osiadań płyty (fundamentowej – przyp. autora), powodująca jej deformacje w rejonach reperów 8 i 9”.

W (Prószyński, Kwaśniak, 2006) na stronie 199 znajduje się druga informacja: „Zgodnie z przewidywaniami specjalisty budowlanego, przemieszczenia te mają największe wartości bezwzględne w rejonie słabych warunków posadowienia, tj. dla reperów 8 i 9, ale także dla reperu 3”.

Obie te informacje pozwalają wyciągnąć wniosek, że w otoczeniu niektórych zaobserwowanych reperów rozpatrywany fundament może wykazywać zdecydowanie większe anomalie kształtu niż w pozostałych rejonach, co powinno skłaniać do przyjęcia, że nie mają one charakteru przypadkowego i zaobserwowane przemieszczenia ΔZ_{obs} tych reperów nie powinny być objęte warunkiem $[v^2] = \min$.

Zgodnie z pierwszą z przytoczonych wyżej informacji zestawilem w tabeli 3 i rozwiązałem metodą najmniejszych kwadratów układ równań obserwacyjnych typu (1) obejmujący pseudoobserwacje (pomierzone przemieszczenia ΔZ_{obs} ośmiu reperów: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10), a następnie, dopiero po rozwiązaniu tego układu, korzystając z wyznaczonych z wyrównania wartości parametrów przemieszczeń fundamentu, obliczyłem przemieszczenia rezydualne (wektory pionowych deformacji fundamentu) w miejscach wyłączonych z wyrównania przemieszczeń reperów 8 i 9.

Dla upewnienia się co do poprawności rachunku dokonałem w tabeli 3a ponownego rozwiązania tego zadania przy użyciu układu równań obserwacyjnych typu (1a), uzyskując zgodność wyników obliczeń dokonanych w tabelach 3 i 3a w granicach dokładności rachunku.

Tabela 3. Układ równań obserwacyjnych typu (1) pomijający repery nr 8, 9

Nr rep.	ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	ΔZ_{obs}	v [mm]	$v+\Delta Z_{obs}$ [mm]
1	1	0,0190	0,0410	-12,9	-0,84	-13,7
2	1	0,0064	0,0307	-12,4	-0,20	-12,6
3	1	-0,0241	0,0307	-13,4	1,81	-11,6
4	1	-0,0307	0,0062	-8,0	-1,65	-9,6
5	1	-0,0307	-0,0138	-8,7	0,45	-8,2
6	1	-0,0171	-0,0307	-7,1	-0,41	-7,5
7	1	0,0087	-0,0307	-8,9	0,54	-8,4
10	1	0,0410	0,0188	-13,2	0,30	-12,9
					[v]	0,00
					m_0	1,22
		8,000000	-0,027500	0,052200	-84,600000	Równania normalne
		-0,027500	0,004917	0,001498	0,013950	
		0,052200	0,001498	0,006033	-1,007460	
		ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	Niewiadome	
		-10,23mm ±0,46mm	-33,96^{cc} ±18,7^{cc}	-70,30^{cc} ±17,2^{cc}	Błędy średnie niewiadomych	
Obliczenie przemieszczeń rezydualnych wyłączonych reperów 8 i 9						
Nr rep.	ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	ΔZ_{obs}	v	$v+\Delta Z_{obs}$
8	1	0,0307	-0,0240	-6,7	-2,85	-9,5
9	1	0,0307	0,0063	-8,8	-2,88	-11,7

Nie jest całkiem jasne, czy druga z zacytowanych na początku rozdziału 4 informacji specjalisty budowlanego, dotycząca zachowania się fundamentu w rejonie reperu 3, pochodzi wyłącznie od tegoż specjalisty, czy też jest częściowo wynikiem dokonanej przez Autorów podręcznika (Prószyński, Kwaśniak, 2006) oceny rezultatów dokonanych przez nich obliczeń. Wątpliwość wynika z tego, że informacja druga pojawiła się w tekście osobno, po informacji pierwszej i ma w stosunku do niej charakter rozszerzający. Postanowiłem uwzględnić ją jednak, zestawiając w tabeli 4 i rozwiązując układ równań obserwacyjnych obejmujący pseudoobserwacje (pomierzone przemieszczenia tylko siedmiu reperów: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 10), a następnie, dopiero po rozwiązaniu tego układu, korzystając z wyznaczonych z wyrównania wartości parametrów przemieszczeń fundamentu, obliczyłem przemieszczenia rezydualne w miejscach wyłączonych z wyrównania reperów: 3, 8 i 9.

Tabela 3a. Układ równań obserwacyjnych typu (1a) pomijający repery nr 8, 9

Nr rep	$dH_0/10$	$d\varphi_x$	$d\varphi_y$	dH_i	v_{dH_i}	$dH_i + v_{dH_i}$
					[mm]	[mm]
1	10,0	26,1	-12,1	-12,9	-0,84	-13,7
2	10,0	19,5	-4,1	-12,4	-0,20	-12,6
3	10,0	19,5	15,3	-13,4	1,81	-11,6
4	10,0	4,0	19,5	-8,0	-1,67	-9,7
5	10,0	-8,8	19,5	-8,7	0,44	-8,3
6	10,0	-19,5	10,9	-7,1	-0,43	-7,5
7	10,0	-19,5	-5,5	-8,9	0,52	-8,4
10	10,0	11,9	-26,1	-13,2	0,29	-12,9
[v] -0,08 m ₀ 1,23						
Układ równań normalnych i niewiadome						
	800,00 332,00 174,00	332,00 2437,26 -606,90	174,00 -606,90 1988,08	-846,00 -640,31 -7,66	Równania normalne	
	$dH_0/10$ [mm] -1,024 ±0,046	$d\varphi_x$ [mm/m] -0,110 ±0,027	$d\varphi_y$ [mm/m] 0,052 ±0,029	Niewiadome Błędy średnie niewiadomych		
Równania obserwacyjne reperów wyłączonych						
Nr rep	$dH_0/10$	$d\varphi_x$	$d\varphi_y$	dH_i	v_{dH_i} [mm]	$dH_i + v_{dH_i}$ [mm]
8	10	-15,3	-19,5	-6,7	-2,87	-9,6
9	10	4,0	-19,5	-8,8	-2,89	-11,7

