

JAN KRYŃSKI

Instytut Geodezji i Kartografii

**CENTYMETROWA GEOIDA NA OBSZARZE POLSKI –
– REALIA I PERSPEKTYWY**

ZARYS TREŚCI: Zgromadzone w wyniku współpracy krajowych i zagranicznych ośrodków naukowych w ramach projektu badawczego KBN w latach 2002–2005 dane geodezyjne, grawimetryczne, astronomiczne, geologiczne i satelitarne zostały poddane gruntownej analizie jakościowej. Zostały one również zgodnie z obowiązującymi standardami sprowadzone do jednolitych układów odniesienia, uporządkowane i zarchiwizowane w odpowiednich bazach danych. W wyniku przeprowadzonych analiz wskazano globalne modele geopotencjału najlepiej obecnie nadające się do wykorzystania w procesie modelowania metodą remove-compute-restore quasigeoidy na obszarze Polski. Opracowano metodologię i obliczono poprawki terenowe do punktowych danych grawimetrycznych z grawimetrycznej bazy danych. Wygenerowano także dla obszaru Polski nowy zbiór średnich anomalii Faye'a w siatce $1' \times 1'$. Zgromadzone dane posłużyły do opracowania modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej oraz precyzyjnych modeli quasigeoidy grawimetrycznej, satelitarno-niwelacyjnej, zintegrowanej oraz quasigeoidy wpasowanej w wysokości punktów sieci POLREF. Jakość obliczonych modeli quasigeoidy oceniono na podstawie wewnętrznej oceny oraz analiz porównawczych, w szczególności z wykorzystaniem danych z założonego w ramach projektu kontrolnego trawersu satelitarno-niwelacyjnego. Najlepsze spośród wygenerowanych modeli quasigeoidy na obszarze Polski osiągają dokładność 2 cm.

Opracowane technologie modelowania quasigeoidy oraz zgromadzone i uporządkowane dane należy w najbliższej przyszłości wykorzystać do opracowania modelu quasigeoidy dla obszaru Polski; model ten powinien zastąpić stosowany powszechnie model GUGiK 2001. Dalszej znaczącej poprawy dokładności modelu quasigeoidy na terenie Polski można oczekiwać w wyniku przeprowadzenia szczegółowej weryfikacji danych grawimetrycznych i wysokościowych, dokładniejszego obliczenia poprawek terenowych z użyciem wszystkich dostępnych informacji, spożytkowania wyników wyrównania kampanii niwelacyjnej 1999–2002, łącznego wykorzystania odchyleń pionu z danymi grawimetrycznymi, dalszego udoskonalenia metodologii i technik obliczeniowych oraz wykorzystania nowych modeli geopotencjału z misji kosmicznych GRACE i GOCE. Istotną przeszkodą w wygenerowaniu na terenie Polski quasigeoidy wpasowanej o centymetrowej dokładności jest niezado-

walająca jakość wysokości punktów oporowych (wpasowania) sieci POLREF, którą należy szacować na poziomie 3–4 cm.

Słowa kluczowe: modelowanie quasigeoidy, globalne modele geopotencjału, dane grawimetryczne, odchylenia pionu, dane satelitarno-niwelacyjne, dane mareograficzne, numeryczne modele terenu, gęstość skorupy ziemskiej, poprawki terenowe, średnie anomalie grawimetryczne

1. WPROWADZENIE

Zasadniczy cel wyznaczenia geoidy wynika z potrzeby precyzyjnego określenia geometrycznego związku pomiędzy powierzchnią Ziemi i elipsoidą odniesienia, który jest wykorzystywany w pracach geodezyjnych, geofizycznych i oceanograficznych. Znajomość precyzyjnego modelu geoidy urosła do kluczowej rangi w ostatnim dziesięcioleciu z uwagi na jego zastosowanie w technikach precyzyjnego pozycjonowania przy użyciu globalnych systemów nawigacyjnych, w szczególności do wyznaczania wysokości. Precyzyjne modelowanie regionalnej geoidy stało się jednym z podstawowych zadań licznych ośrodków badawczych oraz agencji geodezyjnych.

Dokładność pierwszych regionalnych modeli geoidy, opracowanych w latach 30. i 40., wahała się w granicach od kilku do kilkunastu metrów (np. Hirvonen, 1934; Tanni, 1948, 1949). W Polsce w latach 50. podjęto działania w kierunku zgromadzenia danych grawimetrycznych i astronomicznych w aspekcie ich wykorzystania do opracowania regionalnego modelu geoidy. Pierwszy regionalny model geoidy astronomiczno-grawimetrycznej dla Polski został opracowany w 1961 r. w Instytucie Geodezji i Kartografii w Warszawie z wykorzystaniem około 100 astronomiczno-geodezyjnych odchyleń pionu i anomalii grawimetrycznych odczytanych z map grawimetrycznych (Bokun, 1961). Model ten, o dokładności około 60 cm, został udoskonalony w 1970 r. (Bokun, 1970), a następnie w 1978 r. (Bokun, 1978) poprzez zastosowanie dodatkowych obserwacji odchyleń pionu oraz danych grawimetrycznych z bardziej szczegółowych map grawimetrycznych. Dokładność udoskonalonego modelu geoidy oszacowano na około 30 cm.

