

TADEUSZ WYRZYKOWSKI

528.37:551.241

Zastosowanie niwelacji precyzyjnej do wyznaczania współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej i wpływ tych ruchów na wyniki i wyznaczane błędy niwelacji

SPIS TREŚCI

	str.
Rozdz. 1. Wstęp	5
Rozdz. 2. Pionowe ruchy powierzchni skorupy ziemskiej i ich badania . .	7
§ 2.1. Rodzaje ruchów powierzchni skorupy ziemskiej posiadających pionowe składowe	7
§ 2.2. Metody badań współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej	13

C z ę ś ć I

Zastosowanie niwelacji precyzyjnej do wyznaczania współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej

Rozdz. 3. Zagadnienie projektowania sieci powtarzanej niwelacji precyzyjnej dla potrzeb badań współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej	19
Rozdz. 4. Sposoby geodezyjnego wyznaczania współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej	21
§ 4.1. Wstęp	21
§ 4.2. Wyznaczenie prędkości pionowych ruchów skorupy ziemskiej przy wykorzystaniu związków wynikających z założenia stałości punktów w czasie pomiaru sieci niwelacyjnej	23
§ 4.3. Wyznaczenie prędkości pionowych ruchów skorupy ziemskiej przy odrzuceniu założenia stałości punktów w okresie pomiaru sieci niwelacyjnej	25
§ 4.4. Nawiązanie wyznaczenia pionowych ruchów skorupy ziemskiej do poziomu odniesienia	35
§ 4.5. Przykład wyrównania prędkości pionowych ruchów skorupy ziemskiej metodą spostrzeżeń pośrednich z odrzuceniem założenia bezbłądności punktów nawiązania	37

Część II

Wpływ współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wyniki
i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej.

Zagadnienie redukcji pomiarów

	str.
Rozdz. 5. Wpływ współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wyniki i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej	43
§ 5.1. Wstęp	43
§ 5.2. Wpływ współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wielkość błędu niezamknięcia poligonu niwelacyjnego	45
§ 5.3. Analiza wielkości i charakteru błędów spowodowanych niewprowadzeniem redukcji ze względu na współczesne ruchy skorupy ziemskiej. Porównanie z błędami pomiaru niwelacji	49
§ 5.4. Analiza wpływu redukcji ze względu na współczesne ruchy skorupy ziemskiej na wielkości niezamknięć poligonów polskiej sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu (pomierzonej w latach 1926—37)	55
Rozdz. 6. Zagadnienie wyznaczania momentu odniesienia (epoki) dla redukcji pomiarów sieci niwelacyjnej	60
§ 6.1. Celowość redukcji wyników pomiarów sieci niwelacyjnej do wspólnego momentu odniesienia (epoki)	60
§ 6.2. Sposoby wyznaczania najkorzystniejszego momentu odniesienia dla redukcji pomiarów sieci niwelacyjnej	61
Rozdz. 7. Podsumowanie, uwagi końcowe i wnioski	68
Literatura	72

1. Wstęp

Współczesne ruchy skorupy ziemskiej są w pewnym stopniu kontynuacją ciągle żywych procesów, które w minionych epokach geologicznych formowały powierzchnię globu ziemskiego. Ponieważ procesy te przebiegają na przestrzeni epok geologicznych w sposób powolny, toteż zmiany współcześnie zachodzące nie zostają przez człowieka bezpośrednio zauważane. Jednak nagromadzony dotychczas i stale powiększany materiał obserwacyjny przekonuje o tym, że procesy takie zachodzą i że obejmują swym zasięgiem praktycznie całą powierzchnię Ziemi.

W ostatnich dziesięciokach lat, dzięki wykryciu i wykrystalizowaniu się metod badań, podniesieniu ich dokładności oraz zebraniu materiału obserwacyjnego, możliwe było dokonanie szeregu wyznaczeń wielkości współczesnych ruchów skorupy ziemskiej na obszarze niektórych krajów Europy i innych części świata [18]. Jednocześnie wzrosło zainteresowanie tym zjawiskiem wśród licznej grupy dyscyplin naukowych. Dano temu m. in. wyraz przez utworzenie na wniosek prof. F. A. Vening Meinesza (Ogólne Zgromadzenie MUGG, Rzym 1954) specjalnej grupy studiów Nr 13, „Wyznaczenia zmian zachodzących w skorupie ziemskiej w kierunku poziomym i pionowym” (przewodniczący — prof. C. F. Baeschlin) [1], a następnie przez utworzenie stałej „Komisji współczesnych ruchów skorupy ziemskiej” (Ogólne Zgromadzenie MUGG, Helsinki 1960), której przewodniczącym jest dr Ju. A. Mieszczeriakow [2]. Pierwsze międzynarodowe sympozjum wymienionej komisji odbyło się w Lipsku, w maju 1962 r. Również w Polsce w roku 1958 została zorganizowana przy Wydziale III PAN międzykomitetowa „Komisja badań współczesnych ruchów skorupy ziemskiej” (przewodniczący — prof. M. Odlanicki-Poczobutt).

Na podstawie przeglądu dotychczasowych osiągnięć z zakresu badań współczesnych ruchów skorupy ziemskiej (oznaczać je będziemy dalej w skrócie przez r.s.z.) widać, że rola badań geodezyjnych i zainteresowanie geodezji tym zagadnieniem jest duże. Biorąc pod uwagę istotę zagadnienia — jest to zupełnie zrozumiałe. Z jednej bowiem strony fakt ruchu fizycznych punktów leżących na powierzchni Ziemi stawia w określonym świetle założenie stałości znaków geodezyjnych w ciągu wieloletniego interwału czasu, a mniej lub bardziej pewna znajomość wielkości r.s.z. pozwolić może na uwzględnienie tego czynnika w niektórych analizach

dokładności; z drugiej strony natomiast właśnie metoda geodezyjna jest metodą ilościową predystynowaną do wyznaczeń pionowych i poziomych r.s.z. na dużych obszarach lądu.

Jako geodezyjna metoda wyznaczeń poziomych r.s.z. stosowane mogą być powtarzane pomiary triangulacyjne lub trilateracyjne, a dla wyznaczeń pionowych r.s.z. — powtarzane pomiary niwelacji precyzyjnej. Ze względów ekonomicznych i dokładnościowych szczególnie szerokie zastosowanie do badań r.s.z. na dużych obszarach znajduje niwelacja precyzyjna.

Praca niniejsza dotyczy właśnie zastosowania niwelacji precyzyjnej do wyznaczania współczesnych pionowych r.s.z., przy założeniu, że wyznaczenie to odnosi się do dużego obszaru, np. całego państwa, a więc wykorzystuje sieci niwelacyjne powstałe w ciągu długiego interwału czasu. Konsekwencją tego założenia oraz przyjęcia, że badany obszar podlega pionowym r.s.z., musiało być odrzucenie założenia stałości niwelowanych reperów w interwale czasu potrzebnym na każdorazowy pomiar całej sieci niwelacyjnej. Konieczność odrzucenia założenia stałości punktów w czasie pomiaru sieci w istotny sposób odróżnia zagadnienie badań r.s.z. na dużym obszarze od badań odkształceń na małym obszarze, gdzie założenie stałości punktów w czasie pomiaru jest słuszne, z uwagi na krótki interwał czasu potrzebny dla dokonania takiego pomiaru.

Dalszym założeniem przedstawianej pracy jest to, że dotyczy ona współczesnych r.s.z., tj. ruchów o charakterze długookresowym, wiekowym. Z założenia tego wynikają pewne konsekwencje, brane pod uwagę przy projektowaniu specjalnej sieci niwelacyjnej dla badań omawianych ruchów, przy określaniu częstotliwości jej pomiaru, przy samym wyznaczaniu r.s.z., a także decydujące przy zagadnieniu wprowadzania do wartości pomierzonych ewentualnych poprawek redukcyjnych, dla odniesienia pomiarów sieci do jednej epoki.

Przyjęcie założenia długookresowości współczesnych r.s.z., wychodzącej poza interwał czasu między kolejnymi pomiarami sieci, jest konieczne z punktu widzenia rachunkowego i stosowane jest przy każdym geodezyjnym wyznaczaniu tych ruchów. Słuszność przyjęcia takiego, w istocie niezupełnie ścisłego założenia — przy zachowaniu pewnych koniecznych warunków (rozdz. 3) — potwierdzają wyniki kilkakrotnych powtórzeń niwelacji w dużych odstępach czasu [16] oraz porównania z wynikami uzyskiwanymi innymi, niegeodezyjnymi metodami [13].

Praca niniejsza, ujmująca zagadnienie współczesnych pionowych r.s.z. od strony geodezyjnej, została uzupełniona dodatkowym rozdziałem (rozdz. 2), w którym krótko omówione zostały rodzaje ruchów powierzchni skorupy ziemskiej posiadających pionowe składowe, ze szczególnym

uwzględnieniem wyznaczanych ruchów długookresowych, dla ogólnego scharakteryzowania ruchów powierzchni, na której dokonywane są pomiary niwelacyjne (§ 2.1.) oraz podane zostały inne, niegeodezyjne metody wyznaczeń r.s.z., dla umożliwienia scharakteryzowania roli metody geodezyjnej w pełnym, tj. kompleksowym badaniu tych ruchów (§ 2.2).

Zasadniczy, geodezyjny materiał opracowania został podzielony na dwie części. Część I obejmuje zagadnienia projektowania sieci powtarzanej niwelacji precyzyjnej dla potrzeb badania współczesnych pionowych r.s.z. (rozdz. 3), a następnie matematyczne opracowanie wyników powtarzanych pomiarów niwelacyjnych, celem wyznaczenia najprawdopodobniejszych wielkości r.s.z. w okresie czasu między tymi pomiarami (rozdz. 4). Część II, przy założeniu, że wielkości pionowych r.s.z. są znane, analizuje ich wpływ na uzyskiwane wyniki pomiarów sieci niwelacyjnej, a także na pozorne zwiększenie się błędu niwelacji, spowodowane zmianami niwelowanej powierzchni (rozdz. 5). Należący również do tej części opracowania rozdz. 6 omawia zagadnienie wyznaczania najwłaściwszego momentu odniesienia (epoki) dla pomiarów sieci niwelacji precyzyjnej na obszarze podlegającym wyraźnym r.s.z., których wielkość została uprzednio wyznaczona. Rozdz. 7 zawiera podsumowanie omawianych uprzednio zagadnień oraz ogólne wnioski i sugestie, jakie na podstawie dokonanej analizy można sprecyzować, a które odnoszą się zarówno do pomiarów niwelacyjnych dużych sieci, jak również do opracowywania wyników niwelacji precyzyjnej i wyznaczeń r.s.z., przy założeniu, że objęty sięcią obszar podlega r.s.z.

Praca niniejsza obejmuje pewien zespół geodezyjnych zagadnień związanych z współczesnymi pionowymi r.s.z. Niektóre z nich omawiane już były w poprzednich publikacjach autora. Z tego też względu — celem uniknięcia powtórzeń — stosowano odsyłacze, wykorzystanie których pozwala czytelnikowi na szersze zapoznanie się z interesującym go tematem.

2. Pionowe ruchy powierzchni skorupy ziemskiej i ich badania

2.1. Rodzaje ruchów powierzchni skorupy ziemskiej posiadających pionowe składowe

Badania współczesnych pionowych r.s.z.^{*)} o charakterze wiekowym opierają się na wyznaczaniu zmian wysokości punktów leżących na powierzchni Ziemi. Stwierdzane na podstawie dwu lub większej ilości po-

^{*)} Współczesne r. s. z. są to ruchy wyznaczone współcześnie metodami ilościowymi (np. geodezyjną, oceanograficzną), bądź innymi metodami (np. historyczno-kartograficzną) w okresie już historycznym (ostatnie kilka tysięcy lat).

wtarzanych pomiarów niwelacyjnych zmiany wysokości określonych punktów (reperów) mogą być jednak spowodowane różnymi przyczynami. Znajomość tych przyczyn, tj. znajomość warunków ich występowania, ich zasięgu pod względem obszaru i głębokości oddziaływania, znajomość ewentualnej okresowości i wielkości amplitudy zmian wysokości, daje możliwość odpowiedniego podejścia do projektu sieci niwelacji, do jej pomiaru, a następnie do analizy materiałów uzyskanych z powtarzanych pomiarów niwelacyjnych, a przy zachowaniu pewnych koniecznych warunków odnośnie niwelacji (rozdz. 3) — na oddzielenie wpływu czynników o zasięgu lokalnym, bądź o charakterze krótkookresowym, od czynników o dużym zasięgu obszarowym i o małej zmienności w czasie. Tymi ostatnimi są ruchy nazywane ruchami wiekowymi.

Ruchy powierzchni Ziemi są odzwierciedleniem ruchów przypowierzchniowych mas ziemi, ruchów skorupy ziemskiej, bądź nawet ruchów obejmujących głębsze strefy kuli ziemskiej. Rozpatrzmy je w kolejności wzrastającej głębokości ich zasięgu i wzrastającego obszaru ich działania.

2.1.1. Ruchy przypowierzchniowych warstw Ziemi na skutek działania czynników zewnętrznych

Do czynników zewnętrznych powodujących omawiane ruchy zaliczamy głównie czynniki atmosferyczne w postaci opadów deszczu i zmian temperatury, a w mniejszym stopniu — zmiany ciśnienia atmosferycznego, wiatru i inne. Współdziała z nimi siła grawitacji [12].

Wymienimy poszczególne rodzaje ruchów przypowierzchniowej warstwy Ziemi, różniące się między sobą przyczynami powstawania.

1. Powierzchniowe ruchy masowe (spółzyswanie, osuwanie). — Mają miejsce na pochyłych fragmentach powierzchni i są wynikiem zachwiania równowagi statycznej mas ziemi.

2. Ruchy na skutek zmian objętości mas przypowierzchniowych. — Głównie ruchy pionowe na terenach płaskich, spowodowane zmienną ilością wody w strefie aeracji, pęcznieniem zawilgoconych gruntów przy temperaturze poniżej 0°C (wysadziny) lub dodatkowym obciążeniem gruntu [14].

3. Ruchy na skutek zmian poziomu wody gruntowej. — Zmiany poziomu wody gruntowej naturalne i sztuczne, powodują zmiany ilości zawilgoconego gruntu (pęcznienie) i zmiany wielkości naprężeń w gruncie.

4. Ruchy na skutek wymywającego działania wód gruntowych (zjawiska krasowe).

5. Drgania mikrosejsmiczne. — Ruchy te mają charakter odrębny od poprzednich. Są to ruchy krótkookresowe ($T = 1 \div 10$ sek) o bardzo małej amplitudzie, rzędu mikronów lub milimetrów, spowodowane przy-

czynami naturalnymi (wiatr, opady, zmiany ciśnienia i temperatury) lub sztucznymi (praca maszyn, środki komunikacji) zakłócającymi stan równowagi statycznej mas przypowierzchniowych [8].

Pierwsze cztery rodzaje ruchów posiadają cechę ruchów lokalnych i często noszą wyraźnie okresowy, sezonowy charakter.

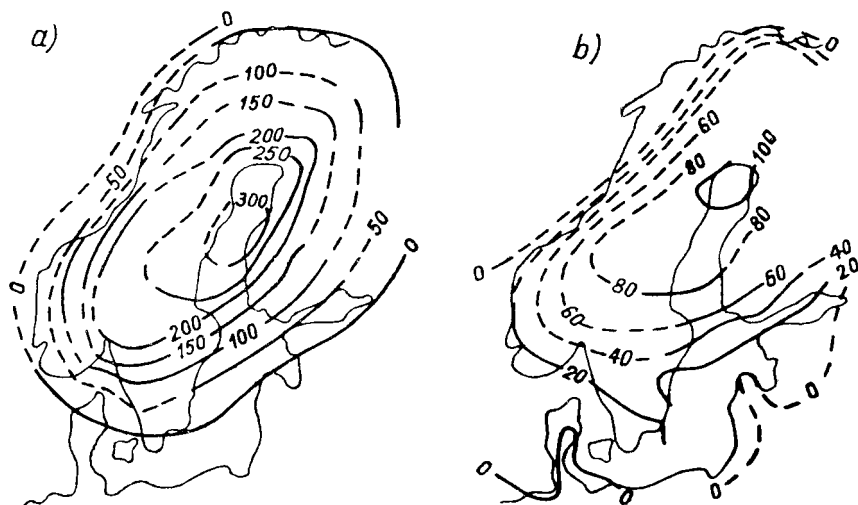
2.1.2. Ruchy skorupy ziemskiej spowodowane czynnikami wewnętrznymi

Omówimy tu pionowe r.s.z. przejawiające się na dużo większą skalę niż poprzednie, jeśli weźmiemy pod uwagę obszar działania, głębokość strefy działania oraz długość interwału czasu, w ciągu którego ruchy te zachowują pewien określony charakter. Właśnie ze względu na wybitną długookresowość zachodzących zjawisk, trwanie których liczone może być dziesiątkami, setkami, a nawet tysiącami lat, ruchy tu omawiane noszą miano *w i e k o w y c h* [18]. Do nich należą ruchy o charakterze tektonicznym i glacialno-izostatycznym. Są one spowodowane głównie siłami działającymi w głębszych warstwach skorupy ziemskiej i zaliczane do ruchów spowodowanych czynnikami wewnętrznymi, przy czym ruchy o charakterze glacialno-izostatycznym — są spowodowane zarówno przez czynniki zewnętrzne, jak i wewnętrzne [22]. W istocie na powstawanie obu wymienionych tu ruchów składa się prawdopodobnie wiele czynników, często omawianych oddzielnie przy różnych hipotezach powstawania tych ruchów.

2.1.2.1. Ruchy o charakterze glacialno-izostatycznym

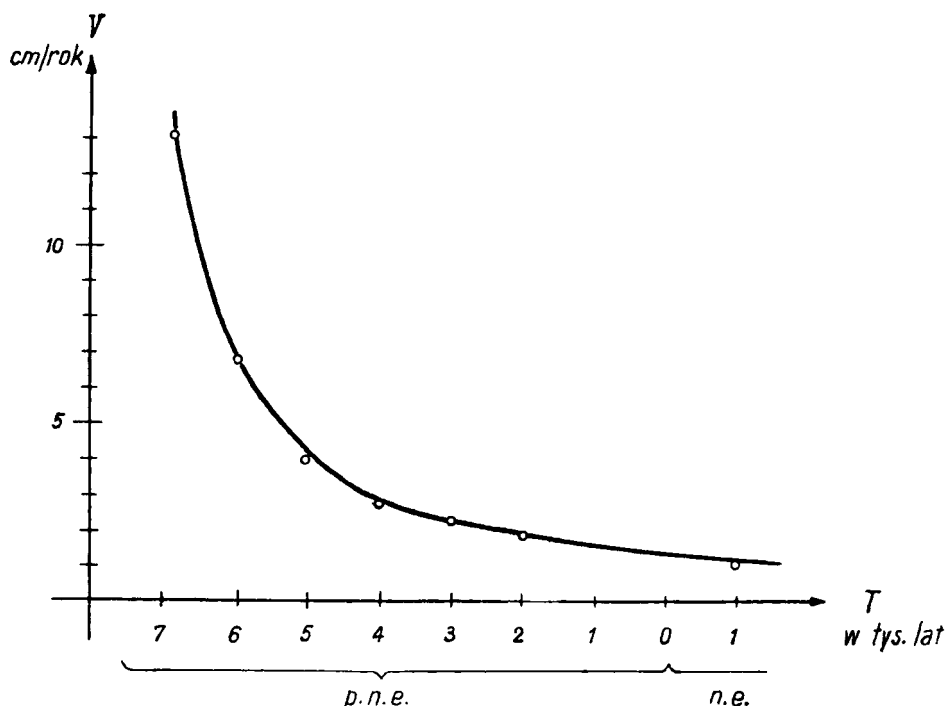
Rozpatrując ruchy glacialno-izostatyczne od strony wpływu czynnika zewnętrznego, stwierdzamy, że są one następstwem wiekowych zmian klimatycznych i związanego z tym tajania lub narastania grubej powłoki lodowej na obszarach lądowych. Czynnikiem wewnętrznym jest zjawisko plastyczności skorupy ziemskiej i istnienie podłoża w stosunku do którego poszczególne części tej skorupy znajdują się w stanie hydrostatycznej równowagi. Obciążenie lub odciążenie pewnej części tej skorupy powoduje jej zanurzenie lub wynurzenie z bardziej plastycznego podłoża. Głębokość strefy kompensacji izostatycznej przyjmowana bywa różnie, przeważnie w granicach od 50 do 120 km [10]. Jak wynika ze stosunku gęstości powłoki sialicznej i gęstości lodu, zmiany wysokości powierzchni skorupy ziemskiej powinny się zawierać w $\frac{1}{3}$ grubości powłoki lodowej.

Wiekowy charakter ruchów glacialno-izostatycznych dobrze ilustruje zestawienie mapki poglacialnego (holocen, od 7 tys. lat p.n.e.) podnoszenia się Fennoskandii, opracowanej przez Högboma (rys. 1a), z mapką współ-



Rys. 1. a) Poglądowe podniesienie się Fennoskandii, w metrach (wg Högboma). b) Współczesne podnoszenie się Fennoskandii, w centymetrach na stulecie (wg Sauramo).

czesnego podnoszenia się tego obszaru, opracowaną przez Sauramo (rys. 1b), a także wykres zmian prędkości wznoszenia się Fennoskandii (rys. 2)



Rys. 2. Wykres zmian prędkości poglądowego wznoszenia się Fennoskandii

sporządzony na podstawie danych przytaczanych w literaturze [12], a uzyskanych w oparciu o metody geologiczno-geomorfologiczne.

Należy stwierdzić, że ruchy glacialno-izostaticzne obejmują duże obszary, są zróżnicowane pod względem wielkości na poszczególnych częściach tych obszarów ale zmienność ich wielkości ma charakter ciągły.

Prędkości współcześnie wyznaczanych ruchów, noszących charakter glacialno-izostacyjny, mieszczą się w granicach $+ 2$ cm/rok.

2.1.2.2. Ruchy o charakterze tektonicznym

Innym rodzajem ruchów skorupy ziemskiej, podobnym w swych przejawach do ruchów glacialno-izostacyjnych, są ruchy o charakterze tektonicznym. Prawie wszystkie hipotezy [12], tłumaczące powstawanie ruchów tektonicznych, pozwalają zaliczyć je do procesów endogenicznych, związanych z siłami i czynnikami pochodzącymi z wnętrza Ziemi i działającymi od wnętrza skorupy ziemskiej w kierunku jej powierzchni. Wynikiem tych procesów jest powstawanie wypiętrzeń i zapadlisk w skorupie ziemskiej. Przejawem zróżnicowania prędkości i kierunku ruchów tektonicznych na sąsiadujących z sobą obszarach są zaburzenia w układzie poszczególnych warstw skorupy ziemskiej (antykliny, synkliny, płaszczowiny, uskoki, rowy tektoniczne).

Ruchy tektoniczne współcześnie wyznaczane metodami ilościowymi — np. metodą geodezyjną — mają wyraźny związek z budową geologiczną obszaru i ruchami wyznaczanymi metodami geologiczno-geomorfologicznymi na podstawie wielowiekowych interwałów czasu. Choć dla związków tych nie można ustalić zależności o charakterze funkcyjnym, to jednak można wyznaczyć stopień korelacji, dający obiektywną ocenę zależności. Na przykład na podstawie badań obszaru Platformy Rosyjskiej i Uralu [25] uzyskano następujące współzależności:

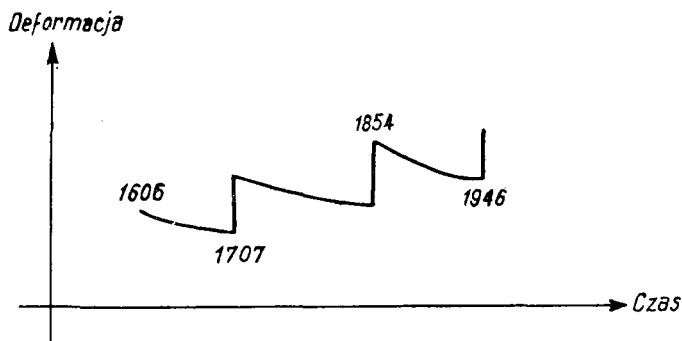
- a) korelacja między współczesnymi ruchami i strukturą geologiczną obszaru wyraża się współczynnikiem $r = 0.90$ (bardzo wysoka korelacja),
- b) korelacja między współczesnymi ruchami i amplitudami r.s.z. okresu neogen — czwartorzęd: $r = 0.19$ (słaba korelacja dodatnia),
- c) korelacja między współczesnymi r.s.z. i ruchami z okresu holecenu: $r = 0.75 \div 0.80$ (wysoka korelacja).

Z powyższych cyfr wynika, że korelacja ruchów współczesnych z dawniejszymi jest tym większa im bliższe siebie są porównywane okresy. Dotychczas zebrany materiał [18] wskazuje na długookresowość ruchów tektonicznych, wychodzącą poza dziesięciolecia, a nawet stulecia. Noszą więc one również miano wiekowych.

Wielkości pionowych składowych współczesnych ruchów tektonicznych

na zbadanych do dziś obszarach wyrażają się milimetrami, a najwyżej paroma centymetrami na rok. Obszary góryste cechuje zwiększony gradient ruchów [26].

Na terenach sejsmicznych stwierdzane są przypadki nagłych przemieszczeń tektonicznych poziomych i pionowych, związanych z trzęsieniami Ziemi (drgania makrosejsmiczne). Dobrze ilustruje to wykres deformacji skorupy ziemskiej wyznaczonych na terenie Japonii (rys. 3),



Rys. 3. Ruchy tektoniczne na terenie Japonii (wpływ trzęsień Ziemi).

z wyraźnymi zmianami zachodzącymi podczas trzęsień Ziemi w latach 1606, 1707, 1854 oraz 1946 [15]. Nagłe deformacje można tłumaczyć przekroczeniem przez naprężenia ścinające wielkości granicznych, wskutek czego nastąpiło rozerwanie materiału budującego skorupę ziemską. Słabsze drgania sejsmiczne nie powodują w zasadzie trwałych przemieszczeń.

2.1.3. Ruchy spowodowane czynnikami kosmicznymi (przyływy)

Potencjał siły ciężkości w dowolnym punkcie powierzchni Ziemi nie jest stały gdyż jest sumą stałego potencjału siły odśrodkowej, wynikającej z obrotu Ziemi dookoła swej osi, stałego potencjału newtonowskiego Ziemi oraz zmiennych dla danego punktu wpływów potencjałów newtonowskich Księżyca i Słońca — zmiennych na skutek zmieniającego się ich położenia w stosunku do Ziemi.

Zmiany przyspieszenia siły ciężkości w granicach 0.3 mgal, spowodowane przez Księżyc i Słońce, powodują szereg zjawisk okresowych (pół doby, doba) stwierdzanych metodami obserwacyjnymi [31]: odchylenia linii pionu w odniesieniu do osi świata i skorupy ziemskiej, przyływy morskie i analogiczne im — przyływy w skorupie ziemskiej, o maksymalnej amplitudzie około 23 cm.

Ponieważ przyptywy w skorupie ziemskiej są to ruchy o stosunkowo krótkim okresie i nie przekraczają prawdopodobnie granic określonych sprężystością Ziemi, należy sądzić, że nie wywołują one zmian trwałych.

2.2. Metody badań współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej

2.2.1. Wstęp

Rozpatrując zagadnienie współczesnych pionowych r.s.z. od strony geodezyjnej, tzn. od strony badań tych ruchów metodą geodezyjną, należy pamiętać, że metoda ta jest tylko jedną z metod stosowanych do badania tego bardzo złożonego zjawiska. Złożoność pionowych r.s.z., a także złożoność wyznaczenia i analizy tego zjawiska, wynika głównie z następujących przyczyn:

a) niejednorodności ośrodka, w którym te ruchy powstają i w którym się przejawiają,

b) nakładania się ruchów o różnym charakterze, zarówno co do przyczyn ich powstawania, jak i wielkości czy okresowości,

c) przejawiania się badanego zjawiska na ogół bardzo małymi wielkościami zmian w ukształtowaniu powierzchni skorupy ziemskiej, stwierdzanymi w sposób pewny dopiero w oparciu o wieloletni okres czasu (minimum dziesiątki lat), ale obejmującymi — w mniejszym lub większym stopniu — całą powierzchnię litosfery [18],

d) braku bezwzględnie stałego poziomu odniesienia, do którego z żadaną dokładnością mogłyby być odnoszone wyznaczane ruchy.