Omawiane tu wyłączenie zmierzonych przemieszczeń reperów z układu równań pseudoobserwacji może być dokonywane również w sposób przybliżony, polegający na tym, że w celu obliczenia parametrów przemieszczeń fundamentu zestawia się układ równań obserwacyjnych wszystkich znajdujących się na nim reperów, jednak przy wprowadzonym założeniu, że przemieszczenia reperów znajdujących się w strefach anomalnych o przypuszczalnych dużych deformacjach mają wielokrotnie większe błędy wyznaczenia niż przemieszczenia pozostałych reperów. Wówczas powstaje możliwość obliczenia przemieszczeń rezydualnych reperów o znacznych przewidywanych wartościach bez istotnego wpływu na obliczenie parametrów przemieszczeń fundamentu. Taki sposób obliczenia parametrów przemieszczeń fundamentu i przemieszczeń rezydualnych wszystkich reperów, w tym również „prawie wyłączonych” reperów 3, 8, 9 z założonymi 10-krotnie większymi błędami zastosowano w tabeli 4a, otrzymując wyniki bardzo zbliżone do wyników z tabeli 4.

Tabela 4. Układ równań obserwacyjnych typu (1) pomijający repery nr 3, 8, 9

Nr rep.	ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	ΔZ_{obs}	v [mm]	$v+\Delta Z_{obs}$ [mm]												
1	1	0,0190	0,0410	-12,9	-0,25	-13,2												
2	1	0,0064	0,0307	-12,4	0,44	-12,0												
4	1	-0,0307	0,0062	-8,0	-0,74	-8,7												
5	1	-0,0307	-0,0138	-8,7	0,98	-7,7												
6	1	-0,0171	-0,0307	-7,1	-0,46	-7,6												
7	1	0,0087	-0,0307	-8,9	-0,01	-8,9												
10	1	0,0410	0,0188	-13,2	0,04	-13,2												
[v]					0,00													
m_0					0,70													
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>7,000000</td> <td>-0,003400</td> <td>0,021500</td> <td>-71,20000</td> </tr> <tr> <td>-0,003400</td> <td>0,004336</td> <td>0,002237</td> <td>-0,308990</td> </tr> <tr> <td>0,021500</td> <td>0,002237</td> <td>0,005091</td> <td>-0,596080</td> </tr> </table>				7,000000	-0,003400	0,021500	-71,20000	-0,003400	0,004336	0,002237	-0,308990	0,021500	0,002237	0,005091	-0,596080	Równania normalne		
7,000000	-0,003400	0,021500	-71,20000															
-0,003400	0,004336	0,002237	-0,308990															
0,021500	0,002237	0,005091	-0,596080															
ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$																
<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td>-10,04 mm</td> <td>-52,50^{cc}</td> <td>-51,62^{cc}</td> <td rowspan="2">Niewiadome Błędy średnie niewiadomych</td> </tr> <tr> <td>±0,27mm</td> <td>±12,1^{cc}</td> <td>±11,3^{cc}</td> </tr> </table>				-10,04 mm	-52,50^{cc}	-51,62^{cc}	Niewiadome Błędy średnie niewiadomych	±0,27mm	±12,1^{cc}	±11,3^{cc}								
-10,04 mm	-52,50^{cc}	-51,62^{cc}	Niewiadome Błędy średnie niewiadomych															
±0,27mm	±12,1^{cc}	±11,3^{cc}																
Obliczenie przemieszczeń rezydualnych wyłączonych reperów 3, 8, 9																		
Nr rep.	ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	ΔZ_{obs}	v	$v+\Delta Z_{obs}$												
3	1	-0,0241	0,0307	-13,4	3,04	-10,4												
8	1	0,0307	-0,0240	-6,7	-3,71	-10,4												
9	1	0,0307	0,0063	-8,8	-3,18	-12,0												

Tabela 4a. Rozwiązanie sposobem przybliżonym

Nr rep.	ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$	ΔZ_{obs}	v/m	v [mm]	$v+\Delta Z_{obs}$ [mm]																			
1	1	0,01900	0,04100	-12,90	-0,26	-0,26	-13,1																			
2	1	0,00640	0,03070	-12,40	0,44	0,44	-12,0																			
3	0,1	-0,00241	0,00307	-1,34	0,30	3,00	-10,4																			
4	1	-0,03070	0,00620	-8,00	-0,78	-0,78	-8,8																			
5	1	-0,03070	-0,01380	-8,70	0,97	0,97	-7,7																			
6	1	-0,01710	-0,03070	-7,10	-0,44	-0,44	-7,5																			
7	1	0,00870	-0,03070	-8,90	0,03	0,03	-8,9																			
8	0,1	0,00307	-0,00240	-0,67	-0,36	-3,60	-10,3																			
9	0,1	0,00307	0,00063	-0,88	-0,31	-3,10	-11,9																			
10	1	0,04100	0,01880	-13,20	0,08	0,08	-13,1																			
[v/m]					-0,33																					
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">7,030000</td> <td style="text-align: center;">-0,003027</td> <td style="text-align: center;">0,021630</td> <td style="text-align: center;">-71,489000</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-0,003027</td> <td style="text-align: center;">0,004361</td> <td style="text-align: center;">0,002225</td> <td style="text-align: center;">-0,310519</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0,021630</td> <td style="text-align: center;">0,002225</td> <td style="text-align: center;">0,005106</td> <td style="text-align: center;">-0,599140</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">ΔZ_0</td> <td style="text-align: center;">$d\alpha_x$</td> <td style="text-align: center;">$d\alpha_y$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-10,03 mm</td> <td style="text-align: center;">-51,41^{cc}</td> <td style="text-align: center;">-52,45^{cc}</td> <td></td> </tr> </table>				7,030000	-0,003027	0,021630	-71,489000	-0,003027	0,004361	0,002225	-0,310519	0,021630	0,002225	0,005106	-0,599140	ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$		-10,03 mm	-51,41^{cc}	-52,45^{cc}		Równania normalne		
7,030000	-0,003027	0,021630	-71,489000																							
-0,003027	0,004361	0,002225	-0,310519																							
0,021630	0,002225	0,005106	-0,599140																							
ΔZ_0	$d\alpha_x$	$d\alpha_y$																								
-10,03 mm	-51,41^{cc}	-52,45^{cc}																								

5. OMÓWIENIE UZYSKANYCH WYNIKÓW OBLICZEŃ

Zbiorcze zestawienie wyników obliczeń zaprezentowanych w tabelach 2, 2a, 3, 3a, 4 i 4a zawarte jest w tabeli 5.

