

WOJCIECH KRZEMIŃSKI
WŁADYSŁAW DĄBROWSKI
ZOFIA MAJDANOWA

528.021.6 : 528.32

Pomiary Tellurometrem MRA-1 na bazach geodezyjnych w Polsce

Dysponując w latach 1961 i 1962 instrumentem Tellurometr MRA-1 Nr MA 350 i RA 471 Pracownia Dalmierzy Elektromagnetycznych Instytutu Geodezji i Kartografii przeprowadziła w tym okresie pomiary na 22 bazach geodezyjnych lub bokach sieci bazowych. Celem tych pomiarów było zebranie materiału pozwalającego na bliższe określenie dokładności pomiarów odległości dalmierzem radiowym, w odniesieniu do określonych warunków w jakich pomiar był wykonywany.

Instrument Tellurometr MRA-1 jest pierwszym i najbardziej rozpowszechnionym typem geodezyjnego dalmierza radiowego pracującym na fali 10 cm. Od czasu wypuszczenia go na rynek i zastosowania w pracach geodezyjnych minęło kilka lat, w literaturze fachowej opublikowano wiele prac analizujących otrzymane wyniki, obok niego pojawiło się szereg innych instrumentów tego typu, w tym również nowsze rozwiązania pracujące na fali nośnej 3 cm, ale zagadnienie dokładności i pewności pomiarów dalmierzami radiowymi w różnych warunkach jest jeszcze zagadnieniem otwartym. Wynika to z tego, iż całkowity błąd pomiaru odległości dalmierzem radiowym jest złożony z wielu czynników występujących razem i trudnych na ogół do wyodrębnienia i niezależnego zbadania.

Ogólnie możemy napisać:

$$m^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 + m_5^2 + m_6^2 + m_7^2$$

gdzie: m_1 — błąd centrowania

m_2 — błąd odczytu

m_3 — błąd poprawki instrumentu

m_4 — błąd propagacji (odbić od ziemi i przedmiotów terenowych)

m_5 — błąd redukcji ze względu na refrakcję

m_6 — błąd częstotliwości wzorcowej

m_7 — błąd wyznaczenia szybkości rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w próżni

m — ogólny błąd pomiaru linii.

Wszystkie te błędy mają różnorodny charakter i wielkość, niejednakowo wpływając na końcowy rezultat. Cztery pierwsze są błędami niezależnymi od mierzonej odległości, wielkości m_5 , m_6 , m_7 , są proporcjonalne do długości wyznaczanego odcinka. Stąd też wzór na tzw. standardowy błąd pomiaru przedstawiany jest w formie dwuczłonowej, o czym piszemy obszerniej dalej.

Omówmy kolejno pokrótce charakter poszczególnych błędów i podajmy szacunek ich przeciętnych wartości.

m_1 — błąd centrowania szacowany jest różnie od 0,4 do 1,0 cm dla mierzonej linii to znaczy jako suma błędów centrowania obu stacji: głównej i pomocniczej. Jednakże, ze względu na prymitywny sposób centrowania dalmierzy pionem sznurkowym, w przypadku nachylonych celowych, może błąd centrowania być znacznie większy. Zagadnienie to nie jest w przypadku dalmierzy radiowych najpilniejszym, ale wobec rosnącej ich dokładności będzie musiało znaleźć rozwiązanie konstrukcyjne np. takie jak w dalmierzu firmy Wild Distomat DM 50. Łączy się to ze sprawą ustalenia geometrycznego środka instrumentu i problemem wyznaczenia poprawki instrumentu i błędu m_3 .

m_2 — błąd odczytu jest w zasadzie znikomy ze względu na dokładność podziału i wielokrotność dokonywania odczytów; może być na ogół w analizie dokładności pominięty jako nieistotny.

m_3 — błąd poprawki instrumentu określany jest w literaturze średnio na około 1—2 cm [6, 7]. Może on być jednak różny w zależności od sposobu i warunków w jakich poprawka instrumentu była wyznaczana. Błąd ten obliczany z wewnętrznych niezgodności pomiędzy seriami składającymi się na jedno wyznaczenie bywa na ogół mniejszy od różnic pomiędzy poszczególnymi wyznaczeniami.

m_4 — błąd propagacji (odbić od ziemi i przedmiotów terenowych) nie zależy w zasadzie od odległości, ale dla każdej celowej będzie różny i związany z wieloma czynnikami takimi jak: pokrycie terenu, wysokość celowej nad terenem, wilgotność (deszcz, śnieg), przedmioty terenowe mogące być źródłem odbić bocznych i t. d. Teoretycznie odpowiednie postępowanie pomiarowe (pomiar na różnych częstotliwościach nośnych) w znacznym stopniu powinno błąd ten wyeliminować, a przynajmniej znacznie zmniejszyć. Na ogół przyjmuje się, że jeżeli uzyskało się pełną sinusoidę krzywej odbić, a amplituda jej nie przekracza 4 milimikrosekundy, to błąd wynikający z różnicy drogi bezpośredniej i odbitej wynosi około ± 3 cm. Zagadnienie to obok błędu redukcji ze względu na refrakcję, jest najtrudniejsze do określenia.

m_5 — błąd poprawki ze względu na refrakcję w średnich warunkach i przy założeniu dokładności określenia temperatury ($t = 20^\circ \pm 0,5$), ciśnienia ($p = 760 \pm 0,4$ mm Hg) i wilgotności ($e = 10 \pm 0,5$ mm Hg) będzie wynosił $3,0 \cdot 10^{-6}D$. Wielkość tego błędu jest najbardziej dyskusyjna, a bliższe jego wyjaśnienie wymaga przeprowadzenia większych, specjalnych badań. Zagadnienie to znajduje się w centrum zainteresowania wszystkich ośrodków badawczych.

Błąd ten zależeć będzie od tego w jakim stopniu wartości danych meteorologicznych określone na końcach mierzonej linii odpowiadają warunkom wzdłuż całej linii. Inaczej mówiąc, czy i jak dalece uśrednione wartości temperatury, ciśnienia i wilgotności określone na początku i na końcu pomiaru (i ewentualnie w środku) odpowiadają średnim warunkom wzdłuż całego przebiegu fali. Wiąże się to z takimi zagadnieniami jak: określenie „korzystnych” i „niekorzystnych” warunków meteorologicznych dla pomiaru, wpływu ukształtowania i pokrycia terenu, wyboru najwłaściwszej pory doby do przeprowadzania pomiarów i t. p.

m_6 — błąd częstotliwości wzorcowej kwarców jest stosunkowo najprostszy do określenia. Przy stałości częstotliwości kryształów w granicach ± 10 c/sek wynosić on będzie $\pm 10^{-6}D$. Problemem jest więc tylko zorganizowanie właściwej i dostatecznie częstej kontroli stałości częstotliwości wzorcowych.

m_7 — błąd wyznaczenia prędkości rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w próżni określany jest na $\pm 0,4$ km/sek. W takim razie wpływ jego na pomiar linii wyniesie $\pm 1,3 \cdot 10^{-6}D$ i będzie miał charakter systematyczny dla wszystkich obserwacji.

Tak więc możemy ogólny błąd pomiaru dalmierzem radiowym, a w szczególności Tellurometrem oszacować:

$$m = \pm (5 + 3,5 \cdot 10^{-6}D) \text{ cm.}$$

Taka też wartość na dokładność Tellurometru podawana jest przez producenta instrumentu.