Różne nauki, których zakres zainteresowań obejmuje zjawiska zachodzące w skorupie ziemskiej i na jej powierzchni, stosują różne, właściwe sobie metody, celem określenia wielkości i charakteru r.s.z. Każda z tych metod operuje pewnym, określonym zespołem danych, nie wystarczającym jednak dla pełnego scharakteryzowania i oceny badanego zjawiska. Pełną charakterystykę dać mogą jedynie kompleksowe badania i łączna analiza wyników uzyskiwanych różnymi metodami.

Celowość wykorzystywania różnych metod badań r.s.z. wynika z różnego ich podejścia do tego zagadnienia — wykorzystywania różnych elementów jako danych wyjściowych, brania różnych okresów czasu za podstawę analizy przebiegającego zjawiska. Wyniki uzyskiwane różnymi metodami badań dają możliwość różnego rodzaju porównań, stwierdzenia związku między r.s.z. a innymi elementami (np. budową geologiczną obszaru, sejsmicznością), możliwość analizy zmienności wielkości wiekowych r.s.z. w długim interwale czasu.

Rozkładając wektor przesunięcia punktów skorupy ziemskiej na dwa główne kierunki — poziomy i pionowy — możemy mówić o przesunięciach poziomych i pionowych, a potocznie — o ruchach poziomych i pionowych, w określonym interwale czasu. Stawiając jednak za przedmiot badań współczesne pionowe r.s.z. o charakterze wiekowym (p. 2.1.2.), bierzemy pod uwagę tylko te metody, które prowadzą do wyznaczenia trwałych zmian, zachodzących w ciągu wieloletniego okresu czasu w pionowym ukształtowaniu skorupy ziemskiej. Takimi są metody: geodezyjna, oceanograficzna, hydrologiczna, historyczno-kartograficzna i grawimetryczna.

Oddzielna rola przypada metodzie sejsmicznej, nie wyznaczającej bezpośrednio wiekowych r.s.z., ale dającej charakterystykę ośrodka w którym te ruchy mają miejsce (rodzaj, głębokość, miąższość i układ warstw), a także możliwość określenia wpływu czynnika sejsmicznego (trzęsień Ziemi) na r.s.z.

Nie można tu pominąć badań metodami geologiczno-geomorfologicznymi [17], które aczkolwiek nie odnoszą się do badań współczesnych r.s.z., gdyż operują tysiącletnimi interwałami czasu, to jednak nagromadziły już duży materiał badawczy, dający możliwość porównań ze współczesnymi r.s.z., wyznaczanymi metodami bezpośrednimi (p. 2.1.2.2.).

W tym krótkim zestawieniu metod nie będziemy omawiali geodezyjnej metody wyznaczeń współczesnych pionowych r.s.z., tzn. wykorzystania niwelacji precyzyjnej, gdyż tematowi temu poświęcona jest cała część I pracy. Powiemy tylko, że odgrywa ona zasadniczą rolę w kompleksowych badaniach r.s.z., ze względu na możliwość dostarczenia bogatych danych cyfrowych o stosunkowo wysokiej dokładności, zebranych na dużym obszarze i odniesionych do określonego, wspólnego poziomu odniesienia. Celem umożliwienia dokładnościowego porównania tej metody z innymi

Tablica 1

D (km)	100	200	400	600
$m_{V'}$ (mm/rok)	± 0.4	± 0.6	± 0.8	± 1.0

metodami podamy (tabl. 1) średnie błędy wyznaczenia względnych prędkości r.s.z. ($m_{V'}$), określone wzorem przybliżonym:

$$m_{V'} \approx \pm \frac{m_{\Delta H}}{\Delta T} \quad (2.1)$$

dla interwału czasu $\Delta T = 20$ lat. Błędy wyznaczenia różnicy wysokości punktu zostały obliczone ze wzoru:

$$m_{\Delta H} = \pm \sqrt{\eta^2 + \sigma^2} \cdot L_m \cdot \sqrt{2D} \quad (2.2)$$

przy założeniu że:

- $\eta = \pm 0.5 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$ — błąd przypadkowy niwelacji,
 $\sigma = \pm 0.04 \text{ mm}/\text{km}$ — błąd systematyczny niwelacji,
 $L_m = 50 \text{ km}$ — średnia długość odcinka linii o jednakowym błędzie systematycznym,
 D — odległość od punktu stanowiącego poziom odniesienia wyznaczanych r.s.z.

Podane wielkości są rzędu błędów pomiaru współczesnych sieci, między innymi i sieci polskiej.

2.2.2. Metoda oceanograficzna

Metoda ta polega na wyznaczaniu zmian wysokości określonych punktów (reperów), zastabilizowanych trwale w przybrzeżnym pasie lądu, w stosunku do wyznaczonego z wieloletnich obserwacji średniego poziomu przyległego morza lub oceanu. Punkty te, a w praktyce — dla umożliwienia kontroli ich stabilności — grupy punktów, osadzone są w niedalekiej odległości od urządzeń pozwalających na odczytywanie (łata wodowskazowa), bądź automatyczną rejestrację (mareograf) zmiany poziomu morza.

Przy założeniu dobrej stabilizacji omawianych punktów kontrolnych (reperów) oraz stabilnego osadzenia urządzenia rejestrującego poziom morza, możemy mówić o wyznaczaniu ruchów przybrzeżnej części lądu w stosunku do średniego poziomu morza w danym rejonie.

Wyznaczenia współczesnych r.s.z. oparte o wyznaczony z długoletniego okresu czasu średni poziom morza, jako o niezmienny poziom odniesienia, określane są jako bezwzględne wyznaczenia r.s.z. (b e z w z g l ę d n e r. s. z.). Wyznaczenia oparte o inne poziomy odniesienia traktowane są jako względne (w z g l ę d n e r. s. z.) [28].

Ściśle biorąc, wyznaczenia r.s.z. oparte nawet o średni wieloletni poziom morza nie są wyznaczeniami odniesionymi do niezmiennego poziomu odniesienia. W grę wchodzi bowiem długookresowe zmiany poziomu ogólnej powierzchni wód mórz i oceanów, tzw. eustatyczne zmiany poziomu, wynikające ze zmieniającej się w sposób powolny ogólnej ilości wód w oceanie światowym.

Dla ilustracji podamy wielkości zmian eustatycznych wyznaczone przez kilku autorów [5]:

Thorarinsson (1940)	+ 0.5	(lub więcej)	mm/rok,
Gutenberg (1941)	+ 1.1	± 0.8	mm/rok,
Kuenen (1950)	+ 1.2	$\div 1.4$	mm/rok,
Dietrich (1954)	+ 1.14	± 0.28	mm/rok.

Z uwagi na małą wartość eustatycznych zmian poziomu morza i niepewność ich określenia, przy wielu wyznaczeniach współczesnych r.s.z. wartość ta nie jest uwzględniana.

Oceanograficzna metoda wyznaczania współczesnych r.s.z. w przybrzeżnym pasie lądu jest bardzo cenną metodą ilościową, pozwalającą na odniesienie wyznaczeń dokonywanych w różnych częściach kontynentu, a nawet na różnych kontynentach, do teoretycznie wspólnej powierzchni odniesienia (ocean światowy).

Błąd wyznaczania bezwzględnych r.s.z. tą metodą maleje wraz z wydłużaniem się okresu stałej rejestracji poziomu morza. Na skutek dużej zmienności poziomu (wpływ wiatru, zmiany ciśnienia i inne), średnia wartość roczna jest obarczona dużym błędem przypadkowym. Wartość średnią o błędzie średnim (M) rzędu 1 cm otrzymuje się dopiero po zestawieniu danych z około dwudziestoletniego okresu ciągłej rejestracji [28].

Opierając się na dwu takich sąsiednich, niezależnych okresach $\Delta T = 20$ lat, możemy określić średni błąd wyznaczenia prędkości bezwzględnego r.s.z. (m_v) z jednego punktu wodowskazowego, jak następuje:

$$\begin{aligned} \text{okres I} \quad \Delta T', \quad T'_{sr}, \quad M_I &\approx \pm 10 \text{ mm}, \\ \text{okres II} \quad \Delta T'', \quad T''_{sr}, \quad M_{II} &\approx \pm 10 \text{ mm}, \\ m_v &= \pm \frac{\sqrt{M_{II}^2 + M_I^2}}{T''_{sr} - T'_{sr}} \approx \pm \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{20} \approx \pm 0,7 \text{ mm/rok}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ocenę taką potwierdzają materiały uzyskane przez Hela [13].

2.2.3. Metoda hydrologiczna

Metoda hydrologiczna w zastosowaniu do badań współczesnych r.s.z. opiera się głównie na wyznaczaniu zmian poziomu wód stojących — lub o małym odpływie — o dużej powierzchni zwierciadła wody (jeziora), w stosunku do stałych punktów nadbrzeża. Wieloletnie i wielopunktowe obserwacje pozwalają na określenie systematycznej zmiany, tj. pochylania się zwierciadła wody w stosunku do otaczającego lądu. Biorąc za podstawę kolejne pary punktów leżących po przeciwnych brzegach jeziora (różne azymuty), można wykreślić sinusoidę, określającą kierunek i wielkość pochylania się lądu.

Badania takie dokonywano w Finlandii i w Stanach Zjednoczonych (rejon Wielkich Jezior), na obszarach podlegających ruchom poglacialnym [21].

2.2.4.. Metoda historyczno-kartograficzna

Opiera się ona na porównaniu danych co do ukształtowania terenu, z różnych, odległych od siebie okresów czasu. Będą to więc dane co do położenia poziomu budowli lub osad ludzkich w stosunku do sąsiadujących z nimi poziomów wód (jezior, rzek, mórz), dane co do linii brzegowej morza lub jeziora, zmiany w położeniu koryt rzecznych. Dane umożliwiające stwierdzenie tych ewentualnych zmian dostarczają kroniki, różnego rodzaju zapiski, stare mapy i szkice.

Metoda ta daje przeważnie materiał do badań współczesnych pionowych r.s.z., jednak z uwagi na to, iż posługuje się materiałem w pewnym sensie przypadkowym, nie wniosła dotychczas większego wkładu do tych badań.

2.2.5. Metoda grawimetryczna

Idea zastosowania pomiarów grawimetrycznych do badań współczesnych pionowych r.s.z. polega na wykorzystaniu zależności między wysokością punktu (H), a mierzonym w tym punkcie przyspieszeniem siły ciężkości (g). Zmiana wysokości punktu (∂H) uwidacznia się zmianą przyspieszenia siły ciężkości (∂g), a przy pomiarach różnicowych — zmianą wartości Δg .

Po odrzuceniu dalszych wyrazów [10], co powoduje błąd mniejszy niż 1/1000 całej wartości, otrzymujemy zależność:

dla pomiaru g na punkcie:

$$\partial H = -3.24 \cdot \partial g, \quad (2.4)$$

dla pomiaru Δg między punktami:

$$\partial h = -3.24 \cdot \partial \Delta g. \quad (2.5)$$

(H — w metrach, g — w miligalach)

Przy wyznaczaniu r.s.z. musimy oprzeć się na porównaniu pomiarów powtarzanych po długim okresie czasu, a więc — przy założeniu, że oba porównywane pomiary są jednakowo dokładne i przechodząc do błędów średnich — możemy napisać:

z porównania pomiarów g na punkcie:

$$m_{\Delta H} = \pm 3.24 \cdot \sqrt{2} \cdot m_g, \quad (2.6)$$

z porównania pomiarów Δg między punktami:

$$m_{\Delta h} = \pm 3.24 \cdot \sqrt{2} \cdot m_{\Delta g}. \quad (2.7)$$

Przyjmując, że grawimetry stacyjne (Tomaschek) uzyskują błędy pomiaru rzędu $m_g = \pm 0.001 \div 0.01$ mgal, a precyzyjne grawimetry polowe

rzędu $m_{\Delta g} = \pm 0.01 \div 0.05$ mgal, otrzymujemy w pierwszym przypadku średni błąd wyznaczenia zmiany wysokości punktu rzędu $m_{\Delta H} = \pm 0.5 \div 5$ cm, a w drugim — średni błąd wyznaczenia zmiany podwyższenia między punktami rzędu $m_{\Delta h} = \pm 5 \div 23$ cm.

Istnieje niebezpieczeństwo powiększenia się tych błędów na skutek zmian pola grawitacyjnego, w interwale czasu między porównywanymi pomiarami, spowodowanych np. przemieszczeniem się wewnątrz Ziemi mas o różnej gęstości.

Można spodziewać się, że grawimetry stacyjne, mimo ich wysokiej dokładności przy wyznaczaniu zmian krótkookresowych, wykażą niższą dokładność przy wyznaczaniu zmian g na podstawie obserwacji wieloletnich, głównie z przyczyn błędów instrumentalnych. Praktyczne zastosowanie mogą mieć powtarzane pomiary precyzyjnymi grawimetrami polowymi, w przypadku wyznaczeń r.s.z. na bardzo dużych obszarach kontynentów lub między kontynentami.

Dla porównania dokładnościowego z poprzednimi metodami, podamy przybliżony średni błąd wyznaczenia względnej prędkości pionowego r.s.z., na podstawie pomiaru grawimetrem polowym zmiany Δg między dwoma punktami, przy $\Delta T = 20$ lat. Otrzymujemy: $m_{\nu} \approx \pm \frac{10 \text{ cm}}{20 \text{ lat}} \approx \pm 5 \text{ mm/rok}$.

Do badań współczesnych r.s.z., prócz wyznaczeń zmian wielkości przyspieszenia siły ciężkości, zaczynają być wykorzystywane rejestracje zmian w położeniu linii pionu w danym punkcie. Do tego celu służy specjalny rodzaj wahadła poziomego (rosyjska nazwa „nakłonomier”, angielska „tiltmeter”), którego zastosowanie jest inne niż w badaniach sejsmicznych [3].

2.2.6. *Rola poszczególnych metod w kompleksowych badaniach współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej*

Po omówieniu poszczególnych metod stosowanych przy badaniach współczesnych pionowych r.s.z., postaramy się przedstawić w sposób syntetyczny ich rolę w kompleksowym ujęciu tych badań.

Jeśli kompleksowe badania ruchów dotyczą dużego obszaru — np. części kontynentu czy całego kontynentu — to na rolę poszczególnych metod w tych badaniach należy patrzeć pod kątem wielkości obszaru jaki może być opracowany daną metodą, pod kątem dokładności tej metody i charakterystycznego dla niej rozkładu błędów wyznaczenia, a także biorąc pod uwagę stopień trudności odniesienia wyznaczanych przez nią pionowych r.s.z. do ogólnie przyjętego stałego poziomu odniesienia.

W związku z tym co zostało powiedziane, dla kompleksowych badań współczesnych pionowych r.s.z., obejmujących duże obszary, można zaproponować następujący schemat (tabl. 2), obrazujący rolę różnych metod na podstawie ich udziału w poszczególnych etapach tych badań.

Tablica 2

Etap badań	Metoda
Oparcie wyznaczeń o stały poziom odniesienia	oceanograficzna
Powiązanie wyznaczeń ruchów ze stałym poziomem odniesienia	geodezyjna
Wyznaczenie ruchów na kontynencie	geodezyjna, hydrologiczna, historyczno-kartograficzna, grawimetryczna
Powiązanie oddzielnych wyznaczeń na kontynencie	geodezyjna, oceanograficzna, grawimetryczna
Powiązanie wyznaczeń między kontynentami	oceanograficzna, grawimetryczna
Interpretacja wyznaczeń r.s.z.	geologiczno-geomorfologiczne, sejsmiczna

C ZĘ Ś Ć I

ZASTOSOWANIE NIWELACJI PRECYZYJNEJ DO WYZNACZANIA WSPÓŁCZESNYCH PIONOWYCH RUCHÓW SKORUPY ZIEMSKIEJ

3. Zagadnienie projektowania sieci powtarzanej niwelacji precyzyjnej dla potrzeb badań współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej

Wpierw nim omówimy zagadnienie rachunkowego opracowania wyników powtarzanych pomiarów niwelacji precyzyjnej celem wyznaczenia najprawdopodobniejszych wielkości pionowych r.s.z., należy poruszyć zagadnienie projektowania sieci powtarzanej niwelacji, przeznaczonej dla potrzeb badań tych ruchów.

Warto zauważyć, że dotychczasowe materiały powtarzanych pomiarów niwelacyjnych, wykorzystywane do wyznaczeń r.s.z., nosiły charakter w pewnym sensie przypadkowy, to znaczy, że powstawały w wyniku pomiarów nie uwzględniających potrzeb wyznaczeń ruchów. Tak otrzymy-

wane materiały traciły wiele z swej możliwej do uzyskania wartości. Pełnowartościowy pod względem badań r.s.z. materiał niwelacyjny może być uzyskany, gdy oba powtarzane pomiary sieci zostaną wykonane, jako realizacja projektu, uwzględniającego potrzeby omawianych badań.

Zagadnienia projektowania były tematem oddzielnej publikacji [35], tutaj więc zwrócimy tylko uwagę na najbardziej istotne punkty.

Projekt sieci powtarzanej niwelacji powinien uwzględniać następujące zasadnicze elementy:

- możliwie jednolitą strukturę sieci, z wykorzystaniem linii istniejących,
- budowę geologiczną i tektoniczną obszaru, przez zaprojektowanie linii łączących główne jednostki strukturalne i przecinających je w kierunku prostopadłym do osi podłużnych, bądź do głównych linii nieciągłości (uskoki, nasunięcia),
- najkorzystniejszy w danym przypadku dobór punktów nawiazania (mareografów i wodowskazów morskich) pozwalających na możliwie pewne i wielopunktowe nawiazanie do poziomu odniesienia,
- lokalizację posadowienia na liniach niwelacyjnych reperów o odpowiedniej stabilizacji, w oparciu o analizę warunków geomorfologicznych i hydrologicznych danego terenu,
- lokalizację reperów fundamentalnych w zasięgu każdej większej jednostki strukturalnej budowy geologicznej obszaru,
- konieczność szybkiego i wysoko dokładnego każdorazowego pomiaru sieci, przy zachowaniu warunku powtarzania pomiarów poszczególnych linii w tych samych porach roku i po upływie w przybliżeniu jednakowo długich interwałów czasu między pomiarami.

Warunek jednakowo długich interwałów czasu między pomiarami (ΔT_i) wiąże się z zachowaniem jednolitej dokładności wyznaczenia różnic prędkości r.s.z. (ΔV_i) między końcowymi punktami linii niwelacji.

W związku z celowością uzyskania określonej minimalnej dokładności wyznaczenia prędkości współczesnych r.s.z., wynika zagadnienie minimalnego interwału czasu (ΔT_{min}) między powtarzanymi pomiarami niwelacji, który przy danych warunkach geodezyjnych (dokładność pomiaru niwelacji, wielkość sieci) pozwala już na zachowanie tej dokładności ([35], tabl. 1). Określony w oparciu o elementy geodezyjne minimalny interwał czasu powinien być zwiększony w celu wyeliminowania wpływu ruchów krótkookresowych (lokalne ruchy sezonowe), których wielkość nie daje się w sposób ogólny ująć liczbowo.

Dotychczasowe badania wykazują, iż interwał dłuższy niż 20 lat w wystarczający sposób eliminuje wpływ ruchów krótkookresowych z ogólnego obrazu współczesnych r.s.z. [18].

4. Sposoby geodezyjnego wyznaczania współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej

4.1. Wstęp

Przy normalnym wyrównywaniu sieci niwelacyjnych zakłada się z góry, że punkty węzłowe sieci są stałe, czyli że posiadają stałą prędkość ruchu pionowego, równą zeru,

$$V_i = \text{const.} = 0. \quad (4.1)$$

Przy wyznaczaniu współczesnych pionowych r.s.z., porównanie wyników dwu odległych w czasie pomiarów tej samej sieci niwelacji precyzyjnej daje wielkość pionowych przesunięć punktów w okresie czasu między pomiarami (ΔT). Wartość prędkości pionowych ruchów otrzymujemy zakładając jej stałość w rozpatrywanym interwale czasu, tj. zakładając że:

$$V_i = \text{const.} \quad (4.2)$$

Założenie to jest szczególnie słuszne dla dłuższych interwałów czasu ΔT . Wskazują na to zgodności między wartościami V_i wyznaczonymi metodą geodezyjną i innymi metodami [13], a także — porównania wartości V_i wyznaczonych dwukrotnie na podstawie 3 pomiarów sieci niwelacji [16]. Przy dostatecznie długim interwale czasu ΔT , rzędu dwudziestu lat, wyznaczona metodą geodezyjną średnia prędkość ruchu jest wielkością reprezentatywną dla współczesnych r.s.z. na danym obszarze, na skutek znacznego wyeliminowania wpływu krótkookresowych wahań tych ruchów, a także przez zmniejszenie wpływu błędów pomiaru niwelacji na wyniki wyznaczenia.

Jednocześnie należy zauważyć, że jakiegokolwiek założenie co do zależności pomiędzy prędkością i czasem musi być zrobione dla umożliwienia rachunkowego jej wyznaczenia. Założenie w formie (4.2) jest robione przy każdym geodezyjnym wyznaczaniu r.s.z. [18].

Ponieważ opracowanie nasze dotyczy dużych sieci niwelacji precyzyjnej, leżących na obszarze podlegającym wyraźnym r.s.z., wobec czego wpływ stosunkowo długiego interwału czasu (δt), potrzebnego na każdorazowy pomiar sieci, w porównaniu z interwałem czasu (ΔT) między kolejnymi pomiarami sieci, nie może być pominięty. Nie tylko bowiem w interwale czasu ΔT , ale też w interwale czasu potrzebnym na dokonanie pierwszego i drugiego pomiaru ($\delta t'$, $\delta t''$) następowały — lub mogły następować — uchwytne dla niwelacji zmiany wysokości. Okoliczność ta w wyraźny sposób odróżnia omawiane zagadnienie wyznaczeń pionowych r.s.z. na dużym obszarze od typowych zagadnień z dziedziny pomiarów od-

kształceń, dotyczących małego obszaru, gdzie pomiar niwelacyjny jest dokonywany w ciągu bardzo krótkiego interwału czasu i gdzie stosunek $\frac{\delta t}{\Delta T}$ jest wielkością małą.

Dobłą ilustrację stanu faktycznego, z którym musimy się dziś liczyć przy wykorzystywaniu dotychczasowych materiałów niwelacyjnych dla potrzeb współczesnych r.s.z., zawiera tabl. 3.

Tablica 3

Sieci Rok pomiaru	polskie		radzieckie ³⁾	
	1926–37 ¹⁾	1952–55 ²⁾	1902,5–40	1940–48
Interwał czasu:				
– pomiaru poligonu	1 ÷ 11	1 ÷ 2,5	7 ÷ 37,5	1 ÷ 7
przeciętnie	6	2	21	4
– pomiaru sieci (δT)	11	3,5	37,5	8
– między pomiarami	17 ÷ 29		7 ÷ 44,5	
przeciętnie (ΔT)	22		22	

(w latach)

¹⁾ Zestawienie dotyczy 23 poligonów (§ 5.4.).

²⁾ Dotyczy całej sieci, tj. 7 poligonów [24].

³⁾ Dotyczy 5 poligonów (rys. 12) [28].

W dużych sieciach niwelacji precyzyjnej, mierzonych w ciągu wielu lat, a obejmujących obszar podlegający wyraźnym r.s.z., przyjmowanie przy wyrównaniu sieci warunków wynikających z założenia stałości punktów w czasie pomiaru sieci, jak wynika z poprzednich rozważań, jest tylko pewnym przybliżeniem. Korzystanie z analogicznych warunków dla wyznaczenia r.s.z. byłoby więc takim samym przybliżeniem, dopuszczalnym jedynie w określonych warunkach.

Cechą charakterystyczną dla badań r.s.z. na dużym obszarze jest również i to, że nie jest tu możliwe obranie jakichkolwiek bezwzględnie stałych punktów oparcia, gdyż nie możliwe jest określenie a priori punktów, dla których bezwzględna prędkość ruchu byłaby równa zero ($V_i = 0$). Z tego powodu wyznaczone r.s.z. są albo wielkościami względnymi, odniesionymi do punktu przyjętego umownie za stały ($V'_0 = 0$), albo wielkościami bezwzględnymi wyznaczonymi w oparciu o punkt lub kilka punktów wyjściowych, których bezwzględne prędkości ruchu — ogólnie biorąc — nie są równe zero ($V_0 \neq 0$).

Przed przystąpieniem do omawiania sposobów geodezyjnego wyznaczania r.s.z., należy jeszcze zwrócić uwagę na fakt, iż ze względu na różnicowy charakter wyznaczenia, sprawa systemu wysokości i poprawek

uwzględniających nierównoległość powierzchni poziomowych, jest tu sprawą małej wagi. W przypadku bowiem operowania różnicami przewyższeń (Δh) nie trzeba wprowadzać żadnych poprawek ze względu na system wysokości. Jedynie przy porównywaniu wysokości punktów, uzyskanych z oddzielnych wyrównań dwu pomiarów sieci, należy w obu wypadkach wysokości te wyznaczyć w tym samym systemie wysokości (np. wysokości ortometryczne lub normalne [9]). Nie uwzględnienie poprawek ze względu na nierównoległość powierzchni poziomowych pociągnęłoby za sobą, w tym przypadku, wprowadzenie błędów systematycznych do wyrównywanej sieci i błędną ocenę dokładności pomiaru niwelacji.

— * —

Sposoby wykorzystania powtarzanych pomiarów niwelacji precyzyjnej do wyznaczenia współczesnych pionowych r.s.z. na dużym obszarze są różne i wynikają między innymi z jakości posiadanego materiału powtórnych niwelacji, z wielkości stosunku interwału czasu zużytego na każdorazowy pomiar sieci do interwału czasu między porównywanymi pomiarami, z założonej dokładności wyznaczenia r.s.z., a także z możliwości przyjęcia ogólnego założenia co do charakteru ruchów i wykorzystania tego założenia w toku opracowania rachunkowego.

Poniżej scharakteryzujemy pokrótce dwa sposoby (§ 4.2.), które — przy dużej wartości stosunku $\frac{\delta t}{\Delta T}$ — wyznaczają prędkości r.s.z. drogą kolejnych przybliżeń, a następnie szerzej — sposób przystosowany specjalnie do wyznaczeń r.s.z. w warunkach określonych założeniem, nie wymagającym stosowania kolejnych przybliżeń (§ 4.3.).

4.2. Wyznaczenie prędkości pionowych ruchów skorupy ziemskiej przy wykorzystaniu związków wynikających z założenia stałości punktów w czasie pomiaru sieci niwelacyjnej

W przypadku wyznaczeń r.s.z. na dużym obszarze, możliwym jest wykorzystanie dwu znanych lecz zmodyfikowanych tu sposobów, stosowanych do wyznaczania pionowych przesunień punktów [38].

P i e r w s z y s p o s ó b. — Porównanie wysokości wspólnych punktów dwu oddzielnie wyrównywanych sieci, odniesionych do wspólnego poziomu odniesienia i obliczonych w tym samym systemie wysokości.

Korzystamy wtedy z warunków:

— w metodzie spostrzeżeń warunkowych:

$$\begin{aligned} (h'_a + v'_a) + (h'_b + v'_b) + \dots &= 0, & \text{I pom.} \\ (h''_a + v''_a) + (h''_b + v''_b) + \dots &= 0, & \text{II pom.} \end{aligned} \quad (4.3)$$

— w metodzie spostrzeżeń pośrednich:

$$\begin{aligned}(H_{k_i}' + dH_{k_i}') - (H_{p_i}' + dH_{p_i}') &= h_i' + v_i', & \text{I pom.} \\ (H_{k_i}'' + dH_{k_i}'') - (H_{p_i}'' + dH_{p_i}'') &= h_i'' + v_i'', & \text{II pom.}\end{aligned}\quad (4.4)$$

D r u g i s p o s ó b. — Wyznaczenie przesunięć przez wyrównanie różnic przewyższeń wyznaczonych z dwu pomiarów sieci.