Na rysunkach 2–6 pokazano izolinie przemieszczonych płaszczyzn obrazujące obliczone najbardziej prawdopodobne pozycje fundamentu po jego przemieszczeniu oraz podano w formie liczbowej wartości przemieszczeń rezydualnych informujące w jakich odległościach od tych płaszczyzn znajdują się po przemieszczeniu repery (ze znakiem plus podana jest w mm odległość reperu znajdującego się nad przemieszczoną płaszczyzną zaś ze znakiem minus odległość reperu znajdującego się pod tą płaszczyzną).

Na rysunku 2 pokazano izolinie przemieszczonej płaszczyzny obrazującej przemieszczenie fundamentu wyznaczone na podstawie zmierzonych przemieszczeń wszystkich dziesięciu zastabilizowanych na nim reperów.

Wyniki obliczeń parametrów przemieszczeń fundamentu dokonanych w tabelach 3 i 4 z wyłączeniem niektórych reperów pokazane są na rysunkach 3 i 4.

Na rysunkach 3 i 4 pokazano izolinie przemieszczonych płaszczyzn, których parametry obliczono według wskazań specjalisty budowlanego: w tabeli 3 bez wykorzystania pseudoobserwacji reperów 8 i 9 oraz w tabeli 4 bez wykorzystania pseudoobserwacji reperów 3, 8, 9. Obrazują one najbardziej prawdopodobne przemieszczenia mniej zdeformowanych części fundamentu, reprezentowanych tylko przez repery, których pseudoobserwacje ΔZ_{obs} zostały

poddane wyrównaniu. Zasygnalizowano to przez „odgrodzenie” rejonów tych reperów, których obserwacje zostały wyłączone jako dane do obliczania parametrów, symbolicznymi granicami, odcinającymi części fundamentu, w których specjalista budowlany przewidywał wystąpienie większych jego deformacji pionowych. Symboliczność granic należy rozumieć tak, że nie określają one kształtu ani rozmiarów obszaru, na którym nastąpiły zwiększone deformacje a jedynie lokalizują ten obszar jako przylegający lub otaczający rozpatrywany reper.

W tabeli 5 i na rysunkach przemieszczenia rezydualne reperów, których pseudoobserwacje zostały wyznaczone z wyrównania, podano w formie cyfrowej cienką czcionką, natomiast przemieszczenia rezydualne reperów, których pseudoobserwacje były wyłączone z wyrównania, podano czcionką pogrubioną z podkreśleniem. Rejony przylegające do reperów wyłączonych, które znalazły się nad przemieszczoną płaszczyzną fundamentu, oznaczono na rysunkach kolorem czerwonym, zaś rejony przylegające do reperów wyłączonych, które znalazły się pod przemieszczoną płaszczyzną fundamentu, oznaczono kolorem zielonym. Odróżnia to miejsca, w których nastąpiło wygięcie fundamentu ku górze, od miejsc, w których fundament wygiął się ku dołowi.

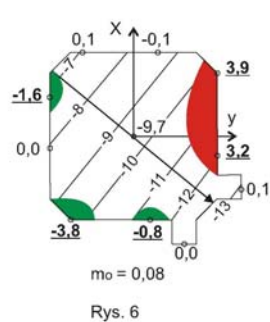
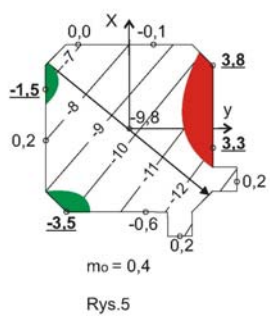
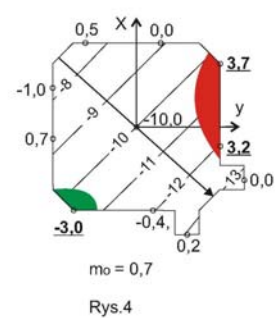
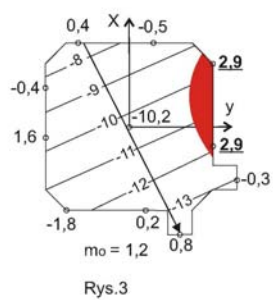
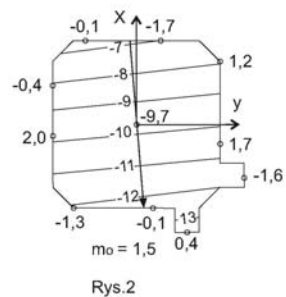
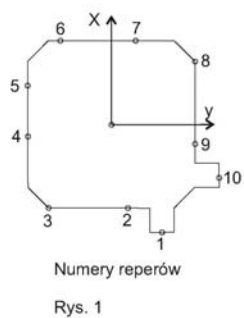
Zauważmy, że wartości przemieszczeń rezydualnych reperów oznaczonych cienką czcionką, które były wykorzystane do wpasowania przemieszczonej płaszczyzny fundamentu, są z natury rzeczy znacznie mniejsze od wartości przemieszczeń rezydualnych reperów wyłączonych. Tym samym wyniki obliczeń zademonstrowane na rysunkach 3 i 4 całkowicie potwierdziły informacje specjalisty budowlanego, że w rejonach reperów 3, 8, 9 podłoże gruntowe fundamentu jest słabsze, co może wywołać nierównomierności osiadań. Zauważmy też, że przemieszczenia rezydualne reperów 8 i 9 obliczone w tabeli 3 przy wyłączeniu tylko tych dwu reperów, pokazane na rysunku 3, są mniejsze od przemieszczeń rezydualnych reperów 8 i 9 pokazanych na rysunku 4 i obliczonych w tabeli 4 przy wyłączeniu również reperu 3.

