

## DZIAŁ TECHNICZNY

WITOLD GEDYMIN

526.4:681.142

## Wyrównanie na elektronowej maszynie UMC 1 sieci triangulacyjnej zaobserwowanej metodą kierunkową

Potrzeba szybkiego i jednolitego wyrównania sieci triangulacyjnych, zaobserwowanych metodą kierunkową, postawiła przed zespołem pracowników\*) Zakładu Obliczeń Geodezyjnych Instytutu Geodezji i Kartografii zadanie opracowania programów pozwalających na całkowite rozwiązanie tego problemu na maszynie cyfrowej UMC 1.

Dotychczas jedynie kątowe sieci triangulacyjne posiadały zestawy programów [3] pozwalające na ich wyrównanie w sposób kompleksowy. Wykorzystanie maszyny UMC 1 przy wyrównaniach sieci kierunkowych było minimalne. Sprowadzało się ono najczęściej do rozwiązania układu równań normalnych lub wykonywania czynności pomocniczych. Oczywiście postępowanie to nie dawało takiego efektu jaki można by było uzyskać angażując maszynę elektronową w całość obliczeń związanych z wyrównaniem. Wychodząc z tego założenia stworzono szereg programów opracowujących dane wyjściowe do ich początkowej postaci aż do uzyskania ostatecznego wyniku jakim jest współrzędna wyrównana i jej błąd średni.

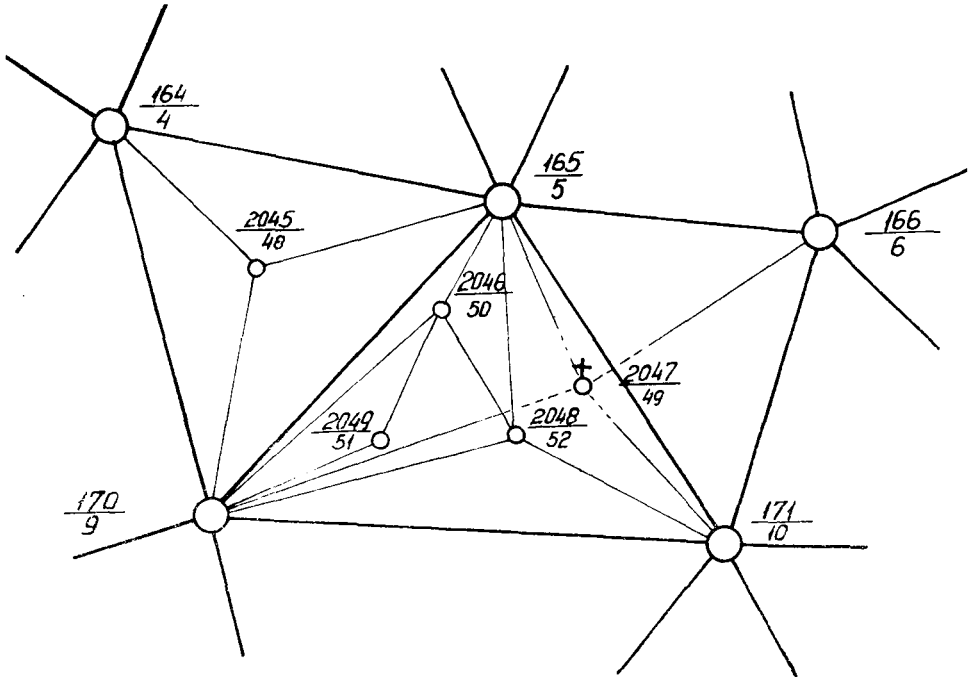
Przy wyborze metody rachunku kierowano się tak wymaganiami obowiązującej instrukcji wyrównania kierunkowej sieci triangulacyjnej jak i możliwościami maszyny. Jako najbardziej odpowiednie uznano ścisłe wyrównanie metodą pośredniczącą kierunkami na płaszczyźnie [1], bez jakichkolwiek uproszczeń rachunkowych. Metoda pośrednicząca posiada większą jednolitość wzorów w odróżnieniu od metody zawarunkowanej przez to lepiej nadaje się do wykorzystania przy rachunku na maszynie elektronowej [3]. Ponadto metoda ścisła ma w zastosowaniu