Dyskusję nad rolą wysokorozdzielczych globalnych modeli geopotencjału w tworzeniu lokalnych modeli pola grawitacyjnego Ziemi dla obszaru Polski (wysokości geoidy i anomalie grawimetryczne) przeprowadzono w 1986 r. w Zakładzie Geodezji Planetarnej Centrum Badań Kosmicznych PAN (CBK), korzystając z wybranych spośród dostępnych wówczas trzech globalnych modeli geopotencjału: GEM 108 (36,36), OSU78 (180,180) i OSU81 (180,180) (Kryński, 1987). W tym samym roku przeprowadzono w CBK badania nad wpływem zmodyfikowanych przez Meissela i Molodenskigo funkcji Stokesa na dokładność modelowania geoidy z użyciem globalnego modelu geopotencjału (180,180) (Kryński i Łyszkowicz, 1988). Klauzula tajności,

którą w latach po II wojnie światowej w Polsce i we wszystkich pozostałych krajach tzw. bloku wschodniego zostały obłożone – obok szczegółowych informacji o krajowych układach i systemach geodezyjnych oraz danych geodezyjnych – wszelkie dane grawimetryczne, stanowiła skuteczny hamulec rozwoju prac badawczych nad modelowaniem regionalnego pola siły ciężkości, a w szczególności doskonalenia regionalnych modeli quasigeoidy.

Do dalszego postępu w modelowaniu regionalnej geoidy na obszarze Polski przyczyniło się udostępnienie w latach 90. krajowych danych grawimetrycznych oraz szeroki dostęp do zaawansowanych technik obliczeniowych. Pierwszy model grawimetrycznej quasigeoidy GEOID92 dla Polski, o dokładności około 10 cm, opracowano w CBK w 1992 r. przy zastosowaniu kombinacji metody kolokacji z klasyczną metodą całkową (Łyszkowicz, 1993). Do obliczenia tego modelu użyto średnich anomalii wolnopowietrznych z obszaru Polski w siatce $5' \times 5'$ oraz zmodyfikowanego przez Kryńskiego programu obliczeniowego autorstwa Lachapelle'a (Kearsley i in., 1985). W 1997 r., wykorzystując wzbogacony materiał grawimetryczny, w tym średnie anomalie wolnopowietrzne z obszaru Polski w siatce $1' \times 1'$, opracowany został przy użyciu techniki FFT model quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b, o dokładności 5 cm (Łyszkowicz, 1998).

Zatwierdzoną w 2001 r. przez Głównego Geodetę Kraju do stosowania w praktyce geodezyjnej wersją modelu quasigeoidy jest „geoida niwelacyjna 2001” (Pażus, 2001). W model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej QGEOID'PL01, oparty na punktach sieci EUVN, EUREF-POL, POLREF, Tatry i WSSG, wpasowano model quasigeoidy grawimetrycznej quasi97b. Dyskretny model w postaci wysokości quasigeoidy w węzłach siatki $1' \times 1'$ wyznaczono przy użyciu funkcji sklejaney 3 stopnia (Osada, 2002; Pażus i in., 2002). Model ten wraz z programem interpolującym dwuliniowo wysokości quasigeoidy został wykorzystany w programie *Geoida*, dołączonym do Instrukcji Technicznej G-2 (Pażus, 2001). W publikowanych w ostatnich latach wynikach badań nad precyzyjnym modelowaniem quasigeoidy na obszarze Polski modelowi temu nadano nazwę „model quasigeoidy GUGiK 2001”.