Widoczne jest, że wraz ze zwiększaniem liczby reperów wyłączonych, leżących w rejonach przypuszczalnych większych nierównomierności osiadań fundamentu, następowało zwiększanie dokładności rezultatów wyrównania. Wyraziło się to zmniejszeniem wartości $m_0 = 1,5$ mm z rysunku 2 (bez reperów wyłączonych) do wartości $m_0 = 1,2$ mm z rysunku 3 (po wyłączeniu reperów 8 i 9) i do dalszego zmniejszenia do wartości $m_0 = 0,7$ mm z rysunku 4 (po wyłączeniu również reperu nr 3) oraz stopniowym zmniejszaniem błędów parametrów przemieszczeń fundamentu (należy jednak zauważyć, że zmniejszanie błędów parametrów było nieco hamowane przez stopniowe osłabianie rozwiązywanego układu równań wskutek zmniejszania ich liczby).

Widoczne jest, że pełne uwzględnienie informacji specjalisty budowlanego spowodowało około 2-krotne zmniejszenie błędów m_0 i około 1,5-krotne zmniejszenie błędów parametrów przemieszczeń fundamentu a także zdecydowane uwypuklenie słuszności jego przewidywań co do nierównomierności osiadań.

Tabela 5. Zbiorcze zestawienie wyników obliczeń

Przemieszczenia rezydualne $-v_{\Delta z}$ (wektory miejscowych przemieszczeń $-v_{dh}$ powodowanych przez pionowe deformacje płyty fundamentowej)								
Rapery wyłączone	Nie wyłączono	Nie wyłączono	8, 9	8, 9	3, 8, 9	3, 8, 9	3, 5, 8, 9	2, 3, 5, 8, 9
Wyciąg z tablicy	2	2a	3	3a	4	4a	–	–
Rys. nr Nr rep.	2	2	3	3	4	4	5	6
[mm]								
1	0,39	0,39	0,84	0,84	0,25	0,26	0,25	-0,03
2	-0,07	-0,08	0,20	0,20	-0,44	-0,44	-0,57	-0,83
3	-1,31	-1,31	-1,81	-1,81	-3,04	-3,00	-3,50	-3,82
4	1,97	1,99	1,65	1,67	0,74	0,78	0,21	0,00
5	-0,41	-0,40	-0,45	-0,44	-0,98	-0,97	-1,53	-1,63
6	-0,13	-0,10	0,41	0,43	0,46	0,44	0,05	0,06
7	-1,73	-1,71	-0,54	-0,52	0,01	-0,03	-0,13	-0,06
8	1,21	1,21	2,85	2,87	3,71	3,60	3,80	3,88
9	1,66	1,66	2,88	2,89	3,18	3,10	3,28	3,20
10	-1,61	-1,62	-0,30	-0,29	-0,04	-0,08	0,18	0,06
[v]	0,03	-0,03	0,00	-0,08	0,00	0,33	0,01	0,03
$m_0 (m_0)$	1,50	1,50	1,22	1,23	0,70	0,71	0,40	0,08
Wektory reperów wyłączonych, liczone bez narzucenia warunku [vv] = min są oznaczone grubą czcionką i podkreślone								
Obliczone parametry przemieszczeń płyty fundamentowej i ich błędy średnie								
$\Delta Z_0 (dH_0)$	-9,69 $\pm 0,48$	-9,70 $\pm 0,48$	-10,23 $\pm 0,46$	-10,24 $\pm 0,46$	-10,04 $\pm 0,27$	-10,03 $\pm 0,27$	-9,82 $\pm 0,17$	-9,71 $\pm 0,04$
$d\alpha_x (-d\phi)_y$	-7,7 ^{cc} $\pm 18,5^{cc}$	mm/m -0,012 $\pm 0,029$	-34,0 ^{cc} $\pm 18,7^{cc}$	mm/m -0,052 $\pm 0,029$	-52,5 ^{cc} $\pm 12,1^{cc}$	-51,41 $\pm 12,2^{cc}$	-62,9 ^{cc} $\pm 7,7^{cc}$	-65,0 ^{cc} $\pm 1,6^{cc}$
$d\alpha_y (d\phi)_x$	-84,3 ^{cc} $\pm 18,7^{cc}$	mm/m -0,132 $\pm 0,030$	-70,3 ^{cc} $\pm 17,2^{cc}$	mm/m -0,110 $\pm 0,027$	-51,6 ^{cc} $\pm 11,3^{cc}$	-52,45 $\pm 11,4$	-52,1 ^{cc} $\pm 6,4^{cc}$	-46,9 ^{cc} $\pm 1,4^{cc}$
Całkowita zmiana nachylenia $d\phi$, azymut zmiany nachylenia α, odstęp izolinii d								
$d\phi$ [mm/m]	0,133	0,133	0,123	0,122	0,116	0,115	0,128	0,126
α [g]	194	194	171	172	150	150	144	140
d [m]	7,5	7,5	8,1	8,2	8,6	8,7	7,8	7,9



Rys. 1. Rozmieszczenie reperów
Rys. 2–6. Izolinie pionowych przemieszczeń fundamentu,
przesunięcia rezydualne reperów

Jest rzeczą interesującą, że informacja specjalisty budowlanego o rejonach, w których podłoże gruntowe jest słabsze, była słuszna w tym znaczeniu, że przemieszczenia rezydualne okazały się w nich większe co do bezwzględnej wartości niż w miejscach reperów, których pseudoobserwacje były wykorzystane do obliczenia parametrów przemieszczeń, natomiast znaki tych przemieszczeń na reperach 8 i 9 okazały się odmienne niż na reperze nr 3. Może to stanowić dobrą podstawę dla geotechników i specjalistów budowlanych do dalszych analiz służących poszukiwaniu przyczyn takiego wyniku pomiarów i omawianych tu uzupełniających obliczeń geodezyjnych.