---

\*) Programy opracowane zostały przez zespół w składzie: dr inż. Jerzy Gaździcki, mgr inż. Justyna Chodowicz, mgr inż. Janina Deryło-Stępiak, mgr inż. Witold Gedymin, mgr inż. Janusz Orzechowski, mgr inż. Zbigniew Zorski.

charakter ogólniejszy od metod przybliżonych stąd programy pracujące na podstawie wzorów metody ścisłej mogą być szerzej wykorzystywane.

Nazwą: kierunkowe sieci triangulacyjne objęto takie sieci, w których wielkościami obserwowanymi są kierunki (Rys. 1), np. sieć zagęszcza-



○ punkt dany

○ punkt wyznaczany

$\frac{2049}{51}$  numer pierwotny  
numer wierny

Rys. 1

jąca, sieć lokalna miejska itp. Najczęściej jest to sieć niższego rzędu o charakterze niejednorodnym, składająca się z punktów pojedynczych lub grup wielopunktowych, powiązanych z punktami osnowy celowymi obserwowanymi jedno — lub obustronnie. Obserwacje wykonywane są metodą kierunkową a wyniki umieszczane w zestawieniach stacyjnych.

W praktyce przed przystąpieniem do wyrównania sieci opracowuje się jej projekt wyrównania. Zawiera on między innymi informacje dotyczące wielkości grup oraz kolejność ich wyrównania. Opracowanie kierunkowej sieci triangulacyjnej na maszynie elektronicznej rozpoczyna się od tego momentu. Jako dane wyjściowe przyjęto: zestawienia stacyjne, wykaz współrzędnych punktów oparcia i informacje z projektu wyrównania. Taki zasób danych pozwala na opracowanie sieci, obejmujących obszar arkusza mapy 1 : 100 000 lub większych, w sposób kompleksowy.

Dla wykonania tego zadania stworzono cały system programów, których zasadniczy podział przedstawia się następująco:

- a) programy opracowania danych wyjściowych (1173 rozkazów),
- b) programy rachunku współrzędnych (1055 rozkazów),
- c) programy wyrównania (1978 rozkazów),
- d) programy koordynujące (297 rozkazów).

Podział na takie zespoły programów, pracujących kolejno, wynika z ograniczonych możliwości maszyny UMC 1, wyposażonej w stosunkowo mało pojemną pamięć (4096 liczb lub rozkazów). Duża ilość rozkazów w programach jak również ilość danych nie mieszcząca się w pamięci, podyktowały konieczność rozwiązania problemu kolejnymi etapami, których podział wiąże się z podziałem programów.

Pierwszą czynnością jest wydziurkowanie ręczne danych wyjściowych na taśmie dalekopisowej. Korzysta się w tym momencie z zestawień stacyjnych w ich pierwotnej postaci. Perforuje się je w dowolnej kolejności w postaci dwóch wykazów: wykazu numerów kierunków  $ik$  oraz wykazu kierunków  $\alpha_{ik}$ . Wykaz numerów  $i, k$  zawiera numery stanowisk  $i$  oraz numery punktów celu  $k$ , przy czym dla rozróżnienia numery stanowisk zaopatruje się umownie znakiem minus, a numery punktów celu znakiem plus (patrz zamieszczony dalej przykład). W wykazie kierunków poza wartościami kierunków  $\alpha_{ik}$  podaje się ich sumy utworzone dla poszczególnych stanowisk (serii). Sumy te służą do kontroli i są umownie zaopatrywane znakiem minus.

Trzeci wykaz powstaje z wyperforowanych współrzędnych punktów nawiazania. W wykazie tym na początku umieszczona jest suma współrzędnych ze znakiem minus a następnie w odpowiedniej kolejności współrzędne poszczególnych punktów.