Dla uzyskania pełnowartościowego materiału, który by pozwolił na wyciągnięcie wniosków co do rzeczywistej dokładności Tellurometru i wyboru najwłaściwszych warunków pomiaru, na podstawie przeprowadzonego wywiadu wybraliśmy na terenie Polski 22 boki będące bądź bazami geodezyjnymi bądź bokami siatek bazowych. Wysoka dokładność pomiaru baz drutami inwarowymi i wysoka dokładność określenia długości boków siatek bazowych przy porównywaniu wyników pomiarów Tellurometrem pozwoliła na potraktowanie ich długości jako bezbłędne.

Linia		A - B		Stacja Główna		A		Stacja Odzewowa	
Nr serii		Data		Obserwator		Z. C.		Obserwator	
Godzina rozp.		Godzina zakończ.		Nr altimetru		Nr psychrometru		Nr altimetru	
Przybl. długość		Wys. instrumentu		Wys. stanowiska		Wys. instrumentu		Wys. stanowiska	
1		15. VII. 63		448507		1424		448508	
15 ¹⁰		15 ²⁵		18.16 (M)		16.71		1.30 (Z)	
9 km		249.50		260.0					
ODCZYTY WSTĘPNE						Przybliżony czas przebiegu 5885.4 m. s.			
+A 91.0		+A 91.0		+A 91.0		+A 91.0		+A 91.0	
B 92.0		C 09.5		D 02.0		-A 20.5		B 32.0	
d 59.0		d 88.5		d 89.0		d 130.5		d 59.0	
5		8		8		85.2		5	
A ⁺		A ⁺ R		Prad SG		AVC SG		Prad SG	
A ⁻		A ⁻ R		Prad SO		AVC SO		Prad SO	
d		d		Polozenie przerwy		Polozenie przerwy		Polozenie przerwy	
91.0		43.0		+0.847		10.8		11.1	
20.5		73.5				8.5		8.4	
70.5		69.5		85.000		749.4		749.7	
89.5		42.0		+1.597					
21.0		73.5							
68.5		68.5		84.250					
91.0		43.0		+0.097					
19.0		72.0							
72.0		71.0		85.750					
91.0		43.0		+0.347					
19.5		72.5							
71.5		70.5		85.500					
92.0		43.5		-0.278					
19.0		72.0							
73.0		71.5		86.125					
92.0		43.5		-0.153					
19.0		72.5							
73.0		71.0		86.000					
90.5		43.5		+0.472					
20.0		72.5							
70.5		71.0		85.375					
92.0		44.5		-0.903					
18.0		71.5							
74.0		73.0		86.750					
89.5		43.0		+1.347					
21.0		73.5							
68.5		69.5		84.500					
91.0		44.5		-0.278					
19.0		72.0							
72.0		72.5		86.425					
90.5		44.0		+0.222					
19.5		72.5							
71.0		71.5		85.625					
92.5		45.0		-1.278					
18.0		71.0							
74.5		74.0		87.125					
91.5		44.5		0.528					
19.0		71.5							
72.5		73.0		86.375					

Dokładność względna tak przyjętych boków wzorcowych zawierać się będzie pomiędzy 10^{-6} (bazy) a $1,5 \cdot 10^{-6}$ (boki siatek bazowych). W jednym przypadku (bok A) jako bok wzorcowy przyjęty został bok triangulacji państwowej I klasy wychodzący z punktu bazowego. Można więc przyjąć, iż dokładność jego nie będzie gorsza niż $2 \cdot 10^{-6}$. Jest to wielokrotnie lepiej niż osiągane w praktyce dokładności pomiaru dalmierzami radiowymi (10^{-5}).

W takim razie różnicę

$$m = D_{\text{baza}} - D_{\text{Tellurometr}}$$

traktować możemy jako błąd prawdziwy, co znacznie ułatwia analizowanie wyników i podnosi wiarygodność wyciąganych wniosków.

Mierzone odległości wynosiły od 0,5 do 29 km, z tym że tylko dwie z nich były dłuższe od 9 km (23 i 29 km). Profile baz rzut poziomy przedstawione są na rys. 1. Jak widzimy mierzone bazy różniły się znacznie pomiędzy sobą tak co do charakteru ukształtowania terenu jak i pokrycia. Wysokości baz nad poziom morza wynosiły od 80 m do 360 m. Maksymalna różnica poziomów końców mierzonego odcinka wynosiła 80 m (baza B). Wszędzie tam gdzie było to możliwe wykonano pomiar bazy przy różnych ustawieniach stacji i w zasadzie w obu kierunkach (zamiana stacji głównej i odzewowej). W dalszym ciągu oznaczono: W-W jeżeli obie stacje ustawione były na stolikach wież, Z-Z jeżeli obie stacje ustawione były na statywach na ziemi, W-Z i Z-W jeżeli w punkcie przyjętym za początkowy stacja główna ustawiana była na wieży, a na końcowym stacja odzewowa na statywie na ziemi i odwrotnie.

Przy jednorazowym ustawieniu stacji wykonywano przynajmniej trzy serie co uważano za jeden pomiar. Każda seria pomiarowa obejmowała 18 poczetów (po 4 odczyty) rozłożonych równomiernie w całym zakresie częstotliwości nośnych (odczyty włącznie od 3 do 20). Warunki meteorologiczne odczytywane były na początku, w środku i na końcu każdej serii na obu stacjach. Temperatura termometru suchego i temperatura termometru zwilżonego odczytywane były na aspiracyjnym psychrometrze Assmanna z dokładnością $0,1^{\circ}\text{C}$. Ciśnienie atmosferyczne mierzono altimetrami Paulina z dokładnością odczytu 0,2 mm Hg.

Przeprowadzone obserwacje i wykonane obliczenia ilustruje załączony przykład dziennika pomiarowego. Wszystkie długości zredukowano do średniego poziomu morza. Współczynnik refrakcji obliczany był bądź przy pomocy tablic podanych przez Dąbrowskiego [3] bądź też nomogramów i tablic opracowanych przez Majdanową [13]. W obu przypadkach wyjściowym wzorem do obliczenia „n” jest wzór Essena i Froome’a zalecony przez Unię Geodezyjno Geofizyczną, a do uwzględnienia ciśnienia pary wodnej w powietrzu wzór Sprunga.

Tak obliczone wyniki pomiarów zestawione są w tablicy 1 według długości mierzonych odcinków. Za jeden pomiar przyjęto wszystkie serie wykonane przy jednakowym ustawieniu instrumentów, ale nie wyróżniając zamiany stacji. Tak więc jeden pomiar obejmuje od trzech do siedmiu serii i wykonywany był w ciągu jednego do trzech dni. W tablicy tej m_0 oznacza średni błąd obliczony na podstawie wewnętrznej niezgodności poszczególnych pomiarów. W ostatniej rubryce podano ogólny opis warunków meteorologicznych. Należy podkreślić, że przeciętnie można warunki te określić jako niesprzyjające, co zwłaszcza odnosi się do pomiarów wykonywanych w październiku i listopadzie.

Na podstawie błędów prawdziwych wszystkich poszczególnych serii obliczono metodą najmniejszych kwadratów średni błąd standardowy jednej serii pomiarowej w postaci:

$$M_s = \pm (A + B \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

Ze 156 wyników otrzymano następujące wartości współczynników A i B oraz średnie błędy ich wyznaczenia:

$$A = 2,78 \pm 0,60 \text{ i } B = 0,76 \pm 0,08$$

Tak więc po uproszczeniu można przyjąć iż w przypadku naszych pomiarów błąd standardowy jednej serii wynosi:

$$M_s = \pm (3 + 0,75 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

Opracowując te same wyniki metodą statystyczną korelacji, zastosowaną przez Bolszakowa do analizy wyników SWW-1 [2] otrzymano podobnie:

współczynnik korelacji błędu prawdziwego i długości mierzonej linii

$$r = 0,81 \pm 0,08$$

oraz wzór na błąd

$$M_k = \pm (4 + 0,7 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

Zauważmy jeszcze, iż praktycznie ten sam wynik uzyskamy rozpatrując wszystkie pomiary (tak jak zostały one zdefiniowane powyżej), a nie pojedyncze serie.