Korzystamy tu z warunków wyrażonych równaniami (4.5), przy metodzie spostrzeżeń warunkowych,

$$(\Delta h_a + v_a) + (\Delta h_b + v_b) + \dots = 0 \quad (4.5)$$

i równaniami (4.6), przy metodzie spostrzeżeń pośrednich.

$$(\Delta H_{k_i}^0 + d\Delta H_{k_i}) - (\Delta H_{p_i}^0 + d\Delta H_{p_i}) = \Delta h_i + v_i. \quad (4.6)$$

Biorąc pod uwagę stały ruch punktów o prędkości rzędu milimetrów na rok, równania te będą ściśle jedynie wtedy gdy założymy, iż każdy pomiar sieci był dokonany w czasie bardzo krótkim, mogącym być uważany za wspólny m o m e n t pomiaru. Za taki moment należy przyjąć średni moment każdego pomiaru sieci.

Z wyrównania otrzymamy wartości pionowych przesunięć punktów, a także ich średnie błędy. Chcąc otrzymać wyrównane wartości prędkości ruchu punktów, musimy wyrównane wartości przesunięć podzielić przez przyjęty średni interwał czasu (ΔT) między obu pomiarami sieci, zgodnie ze wzorem (4.7) lub (4.8).

$$V_i = \frac{H_i'' - H_i'}{T'' - T'} = \frac{\Delta H_i}{\Delta T} \quad (4.7), \quad \Delta V_i = \frac{\Delta h_i}{\Delta T} \quad (4.8)$$

Nie będą to jednak prędkości ostateczne, gdyż średni interwał (ΔT) będzie się różnił od rzeczywistych wartości ΔT_i dla każdej linii niwelacyjnej. Następnym etapem musi więc być wprowadzenie poprawek redukujących — ze względu na r.s.z. — wartości pomierzonych przewyższeń do przyjętych momentów odniesienia każdego pomiaru sieci. Tak zredukowane wartości poddamy ponownemu wyrównaniu, uzyskując następne przybliżenie wartości prędkości ruchu punktów węzłowych sieci. (Wzór na obliczenie poprawki redukcyjnej podany jest w II części pracy, § 5.2.).

Dalsze analogiczne postępowania doprowadzają do tego, że dwa kolejne wyznaczenia prędkości ruchu punktów będą różniły się o wielkości zaniedbywalne.

Przedstawiony tu sposób postępowania jest odmienny od sposobu kolejnych przybliżeń, stosowanego przez Kääriäinen [13] *) i ma przewagę

*) Pierwsze przybliżenie prędkości pionowych ruchów punktów otrzymuje Kääriäinen dzieląc uzyskane z pomiaru (nie wyrównane) zmiany przewyższeń linii przez odpowiadające tym liniom rzeczywiste interwały ΔT_i .

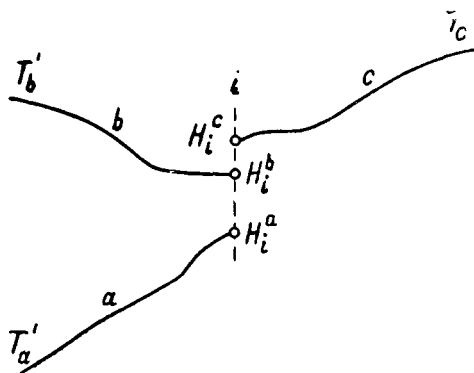
w przypadku gdy średnie błędy pomiaru niwelacji linii będą miały większy wpływ na wyznaczenie poprawki redukcyjnej ze względu na r.s.z., niż przyjęcie do ich pierwszego wyznaczenia średniego interwału ΔT .

Omówione tu sposoby są jednak kłopotliwe i należy traktować je jako adaptację, polegającą na wykorzystaniu stosowanych ogólnie w niwelacji równań, wynikających z warunków geometrycznych istniejących jedynie przy założeniu stałości punktów w czasie pomiaru sieci.

4.3. Wyznaczenie prędkości pionowych ruchów skorupy ziemskiej przy odrzuceniu założenia stałości punktów w okresie pomiaru sieci niwelacyjnej

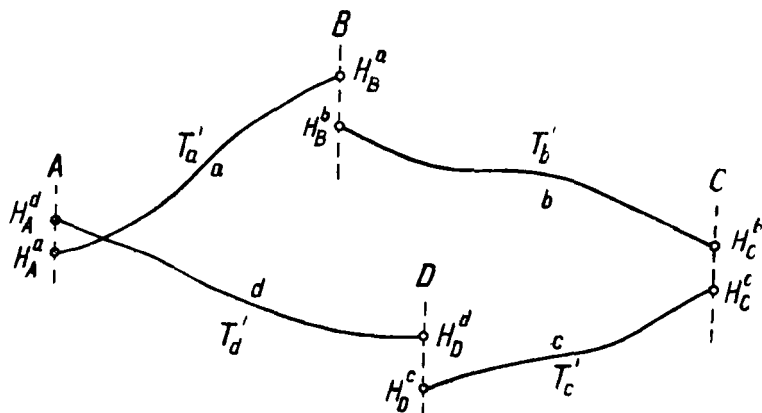
4.3.1. Wstęp

Przy dużej wartości stosunku interwału czasu potrzebnego na każdorazowy pomiar sieci do interwału czasu między tymi pomiarami $\left(\frac{\delta t}{\Delta T}\right)$, omawiane poprzednio sposoby wyznaczania r.s.z. (§ 4.2.) były sposobami wymagającymi kolejnych przybliżeń, na skutek nieuwzględnienia prze-



Rys. 4. Położenie punktu węzłowego (i), odpowiadające momentom pomiaru linii a, b, c.

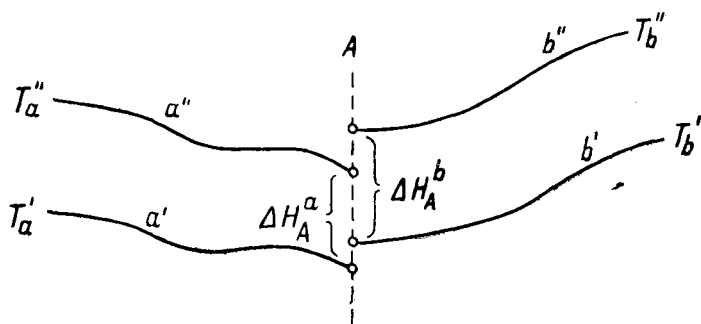
sunieć punktów w okresie pomiaru sieci. Warunki geometryczne wykorzystywane tam dla wyrównania sieci nie były w rzeczywistości ściśle zachowane. Rzeczywista sytuacja, wynikająca z niejednakowych momentów pomiaru poszczególnych linii sieci niwelacyjnych, może być przedstawiona schematycznie dla punktu węzłowego jak na rys. 4, oraz na



Rys. 5. Położenie końcowych punktów linii poligonu, odpowiadające momentom pomiaru poszczególnych linii.

rys. 5 — dla poligonu zamkniętego. Na rys. 4 kolejne położenia punktu i (H_i^a, H_i^b, H_i^c), usytuowane w linii pionu tego punktu, odpowiadają momentom pierwszego pomiaru linii a, b, c (T_a', T_b', T_c').

Na rys. 6 przedstawiono związki zachodzące na punkcie (A), w którym zbiegają się dwie linie (a, b), mierzone w różnym czasie podczas pierwszego i drugiego pomiaru sieci.



Rys. 6. Pionowe przesunięcia punktu A w interwałach czasu między powtarzanymi pomiarami linii (a, b).

Z założenia $V_i = \text{const.}$ wynika, że:

$$V_A = \frac{\Delta H_A^a}{\Delta T_a} = \frac{\Delta H_A^b}{\Delta T_b}, \quad (4.9)$$

a przy $\Delta T_a \neq \Delta T_b$, otrzymujemy oczywiście: $\Delta H_A^a \neq \Delta H_A^b$. Z nierówności tej widać, że — ogólnie biorąc — wielkość ΔH_i nie powinna być traktowana jako jedna niewiadoma.

W celu uniknięcia zwiększenia ilości niewiadomych, należy wykorzystać wypływające z przyjęcia założenia $V_i = \text{const.}$ ogólne związki:

$$\text{dla punktu:} \quad \Delta H_i = V_i \cdot \Delta T_i, \quad (4.10)$$

$$\text{dla przewyższenia:} \quad \Delta h_i = \Delta V_i \cdot \Delta T_i. \quad (4.11)$$

— * —

Zanim przejdziemy do omówienia sposobu postępowania dla wyznaczania prędkości r.s.z. metodą spostrzeżeń warunkowych i metodą spostrzeżeń pośrednich, przy odrzuceniu założenia stałości punktów w czasie pomiaru sieci, uczynimy dodatkowe założenia, upraszczające tok dalszych rozważań.

Przyjmijmy mianowicie, że interwał czasu potrzebny na pomiar każdej linii niwelacyjnej sieci jest na tyle krótki, iż można go utożsamić z jego średnim momentem (T_i), bez popełnienia błędu wpływającego na wynik wyznaczenia. Wszelkie więc nieciągłości w czasie pomiaru sieci występować będą między sąsiednimi liniami tej sieci, tj. na jej punktach węzłowych.

Przyjęcie tych założeń odpowiada stanowi faktycznemu, gdyż zwykle pomiar każdej linii niwelacyjnej jest dokonywany możliwie prędko, bez robienia przerw w pomiarze.

W uzasadnionych przypadkach przyjęte tu założenie może być uchylone. — Przerwa w pomiarze linii pociągnie za sobą konieczność podzielenia jej na części o różnych momentach średnich T_i .

4.3.2. Wyznaczenie metodą spostrzeżeń warunkowych*)

Dla ułożenia warunku poligonalnego korzystamy z założenia stałości prędkości ruchu każdego z końcowych punktów poszczególnych linii poligonu zamkniętego, nie robiąc jednak żadnych założeń co do znaku i wielkości tego ruchu.

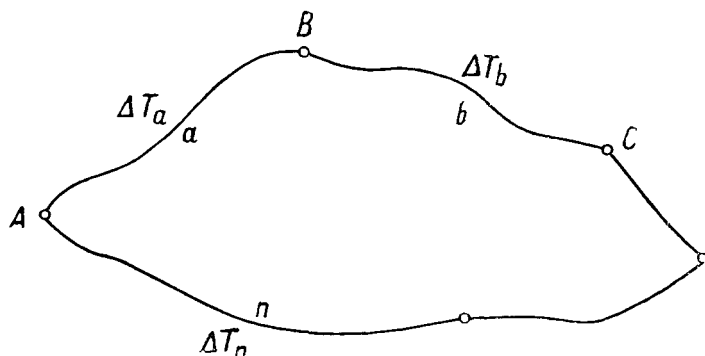
Możemy więc napisać równanie na sumę różnic prawdziwych prędkości w poligonie zamkniętym (rys. 7):

$$(\bar{V}_B - \bar{V}_A) + (\bar{V}_C - \bar{V}_B) + (\bar{V}_D - \bar{V}_C) + \dots + (\bar{V}_A - \bar{V}_N) = 0, \quad (4.12)$$

czyli:

$$\bar{\Delta V}_a + \bar{\Delta V}_b + \bar{\Delta V}_c + \dots + \bar{\Delta V}_n = 0. \quad (4.12a)$$

*) Sposoby wyznaczenia r.s.z. podane w p. 4.3.2. i 4.3.3. zostały krótko omówione w komunikacie na sympozjum w Lipsku [37], [38].



Rys. 7

Korzystając ze związku (4.11) mamy:

$$\frac{\overline{\Delta h_a}}{\Delta T_a} + \frac{\overline{\Delta h_b}}{\Delta T_b} + \frac{\overline{\Delta h_c}}{\Delta T_c} + \dots + \frac{\overline{\Delta h_n}}{\Delta T_n} = 0. \quad (4.13)$$

Zastępując wartość prawdziwą $\overline{\Delta h_i}$ przez wartość najprawdopodobniejszą, uzyskaną w wyniku wyrównania, i wyrażając ją przez wartość obserwowaną (Δh_i) oraz poprawkę ($v_{\Delta h_i}$), możemy napisać równanie warunkowe w postaci:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta T_a} \cdot v_{\Delta h_a} + \frac{1}{\Delta T_b} \cdot v_{\Delta h_b} + \dots + \frac{1}{\Delta T_n} \cdot v_{\Delta h_n} + \\ + \left(\frac{\Delta h_a}{\Delta T_a} + \frac{\Delta h_b}{\Delta T_b} + \dots + \frac{\Delta h_n}{\Delta T_n} \right) = 0. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Analogicznie, uważając ΔV_i za wielkość obserwowaną, a w rzeczywistości będącą prostą funkcją wielkości obserwowanej — Δh_i oraz traktowanej jako wielkość prawdziwa — wielkości ΔT_i , otrzymujemy:

$$v_{\Delta V_a} + v_{\Delta V_b} + \dots + v_{\Delta V_n} + (\Delta V_a + \Delta V_b + \dots + \Delta V_n) = 0. \quad (4.15)^*$$

Wyrażenia w nawiasach — wzór (4.14) i (4.15) — są wyrazami wolnymi równania warunkowego.

*) Równania warunkowe w formie (4.15) były już praktycznie wykorzystane przy wyznaczeniu r. s. z. [28].

Układając równania normalne korelat, oparte o równania warunkowe w formie (4.14), wielkościom Δh_i przypisujemy wagi:

$$p_i = \frac{K}{m_{\Delta h_i}^2}, \quad (4.16)$$

a wielkościom ΔV_i , z równań warunkowych w formie (4.15), wagi:

$$p'_i = \frac{K}{m_{\Delta V_i}^2} = \frac{K \cdot \Delta T_i^2}{m_{\Delta h_i}^2}. \quad (4.17)$$

Średni błąd $m_{\Delta h_i}$ określany jest na podstawie błędu pomiaru niwelacji, jako funkcja długości linii. W przypadku gdy oba pomiary sieci charakteryzował jednakowy średni błąd jednostkowy m_0 , mamy:

$$m_{\Delta h_i} = \pm m_0 \cdot \sqrt{2L_i}, \quad (4.18)$$

przy różnych błędach m_0 otrzymujemy:

$$m_{\Delta h_i} = \pm \sqrt{(m_0'^2 + m_0''^2) \cdot L_i}. \quad (4.18a)$$

Na skutek zależności między wagami:

$$p'_i = p_i \cdot \Delta T_i^2, \quad (4.19)$$

równania (4.14) i (4.15) prowadzą do tych samych współczynników równań normalnych korelat i tych samych wartości korelat, co łatwo udowodnić, biorąc pod uwagę ogólną postać równań normalnych korelat:

$$\begin{aligned} \left[\frac{aa}{p} \right] \cdot k_1 + \left[\frac{ab}{p} \right] \cdot k_2 + \dots &= \omega_1 \\ \left[\frac{ab}{p} \right] \cdot k_1 + \left[\frac{bb}{p} \right] \cdot k_2 + \dots &= \omega_2 \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (4.20)$$

Wartości odpowiednich poprawek $v_{\Delta h}$ oraz $v_{\Delta V}$ będą oczywiście różne, co widać z ogólnej postaci równań poprawek wyrażonych przez korelaty:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{a_1}{p_1} \cdot k_1 + \frac{b_1}{p_1} \cdot k_2 + \dots \\ v_2 &= \frac{a_2}{p_2} \cdot k_1 + \frac{b_2}{p_2} \cdot k_2 + \dots \\ \dots \end{aligned} \quad (4.21)$$

*) Można przyjąć $p_i = \frac{K}{L_i}$, jeśli nie trzeba porównywać wag pomiaru niwelacyjnego z wagami wyznaczenia prędkości ruchu punktów nawiazania (reperów przy mareografach).

Zachodzi między nimi związek:

$$v_{\Delta h_i} = \Delta T_i \cdot v_{\Delta V_i}. \quad (4.22)$$

Bardziej bezpośrednią, a więc wygodniejszą drogą dla wyznaczenia wyrównanych wartości ΔV_i , jest wykorzystanie równań warunkowych w formie (4.15)*).

Dalsze postępowanie dla wyznaczenia wyrównanych wartości ΔV_i , a następnie — V_i , oraz błędu średniego typowego spostrzeżenia:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[p v v]}{r}}, \quad (4.23)$$

gdzie: r — ilość równań warunkowych,
a ewentualnie — średniego błędu V_i po wyrównaniu, jako:

$$m_{V_i} = m_0 \sqrt{\left[\frac{\varphi \varphi}{p} \cdot q \right]}, \quad (4.24)$$

gdzie: φ_i — pochodne cząstkowe funkcji $F_i (\Delta V + v)$ względem wielkości obserwowanych,
nie wymaga specjalnego omówienia, gdyż nie odbiega w niczym od normalnie stosowanego postępowania, bez względu na to co jest niewiadomą i jaką formę mają równania warunkowe.

Sprawa nawiązania wyznaczenia prędkości r.s.z. do przyjętego poziomu odniesienia zostanie omówiona w § 4.4.

4.3.3. Wyznaczenie metodą spostrzeżeń pośrednich

Sposób wyznaczenia pionowych r.s.z. przy odrzuceniu założenia stałości punktów w czasie pomiaru sieci niwelacyjnej, omówiony poprzednio w odniesieniu do metody spostrzeżeń warunkowych (p. 4.3.2.), może być również rozwiązany metodą spostrzeżeń pośrednich.

Jeśli wyjdziemy ze wzoru:

$$\overline{\Delta H_{k_i}} - \overline{\Delta H_{p_i}} = \overline{\Delta h_i}, \quad (4.25)$$

wyrażającego zależność między prawdziwymi wielkościami zmian wysokości końcowych punktów linii i zmianą przewyższenia, wtedy możemy korzystając z zależności (4.10) napisać:

$$\Delta T_i \cdot \overline{V_{k_i}} - \Delta T_i \cdot \overline{V_{p_i}} = \overline{\Delta h_i}, \quad (4.26)$$

*) Równania w formie (4.14) są właściwie tymi samymi równaniami co równania (4.15), z tym, że prędkości ruchu zostały tu zastąpione przesunięciami na jednostkę czasu.

gdzie $\bar{V}_{k_i}$ i $\bar{V}_{p_i}$ są prawdziwymi prędkościami pionowego ruchu punktu końcowego i początkowego i -tej linii niwelacyjnej.

Dzieląc obie strony równania (4.26) przez ΔT_i , otrzymamy równanie przyrostu prędkości między końcowymi punktami linii:

$$V_{k_i} - V_{p_i} = \frac{\Delta h_i}{\Delta T_i} = \Delta V_i. \quad (4.27)$$

Jak w poprzednim przypadku (p. 4.3.2), przechodząc od wielkości prawdziwych do wielkości najprawdopodobniejszych, wyrażonych przez wielkości przybliżone lub obserwowane i ich poprawki, możemy napisać równania błędów wynikające z równań (4.26) i (4.27):

$$\Delta T_i \cdot dV_{k_i} - \Delta T_i \cdot dV_{p_i} + \Delta T_i \cdot (V_{k_i}^0 - V_{p_i}^0) - \Delta h_i = v_{\Delta h_i}, \quad (4.28)$$

oraz:

$$dV_{k_i} - dV_{p_i} + (V_{k_i}^0 - V_{p_i}^0) - \Delta V_i = v_{\Delta V_i}, \quad (4.29)$$

gdzie $v_{\Delta V_i}$ — poprawka do przyrostu prędkości między końcowymi punktami, wyznaczonego jako:

$$\Delta V_i = \frac{\Delta h_i}{\Delta T_i}. \quad (4.8a)$$

Równaniom błędów (4.28) i (4.29) przypisujemy wagi p_i i p'_i , określone uprzednio wzorami (4.16) i (4.17). W wyniku wagowania układ równań normalnych Gaussa:

$$\begin{aligned} [paa] \cdot dV_1 + [pab] \cdot dV_2 + \dots &= [pal] \\ [pab] \cdot dV_1 + [pbb] \cdot dV_2 + \dots &= [pbl] \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (4.30)$$

uzyskany z równań błędów w formie (4.28) lub (4.29), będzie identyczny. Z tego też względu o użyciu którejś z tych dwu form równań błędów może decydować wygoda rachunku.

Po rozwiązaniu układu równań normalnych (4.30), tj. po wyznaczeniu szukanych wartości dV_i , a następnie — wyrównanych wartości V_i , jako:

$$V_i = V_i^0 + dV_i, \quad (4.31)$$

możemy wyznaczyć średni błąd typowego spostrzeżenia:

$$m_{o_{\Delta h}} = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v_{\Delta h}^2]}{r - n}}, \quad \text{lub} \quad m_{o_{\Delta V}} = \pm \sqrt{\frac{[p' \cdot v_{\Delta V}^2]}{r - n}}. \quad (4.32)$$

gdzie:

r — ilość podwójnie pomierzonych linii niwelacyjnych,

n — ilość wyznaczanych punktów,

a następnie — średnie błędy wyznaczonych prędkości poszczególnych punktów, jako:

$$m_{v_i} = \pm m_0 \cdot 1/Q_{ii}^-, \quad (4.33)$$

gdzie: Q_{ii} — współczynnik wagowy i -tej niewiadomej.

— * —

Należy zauważyć, że tak jak przy wyrównywaniu dużych sieci niwelacyjnych, tak i przy wyrównywaniu sieci dwukrotnej niwelacji, za niewiadome w pierwszym etapie obliczeń traktuje się wielkości odnoszące się do całych linii niwelacyjnych lub do punktów węzłowych sieci. Prędkości ruchu punktów pośrednich, leżących na i -tej linii, otrzymujemy przez rozrzucenie poprawki prędkości dla całej linii (v_L) na poszczególne odcinki (l), zawarte między punktami pośrednimi. A więc:

$$v_l = \frac{p_l}{p_l} \cdot v_L = \frac{m_l^2}{m_L^2} \cdot v_L = \frac{l}{L} \cdot v_L. \quad (4.34)$$

4.3.4. *Konsekwencje uwzględnienia niejednoczesności pomiarów poszczególnych linii w sieci niwelacyjnej na obszarze podlegającym ruchom skorupy ziemskiej*

Konsekwencje wynikające z odrzucenia założenia stałości wysokości punktów ($V_i = \text{const.} = 0$) w okresie czasu pomiaru sieci i odrzucenia odpowiadających temu założeniu warunków (wzór (4.5) i (4.6)), a następnie — wykorzystania nowych warunków (wzór (4.15) i (4.29)), odpowiadających ogólniejszemu założeniu ($V_i = \text{const.}$), są bardzo poważne. Omówimy je pokrótce w odniesieniu do zagadnienia wyznaczania r.s.z.

1. Dla wyznaczenia prędkości ruchu punktów sieci niwelacyjnej — biorąc pod uwagę matematycznie ściśle spełnienie w toku obliczeń założenia $V_i = \text{const.}$, oraz warunku $[p'v_{\Delta V}^2] = \min$. — nie trzeba stosować metody kolejnych przybliżeń.

2. Prędkości ruchu punktów zostają wyznaczone ze ściśle określonych interwałów czasu (ΔT_i), bez korzystania z pomocniczej wielkości średniego interwału czasu (ΔT).

3. Postępowanie omówione w § 4.3. prowadzi do jednoczesnego zachowania warunku:

$$[p \cdot v_{\Delta h}^2] = \min. \quad \text{oraz} \quad [p' \cdot v_{\Delta V}^2] = \min. \quad (4.35)$$

i równości:

$$[p \cdot v_{\Delta h}^2] = [p' \cdot v_{\Delta V}^2], \quad (4.36)$$

przy dowolnych wartościach ΔT_i , czyli gdy $\Delta T_i \neq \Delta T_{i+1} \neq \Delta T$.

Dowodem jednoczesnego spełnienia dwu warunków minimum (4.35) jest fakt identyczności równań normalnych (4.30) dla wyznaczenia wielkości dV_i , wychodząc z równań błędów typu (4.28) lub (4.29). Identyczność tych minimów (4.36) wynika z zależności między wagami p_i oraz p'_i , wyrażonej wzorem (4.19), oraz ze związku $v_{\Delta h_i} = v_{\Delta V_i} \cdot \Delta T_i$, a w konsekwencji z dwustronnej równości:

$$[p \cdot v_{\Delta h}^2] = [k \cdot \omega] = [p' \cdot v_{\Delta V}^2], \quad (4.37)$$

gdzie:

k — korelata,

ω — wyraz wolny równania warunkowego.

Z równości (4.37) wynika też liczbową równość wielkości m_0 , wyznaczonej jako $m_{0\Delta h}$ oraz $m_{0\Delta V}$ (4.32), przy zachowaniu zależności (4.19)*.

Porównując opisane tu cechy wyznaczenia r.s.z. sposobem omówionym w § 4.3., ze sposobem ich wyznaczania omówionym w § 4.2. widzimy, że w tym drugim przypadku jednoczesność dwu minimum (4.35) występowała tylko przy dodatkowym warunku $\Delta T_i = \Delta T_{i+1}$, czyli przy założeniu $\Delta T_i = \text{const.}$ Dodatkowy ten warunek spełniany przez wprowadzenie pomocniczej wielkości średniego interwału czasu między porównywanymi pomiarami sieci (ΔT), sprowadzał równanie (4.5) do szczególnego przypadku ogólniejszego równania (4.14).

Korzystając przy wyrównywaniu sieci podwójnej niwelacji z warunku (4.5) — lub podobnego — otrzymuje się wyrównaną wielkość V_i (lub ΔV_i), dzieląc wyrównaną wielkość ΔH_i (lub Δh_i) przez interwał średni (ΔT). Dzielenie przez rzeczywiste, różne interwały (ΔT_i) prowadziłoby do otrzymania niewyrównanych wielkości ΔV_i . Właśnie ta nieidentyczność interwałów czasu pomiędzy dwukrotnymi pomiarami poszczególnych linii sieci, czyli gdy $\Delta T_i \neq \Delta T_{i+1} \neq \Delta T$ wymagała stosowania kolejnych przybliżeń oraz redukcji do momentów średnich każdego z dwu pomiarów sieci.

4. Poprawki $v_{\Delta h}$ określane w procesie wyznaczania wyrównanych wielkości V_i — omówionym w § 4.3. — nie zamykają sumy różnic

*) Zależność (4.19) nie zachodzi, gdy wielkość K — wzór (4.16) i (4.17) — zostanie przyjęta jako nieidentyczna w obu wypadkach (K, K'), co może mieć miejsce ze względów praktycznych.

przewyższeń w poligonie zamkniętym do zera. Nie zostaje więc spełniony warunek:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta h_i + v_{\Delta h}) = 0, \quad (4.38)$$

co jest oczywiste, gdyż jest on sprzeczny z warunkiem:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta V_i + v_{\Delta V}) = 0, \quad (4.39)$$

z uwzględnieniem którego sieć dwukrotnej niwelacji została wyrównana.

Wielkości niezamknięć sum różnic przewyższeń w poligonach zamkniętych (Δ_p^r), otrzymane z wyrównanych wielkości Δh , przy zachowaniu warunku (4.39), są funkcją: $\Delta_p^r = f(\Delta V_i + v_{\Delta V}, \Delta T_i)$.

Wielkość niezamknięcia sum różnic przewyższeń w poszczególnym poligonie (Δ_p^r) jest różnicą teoretycznych wielkości niezamknięć przewyższeń powstałych na skutek pionowych r.s.z. podczas pierwszego i drugiego pomiaru tego poligonu. Czyli:

$$\Delta_p^r = \Delta_p'' - \Delta_p'. \quad (4.40)$$

Dla każdego poligonu po wyrównaniu zachodzi związek:

$$\boxed{\sum_{i=1}^n (\Delta h_i + v_{\Delta h}) = \Delta_p^r.} \quad (4.41)$$

Szersze omówienie wielkości niezamknięcia poligonu, na skutek r.s.z. w interwale czasu każdego pomiaru tego poligonu, oraz sposobów jego wyznaczenia, zostanie podane w § 5.2.