Czwartym i ostatnim wykazem jest tzw. wykaz odpowiedników zawierający numery punktów w postaci pierwotnej używanej w zestawieniach stacyjnych oraz w postaci zakodowanej używanej w programach.

Numery początkowe są przewidziane dla punktów stałych, pozostałe dla punktów wyrównywanych.

Różnica między numeracją pierwotną (rzeczywistą) i wtórną (zakodowaną) polega na tym, że pierwotna jest numeracją przypadkową, dowolną i nieuporządkowaną natomiast wtórna ma numery wzrastające w kolejności od 1 do  $p + w$ , gdzie  $p$  — ilość punktów stałych (danych);  $w$  — ilość punktów wyznaczonych. Oznaczając dodatkowo przez  $t$  — ilość kierunków obserwacji w serii; możemy poniżej podać przykłady omówionych wykazów.

1. Wykaz numerów  $ik$

—  $i$

$k_1$

$k_2$

$k_3$

·

·

$k_t$

2. Wykaz kierunków  $\alpha_{ik}$

$$- \sum_{k=1}^t \alpha_{ik}$$

$\alpha_{i1}$

$\alpha_{i2}$

$\alpha_{i3}$

·

·

$\alpha_{it}$

3. Wykaz współrzędnych

$$\sum_{i=1}^p x_i$$

$$\sum_{i=1}^p y_i$$

$x_1$

$y_1$

$x_2$

$y_2$

$x_3$

$y_3$

·

·

·

·

·

·

$x_p$

$y_p$

4. Wykaz odpowiedników

a) numeracja pierwotna      b) numeracja wtórna

$i'_1$

$i_1$

$i'_2$

$i_2$

·

·

$i'_p$

$i_p$

$i'_{p+1}$

$i_{p+1}$

·

·

$i'_{p+w}$

$i_{p+w}$

Tak wyperforowane dane wyjściowe podlegają opracowaniu przy pomocy opisanych dalej programów.

### A. Opracowanie danych wyjściowych

Opracowanie to obejmuje następujące etapy:

1. Zamiana numerów rzeczywistych na kodowane

Na podstawie wykazu odpowiedników program dokonuje w wykazie numerów kierunków, zamiany numeracji rzeczywistej na kodowaną.

Wszystkie numery kierunków nie biorących udziału w wyrównaniu zostają zastąpione liczbą 1000.

### 2. Sortowanie kierunków i stacji

W wypadku gdy kierunki obserwowane nie występują w kolejności wzrastających wartości, program dokonuje odpowiedniego ich przedstawienia w wykazie  $\alpha_{ik}$  jak również odpowiednich numerów w wykazie  $ik$ . Uporządkowaniu w kolejności wzrastających numerów stacji ulegają również i całe stacje.

### 3. Podział na bloki

W zależności od ilości obserwacji w całej wyrównywanej sieci oraz jej wielkości wykazy  $\alpha_{ik}$  oraz  $ik$  zostają podzielone na mniejsze części, zwane blokami, przystosowane do pojemności pamięci. Każdy z bloków zawiera wszystkie informacje konieczne dla wyrównania grup punktów występujących w bloku. Kierunki nie wchodzące do wyrównania w żadnym z bloków, oznaczone w wykazie  $ik$  liczbą 1000, zostają pominięte. Korzystając z informacji o ilości punktów stałych, dodatkowych oraz przewidzianych do wyrównania w danym bloku, program przeprowadza badanie numerów w wykazie  $ik$ . Numery punktów nie potrzebnych do wyrównania danego bloku zostają zakodowane przez dodanie do nich liczby 1300. Wypisując wykazy  $ik$  i  $\alpha_{ik}$  dla bloku, w postaci tabulogramu i wyperforowanej taśmy, program pomija kierunki zakodowane wybierając tylko potrzebne dla bloku. Posiadając jeszcze informacje o ilości bloków, program automatycznie przechodzi po skończeniu jednego do wydzielenia następnego bloku.