Zarówno mały błąd wyznaczenia współczynnika B jak i wysoki współczynnik korelacji wskazują na dużą wagę błędu proporcjonalnego do mierzonej odległości. Nie dyskutując go teraz bliżej, zwrócimy uwagę jedynie, iż jest dwukrotnie większy niż jego szacunkowa wartość podawana w literaturze i wyprowadzona przez nas we wstępnych rozważaniach.

Tablica 1

L.p.	Nazwa linii	Data pomiaru	Przebieg celowej	Ilość serii	Długość wzorcowa D_B	Długość mierzona D_T	m_0	$m_{D_B-D_T}$	m/D	Uwagi
1	K _I	7. VI. 62	Z-Z	5	500,009	499,983	±2,8	+ 2,6	1:19000	pogodnie, słońce lekki wiatr
2	K _{II}	18. VI. 62	Z-Z	3	572,249	572,220	1,3	+ 2,9	1:20000	"
3	K _{III}	13. VI. 62	W-W	4	1901,751	1901,663	2,4	+ 8,8	1:22000	"
4	K	14. VI. 62	W-W	5	2108,463	2108,463	1,5	0,0	—	"
		18. VI. 62								"
5	K _{IV}	13. VI. 62	W-W	3	2527,188	2527,158	2,6	+ 3,0	1:84000	"
6	M	17, 18, 19 VIII. 61	W-W	4	3142,919	3142,947	3,0	- 2,8	1:112000	"
7	M	"	Z-W	2	3142,919	3142,944	3,1	- 2,5	1:126000	"
8	M	"	W-Z	2	3142,919	3142,919	3,0	0,0	—	"
9	K _V	19. VI. 62	W-W	3	3143,732	3143,699	3,2	+ 3,3	1:95000	"
10	K _{VI}	"	W-W	2	3423,515	3423,404	1,4	+11,1	1:31000	"
11	E	14. XI. 62	Z-Z	8	3850,408	3850,434	1,8	- 2,6	1:148000	pochmurno, lekki wiatr
12	B	11. X. 62 12. X. 62	W-Z	6	3894,297	3894,283	3,6	+ 1,4	1:278000	pogodnie, słońce bezwietrznie
13	B	"	W-W	6	3894,297	3894,292	8,4	+ 0,5	1:779000	"
14	B	"	Z-W	6	3894,297	3894,346	2,7	- 4,9	1:79000	"
15	B	"	Z-Z	3	3894,297	3894,240	4,3	+ 5,7	1:68000	"
16	N	17, 18, 19, VIII. 61	W-W	4	3977,415	3977,388	2,8	+ 2,7	1:147000	"
17	N	"	W-Z	1	3977,415	3977,354	2,9	+ 6,1	1:65000	"
18	L	"	W-W	5	4180,999	4180,957	3,1	+ 4,2	1:100000	"
19	L	"	W-Z	5	4180,999	4180,988	3,0	+ 1,1	1:380000	"
20	G	20. IX. 62 21. IX. 62	W-Z	7	4327,677	4327,602	1,6	+ 7,5	1:58000	pochmurno, deszcz, silny wiatr
21	K _{VII}	19. VI. 62	W-W	3	5061,401	5061,326	2,6	+ 7,5	1:67000	pogodnie, słońce, lekki wiatr
22	D	4. X. 62	W-Z	3	5745,057	5745,019	2,7	+ 3,8	1:151000	pogodnie, słońce, bezwietrznie
23	D	"	W-W	3	5745,057	5744,984	1,8	+ 7,3	1:79000	"
24	D	"	Z-W	6	5745,057	5744,948	3,5	+10,9	1:53000	"
25	H	26. IX. 62 27. IX. 62	W-Z	2	5911,708	5911,690	2,2	+ 1,8	1:328000	pochmurno, wiatr
26	H	"	Z-Z	5	5911,708	5911,665	3,5	+ 4,3	1:137000	"
27	A _{II}	25. VIII. 62	W-W	6	6830,709	6830,607	3,5	+10,2	1:67000	pogodnie, słońce, lekki wiatr
28	A _{II}	"	W-Z	6	6830,709	6830,714	2,3	- 0,5	1:137000	"
29	C	1, 2. X. 62	W-W	7	6901,761	6801,660	2,1	+10,1	1:68000	"
30	C	1. X. 62	W-Z	3	6901,761	6901,758	3,0	+ 0,3	1:230000	"
31	C	2. X. 62	Z-W	3	6901,761	6901,761	1,7	0,0	—	"
32	C	9. X. 62	W-Z	3	8565,106	8565,329	3,6	-22,3	1:38000	mglisto, bezwietrz.
33	I	10. X. 62	Z-W	3	8565,106	8565,291	3,5	-18,5	1:46000	"
34	I	9, 10. X. 62	Z-Z	6	8565,106	8565,269	4,4	-16,3	1:53000	deszcz
35	F	19. X. 62	W-W	7	8823,885	8823,719	3,0	+16,6	1:53000	pochmurno, silny wiatr
36	J	13. XI. 62	W-W	4	23301,767	23301,630	2,0	+13,7	1:170000	pochmurno, lekki wiatr
37	A	24. VIII. 62	W-W	3	28993,647	28993,402	2,0	+24,5	1:118000	pochmurno, deszcz silny wiatr

Rozpatrzmy teraz wyniki poszczególnych pomiarów porównując wielkości otrzymanych błędów prawdziwych z obliczonymi według powyżej wyprowadzonego wzoru błędami standardowymi. Otrzymamy wtedy następujący rozkład błędów:

$$\begin{array}{llll} m \leq M_s & \text{występuje w } 57\% \text{ przypadków} \\ M_s < m \leq 2M_s & \text{,, ,, } 37\% & \text{,,} \\ 2M_s < m \leq 3M_s & \text{,, ,, } 6\% & \text{,,} \end{array}$$

Dla porównania przytoczymy analogiczne obliczenie wykonane dla niektórych posiadanych przez nas materiałów opublikowanych w innych krajach. Braliśmy przy tym pod uwagę taki materiał, w którym podobnie jak w naszym możemy otrzymane błędy uważać za błędy prawdziwe i gdzie większa ilość obserwacji upoważnia do obliczenia procentowego rozkładu wielkości błędów. Otrzymamy w stosunku do błędu standardowego obliczonego jak powyżej:

Tablica 2

Kraj	$m \leq M_s$	$M_s < m \leq 2M_s$	$2M_s < m \leq 3M_s$	Uwagi
CSRS	75%	17%	8%	średnie z 10 serii pojedyncze pomiary pojedyncze pomiary na bokach do 1 km
NRF	56%	26%	18%	
Kanada	44%	22%	34%	