Reasumując należy podkreślić, że sposobem przedstawionym w § 4.3. otrzymujemy jednoznaczne, wyrównane wartości prędkości r.s.z., przy jednoczesnym zachowaniu ogólnie przyjmowanego warunku $[pvv] = \min$. w stosunku do wielkości obserwowanych, tj. do różnic przewyższeń na poszczególnych liniach sieci dwukrotnej niwelacji. Uzyskuje się to na drodze ułożenia warunków uwzględniających zmiany położenia punktów w interwale czasu każdorazowego pomiaru sieci i przy przyjęciu stałości prędkości pionowego ruchu punktu w rozpatrywanym interwale czasu, które to założenie jest robione przy każdym wyznaczaniu prędkości r.s.z. metodą geodezyjną.

Przedstawiony sposób postępowania może — prócz badań r.s.z. — znaleźć zastosowanie i w innych analogicznych przypadkach, wszędzie gdzie wielkość obserwowana jest liniową funkcją czasu, a interwał czasu, potrzebny na pomiar całego zespołu obserwowanych wielkości, jest stosunkowo duży w porównaniu z interwalem czasu oddzielającym ponawiane pomiary.

4.4. Nawiązanie wyznaczenia pionowych ruchów skorupy ziemskiej do poziomu odniesienia

Metoda geodezyjna, za pomocą wyznaczenia zmian przewyższeń na liniach niwelacji precyzyjnej, wyznacza różnice prędkości ruchów końcowych punktów tych linii, jako:

$$\Delta V_i = \frac{\Delta h_i}{\Delta T_i}. \quad (4.8a)$$

Ponieważ operujemy tu różnicami prędkości, wobec tego zależność ta jest spełniana zarówno przez prędkości względne ($\Delta V'_i$), jak i bezwzględne (ΔV_i).

Wyznaczając prędkości względne (V'_i) poszczególnych punktów sieci dwukrotnej niwelacji, odnosimy je do obranego punktu (O'), którego poziom zostaje przyjęty jako stały poziom odniesienia. Mamy więc:

$$V'_{O'} = 0. \quad (4.42)$$

Ogólnie biorąc, dla i -tego punktu sieci będzie:

$$V'_i = V'_{O'} + \Delta V'_{O',i}, \quad (4.43)$$

uwzględniając jednak założenie (4.42) mamy:

$$V'_i = \Delta V'_{O',i}. \quad (4.44)$$

Jeśli teraz zostanie określona dla punktu odniesienia (O') względnych prędkości jego prędkość bezwzględna ($V_{O'}$), wtedy prędkości wszystkich punktów sieci mogą być wyznaczone jako prędkości bezwzględne:

$$V_i = V_{O'} + \Delta V'_{O',i} = V_{O'} + V'_i. \quad (4.45)$$

Ze względu na to, że wyznaczenie bezwzględnej prędkości ruchu punktu O' będzie się opierało na wyznaczonej metodą oceanograficzną (p. 2.2.2.) prędkości bezwzględnej punktu O (rys. 8), leżącego nad brzegiem morza, możemy napisać:

$$V_{O'} = V_O + \Delta V'_{O,O'}, \quad (4.46)$$

a podstawiając tą zależność do równości (4.45) otrzymujemy:

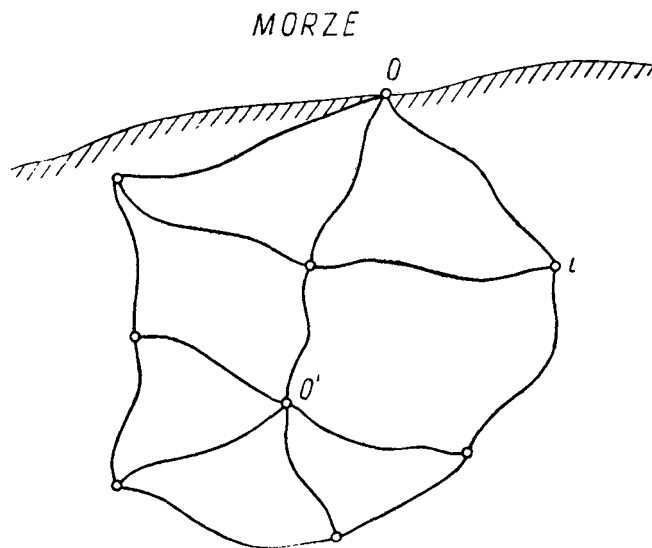
$$V_i = V_O + \Delta V'_{O,O'} + \Delta V'_{O',i}. \quad (4.47)$$

Jeśli jednak nowy punkt odniesienia, o określonej prędkości bezwzględnej, był włączony do wyrównania sieci, wtedy zachodzi związek:

$$\Delta V'_{O,O'} + \Delta V'_{O',i} = \Delta V'_{O,i} \quad (4.48)$$

i równość (4.47) przyjmuje postać:

$$V_i = V_O + \Delta V'_{O,i}. \quad (4.49)$$



Rys. 8

W przypadku wyznaczania względnych prędkości r.s.z., kiedy z reguły występuje jednopunktowe nawiązanie do poziomu odniesienia *) określenie błędu średniego wyznaczenia wartości V_i sprowadza się do określenia błędu wyznaczenia wartości $\Delta V'_{O',i}$ za pośrednictwem błędów pomiaru niwelacji, czyli:

$$m_{V'_i} = m_{\Delta V'_{O',i}}, \quad (4.50)$$

ponieważ:

$$m_{V'_0} = 0. \quad (4.51)$$

W przypadku wyznaczania bezwzględnych prędkości r.s.z., mogą mieć miejsce — o czym było w rozdz. 3 — wielopunktowe nawiązania do poziomu odniesienia (średniego poziomu morza) za pośrednictwem wyznaczonych bezwzględnych ruchów reperów przy mareografach i wodowskazach morskich, przy czym — z reguły bezwzględne prędkości ruchu punktów nawiązania nie będą równe zeru:

$$V_0 \neq 0, \quad (4.52)$$

a także — z uwagi na wielkość błędu wyznaczenia średniego poziomu morza (p. 2.2.2.) — należy przyjąć:

$$m_{V_0} \neq 0. \quad (4.53)$$

*) Pomijamy tu przypadek wyznaczania ruchów wyraźnie lokalnych, w którym ilość punktów odniesienia bywa większa. — Możliwość przyjęcia większej ilości punktów odniesienia — identyfikujących powierzchnię odniesienia — wynika z małych wielkości ruchów własnych tych punktów, w stosunku do wielkości wyznaczanych ruchów lokalnych.

Wyrównanie sieci dwukrotnej niwelacji precyzyjnej, dla wyznaczenia prędkości r.s.z., należy wtedy przeprowadzić z uwzględnieniem warunku:

$$\left[\frac{v_{AV}^2}{m_{AV}^2} \right] + \left[\frac{v_{V_0}^2}{m_{V_0}^2} \right] = \min., \quad (4.54)$$

czyli traktując wyznaczone wartości V_0 , jako wielkości obserwowane o średnim błędzie m_{V_0} [7]. W metodzie spostrzeżeń pośrednich będzie to wymagało dopisania dla każdego punktu nawiązania dodatkowego równania błędu typu:

$$dV_0 = v_0, \quad (4.55)$$

z odpowiednią wagą.

Uzmiennienie wielkości V_0 punktów nawiązania nie zmienia ilości spostrzeżeń nadliczbowych wyrównywanej sieci, gdyż ilość nowych nieświadomych odpowiada ilości nowych spostrzeżeń.

4.5. Przykład wyrównania prędkości pionowych ruchów skorupy ziemskiej metodą spostrzeżeń pośrednich z odrzuceniem założenia bezbłędności punktów nawiązania

Celem zilustrowania opisanego w p. 4.3.3. sposobu wyrównania prędkości pionowych r.s.z., obliczony został przykład oparty na fikcyjnym materiale obserwacyjnym.

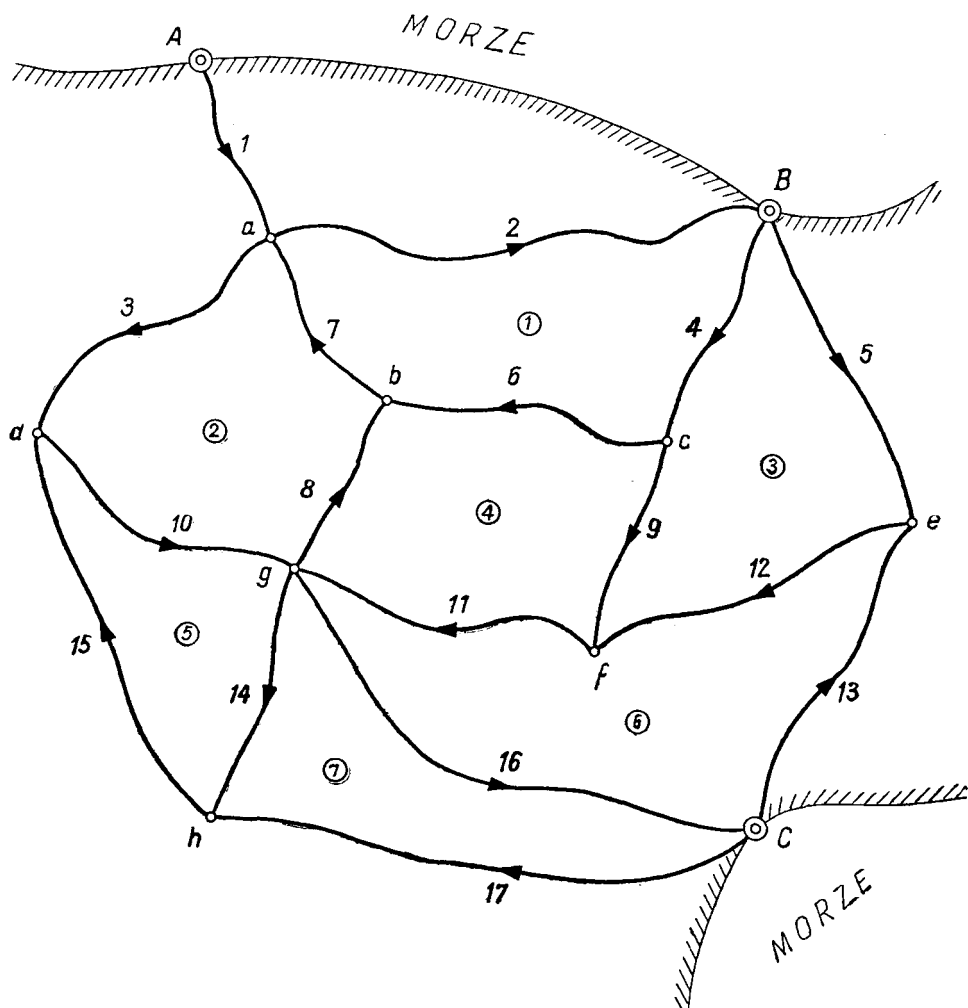
Sieć podwójnej niwelacji precyzyjnej (rys. 9) tworzy 7 zamkniętych poligonów i posiada 8 punktów węzłowych ($a, b, \dots, h$), dla których w pierwszym etapie wyznaczone są prędkości pionowych r.s.z. Sieć jest nawiązana do 3 punktów (A, B, C), których bezwzględne prędkości ruchu wyznaczone zostały metodą oceanograficzną. Prędkości ruchu tych punktów, ze względu na stosunkowo duże wielkości średnich błędów wyznaczenia, potraktowano jako wielkości obserwowane i włączono je do wyrównania.

Podamy teraz kolejne etapy wyrównania.

- Zestawienie wielkości wyjściowych (tabl. 4).
- Wyznaczenie wielkości średniego błędu jednostkowego pojedynczej niwelacji przed wyrównaniem (tabl. 5).

Wyznaczamy średni błąd jednostkowy różnicy dwu pomiarów ze wzoru:

$$m'_0 = \pm \sqrt{\frac{\left[\frac{f^2}{L} \right]}{n}},$$



Rys. 9. Szkic poligonów sieci niwelacyjnej dla wyznaczenia bezwzględnych ruchów skorupy ziemskiej. A, B, C — punkty nawiązania (mareografy).

gdzie:

f — niezamknięcie sumy różnic przewyższeń w zamkniętym poligonie, po uwzględnieniu przybliżonej wartości Δ_P^r , *)

L — długość obwodnicy, w km,

n — ilość poligonów, łącznie z zewnętrzną obwodnicą.

*) Przybliżoną wartość Δ_P^r obliczono jako $\Delta_P^r = f(V_{\text{przybl.}}, \Delta T_i)$, wg wzoru (5.11) wyprowadzonego i omówionego w p. 5.2.1.

Tablica 4

Nr obserwacji	Od punktu do punktu	ΔT_i lata	L km	$\Delta h_{pom.}$ mm	$\Delta V_{pom.} =$ $= \frac{\Delta h_{pom.}}{\Delta T}$	$p'_{\Delta V}$
1	2	3	4	5	6	7
1	$A - a$	14	110	+18,21	+1,301	0,89
2	$a - b$	25	320	+15,43	+0,617	0,98
3	$a - d$	23	190	+16,08	+0,699	1,39
4	$B - c$	25	160	+30,25	+1,210	1,95
5	$B - e$	23	210	+13,02	+0,566	1,26
6	$c - b$	18	150	-16,71	-0,928	1,08
7	$b - a$	20	100	-14,45	-0,722	2,00
8	$g - b$	19	120	+ 8,76	+0,461	1,50
9	$c - f$	21	110	+35,89	+1,709	2,00
10	$d - g$	18	180	- 2,11	-0,117	0,90
11	$f - g$	24	170	-62,43	-2,601	1,69
12	$e - f$	26	200	+40,55	+1,560	1,69
13	$C - e$	24	220	-36,91	-1,538	1,31
14	$g - h$	16	160	-31,07	-1,942	0,80
15	$h - d$	19	300	+29,26	+1,540	0,48
16	$g - C$	20	350	+60,47	+3,024	0,57
17	$C - h$	18	330	-72,88	-4,049	0,49
18	punkt A				$V_{pom.}$ +1,08	1,56
19	B				+2,96	1,00
20	C				+4,80	0,69

Tablica 5

Nr poligonu	L km	$f + \Delta_P^r$ mm	Δ_P^r mm	f mm	$\frac{f^2}{L}$
1	2	3	4	5	6
1	730	+14,52	+12	+ 2,52	0,0087
2	590	- 8,28	- 3	- 5,28	0,0473
3	680	-12,57	+ 8	-20,57	0,6222
4	550	- 1,07	-12	+10,93	0,2172
5	640	- 3,92	+ 3	- 6,92	0,0748
6	940	- 1,68	+ 4	- 5,68	0,0343
7	840	+18,66	+ 2	+16,66	0,3304
8	1570	+ 5,66	+14	- 8,34	0,0443
Σ					1,3792

Średni błąd jednostkowy różnicy dwu pomiarów:

$$m'_0 = \pm \sqrt{\frac{1,3792}{8}} = \pm 0,415 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}.$$

Średni błąd jednostkowy jednego pomiaru niwelacji:

$$m_{0niw.} = \pm \frac{m'_0}{\sqrt{2}} = \pm 0,293 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}.$$

c) Określenie wag ($p'_{\Delta V}$) wyznaczonych przyrostów prędkości (ΔV).

$$p_{\Delta V_i} = \frac{1}{m_{\Delta V_i}^2} = \frac{\Delta T_i^2}{m_{\Delta h_i}^2} = \frac{\Delta T_i^2}{m_{0niw.}^2 \cdot 2 \cdot L_i},$$

$$p'_{\Delta V_i} = \frac{\Delta T_i^2}{L_i} \cdot \frac{L_{\delta r}}{\Delta T_{\delta r}^2} = p_{\Delta V_i} \cdot K = \frac{\Delta T_i^2}{2 \cdot m_{0niw.}^2 \cdot L_i} \cdot K,$$

stąd:

$$K = \frac{2 \cdot L_{\delta r} \cdot m_{0niw.}^2}{\Delta T_{\delta r}^2},$$

$$L_{\delta r} = 199 \text{ km}, \quad \Delta T_{\delta r} = 20,8 \text{ lat},$$

przyjęto:

$$L_{\delta r} = 200 \text{ km}, \quad \Delta T_{\delta r} = 20 \text{ lat}.$$

Ostatecznie:

$$K = \frac{2 \cdot 200 \cdot m_{0niw.}^2}{400} = m_{0niw.}^2.$$

d) Określenie wag (p'_V) wyznaczonych prędkości punktów nawiązania (V_0).

Ponieważ:

$$p'_{\Delta V} = p_{\Delta V} \cdot m_{0niw.}^2,$$

więc:

$$p'_V = p_V \cdot m_{0niw.}^2 = \frac{1}{m_V^2} \cdot m_{0niw.}^2.$$

Przyjęto:	m_V	stąd: p'_V
Punkt A	$\pm 0.24 \text{ mm/rok},$	1.56
„ B	0.30 „	1.00
„ C	0.36 „	0.69

f) Zestawienie równań błędów.

Tablica 7

Punkt dV	a -0,170	b -0,177	c -0,260	d -0,323	e +0,201	f -0,079	g +0,112	h +0,237	A -0,062	B -0,131	C +0,331	l $\sqrt{p'} \cdot l$	S $\sqrt{p'} \cdot S$	v $\sqrt{p'} \cdot v$
1	+1 +0,943								-1 -0,943			-0,001 -0,001	-0,001 -0,001	-0,109 -0,103
2	-1 -0,990									+1 +0,990		-0,037 -0,037	-0,037 -0,037	+0,002 +0,002
3	-1 -1,179			+1 +1,179								+0,021 +0,025	+0,021 +0,025	-0,132 -0,155
4			+1 +1,396							-1 -1,396		-0,070 -0,098	-0,070 -0,098	+0,199 +0,278
5					+1 +1,122					-1 -1,122		-0,126 -0,141	-0,126 -0,141	+0,206 +0,232
6		+1 +1,039	-1 -1,039									-0,022 -0,023	-0,022 -0,023	+0,061 +0,063
7	+1 +1,414	-1 -1,414										-0,048 -0,068	-0,048 -0,068	-0,041 -0,058
8		+1 +1,225					-1 -1,225					+0,189 +0,232	+0,189 +0,232	-0,100 -0,122
9			-1 -1,414			+1 +1,414						-0,409 -0,578	-0,409 -0,578	-0,228 -0,322
10				-1 -0,949			+1 +0,949					-0,483 -0,458	-0,483 -0,458	-0,048 -0,045
11						-1 -1,300	+1 +1,300					-0,299 -0,389	-0,299 -0,389	-0,108 -0,140
12					-1 -1,300	+1 +1,300						+0,440 +0,572	+0,440 +0,572	+0,160 +0,208
13					+1 +1,145						-1 -1,145	+0,138 +0,158	+0,138 +0,158	+0,008 +0,009
14							-1 -0,894	+1 +0,894				+0,142 +0,127	+0,142 +0,127	+0,267 +0,239
15			+1 +0,692					-1 -0,692				+0,860 +0,593	+0,860 +0,593	+0,300 +0,205
16							-1 -0,755				+1 +0,755	-0,724 -0,547	-0,724 -0,547	-0,505 -0,382
17								+1 +0,700			-1 -0,700	-0,051 -0,036	-0,051 -0,036	-0,145 -0,102
18									+1 +1,249			0 0	+1,000 +1,249	-0,062 -0,077
19										+1 +1,000		0 0	+1,000 +1,000	-0,131 -0,131
20											+1 +0,830	0 0	+1,000 +0,830	+0,331 +0,275
Σ	0 +0,188	+1 +0,850	-1 -1,057	+1 +0,922	+1 +0,967	+1 +1,414	-1 -0,625	+1 +0,902	0 +0,306	0 -0,528	0 -0,260	-0,480 -0,669	+2,520 +2,410	

$$l = (V_k^0 - V_p^0) - \Delta V_{pom.}$$

$$m_{0\Delta V} = \pm \sqrt{\frac{[p' \Delta V \cdot vv]}{r - n}} = \pm \sqrt{\frac{0,710 \ 806}{20 - 11}} = \pm 0,281 \text{ mm/rok}$$

a) Obliczenie niewiadomych i ich średnich błędów

Tablica 8

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>l</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>S</i>
<i>a</i>	5,259	—1,999		—1,390					—0,889	—0,980		—0,090	1											+0,910
<i>b</i>	—1,999	4,580	—1,080				—1,501					+0,356		1										+1,356
<i>c</i>		—1,080	5,028			—1,999				—1,949		+0,704			1									+1,704
<i>d</i>	—1,390			2,770			—0,901	—0,479				+0,874				1								+1,874
<i>e</i>					4,260	—1,690				—1,259	—1,311	—0,721					1							+0,279
<i>f</i>			—1,999		—1,690	5,379	—1,690					+0,432						1						+1,432
<i>g</i>		—1,501		—0,901		—1,690	5,460	—0,799				—0,925							1					+0,075
<i>h</i>				—0,479			—0,799	1,768				—0,322								1				+0,678
<i>A</i>	—0,889								2,449			+0,001									1			+2,561
<i>B</i>	—0,980		—1,949		—1,259					5,188		+0,258										1		+2,258
<i>C</i>					—1,311		—0,570	—0,490			3,060	—0,569											1	+1,119
<i>a</i>	2,293	—0,872		—0,606					—0,388	—0,427		—0,039	+0,436											+0,397
<i>b</i>		1,954	—0,553	—0,270			—0,768		—0,173	—0,190		+0,165	+0,194	+0,512										+0,871
<i>c</i>			2,173	—0,069		—0,920	—0,195		—0,044	—0,945		+0,366	+0,049	+0,130	+0,460									+1,007
<i>d</i>				1,525		—0,042	—0,736	—0,314	—0,187	—0,246		+0,603	+0,210	+0,097	+0,021	+0,656								+1,586
<i>e</i>					2,064	—0,819				—0,610	—0,635	—0,349					+0,484							+0,135
<i>f</i>						1,965	—0,967	—0,007	—0,025	—0,702	—0,265	+0,259	+0,027	+0,063	+0,216	+0,014	+0,202	+0,509						+1,290
<i>g</i>							1,832	—0,566	—0,166	—0,650	—0,451	—0,018	+0,185	+0,301	+0,171	+0,271	+0,107	+0,269	+0,546					+1,831
<i>h</i>								1,162	—0,132	—0,387	—0,643	—0,121	+0,147	+0,173	+0,090	+0,309	+0,053	+0,134	+0,266	+0,861				+1,912
<i>A</i>									1,479	—0,313	—0,112	+0,088	+0,199	+0,126	+0,047	+0,141	+0,020	+0,051	+0,085	+0,077	+0,676			+2,566
<i>B</i>										1,575	—0,730	+0,448	+0,368	+0,375	+0,478	+0,324	+0,339	+0,381	+0,308	+0,227	+0,134	+0,635		+4,861
<i>C</i>											1,193	—0,395	+0,399	+0,462	+0,458	+0,484	+0,581	+0,525	+0,546	+0,610	+0,145	+0,389	+0,838	+6,234

$$dV_i \quad -0,170 \quad -0,177 \quad -0,260 \quad -0,323 \quad +0,201 \quad -0,079 \quad +0,112 \quad +0,237 \quad -0,062 \quad -0,131 \quad +0,331 \quad \sqrt{Q_{ii}} \quad 0,815 \quad 0,885 \quad 0,858 \quad 0,979 \quad 0,862 \quad 0,879 \quad 0,877 \quad 1,082 \quad 0,701 \quad 0,745 \quad 0,838$$

$$m_{Vi} = m_o \cdot \sqrt{Q_{ii}} \quad 0,229 \quad 0,249 \quad 0,241 \quad 0,275 \quad 0,242 \quad 0,247 \quad 0,246 \quad 0,304 \quad 0,197 \quad 0,209 \quad 0,235$$

- e) Zestawienie przybliżonych prędkości punktów, poprawek, prędkości wyrównanych i ich błędów średnich.

Tablica 6

Punkt	V^0	dV	V	m_v
1	2	3	4	5
<i>A</i>	+1,08	-0,062	+1,018	$\pm 0,197$
<i>B</i>	+2,96	-0,131	+2,829	0,209
<i>C</i>	+4,80	+0,331	+5,131	0,235
<i>a</i>	+2,38	-0,170	+2,210	0,229
<i>b</i>	+3,15	-0,177	+2,973	0,249
<i>c</i>	+4,10	-0,260	+3,840	0,241
<i>d</i>	+3,10	-0,323	+2,777	0,275
<i>e</i>	+3,40	+0,201	+3,601	0,242
<i>f</i>	+5,40	-0,079	+5,321	0,247
<i>g</i>	+2,50	+0,112	+2,612	0,246
<i>h</i>	+0,70	+0,237	+0,937	0,304

(w mm/rok)

- f) Zestawienie równań błędów (tabl. 7).

- g) Obliczenie poprawek do przybliżonych wartości prędkości ruchu punktów oraz ich średnich błędów (tabl. 8).

Szukane wartości poprawek dV_i wyznaczono z równań normalnych metodą pierwiastka krakowianowego [6], a średnie błędy niewiadomych za pomocą obliczenia odwrotności pierwiastka krakowianowego i ostatecznie jako:

$$m_{V_i} = \pm m_{0_{\Delta V}} \cdot \sqrt{Q_{ii}}.$$

Warto zauważyć, że przy przyjętym sposobie wagowania zachodzi równość: $m_{0_{\Delta V}} = m_{0_{niw.}}$. Łatwo to dowieść, gdyż:

$$\Delta V = \frac{\Delta h}{\Delta T}, \quad \text{stad: } m_{\Delta V} = \frac{m_{\Delta h}}{\Delta T} \quad \text{oraz: } m_{\Delta V_i} = \frac{m_{0_{niw.}} \cdot \sqrt{2 \cdot V \cdot L_i}}{\Delta T_i}.$$

Dla $m_{0_{\Delta V}}$ mamy:

$$m_{0_{\Delta V}}^2 = \frac{m_{0_{niw.}}^2 \cdot 2 \cdot L_{sr}}{\Delta T_{sr}^2} = \frac{m_{0_{niw.}}^2 \cdot 2 \cdot 200}{400} = m_{0_{niw.}}^2,$$

czyli: $m_{0_{\Delta V}} = m_{0_{niw.}}$ c.b.d.d.

- h) Zestawienie wyrównanych przyrostów prędkości oraz wyrównanych różnic przewyższeń (tabl. 9)

Tablica 9

Nr obser- wacji	$\Delta V_{pom.}$ mm/rok	v	$\Delta V_{wyr.}$	$\Delta h_{wyr.}$ mm
1	2	3	4	5
1	+1,301	-0,109	+1,192	+16,684
2	+0,617	+0,002	+0,619	+15,480
3	+0,699	-0,132	+0,567	+13,044
4	+1,210	-0,199	+1,011	+25,275
5	+0,566	+0,206	+0,772	+17,758
6	-0,928	+0,061	-0,867	-15,612
7	-0,722	-0,041	-0,763	-15,270
8	+0,461	-0,100	+0,361	+ 6,860
9	+1,709	-0,228	+1,481	+31,102
10	-0,117	-0,048	-0,165	- 2,974
11	-2,601	-0,108	-2,709	-65,022
12	+1,560	+0,160	+1,720	+44,710
13	-1,538	+0,008	-1,530	-36,718
14	-1,942	+0,267	-1,675	-26,798
15	+1,540	+0,300	+1,840	+34,960
16	+3,024	-0,505	+2,519	+50,370
17	-4,049	-0,145	-4,194	-75,490

Wartość $\Delta h_{wyr.}$ obliczono jako:

$$\Delta h_{wyr.} = \Delta h_{pom.} + v_{\Delta V} \cdot \Delta T.$$

i) Ostateczne sprawdzenia.

Sprawdzenie sumy wyrównanych przyrostów prędkości w zamkniętym poligonie.

$$\sum \Delta V_{wyr.} = 0.$$

Sprawdzenie, że dla zamkniętych poligonów po wyrównaniu zachodzi związek wyrażony wzorem (4.41), tj. że:

$$\sum \Delta h_{wyr.} = \Delta P^r,$$

przy czym w tym przypadku $\Delta P^r = f(V_{wyr.}, \Delta T_i)$.

W obliczonym przykładzie mamy: — tabl. 10.