Dostęp do grawimetrycznych danych obserwacyjnych z bazy grawimetrycznej Państwowego Instytutu Geologicznego, numerycznych modeli terenu o wysokiej rozdzielczości oraz pokrycie Polski w latach 90. gęstą siecią punktów o precyzyjnie wyznaczonych wysokościach elipsoidalnych i normalnych (punkty satelitarno-niwelacyjne), a także przeprowadzenie czwartej kampanii niwelacyjnej (pomiar osnowy wysokościowej I klasy w latach 1999–2002) były czynnikami stymulującymi do podjęcia kompleksowych badań nad utworzeniem modelu centymetrowej geoidy na obszarze Polski. Badania nad modelowaniem centymetrowej geoidy z wykorzystaniem danych geodezyjnych, grawimetrycznych, astronomicznych, geologicznych i satelitarnych zostały wykonane w latach 2002–2005 w ramach projektu badawczego, zamówionego przez Komitet Badań Naukowych, przez koordynowany przez Instytut Geodezji i Kartografii w War-

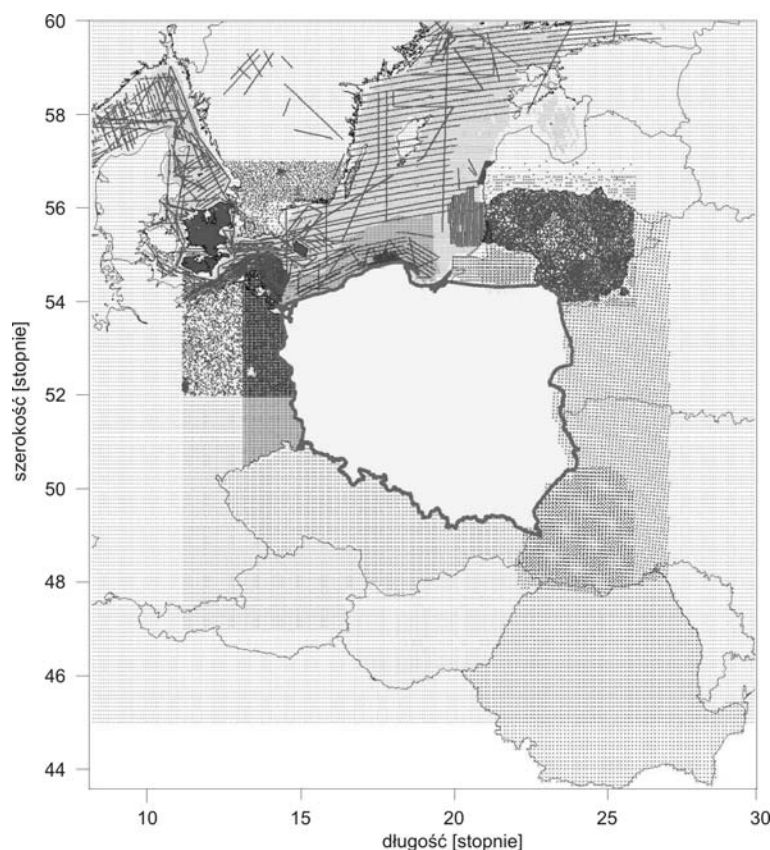
szawie zespół specjalistów reprezentujących różne dyscypliny nauk o Ziemi (Kryński, 2006).

2. DANE WYKORZYSTANE DO MODELOWANIA GEOIDY

Wszystkie zgromadzone dane, tj. dane grawimetryczne, odchylenia pionu, dane satelitarno-niwelacyjne, dane mareograficzne, numeryczne modele terenu oraz dane o gęstości litosfery zostały poddane gruntownej analizie jakościowej i ilościowej. Opracowano również metody transformacji danych pochodzących z różnych epok i wykonanych różnymi technikami do jednolitych standardów, skal i systemów odniesienia. Dotyczyło to w szczególności geodezyjnych systemów odniesienia, systemów i jednostek grawimetrycznych, katalogów gwiazd, parametrów ruchu obrotowego Ziemi, skal czasu, epok obserwacyjnych i redukcji grawimetrycznych. Zgromadzone dane zostały zarchiwizowane i umieszczone w odpowiednio skonstruowanych bazach danych.

2.1. Dane grawimetryczne

Zbiór zgromadzonych danych grawimetrycznych jest niejednorodny zarówno pod względem jakości, jak i pokrycia (rys. 1). Zbiór naziemnych danych grawimetrycznych, pochodzących z pomiarów wykonanych na przestrzeni ostatnich 50 lat, zawiera 1 089 062 danych punktowych ($\sigma = 0.075$ mGal), niemal jednolicie pokrywających obszar Polski, oraz średnie, a w niewielkim stopniu i punktowe anomalie grawimetryczne ($\sigma = 1.0$ mGal) o różnym zagęszczeniu z obszarów sąsiadujących z Polską. Na zbiór morskich danych grawimetrycznych składają się obserwacje Petrobaltic ($\sigma = 0.5$ mGal) wykonane w strefie przybrzeżnej do 100 km południowej części Bałtyku w latach 1978–1980 przez zespół badawczy byłego ZSRR, dane z wód terytorialnych Polski na Bałtyku pochodzące z misji geofizycznych statków Zaria i Turlejski w latach 1971–1972 ($\sigma = 2.0$ mGal) oraz dostarczone przez KMS (National Survey and Cadaster) w Kopenhadze dane z przybrzeżnych obszarów Szwecji na Bałtyku, zgromadzone podczas misji norweskiego statku badawczego Håkon Mosby ($\sigma = 2.6$ mGal). Lotnicze dane grawimetryczne ($\sigma = 1.5$ mGal), uzyskane w ramach projektu KMS w 1999 r., pokrywają znaczny obszar południowej części Morza Bałtyckiego. Do danych grawimetrycznych wykorzystanych do modelowania geoidy zaliczają się również średnie anomalie grawimetryczne ($\sigma = 4.0$ mGal) obliczone przez KMS z obserwacji altimetrycznych satelitów Geosat i ERS-1 w siatce $2' \times 2'$ (Kryński i Łyszkowicz, 2006b).