Przyglądanie się informacjom zawartym na rysunku 4 prowadzi do zauważenia, że wśród siedmiu reperów wykorzystanych do obliczenia parametrów przemieszczeń reper nr 5 wykazuje nieco większe przemieszczenie rezydualne $-v = -1,0$ mm. Nasuwa to myśl, że gdyby pseudoobserwację tego reperu również wyłączyć jako daną z procesu obliczenia parametrów przemieszczeń, to można by uzyskać dalsze zwiększenie dokładności rozwiązania zadania. Dokonanie takiego obliczenia przyniosło w rezultacie przemieszczenia rezydualne pokazane w kolumnie 5 w tabeli 5 i na rysunku 5. Okazało się, że wyłączenie czterech reperów: 3, 5, 8 i 9 doprowadziło tu do osiągnięcia $m_0 = 0,4$ mm, tj. około 3,8-krotnie mniejszego aniżeli przy rozwiązaniu zadania bez wyłączania reperów, pokazanego w tabeli 2 i na rysunku 2. Nastąpiło przy tym około 2,7-krotne zmniejszenie błędów parametrów przemieszczeń. Osiągnięta tu dokładność rozwiązania zadania doprowadziła do uzyskania tak małych przemieszczeń rezydualnych reperów, które były wykorzystane do obliczenia parametrów przemieszczeń części fundamentu, tj. reperów: 1, 2, 4, 6, 7, 10, że przemieszczenia te osiągają wartości nieco poniżej górnej granicy błędów wyznaczenia pseudoobserwacji.

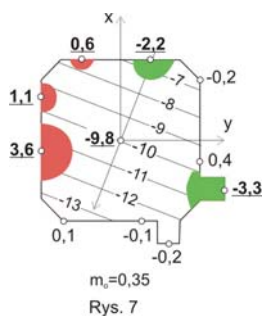
Informacje podane na rysunku 5 umożliwiają z kolei zauważenie, że wśród 6 reperów wykorzystanych do obliczenia parametrów przemieszczeń, reper 2 ma największe przemieszczenie rezydualne równe $-0,6$ mm. Można by przeto dążyć do dalszego zwiększenia dokładności wyznaczenia parametrów przemieszczeń fundamentu przez wyłączenie z wyrównania również przemieszczenia tego reperu. W rezultacie obliczenia parametrów przemieszczeń na podstawie przemieszczeń 5-ciu reperów: 1, 4, 6, 7 i 10 tj. po wyłączeniu reperów: 2, 3, 5, 8 i 9 uzyskano przemieszczenia rezydualne, parametry przemieszczeń fundamentu i ich błędy zestawione w tabeli 5 w kolumnie 6 oraz pokazane na rysunku 6. Okazało się, że przemieszczenia rezydualne wymienionych 5-ciu reperów wykorzystanych do obliczenia parametrów przemieszczeń fundamentu nie przekraczają $0,06$ mm, zaś błąd m_0 osiągnął wartość $0,08$ mm, tj. 19-krotnie mniejszą niż przy obliczeniu parametrów przemieszczeń fundamentu jak w tabeli 2, tj. na podstawie zaobserwowanych przemieszczeń wszystkich dziesięciu reperów.

Inaczej mówiąc, stwierdzono, że część fundamentu, na której znajdują się repery 1, 4, 6, 7, 10, jest zgodna z modelem płyty sztywnej na osiągalnym poziomie dokładności wyznaczenia z pomiarów.

Mimo rezultatów tak dobrych pod względem dokładnościowym, warianty obliczenia parametrów przemieszczeń fundamentu przy wykorzystaniu sześciu reperów, tj. przy trzech pseudoobserwacjach nadliczbowych (kol. piąta w tabeli 5) i przy wykorzystaniu pięciu reperów, tj. przy dwu pseudoobserwacjach nadliczbowych (kol. szósta w tabeli 5), powinny jednak być traktowane z pewną ostrożnością, można bowiem spotkać się z argumentem, że osiągnięto je na drodze dywagacji i rozważań mających na celu poszukiwanie „za wszelką cenę” maksymalnego zwiększenia dokładności rozwiązania, kosztem zbyt szybkiego spadku stopnia niezawodności, wynikającego ze zmniejszającej się liczby pseudoobserwacji nadliczbowych.

Ostrożność ta jest wskazana również z tego względu, że w miarę zmniejszania się liczby reperów, których przemieszczenia zostają wykorzystane do obliczenia parametrów przemieszczeń fundamentu, zwiększa się ryzyko pojawienia się niejednoznaczności osiąganych wyników. W rozpatrywanym tu przykładzie wyraziło się to w taki sposób, że np przy wykorzystaniu pięciu reperów: 1, 2, 3, 8 i 9 możemy obliczyć z małym błędem $m_0=0,35$ mm parametry przemieszczeń $\Delta Z_0 = (-9,8 \pm 0,28)$ mm, $d\alpha_x = (38,57 \pm 9,3)''$, $d\alpha_y = (-89,04 \pm 8,2)''$ znacznie różniące się od parametrów z rozwiązań przedstawionych w kolumnach piątej i szóstej tabeli 5 oraz na rysunkach 5 i 6.

Obraz tego wyznaczenia z wykorzystaniem wspomnianych wyżej reperów i wyłączeniem reperów: 4, 5, 6, 7 i 10 pokazano na rysunku 7.