Przedstawiony system opracowania danych wyjściowych dużej sieci triangulacyjnej, którego autorem jest mgr inż. J. Orzechowski, wydatnie zmniejsza nakłady pracy ręcznej przy wyborze, kodowaniu i dziurkowaniu informacji. Zastosowanie tego systemu wpłynęło również na zmniejszenie ilości błędów w danych początkowych.

## B. Rachunek współrzędnych przybliżonych

Po uporządkowaniu danych wyjściowych można przystąpić do obliczenia współrzędnych przybliżonych punktów przewidzianych do wyrównania. Program wykonujący to zadanie wymaga informacji w postaci: numer punktu wyznaczanego, numery punktów nawiazania, rodzaj wcięcia oraz ilość wcięć. Taki zestaw informacji, zwany planem wcięć, sporządza się dla wszystkich punktów nie posiadających współrzędnych

przybliżonych. Działanie programu polega na wyszukaniu odpowiedniej stacji, znalezieniu kierunków nawiązania, zorientowaniu stacji i wykonaniu odpowiedniego wcięcia (wprzód lub wstecz) poprzez realizację znanych wzorów. Następnie tworzy średnią z wcięć i umieszcza ją w odpowiednim miejscu wykazu współrzędnych. Po obliczeniu wszystkich współrzędnych przybliżonych wypisuje wykaz, z jednoczesną jego perforacją na taśmie, dla punktów stałych i punktów podlegających wyrównaniu, z nową sumą współrzędnych.

### C. Wyrównanie

Jako dane początkowe do wyrównania przyjmuje się opracowane dla jednego bloku wykazy  $i$ ,  $k$  i  $\alpha_{ik}$ , wykaz współrzędnych danych i przybliżonych oraz parametry:

- ogólne: ilość punktów stałych,
- dla bloku: ilość grup w bloku,
- dla grupy: ilość punktów do wyrównania,  
ilość obserwacji,  
ilość serii obserwacyjnych,  
ilość dodatkowych punktów nawiązania,  
numery punktów dodatkowych.

Programy koordynujące pozwalają, przy pomocy wymienionych parametrów, na automatyczne przechodzenie od jednej grupy do następnej aż do momentu wyrównania wszystkich grup w bloku.

Poszczególne etapy wyrównania i występujące w nich programy są następujące:

#### 1. Kontrola danych

Po umieszczeniu danych bloku w pamięci maszyny pierwszym etapem jest kontrola ich wprowadzenia. Program kontrolny sumuje wykazy współrzędnych i wykazy kierunków oraz porównuje otrzymane sumy z danymi.

#### 2. Redukcja kierunków na płaszczyznę:

Program przeprowadza redukcję kierunków na płaszczyznę według wzorów:

$$-\delta_{ik} = \frac{g^{cc}}{6R^2} (x_i - x_k)(2y_i + y_k)$$

$$\alpha'_{ik} = \alpha_{ik} + (-\delta_{ik})$$

oraz tworzy nowe sumy kierunków na stacjach. Czynność ta jest wykonywana raz dla całego bloku przed zakodowaniem danych.

### 3. Ułożenie równań poprawek:

Program realizuje wynikający z metody wzór na równanie poprawki obserwacyjnej:

$$v_{ik} = -dz_i + a_{ik} dx_i + b_{ik} dy_i - a_{ik} dx_k - b_{ik} dy_k + l_{ik}$$

gdzie:

$$a_{ik} = \frac{\Delta y_{ik}}{L_{ik}^2} \rho^{cc}$$

$$b_{ik} = -\frac{\Delta x_{ik}}{L_{ik}^2} \rho^{cc}$$

$$l_{ik} = -\alpha'_{ik} - Z_i + A'_{ik}$$

- $\alpha'_{ik}$  — kierunek obserwowany zredukowany na płaszczyznę,
- $Z_i$  — przybliżona wartość niewiadomej orientacyjnej,
- $A'_{ik}$  — azymut obliczony ze współrzędnych przybliżonych,
- $A_{ik}$  — azymut ostateczny obliczony ze współrzędnych wyrównanych,
- $dx_i; dy_i$  — poprawki do współrzędnych punktu  $i$ ,
- $dx_k; dy_k$  — poprawki do współrzędnych punktu  $k$ ,
- $dz_i$  — poprawka niewiadomej orientacyjnej serii obserwacyjnej na stanowisku  $i$ .