Tablica 10

Nr poligonu	1	2	3	4	5	6	7
$\sum \Delta h_{wyr.}$	+9,87	-1,66	+6,09	-11,45	+5,19	+6,66	+1,68
ΔP^r	+9,88	-1,67	+6,10	-11,45	+5,19	+6,64	+1,69

(w mm)

Jak widzimy, wielkość $m_{0niw.}$ po wyrównaniu jest trochę mniejsza niż wyznaczona przed wyrównaniem, co można m.in. wytłumaczyć lepszą eliminacją wpływu r.s.z. na błąd niezamknięcia poligonów, po wyznaczeniu najprawdopodobniejszych wielkości r.s.z. ($V_{wyr.}$).

Średnie błędy punktów nawiązania wyznaczone z wyrównania są również mniejsze niż odpowiednie wartości przyjęte do wyrównania. Tłumaczyć to należy lepszą wewnętrzną zgodnością wielkości V_A , V_B i V_C i pomiarów Δh_i , niżby to wynikało z założonych błędów m_V punktów nawiązania.

— * —

Nie powtarzamy tu rachunku wyrównania metodą spostrzeżeń warunkowych (p. 4.3.2.), który prowadziłby do uzyskania tych samych wielkości niewiadomych i ich średnich błędów.

Wyrównanie polegałoby na ułożeniu równań warunkowych (4.15) dla 7 poligonów oraz 2 równań nawiązania między punktami A , B i C , typu:

$$(V_A + v_{V_A}) + \sum (\Delta V_n + v_{\Delta V_n}) - (V_B + v_{V_B}) = 0,$$

z wagami spostrzeżeń takimi jak przy metodzie spostrzeżeń pośrednich.

Średnie błędy niewiadomych należałoby wyznaczyć za pośrednictwem pochodnych cząstkowych (φ) funkcji:

$$V_i = F_i\{V_A + v_{V_A}, \sum (\Delta V_n + v_{\Delta V_n})\}$$

względem poszczególnych niewiadomych $\left(\varphi_A = \frac{\partial F_i}{\partial V_A}, \quad \varphi_n = \frac{\partial F_i}{\partial V_n} \dots\right)$.

Po obliczeniu wielkości $\left[\frac{a\varphi}{p}\right]$, $\left[\frac{b\varphi}{p}\right]$, ... $\left[\frac{\varphi\varphi}{p}\right]$, wyznaczamy wielkość $\left[\frac{\varphi\varphi}{p} \cdot q\right]$ i ostatecznie wartość m_{V_i} ze wzoru (4.24) [30].

CZĘŚĆ II

WPŁYW WSPÓŁCZESNYCH PIONOWYCH RUCHÓW SKORUPY ZIEMSKIEJ NA WYNIKI I WYZNACZANE BŁĘDY NIWELACJI PRECYZYJNEJ. ZAGADNIENIE REDUKCJI POMIARÓW

5. Wpływ współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wyniki i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej

5.1. Wstęp

Pomiar niwelacji precyzyjnej, jak i każdy inny pomiar, zawiera w sobie źródła błędów o charakterze systematycznym i przypadkowym.

W celu wyeliminowania tych błędów lub zmniejszenia ich wpływu na wyniki pomiaru, stosowana jest odpowiednia metoda obserwacji, zachowywane są warunki sprzyjające dobremu pomiarowi, a do otrzymywanych wyników wprowadzane są poprawki (np. poprawka łaty). Tak skorygowane wyniki niwelacji są podstawą dla określenia błędów, przyjmowanych ogólnie jako błędy pomiaru niwelacji i traktowanych jako ocena jej dokładności.

Wyznaczane błędy niwelacji — biorąc pod uwagę materiał z którego je uzyskujemy — można podzielić na trzy grupy. Będą to średnie błędy jednostkowe obliczone:

- a) z różnic pomiaru „tam” i „z powrotem” poszczególnych linii niwelacji,
- b) z niezamknięć poligonów sieci niwelacyjnej,
- c) z poprawek określonych przy wyrównaniu sieci.

Z reguły można stwierdzić, porównując wielkości tych błędów obliczonych dla danej sieci, że błąd wyznaczony z niezamknięć poligonów i z wyrównania sieci jest większy od błędu wyznaczonego na podstawie różnic wyników dwukrotnego pomiaru linii. Jest to spowodowane tym, że błąd wyznaczony z rozbieżności dwukrotnego pomiaru linii nie ujawnia wspólnych dla obu pomiarów błędów systematycznych, wykrywanych dopiero przez zespół warunków zamknięć poligonów sieci.

Za jeden z głównych czynników powodujących powstawanie błędu systematycznego niwelacji uważano dotychczas refrakcję ziemską. Ostatnio coraz większą rolę w powstawaniu błędu systematycznego niwelacji przypisuje się ruchom własnym niwelowanej powierzchni, czyli ruchom powierzchniowym skorupy ziemskiej. Oczywiście nie można tu mówić o błędzie systematycznym pomiaru niwelacji, gdyż przyczyna wykrywanych niezgodności wyników pomiaru w sieci niwelacyjnej tkwi poza pomiarem. Otrzymywany efekt jest jednak taki, jak gdyby poszczególne linie obarczone były błędem systematycznym, nie dającym się wyeliminować podwójnym pomiarem.

Powolne ale systematyczne ruchy niwelowanej powierzchni zwiększają wartość błędu niwelacji, obliczonego z niezamknięć poligonów i z poprawek uzyskanych z wyrównania sieci, i to w tym większym stopniu im dłużej trwał pomiar sieci. W tym właśnie sensie można mówić o wpływie ruchów powierzchni na błędy niwelacji.

Rozróżniamy zasadniczo trzy rodzaje systematycznych ruchów powierzchni skorupy ziemskiej:

- a) ruchy dzienne (p. 2.1.3.),

- b) ruchy okresowe, sezonowe (p. 2.1.1.) oraz
- c) wiekowe r.s.z. (p. 2.1.2.).

Z uwagi na kierunek niniejszej pracy, tematem której są współczesne wiekowe r.s.z., a także z uwagi na to, iż właśnie te ruchy wykazują cechy systematyczności w długich okresach czasu i na dużych przestrzeniach, rozpatrzmy jedynie wpływ tych ruchów na otrzymywane wyniki i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej.

Zagadnienie, które tu będziemy omawiać, może być w pewnym sensie uważane za zagadnienie pochodne w stosunku do zagadnienia badań r.s.z., gdyż opierać się musi na znajomości ich wielkości, z większym lub mniejszym przybliżeniem. Jednak już sama analiza teoretyczna pozwala na ocenę wagi znajomości r.s.z. oraz na ocenę wielkości ewentualnych poprawek ze względu na te ruchy, które powinny byłyby być wprowadzone do pomiarów sieci powstającej w ciągu wieloletniego okresu czasu.

Ponieważ dalsza analiza oparta będzie na podstawowym założeniu stałej prędkości r.s.z. w danym punkcie powierzchni Ziemi i w interesującym nas interwale czasu, przez to samo wnioski i zalecenia z niej wynikające będą miały pełne zastosowanie tam, gdzie stałość prędkości r.s.z. — w granicach założonego błędu wyznaczenia — będzie zachowana na przestrzeni interwału czasu pomiędzy dwoma pomiarami niwelacji, służącymi do wyznaczenia tych ruchów.

Pierwsze praktyczne kroki w kierunku wprowadzenia poprawek ze względu na współczesne r.s.z. zostały już zrobione. Poprawki takie wprowadzone zostały mianowicie w części północnej (Szwecja, Norwegia, Finlandia) Połączonej Europejskiej Sieci Niwelacji (U. E. L. N. — United European Levelling Net) [27].

Zagadnienie wpływu systematycznych pionowych r.s.z. na wyniki i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej było już przez autora rozpatrywane w oddzielnej publikacji [34]. Pozwoliło to obecnie na pominięcie niektórych wyprowadzeń podstawowych wzorów, a także umożliwia odsyłanie czytelnika do podanych tam przykładów, ilustrujących tok obliczeń i wielkości wpływu r.s.z. na wyniki niwelacji.

5.2. Wpływ współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wielkość błędu niezamknięcia poligonu niwelacyjnego

Odwołując się do przyjętych w publikacji [34] oznaczeń i wyprowadzonych tam wzorów, można wyrazić wysokość punktu A w dowolnym momencie (T_i) jako:

$$H_A^i = H_A^0 + V_A \cdot (T_i - T_0), \quad (5.1)$$

a przewyższenie między końcowymi punktami linii AB jako:

$$h_{AB}^i = h_{AB}^0 + (V_B - V_A) \cdot (T_i - T_0), \quad (5.2)$$

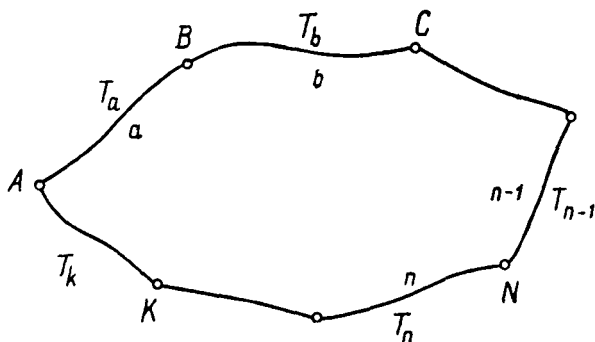
gdzie wielkość $(V_B - V_A) \cdot (T_i - T_0)$ jest poprawką redukcyjną, redukującą wielkość przewyższenia linii w momencie T_0 do momentu T_i .

Z uwagi na to, że warunek sumy przewyższeń w zamkniętym poligonie:

$$\sum h_i = 0 \quad (5.3)$$

jest spełniony tylko dla określonego momentu, wobec czego — w przypadku nierównoczesnych pomiarów poszczególnych linii — występuje teoretyczne niezamknięcie poligonu (Δ_P) na skutek r.s.z.

Możemy napisać dwa wzory na określenie wielkości Δ_P , korzystając z symboliki podanej na rys. 10.



Rys. 10

Wyrażając niezamknięcie poligonu zmianami wysokości końcowych punktów linii poligonu w interwałach czasu między pomiarami sąsiednich linii, możemy napisać:

$$\Delta_P = \sum_{N=A}^K V_N \cdot (T_{n-1} - T_n) = \sum_{N=A}^K \Delta H_N^{(n-1)-n}. \quad (5.4)$$

Wyrażając niezamknięcie poligonu zmianami przewyższeń na poszczególnych liniach poligonu w interwałach czasu między momentami ich pomiaru (T_n) i przyjętym wspólnym momentem odniesienia (T_0), mamy:

$$\Delta_P = \sum_{N=A}^K \Delta V_{N,N+1} \cdot (T_n - T_0) = \sum_{N=A}^K \Delta h_{N,N+1}^{n-0}. \quad (5.5)$$

Wzory (5.4) i (5.5) mogą mieć różne zastosowanie.

Przykłady obliczeń wielkości teoretycznego niezamknięcia poligonu (Δ_P) na skutek r.s.z. podane zostały w publikacji [34] (tabl. 1 i 2).

5.2.1. Dwukrotny pomiar poligonu niwelacyjnego

Przy wyznaczaniu r.s.z. (rozdz. 4), kiedy porównujemy przewyższenia poszczególnych linii, określone z dwu pomiarów sieci, bardzo cenną jest znajomość — początkowo przybliżona — wpływu r.s.z. na niezamknięcie sum różnic przewyższeń w zamkniętym poligonie. Przybliżona wartość tego niezamknięcia spowodowanego r.s.z. (Δ_P^f) służy do właściwej oceny błędów pomiaru niwelacji, a ostatecznie wyznaczona, ścisła jej wartość, daje możliwość kontroli rachunku (§ 4.5.).

Wartość Δ_P^f , równą różnicy wartości Δ_P , obliczonych oddzielnie dla dwu pomiarów poligonu, można wyznaczyć w oparciu o wzór (5.5). Będziemy mieli:

$$\Delta_P^f = \Delta_P'' - \Delta_P' = \sum \Delta V_{N,N+1} \cdot (T_n'' - T_0) - \sum \Delta V_{N,N+1} \cdot (T_n' - T_0), \quad (5.6)$$

a ostatecznie:

$$\Delta_P^f = \sum_{N=A}^K \Delta V_{N,N+1} \cdot (T_n'' - T_n'), \quad (5.7)$$

czyli:

$$\Delta_P^f = \sum_{N=A}^K \Delta V_{N,N+1} \cdot \Delta T_n = \sum_{N=A}^K \Delta h_{N,N+1}^{\Delta n}. \quad (5.8)$$

Uzyskaliśmy więc wzór na wartość niezamknięcia sumy różnic przewyższeń w zamkniętym poligonie, wyrażoną przez zmiany przewyższeń na poszczególnych liniach poligonu, w interwałach czasu między momentami pierwszego i drugiego ich pomiaru.

Analogicznie, jak poprzednio w przypadku jednego pomiaru poligonu, możemy wyprowadzić drugi wzór na wartość Δ_P^f , wychodząc ze wzoru (5.4).

$$\Delta_P^f = \Delta_P'' - \Delta_P' = \sum V_N \cdot (T_{n-1}'' - T_n'') - \sum V_N \cdot (T_{n-1}' - T_n'), \quad (5.9)$$

ale:

$$T_n'' - T_n' = \Delta T_n, \quad T_{n-1}'' - T_{n-1}' = \Delta T_{n-1}, \quad (5.10)$$

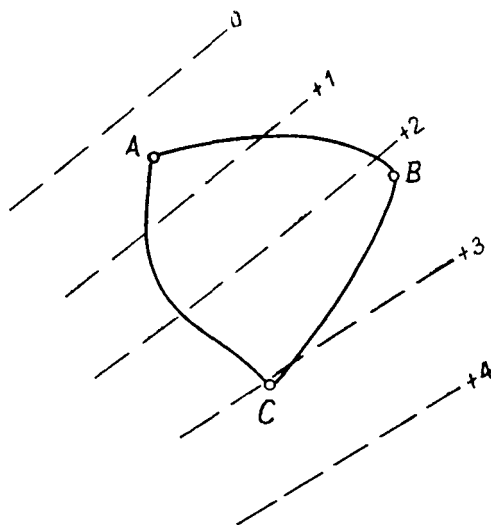
więc:

$$\Delta_P^f = \sum_{N=A}^K V_N \cdot (\Delta T_{n-1} - \Delta T_n) = \sum_{N=A}^K \Delta H_N^{\Delta(n-1) - \Delta n}. \quad (5.11)$$

Wzór (5.11) wyraża teoretyczną wartość niezamknięcia sumy różnic przewyższeń w zamkniętym poligonie przez zmiany wysokości punktów końcowych linii poligonu w interwałach czasu równych różnicom interwałów czasu między powtarzanymi pomiarami sąsiednich linii poligonu.

Niezależne użycie wzoru (5.8) oraz (5.11) daje kontrolę rachunku wielkości Δ_P^r .

Przykład 1. Obliczamy teoretyczną wartość niezamknięcia Δ_P^r sumy różnic przewyższeń wyznaczonych z dwu pomiarów poligonu (rys.11).



Rys. 11. Poligon niwelacyjny na tle izolinii prędkości r.s.z.

Rachunek przeprowadzimy wzorem (5.8) — tabl. 11 — oraz wzorem (5.11) — tabl. 12.

Tablica 11

Nr punktu	V_N mm/rok	$\Delta V_{N,N+1}$ mm/rok	T_n'' rok	T_n' rok	ΔT_n lata	$\Delta V_{N,N+1} \cdot \Delta T_n$ mm
A	+1,5					
B	+2,2	+0,7	1954	1929	25	+17,5
C	+3,1	+0,9	1955	1927	28	+25,2
A		-1,6	1953	1931	22	-35,2
Σ		0				+ 7,5

Tablica 12

Nr punktu	V_N mm/rok	T_n'' rok	T_n' rok	ΔT_n lata	$\Delta T_{n-1} - \Delta T_n$ lata	$V_n \cdot (\Delta T_{n-1} - \Delta T_n)$ mm
A	+1,5	1954	1929	25	-3	- 4,5
B	+2,2	1955	1927	28	-3	- 6,6
C	+3,1	1953	1931	22	+6	+18,6
Σ					0	+ 7,5

5.3. *Analiza wielkości i charakteru błędów spowodowanych niewprowadzeniem redukcji ze względu na współczesne ruchy skorupy ziemskiej.*
Porównanie z błędami pomiaru niwelacji

Zanim przejdziemy do właściwego tematu tego paragrafu, wprowadzimy parę upraszczających zapis oznaczeń.

Analogicznie do błędu niezamknięcia poligonu, na skutek r.s.z. w interwale czasu jego pomiaru, który oznaczyliśmy przez Δp , błąd powstający na skutek niewprowadzenia do przewyższenia poszczególnej linii poprawki, redukującej wielkość pomierzoną do obranego momentu odniesienia, oznaczmy jako Δ_L .

Będzie więc oczywiście:

$$\Delta p = \sum_{n=a}^k \Delta_{L_n}, \quad (5.12)$$

gdzie:

$$\Delta_{L_n} = \Delta V_{N,N+1} \cdot (T_n - T_0). \quad (5.13)$$

Dla odróżnienia od interwału czasu między dwoma pomiarami n -tej linii ($T_n'' - T_n' = \Delta T_n$), interwał czasu między pomiarem poszczególnej linii i odpowiadającym temu pomiarowi momentem odniesienia sieci (T_0) — zwykle momentem średnim — oznaczmy jako:

$$T_n - T_0 = \Delta t_n. \quad (5.14)$$

Wtedy możemy napisać:

$$\Delta_{L_n} = \Delta V_{N,N+1} \cdot \Delta t_n = \Delta V_n \cdot \Delta t_n. \quad (5.15)$$

Wielkości poprawek redukcyjnych, jakie powinny być ze względu na r.s.z. wprowadzone do zamknięć poligonów i przewyższeń linii, oznaczmy odpowiednio jako R_p i R_L , gdzie:

$$R_p = -\Delta p, \quad R_L = -\Delta_L. \quad (5.16)$$

Dotychczas analizowaliśmy teoretycznie zmiany, jakie r.s.z. wprowadzają do położenia punktów niwelacyjnych i przewyższeń między nimi,

nie rozpatrując ich jednak na tle wymagań i dokładności samego pomiaru niwelacji precyzyjnej. Wprowadzenie długości linii (L_n), jako elementu analizy, da możliwość oszacowania wielkości spodziewanego błędu pomiaru niwelacji. Dla uogólnienia analizy wprowadzimy jeszcze dodatkowe pojęcie gradientu prędkości r.s.z., jako wielkości przyrostu prędkości na jednostkę odległości między porównywanymi punktami.

Możemy więc napisać:

$$\partial V = \Delta V_0 = \frac{\Delta V_n}{L_n} \cdot L_0. \quad (5.17)$$

Jako jednostkę odległości przyjmujemy $L_0 = 100$ km.

Błędy spowodowane niewprowadzeniem poprawek redukcyjnych ze względu na r.s.z., korzystając z pojęcia gradientu, można przedstawić dla linii — w oparciu o wzór (5.15) — w sposób następujący:

$$\Delta_{L_n} = \Delta t_n \cdot \partial V_n \cdot \frac{L_n}{L_0}. \quad (5.18)$$

Jako kryterium dla oceny dopuszczalnych błędów niwelacji, wynikłych z błędów przypadkowych samego pomiaru, stosuje się wzór w formie:

$$m_{niw.} = \pm c \cdot \sqrt{L}. \quad (5.19)$$

Jest to forma uproszczona, jednak — ze względu na swój ogólny charakter — przydatna dla celów naszej analizy.

Przyjmując dla c dopuszczalną wartość ± 2 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ [29] oraz gradient r.s.z. na jednostkę długości równą $L_0 = 100$ km, otrzymamy dla linii:

$$\frac{\Delta_{L_n}}{m_{niw.L}} = \pm \frac{\Delta t_n \cdot \partial V_n \cdot \sqrt{L_n}}{2} \% . \quad (5.20)$$

Wartości tego stosunku (wyrażone w procentach) dla różnych długości linii od 30 do 250 km i różnych wartości interwałów redukcyjnych (Δt_n) od 0,5 do 10 lat, przy przyjęciu gradientu ruchów $\partial V = 1$ mm/rok/100 km, przedstawione zostały w publikacji [34] w postaci tabl. 4. Te same wartości podane w tablicy uzyskujemy również, jeżeli stały argument $\partial V = 1$ mm/rok/100 km zastąpimy stałym argumentem $\Delta t = 1$ rok, a zmienny argument Δt — zmiennym argumentem ∂V o odpowiednim liczbowo zakresie.

Jak wynika z tej tablicy nawet na linii w przeciętnym stopniu podlegającej r.s.z. ($\partial V \approx 1$ mm/rok/100 km), już po upływie 5 lat zmiany przewyższeń mogą być równe błędowi pomiaru tej linii ($2 \div 3$ razy mniejszemu od błędu dopuszczalnego).

5.3.1. Wyznaczenie przeciętnych wartości gradientu prędkości ruchów skorupy ziemskiej dla obszaru Polski i Finlandii

Z uwagi na to, iż w dotychczasowej analizie (§ 5.3.) korzystaliśmy z zakładanych teoretycznie wielkości gradientu r.s.z., celowe było określenie ich rzeczywistej wielkości. W tym celu wykorzystane zostały mapki współczesnych r.s.z. opracowane dla obszaru Polski [20] i Finlandii [18]. Obszar Finlandii pod względem r.s.z. jest zdecydowanie odmienny od terenu Polski, gdyż ruchy wznoszące na tym obszarze są wyraźnie pochodzenia poglacialnego, czyli noszą charakter glacialno-izostatyczny (p. 2.1.2.1.).

Przeciętna wielkość gradientu r.s.z. została wyznaczona drogą określenia przyrostów ΔV między końcowymi punktami boków siatki kwadratów, którą pokryto mapki r.s.z. analizowanych obszarów. (Dla Polski mapka w skali 1 : 4 mil., dla Finlandii — 1 : 6.5 mil.). Boki kwadratów odpowiadały 100 km.

Z otrzymanych tą drogą 53 wartości gradientu dla terenu Polski wyznaczono przeciętny gradient r.s.z., wynoszący $\partial V_P = 0.55$ mm/rok/100 km. Z 43 odpowiednich wartości na terenie Finlandii uzyskano przeciętny gradient r.s.z. $\partial V_F = 1.11$ mm/rok/100 km. Poszczególne wartości gradientów dla obszaru Polski zawarte były w granicach $0 \div 1.5$ mm/rok/100 km, a dla Finlandii w granicach $0.3 \div 2.0$ mm/rok/100 km. Oczywiście na wybranych, krótszych odcinkach gradienty były znacznie większe. I tak np. na terenie Polski w rejonie Mławy $\partial V \approx 1.5$ mm/rok/40 km, a w rejonie Zamościa $\partial V \approx 2.0$ mm/rok/60 km, na terenie Finlandii — $\partial V \approx 1.7$ mm/rok/50 km.)*

5.3.2. Wpływ błędów spowodowanych niewprowadzeniem redukcji ze względu na współczesne ruchy skorupy ziemskiej

Błąd niezamknięcia poligonu (Δ_P), wynikający z r.s.z. na obszarze objętym niwelacją, ma charakter błędu systematycznego i jest niezależny od błędów pomiaru niwelacji. Wielkość jego zależy od wielkości gradientu r.s.z. oraz od zróżnicowania momentów pomiaru poszczególnych linii poligonu.

Porównując stosunki błędów Δ_P i Δ_L do przewidywanych błędów pomiaru niwelacji, stwierdzamy na podstawie zebranych materiałów, że z reguły dla każdego poligonu będzie spełniona nierówność:

$$\left| \frac{\Delta_P}{\sqrt{\sum_{n=a}^k L_n}} \right| < \left| \frac{\Delta_{L_n}^{max.}}{\sqrt{L_n}} \right|. \quad (5.21)$$

*) Gradienty wyznaczone na obszarze Związku Radzieckiego osiągają w niektórych rejonach górskich wielkość $\partial V = 12$ mm/rok/100 km [4].

Jest to między innymi skutkiem tego, iż suma czynników $\Delta V_{N,N+1}$, występujących we wzorze na wielkość Δ_P (5.5), jest równa zeru.

Dotychczas, otrzymywany — jako suma pomierzonych przewyższeń poszczególnych linii*) — błąd niezamknięcia poligonu (f_h) jest przypisywany błędowi pomiaru niwelacyjnego tego poligonu ($m_{niw.p}$), czyli przyjmuje się:

$$f_h = m_{niw.p} \quad (5.22)$$

W rzeczywistości jednak wielkość f_h zawiera w sobie również i systematyczny wpływ r.s.z., czyli wielkość Δ_P .

Jest więc:

$$f_h = m_{niw.p} + \Delta_P. \quad (5.23)$$

Z powyższego wynika, że właściwą ocenę średniego błędu pomiaru niwelacji należałoby opierać na wielkości:

$$m_{niw.p} = f_h - \Delta_P, \quad (5.24)$$

a w przypadku porównywania dwu pomiarów poligonu — na wielkości**):

$$m_{niw.2p} = f_{\Delta h} - \Delta_P^r. \quad (5.25)$$

Wpływ r.s.z. na zmiany przewyższeń linii sieci niwelacyjnej w czasie jej pomiaru — jeśli prędkości r.s.z. zostały wyznaczone — powinien być wyeliminowany przed wyrównaniem sieci, jako źródło błędów systematycznych. Sprowadza się to do wprowadzenia poprawek (R_L) redukujących wielkości pomierzone (przewyższenia linii) do wspólnego momentu odniesienia.

Tak więc, warunek zamknięcia poligonu będzie miał ogólną postać:

$$\sum_{n=a}^k (h_n + v_n) - \Delta_P = 0, \quad (5.26)$$

czyli:

$$\sum_{n=a}^k (h_n + R_{L_n} + v_n) = 0. \quad (5.27)$$

Niewprowadzenie redukcji R_{L_n} przed wyrównaniem, spowodowałoby, że w toku wyrównania wielkościom ($R_{L_n} + v_n$) przypisywałoby się charakter poprawek, wynikających na skutek błędów pomiaru.

*) Po uwzględnieniu poprawki łąty i poprawki ze względu na nierównoległość powierzchni poziomowych.

**) Z zależności tej korzystano w § 4.5. przy wstępnym określeniu średniego błędu pomiaru niwelacji.

Jak już wspomnieliśmy uprzednio (5.21), błąd niewprowadzenia redukcji do przewyższenia pomierzonej linii, w stosunku do przypadkowego błędu pomiaru niwelacji, bywa zdecydowanie większy od analogicznego stosunku wyznaczonego dla całego poligonu. Na fakt ten — prócz wymienionej już uprzednio przyczyny — ma wpływ i to, że wielkość Δ_P jest zależna tylko od interwału czasu między pomiarami sąsiednich linii danego poligonu ($T_{n-1} - T_n$). Natomiast wielkości Δ_L są zależne od przyjętego momentu odniesienia (T_0), który — np. przyjęty jako wspólny dla pomiarów całej sieci — może się znacznie różnić od momentów pomiaru poszczególnych linii sieci (T_i). Będzie więc przeważnie:

$$(T_{n-1} - T_n) < (T_n - T_0). \quad (5.28)$$

O ile w przypadku poligonu niewprowadzenie poprawki ze względu na wielkość Δ_P nie powodowało błędu niezamknięcia poligonu po wyrównaniu, bowiem wartość Δ_P zawarta jest w wielkości f_h (5.23), o tyle poprawki (v_n) do przewyższeń poszczególnych linii, bez uwzględnienia redukcji R_L , są obarczone błędami.

Przykład 2. Przedstawimy poniżej poprawki redukcyjne zamknięć poligonów (R_P) w porównaniu z wielkościami dopuszczalnych błędów niwelacji (5.19), dla fragmentu sieci niwelacyjnej (rys. 12) użytej w ZSRR do wyznaczenia współczesnych r.s.z. [28]. Przykład ten (tabl. 13), jako oparty na materiale faktycznym, daje dobre rozeznanie w wielkościach poprawek, ze względu na r.s.z., z jakimi w praktyce niwelacyjnej można się liczyć.

Jako kryterium porównawcze przyjęto dopuszczalny błąd pomiaru niwelacji $\pm 2 \text{ mm} \sqrt{L}$ (L — w km).