Rys. 7. Przemieszczenia rezydualne reperów

Należy więc przyjąć, że rozwiązanie najbardziej przekonujące można uzyskać przez połączenie wiedzy specjalisty budowlanego lub geotechnika z wiedzą geodety, ograniczając do minimum samodzielne poszukiwanie rozwiązań dokładniejszych bez korzystania z informacji o stanie podłoża i rozkładzie obciążeń fundamentu. W tej sytuacji, za dobre i całkowicie przekonujące należałoby uznać w rozpatrywanym przykładzie rozwiązania z tabeli 3 i rysunku 3, oparte na wykorzystaniu pierwszej, niezależnej informacji pochodzącej od specjalisty budowlanego i za jeszcze lepsze rozwiązanie z tabeli 4 i z rysunku 4, oparte na wykorzystaniu drugiej, zapewne również niezależnej informacji pochodzącej od specjalisty budowlanego.

6. REFLEKSJE KOŃCOWE

Przykład badania zademonstrowany w rozdziale 3, którego wyniki są omówione w rozdziale 5, wyraźnie pokazuje, że w początkowej fazie badania deformacji fundamentu wystarczające jest wyznaczenie rezydualnych przemieszczeń reperów z wykorzystaniem parametrów przemieszczeń fundamentu obliczonych metodą najmniejszych kwadratów na podstawie pomierzonych przemieszczeń wszystkich zastabilizowanych na nim reperów. W tej fazie badania, w wyniku takiego postępowania otrzymujemy tylko odpowiedź na pytanie: **Czy wyznaczone wartości przemieszczeń rezydualnych mieszczą się w granicach błędów wyznaczenia zastosowaną metodą pomiarową, co mogłoby świadczyć o niestwierdzeniu deformacji płyty fundamentowej reprezentowanej przez te repery, czy są większe, co mogłoby świadczyć o stwierdzeniu wystąpienia deformacji fundamentu?**

Dzieje się tak, bowiem mimo że wyznaczone przemieszczenia rezydualne kryją w sobie informacje o powierzchniowym rozkładzie zdeformowania fundamentu, są one jednak wyrażone w formie niejawnej, „rozmytej” przez wpływ wyznaczenia metodą najmniejszych kwadratów aktualnej pozycji przemieszczonego fundamentu, wyśrodkowanej między wszystkimi reperami. Jest to widoczne na rysunku 2, gdzie przy osiągniętej dokładności wyznaczenia parametrów przemieszczenia trudno jest zlokalizować rejon fundamentu o zdecydowanie większym jego zdeformowaniu.

Jeśli więc w tej początkowej fazie badania uzyskamy odpowiedź świadczącą o wystąpieniu deformacji fundamentu, to powstają pytania: **Jaki jest rozkład terytorialny deformacji fundamentu? W jakich rejonach fundamentu deformacje te są zdecydowanie większe i jakie osiągają wartości?**

Odpowiedzi na te pytania wymagają wyznaczenia przemieszczeń rezydualnych w odniesieniu do bazowej w tym zadaniu, przemieszczonej części fundamentu o stosunkowo mniejszym stopniu zdeformowania, jak to uczyniono w rozdziale 4, bowiem wówczas przemieszczenia rezydualne w bardziej zdeformowanych miejscach fundamentu stają się lepiej widoczne i zostają wyznaczone z większą dokładnością. Poszukiwanie reperów o małych przewidywanych przemieszczeniach rezydualnych w miarę możliwości powinno opierać się na informacjach geotechnika o zróżnicowaniach jakości podłoża lub specjalisty budowlanego o zróżnicowaniach obciążeń fundamentu, nie można jednak wykluczyć poszukiwania ich z dużą ostrożnością samodzielnie, analizując wyznaczone z pomiarów przemieszczenia reperów, podobnie jak to uczyniono w wariantach zademonstrowanych na rysunkach 5 i 6 oraz w kolumnach piątej i szóstej tabeli 5.

Odpowiedź na przedstawione pytania może być bardzo interesująca dla specjalistów budowlanych jako element weryfikujący słuszność ich przewidywań co do zachowania się fundamentu w strefach o zróżnicowanych cechach wytrzymałościowych podłoża lub w strefach, w których fundament

poddawany jest działaniom zróżnicowanych sił. Trzeba pamiętać, że dokonana przez specjalistę budowlanego lub (i) geotechnika ocena jakości podłoża fundamentu nie musi mieć bezpośredniego przełożenia na rzeczywiste deformacje fundamentu. Związek między zróżnicowaniami jakości podłoża a deformacjami fundamentu jest bowiem złożony, wymagający rozpatrywania zarówno w kategoriach odporności na deformacje podłoża o określonych parametrach geotechnicznych, jak i odporności na deformacje fundamentu i wzniesionej na nim budowli o określonych parametrach konstrukcyjnych i określonym rozkładzie obciążeń. Problem trafności przewidywań co do sposobu i wielkości deformacji fundamentu na podstawie cech wytrzymałościowych podłoża oraz cech konstrukcyjnych i zróżnicowanego obciążenia fundamentu jest jeszcze daleki od rozwiązania.

Niewątpliwie wyniki dobrze przeprowadzonej przez geodetę analizy pomierzonych przemieszczeń oraz dobrego wydzielenia i wyraźnego pokazania zaistniałych deformacji mogą być w znacznym stopniu pomocne w ocenie stanu newralgicznych stref konkretnie rozpatrywanego fundamentu. Mogą też służyć do powiększania umiejętności prawidłowego przewidywania zachowania się fundamentów na podstawie znajomości cech wytrzymałościowych podłoża i fundamentu oraz znajomości rozkładu i wartości deformacji poprzednio zbadanych fundamentów. Niemniej ważną zaletą dobrego pokazania, w których miejscach fundamentu występują duże deformacje i jakie osiągają wartości, jest możliwość konfrontowania ich ze zinwentaryzowanymi uszkodzeniami w postaci ewentualnych spękań fundamentu i wzniesionej na nim budowli.