### 4. Ułożenie równań normalnych:

Przed przystąpieniem do ułożenia równań normalnych program określa (korzystając z umieszczonych już w pamięci równań poprawek) kształt tabeli równań normalnych, a więc oblicza ilość początkowych zer w kolumnach tabeli równań normalnych oraz adresy początkowych elementów znaczących w kolumnach [3]. Ułożona tabela równań normalnych nie zawiera innych zer jak tylko te, na których miejsca, przy tworzeniu tabeli pierwiastka krakowianowego, wejdą liczby różne od zera. Ilość równań normalnych, dla grupy wyrównywanej, równa jest podwójnej ilości punktów wyznaczanych powiększonej o ilość serii obserwacyjnych.

### 5. Rozwiązanie równań normalnych [2]:

W początkowej fazie program przeprowadza eliminację niewiadomych orientacyjnych  $dz$ . W dalszej przystępuje do rozwiązania według metody pierwiastka krakowianowego. Współczynniki wagowe dla ra-



chunku średnich błędów współrzędnych otrzymuje się poprzez obliczenie odwrotności pierwiastka krakowianowego, obliczenie to wykonuje się kolejno kolumnami. W wyniku mamy:

a) elementy kontrolne rozwiązania

$$[ll] - [LL] = [sl] - [SL] = [ss] - [SS] = [vv],$$

b) średni błąd kierunku

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-r}}$$

$n - r$  ilość obserwacji nadliczbowych,

c) niewiadome  $dx, dy,$

d) kontrolę niewiadomych  $dx' = dx - 1; \quad dy' = dy - 1,$

e) współczynniki wagowe  $Q_{ij},$

f) średnie błędy współrzędnych  $m_x, m_y,$

## 6. Obliczenia końcowe

Dalsze etapy rachunku to:

a. obliczenie niewiadomych orientacyjnych  $dz$  przez podstawienie niewiadomych  $dx, dy$  do równań normalnych.

b. obliczenie współrzędnych wyrównanych

c. kontrola ostateczna składająca się z:

1. obliczenia azymutów  $A'_{ik}$  ze współrzędnych wyrównanych,
2. obliczenia poprawek  $v_{ik}$  przez podstawienie do równań poprawek niewiadomych  $dx, dy, dz,$
3. kontroli  $A_{ik} = Z_i + dz_i + \alpha'_{ik} + v_{ik},$
4. obliczenia  $[vv].$

Przejsie do wyrównania następnej grupy w bloku przebiega automatycznie. Program koordynujący wywołuje działalność programu kodującego. Ten, w sposób omówiony już przy wydzielaniu bloków, koduje dane wykazu  $ik$  z tą różnicą, że robi to dla grupy. Program ułożenia równań poprawek, posługując się zakodowanym wykazem  $ik,$  wybiera tylko kierunki przewidziane do aktualnego wyrównania.

Po skończeniu wyrównania całego bloku wprowadza się dane początkowe dla następnego i cały cykl obliczeń wyrównawczych opisanych w punkcie C rozpoczyna się od początku. Cykli takich jest tyle ile zostało wydzielonych bloków.

Omówione wyżej programy wyrównania kierunkowej sieci triangulacyjnej są już w eksploatacji. Opracowano przy ich pomocy około 400 punktów w jedno i wielopunktowych grupach a osiągnięte przy tym wyniki potwierdzają całkowitą ich przydatność w obliczeniowych pracach geodezyjnych.

