

### Wpływ względnego odchylenia pionu na wyznaczenie kąta kierunkowego w punkcie triangulacyjnym metodą pomiaru azymutu astronomicznego

W praktyce geodezyjnej dla poszczególnych punktów triangulacji państwowej zakładane są punkty kierunkowe. W wyniku pomiarów wyznaczany jest kąt kierunkowy (w odwzorowaniu Gaussa — Krügera) z punktu triangulacyjnego na jego punkt kierunkowy [5].

W przypadku trudności wyznaczenia kąta kierunkowego na podstawie bezpośredniego pomiaru nawiązującego na punkcie triangulacyjnym do innych kierunków sieci triangulacyjnej (ze względu na konieczność np. budowy wysokiej wieży triangulacyjnej na istniejącym punkcie triangulacyjnym lub dużej przecinki leśnej) zastosować można pośredni sposób wyznaczenia.

Pośredni sposób polega na określeniu kąta kierunkowego na podstawie pomiaru na punkcie triangulacyjnym azymutu astronomicznego kierunku z punktu triangulacyjnego na punkt kierunkowy [6]. Przy tym sposobie postępowania występuje wpływ względnego odchylenia pionu.

Obliczenia związane z omawianą metodą polegają na obliczeniu kąta kierunkowego  $Aos_{1-2}$  linii prostej, łączącej obraz punktu triangulacyjnego 1 z obrazem punktu kierunkowego 2 na płaszczyźnie w odwzorowaniu Gaussa-Krügera, na podstawie pomierzonego w terenie na punkcie triangulacyjnym 1 azymutu astronomicznego  $\alpha_{1-2}^a$  linii geodezyjnej 1-2.

Obliczenie to może być przeprowadzone na podstawie następującego wzoru:

$$Aos_{1-2} = \alpha_{1-2}^g - \gamma_1 - \delta_{1-2}, \quad (1)$$

przy czym, zgodnie z równaniem Laplace'a,  $\alpha_{1-2}^g$  określić można według wzoru

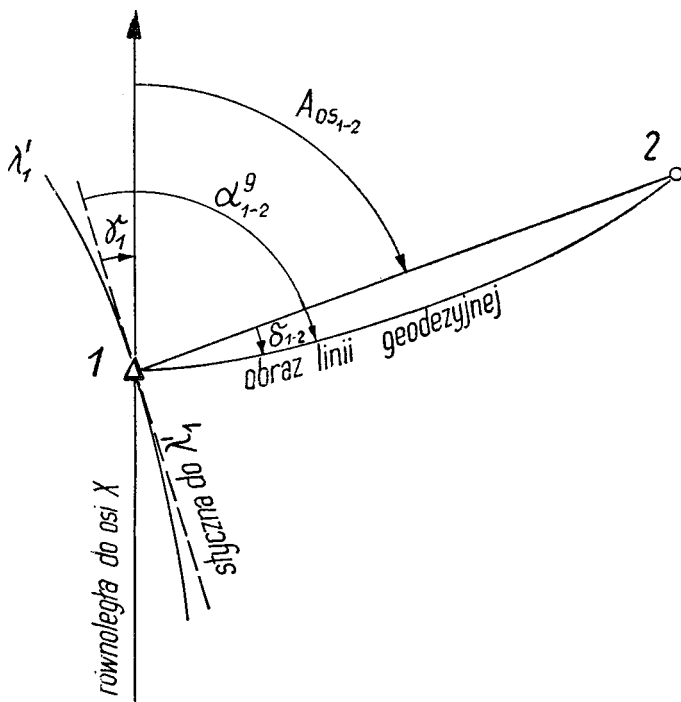
$$\alpha_{1-2}^g = \alpha_{1-2}^a - \eta_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 + \Delta o.p._{1-2}. \quad (2)$$

Zależność przedstawiona wzorem (1), powstała na płaszczyźnie w odwzorowaniu Gaussa-Krügera, zilustrowana jest na rysunku 1.

We wzorze (1) oraz na rysunku 1 przyjęte zostały następujące oznaczenia:

$Aos_{1-2}$  — kąt kierunkowy prostej, łączącej obraz punktu triangulacyjnego 1 z obrazem punktu kierunkowego 2, na płaszczyźnie w odwzorowaniu Gaussa-Krügera;

- $\alpha_{1-2}^g$  — azymut geodezyjny linii geodezyjnej 1-2;  
 $\gamma_1$  — zbieżność południków w obrazie punktu 1 w odwzorowaniu Gaussa-Krügera;  
 $\delta_{1-2}$  — redukcja odwzorowawcza kierunku 1—2, tj. kąt pomiędzy obrazem linii geodezyjnej 1—2 a wyżej omówioną linią prostą 1—2, w odwzorowaniu Gaussa-Krügera.



Rys. 1

- We wzorze (2), wynikającym z równania Laplace'a, oznaczono przez
- $\alpha_{1-2}^a$  — azymut astronomiczny linii geodezyjnej 1—2;  
 $\eta_1$  — składową w pierwszym wertykale względnego odchylenia pionu na punkcie triangulacyjnym 1;  
 $\varphi_1$  — szerokość geograficzną punktu triangulacyjnego 1;  
 $\Delta o.p._{1-2}$  — poprawkę do kierunku 1—2 ze względu na wpływ odchylenia pionu na punkcie triangulacyjnym 1 (czyli drugi wyraz w równaniu Laplace'a).

Wpływ względnego odchylenia pionu na wyznaczany tym sposobem kąt kierunkowy przedstawiają dwa składniki wzorów przeliczeniowych (1) i (2), a mianowicie iloczyn  $\eta_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$  oraz poprawka kierunku  $\Delta o.p._{1-2}$ .

Rozważmy wpływ liczbowy obu tych wyrazów.

Wyraz  $\eta_1 \operatorname{tg} \varphi_1$  jest iloczynem składowej w pierwszym wertykale względnego odchylenia pionu przez tangens szerokości geograficznej punktu triangulacyjnego 1. Na obszarze Polski składowa  $\eta$  charakteryzuje się wartościami od  $+10''$  do  $-9''$  [2], a wartość  $\operatorname{tg} \varphi$  wynosi od 1,2 do 1,4. Wobec tego iloczyn  $\eta_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$  może nawet osiągnąć wielkość  $12'' \div 14''$ .

Przy omawianych obliczeniach kąta kierunkowego należy koniecznie uwzględniać wartość  $\eta_1 \operatorname{tg} \varphi_1$  na każdym punkcie triangulacyjnym i to nawet w tym przypadku, gdy składowa  $\eta$  wynosi np. tylko  $0'',1-0'',2$ .

Poprawkę kierunku  $\Delta o.p._{1-2}$  wyrazić można — jak wiadomo ([1], [10]) — wzorem:

$$\Delta o.p._{1-2} = (\eta_1 \cos \alpha_{1-2} - \xi_1 \sin \alpha_{1-2}) \operatorname{ctg} z_{1-2} \quad (3)$$

We wzorze tym  $\xi_1$  oznacza składową w południku względnego odchylenia pionu na punkcie triangulacyjnym 1,  $Z_{1-2}$  — odległość zenitalną kierunku 1—2, a oznaczenia  $\eta$  i  $\alpha$  są identyczne jak w poprzednich wzorach.

Wielkość liczbową tego wyrażenia  $\Delta o.p._{1-2}$  zależy więc od funkcji składowych  $\xi_1$ ,  $\eta_1$  i azymutu  $\alpha_{1-2}$  [oznaczmy  $(\eta \cos \alpha - \xi \sin \alpha) = (\xi, \eta, \alpha)$ ] oraz od wielkości odległości zenitalnej  $Z_{1-2}$ .

Jeżeli np. linia 1—2 przebiega w poziomie ( $Z_{1-2} = 90^\circ$ ), to znaczy wysokości n.p.m. punktu triangulacyjnego i punktu kierunkowego są prawie identyczne, wtedy — jak to wynika ze wzoru (3) — niezależnie od wartości funkcji  $f(\xi, \eta, \alpha)$  poprawka wyniesie zero ( $\Delta o.p._{1-2} = 0$ ).