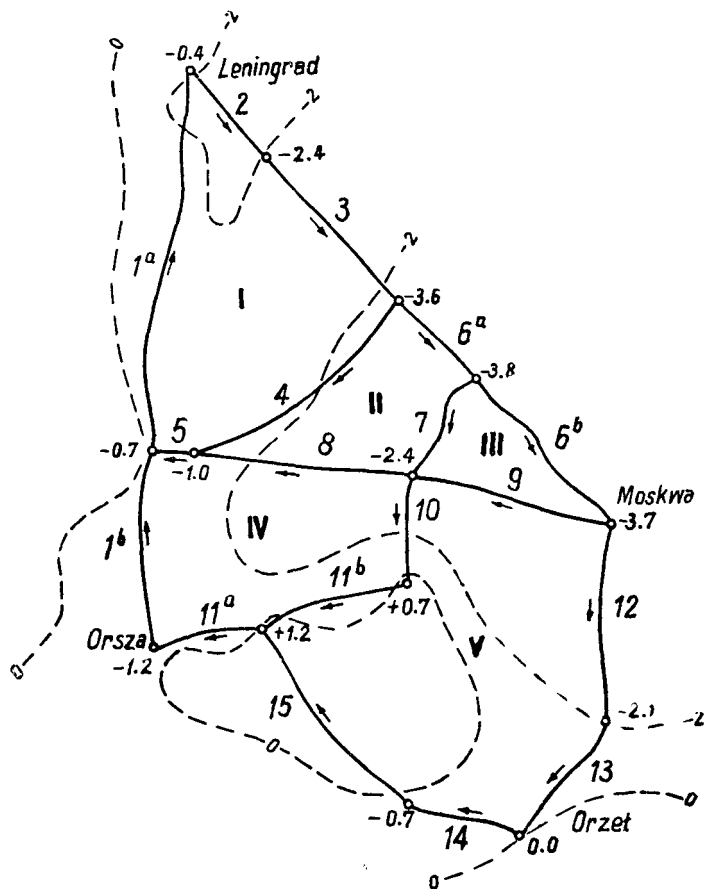
Teren objęty rozpatrywaną siecią niwelacji podlegał ruchom o prędkości od $+ 1.2$ do $- 3.8 \text{ mm/rok}$.

Wielkości poprawek redukcyjnych zamknięć poligonów (R_P) — zesta-

Tablica 13

Poligon	Długość obwodnicy L km	Okres pomiaru rok	Poprawka redukcyjna R_P mm	$\left \frac{R_P}{2\sqrt{L}} \right $ %
I	1240	1913–36	+ 18,7	26,6
II	890	1918–28	+ 15,7	26,3
III	500	1918–25	– 9,2	20,5
IV	920	1913–40	– 16,7	27,6
V	1420	1902.5–40	+109,3	145,0

wione w tabl. 13 dla pierwszego pomiaru sieci*) — w czterech poligonach wahały się w granicach od -16.7 mm do $+18.7$ mm i nie przekraczały 28% dopuszczalnego średniego błędu pomiaru niwelacji. Dla piątego poligonu poprawka redukcyjna jest znacznie większa ($+109.3$ mm) i odpowiada 145% dopuszczalnego błędu pomiaru niwelacji.



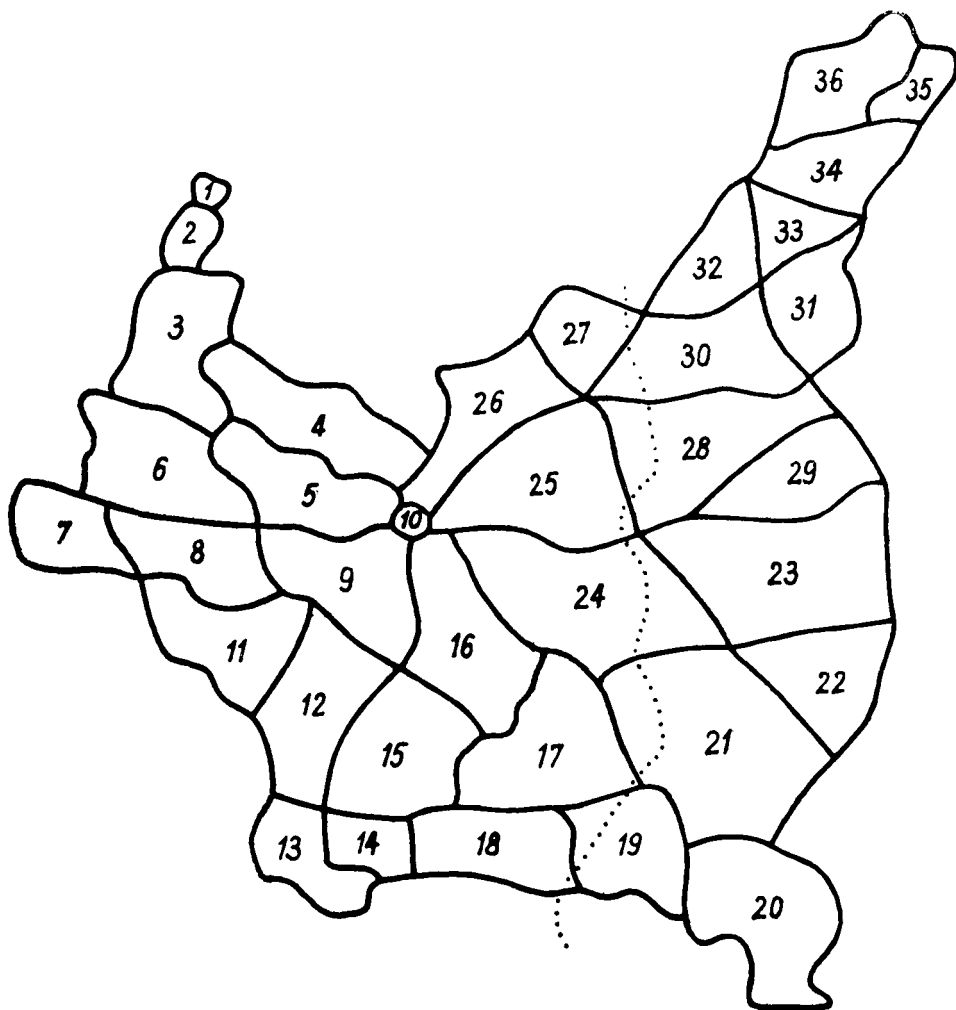
Rys. 12. Szkic sieci dwukrotnej niwelacji na tle izolinii prędkości r.s.z.

Jak widać z powyższego przykładu, niewprowadzenie redukcji ze względu na r.s.z. może spowodować wyraźne obniżenie oceny dokładności pomiaru niwelacji, opierającej się na wartościach niezamknięć poligonów sieci, a następnie — na wielkościach poprawek uzyskanych w toku jej wyrównania.

*) Drugi pomiar tego fragmentu sieci był dokonany w latach 1940—48 (tabl. 3).

5.4. Analiza wpływu redukcji ze względu na współczesne ruchy skorupy ziemskiej na wielkości niezamknięć poligonów polskiej sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu (pomierzonej w latach 1926—37)

Materiał zawarty w przykładzie 2 wykazał, że poprawki redukcyjne ze względu na r.s.z. mogą w praktyce osiągać duże wartości i wpływać wyraźnie na zmianę oceny błędów pomiaru niwelacji. Byłoby rzeczą bardzo cenną sprawdzenie tego faktu, przez porównanie wartości niezamknięć poligonów przed i po wprowadzeniu poprawek redukcyjnych. Ponieważ dla sieci wykorzystanej w przykładzie 2 brak było pełnych danych, umożliwiających taką analizę, wykorzystano w tym celu polską międzywojenną



Rys. 13. Szkic poligonów sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu, pomierzonej w latach 1926—37.

sięć niwelacji precyzyjnej I rzędu, pomierzoną w latach 1926—37 (rys. 13) [11], [23].

Materiał ten, biorąc pod uwagę cel opracowania, posiadał jednak następujące mankamenty:

1. Obliczane dla poligonów sieci poprawki redukcyjne były małe, ze względu na znacznie mniejsze niż w poprzedniej sieci interwały między pomiarami sąsiednich linii poligonu (dla sieci polskiej $(T_{n-1} - T_n)_{\max} = 11$ lat) oraz ze względu na małe prędkości r.s.z. na obszarze Polski [20].

2. Wykorzystywane do wyznaczenia poprawek redukcyjnych prędkości ruchu końcowych punktów linii niwelacyjnych były mało dokładne, a czasem zupełny brak danych dla jakiegoś punktu zmuszał do stosowania przybliżonych rozwiązań.

3. Wielkość r.s.z. dla punktów węzłowych tej sieci, musiały być określane na podstawie dwu różnych wyznaczeń, polskich [20] i radzieckich [28].

Wszystkie te fakty obniżały wartość materiału i wagę rezultatów analizy, nie mniej materiał ten dawał już możliwość pierwszego praktycznego sprawdzenia celowości wprowadzania omawianych redukcji.

Na ogólną ilość 36 poligonów sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu, dla 23 poligonów można było wyznaczyć poprawki redukcyjne (R_p). Dla pozostałych 13 poligonów brak było kompletnych danych lub były to poligony stosunkowo małe.

Poprawki redukcyjne poligonów zostały obliczone w oparciu o wzór (5.4), jako $R_p = -\Delta_p$. Przykładowo obliczenie takie dla poligonu Nr 6 podajemy w tabl. 14.

Tablica 14

Nr poligonu	Nazwa punktu	V_N mm/rok	T_n rok	$T_{n-1} - T_n$ rok	$V_N \cdot (T_{n-1} - T_n)$ mm
6	Kosztowo	-0,6		0	0
	Podgórz	0,0	1937	+11	0
	Krośniewice	+0,3	1926	-11	-3,3
	Kostrzyń	+0,8	1937	+ 1	+0,8
	Poznań	+0,4	1936	- 1	-0,4
	Pobórka W.	-0,6	1937	0	0
Σ				0	-2,9

Wartości poprawek redukcyjnych (R_p) dla 16 poligonów oparte były o polskie wyznaczenie względnych r.s.z. [20], a dla 7 poligonów — na radzieckim wyznaczeniu bezwzględnych r.s.z. [28].

W przypadku gdy wyznaczenie prędkości r.s.z. dla jednego z końcowych punktów linii poligonu było bardzo niepewne, lub gdy określenie

prędkości ruchu tego punktu pochodziło z innego wyznaczenia niż pozostałych punktów poligonu, punkt taki był wyłączany. Powodowało to konieczność przyjęcia średniego momentu pomiaru dla obu sąsiednich linii.

Tablica 15

Nr poligonu	L km	Pomiar rok	f_h mm	R_p mm	$f_h + R_p$ mm	$ (6) - (4) $ mm
1	2	3	4	5	6	7
3	475	1936-37	+27,5	-0,3*	+27,2	-0,3
4	563	1929-37	-24,2	-0,5*	-24,7	+0,5
5	507	1926-37	- 2,4	-0,8	- 3,2	+0,8
6	510	1926-37	-13,5	+2,9*	-10,6	-2,9
7	350	1935-37	+12,8	-0,2*	+12,6	-0,2
8	456	1935-37	+43,2	+0,4	+43,6	+0,4
9	508	1927-37	+19,7	-1,8	+17,9	-1,8
11	521	1935-37	- 9,0	-0,6*	- 9,6	+0,6
12	573	1927-37	-43,7	+1,1	-42,6	-1,1
13	429	1933-37	+ 1,8	+1,5	+ 3,3	+1,5
14	297	1933-37	- 8,7	+0,6	- 8,1	-0,6
16	557	1928-36	+11,6	+0,4	+12,0	+0,4
17	557	1930-37	-43,8	-5,2	-49,0	+5,2
21	600	1931-37	+10,0	-5,1*	+ 4,9	-5,1
22	409	1930-36	+20,6	+3,8	+24,4	+3,8
23	634	1929-31	+11,4	-1,6*	+ 9,8	-1,6
24	654	1928-35	-27,7	+2,2	-25,5	-2,2
25	532	1928-36	+ 5,1	-1,8	+ 3,3	-1,8
26	527	1928-36	+38,0	-3,9	+34,1	-3,9
30	520	1927-32	+33,9	+0,2	+34,1	+0,2
31	435	1930-36	-11,8	-4,8*	-16,6	+4,8
32	376	1927-36	-34,3	+1,0*	-33,3	-1,0
33	355	1930-33	+25,6	-1,2*	+24,4	-1,2

(Gwiazdka w rubryce 5 oznacza pewniejsze wyznaczenie redukcji niż w pozostałych przypadkach).

W tabl. 15 zestawiono: wartości niezamknięć poligonów (f_h) uzyskane z pomiaru (po uwzględnieniu poprawek ortometrycznych normalnych), wartości poprawek redukcyjnych ze względu na r.s.z. (R_p), wartości niezamknięć poligonów po wprowadzeniu redukcji ($f_h + R_p$), a także wartości o które zmniejszyły się (znak minus) lub powiększyły (znak plus) bezwzględne wartości niezamknięć poligonów po wprowadzeniu redukcji.

Analizując uzyskany materiał stwierdzamy, że na ogólną ilość 23 poligonów w 13 przypadkach (57%) po wprowadzeniu poprawek redukcyjnych nastąpiło zmniejszenie wartości niezamknięcia poligonu. W tych 13 poligonach niezamknięcia zmniejszyły się ogółem o 23,7 mm, co sta-

nowi 57% sumy bezwzględnych wartości wszystkich poprawek redukcyjnych ($\Sigma |R_p| = 41.9$ mm).

Robiąc analogiczne porównanie dla 10 poligonów, w których wartości poprawek redukcyjnych obliczone zostały z najbardziej pewnych wyznaczeń prędkości r.s.z., otrzymujemy jeszcze większą przewagę ilości przypadków zmniejszenia niezamknięć (7 przypadków, tj. 70%) i większą przewagę wartości poprawek redukcyjnych zmniejszających błędy niezamknięć poligonów (suma wartości poprawek zmniejszających — 12.3 mm, tj. 68% ogólnej sumy bezwzględnych wartości poprawek).

Jak widzimy, zarówno biorąc pod uwagę wszystkie redukowane poligony, czy też tylko 10 mających najbardziej pewne dane, w obu wypadkach uzyskaliśmy zmniejszenie sumy błędów niezamknięć poligonów. Można by więc uważać to za praktyczne potwierdzenie realnej wartości wprowadzonych redukcji.

Z drugiej strony należy pamiętać, że opracowany materiał nie stanowi pewnej podstawy dla formułowania ostatecznych wniosków. Wielkości poprawek redukcyjnych w wielu przypadkach były niepewne na skutek błędów wyznaczenia prędkości r.s.z., które to błędy — w stosunku do małych prędkości r.s.z. na tym obszarze — stanowią znaczny procent.

Wielkości poprawek redukcyjnych były tu małe, w porównaniu z błędami pomiaru niwelacji. Porównując ogólną sumę bezwzględnych wartości niezamknięć poligonów poprawionych o wielkości R_p (474.8 mm) z sumą bezwzględnych wartości poprawek redukcyjnych (41.9 mm) stwierdzamy, że niezamknięcia poligonów spowodowane błędami pomiaru niwelacji były przeciętnie dziesięciokrotnie większe niż poprawki redukcyjne wynikłe z r.s.z. (Ten sam stosunek otrzymujemy dla wybranych 10 poligonów: 173.7 mm oraz 18.2 mm).

Znając wyznaczony powyżej stosunek obu wielkości oraz zakładając, że poprawki redukcyjne były w każdym przypadku prawdziwe — to znaczy, że przy bezbłędnych pomiarach niwelacyjnych redukowałyby do zera błąd niezamknięcia poligonu, powstały na skutek r.s.z. — można obliczyć teoretyczną wielkość prawdopodobieństwa z jakim występować będą redukcje zmniejszające wielkości niezamknięć poligonów, powstałych w wyniku błędów pomiaru niwelacji, noszących charakter przypadkowy.

Prawdopodobieństwo (p) obliczymy jako stosunek ilości przypadków sprzyjających zmniejszeniu wartości niezamknięcia poligonu do wszystkich możliwych przypadków, z uwzględnieniem wag (q' , q'').

Z ogólnej formy wzoru:

$$p = \frac{p' \cdot n' \cdot q' + p'' \cdot n'' \cdot q''}{n' \cdot q' + n'' \cdot q''}, \quad (5.29)$$

gdzie:

p', p'' — prawdopodobieństwa wystąpienia przypadków sprzyjających,
w dwu zbiorach,

n', n'' — ilości zdarzeń elementarnych,

przejdziemy do formy uproszczonej, gdyż w naszym przypadku będzie:

$n' = n'', p' = 0.5, p'' = 1$ oraz $q' = 1$.

Mamy więc:

$$p = \frac{0.5 + q''}{1 + q''}. \quad (5.30)$$

Dla przypadku, gdy poprawki redukcyjne są przeciętnie dziesięciokrotnie mniejsze, niż błędy przypadkowe pomiaru niwelacji ($q'' = 0.1$), otrzymujemy prawdopodobieństwo teoretyczne $p = 0.55$. Jak widzimy jest ono bardzo bliskie faktycznie uzyskanemu rozkładowi, wyznaczonemu na podstawie redukcji wszystkich 23 poligonów (0.57).

Zbieżność obu wyników świadczy jeszcze raz o prawidłowych wartościach poprawek redukcyjnych. Z drugiej strony, sama wartość prawdopodobieństwa jest stosunkowo bliska liczbie 0.50, odpowiadającej przypadkowym wartościom redukcji. Fakt ten obniża wartość sprawdzianu.

W tabl. 16 podajemy wartości prawdopodobieństwa wystąpienia poprawek redukcyjnych zmniejszających niezamknięcia poligonów, dla innych przeciętnych wartości stosunku:

$$q'' = \frac{\sum |R_p|}{\sum |f_h + R_p|}. \quad (5.31)$$

Tablica 16

q''	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
p	0,55	0,58	0,61	0,64	0,67	0,69	0,71	0,72	0,74	0,75

Wartość prawdopodobieństwa $p \approx 1$ otrzymamy w przypadku gdy błędy niezamknięć poligonu, spowodowane błędami pomiaru niwelacji, będą znikomo małe (5.24).

Jak widzimy, wyniki zupełnie wyraźnie przekonywujące o celowości wprowadzenia redukcji ze względu na r.s.z. otrzymalibyśmy na podstawie materiałów dużej sieci, w której przeciętny stosunek poprawek redukcyjnych (R_p) do błędów pomiaru poligonu ($f_h + R_p$) wynosiłby $q'' = 0.2 \div 0.4$; odpowiadałoby to prawdopodobieństwu wystąpienia redukcji zmniejszających błędy zamknięcia $p = 0.58 \div 0.64$.

6. Zagadnienie wyznaczania momentu odniesienia (epoki) dla redukcji pomiarów sieci niwelacyjnej

6.1. Celowość redukcji wyników pomiarów sieci niwelacyjnej do wspólnego momentu odniesienia (epoki)

Ze względu na stwierdzone ruchy powierzchni Ziemi, a szczególnie ze względu na ruchy o charakterze długookresowym, specjalnej wagi nabiera fakt niejednoczesności pomiarów niwelacyjnych. Niejednoczesność ta dotyczy pomiarów linii całej sieci. Stopniowo, fragmentami realizowana sieć niwelacyjna może być w znacznej mierze obciążona systematycznymi błędami, spowodowanymi r.s.z. Aby przeciwdziałać tym błędom, należy — znając prędkości r.s.z. na danym obszarze — wprowadzać odpowiednie redukcje. Sprowadzają one wartości mierzone w różnym czasie do wartości, jakie byłyby wyznaczone w jakimś jednym, wspólnym momencie, czyli sprowadzają wartości mierzone do wspólnej epoki.

Ponieważ w niwelacji wielkością mierzoną są przewyższenia, a przy wyrównywaniu sieci operujemy przewyższeniami linii, więc też rozważać tu będziemy redukcje przewyższeń linii sieci niwelacyjnej.

Analizując celowość wprowadzania poprawek redukcyjnych linii do wspólnego momentu odniesienia, musimy brać pod uwagę następujące elementy:

- a) wielkość poprawki redukcyjnej (R_L),
- b) średni błąd określenia poprawki (m_{R_L}),
- c) średni błąd pomiaru niwelacji linii ($m_{niw.L}$).

Średni błąd określenia poprawki R_L przedstawić można jako:

$$m_{R_L} = \pm \sqrt{\Delta V^2 \cdot m_{\Delta t}^2 + \Delta t^2 \cdot m_{\Delta V}^2}, \quad (6.1)$$

a ze względu na praktycznie małą wartość wyrażenia $\Delta V^2 \cdot m_{\Delta t}^2$, w porównaniu z wartością wyrażenia $\Delta t^2 \cdot m_{\Delta V}^2$, możemy przyjąć:

$$m_{R_L} \approx \pm \Delta t \cdot m_{\Delta V}. \quad (6.2)$$

Przechodząc do błędu względnego poprawki mamy:

$$\frac{m_{R_L}}{R_L} \approx \frac{m_{\Delta V}}{\Delta V} \approx \frac{m_{\Delta h}}{\Delta h}. \quad (6.3)$$

Równość względnych błędów poprawki redukcyjnej, różnicy prędkości punktów końcowych linii oraz różnicy przewyższeń upraszcza analizę celowości wprowadzenia redukcji.

Możemy bowiem uznać za celowe wprowadzenie poprawek redukcyjnych, jeżeli:

a) średni błąd poprawki redukcyjnej jest wyraźnie mniejszy od jej wartości; decyduje o tym stosunek:

$$\frac{m_{\Delta h}}{\Delta h} \leq k, \quad (6.4)$$

(można tu przyjąć np. $k = 0,5$),

b) jeżeli wartości poprawek redukcyjnych dla poszczególnych linii są odpowiednio duże w porównaniu z średnimi błędami pomiaru niwelacji, czyli gdy:

$$\frac{R_L}{m_{niw.L}} > q. \quad (6.5)$$

Przyjmując jako kryterium np. $q = 0,4$, będziemy wprowadzali poprawki redukcyjne w przypadku gdy ich odrzucenie powodowałoby zwiększenie całkowitego błędu linii o więcej niż 10%.

Oczywiście analizę — decydującą o tym czy będziemy w danej sieci stosowali redukcję wyników pomiarów do wspólnego momentu odniesienia — przeprowadzimy dla pewnej ilości linii, co do których będziemy wiedzieli, że otrzymają największe poprawki redukcyjne.

Wielkość błędu średniego pomiaru niwelacji linii ($m_{niw.L}$) wyznaczamy albo jako:

$$m_{niw.L} = \pm \sqrt{\eta^2 \cdot L + \sigma^2 \cdot L^2}, \quad (6.6)$$

albo na podstawie określenia wielkości jednostkowego średniego błędu pomiaru ($m_{0niw.}$), jako:

$$m_{niw.L} = m_{0niw.} \cdot \sqrt{L}, \quad (6.7)$$

6.2. Sposoby wyznaczania najkorzystniejszego momentu odniesienia dla redukcji pomiarów sieci niwelacyjnej

Suma poprawek redukcyjnych (R_L) do przewyższeń poszczególnych linii w poligonie zamkniętym jest niezależna od przyjętego momentu odniesienia i równa się poprawce redukcyjnej tego poligonu (R_P), eliminującej wpływ niejednoczesności pomiarów poszczególnych linii poligonu. Wielkość każdej z tych poprawek redukcyjnych linii (R_L) jest jednak zależna od momentu odniesienia, gdyż:

$$R_{LAB} = -\Delta V_{AB} \cdot (T_i - T_0) \quad (6.8)$$

Oczywiste jest, że gdybyśmy za moment odniesienia dla pomiarów linii poszczególnego poligonu sieci niwelacyjnej przyjęli moment średni, wyznaczony oddzielnie dla tego poligonu, wtedy moglibyśmy uzyskać możliwie małe interwały redukcyjne ($T_i - T_0$), a tym samym — możliwie małe wielkości poprawek redukcyjnych linii. Ze względu jednak na to, że poprawki redukcyjne wspólnych linii sąsiednich poligonów sieci muszą być jednakowe, moment odniesienia pomiarów linii całej sieci musi być wspólny.

W zależności od spodziewanych wielkości poprawek redukcyjnych oraz od wymagań dokładnościowych niwelacji, podejście do zagadnienia wyznaczenia najkorzystniejszego momentu odniesienia (epoki) może być różne.

Przy spodziewanych małych wielkościach poprawek redukcyjnych, małych wymaganiach dokładnościowych lub przy równomiernym rozłożeniu w czasie pomiarów poszczególnych linii sieci niwelacyjnej, moment odniesienia (T_0) może być obliczony prowizorycznie jako:

$$T_0 = \frac{T_p + T_k}{2}, \quad (6.9)$$

gdzie T_p i T_k oznaczają moment rozpoczęcia i zakończenia pomiaru sieci.

Jeżeli momenty pomiaru poszczególnych linii sieci nie mają równomiernego rozłożenia, należy stosować wzór:

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n}{n} = \frac{\sum_1^n T_i}{n}, \quad (6.10)$$

gdzie:

T_i — moment pomiaru i -tej linii sieci,

n — ilość linii niwelacyjnych.

Moment odniesienia (T_0), obliczony jako średni moment, wzorem (6.10), realizuje ogólny warunek $[vv] = \min.$, który w tym wypadku odpowiada warunkowi:

$$\sum_1^n (T_i - T_0)^2 = \sum_1^n \Delta t_i^2 = \min. \quad (6.11)$$

tj. warunkowi minimum sumy kwadratów interwałów redukcyjnych.

Warunek minimum możemy jednak wykorzystać w inny sposób. Możemy bowiem zażądać by wyznaczany moment odniesienia pomiarów linii

całej sieci umożliwił spełnienie warunku:

$$\left[\sum_1^n \left(\frac{R_{L_i}}{m_{niw.L}} \right)^2 = \min., \right] \quad (6.12)$$

korzystnego przez zmniejszenie największych wartości tego stosunku.

Przyjmując, że błąd pomiaru niwelacji jest proporcjonalny do pierwiastka z długości linii, otrzymujemy ostatecznie warunek:

$$\sum_1^n \left(\frac{(T_i - T_0) \cdot \Delta V_i}{c \cdot \sqrt{L_i}} \right)^2 = \min. \quad (6.13)$$

Warunek ekstremum tej sumy uzyskamy przez przyrównanie jej pochodnej względem szukanej wielkości T_0 do zera, czyli:

$$\frac{d \sum_1^n}{dT_0} = \frac{2}{c^2} \sum_1^n \frac{-\Delta V_i^2 \cdot T_i + \Delta V_i^2 \cdot T_0}{L_i} = 0. \quad (6.14)$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymujemy ostatecznie:

$$\left[T_0 = \frac{\sum_1^n T_i \cdot \frac{\Delta V_i^2}{L_i}}{\sum_1^n \frac{\Delta V_i^2}{L_i}} \right] \quad (6.15)$$

Ten sam warunek, wyrażony ogólnie wzorem (6.12), przy przyjęciu upraszczającego założenia stałego gradientu prędkości r.s.z. na danym obszarze ($\partial V = k$), prowadzi do innego wzoru na wyznaczenie najwłaściwszego momentu odniesienia (T_0).

Korzystając bowiem ze wzoru (5.18), możemy napisać:

$$\sum_1^n \left(\frac{R_{L_i}}{m_{niw.L}} \right)^2 = \sum_1^n \left(\frac{\Delta t_i \cdot \partial V \cdot \frac{L_i}{L_0}}{c \cdot \sqrt{L_i}} \right)^2 = \min., \quad (6.16)$$

czyli:

$$\left(\frac{k}{c \cdot L_0} \right)^2 \cdot \sum_1^n \{(T_i - T_0) \cdot \sqrt{L_i}\}^2 = \min., \quad (6.17)$$

a następnie:

$$\frac{d \sum}{dT_0} = 2 \sum_1^n (-T_i \cdot L_i + T_0 \cdot L_i) = 0, \quad (6.18)$$

otrzymując ostatecznie:

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i \cdot L_i}{\sum_1^n L_i} \quad (\text{przy } \partial V = \text{const.}) \quad (6.19)$$

Wydaje się jednak, iż najcelowszym byłby warunek minimalnego zwiększenia całkowitego błędu niwelacji linii (m_{cL}) określanego jako:

$$m_{cL} = \pm \sqrt{m_{niw.L}^2 + m_{RL}^2} = \pm m_{niw.L} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{m_{RL}}{m_{niw.L}}\right)^2}. \quad (6.20)$$

Chodziłoby więc o warunek:

$$\sum_1^n \left(\frac{m_{RL}}{m_{niw.L}}\right)^2 = \min. \quad (6.21)$$

Wyprowadzenie wzoru na moment odniesienia, przy warunku wyrażonym wzorem (6.21), zostanie podane w sposób ogólny, pozwalający następnie na wprowadzenie odpowiednich uproszczeń.