W niniejszej pracy główny nacisk położono na dyskusję sposobu wyznaczania deformacji przemieszczonego fundamentu, należy jednak stwierdzić, że wyznaczanie parametrów przemieszczeń fundamentu jest ważne również samo w sobie jako dostarczanie informacji istotnej dla specjalisty budowlanego w związku z oceną wpływów wewnętrznych i zewnętrznych na zachowanie się podłoża i badanej płyty fundamentowej. Przemieszczanie się i deformowanie fundamentu zawsze występuje jednocześnie, a obydwa te przejawy zmian geometrycznych mają wzajemnie powiązanie i są istotne dla oceny pracy konstrukcji fundamentu i wznoszonej (lub wzniesionej) na nim budowli. W (Prószczyński, Kwaśniak, 2006) obliczenie parametrów przemieszczeń fundamentu zostało potraktowane jako efekt uboczny pomiarów i obliczeń służących do wyznaczania deformacji płyty fundamentowej i nie jest tam przedmiotem głębszego zainteresowania, [„Niejako przy okazji, jako wektor rozwiązania układu równań, otrzymaliśmy również parametry przemieszczenia się płyty fundamentowej, traktowanej jako płyta sztywna” – koniec strony 199].

Wyznaczone parametry przemieszczeń a zwłaszcza kąt $d\varphi$ zmiany nachylenia i kierunek (azymut) α zmiany nachylenia całego fundamentu mogą stanowić ważną informację o efektach i przyczynach ewentualnego nierówno-

miernego przemieszczenia fundamentu tj. o zmianach stanu podłoża fundamentu pod różnymi wpływami, wśród których mogą się znajdować np:

- różnice ściśliwości podłoża w poszczególnych miejscach pod obciążeniem budowlą wznoszoną na rozpatrywanym fundamencie,
- nierównomierne zmiany poziomu wody gruntowej pod fundamentem i w jego otoczeniu,
- zmiany nachylenia podłoża fundamentu znajdującego się w strefie wpływu robót górniczych,
- zmiany nachylenia podłoża wywołane odciążeniem przez wykonywanie w bliskim sąsiedztwie rozpatrywanego fundamentu głębokiego i rozległego wykopu, a następnie dociążenie budowlą wznoszoną w tym wykopie,
- zmianą poziomu piętrenia wody w dużym zbiorniku wodnym, usytuowanym w sąsiedztwie rozpatrywanego fundamentu.

Szczególne znaczenie ma tu dobre określenie kierunku zmiany nachylenia płaszczyzny obrazującej przemieszczenie płyty fundamentowej, tj. azymutu prostej największego spadu (uwidocznionej na rysunkach 2–6 jako prostopadłej do izolinii przemieszczonej płaszczyzny), może on bowiem lokalizować miejsce w pobliżu fundamentu, w którym dzieje się coś powodującego zmianę jego nachylenia i wskazywać na kierunek oddziaływania tego wpływu. Uwidoczniono się to np. w badaniach osiadań i zmian nachylenia budowli wlotowej pod wpływem opróżniania zbiornika w EW „Żarnowiec”, czy też w zmianach nachylenia budynku „Dom Chłopa” w Warszawie pod wpływem budowy w bezpośrednim sąsiedztwie 3-kondygnacyjnego garażu podziemnego, a także na wielu innych zbadanych budowlach.

Trzeba dodać, że poszukiwanie sposobu zwiększenia dokładności wyznaczenia parametrów przemieszczeń, np. przez wyłączenie z wyrównania przemieszczeń reperów, które mogły znajdować się w strefie zwiększonych deformacji fundamentu, ma istotne znaczenie nie tylko dla wartości wyznaczanych parametrów, ale służy również zwiększeniu dokładności wyznaczenia przemieszczeń rezydualnych, będących przejawem deformacji płyty fundamentowej, czyli służy polepszeniu metodyki badania zgodności fundamentu z modelem płyty sztywnej.

Nie należy oczywiście przy wyłączaniu reperów przesadzić, pamiętając, że w miarę zmniejszania się liczby reperów wykorzystanych do obliczenia parametrów przemieszczeń zmniejsza się liczba pseudoobserwacji nadliczbowych i wartość konstrukcyjna układu równań osłabia się. Jednak, jak wykazał rozpatrzony tu przykład, wyłączeniu kolejnych reperów w pewnych granicach rozsądnego postępowania może towarzyszyć przeważające zmniejszanie się błędu m_0 , w rezultacie czego efekt końcowy może być pozytywny zarówno dla dokładności wyznaczenia parametrów przemieszczeń

fundamentu, jak i dla dokładności wyznaczenia przemieszczeń rezydualnych, obrazujących deformacje fundamentu.

Na koniec powstaje refleksja, że z powodu dużego znaczenia wyników obliczenia parametrów przemieszczeń fundamentu i przemieszczeń rezydualnych świadczących o zdeformowaniu się przemieszczonego fundamentu byłoby wskazane, aby tego rodzaju analizy wyników pomiarów towarzyszyły wszystkim monitoringom osiadań wznoszonych lub eksploatowanych budowli. Niestety, przegląd wyników wielu wykonanych monitoringów wykazał, że analiza taka nie mogła być przeprowadzana z bardzo prozaicznej przyczyny. Mianowicie zamawiający monitoring określonego obiektu budowlanego wskazywał miejsca, w których należy zastabilizować repery, nie wymagał jednak, aby dokonać inwentaryzacji szczegółowej ich poziomego rozmieszczenia, tj. wyznaczyć ich współrzędne x , y . Również geodeci przyjmujący zamówienia na monitoringi nie mieli na ogół świadomości, że znaczenie mają nie tylko wyznaczone z pomiarów pionowe przemieszczenia zastabilizowanych reperów, ale również ma znaczenie wystarczająco dokładne (zazwyczaj z dokładnością decymetrową) określenie miejsc zajmowanych przez te repery i uważali, że wystarczy poprzestanie na przybliżonym, odręcznym oznaczeniu ich miejsc na szkicach lub rysunkach projektowych. Na przeszkodzie dobremu wykonaniu dodatkowej analizy określającej przemieszczenia fundamentu i jego deformacje stoi zazwyczaj zbyt mała liczba reperów osadzonych na monitorowanym fundamencie i ich rozmieszczenie na obwodzie, pomijające stabilizowanie i mierzenie osiadań reperów rozmieszczonych równomiernie na całej płycie fundamentowej.