Biorąc pod uwagę fakt, że punkt kierunkowy zakładany jest w odległości rzędu kilkuset metrów od punktu triangulacyjnego, ewentualna duża różnica  $\Delta H_{1-2}$  wysokości punktu kierunkowego i punktu triangulacyjnego, spowoduje znaczny wpływ na wartość poprawki  $\Delta o.p._{1-2}$ .

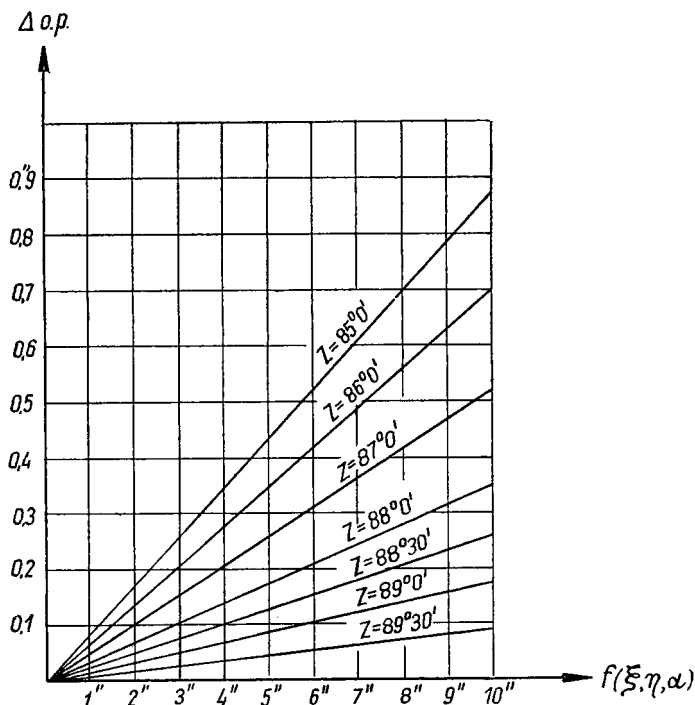
W warunkach obszaru Polski wartości liczbowe względnego odchylenia pionu kształtują się w ten sposób, iż funkcja  $f(\xi, \eta, \alpha)$  może maksymalnie osiągnąć wartość rzędu  $10''$ . W takim ekstremalnym przypadku dla linii 1—2, charakteryzującej się np. odległością zenitalną  $Z_{1-2} = 80^\circ$  (co odpowiada różnicy wysokości  $\Delta H_{1-2} \cong 176$  m dla odległości pomiędzy punktem triangulacyjnym i kierunkowym  $s_{1-2} \cong 1000$  m), uzyskuje się wartość poprawki  $\Delta o.p._{1-2} \cong 1'',8$ .

Na rys. 2 przedstawiona jest funkcyjna zależność wartości poprawki  $\Delta o.p.$  od wartości funkcji  $f(\xi, \eta, \alpha)$  dla celowych 1—2 niezbyt nachylnych, tj. dla odległości zenitalnej  $Z$  od  $90^\circ$  do  $85^\circ$ .

Jak wynika z rys. 2 dla odległości zenitalnych  $Z_{1-2}$  nie mniejszych niż  $89^\circ 10'$  (co odpowiada przy  $s_{1-2} = 1000$  m różnicy wysokości n.p.m. pomiędzy punktem kierunkowym i triangulacyjnym około 14 m) można przy obliczaniu kąta kierunkowego wpływ poprawki  $\Delta o.p.$  zaniedbać, gdyż

wtedy nawet przy maksymalnej wartości funkcji  $f(\xi, \eta, \alpha) \cong 10''$  poprawka  $\Delta o.p.$  będzie wynosić  $0''$ ,1.

W przypadku  $Z_{1-2} < 89^\circ 10'$  konieczne jest obliczenie wartości funkcji  $f(\xi, \eta, \alpha)$ , do czego potrzebna jest znajomość wartości składowych względnego odchylenia pionu na punkcie triangulacyjnym 1, a następnie —



Rys. 2

korzystając ze wzoru (3) lub rys. 2 — można stwierdzić czy wartość liczbową  $\Delta o.p._{1-2} \geq 0''$ ,1 i jeżeli tak jest to należy ją wprowadzić do obliczeń kąta kierunkowego.

Warto przy okazji zaznaczyć, że obliczenie funkcji  $f(\xi, \eta, \alpha)$  dogodnie jest dokonać korzystając z diagramu Cimbalnika [3].

Wpływ wartości poprawki  $\Delta o.p._{1-2}$  na obliczany kąt kierunkowy kształtuje się zupełnie inaczej, gdy oprócz azymutu astronomicznego  $\alpha_{1-2}^a$  mierzony jest również azymut astronomiczny  $\alpha_{2-1}^a$  linii geodezyjnej 2—1 na punkcie kierunkowym 2. Przy założeniu  $\xi_1 = \xi_2$  i  $\eta_2 = \eta_2$  otrzymamy wtedy, jak to wynika ze wzoru (3):

$$(\eta_1 \cos \alpha_{1-2} - \xi_1 \sin \alpha_{1-2}) \cdot \operatorname{ctg} Z_{1-2} = -(\eta_2 \cos \alpha_{2-1} - \xi_2 \sin \alpha_{2-1}) \operatorname{ctg} Z_{2-1}$$

czyli poprawka  $\Delta o.p._{1-2} = -\Delta o.p._{2-1}$ .

Do średniej wartości  $\alpha_{1-2sr}^a$ , uzyskanej w wyniku pomiaru  $\alpha_{1-2}^a$  i  $\alpha_{2-1}^a$  (po uwzględnieniu oczywiście zmiany azymutu linii geodezyjnej 1—2 na punkcie 1 i na punkcie 2), poprawki  $\Delta o.p$  nie potrzeba będzie w tym

$$\text{przypadku wprowadzać, gdyż } \alpha_{1-2sr}^a = \frac{1}{2} (\alpha_{1-2}^a + \alpha_{2-1zred.}^a - 180^\circ) = \\ = \frac{1}{2} (\alpha_{1-2}^a + \Delta o.p._{1-2} + \alpha_{2-1zred.}^a - \Delta o.p._{1-2} - 180^\circ).$$

Należy podkreślić, iż powstanie wtedy tylko różnica między wynikiem pomiaru w obu kierunkach wynosząca  $2 \Delta o.p.$

Rozważmy jeszcze wpływ ewentualnej zmiany wartości składowej  $\xi$  i składowej  $\eta$  pomiędzy punktem 1 i 2 na omawiane obliczenia. Wpływ ten na wartość poprawki  $\Delta o.p._{2-1}$ , przy założeniu  $\xi_2 = \xi_1 + d\xi$  oraz  $\eta_2 = \eta_1 + d\eta$ , wyniesie:

$$d_{\Delta o.p._{2-1}} = (d\eta \cdot \cos \alpha_{2-1}^a - d\xi \sin \alpha_{2-1}^a) \cdot \text{ctg } Z_{2-1}, \quad (3a)$$

co spowoduje redukcję do wartości średniej  $\alpha_{1-2sr}^a$  wynoszącą  $\frac{1}{2} d_{\Delta o.p._{2-1}}$ .

Przy praktycznie stosowanych odległościach pomiędzy punktem triangulacyjnym i punktem kierunkowym, jedynie w obszarach górskich i niektórych obszarach podgórskich lokalna zmienność względnego odchylenia pionu może być duża [2], co może spowodować, że w warunkach naszego kraju maksymalna wartość funkcji  $f(d\xi, d\eta, \alpha)$  będzie rzędu  $2''$ .