Rozpatrzmy więc trzy pomiary niwelacyjne. Dwa pomiary, w oparciu o które wyznaczone zostały prędkości r.s.z.; charakteryzują je następujące średnie błędy przypadkowe pomiaru linii:

$$\begin{aligned} m_{niw.1} &= c_1 \cdot \sqrt{L}, \\ m_{niw.2} &= c_2 \cdot \sqrt{L}. \end{aligned} \quad (6.22)$$

oraz pomiar sieci redukowanej, scharakteryzowany błędem przypadkowym:

$$m_{niw.3} = c_3 \cdot \sqrt{L}. \quad (6.23)$$

Wprowadzimy następujące pomocnicze wielkości:

$$\frac{m_{niw.1}}{m_{niw.2}} = \frac{c_1}{c_2} = k_1, \quad \frac{m_{niw.3}}{m_{niw.2}} = \frac{c_3}{c_2} = k_3, \quad (6.24)$$

wtedy będziemy mieli:

$$\begin{aligned} m_{niw.1} &= k_1 \cdot m_{niw.2}, \\ m_{niw.3} &= k_3 \cdot m_{niw.2}. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Kwadrat średniego błędu różnicy przewyższeń (m_{dh}^2), wyznaczonej z pomiarów wykorzystanych do określenia wielkości r.s.z., możemy więc wyrazić jako:

$$m_{dh}^2 = m_{niw.1}^2 + m_{niw.2}^2 = m_{niw.2}^2 \cdot (1 + k_1^2), \quad (6.26)$$

a kwadrat średniego błędu określenia różnicy prędkości, między końcowymi punktami i -tej linii, jako:

$$m_{\Delta V_i}^2 = \frac{m_{\Delta h_i}^2}{\Delta T_i^2} = \frac{m_{niw.2}^2 \cdot (1+k_1^2)}{\Delta T_i^2}, \quad (6.27)$$

gdzie: $\Delta T_i = T_i'' - T_i'$.

A ponieważ:

$$m_{R_{L_i}}^2 \approx \Delta t_i^2 \cdot m_{\Delta V_i}^2, \quad (6.28)$$

gdzie: $\Delta t_i = T_i''' - T_0$,

więc ostatecznie kwadrat błędu średniego poprawki redukcyjnej możemy przedstawić w formie:

$$m_{R_{L_i}}^2 = \frac{\Delta t_i^2 \cdot m_{niw.2}^2 \cdot (1+k_1^2)}{\Delta T_i^2}. \quad (6.29)$$

Wtedy kwadrat stosunku średniego błędu poprawki redukcyjnej (m_{R_L} do średniego błędu pomiaru redukowanej niwelacji ($m_{niw.3}$) dla i -tej linii przyjmie postać:

$$\left(\frac{m_{R_{L_i}}}{m_{niw.3}} \right)^2 = \frac{\Delta t_i^2}{\Delta T_i^2} \cdot \frac{(1+k_1^2)}{k_3^2}. \quad (6.30)$$

Możemy więc warunek (6.21) napisać jako:

$$\sum_1^n \left(\frac{m_{R_{L_i}}}{m_{niw.3}} \right)^2 = \sum_1^n \frac{\Delta t_i^2}{\Delta T_i^2} \cdot \frac{(1+k_1^2)}{k_3^2} = \min., \quad (6.31)$$

czyli:

$$\frac{(1+k_1^2)}{k_3^2} \cdot \sum_1^n \frac{(T_i''' - T_0)^2}{\Delta T_i^2} = \min. \quad (6.32)$$

Przechodząc teraz do określenia najwłaściwszego momentu odniesienia (T_0) dla redukcji sieci niwelacyjnej, oznaczonej tu jako trzecia, pochodną sumy (6.32) względem szukanego momentu T_0 przyrównamy do zera:

$$\frac{d\Sigma}{dT_0} = 2 \sum_1^n \frac{(-T_i''' + T_0)}{\Delta T_i^2} = 0, \quad (6.33)$$

otrzymując ostatecznie:

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i''' \cdot \frac{1}{\Delta T_i^2}}{\sum_1^n \frac{1}{\Delta T_i^2}}. \quad (6.34)$$

Jak widzimy, w wyprowadzonym wzorze na moment odniesienia (6.34) nie występują wielkości charakteryzujące dokładności poszczególnych pomiarów sieci. Jest to wynikiem przyjęcia stałego stosunku między ich błędami średnimi.

Warto zauważyć również, że przy jednakowych interwałach czasu (ΔT_i) między dwukrotnymi pomiarami poszczególnych linii, służącymi do wyznaczania prędkości r.s.z., czyli przy $\Delta T_i = \text{const.}$, wzór (6.34) przyjmuje postać:

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i'''}{n} \cdot (\text{przy } \Delta T_i = \text{const.}) \quad (6.35)$$

Wzór ten jest identyczny z proponowanym wzorem (6.10), który — jak widzimy — przy różnych wartościach ΔT_i nie spełnia już warunku (6.21).

Szukając analogii pomiędzy wyznaczeniem momentu T_0 , a wyznaczeniem momentu średniego, możemy wyrażeniom znajdującym się pod znakiem sumy w mianownikach wzorów (6.15), (6.19) i (6.34) przypisać rolę wag poszczególnych momentów pomiaru linii (T_i).

— * —

Przedstawione powyżej różne wzory na wyznaczenie najkorzystniejszego momentu odniesienia wykazują, że moment taki nie jest jedną możliwą do przyjęcia dla danego zespołu pomiarów wielkością — zmienia się bowiem w zależności od przyjęcia takiego czy innego kryterium. Oczywiście jest jednak, że w przypadku gdy będzie nam zależało na możliwie najkorzystniej wyznaczonym momencie odniesienia, wykorzystamy wzór (6.15) lub (6.34).

Jako ilustrację sposobu wyznaczania najkorzystniejszego momentu odniesienia dla redukcji pomiarów sieci niwelacyjnej, oraz wpływu przyjętego momentu odniesienia na rozkład wielkości poprawek redukcyjnych poszczególnych linii sieci, podamy przykład oparty na wykorzystywanym już uprzednio materiale (rys. 12).

Przykład 3. Wykorzystując ten sam materiał co w przykładzie 2, wyznaczmy różne momenty odniesienia dla całego tego fragmentu sieci

Obliczenie momentów odniesienia

Tablica 17

Wielkości dane					Obliczenie wielkości pomocniczych					
Nr linii	T rok	ΔT rok	ΔV mm/rok	L km	$\frac{\Delta V^2}{L}$	$T \cdot L$	$T \cdot \frac{\Delta V^2}{L}$	$\frac{1}{\Delta T}$	$\frac{1}{\Delta T^2}$	$\frac{T}{\Delta T^2}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1a	1913	33	+0,3	470	0,00019	6110	0,0025	0,0303	0,0009	0,0119
1b	1913	33	+0,5	200	125	2600	162	0,0303	0,0009	0,0119
2	1930	16	-2,0	210	1905	6300	5715	0,0625	0,0039	0,1172
3	1936	10	-1,2	210	686	7560	2470	0,1000	0,0100	0,3600
4	1928	18	+2,6	330	2048	9240	5734	0,0556	0,0031	0,0864
5	1926	20	+0,3	20	450	520	1170	0,0500	0,0025	0,0650
6a	1919	27	-0,2	120	33	2280	63	0,0370	0,0014	0,0261
6b	1919	27	+0,1	200	5	3800	10	0,0370	0,0014	0,0261
7	1918	22	+1,4	160	1225	2880	2205	0,0455	0,0021	0,0372
8	1925,5	21,5	+1,4	280	700	7140	1785	0,0465	0,0022	0,0552
9	1925	21	+1,3	140	1207	3500	3017	0,0476	0,0023	0,0567
10	1940	7	+3,1	120	8008	4800	3,2032	0,1429	0,0204	0,8163
11a	1937	11	-2,4	120	4808	4440	1,7790	0,0909	0,0083	0,3058
11b	1937	11	+0,5	180	139	6660	514	0,0909	0,0083	0,3058
12	1921,5	24,5	+1,6	250	1024	5375	2202	0,0408	0,0017	0,0358
13	1921,5	23,5	+2,1	150	2940	3225	6321	0,0426	0,0018	0,0389
14	1926,5	19,5	-0,7	300	163	7950	432	0,0513	0,0026	0,0697
15	1902,5	44,5	+1,9	280	0,01289	700	0,0322	0,0225	0,0005	0,0013
Σ	438,5			3740	0,26774	85080	8,1969		0,0743	2,4273

Uwaga: Znaki wartości ΔV w kolumnie 4 odpowiadają kierunkom linii, zaznaczonym strzałkami na rys. 12.

Według wzoru (6.10):

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} = \frac{438,5}{18} = 24,4$$

Według wzoru (6.15):

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^n T_i \cdot \frac{\Delta V_i^2}{L_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{\Delta V_i^2}{L_i}} = \frac{8,1969}{0,26774} = 30,6$$

Według wzoru (6.19):

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^n T_i \cdot L_i}{\sum_{i=1}^n L_i} = \frac{85\,080}{3740} = 22,7$$

Według wzoru (6.34):

$$T_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{T_i}{\Delta T_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta T_i^2}} = \frac{2,4273}{0,0743} = 32,7$$

Obliczenie poprawek redukcyjnych linii oraz wielkości charakterystycznych dla różnych momentów odniesienia (T_0).

Tablica 18

Nr linii	$T_0 = 1924,4$, wg wzoru (6.10)						$T_0 = 1930,6$, wg wzoru (6.15)						$T_0 = 1922,7$, wg wzoru (6.19)						$T_0 = 1932,7$, wg wzoru (6.34)					
	Δt	R_L	$\frac{R_L}{m_{niw.}}$	$\left(\frac{R_L}{m_{niw.}}\right)^2$	$\frac{\Delta t}{\Delta T}$	$\left(\frac{\Delta t}{\Delta T}\right)^2$	Δt	R_L	$\frac{R_L}{m_{niw.}}$	$\left(\frac{R_L}{m_{niw.}}\right)^2$	$\frac{\Delta t}{\Delta T}$	$\left(\frac{\Delta t}{\Delta T}\right)^2$	Δt	R_L	$\frac{LR}{m_{niw.}}$	$\left(\frac{R_L}{m_{niw.}}\right)^2$	$\frac{\Delta t}{\Delta T}$	$\left(\frac{\Delta t}{\Delta T}\right)^2$	Δt	R_L	$\frac{R_L}{m_{niw.}}$	$\left(\frac{R_L}{m_{niw.}}\right)^2$	$\frac{\Delta t}{\Delta T}$	$\left(\frac{\Delta t}{\Delta T}\right)^2$
	rok	mm	%				rok	mm	%				rok	mm	%				rok	mm	%			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
1a	-11,4	+3,42	7,8	61	-0,345	0,1190	-17,6	+5,28	12,1	146	-0,533	0,2841	-9,7	+2,91	6,7	45	-0,294	0,0864	-19,7	+5,91	13,6	185	-0,597	0,3564
1b	-11,4	+5,70	20,1	404	-0,345	0,1190	-17,6	+8,80	31,0	961	-0,533	0,2841	-9,7	+4,85	17,1	292	-0,294	0,0864	-19,7	+9,85	34,7	1204	-0,597	0,3564
2	+5,6	+11,20	38,6	1490	+0,350	0,1225	-0,6	-1,20	4,1	17	-0,038	0,0014	+7,3	+14,60	50,4	2540	+0,456	0,2079	-2,7	-5,40	18,6	346	-0,169	0,0286
3	+11,6	+13,92	48,0	2304	+1,160	1,3456	+5,4	+6,48	22,4	502	+0,540	0,2916	+13,3	+15,96	55,1	3036	+1,330	1,7689	+3,3	+3,96	13,7	188	+0,330	0,1089
4	+3,6	-9,36	25,6	655	+0,200	0,0400	-2,6	+6,76	18,5	342	-0,145	0,0210	+5,3	-13,78	37,8	1429	+0,295	0,0870	-4,7	+12,22	33,6	1129	-0,261	0,0681
5	+1,6	-0,48	5,3	28	+0,080	0,0064	-4,6	+1,38	15,3	234	-0,230	0,0529	+3,3	-9,90	110,0	12100	+0,165	0,0272	-6,7	+2,01	22,3	497	-0,335	0,1122
6a	-5,4	-1,08	4,9	24	-0,200	0,0400	-11,6	-2,32	10,5	110	-0,429	0,1840	-3,7	-0,74	3,4	12	-0,137	0,0188	-13,7	-2,74	12,5	156	-0,507	0,2570
6b	-5,4	+0,54	1,9	4	-0,200	0,0400	-11,6	+1,16	4,1	17	-0,429	0,1840	-3,7	+0,37	1,3	2	-0,137	0,0188	-13,7	+1,37	4,8	23	-0,507	0,2570
7	-6,4	+8,96	35,3	1246	-0,291	0,0847	-12,6	+17,64	69,5	4830	-0,573	0,3283	-4,7	+6,58	25,9	671	-0,214	0,0458	-14,7	+20,58	81,0	6561	-0,669	0,4476
8	+1,1	-1,54	4,6	21	+0,051	0,0026	-5,1	+7,14	21,4	458	-0,237	0,0562	+2,8	-3,92	11,8	139	+0,130	0,0169	-7,2	+10,08	30,2	912	-0,335	0,1122
9	+0,6	-0,78	3,3	11	+0,028	0,0008	-5,6	+7,28	30,8	949	-0,267	0,0713	+2,3	-2,99	12,7	161	+0,109	0,0119	-7,7	+10,01	42,4	1798	-0,366	0,1340
10	+15,6	-48,36	219,5	48180	+2,229	4,9864	+9,4	-29,14	132,3	17503	+1,343	1,8036	+17,3	-53,63	243,5	59292	+2,472	6,1108	+7,3	-22,63	102,9	10588	+1,043	1,0878
11a	+12,6	+30,24	137,3	18851	+1,145	1,3110	+6,4	+15,36	69,7	4858	+0,582	0,3387	+14,3	+34,32	155,8	24274	+1,300	1,6900	+4,3	+10,32	46,9	2200	+0,391	0,1529
11b	+12,6	-6,30	23,5	552	+1,145	1,3110	+6,4	-3,20	11,9	142	+0,582	0,3387	+14,3	-7,15	26,7	713	+1,300	1,6900	+4,3	-2,15	8,0	64	+0,391	0,1529
12	-2,9	+4,64	14,7	216	-0,118	0,0139	-9,1	+14,56	46,0	2116	-0,371	0,1376	-1,2	+1,92	6,1	37	-0,049	0,0024	-11,2	+17,92	56,7	3215	-0,457	0,2088
13	-2,9	+6,09	24,7	610	-0,124	0,0154	-9,1	+19,11	77,6	6022	-0,388	0,1505	-1,2	+2,52	10,2	104	-0,051	0,0026	-11,2	+23,52	95,6	9139	-0,477	0,2275
14	+2,1	+1,47	4,2	18	+0,108	0,0117	-4,1	-2,87	8,3	69	-0,210	0,0441	+3,8	+2,66	7,7	59	+0,195	0,0380	-6,2	-4,34	12,5	156	-0,318	0,1011
15	-21,9	+41,61	124,8	15575	-0,493	0,2430	-28,1	+53,39	160,2	25664	-0,632	0,3994	-20,2	-38,38	115,1	13248	-0,455	0,2070	-30,2	+57,38	171,8	29515	-0,680	0,4624
Σ	134,7	195,69	744,1	90252	8,612	9,7950	167,5	203,07	745,7	64940	8,062	4,9715	138,1	217,18	897,3	118154	9,383	2,1168	188,5	222,39	801,8	67876	8,430	4,6318
Σ : n	7,5	10,87	41,3	5014	0,478	0,5442	9,3	11,28	41,4	3608	0,448	0,2762	7,7	12,07	49,9	6564	0,521	0,6733	10,5	12,36	44,5	3771	0,468	0,2573

niwelacyjnej (tabl. 17) oraz odpowiadające im wielkości poprawek redukcyjnych (tabl. 18). Za pomiar redukowany przyjmujemy pierwszy pomiar sieci.

W tabl. 17 zestawione zostały wszystkie wielkości dane oraz wielkości pomocnicze dla wyznaczenia momentów odniesienia wzorami: (6.10), (6.15), (6.19) oraz (6.34), a następnie obliczone zostały same momenty odniesienia (T_0), w oparciu o wymienione wzory.

Jak widzimy, momenty odniesienia obliczone różnymi wzorami znacznie się między sobą różnią.

W tabl. 18 zestawiono — dla różnych momentów odniesienia (T_0) — wielkości: interwałów redukcyjnych (Δt), poprawek redukcyjnych (R_L), stosunków tych poprawek do dopuszczalnych błędów średnich pomiaru niwelacji *) (i kwadratów tych stosunków), oraz stosunków interwałów $\frac{\Delta t}{\Delta T}$ — proporcjonalnych do stosunków średnich błędów $\frac{m_{R_L}}{m_{niw.}}$ **) — i kwadratów tych stosunków. U dołu tablicy podano sumy bezwzględnych wartości odpowiednich wielkości oraz przeciętne wartości tych wielkości.

Tabl. 19 daje procentowe porównanie przeciętnych wartości 6 charakterystycznych wielkości, wyznaczonych dla różnych momentów odniesienia. (Odpowiednie wartości wyznaczone dla momentu odniesienia określonego wzorem (6.34) zostały przyjęte za poziom porównawczy.)

Tablica 19

Moment odniesienia	Δt	R_L	$\frac{R_L}{m_{niw.}}$	$\left(\frac{R_L}{m_{niw.}}\right)^2$	$\frac{\Delta t}{\Delta T}$	$\left(\frac{\Delta t}{\Delta T}\right)^2$
$T_0 = 1924,4$ wzór (6.10)	71,5	88,0	92,8	133,0	102,2	211,5
$T_0 = 1930,6$ wzór (6.15)	88,9	91,3	93,0	95,7	95,6	107,3
$T_0 = 1922,7$ wzór (6.19)	73,3	97,7	111,9	174,1	111,3	261,6
$T_0 = 1932,7$ wzór (6.34)	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

(w procentach)

*) Jako kryterium błędu dopuszczalnego niwelacji przyjęto wielkość $\pm 2\sqrt{L}$ mm.

**) Przy założeniu jednakowej dokładności obu pomiarów niwelacyjnych mamy:

$$\frac{m_{R_L}}{m_{niw.}} = \sqrt{2} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta T}$$

Dwie minimalne wartości podkreślone w odpowiednich kolumnach są potwierdzeniem spełnienia warunków minimum, założonych przy wypro-
wadzaniu wzoru (6.15) i wzoru (6.34).

Porównanie zawarte w tabl. 19 opiera się na przeciętnych wartościach
wyznaczonych na podstawie redukcji wszystkich linii sieci. Analogiczne
porównanie zrobione jedynie dla 10 linii, dla których stosunek $\frac{\Delta t}{\Delta T}$ — ob-
liczony w odniesieniu do któregośkolwiek momentu T_0 — przekroczył wiel-
kość 0,5, zawiera tabl. 20.

Tablica 20

π	Momenty odniesienia	Δt	R_L	$\frac{R_L}{m_{niw.}}$	$\left(\frac{R_L}{m_{niw.}}\right)^2$	$\frac{\Delta t}{\Delta T}$	$\left(\frac{\Delta t}{\Delta T}\right)^2$
	$T_0 = 1924,4$						
	wzór (6.10)	87,3	117,0	127,2	172,0	132,2	263,3
	$T_0 = 1930,6$						
	wzór (6.15)	96,8	104,3	106,9	108,1	108,1	121,9
	$T_0 = 1922,7$						
	wzór (6.19)	84,7	120,5	132,8	200,4	138,9	322,1
	$T_0 = 1932,7$						
	wzór (6.34)	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

(w procentach)

Jak widzimy, oba zestawienia rzeczywiście potwierdzają przewagę wzorów (6.15) oraz (6.34) nad pozostałymi, przy czym oba te wzory dają zbliżone do siebie wyniki.

Na zakończenie warto zauważyć, że przy dobrym wyznaczeniu r.s.z. będziemy mieli z reguły $\Delta t \ll \Delta T$, czyli $\frac{\Delta t}{\Delta T} \ll 1$. Na przykład dla wyznaczenia polskiego [20] $\Delta T = 17 \div 31$ lat, a interwały redukcyjne (§ 5.4.) $\Delta t < 8$ lat, a więc $\frac{\Delta t}{\Delta T} < 0,5$.

7. Podsumowanie, uwagi końcowe i wnioski

Pomimo, że przedstawiona praca w znacznej swej części nosi charakter teoretyczny, to jednak omawiane zagadnienia rozpatrywane były pod kątem realnych wielkości r.s.z., błędów pomiaru niwelacji precyzyjnej i innych występujących tu wielkości. Z tego też względu również rozważania teoretyczne ilustrowane były przykładami i konfrontowane z faktycznymi materiałami, możliwymi do osiągnięcia.

Opracowanie niniejsze — na co jeszcze raz zwrócimy uwagę — dotyczy:

a) współczesnych r.s.z. o charakterze wiekowym (długookresowym) — w związku z czym możliwe było i celowe przyjęcie założenia $V = \text{const.}$,

b) dużych sieci niwelacyjnych, powstających w ciągu wieloletniego okresu czasu — w związku z czym, na skutek r.s.z., koniecznym było odrzucenie założenia niezmienności wysokości punktów w okresie pomiaru całej sieci.

Biorąc pod uwagę współczesne pionowe r.s.z., możemy stwierdzić, że przyjęcie założenia stałej prędkości ruchu danego punktu w rozpatrywanym interwale czasu (ΔT), czyli przyjęcie założenia $V_i = \text{const.}$, jest oczywiście pewnym przybliżeniem, lepszym jednak od całkowitego pomijania zmian na skutek tych ruchów, czyli korzystania z założenia $V_i = \text{const.} = 0$. Uwaga ta dotyczy oczywiście warunków odpowiadających pomiarowi dużej sieci, ze względu na wielkości ΔV i Δt .

Materiał zawarty w I części niniejszej pracy wykazał, że dla pełnego wykorzystania możliwości geodezyjnej metody wyznaczania pionowych r.s.z. — tj. powtarzanych pomiarów sieci niwelacji precyzyjnej — konieczne jest odpowiednie podejście przy jej zakładaniu, stabilizacji i pomiarze (rozdz. 3), a także przy opracowywaniu wyników porównywanych pomiarów niwelacji.

Przeprowadzona analiza postępowania, przy opracowywaniu wyników powtarzanej niwelacji różnymi sposobami rachunkowymi, daje — w omawianych tu warunkach — wyraźną przewagę sposobowi wyznaczenia r.s.z. podanemu w § 4.3., odrzucającemu założenie niezmienności wysokości punktu sieci w okresie jej pomiaru. Sposób ten, na skutek wykorzystywania warunków — wzór (4.15) oraz (4.29) — odpowiadających przyjętemu założeniu ruchu punktów, nie wymaga stosowania kolejnych przybliżeń, ani też dodatkowych założeń co do rozkładu interwałów czasu ΔT_i , między powtarzanymi pomiarami poszczególnych linii sieci. Uniknięcie tych trudności uzyskano tu przez operowanie prędkościami r.s.z., tj. zmianami wysokości lub przewyższeń w jednostce czasu. Ponieważ do tychczas przy takim sposobie wyznaczania r.s.z. nie korzystano z metody spostrzeżeń pośrednich, jako przykład takiego rozwiązania podano wyznaczenie prędkości r.s.z. — i ich średnich błędów — dla punktów węzłowych sieci nawiązanej do mareografów, przy odrzuceniu założenia bezbłędności wyjściowych wartości V_0 (§ 4.5.).

Postępowanie podane w § 4.3. w sposób ścisły, tzn. z zachowaniem warunku $[pvv] = \text{min.}$, wyznacza zarówno ostateczne wartości Δh_i jak i ΔV_i (4.35), przy dowolnych i różnych wartościach ΔT_i , a także pozwala na wyznaczenie średniego błędu pomiaru niwelacji, nie obciążonego wpływami r.s.z. (4.41), (5.25).

W II części niniejszej pracy podane zostały podstawowe wzory określające m.in. wartość teoretycznego niezamknięcia poligonu niwelacyjnego (Δp) na skutek r.s.z. w interwale czasu pomiaru danego poligonu (dla jednego pomiaru — wzory (5.4) i (5.5), dla różnic dwu pomiarów — wzory (5.8) i (5.11)). Wartość ta jest niezależna od błędów pomiaru niwelacji. Znajomość jej pozwala na wprowadzenie odpowiedniej poprawki redukcyjnej (R_p) w celu zmniejszenia niezamknięcia poligonu, uzyskanego z pomiaru, a tym samym — uzyskania prawdziwszej oceny błędu pomiaru niwelacji (5.24).

Próba wprowadzenia takich redukcji do wyników pomiaru polskiej sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu (§ 5.4.) wykazała, iż tak pod względem ilości (57%), jak i wartości (również 57%) przeważały poprawki redukcyjne zmniejszające — choć nieznacznie — wielkości niezamknięć poligonów. Mały wpływ zmniejszający przypisać należy małym wartościom samych poprawek (R_p), na skutek małych wartości prędkości r.s.z. na obszarze Polski. Otrzymany wynik odpowiada jednak rezultatowi uzyskanemu na drodze teoretycznego rachunku prawdopodobieństwa (5.30).

Przeprowadzona analiza wielkości stosunku błędu spowodowanego niewprowadzeniem redukcji ze względu na r.s.z., do wielkości dopuszczalnego błędu pomiaru niwelacji (§ 5.3.), uwzględniająca m.in. zmienną wielkość gradientu r.s.z., pozwoliła na ocenę wielkości tego stosunku w określonych warunkach a także dała możliwość ustalenia kryterium celowości wprowadzania lub zaniechania redukcji pomiarów sieci do wspólnego momentu odniesienia (§ 6.1.).

Celem łatwiejszego umożliwienia wykorzystania wyników analizy w warunkach polskich, wyznaczona została przeciętna wartość gradientu prędkości r.s.z. dla terenów Polski ($\partial V = 0.55$ mm/rok/100 km). Jest ona dwukrotnie mniejsza od wyznaczonej dla obszaru Finlandii. Stąd wniosek, że obszar Polski nie jest „wdzięcznym” terenem, wymagającym powszechnego stosowania poprawek redukcyjnych. Tym bardziej, że dotychczasowe wyznaczenie r.s.z. na obszarze Polski [20] wykazuje, iż wielkości ∂V na znacznym procencie obszaru mieszczą się lub nieznacznie tylko przekraczają spodziewane średnie błędy ich wyznaczenia *).

Kryterium, określające celowość lub zbędność stosowania redukcji do wspólnego momentu odniesienia, może być przyjmowane różnie, lecz powinno się ono opierać na wielkości stosunków $\frac{m_{RL}}{R_L} \leq k$ oraz $\frac{R_L}{m_{niw.L}} > q$. Proponuje się uznać celowość redukcji gdy powyższe nierówności zostaną

*) Określony na podstawie dokładności pomiarów niwelacyjnych porównywanych dwu sieci, przeciętny średni błąd wyznaczenia ∂V wynosi ± 0.5 mm/rok/100 km [32].

zachowane dla $k = 0,5$ a $q = 0,4$, tj. gdy niewprowadzenie pewnie wyznaczonych poprawek R_L powodowałoby zwiększenie całkowitego błędu średniego niwelacji o więcej niż 10%.