Osobno potraktować musimy dane przytoczone w obu Raportach Przewodniczącego Grupy Studiów Nr 19 IAG [6, 7]. Mamy tu bowiem do czynienia niewątpliwie z materiałem niejednorodnym, a jednocześnie w jakiś sposób wyselekcjonowanym. Dla Tellurometru znajdziemy tam (z wyjątkiem MRA-3):

$$\begin{array}{ll} m \leq M_s & \text{— } 88\% \\ M_s < m \leq 2M_s & \text{— } 9\% \\ 2M_s < m \leq 3M_s & \text{— } 3\% \end{array}$$

oraz dla instrumentów pracujących na fali 3 cm

$$\begin{array}{ll} m \leq M_s & \text{— } 85\% \\ M_s < m \leq 2M_s & \text{— } 12\% \\ 2M_s < m \leq 3M_s & \text{— } 3\% \end{array}$$

Wydaje się, że możemy przyjąć, iż dla przeciętnych warunków około 60—70% pomiarów zawierać się będzie w granicach dokładności okreś-

lonej wzorem na błąd standardowy, a około 5—10% pomiarów będzie miało błąd przekraczający $2M_s$. Jak zobaczymy dalej rozkład ten jest niezależny od sposobu w jaki zostały określone poprawki pomiarów, a jak wynika z pracy Lilly'ego [12], nawet w optymalnych warunkach przeprowadzonych pomiarów 10% otrzymanych rezultatów całkowicie odbiegało od wyników pozostałych czego nie udało się wytłumaczyć warunkami zewnętrznymi, ani widocznymi usterkami pracy instrumentu.

Jak wynika z naszych doświadczeń zwiększanie ilości serii praktycznie nie poprawia otrzymanego wyniku, a zwiększenie ilości pomiarów (np. przy różnych ustawieniach instrumentu, czy w różnych porach dnia przy innych warunkach meteorologicznych) poprawia go tylko nieznacznie. Należy więc wnioskować, iż błąd pomiaru zależy głównie od warunków zewnętrznych i ma dla danej linii charakter systematyczny. Ponieważ większa część błędu stałego pochodzi od błędu propagacji, zestawiliśmy krzywe odbić charakterystyczne dla poszczególnych linii (rys. 2). Na ogół wszystkie krzywe uzyskane dla danej linii bez względu na sposób ustawienia stacji, kierunek pomiaru czy zmienne warunki atmosferyczne, są tak do siebie podobne, że każdą linię można scharakteryzować jedną wybraną krzywą.

Jedynie w dwu przypadkach przytaczamy po dwie krzywe dla jednej bazy.

1) „Baza B” — pomiar przy ustawieniu obu stacji na stolikach wież W-W charakteryzuje się prawie trzykrotnie większą amplitudą krzywej odbić niż wszystkie pozostałe pomiary. Oczywiście pomiar ten charakteryzuje również duży m_0 .

Ponieważ baza ta zmierzona została we wszystkich kombinacjach ustawienia stacji, w ciągu dwu dni, przy praktycznie takich samych i dobrych warunkach atmosferycznych powtórzmy z tablicy 1 poszczególne wyniki:

$$W-W \quad m_0 = \pm 8,4 \quad m/D = 1 : 779\,000$$

$$Z-Z \quad m_0 = \pm 4,3 \quad m/D = 1 : 68\,000$$

$$W-Z \quad m_0 = \pm 3,6 \quad m/D = 1 : 278\,000$$

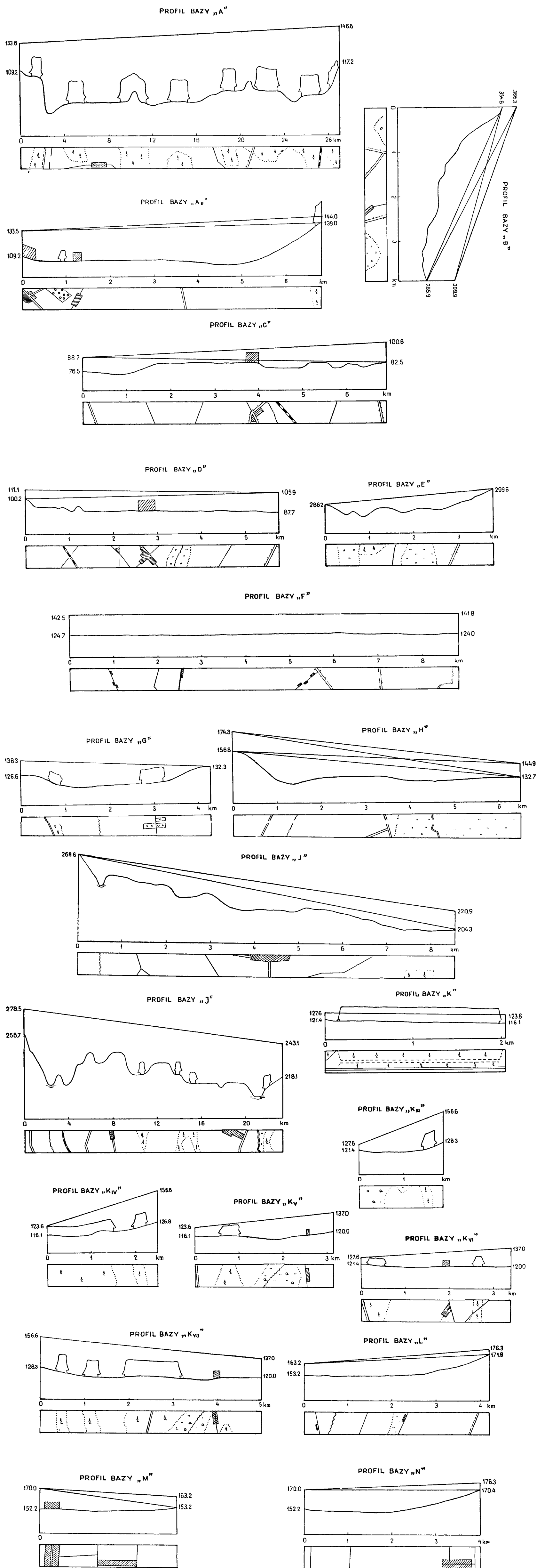
$$Z-W \quad m_0 = \pm 2,7 \quad m/D = 1 : 79\,000$$

Przypomnijmy, że dla długości linii 3,9 km $M_s = \pm 6$ cm, a $M_s/D = 1 : 65\,000$, czyli że wszystkie wyniki zawierają się w granicach błędu standardowego. Ogólnie z wszystkich pomiarów znajdziemy w zależności od przebiegu celowej:

$$Z-Z \text{ średnio około } 1 : 56\,000 \quad (5 \text{ pomiarów})$$

$$W-W \quad \text{„} \quad \text{„} \quad 1 : 130\,000 \quad (15 \quad \text{„})$$

$$W-Z \text{ lub } Z-W \quad \text{„} \quad \text{„} \quad 1 : 300\,000 \quad (17 \quad \text{„})$$



2) „Baza I” — podajemy dwie krzywe, z których druga o większej amplitudzie jest charakterystyczna dla obserwacji wykonanych podczas padającego deszczu. Ogólnie możemy jedynie powiedzieć, że dopiero bardzo złe warunki atmosferyczne wpływają widocznie na osiąganą dokładność.

Rozpatrując ogólnie krzywe odbić dla poszczególnych linii nie można określić prostego związku pomiędzy charakterystyką profilu, wysokością celowej nad gruntem, pokryciem, a amplitudą i kształtem krzywej odbić czy otrzymywanym błędem prawdziwym. Wydaje się, iż można jedynie zauważyć dość znaczny udział odbić bocznych od przedmiotów terenowych.

W dotychczasowej analizie wyników przyjmowaliśmy, że poprawka instrumentu równa jest 0. Upoważniały nas do tego wyniki prób określenia tej poprawki dokonywane przez nas na bokach krótkich, bądź przez pomiar w terenie dającym minimalny efekt odbić specjalnie wybranego odcinka i jego podwielokrotności.