Korzystając z rys. 2 otrzymamy dla tej maksymalnej wartości funkcji np. nawet przy odległości zenitalnej  $Z = 85^\circ$  (co odpowiada dla  $s_{1-2} = 1000$  m różnicy wysokości  $\Delta H_{1-2} \cong 87$  m) wielkość wpływu na średnią

wartość azymutu  $\alpha_{1-2sr}^a$  tj.  $\frac{1}{2} d_{\Delta o.p._{2-1}} \cong 0,08$  Wielkość tę można więc

praktycznie w tym przypadku zaniedbać. Gdy zaistnieje natomiast większe nachylenie linii 1—2 (np.  $Z_{1-2} < 85^\circ$ ), a równocześnie znaczna lokalna zmiana  $d\xi$  i  $d\eta$  pomiędzy punktem 1 i 2 (np.  $f(d\xi, d\eta, \alpha)$  będzie rzędu  $1'', 0 - 2'', 0$ ), należy przy operowaniu  $\alpha_{1-2sr}^a$  wprowadzić podaną wyżej wartość redukcji  $\frac{1}{2} \cdot d_{\Delta o.p._{2-1}}$ .

Rozważania przeprowadzone nad zagadnieniem wpływu — przy wyznaczaniu kąta kierunkowego — poprawki  $\Delta o.p.$  (czyli drugiego wyrazu w równaniu Laplace'a), jako funkcji względnego odchylenia pionu, doprowadzają do następujących uwag praktycznych:

a) punkt kierunkowy powinien być zakładany w takim miejscu, aby jego wysokość zbyt dużo nie różniła się od wysokości punktu triangulacyjnego (dopuszczalna różnica  $\Delta H_{1-2}$  zależeć będzie od odległości  $s_{1-2}$

oraz od wartości liczbowej funkcji  $f(\xi, \eta, \alpha)$ , czyli należy unikać zbyt nachylnych celowych 1—2,

b) w miarę możliwości powinien być dokonany pomiar azymutu  $\alpha_{1-2}^a$  i  $\alpha_{2-1}^a$  (przynajmniej dla punktów triangulacyjnych wyższej klasy).

Uwzględnienie obu tych praktycznych uwag pozwoli na zaniebdanie w obliczeniach kąta kierunkowego wpływu poprawki  $\Delta o.p.$  W przypadku konieczności jej uwzględnienia należy mieć dla potrzeb tych obliczeń wyznaczone składowe  $\xi$  i  $\eta$  względnego odchylenia pionu dla punktu triangulacyjnego, a ewentualnie też i dla punktu kierunkowego.

Przejdźmy obecnie do analizy dokładnościowej zagadnienia.

Średni błąd kąta kierunkowego  $m_{Aos_{1-2}}$ , wyznaczanego metodą pomiaru azymutu astronomicznego, przedstawić można — zgodnie z wzorami (1) i (2) — następująco:

$$m_{Aos_{1-2}} = \pm \sqrt{m_{\alpha_{1-2}^a}^2 + m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)}^2 + m_{\Delta o.p. 1-2}^2 + m_{\gamma_1}^2 + m_{\delta_{1-2}}^2} \quad (4)$$

W naszych rozważaniach interesuje nas zagadnienie wpływu względnego odchylenia pionu. W związku z tym chcemy wyznaczyć niezbędną dokładność, jaką powinny charakteryzować się wartości  $\xi$  i  $\eta$  tego odchylenia, przy przeprowadzaniu omawianych obliczeń kąta kierunkowego.

Średni błąd określenia składowych względnego odchylenia pionu wpływa na średnie błędy  $m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)}$  oraz  $m_{\Delta o.p. 1-2}$ , które są częścią składową wzoru (4) na wyznaczenie średniego błędu  $m_{Aos_{1-2}}$ . Potraktujmy łączny wpływ średnich błędów  $m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)}$  i  $m_{\Delta o.p. 1-2}$  jako wartość wyznaczaną i oznaczając  $\sqrt{m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)}^2 + m_{\Delta o.p. 1-2}^2} = m_{\psi(\xi, \eta)}$  na podstawie wzoru (4) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} m_{\psi(\xi, \eta)} &= \pm \sqrt{m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)}^2 + m_{\Delta o.p. 1-2}^2} = \\ &= \pm \sqrt{m_{Aos_{1-2}}^2 - m_{\alpha_{1-2}^a}^2 - m_{\delta_{1-2}}^2 - m_{\gamma_1}^2} \quad (5) \end{aligned}$$

Rozpatrzmy teraz kolejno średnie błędy przedstawione we wzorze (5), aby określić następnie potrzebną dokładność wyznaczenia  $\xi$  i  $\eta$ .

Z ogólnych założeń i potrzeb praktyki wynika, że bezwzględna wartość średniego błędu wyznaczanego kąta kierunkowego nie powinna być większa niż 2",5 [6]. W naszych obliczeniach dokładnościowych przyjąć więc musimy  $m_{Aos_{1-2}} = \pm 2",5$ .

Redukcję  $\delta$  kierunku 1—2 w odwzorowaniu Gaussa-Krügera wyrazić można w naszych warunkach wzorem:

$$\delta_{1-2} = 0",000844 \cdot (x_2 - x_1) \cdot (2y_1 + y_2),$$

w którym  $x, y$  oznaczają współrzędne prostokątne płaskie w odwzorowaniu Gaussa-Krügera wyrażone w kilometrach [9]. Ponieważ odległość po-

między punktem triangulacyjnym i jego punktem kierunkowym będzie przeciętnie wynosić 500—1000 m, wobec tego różnica  $(x_2 - x_1) \leq 1$  km oraz można będzie praktycznie przy tych obliczeniach przyjąć rzędną  $y_1 \cong y_2 = y_s$ . Praktycznie więc redukcję  $\delta_{1-2}$  możemy obliczać na podstawie wzoru  $\delta_{1-2} = 0'',002532 (x_2 - x_1) \cdot y_s$ .

Średni błąd tej redukcji odwzorowawczej można określić wzorem

$$m_{\delta_{1-2}} = \pm 0'',002532 y_s \cdot m_{(x_2 - x_1)} \quad (6)$$

gdyż wpływ średniego błędu  $m_{y_s}$  można w tym przypadku w pełni zaniedbać. (Dla  $x_2 - x_1 = 1$  km oraz  $m_{y_s} = \pm 5$  m otrzymalibyśmy bowiem  $\pm 0'',00001$ ).

Wobec tego przy założeniu, że różnica  $(x_2 - x_1)$  wyznaczona jest np. ze średnim błędem  $m_{(x_2 - x_1)} = \pm 5$  m dla punktu triangulacyjnego położonego na krańcu pasa  $3^\circ$  w odwzorowaniu Gaussa-Krügera tj.  $y_s \cong 100$  km wartość średniego błędu poprawki odwzorowawczej  $m_{\delta_{1-2}} = \pm 0'',001$ .

Jak wynika więc z naszych rozważań, wielkość średniego błędu  $m_{\delta_{1-2}}$  można w naszych obliczeniach dokładnościowych zaniedbać. Na marginesie należy jednak zaznaczyć, że wielkość tej redukcji dla np.  $y_s = 100$  km oraz  $x_2 - x_1 = 1$  km wyniesie  $\delta_{1-2} = 0'',25$ . Wskazuje to na konieczność wprowadzania tej redukcji przy omawianych wyznaczeniach kąta kierunkowego  $Aos_{1-2}$  na punktach położonych w większej odległości od południka osiowego pasa odwzorowawczego niż 20 km.

Średni błąd obliczenia zbieżności południków w odwzorowaniu  $m_{\gamma_1}$  zależy od dokładności wyznaczenia  $y_1$  punktu triangulacyjnego 1 w odwzorowaniu Gaussa-Krügera. W oparciu bowiem o wzór

$$\gamma_1 = \frac{y_1}{N_1} \operatorname{tg} \varphi_1 - \frac{y_1^3}{3 N_1^3} \operatorname{tg} \varphi_1 \cdot [1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1 - (e')^2 \cos \varphi_1] + \dots,$$

ten średni błąd wyrazić można wzorem

$$m_{\gamma_1} \cong \pm \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{N_1} m_{y_1}, \quad (7)$$

w którym przez  $\varphi$  oznaczono szerokość geograficzną, a przez  $N$ -promień krzywizny przekroju w pierwszym wertykale elipsoidy odniesienia [7].