LITERATURA

- Jamiołkowski M.B., 2004, *Ostateczna stabilizacja Krzywej Wieży w Pizie*, Inżynieria i Budownictwo nr 6.
- Janusz W., 1974, *Geometryczna interpretacja wyników pomiarów osiadań budynków*, [W:] Referaty szkoleniowe z geodezji budowlanej. Biuletyn Geoprojektu.
- Janusz W., 1975, *Obsługa geodezyjna budowli i konstrukcji*. Wydanie II, PPWK, Warszawa.
- Janusz J., Janusz W., 2004, *Metodyka badania podatności budowli piętrzących wodę na zmiany obciążenia*, Seria Monograficzna nr 9, Instytut Geodezji i Kartografii.
- Janusz J., Janusz W., 2005, *Badanie przemieszczeń i deformacji komory wlotowej w Elektrowni Wodnej "Żarnowiec" pod wpływem opróżniania zbiornika górnego*, Geodeta nr 9.
- Janusz W., 2005, *Metoda obliczania pionowych przemieszczeń i deformacji fundamentu budowli z identyfikacją i uwzględnieniem symptomów jego nieciągłości*, Prace IGiK, tom LI, nr 109.

- Janusz J., Janusz W., 2006, *Wyznaczanie wpływu obciążenia i odciążenia podłoża budowlanego na deformacje podłoża i fundamentów budowli – Głębokie wykopy*, Geodeta nr 2.
- Janusz J., Janusz W., 2007, *Zmiany termiczne, przemieszczenia i deformacje masywnej, żelbetowej budowli wodnej w świetle wyników pomiarów geodezyjnych*, Przegląd Geodezyjny nr 11.
- Janusz W., Janusz J., 2008, *Badanie przemieszczeń, deformacji i zmian termicznych komory wlotowej szczytowo-pompowej Elektrowni Wodnej "Żarnowiec" pod wpływem opróżniania zbiornika wodnego*, [W:] Seria Monograficzna nr 14, część II pt: Doskonalenie zasad i metod kontroli metrologicznej łąk niwelacyjnych i geodezyjnego monitoringu przemieszczeń, Instytut Geodezji i Kartografii.
- Kłosiński B., 2004, *Rozmyślenia o współczesnych problemach geotechniki*, Inżynieria i Budownictwo nr 6.
- Lazzarini T. i in., 1977, *Geodezyjne pomiary przemieszczeń budowli i ich otoczenia*, PPWK, Warszawa.
- Prószyński W., Kwaśniak M., 2006, *Podstawy geodezyjnego wyznaczania przemieszczeń*, Pojęcia i elementy metodyki, Oficyna wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Szokarew W.S., Klepikowa N.S., Pogorzelski B., 2005, *O eliminowaniu nadmiernych przechyleń obiektów budowlanych*, Inżynieria i Budownictwo nr 3.
- Szulborski K., Nalewajko R., 2004, *Analiza osiadań budynku wysokościowego w Warszawie*, Inżynieria i Budownictwo nr 5.
- Wysokiński L., 2002, *Badania geotechniczne przed i w trakcie wykonywania głębokich wykopów budowlanych*, Seminarium "Głębokie wykopy na terenach wielkomiejskich", Warszawa 19.11.2002.

Recenzował: Prof. dr hab. inż. Adam Żurowski

WOJCIECH JANUSZ

Institute of Geodesy and Cartography

EXAMINATION OF DEFORMATION OF FOUNDATION IN THE COURSE OF ITS DISPLACEMENT

Summary

In order to determine vertical deformations of monolithic surface of foundation plate a set of benchmarks is stabilized at the places agreed with

geotechnique and construction specialists. For these benchmarks vertical displacements dH_i (or ΔZ_{obs} according to notation in the work [Prószyński, Kwaśniak, 2006]) are determined using method of the repeated leveling measurements. Displacement of each benchmark consists of two parts:

- $dH_i + v_{dHi}$ part caused by vertical displacement and change of inclination of foundation plate without change of its shape
- $-v_{dHi}$ part caused by vertical deformations of foundation plate at benchmark places.

If vertical deformations v_{dHi} of all benchmarks are within limits of accuracy of differences of dH_i displacements, in practice one can assume, that shape of foundation plate was in conformity with the model of stiff plate.

Calculation of v_{dHi} value is done through solution of set of observation equations, using method of the least squares. The equations are of the type:

$$dH_i + v_{dHi} = -x_i d\varphi_x - y_i d\varphi_y + dH_0$$

where: x_i, y_i – horizontal coordinates of benchmark with i number,
 $dH_0, d\varphi_x, d\varphi_y$ – parameters of vertical displacement of foundation plate without change of its shape.

In most cases the set of equation to be solved concerns dH_i observations for all benchmarks stabilized on the foundation.

In this work the author justified the assumption, that in case when geotechnique or construction specialist estimated, that base under foundation can be at some places weaker or stronger, which can have impact on local anomalies of $-v_{dHi}$ displacements of benchmarks stabilized in these places, then the measured dH_i displacements of these benchmarks should be excluded from calculations of vertical displacement of foundation plate using method of the least squares. According to this assumption $-v_{dHi}$ displacements of benchmarks located in zones of greater deformations of foundation should be calculated later with the use of displacement parameters computed on the basis of solving set of equations solely for these benchmarks, which are outside anomaly zones of foundation.

In this work the author included calculation example using data taken from work (Prószyński, Kwaśniak, 2006), which confirms that the proposed procedure is right. This procedure contributes to improvement of determining parameters of displacements of foundation plate, thus revealing in a better way its increased deformations in the appointed anomaly zones.

Key words: displacements of benchmarks, displacements of foundation, deformations of foundation