W takim przypadku, jeżeli oznaczmy przez L cały odcinek, przez $l_1, l_2, \dots, l_n$ jego odcinki składowe, a przez v poprawkę instrumentu, otrzymamy:

$$v = \frac{\sum (l_i - L)}{n - 1}$$

i odcinek L możemy wybierać tak aby otrzymać minimalny błąd propagacji, a nie musimy znać jego dokładnej długości.

Z szeregu takich wyznaczeń otrzymano rezultaty różne tak co do wielkości jak i co do znaku poprawki, a wartość średnią bliską zeru. Przy czym wszystkie wyniki zawierały się w granicach błędu standardowego

W literaturze zagranicznej szereg autorów jak Poder, Lehn, Bedsted, Lilly i inni [12, 14] zwróciło uwagę na systematyczne zmiany poprawki instrumentu dalmierzy radiowych, a w szczególności Tellurometru typu MRA-1. Wyniki tych badań podsumowane są przez Edge'a w Raporcie 19 Grupy Studiów IAG przedstawionym w Berkeley [7], tłumaczyłyby różne wartości poprawki instrumentu otrzymywane przez nas w poszczególnych wyznaczeniach.

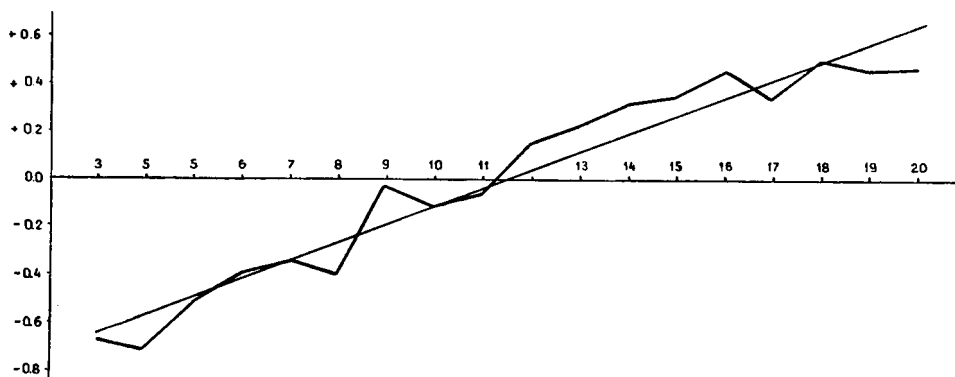
W naszym przypadku pierwszym zjawiskiem rzucającym się w oczy przy nawet pobieżnym przeglądzie krzywych odbić, był systematyczny wzrost odczytu odległości przy zwiększaniu się odczytu wnęki, czyli wzroście częstotliwości nośnej. Dla wyznaczenia tej zależności utworzono różnice odczytów przy poszczególnych nastawieniach częstotliwości nośnej od średnich wartości dla każdej serii. Uśredniając te wyniki dla 257 serii otrzymano:

Tablica 3

wnęka	różnica	wnęka	różnica	wnęka	różnica
3	-0,67	9	-0,02	15	+0,35
4	-0,70	10	-0,11	16	+0,46
5	-0,51	11	-0,06	17	+0,34
6	-0,39	12	+0,15	18	+0,50
7	-0,34	13	+0,21	19	+0,46
8	-0,40	14	+0,32	20	+0,47

różnice podane są w milimikrosekundach

Wynik ten przedstawiony jest na rys. 3.



Rys. 3

Przy tak dużej ilości wyników otrzymanych w różnych warunkach i przy różnej długości mierzonych linii, wynik reprezentuje systematyczną zależność odczytu od wartości częstotliwości nośnej. Równanie prostej aproksymującej tą zależność obliczone metodą najmniejszych kwadratów ma postać:

$$aw + b = v_1$$

gdzie $a = +0,076 \pm 0,004$, $b = -0,865 \pm 0,057$, w — odczyt wnętrza, a v_1 — poprawka w milimikrosekundach.

M_0 wynosi $\pm 0,10$ czyli zawiera się w dokładności odczytu. Poprawka ta nie ma praktycznego znaczenia jeżeli zawsze obserwacje wykonywane są na wszystkich częstotliwościach nośnych (w naszym przypadku odczyty wnętrza od 3 do 20). Jeżeli z jakichś przyczyn ilość odczytów jest mniejsza i nie obejmuje pełnego zakresu częstotliwości nośnych, poprawka ta powinna być w odpowiedni sposób wprowadzona.

Drugą funkcją zmiany wielkości poprawki instrumentu, określającą jej zależność od odczytu A jest podana przez Lilly'ego [12]

$$v_2 = b_1 + b_2 \sin(7,2 A + b_3)^0$$

gdzie b_1, b_2, b_3 pewne stałe, A odczyt na lampie oscyloskopu, a współczynnik 7,2 oznacza, że okres tej funkcji wynosi 50 milimikrosekund.

W zasadzie nasze pomiary nie były projektowane z myślą o wyznaczeniu takiej formy poprawki instrumentu. Powinno to być dokonane w sposób zmniejszający do minimum wpływy błędów innych czynników i dający rezultaty rozłożone równomiernie w pełnym zakresie odczytów A .

Ażeby można było wykorzystać nasze pomiary do wyznaczenia tej zależności i uwolnić je choćby w pewnym stopniu od wpływu błędów przypadkowych, uśredniliśmy błędy prawdziwe wszystkich pomiarów o tym samym odczycie A . Przy czym identyczność odczytu A potraktowaliśmy dość swobodnie, przyjmując za jednakowe odczyty różniące się w zakresie 5 działek. W ten sposób dla 8 punktów rozłożonych w pełnym zakresie odczytu skali lampy oscyloskopu, uzyskaliśmy średnie wartości m na które składało się od 2 do 4 pomiarów. Pomiary pojedyncze nie zostały uwzględnione.

Wzór na poprawkę v_2 został przekształcony do postaci

$$v_2 = x + y \sin 7,2 A^\circ + z \cos 7,2 A^\circ$$

gdzie

$$x = b_1$$

$$y = b_2 \cos 7,2 b_3$$

$$z = b_2 \sin 7,2 b_3$$

oraz

$$b_2 = \frac{y}{\cos 7,2 b_3} = \frac{z}{\sin 7,2 b_3}$$

$$\operatorname{tg} 7,2 b_3 = \frac{z}{y}$$

Współczynniki x, y, z znalezione zostały metodą najmniejszych kwadratów

$$x = -3,48 \pm 1,07$$

$$y = +4,89 \pm 1,68$$

$$z = -0,20 \pm 1,43$$

oraz

$$M_0 = \pm 3,01$$

i odpowiednio obliczono:

$$b_1 = +3,5; \quad b_2 = -4,9 \quad \text{i} \quad b_3 = +0,4$$

Na rys. 4 przedstawiony jest wykres poprawki v_2 przy czym zmiana znaku powoduje że v_2 należy odejmować od otrzymywanego wyniku.