Przyjmując średni błąd określania dla punktu triangulacyjnego  $m_{y_1} = \pm 1$  m, otrzymamy  $m_{\gamma_1} = \pm 0'',04$ , natomiast w przypadku mniej dokładnego wyznaczenia  $y_1$  np.  $m_{y_1} = \pm 2 \div 5$  m uzyskamy wtedy  $m_{\gamma_1} = \pm 0'',1 \div 0'',2$ .

Wpływ średniego błędu określenia zbieżności południków należy więc uwzględnić w naszych rozważaniach.

Średni błąd pomiaru azymutu astronomicznego  $\alpha_{1-2}^a$  jest decydującym czynnikiem w naszej analizie i od niego zależy dokładność, jaką przy

naszych obliczeniach powinniśmy wymagać od względnego odchylenia pionu.

Opierając się na dotychczasowych rozważaniach możemy przyjąć:

$$m_{Aos_{1-2}} = \pm 2''5, \quad m_{\delta_{1-2}} = 0''0, \quad m_{\gamma_1} = \pm 0''15$$

i wtedy na podstawie wzoru (5), uzyskujemy zależność:

$$m_{\psi(\xi, \eta)} = \pm \sqrt{6,2275 - m_{\alpha_{1-2}}^a} \quad (8)$$

Powyższa zależność wskazuje na to, że im wyższa będzie dokładność określenia  $\alpha_{1-2}^a$ , z tym większą tolerancją pod względem dokładności mogą być określone składowe względnego odchylenia pionu.

Zastanówmy się obecnie nad średnim błędem funkcji  $\psi(\xi, \eta)$ . Jak wynika z wzoru (5)

$$m_{\psi(\xi, \eta)} = \pm \sqrt{m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)}^2 + m_{\Delta o.p.1-2}^2}$$

Średni błąd iloczynu  $m_{(\eta_1 \cdot \text{tg } \varphi_1)} = \pm \text{tg } \varphi_1 \cdot m_{\eta_1}$ , natomiast średni błąd poprawki  $\Delta o.p.1-2$  można przedstawić na podstawie wzoru (3) — jako funkcję średnich błędów składowych względnego odchylenia pionu — następująco:

$$m_{\Delta o.p.1-2} = \pm \text{ctg } Z_{1-2} \sqrt{\cos^2 \alpha_{1-2} \cdot m_{\eta_1}^2 + \sin^2 \alpha_{1-2} \cdot m_{\xi_1}^2}$$

Wyznaczenie składowej południkowej  $\xi$  oraz składowej w pierwszym wertykale  $\eta$  przeprowadza się zwykle z tą samą dokładnością. W związku z tym praktycznie całkowicie słuszne będzie założenie  $m_{\xi} = m_{\eta}$  i wtedy otrzymujemy  $m_{\Delta o.p.1-2} = \pm \text{ctg } Z_{1-2} \cdot m_{\eta_1}$ .

Ten średni błąd określenia  $\Delta o.p.1-2$  powstanie wtedy, gdy mierzony jest azymut  $\alpha_{1-2}^a$  tylko w jednym kierunku lub gdy zupełnie niezależnie zredukowany jest pomiar azymutu  $\alpha_{1-2}^a$  na punkcie triangulacyjnym od pomiaru  $\alpha_{2-1}^a$  na punkcie kierunkowym.

W przypadku operowania tylko wartością średnią azymutu  $\alpha_{1-2}^a$  (z pomiaru  $\alpha_{1-2}^a$  i  $\alpha_{2-1}^a$ ), wpływ poprawki  $\Delta o.p.$ , jak to wynika z poprzednich naszych rozważań, wynosi  $\frac{1}{2} d_{\Delta o.p.2-1}$ . Średni błąd tej wartości, przy praktycznie słusznym założeniu identycznych średnich błędów wyznaczenia obu składowych względnego odchylenia pionu na punkcie 1 i 2 (tj.  $m_{\xi_1} = m_{\xi_2} = m_{\eta_1} = m_{\eta_2}$  i wynikająca stąd zależność  $m_{d_{\xi}} = m_{d_{\eta}} = m_{\eta} \cdot \sqrt{2}$ ), wyniesie:

$$m_{\left(\frac{1}{2} d_{\Delta o.p.2-1}\right)} = \pm \frac{1}{2} \text{ctg } Z_{2-1} \cdot m_{d_{\eta}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \text{ctg } Z_{2-1} \cdot m_{\eta}$$

Jak widać średni błąd w tym przypadku wynosi 70% wartości średniego błędu  $m_{\Delta o.p.1-2}$ .



Do naszych dalszych rozważań dokładnościowych weźmy jednak ostrzejsze kryterium tj.  $m_{A \circ p.1-2} = \pm \operatorname{ctg} Z_{1-2} m_{\eta_1}$ .

W konsekwencji otrzymujemy

$$m_{\psi(\xi, \eta)} = \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2 \varphi_1 + \operatorname{ctg}^2 Z_{1-2}} \cdot m_{\eta} \quad (9)$$

Przechodząc następnie do wzoru (8) możemy zależność pomiędzy średnim błędem wartości składowej  $\eta$  i średnim błędem wyznaczenia azymutu  $\alpha_{1-2}^a$  przedstawić następująco:

$$m_{\eta_1} = \pm \sqrt{\frac{6,2275 - m_{\alpha_{1-2}^a}^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi_1 + \operatorname{ctg}^2 Z_{1-2}}} \quad (10)$$

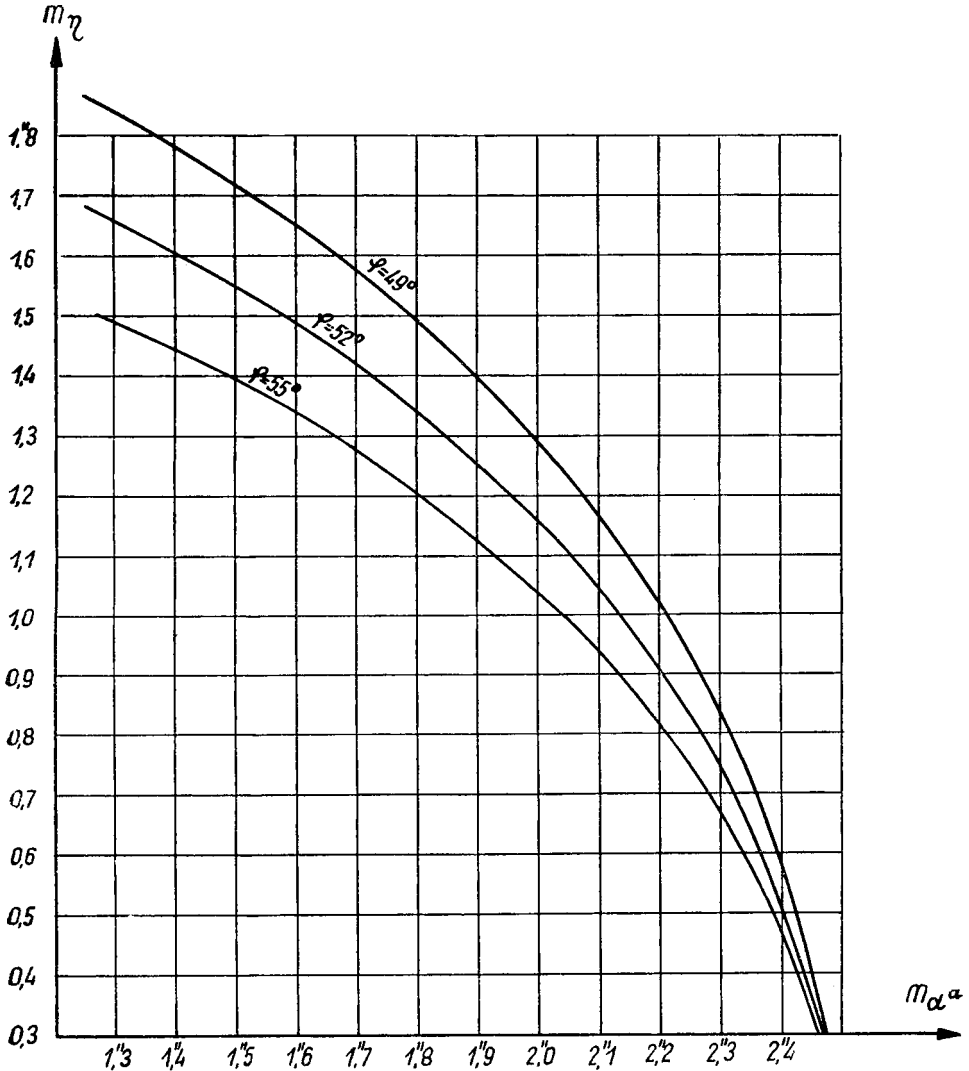
Zastanówmy się nad zastosowaniem tego wzoru (10) w warunkach naszego kraju. Na obszarze Polski wartości tangensa szerokości geograficznej kształtują się — jak wiadomo — w ten sposób, że  $\operatorname{tg}^2 \varphi = 1,3 \div 2,0$ . W stosunku do tych wartości przewidywane wartości  $\operatorname{ctg}^2 Z$  będą wielkościami bardzo małymi, wynoszącymi parę setnych (w przypadku poziomej celowej z punktu triangulacyjnego — na punkt kierunkowy oczywiście  $\operatorname{ctg}^2 Z = 0$ ). Wpływ  $\operatorname{ctg}^2 Z$  praktycznie może być w większości przypadkach zaniedbany we wzorze (10). Niemniej jednak w naszych wyznaczeniach liczbowych średniego błędu  $m_{\eta}$  uwzględnimy jednak bardziej nachylone celowe z punktu triangulacyjnego na punkt kierunkowy, przyjmując  $\operatorname{ctg} Z = 0,15$ , co odpowiada różnicy  $\Delta H_{1-2} \cong 150$  m pomiędzy wysokością punktu kierunkowego i punktu triangulacyjnego przy odległości pomiędzy tymi punktami  $s_{1-2} \cong 1$  km.