Oczywiście, przy omawianiu zagadnienia redukcji wyników pomiarów niwelacji ze względu na r.s.z., zakłada się iż wielkości prędkości tych ruchów zostały już wyznaczone, tzn. że dla danego obszaru dysponujemy np. mapką izolinii prędkości r.s.z. lub wystarczająco gęstymi wyznaczeniami punktowymi.

Rozważania nad wyborem najwłaściwszego momentu odniesienia pomiarów sieci niwelacyjnej (T_0) w celu uzyskania maksymalnej wewnętrznej ich zgodności, doprowadziły do ustalenia — spośród kilku innych — dwu wzorów, a mianowicie wzoru (6.34), spełniającego warunek:

$$\sum_1^n \left(\frac{m_{R_{L_i}}}{m_{niw.L_i}} \right)^2 = \min., \quad (6.21)$$

oraz wzoru (6.15), spełniającego warunek:

$$\sum_1^n \left(\frac{R_{L_i}}{m_{niw.L}} \right)^2 = \min. \quad (6.12)$$

przy $\partial V \neq const.$

Oba wzory, a szczególnie wzór (6.34), wyznaczają najkorzystniejsze momenty odniesienia dla danego zespołu pomiarów linii sieci, biorąc pod uwagę rozkład wielkości ΔV_i oraz momentów pomiaru (T_i), a także — we wzorze (6.34) — rozkład interwałów ΔT_i , na podstawie których wyznaczone zostały prędkości r.s.z. na danym obszarze.

Na zakończenie zestawmy krótko wnioski wpływające z I i II części opracowania.

1) Przy zakładaniu sieci niwelacyjnej przeznaczonej dla badań współczesnych pionowych r.s.z. celowy jest dobór linii, odpowiadający warunkom geologicznym i tektonicznym obszaru, analiza rodzaju i głębokości stabilizacji reperów oraz odpowiednie podejście do pomiaru sieci i okresów powtarzania tych pomiarów.

2) Wybór miejsca dla osadzania reperów sieci badawczej powinien w znacznym stopniu eliminować możliwość wykazywania ruchów płytkich, przypowierzchniowych warstw ziemi (szczególnie ważna analiza warunków hipsograficznych i wodnych oraz analiza gruntu).

3) Przy wyznaczaniu r.s.z. na dużym obszarze, na podstawie sieci niwelacji precyzyjnych powstających w długim okresie czasu, najcelow-

sze jest wprowadzenie do wyrównania wielkości ΔV_i , będących przyrostami wielkości Δh_i w jednostce czasu. Sposób ten nie wymaga stosowania kolejnych przybliżeń i niezależnia postępowanie od rozkładu wielkości interwałów ΔT_i między porównywanymi pomiarami linii dwu sieci. Zaletą jego jest jednoczesne spełnienie warunku $[p_{vv}] = \min$. przez poprawki do różnic przewyższeń (Δh) i różnic prędkości (ΔV).

4) Wyznaczone drogą niwelacji przewyższenia są — ściśle biorąc — aktualne jedynie dla momentu pomiaru (jeśli czas jego trwania jest dostatecznie krótki).

5) Wyznaczone wysokości punktów i przewyższenia linii sieci niwelacyjnej są obciążone systematycznymi błędami na skutek niejednoczesności pomiaru poszczególnych linii tej sieci.

6) Średni błąd niwelacji wyznaczony z niezamknięć poligonów i z wyrównania sieci zawiera w sobie systematyczny wpływ ruchu niwelowanej powierzchni, a więc nie jest ścisłą oceną dokładności samego pomiaru niwelacji.

7) Dla uzyskania lepszej wewnętrznej zgodności pomiarów w sieci — jeśli wstępna analiza wykaże tego celowość — należy otrzymane z pomiaru wyniki zredukować do wspólnego momentu odniesienia (T_0).

8) Wybór momentu odniesienia nie jest obojętny dla wielkości i rozkładu błędów redukcji, dlatego należy wyznaczyć go w sposób najbardziej korzystny.

9) Średni błąd niwelacji obliczony z niezamknięć poligonów i z poprawek uzyskanych w toku wyrównania sieci, w której — przed wyrównaniem — wprowadzone były poprawki redukcyjne do wspólnego momentu odniesienia, nie zawiera już praktycznie wpływu r.s.z., a tym samym daje ściślejszą ocenę dokładności samego pomiaru niwelacji.

Przedstawione tu zagadnienia, związane z współczesnymi pionowymi r.s.z. i ich analiza mają nie tylko znaczenie teoretyczne ale też i praktyczne, gdyż m.in. pozwalają na wyrobienie poglądu o wielkości i charakterze wpływu r.s.z. na uzyskiwane wyniki niwelacji, a wpływające stąd wnioski mogą być wykorzystane przy projektowaniu sieci niwelacji precyzyjnej, przy pomiarze i opracowywaniu jej wyników.

LITERATURA

- [1] Baeschlin C. F.: Report of Special Study Group No. 13: Determination of changes in the earth's crust in the horizontal and vertical sense. Toronto 1957.
- [2] Bulletin géodésique, Nr 58, Paryż 1960.
- [3] Dobrochotow Ju. S., Ostrowskij A. Je., Piercew B. P.: Grawimietricheskije i nakłonomiernyje stanciji dla nabludienij ziemnych pri liwow, Międzynarodnyj Geofiziceskij God, Moskwa 1961.

- [4] *Fińko Je. A.*: Sowriemiennyje tiektoniczieskije dwiżenija na linii powtornogo niwelirowanija Siemipałatyńsk — Alma-Ata. Sowriemiennyje tiektoniczieskije dwiżenija ziemnoj kory i mietody ich izuczenija. Moskwa 1961.
- [5] *Hela I.*: Causes bringing the Difference between the Geoid and the Mean Sea Level Surface. Helsinki 1960.
- [6] *Hausbrandt S.*: Rachunki geodezyjne. Warszawa 1953.
- [7] *Hausbrandt S.*: Wyrównanie sieci trygonometrycznych z odrzuceniem założenia bezbłędności punktów nawiazania. Geod. i Kart., t. III, zeszyt 1, Warszawa 1954.
- [8] *Janczewski E. W.*: Zarys sejsmologii ogólnej i stosowanej. Warszawa 1955.
- [9] *Jeremiejew W. F.*: Teorija ortometrichieskich, dinamiczieskich i normalnych wysot. Trudy CNIIGAiK, wyp. 86, Moskwa 1951.
- [10] *Kamela Cz.*: Geodezja dynamiczna, t. I, Warszawa 1953, t. II, Warszawa 1955.
- [11] Katalog wysokości reperów polskiej podstawowej sieci niwelacyjnej (niwelacja precyzyjna I-go rzędu) nad poziomem morza w Amsterdamie. Warszawa 1939.
- [12] *Książkiewicz M.*: Geologia dynamiczna. Warszawa 1959.
- [13] *Kukkamäki T. J.*: The land uplift in Finland determined with two levellings as well as with water level observations. Bull. géod. Nr 36. London 1955.
- [14] *Lazzarini T.*: Geodezyjne pomiary odkształceń i ich zastosowanie w budownictwie. Warszawa 1961.
- [15] *Magnickij W. A.*: Osnowy fizyki Ziemi. Moskwa 1953.
- [16] *Matkowa W. A.*: Prowierka karty skorosti sowriemiennych wiertikalnych dwiżenij ziemnoj kory na tierritorii zapadnoj połowiny Jewropiejskoj czasti SSSR. Sowriemiennyje tiektoniczieskije dwiżenija ziemnoj kory i mietody ich izuczenija. Moskwa 1961.
- [17] *Mieszczeriakow Ju. A.*: Zadacz i mietody gieologo-gieomorfologiczieskich issledowanij pri izuczenii sowriemiennych tiektoniczieskich dwiżenij. Sowriemiennyje tiektoniczieskije dwiżenija ziemnoj kory i mietody ich izuczenija. Moskwa 1961.
- [18] *Mieszczerniakow Ju. A., Siniagina M. I.*: Sostojanije znaniy o sowriemiennych dwiżenijach ziemnoj kory. Sowriemiennyje tiektoniczieskije dwiżenija ziemnoj kory i mietody ich izuczenija. Moskwa 1961.
- [19] *Niewiarowski J., Wyrzykowski T.*: Determination des mouvements verticaux de l'écorce terrestre sur l'étendue de la Pologne par la méthode de répétition des nivellements de precision. Komunikat na XII Ogólne Zgromadzenie MUGG w Helsinkach, Warszawa 1960. Przedruk w Bull. géod. Nr 62, Paryż 1961. (Z pewnymi zmianami — Komunikat na I Międzynarodowe Sympozjum Współczesnych Ruchów Skorupy Ziemskiej w Lipsku, Warszawa 1962).
- [20] *Niewiarowski J., Wyrzykowski T.*: Wyznaczenie współczesnych ruchów pionowych skorupy ziemskiej na obszarze Polski przez porównanie wyników powtarzanych niwelacji precyzyjnych. Prace IGiK, t. VIII, zeszyt 1(17), Warszawa 1961.
- [21] *Nikołajew N. I.*: Nowiejszaja tiektonika SSSR. Moskwa 1949.
- [22] *Pokorný J.*: Współczesne ruchy pionowe skorupy ziemskiej w Europie. Czasopismo geograficzne, t. XXVIII, zeszyt 3—4. Warszawa 1957.
- [23] Travaux géodésiques exécutés de 1936 à 1939. Sprawozdanie na VII Ogólne Zgromadzenie MAG. Kraków 1939.
- [24] Rapport sur les travaux géodésiques exécutés de 1945 à 1957. Sprawozdanie na XI Ogólne Zgromadzenie MUGG w Toronto. Warszawa 1957.
- [25] Rapport sur les travaux géodésiques exécutés en Pologne de 1957 à 1960. Sprawozdanie na XII Ogólne Zgromadzenie MUGG w Helsinkach. Warszawa 1960.

- [26] *Sietunskaja Ł. Je.*: Osobiennosti sowriemiennych tiektoniczeskich dwiženij Russkoj platformy i Urała (po profilu Liepaja — Swierdłowski). Sowriemiennye tiektoniczeskije dwiženija ziemnoj kory i mietody ich izuczenija. Moskwa 1961.
- [27] *Simonsen O.*: Report on establishment and adjustment of european levelling networks. Kopenhaga 1959.
- [28] Sowriemiennye wiertikalnyje dwiženija ziemnoj kory na tierritorii zapadnoj połowiny Jewropiejskoj czasti SSSR. Trudy CNIIGAiK, wyp. 123, Moskwa 1958.
- [29] Tymczasowa instrukcja niwelacji precyzyjnej I i II klasy. Warszawa 1956.
- [30] *Weigel K.*: Rachunek wyrównawczy. Lwów—Warszawa 1923.
- [31] *Witkowski J.*: Przyptywy skorupy ziemskiej oraz ich badania na astronomicznej stacji szerokościowej PAN w Borowcu pod Poznaniem. Nauka Polska r. VIII, nr 3(31), Warszawa 1960.
- [32] *Wyrzykowski T.*: Zagadnienie współczesnych ruchów pionowych skorupy ziemskiej na obszarze Polski i ich badanie metodą powtarzanej niwelacji precyzyjnej. Biul. IGiK, Przegl. Geod., Nr 3, Warszawa 1959.
- [33] *Wyrzykowski T.*: Influence des mouvements systematiques verticaux de l'écorce terrestre sur les resultats et la determination des grandeurs d'erreurs de nivellement de precision. Komunikat na XII Ogólne Zgromadzenie MUGG w Helsinkach, Warszawa 1960. (Z pewnymi zmianami — Komunikat na I Międzynarodowe Sympozjum Współczesnych Ruchów Skorupy Ziemskiej w Lipsku, Warszawa 1962).
- [34] *Wyrzykowski T.*: Wpływ systematycznych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wyniki i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej. Prace IGiK, t. VII, zeszyt 2(16), Warszawa 1960.
- [35] *Wyrzykowski T.*: Zagadnienia projektowania sieci powtarzanej niwelacji precyzyjnej dla potrzeb badania współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej. Prace IGiK, t. VIII, zeszyt 2(18), Warszawa 1961.
- [36] *Wyrzykowski T.*: Problemy projektowania sieci powtornego precyzyjnego niwelowania dla issledowania sowriemiennych wiertikalnych dwiženij ziemnoj kory. Komunikat na I Międzynarodowe Sympozjum Współczesnych Ruchów Skorupy Ziemskiej w Lipsku, Warszawa 1962.
- [37] *Wyrzykowski T.*: The methods of geodetic determination of the recent vertical movements of the Earth's crust. Komunikat na I Międzynarodowe Sympozjum Współczesnych Ruchów Skorupy Ziemskiej w Lipsku, Warszawa 1962.
- [38] *Wyrzykowski T.*: Sposoby geodezyjnego wyznaczania współczesnych ruchów pionowych skorupy ziemskiej. Prace IGiK, t. X, zeszyt 1(21), Warszawa 1963.
- [39] *Wyrzykowski T.*: The use and importance of individual methods in complex research of the secular movements of the Earth's crust. Komunikat na XIII Ogólne Zgromadzenie MUGG w Berkeley, Warszawa 1963.

Rękopis złożono w Redakcji w czerwcu 1964 r.

ТАДЕУШ ВЫЖИКОВСКИ

ПРИМЕНЕНИЕ ТОЧНОЙ НИВЕЛИРОВКИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОВРЕМЕННЫХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ И ВЛИЯНИЕ ЭТИХ ДВИЖЕНИЙ НА РЕЗУЛЬТАТЫ И ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ОШИБКИ НИВЕЛИРОВКИ

Резюме

Работа относится к современным вековым движениям земной коры (обозначенными в сокращении в польском тексте через *r. s. z.*), рассматриваемым со стороны их вертикальной составляющей, с точки зрения геодезического метода их определения и явлений, какие они вызывают в сети точной нивелировки.

Глава 2 является вступлением к основной теме работы. Излагаются здесь различные роды движений поверхности земной коры (§ 2.1), а далее — различные негеодезические методы исследований современных вертикальных движений земной коры (§ 2.2.) вместе с анализом точности количественных методов. Схематически изложена роль отдельных методов в комплексных исследованиях движений (табл. 2).

В первой части работы (главы 3 и 4) изложено применение точной нивелировки к определению современных вертикальных движений земной коры.

Прежде чем приступить к изложению вычислительной обработки результатов двойной нивелировки, для определения наиболее вероятных скоростей движений земной коры, казалось целесообразным установить условия каким должна отвечать самая нивелирная сеть, чтобы она по возможности в полной степени могла быть использована для нужд этих исследований (гл. 3).

Такая сеть должна учитывать геологическое и тектоническое строение территории на которой она развивается, должна быть надлежащим образом связана с пунктами (нпр. мареографами), которые дают увязку с поверхностью относимости определяемых движений. Соответствующим условиям должно отвечать тоже закрепление пунктов сети, ее каждовременное измерение, а также частота повторяемых

измерений. Тематику этого раздела представлено более подробно в публикациях [35] и [36].

Анализ процесса, при обработке результатов повторяемой нивелировки вычислительными способами (гл. 4), производился исходя из предпосылки, что для определения скоростей движений земной коры используются большие нивелирные сети, которые создаются в течение многолетнего периода времени, для которых отношение периода времени их измерения (δT) к интервалу времени между повторяемыми измерениями (ΔT) не является пренебрегаемой величиной. Из этой предпосылки следует необходимость учитывать движения пунктов сети во-время ее измерения.

Проделанный анализ дает — при принятых здесь условиях — четкое преимущество способу определения скоростей движений приведенному в § 4.3., который отбрасывает предпосылку неизменности высот пунктов сети в периоде ее измерения. Этот способ, в результате использования условий — формула (4.15) и (4.29) — отвечающих принятой предпосылке движения пунктов, не нуждается ни в применении последовательных приближений, ни в приеме добавочных предположений касающихся распределения интервалов времени ΔT_i между повторяемыми измерениями отдельных линии сети. Избежание этих затруднений получается здесь путем применения, в качестве неизвестных, скоростей движений, т.е. изменений высот или превышений в единице времени. Так как к настоящему времени для такого способа определения движений [28] не употреблялся способ посредственных измерений, в качестве примера такого решения приведено определение скорости движения — и их средних квадратических ошибок — для узловых точек сети привязанной к мареографам, отбрасывая предпосылку безошибочности исходных значений V_0 (§ 4.5).

Процесс приведенный в § 4.3. строгим способом, т.е. при соблюдении условия $[p_{vv}] = \min.$, определяет так окончательные значения изменений превышений (Δh_i) как и разностей скоростей (ΔV_i) между конечными пунктами линии (4.35), при произвольных и различных значениях интервалов времени между повторяемыми измерениями отдельных линии (ΔT_i), а также позволяет определить среднюю квадратическую ошибку измерения нивелировки, из которой исключены влияния движений земной коры (4.41), (5.25).

Содержание гл. 4 излагалось раньше в кратком сообщении [37], [38].

Во второй части настоящей работы излагается влияние современных вертикальных движений земной коры на результаты и определяемые ошибки точной нивелировки (гл. 5), а также проблема редуцирования измерений.

Тематика этой части работы является продолжением уже раньше опубликованных статей [33], [34].

Приводятся основные формулы определяющие в частности значение невязки нивелирного полигона (Δp) вследствие движений земной коры, в периоде времени измерения этого полигона; для отдельного измерения — формулы (5.4) и (5.5), для разностей двух измерений — формулы (5.8) и (5.11). Это значение не зависит от ошибок измерения нивелировки. Знание его позволяет ввести соответствующую редуccionную поправку (R_p) для уменьшения невязки полигона, полученной из измерения, а тем способом — получить более правильную оценку ошибки измерения нивелировки (5.24).

Попытка введения таких редуccion в результаты измерения польской сети нивелировки I ряда из годов 1926—37 [23] показала, что так в отношении количества (57%), как и значений (тоже 57%) преобладали редуccionные поправки уменьшающие — хотя незначительно — значения невязок полигонов (§ 5.4.). Малое уменьшающее влияние нужно отнести к малым значениям самых поправок (R_p), за счет малых значений скорости движений земной коры на территории Польши. Полученный результат соответствует однако вероятности ($p = 0,55$) определенной путем теоретического расчета (5.30), при существующем для данной сети среднем значении отношения $q'' \approx 0.1$,

$$q'' = \frac{\sum |R_p|}{\sum |f_h + R_p|}, \quad (5.31)$$

где f_h — значение невязки полигона, определенное по измерению, после введения поправки за непараллельность уровенных поверхностей.

Произведен анализ величины отношения ошибки причиненной не введением редуccion из-за движений, к величине допускаемой ошибки измерения нивелировки (§ 5.3.), с учетом градиента движений.

Для более простого использования результатов анализа в польских условиях [20], определено среднее значение градиента скорости движений земной коры для территории Польши ($\partial V_p = 0,55$ мм/год /100 км); он является в два раза меньше градиента определенного — для сравнения — для территории Финляндии ($\partial V_F = 1,11$ мм/год /100 км).

Критерий, определяющий целесообразность применения редуccion к общему моменту отнесения (§ 6.1.), может быть принят по разному, но должен опираться на значение отношения средних квадратических ошибок определения редуccionных поправок линии (m_{RL}) к значениям этих поправок (R_L):

$$\frac{m_{RL}}{R_L} \leq k, \quad (6.4)$$

а также на значение отношения редуционных поправок линии к значениям средних квадратических ошибок измерения нивелировки ($m_{niw.L}$):

$$\frac{R_L}{m_{niw.L}} > q. \quad (6.5)$$

Предлагается признать целесообразность редукии когда выше приведены неравенства будут соблюдены для $k = 0.5$ а $q = 0.4$, т. е. когда пренебрежение уверенно определенными поправками (R_L) привело бы к увеличению полной средней квадратической ошибки нивелировки больше чем на 10%.

При изложении проблемы редукии результатов нивелировки, предполагается что скорости движений земной коры были уже определены, т. е. что для данной территории имеем карты изолиний скорости движений или удовлетворительную густоту пунктов определений.

Рассуждения (§ 6.2.) по выбору наиболее подходящего момента отнесения (T_0) измерений нивелирной сети для получения их внутренней сходимости, привели к установлению — среди несколько других — двух формул, а именно формулы:

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i \cdot \frac{1}{\Delta T_i^2}}{\sum_1^n \frac{1}{\Delta T_i^2}}, \quad (6.34)$$

где T_i — момент измерения i -той линии редуцированной сети,
 ΔT_i — интервал времени между двумя измерениями i -той линии, которые были основой для определения скорости движений земной коры;

которая соблюдает условие:

$$\sum_1^n \left(\frac{m_{R.L_i}}{m_{niw.L_i}} \right)^2 = \min. \quad (6.21)$$

и формулы:

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i \cdot \frac{\Delta V_i^2}{L_i}}{\sum_1^n \frac{\Delta V_i^2}{L_i}}, \quad (6.15)$$

где L_i — длина i -той линии,

которая соблюдает условие:

$$\sum_1^n \left(\frac{R_{Li}}{m_{niw.Li}} \right)^2 = \min. \quad (6.12)$$

Пример 3, использующий фрагмент сети (рис. 12) вмещающей 5 полигонов [28], иллюстрирует влияние выбора момента отнесения (T_o) — определенного различными формулами — на изменение значения и распределение ошибок редукции. Таблица 19 содержит соответствующее сравнение средних значений нескольких характеристических величин, выраженное в процентах.

TADEUSZ WYRZYKOWSKI

THE APPLICATION OF PRECISE LEVELLING TO THE
DETERMINATION OF THE RECENT VERTICAL MOVEMENTS OF
THE EARTH CRUST AND ITS INFLUENCE ON THE LEVELLING
RESULTS AND ERRORS DETERMINED

S u m m a r y

This paper is concerned with the recent secular earth crust movements (referred to in the polish text by the abbreviation r.s.z.), especially its vertical component, studied from the view point of the geodetical method of its determination and its effect on the precise levelling network.

Chapter 2 is an introduction to the principal subject of the paper. Several kinds of the earth crust movements are described (§ 2.1.), then various non-geodetic methods of research of the recent vertical movements of the earth crust are presented together with the analysis of the quantitative methods accuracy. The role of the separate methods in the complete research of motions is sketched (Table 2).

The first part (Chapter 3 and 4) is discussing the application of precise levelling to the determination of the recent vertical earth crust movements.

Before discussing the computative elaboration of duplicate levelling results for determination of the most probable rate of the earth crust motions, it was appropriate to settle conditions for the levelling network in order to make it fully useful for this kind of research (Chapter 3). When projecting such a network one shall take into consideration the geological and tectonic structure of the region. The network should contain the points (e.g. mareographs) giving connexion with the reference surface of motions which should be determined. Stabilization of network points, each measurement and their frequency should be complied with the proper conditions. The subject of this chapter were broadly discussed in the papers [35] and [36].

The analysis of the proceeding of computative exploitation fo the repeated levelling (Chapter 4) was performed with the assumption that

large networks — created in the space of many years — are exploited, for which the ratio of the measurement period (δT) to the interval between single measurements (ΔT) is not to be neglected. The result of this assumption is the necessity of admitting of the points motions in the period of their measurement.

The analysis — with these conditions — gives the significant advantage to the method of determination of motions rate given in § 4.3., rejecting the constancy of points elevations in the period of their measurement. This method, according to conditions given in formulas (4.15) and (4.29), does not require the use of successive approximations, nor additional assumptions about time intervals ΔT_i between repeated measurements of the individual lines. To avoid these difficulties, rate of motions, i.e. variations of elevations or differences of elevations in the time unit, are operated. Indirect observations method having not been used by such determination of motions [28], an example of solution for nodal points connected with mareographs is given, the assumption of constancy of initial values V_0 (§ 4.5.) being rejected.

Rigorous adjustment given in § 4.3., i.e. the general principle $[p_{vv}] = \min.$ being kept, determines the final values of elevation differences (Δh_i) and rate differences (ΔV_i) between the line ends (4.35) alike, by optional and different values of intervals between repeated measurements of individual lines (ΔT_i) and enables too the calculation of the mean square error of the levelling measurements not burdened by influences of earth crust movements (4.41), (5.25).

The contents of the chapter 4 were given previously in a short notice [37], [38].

In the second part of this paper the influence of the recent vertical earth crust movements on the results and computed errors of the precise levelling (Chapter 5) is discussed and the problem of reduction of measurements (Chapter 6) as well. The subject of this part is a continuation of the previously published papers [33], [34].

Fundamental formulas are given determining disclosure of levelling polygon (Δp) due to earth crust movements during the period of measurement of the polygon; for the single measurement — formulas (5.4) and (5.5); for differences of two measurements — formulas (5.8) and (5.11). This value is independent of measurement errors of levelling. Its knowledge enables the introduction of the proper correction (R_p) in order to diminish the disclosure of a polygon, obtained from the measurement, and this to get more probable value of the error of measurement of the levelling (5.24).

Tentative introduction of such reductions into results of the Polish primary network of the years 1926—37 [23] proved that as regards both

value and quantity about 57% of reduction corrections were diminishing — though very little — disclosures of polygons (§ 5.4.). This little influence should be ascribed to little values of corrections (R_p), owing to little rate of earth crust movements on the territory of Poland. But the obtained result complies with the probability ($p = 0,55$) calculated on the theoretical way (5.30), by existing average ratio $q'' = 0,1$ for the given network

$$q'' = \frac{\sum |R_p|}{\sum |f_h + R_p|}, \quad (5.31)$$

where f_h — disclosure of a polygon determined by the measurement, after applying the correction of nonparallelism of equipotential surfaces.

There was made the analysis of the ratio of the error owing to rejecting the influence of motions, to the value of admissible error of the levelling (§ 5.3.) with consideration of motion gradient.

To facilitate the exploitation of analysis results in the Polish conditions [20], the average value of gradient of earth crust movements on the Polish territory ($\partial V_p = 0,55$ mm per year per 100 km) was determined. This is twice as less than the gradient determined — in comparison — for Finland ($\partial V_F = 1,11$ mm per year per 100 km).

The criterion of the suitability or superfluity of reduction to the common reference moment (§ 6.1.) may be differently accepted, but it should be based on the value of the ratios of the mean square errors of the line correction determination (m_{RL}) to the value of corrections (R_L):

$$\frac{m_{RL}}{R_L} \leq k \quad (6.4)$$

and it should be based on the value of the ratio of the line corrections to the value of the mean square errors of levelling ($m_{niw.L}$):

$$\frac{R_L}{m_{niw.L}} > q. \quad (6.5)$$

It is proposed to accept the reduction as suitable when the inequalities shown above will be kept for $k = 0,5$ and $q = 0,4$ i.e. when non applying of the firmly determined corrections (R_L) were induce the rise of the whole levelling error more than 10%.

When discussing the problem of levelling results reduction, it is assumed that the rate of the earth crust movements has been determined, i.e. a map of isolines of rate for the given area or sufficiently dense points determinations are available.

The consideration (§ 6.2.) about the choice of the most suitable reference moment (T_o) for levelling observations, in order to obtain their

internal conformity, has brought to determination — among others — of two formulas, and namely the formula:

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i \cdot \frac{1}{\Delta T_i^2}}{\sum_1^n \frac{1}{\Delta T_i^2}}, \quad (6.34)$$

where T_i — the moment of the levelling of i -th line in the network;
 ΔT_i — the time interval between two levellings of the i -th line
 which were the base of the earth crust movements determination;
 the condition being kept:

$$\sum_1^n \left(\frac{m_{RL_i}}{m_{niw.L_i}} \right)^2 = \min. \quad (6.21)$$

and the formula

$$T_0 = \frac{\sum_1^n T_i \cdot \frac{\Delta V_i^2}{L_i}}{\sum_1^n \frac{\Delta V_i^2}{L_i}}, \quad (6.15)$$

where L_i — the length of the i -th line,
 which keeps the condition:

$$\sum_1^n \left(\frac{R_{L_i}}{m_{niw.L_i}} \right)^2 = \min. \quad (6.12)$$

The example 3, based on the network fragment (fig. 12) consisting of 5 polygons [28], shows the influence of the choice of the reference moment (T_0) — determined by means of several formulas — on the values and spreading of the reduction errors. Table 19 contains the comparison of the average values of some characteristic values, given in percentage.