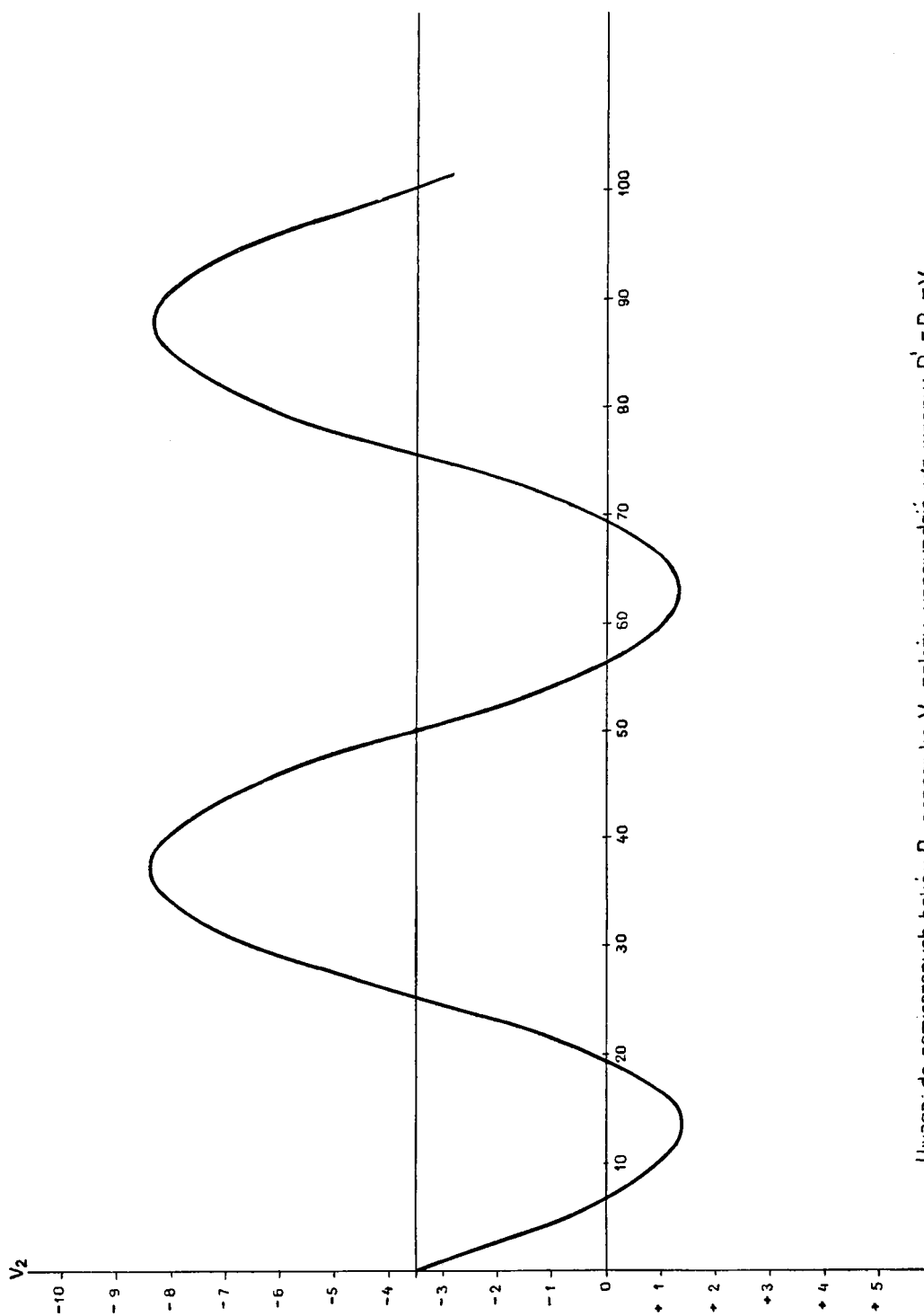
Jak widzimy w naszym przypadku część stała poprawki (b_1) jest mniejsza od części cyklicznej (b_2), a przesunięcie fazowe (b_3) jest praktycznie równe zero. Otrzymane średnie błędy określenia poszczególnych współczynników oraz wielkość M_0 nie są w naszym przypadku gorsze od analogicznych danych przytaczanych w literaturze [7]. Ostatecznym jednak sprawdzeniem poprawności określenia poprawki instrumentu w tej formie, było wprowadzenie jej do wszystkich otrzymanych wyników (tablica 4). Możemy obliczyć na jej podstawie że średni błąd względ-

Tablica 4

L. p.	Nazwa boku	Długość wzorcowa D_B	m $D_B - D_T$	Błąd względny I	m' z uwzgl. popr. V_2	Błąd względny II
1	K _I	500,009	+2,6	1 : 19000	-5,6	1 : 9000
2	K _{II}	572,249	+2,9	1 : 20000	+2,7	1 : 21000
3	K _{III}	1901,751	+8,8	1 : 22000	+0,8	1 : 238000
4	K	2108,463	0,0	—	-0,7	1 : 301000
5	K _{IV}	2527,188	+3,0	1 : 84000	+4,1	1 : 62000
6	M	3142,919	-2,1	1 : 150000	-5,3	1 : 59000
7	K _V	3143,732	+3,3	1 : 95000	-4,2	1 : 75000
8	K _{VI}	3423,515	+11,1	1 : 31000	+7,6	1 : 45000
9	E	3850,408	-2,6	1 : 148000	-5,7	1 : 68000
10	B	3894,297	-0,3	1 : 1298000	-2,5	1 : 156000
11	N	3977,415	+3,4	1 : 117000	-3,2	1 : 124000
12	L	4180,999	+2,5	1 : 167000	0,0	—
13	G	4327,677	+7,5	1 : 58000	-0,8	1 : 541000
14	K _{VII}	5061,401	+7,5	1 : 67000	+2,1	1 : 241000
15	D	5745,057	+8,2	1 : 70000	+2,9	1 : 198000
16	H	5911,708	+3,0	1 : 197000	+0,8	1 : 739000
17	A _{II}	6830,709	+4,9	1 : 139000	-2,9	1 : 236000
18	C	6901,761	+5,5	1 : 125000	+6,7	1 : 103000
19	J	8565,106	-18,4	1 : 47000	-17,9	1 : 48000
20	F	8823,885	+16,6	1 : 53000	+8,4	1 : 105000
21	J	23301,767	+13,7	1 : 170000	+15,1	1 : 154000
22	A	28993,647	+24,5	1 : 118000	+16,3	1 : 178000

ny pomiaru m/D wynosił 1 : 152 000, a po wprowadzeniu poprawki v_2 wynosi m'/D 1 : 176 000. Znacznie jednak ważniejszym potwierdzeniem słuszności wprowadzenia takiej poprawki jest porównanie sumy błędów prawdziwych m i m' .

$$m = +105,6 \quad m' = +18,7$$



Uwaga: do pomierzonych boków D_T poprawkę V_2 należy wprowadzić wg wzoru: $D_T^1 = D_T - V_2$

Rys. 4

Wskazuje to na rzeczywiste i znaczące usunięcie systematycznego wpływu poprawki instrumentu.

W związku z tym dokonano ponownego obliczenia błędu standardowego i otrzymano:

$$A' = 2,60 \pm 0,28 \quad B' = 0,50 \pm 0,03 \quad \text{ i } \quad M_0 = \pm 1,08$$

tak więc

$$M'_s = \pm (2,5 + 0,5 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm.}$$

Jak widzimy wielkość błędu standardowego zmieniła się tylko nieznacznie, natomiast otrzymano przeszło dwukrotnie mniejsze błędy określenia współczynników A i B , co jeszcze raz potwierdza realność poprawki v_2 .

Zauważmy jeszcze, że rozkład procentowy błędów prawdziwych w stosunku do błędu standardowego omówiony powyżej pozostaje praktycznie bez zmian.

Spróbujmy obecnie podsumować wnioski jakie dają się wyciągnąć z przeprowadzonych przez nas doświadczeń.