Na rys. 3 przedstawiono wykresy wartości średniego błędu składowej względnego odchylenia pionu w pierwszym wertykale jako funkcję średniego błędu pomiaru azymutu astronomicznego  $m_{\alpha^a}$  (od  $1''25$  do  $2''45$ ) dla szerokości geograficznej  $\varphi$  wynoszącej  $49^\circ$ ,  $52^\circ$  i  $55^\circ$ . Wykresy opracowano w oparciu o wzór (10) przy przyjęciu  $\operatorname{ctg} Z = 0,15$  oraz przy ogólnym wyjściowym założeniu, że średni błąd wyznaczenia kąta kierunkowego metodą pomiaru azymutu astronomicznego wynosi  $m_{A \circ s_{1-2}} = \pm 2''5$ .

Wykresy te mogą służyć do odpowiedniego zaplanowania dokładności pomiarów azymutu astronomicznego i wyznaczenia składowej względnego odchylenia pionu dla potrzeb rozważanego zagadnienia.

Nie przesądzając o dokładności wyznaczeń  $\alpha_{1-2}^a$  można jednak, w oparciu o praktyczne i ekonomiczne przesłanki [6] przewidywać, iż średni błąd  $m_{\alpha_{1-2}^a}$  będzie kształtował się przeciętnie w granicach  $\pm 2''0 \div 2''3$ . Dla tych wartości  $m_{\alpha_{1-2}^a}$  jak to wynika z rys. 3, powinniśmy mieć wyznaczone wartości składowej  $\eta$  — potrzebne do naszych obliczeń — ze średnim błędem nie większym niż od  $m_{\eta} = \pm 0''8 \div 1''3$  w południowych rejonach do  $m_{\eta} = \pm 0''6 \div 1''0$  w północnych rejonach Polski.

Przeprowadzone rozważania doprowadziły do wniosku, że w celu wyznaczenia kąta kierunkowego z punktu triangulacyjnego na punkt kierunkowy metodą pomiaru azymutu astronomicznego, musimy dla tego punktu triangulacyjnego mieć wyznaczoną wartość składowej  $\eta$  względnego odchylenia pionu w pierwszym wertykale.



Rys. 3

Jeśli wyznaczany jest także azymut zwrotny  $\alpha_{2-1}^a$ , należy mieć wtedy określoną również wartość składowej  $\eta$  na punkcie kierunkowym. W przypadku wystąpienia bardziej nachylonej celowej pomiędzy punktem trian-

gulacyjnym i punktem kierunkowym oraz wynikającą stąd koniecznością uwzględniania drugiego wyrazu równania Laplace'a, czyli poprawki  $\Delta o.p.$  trzeba dysponować dla punktu triangulacyjnego wartością składowej  $\xi$  względnego odchylenia pionu w południku.

Zastanówmy się pokrótce nad najdogodniejszym praktycznie sposobem określenia składowej  $\eta$  dla tych punktów triangulacji państwowej, na których kąty kierunkowe wyznaczane są metodą pomiaru azymutu astronomicznego.

Wyznaczenia składowych względnego odchylenia pionu dla dowolnego punktu można — jak wiadomo — dokonać wykorzystując odpowiednio materiały grawimetryczne oraz dane astronomiczno-geodezyjne na punktach astronomicznych sieci triangulacyjnej, czyli stosując metodę astronomiczno-grawimetryczną (np. według założeń [4], [8], [10]).

Dla każdego punktu triangulacyjnego, na którym kąt kierunkowy określany jest omawianą metodą pośrednią, wyznaczenie wartości składowej  $\eta$  (a w miarę potrzeb także składowej  $\xi$ ) może być przeprowadzone dwoma sposobami:

1. na podstawie odpowiednich map anomalii grawimetrycznych oraz danych geodezyjnych i astronomicznych sieci triangulacji państwowej, otaczających rozważany punkt triangulacyjny, wyznacza się na podstawie obliczeń liczbowe wartości składowej  $\eta$  (ewentualnie także  $\xi$ ) względnego odchylenia pionu ([8], [10], [2]),

2. sporządza się mapę składowej  $\eta$  (ewentualnie dla niektórych rejonów także mapę  $\xi$ ) i z niej wyznacza na drodze interpolacji pomiędzy izoliniami dla rozważanego punktu triangulacyjnego wartość  $\eta$  (ew.  $\xi$ ).