## LITERATURA:

- [1] *Weigel K.*: Rachunek wyrównawczy wedle metody najmniejszych kwadratów oraz jego zastosowanie przy rozmierzaniu kraju. Lwów — Warszawa 1923 r.
- [2] *Gaździcki J.*: Rozwiązanie układów równań normalnych na maszynach elektrycznych. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii Tom IX zeszyt 2 1962 r.
- [3] *Gaździcki J.*: Wyrównanie sieci triangulacyjnych na maszynach elektrycznych. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii (w druku).

*Recenzował: dr inż. Jerzy Gaździcki*

*Rękopis złożono w Redakcji w październiku 1963 r.*

ВИТОЛЬД ГЕДЫМИН

## ВЫРАВНИВАНИЕ ТРИАНГУЛЯЦИОННЫХ СЕТЕЙ С ИЗМЕРЕННЫМИ НАПРАВЛЕНИЯМИ НА ЭЛЕКТРОННОЙ МАШИНЕ УМС-1

### Резюме

В связи со всеобщим применением триангуляционных сетей с измеренными направлениями уравнивание сетей этого типа является проблемой, наиболее часто встречающейся при геодезических расчётах. Разработанный в отделении геодезических расчётов Института геодезии и картографии комплект программ для электронной машины УМС-1 позволяет комплексно и едино решить этот вопрос.

Программы уравнивания сети с направлениями опираются на формулах точного уравнивания при помощи метода промежуточных наблюденных направлений. В качестве исходных данных были приняты: составление отнаблюденных направлений на станции, список координат основных пунктов, а также информации, касающиеся величины групп и очередности их выравнивания.

Основными факторами программ при уравнивании являются:

- а) редукция отнаблюденных направлений на плоскости;
- б) определение уравнений поправок;
- в) определение нормальных уравнений;
- г) решение нормальных уравнений;
- д) окончательный контроль.

В результате получают: неизвестные  $dx$  и  $dy$ , их средние ошибки  $m_x$  и  $m_y$ , среднюю ошибку направления  $m_o$ , а также  $[vv]$ . Кроме того, даётся список уравненных координат  $xy$ , а также рассчитываются окончательные азимуты.

Основному уравниванию предшествует соответствующее приготовление исходных данных. В связи с малой ёмкостью памяти машины, большие участки сети делятся на меньшие (блоки), которые подвергаются дальнейшей обработке.

Приготовление исходных данных как и расчёт приближенных координат имеют также разработанные программы, которые, совместно с программами, касающимися основного уравнивания, создают целую систему, обрабатывающую исходные данные до получения уравненных координат и их средних ошибок.

WITOLD GEDYMIN

THE ADJUSTMENT OF TRIANGULATION NETWORK WITH  
MEASURED DIRECTIONS ON THE ELECTRONIC COMPUTER UMC 1

S u m m a r y

The adjustment of triangulation network with measured directions belongs to the most frequent geodetic computation problems because of universal application of this type of networks, The set of programs worked out in the Geodetic Computations Laboratory on the Institute of Geodesy and Cartography enables the solving of this problem in a complex and uniform manner.

The programs of adjustment of a network with measured directions are based on the formulae of exact adjustment by the method of indirect observations. As initial data were accepted: station specifications of observed directions, the co-ordinates of fixed points and the informations relating to group size and successiveness of their adjustment.

The principal programmed actions are:

- a) reduction of observed actions to the plane,
- b) preparing of correction equations,
- c) preparing of normal equations,
- d) solution of normal equations,
- e) final control.

As a result one obtains: unknowns  $dx$ ,  $dy$  and their mean square errors  $m_x$  and  $m_y$ , mean square error of direction  $m_o$  and a term  $[vv]$ . Moreover an adjusted co-ordinates specification and final azimuth specifications are supplied.

The adjustment itself is preceded by appropriate preparations of initial data. Because of small capacity of the computer memory, big networks are divided into smaller blocks.

The appropriate programs are elaborated for preparatory computations, such as calculations of approximate co-ordinates; these programs together with programs for the adjustment are forming a whole system, which elaborates the initial data and furnishes final co-ordinates and their mean square errors.