Porównując wyprowadzony teoretycznie, a właściwie oszacowany a priori błąd standardowy z błędem wyznaczonym na podstawie otrzymanych wyników, zauważamy że wyraz stały wzoru otrzymaliśmy mniejszy niż to oceniono, natomiast wyraz proporcjonalny do mierzonej odległości znacznie większy.

Wskazywałoby to na:

1) sposób centrowania instrumentu nawet w przypadku nachylonej linii jest zupełnie wystarczająco dokładny. Nachylenie instrumentu w pewnych granicach nie przesuwają w sposób znaczący rzeczywistego środka instrumentu w stosunku do linii pionu.

2) przy obserwacji w pełnym zakresie częstotliwości nośnych wpływ odbić od ziemi i od przedmiotów terenowych jest w znacznym stopniu usunięty przez utworzenie średniej. Zwiększenie ilości serii nie poprawia praktycznie wyniku wobec powtarzalności rezultatów (takie same krzywe odbić). Zwiększenie ilości pomiarów przy różnych ustawieniach stacji i w różnych warunkach meteorologicznych zmienia wynik tylko nieznacznie. Z naszych doświadczeń wynika, iż w przypadku otrzymania przy pewnych częstotliwościach nośnych odczytów znacznie odbiegających od pozostałych, należy je odrzucić i nie wprowadzać do utworzonej wartości średniej. Maksymalny rozrzut odczytów w granicach 6 milimikrosekund nie świadczy jeszcze z góry o złej jakości pomiaru.

3) zmiana poprawki instrumentu zależna od częstotliwości nośnej jest w naszym egzemplarzu instrumentu dość znaczna (od -11 cm do $+7$ cm w stosunku do wartości średniej z wszystkich odczytów). Przy zmniejs-

szanej ilości odczytów, należy wykonywać je symetrycznie w stosunku do odczytu wnęki równemu 11, lub uwzględnić tę zmianę rachunkowo posługując się bądź wykresem, bądź obliczonym wzorem.

4) istnienie poprawki instrumentu składającej się z dwu części: stałej (b_1) i cyklicznej (b_2) wydaje się być dobrze potwierdzone otrzymanymi przez nas wynikami. Ponieważ jednak jej wyznaczenie dokonane zostało w sposób mało dokładny ($M_0 = \pm 3$ cm), to pomimo iż wprowadzenie jej do końcowych rezultatów wywarło korzystny efekt na obliczenie błędów pomiarów, należałoby ją wyznaczyć ponownie. Wyznaczenie to należy przeprowadzić w możliwie optymalnych warunkach np. w sposób opisany przez Lilly'ego.

5) wyraz proporcjonalny do mierzonej odległości wobec ustalonej stałości kwarcu A w granicach ± 5 c/sek i systematyczności błędu określenia prędkości światła C_0 , zależy praktycznie całkowicie od błędu określenia współczynnika refrakcji czy pomiarów meteorologicznych. Jest niewątpliwym, że nawet najdokładniejsze określanie danych atmosferycznych na obu końcach mierzonej linii nie prowadzi do otrzymania dokładniejszej wartości współczynnika refrakcji. Zależać on będzie od lokalnych i chwilowych warunków, takich jak pokrycie i rzeźba terenu, turbulencja powietrza, zachmurzenie opady itp. Nasz wynik $0,5 \cdot D \cdot 10^{-5}$ odpowiada wynikowi przypisywanemu przez Ratyńskiego [15] średnim warunkom, w których średnie wartości temperatury, ciśnienia i wilgotności znane są z dokładnością odpowiednio $\pm 0,07$, $\pm 0,5$ mm Hg i $\pm 0,8$ mm Hg. Określa to konieczność starannego kalibrowania instrumentów meteorologicznych.

W naszych wynikach po wprowadzeniu poprawki v_2 nie znajdujemy potwierdzenia sugestii o systematycznym wpływie współczynnika refrakcji sugerowanych przez Podera i Besta [7]. Być może jednak nasze obserwacje są jeszcze niewystarczające.

Rozpatrując wielkości otrzymanych błędów prawdziwych w stosunku do obliczonego błędu standardowego, stwierdzimy że w przypadku określenia żądanej dokładności w granicach M_s będziemy mieli tylko około 70% pewności otrzymania założonej dokładności. W przypadku dokładności w granicach $3M_s$ pewność ta będzie praktycznie 100%. Rzutuje to w sposób wyraźny na celowość użycia Tellurometru w takich pracach jak pomiar osnowy fotogrametrycznej czy osnowy do prac topograficznych. W pracach tych można uprościć procedurę pomiarową zmniejszając ilość obserwacji, tak samym instrumentem jak i obserwacji warunków atmosferycznych.

Zastosowanie dalmierza radiowego w pracach bardziej dokładnych (np. triangulacja niższych klas, poligonizacja precyzyjna) wymaga spełnienia już wszystkich warunków pozwalających na uzyskanie maksymal-

nej dokładności. Należy też w projektowaniu takich pomiarów z góry przewidywać, że na niektórych liniach założona dokładność pomiaru nie zostanie osiągnięta.

LITERATURA

- [1] *Bekkelid S.*: Preliminary Results of Studies of some Tellurometer Problems. Geographical Survey of Norway. Geodetic Publication No 13, 1962.
- [2] *Bolszakow W. D.*: Primienienje mietoda korelacji pri ocenke tocznosti swietodalnomiernych izmierienij. Izwiestija WUZ, Gieodezija i Aerofotosjomka, wydruk 1, 1958.
- [3] *Dąbrowski Wł.*: Tablice do obliczania współczynnika załamania powietrza (wskaznika refrakcji) dla zakresu mikrofalowego. Prace IGiK, tom X, zeszyt 2(22), 1963.
- [4] *Delong B.*: Gieodeziczieskije ispytania tielluromietra MRA-1/CW. Studia Geophysica et Geodaetica, Nr 1, 1962.
- [5] *Delong B.*: Ob issliedowanjach wniesnych wlijanii na nabljudienja radiodalnomierami. Studia Geophysica et Geodaetica. Nr 8, 1964.
Measurement using Ground Instruments. XII General Assembly of IUGG. Toronto 1960
- [7] *Edge R. C. A.*: Report of IAG Special Study Group No 19 on Electronic Distance Measurement 1960—1963. XIII General Assembly of IUGG. Berkeley 1963.
- [8] *Gerke*: Basisvergrößerungsnetz München 1958. Die Tellurometermessungen des Instituts für Angewandte Geodäsie. Deutsche geodätische Kommission, Reihe B, Heft 57, Teil II, 1962.
- [9] *Gerke K.*: Die Tellurometermessungen des Instituts für Angewandte Geodäsie im Jahre 1958. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 61, 1962.
- [10] *Krzemiński W., Dąbrowski Wł., Majdanowa Z.*: Some results of Tellurometric measurements on geodetical bases in Poland. Report to IAG General Assembly, Berkeley 1963.
- [11] *Mc Lellan C. D.*: The Tellurometer in Geodetic Surveying. Canadian Surveyor, Vol. XV, No 7, 1961.
- [12] *Lilly J. E.*: Tellurometric cyclic zero error. XIII General IUGG Assembly, Berkeley, 1963.
- [13] *Majdanowa Z.*: Nomogramy do obliczania współczynnika załamania powietrza. Prace IGiK, tom XI, zeszyt 2(24), 1964.
- [14] *Poder K., Lehn J., Bedsted O.*: Some preliminary results and considerations of the Tellurometer investigations. Report to IAG General Assembly, 1960.
- [15] *Ratynskij M. B.*: K woprosu ob opriedielenji pokazatielja prelomlenja wozducha pri izmierienji rasstojanij elektroopticzieskimi dalnomierami. Izwiestija WUZ, Gieodezija i Aerofotosjomka, wydruk 1, 1962.