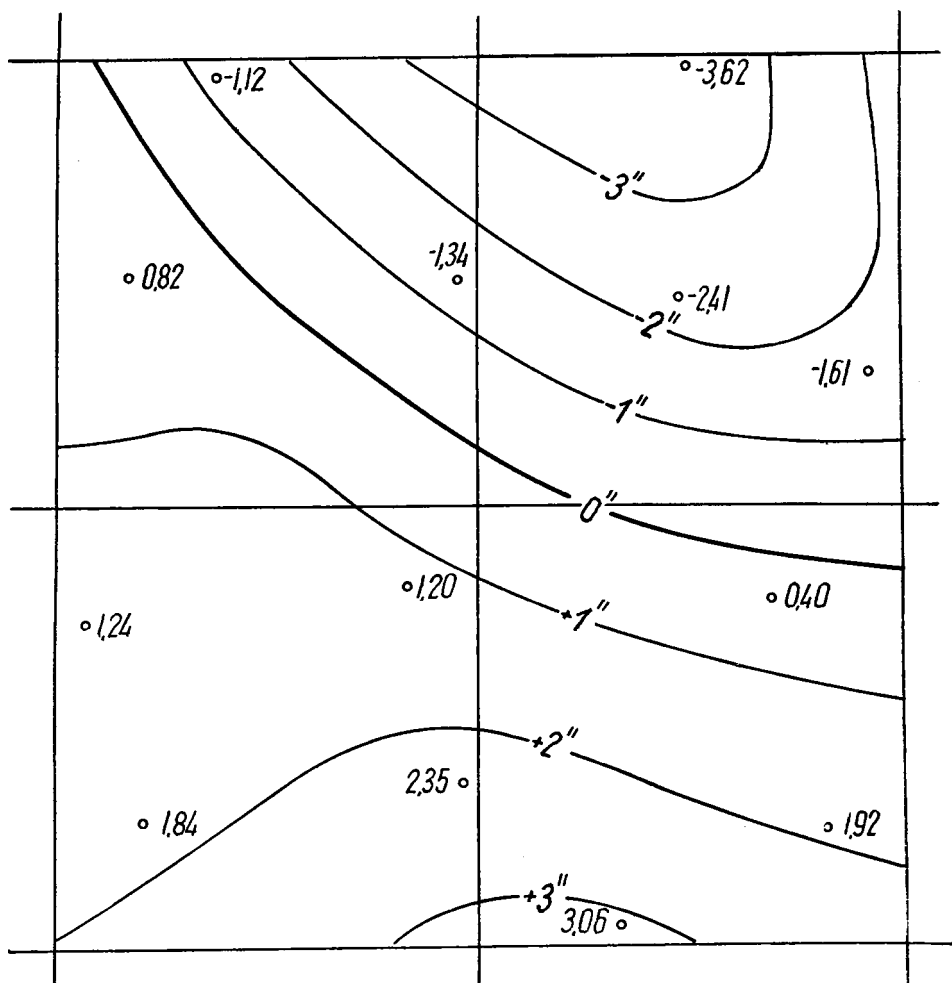
Pierwszy sposób postępowania jest oczywiście pracochłonny i w przypadku stosowania dla dużej ilości punktów triangulacyjnych w jednym rejonie jest sposobem nieekonomicznym. Dokładność wyznaczenia  $\eta$  i  $\xi$  zależy od dokładności danych astronomiczno-geodezyjnych i od dokładności materiałów grawimetrycznych przyjętych do obliczeń. Według analizy autora zamieszczonej w jednym z poprzednich Zeszytów „Prac IGiK” [2] średni błąd określenia tym sposobem składowych  $\eta$  i  $\xi$  w warunkach Polski może wynosić  $\pm 0''5 \div 0''7$  (dla niektórych obszarów równinnych nawet  $\pm 0''3$ , natomiast dla obszarów górskich może wynieść  $\pm 1''0$ ).

Drugi sposób postępowania opiera się na mapie składowej  $\eta$ . Taka mapa powstaje na podstawie wartości składowej  $\eta$  względnego odchylenia pionu wyznaczonych na punktach: a) astronomicznych sieci triangulacji państwowej — z danych astronomiczno-geodezyjnych i b) zagęszczających odpowiednio wybranych — z danych grawimetrycznych metodą astronomiczno-grawimetryczną.

Na mapie tej kreśli się izolinie ( $\eta = \text{const}$ ).

W warunkach Polski dogodną jest skala 1 : 500 000 opracowania mapy składowej  $\eta$  oraz przeprowadzanie izolacji  $\eta$  w odstępach 1".

Na rys. 4 przedstawiono przykładowo wycinek mapy  $\eta$  opracowanej dla omawianych potrzeb obliczenia kątów kierunkowych.



Rys. 4

Należy zaznaczyć, że podobne mapy składowych  $\xi$  i  $\eta$  opracowywane są w związku z ogólnymi badaniami odchyłeń pionu i badaniami geoidy [2]. Mapy  $\eta$  powinny zapewnić odpowiednią dokładność wyznaczenia  $\eta$ , zgodnie z poprzednio przeprowadzoną analizą i wykresami  $m_\mu$  przedstawionymi na rys. 3.

Dla obszarów, w których przewidziana jest duża ilość punktów triangulacyjnych o kątach kierunkowych wyznaczanych metodą pośrednią, trzeba przewidzieć pewne udokładnienie opracowania mapy  $\eta$ . To udokładnienie można będzie osiągnąć przez zwiększenie w tym obszarze ilości punktów zagęszczających (dla których wyznacza się  $\eta$  i ew.  $\xi$  metodą astronomiczno-grawimetryczną.).

Porównując oba sposoby postępowania można stwierdzić, że wykorzystanie map  $\eta$  jest praktycznie zdecydowanie dogodniejszym sposobem wyznaczenia  $\eta$  dla rozważanych punktów triangulacyjnych.

Dla obszarów równinnych i pagórkowatych naszego kraju wyznaczenie wartości  $\eta$  z mapy może być dokonane ze średnim błędem rzędu  $0'',6 \div 0'',7$ , natomiast w rejonie podgórskim z dokładnością około  $1'',0 \div 1'',2$  [2]. Natomiast w obszarach górskich występują zaburzenia lokalne w polu siły ciężkości, musimy liczyć się więc z możliwością występowania dużej zmienności lokalnej wartości składowych względnego odchylenia pionu. W związku z tym w obszarach górskich nie należy korzystać z mapy  $\eta$ , gdyż wtedy przy wyznaczaniu  $\eta$  dla punktu triangulacyjnego można popełnić błędy dochodzące w niektórych terenach do paru sekund łuku.

W związku z tymi rozważaniami należy zwrócić uwagę na fakt, że wartości średnich błędów  $m_\eta$  dla tych samych wartości  $m_{\alpha_{1-2}^a}$  mogą być — jak to wynika z wykresów zamieszczonych na rys. 3 — w południowych obszarach Polski, tj. rejonach górskich, o około 20 % większe w stosunku do wartości  $m_\eta$  w obszarach północnej Polski, tj. przeważnie równinnych. Ten fakt jest oczywiście bardzo dogodny przy przygotowaniach materiałów dotyczących względnego odchylenia pionu dla omawianych potrzeb określenia kątów kierunkowych w triangulacji.

Reasumując nasze rozważania nad sposobem określania składowej  $\eta$  dla rozpatrywanych przez nas potrzeb, dochodzimy do wniosku, że dla obszarów równinnych, pagórkowatych i podgórskich należy wyznaczać wartości  $\eta$  dla punktów triangulacyjnych na podstawie odpowiednio opracowanej mapy składowej  $\eta$ . W przypadku zdecydowania się na wyznaczenie kąta kierunkowego metodą pomiaru azymutu astronomicznego na punkcie triangulacyjnym położonym w obszarze górskim, należy — naszym zdaniem — dla takiego punktu wyznaczyć wartość  $\eta$  (oraz też  $\xi$ ) na podstawie odpowiednio dokładnie przygotowanych map grawimetrycznych stosując metodę astronomiczno-grawimetryczną.

Warto również nadmienić, że zamiast mapy  $\eta$  można by opracować mapę  $\eta \cdot \operatorname{tg}\varphi$ . Dla każdego punktu, w którym wyznaczono  $\eta_i$ , oblicza się wartość iloczynu  $\eta_i \cdot \operatorname{tg}\varphi_i$ . Na tych mapach przeprowadza się linie równych wartości  $\eta \operatorname{tg}\varphi$  (tj.  $\eta \operatorname{tg}\varphi = \text{const}$ ). Dla interesujących nas punktów triangulacyjnych można z tej mapy określić na drodze interpolacji wartości

$\eta_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_i$  potrzebne przy obliczeniach kąta kierunkowego. Naszym jednak zdaniem praktycznie zupełnie wystarczy mieć opracowaną mapę  $\eta$ .

Należy jeszcze podkreślić jedną ogólną uwagę. Składowe  $\eta$  i  $\xi$  na punkcie triangulacyjnym muszą reprezentować względne odchylenie pionu, dotyczące istniejącej sieci triangulacyjnej w rejonie tego punktu.

W odniesieniu do punktów położonych na dużych obszarach pomiędzy łańcuchami sieci astronomiczno-geodezyjnej zagadnienie komplikuje się, gdyż może wystąpić w tym przypadku skręt wypełniającej sieci triangulacyjnej istniejącej na tym obszarze, w stosunku do podstawowej sieci triangulacyjnej, tj. sieci astronomiczno-geodezyjnej.

Wykorzystanie danych astronomiczno-geodezyjnych i odpowiednie uwzględnienie materiałów grawimetrycznych umożliwi przeprowadzenie w takim obszarze przebiegu zmian składowej  $\eta$ , czyli opracowanie mapy  $\eta$ .

Tak określone wartości  $\eta$  będą jednak w tym przypadku związane z względnymi odchyleniami pionu sieci astronomiczno-geodezyjnej, a mogą — z uwagi na ewentualny skręt sieci wypełniającej — nie obrazować rzeczywistych względnych odchyżeń pionu dotyczących sieci triangulacji wypełniającej w tym obszarze. W związku z tym może powstać konieczność wykonania dodatkowych wyznaczeń astronomicznych (szerokości  $\varphi^a$ , długości  $\lambda^a$  i azymutu  $\alpha^a$ ) na paru punktach triangulacyjnych w takim obszarze, tj. położonych pomiędzy łańcuchami sieci astronomiczno-geodezyjnej, w celu wyeliminowania ewentualnego skrętu sieci triangulacyjnej.

Jak wynika z całości przeprowadzonych rozważań, wpływ względnego odchylenia pionu na wyznaczenie kąta kierunkowego w punkcie triangulacyjnym metodą pomiaru azymutu astronomicznego jest duży i powinien być z odpowiednią dokładnością uwzględniany.

#### LITERATURA

- [1] *Baeschlin C.*: Lehrbuch der Geodäsie. Zurich. 1948.
- [2] *Bokun J.*: Analiza i wnioski wynikające z wykorzystania materiałów grawimetrycznych przy opracowaniu geodezyjnych pomiarów podstawowych w Polsce. Prace IGiK., t. VIII, nr. 1(17), 1961.
- [3] *Cimbalnik M.*: Výpočet redukci naměřených směru na zemský elipsoid. Geodet. Obz. nr 8, Praha, 1958.
- [4] *de Graaff Hunter J.*: The Figur of the Earth from Gravity Obserwations nad the Precision Obtainable. Londyn. 1935.
- [5] Instrukcja o wykonywaniu pomiarów triangulacji wypełniającej i zagęszczającej. GUGiK., Warszawa, 1957 i Dodatek do instrukcji o wykonywaniu pomiarów triangulacji wypełniającej .... GUGiK, Warszawa, 1961

- [6] Instrukcja o wykonywaniu pomiarów astronomiczno-geodezyjnych dla wyznaczenia kątów kierunkowych na punktach triangulacji państwowej. GUGiK., Warszawa, 1962.
- [7] *Kamela Cz.*: Geodezja. Cz. III. Warszawa. 1952.
- [8] *Mołodeński M. S.*: Osnownyje woprosy gieodieziczeskoj grawimetrii. Trudy CNIIGAiK wyp. 42, Moskwa. 1945.
- [9] *Różycki J.*: Odwzorowanie Gaussa-Krügera i jego zastosowanie w Polsce. Prace GINB nr 8, Warszawa. 1950.
- [10] *Zakатов P. S.*: Kurs wysszej gieodiezji. Moskwa. 1953.

*Rękopis złożono w Redakcji w lutym 1963 r.*

ВЛИЯНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО УКЛОНЕНИЯ ОТВЕСА НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИРЕКЦИОННОГО УГЛА В ТРИАНГУЛЯЦИОННОМ ПУНКТЕ МЕТОДОМ ИЗМЕРЕНИЯ АСТРОНОМИЧЕСКОГО АЗИМУТА

## Резюме

В геодезической практике для отдельных пунктов государственной триангуляции обосновывают на расстоянии нескольких сот метров дирекционные пункты. На основании непосредственных измерений или применения косвенного метода, определяем дирекционный угол  $Aos$ , т. е. дирекционный угол на плоскости в проекции Гаусса-Крюгера с триангуляционного пункта на его дирекционный пункт (5).

Принцип косвенного метода состоит в определении  $Aos_{1-2}$  на основании измерения астрономического азимута  $\alpha_{1-2}^a$  направления с триангуляционного пункта 1 на его дирекционный пункт 2. Формулы (1) и (2), проиллюстрированные рис. 1, используются при вычислении  $Aos_{1-2}$  косвенным методом.

Влияние относительного уклонения отвеса на определяемый этим способом дирекционный угол, представляет произведение  $\eta \cdot \operatorname{tg} \varphi$  а также второе выражение в уравнении Лапласа (2) (иначе дирекционная поправка  $\Delta o.p._{1-2}$ ). Величина произведения составляющей первого вертикала относительного уклонения отвеса на тангенс географической широты  $\eta \cdot \operatorname{tg} \varphi$  должна быть принята во внимание в вычислениях  $Aos$ , так как численное значение  $\eta \cdot \operatorname{tg} \varphi$  может максимально достигнуть  $12''-14''$  (2).

Значение поправки  $\Delta o.p._{1-2}$  зависит от зенитного расстояния  $Z_{1-2}$  визирной линии с триангуляционного пункта на дирекционный пункт, а также от функции  $f(\xi, \eta, \alpha) = \eta \cdot \cos \alpha - \xi \cdot \sin \alpha$ .

Для визирных линий 1—2 более наклоненных (нпр.  $Z < 89^\circ 10'$ ) следует проанализировать величину функции  $f(\xi, \eta, \alpha)$  (3), для решения о необходимости введения поправки  $\Delta o.p._{1-2}$  (если  $\Delta o.p._{1-2} \geq 0,1$  при вычислении  $Aos_{1-2}$ ).

Если измерение астрономического азимута  $\alpha_{1-2}^a$  проведено в триангуляционном пункте, а  $\alpha_{2-1}^a$  в дирекционном пункте, то влияние поправки  $\Delta o.p.$  на среднее значение  $\alpha_{1-2}^a$  полученным в результате этих измерений, можно практически пренебречь. Точно в случае изменения значения составляющих относительного отклонения отвеса между точками 1 и 2 на  $d\xi$  и  $d\eta$ , уменьшение вводимое в среднее значение  $\alpha_{1-2}^a$  составит  $\frac{1}{2} d_{\Delta o.p.}$  (формула 3а).



Обсуждение  $\Delta o.p.$  как функции относительного уклонения отвеса, приводит к выводу, что дирекционный пункт должен быть расположен в точке не очень отличающейся по высоте от триангуляционного пункта. Рекомендуется также по мере возможностей проводить измерение  $\alpha_{1-2}^a$  и  $\alpha_{2-1}^a$  особенно в случае визирных линий 1—2 более наклоненных.

Анализ точности с какой нужно определить относительное уклонение отвеса для вычисления дирекционных углов, основан на формуле (5). Средней ошибкой вычисления приведения направления в проекции Гаусса-Крюгера  $m_{\delta_{1-2}}$  (6) можно пренебречь. Средняя ошибка определения сближения меридианов  $m_{\gamma_1}$  (7) может составить  $\pm 0'',15$ .

Приняв это во внимание, а также согласно общим предположениям и требованиям практики (6) о том, что средняя ошибка определения дирекционного угла  $m_{\Delta os} = \pm 2'',5$ , получаем следующую зависимость между средней ошибкой определения значения составляющей  $\eta_1$  относительного уклонения отвеса и средней ошибки определения азимута  $\alpha_{1-2}^a$

$$m_{\eta_1} = \pm \sqrt{\frac{6,2275 - m_{\alpha_{1-2}^a}^2}{\text{tg}^2 \varphi_1 + \text{ctg}^2 Z_{1-2}}} \quad (\text{формула } 10).$$

Основываясь на этой формуле и полагая  $\text{ctg } Z = 0,15$  даны на рис. 3 графики значения  $m_{\eta}$  как функции средней ошибки измерения астрономического азимута  $m_{\alpha^a}$  для географической широты  $\varphi$ , составляющей  $49^\circ$ ,  $52^\circ$  и  $55^\circ$ .

Для вычисления величины составляющей  $\eta$  триангуляционных пунктов, в которых производится определение дирекционного угла методом измерения астрономического азимута, удобнее всего пользоваться картами  $\eta$ .

Такая карта составлена на основании геофизически-астрономических данных и гравиметрических сведений (4), (8), (10), может быть сделана в масштабе 1 : 500 000 с изолиниями  $\eta$  проведенными на расстоянии 1".

На рис. 4 приведен для примера сектор карты  $\eta$  составленной для вычислений дирекционных углов.