Złożono w Redakcji w marcu 1964 r.

ВОЙЦЕХ КШЕМИНСКИ
ВЛАДЫСЛАВ ДОМБРОВСКИ
ЗОФЬЯ МАЙДАНОВА

ИЗМЕРЕНИЯ ТЕЛЛУРОМЕТРОМ MRA-1 НА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ БАЗИСАХ В ПОЛЬШЕ

Резюме

В разработке представляются результаты измерений выполненных в 1961 и 1962 годах теллуromетром MRA-1 на 22 геодезических базисах или выходных сторонах базисных сетей. Большая точность прежнего определения их длины ($2 \cdot 10^{-6}$ — $1 \cdot 10^{-6}$) позволила разность

$$m = D_6 - D_7$$

считать истинной ошибкой.

Длины измеряемых сторон от 0,5 км до 30 км (рис. 1) различались существенно так по рельефу, как и по почвенно-растительному покрову. В зависимости от характера линии, каждый отрезок измерялся несколько раз в различных комбинациях установки станций. Измерения выполнялись в основном в прямом и обратном направлениях.

Одна измерительная серия включала 18 отсчетов распределенных равномерно в целом диапазоне изменения несущей частоты. Метеорологические условия определялись в начале, середине и в конце каждой измерительной серии на обеих станциях психрометрами Ассмана и альтиметрами Паулина.

Вычисления производились по образцу приведенному в примере заполненного полевого журнала.

Наблюдения редуцировались к среднему уровню моря.

Коэффициент преломления вычислялся в первую руку способом Домбровского [3], во вторую руку способом Майдановой [13].

Результаты измерений составлено в таблице 1.

Исходя из истинных ошибок всех серий вычислено по способу наименьших квадратов среднюю стандартную ошибку одной измерительной серии.

$$M_s = \pm (A + B \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ см.}$$

Получено следующие значения коэффициентов и их средние квадратические ошибки определения:

$$A = 2,78 \pm 0,60 \quad \text{и} \quad B = 0,76 \pm 0,08$$

И так можно принять, что в нашем случае

$$M_s = \pm (3 + 0,75 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ см.}$$

Вычисляя результаты методом корреляции [2] получено:

Коэффициент корреляции ошибки и измеряемой длины

$$r = 0,81 \pm 0,08$$

а также формулу на ошибку измерения

$$M_k = \pm (4 + 0,7 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ см.}$$

Рассматривая результаты отдельных измерений и сравнивая значения полученных истинных ошибок к стандартной ошибке констатируем что:

$$m \leq M_s \text{ появляется в } 57\% \text{ измерений}$$

$$M_s < m \leq 2M_s \text{ появляется в } 37\% \text{ измерений}$$

$$2M_s < m \leq 3M_s \text{ появляется в } 6\% \text{ измерений}$$

Обработывая подобным способом имеющиеся у нас чужие опубликованные материалы, получено следующее распределение таблица 2.

В дальнейшем производилась попытка определения поправки прибора в форме приведенной Подером [14] и Лилли [12]

$$v_2 = b_1 + b_2 \sin [7,2 (A + 0_3)]^0 \quad (\text{рис. 4})$$

и получено

$$v_2 = 3,5 - 4,9 \sin [7,2 (A + 0,3)]^0$$

Определено тоже зависимость v_1 от несущей частоты (рис. 3).

После введения поправок, определенных выше описанным способом, в результаты измерений (табл. 4), снова вычислено формулу на стандартную ошибку и получено:

$$A' = 2,6 \pm 0,28$$

$$B' = 0,50 \pm 0,03$$

$$M'_s = \pm (2,5 + 0,5 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ см.}$$

Полученный результат свидетельствует о правильности так определенной поправки места нуля прибора.

На рис. 2 приводятся характеристические кривые рефлексов отдельных сторон. За исключением двух случаев, одна кривая может характеризовать измерения во всех комбинациях установки станции, различных временах суток, а также различных метеорологических условиях. Результат для стандартной формулы показывает, что влияние ошибки определения коэффициента преломления в 1,5 раза больше чем принято для предварительного анализа.

WOJCIECH KRZEMIŃSKI
WŁADYSŁAW DĄBROWSKI
ZOFIA MAJDANOWA

MEASUREMENTS WITH TELLUROMETER MRA-1 GEODETIC BASES IN POLAND

S u m m a r y

In this paper results are given of measurements performed in the year 1961 and 1962 with tellurometer MRA-1 on 22 geodetic bases or on sides of base nets. High precision of their previous length determination ($2 \cdot 10^{-6} \div 1 \cdot 10^{-6}$) are justifying the difference

$$m = D_{\text{Base}} - D_{\text{Tell}}$$

to be accepted as a true error.

Measured distances were 0,5 km to 30 km (Fig. 1) and were very different both in configuration and cover. According to the line character, each distance was measured several times in different combinations of station settings. In principle each measurement was performed in both directions.

One set of measurement consisted of 18 readings uniformly placed in the whole range of carrying frequency. Atmospheric conditions were determined at the beginning, in the middle and at the end of each set, on both stations, by means of Assmann psychrometer and Paulin altimeter.

Computations were made in the way as shown in the example of a record book. Observations were reduced to the mean sea level. Refraction coefficient was calculated on the one hand by a method given by Mr Dąbrowski [3] on the other hand by a method given by Mrs Majdanowa [13]. Results of measurements are shown in the Table 1.

True errors of each set being obtained, the mean standard error of the set was calculated by the method of least squares according to the formula

$$M_s = \pm (A + B \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

The coefficient values and mean square errors of their determination were obtained as follows

$$A = 2,78 \pm 0,60 \text{ and } B = 0,76 \pm 0,08$$

Thus in our case

$$M_s = \pm (3 + 0,75 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

The same values having been calculated by the method of correlates, the following results were obtained:

correlate coefficient of the error and the distance measured

$$r = 0,81 \pm 0,08$$

and the formula for measurement error

$$M_k = \pm (4 + 0,7 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

When results of separate measurements had been examined and values of true errors had been compared in relation to standard error, we might conclude

$m \leq M_s$	occured in 57% events
$M_s < m \leq 2M_s$	,, ,, 37% ,,
$2M_s < m \leq 3M_s$	,, ,, 6% ,,

In the same way the following table of M_s was obtained (Table 2) from foreign materials published up to date.

In the further part of this work we attempted to determine the correction of the instrument in the form given by Poder [14] and Lilly [12]

$$v_2 = b_1 + b_2 \sin [7,2 (A + b_3)]^0$$

we obtained

$$v_2 = 3,5 - 4,9 \sin [7,2 (A + 0,3)]^0 \quad (\text{Fig. 4})$$

Dependency of V_1 on carrying frequency was determined (Fig. 3).

Corrections obtained in this way were included into measurements results (Table 4), and the formula for standard error was calculated again; hence

$$A' = 2,6 \pm 0,28$$

$$B' = 0,50 \pm 0,03$$

$$M'_s = \pm (2,5 + 0,5 \cdot D \cdot 10^{-5}) \text{ cm}$$

The result obtained indicates that correction of the instrument is determined properly.

On Fig. 2 characteristic curves are shown for different distances. With two exceptions, one curve may characterize measurements in all combinations of station locations; also — in different time and different meteorologic conditions. The result of standard formula indicates that the error of determination of refraction coefficient is 1,5 of that accepted in preliminary analysis.