Определение значения  $\eta$  по карте для равнинных и холмистых районов на территории Польши, может быть сделано со средней ошибкой порядка  $\pm 0'',6-0'',7$ , а в районах предгорья  $\pm 1'',0-1'',2$  (2). В горных районах значение  $\eta$  переменное; оно зависит от местных условий и пользоваться картой в этих районах нельзя.

В случае определения дирекционного угла методом измерения астрономического азимута в триангуляционном пункте, расположенном в горном районе, следует определить для этого пункта величину  $\eta$  (или же  $\xi$ ) на основании достаточно точно подготовленных гравиметрических карт, применяя гравиметрически-астрономический метод.

Стоит упомянуть, что вместо карты можно бы составить карту  $\eta \cdot \operatorname{tg} \varphi$ , на которой были бы начерчены через каждую 1" линии равных значений этого произведения  $\eta \cdot \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{const}$ .

Следует подчеркнуть еще одно замечание. Составляющие  $\xi$  и  $\eta$  в триангуляционном пункте, в котором применяем изложенный метод определения дирекционного угла, должны представлять собой относительное уклонение отвеса относящееся к существующей триангуляционной сети в районе этого пункта. По отношению к пунктам, расположенным в больших районах между геодезически-астрономическими сетями, может выступать также влияние кручения триангуляционной сети, существующей в данном районе, по отношению к геодезически-астрономической сети. В этом случае надо будет предвидеть добавочные астрономические определения ( $\varphi^a$ ,  $\lambda^a$ ,  $\alpha^a$ ). В нескольких триангуляционных пунктах, расположенных в этом районе для исключения возможного кручения триангуляционной сети.

JERZY BOKUN

THE INFLUENCE OF THE RELATIVE DEFLECTION OF THE  
VERTICAL ON THE DETERMINATION OF THE BEARING ANGLE  
IN A TRIGONOMETRIC STATION BY THE METHOD OF  
MEASUREMENT OF THE ASTRONOMIC AZIMUTH

S u m m a r y

In the geodetic practice the points of direction are marked on the ground for the trigonometric stations, in a distance of several hundred meters from the station. As a result of the direct measurement or by using the indirect method the bearing angle  $Aos$  is determined; it is the axial angle in the Gauss-Krüger projection of the direction going from the trigonometric station to its point of direction [5].

The principle of the indirect method rely in the determination of  $Aos_{1-2}$  from the measurement of the astronomic azimuth  $\alpha_{1-2}^a$  of the direction going from the trigonometric station 1 to its point of direction 2. The formulas (1) and (2), illustrated with the fig. 1, are used in the computation of  $Aos_{1-2}$  with the indirect method.

The influence of the relative deflection of the vertical, as determined with this method, represents the product  $\eta \cdot \operatorname{tg}\varphi$  and the second term of the Laplace's equation (2), that is the correction of the direction  $\Delta o.p._{1-2}$

The value of the product of the component in the prime vertical of the relative deflection of the vertical and the tangent of geographical latitude  $\eta \cdot \operatorname{tg}\varphi$  have to be necessarily taken into account in the computations of  $Aos$ . The value of  $\eta \cdot \operatorname{tg}\varphi$  for the territory of Poland may reach the maximum of  $12'' - 14''$  [2].

The value of the correction  $\Delta o.p._{1-2}$  (3) depends on the zenith distance  $z_{1-2}$  of the sight going from the trigonometric station to the point of direction and also on the function  $f(\xi, \eta, \alpha) = \eta \cdot \cos \alpha - \xi \sin \alpha$  ([1], [10]). For the sights of greater inclination (e.g.  $z < 89^\circ 10'$ ) it is necessary analyze the value of the function  $f(\xi, \eta, \alpha)$  [3], in order to decide whether the correction  $\Delta o.p._{1-2}$  (if  $\Delta o.p._{1-2} \geq 0'', 1$ ) has to be introduced in the computations of  $Aos_{1-2}$ .

If the measurements of the astronomic azimuth  $\alpha_{1-2}^a$  on the trigonometric station and  $\alpha_{2-1}^a$  on the point of direction were done, the influence of the correction  $\Delta o.p.$  on the mean value  $\alpha_{1-2sr}^a$ , as obtained from these measurements, could be practically neglected. Only in the case of change of the values of components of relative deflection of the vertical of  $d\xi$  and  $d\eta$  between the points 1. and 2. the reduction to be introduced to the mean value  $\alpha_{1-2sr}^a$  is  $\frac{1}{2} d_{\Delta o.p.}$ , (formula 3a).

The examinations of  $\Delta o.p.$  as the function of relative deflection of the vertical, lead to the conclusion, that the point of direction have to be situated in a place, the elevation of which does not differ too much from this of the trigonometric station; it is also well to do not only the measurement  $\alpha_{1-2}^a$  but also  $\alpha_{2-1}^a$ , if possible, particularly when the sights are more inclined.

The analysis of the accuracy, with which the relative deflections for the computation of the bearing angles ought to be determined, is based on the formula (5). The mean square error of the determination of reduction of direction in the Gauss-Krüger projection  $m_{\delta_{1-2}}$  (6) may be neglected. The mean square error of the determination of the convergence of meridians  $m_{\gamma_1}$  (7) may be about  $\pm 0''15$ . If we take this into account and if we adopt, according to the general rules and to the requirements of the practice [6], that the mean square error of determination of the bearing angle  $m_{Aos} = \pm 2''5$ , we'll obtain the following relation between the mean square error of determination of the value of component  $\eta_1$  of the relative deflection of the vertical and of the mean square error of determination of the azimuth  $\alpha_{1-2}^a$

$$m_{\eta_1} = \pm \sqrt{\frac{6,2275 - m_{\alpha_{1-2}^a}^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi_1 + \operatorname{ctg}^2 Z_{1-2}}} \quad (\text{Formula 10})$$

Basing on this formula and adopting  $\operatorname{ctg} z = 0,15$  the values of  $m_{\eta}$ , as a function of the mean square error of measurement of the astronomic azimuth  $m_{\alpha^a}$  for the geographic latitudes  $\varphi = 49^\circ, 52^\circ$  and  $55^\circ$  are shown on the diagrams of the fig. 3.

For the purpose of determination of the value of component  $\eta$  for the trigonometric stations, on which are perform the determination of the bearing angle with the method of measurement of the astronomic azimuth, it is most conveniently to use the map of  $\eta$ . Such a map, plotted on the base of astronomic-geodetic and gravimetric data ([4], [8], [10]), may be produced in scale 1 : 500 000 with isolines  $\eta$  of 1'' intervals.

In the fig. 4 is shown, as example a section of map of  $\eta$ , elaborated for the needs of computations of the bearing angles.

For the plain and hilly parts of Poland the determination of the value of  $\eta$  from the map may be done with the mean square error of  $0''6 - 0''7$  and for the more hilly regions  $1''0 - 1''2$  [2]. In the mountainous regions there are great local changes of the value  $\eta$  and practically it is impossible to use the map in such a regions.

If we decide to determine the bearing angle with the method of measurement of the astronomic azimuth on the trigonometric station in a mountainous region, it will be necessary to determine for this station the value of  $\eta$  (eventually  $\xi$  too) on the base of the gravimetric maps

carefully prepared for this purpose, by the use of astronomic-gravimetric method.

It ought to be mention here, that instead of the map of  $\eta$  one could elaborate the map of  $\eta \cdot \operatorname{tg}\varphi$ , on which the lines of equal values of this product ( $\eta \cdot \operatorname{tg}\varphi = \text{const.}$ ) may be drafted at the intervals of  $1''$ .

One have to stress here one thing more. The components  $\xi$  and  $\eta$  on a trigonometric station, on which we'll adapt the method of determination of the bearing angle, ought to represent the relative deflection of the vertical of the trigonometric net in the vicinity of this station. As to the points dispersed on vast areas is concerned, it may occur too, between the chains of astronomic-geodetic nets, the influence of eventual swing of the supplementary scheme of triangulation existing in this region, in regard to the astronomic-geodetic net. In this case one have to project additional astronomic determinations ( $\varphi^a, \lambda^a, \alpha^a$ ) on several trigonometric stations in this area, in order to eliminate the eventual swing of the triangulation net.