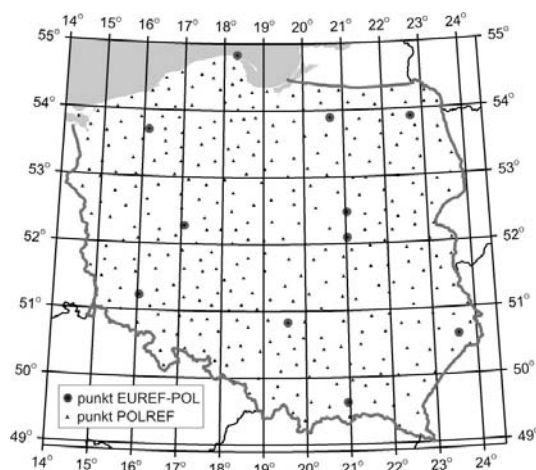


Rys. 1. Rozkład naziemnych morskich i lotniczych danych grawimetrycznych

2.2. Dane satelitarno-niwelacyjne

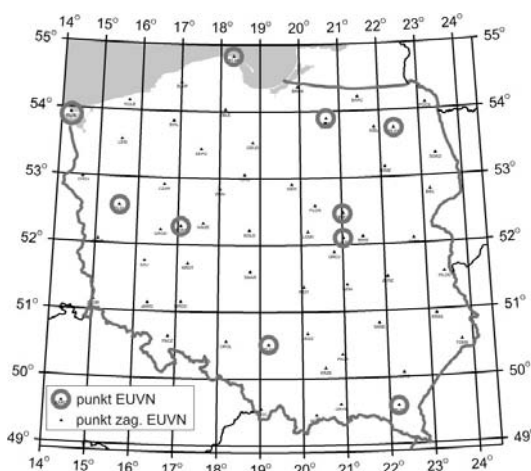
Zbiór punktów o precyzyjnie wyznaczonej wysokości elipsoidalnej i wysokości normalnej obejmuje ponad 900 punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG.

Sieć POLREF (rys. 2), która stanowi zagęszczenie sieci EUREF-POL (11 stacji w Polsce dowiązanych w 1993 r. do ETRS89), składa się z 360 stacji pomierzonych w trzech kampaniach obserwacyjnych od lipca 1994 r. do maja 1995 r. w dwóch 4h sesjach (Zieliński i in., 1997). Wysokości stacji sieci POLREF zostały dowiązane niwelacyjnie do państwowej osnowy wysokościowej (system Kronstadt86). Wysokości normalne tych stacji wyznaczono z błędem 1.0–1.5 cm, ich wysokości elipsoidalne (elipsoida GRS80) – z błędem 1.0–1.5 cm, zaś błąd ich anomalii wysokości został (optymistycznie) oceniony na równy 2 cm (Kryński i in., 2005d).



Rys. 2. Stacje sieci POLREF

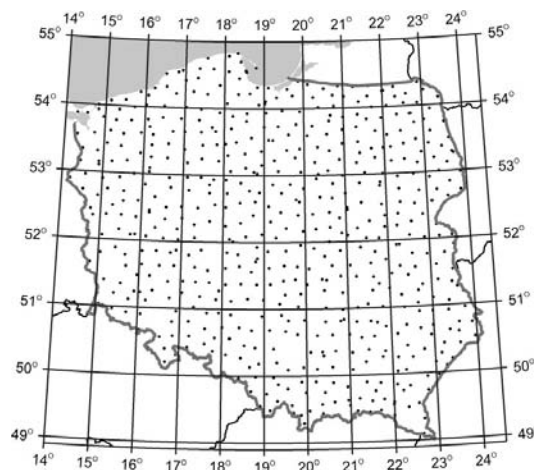
Sieć EUVN 1999 (rys. 2b), która stanowi zagęszczenie sieci EUVN 1997 (10 stacji w Polsce dowiązanych w 1999 r. do ETRS89), składa się z 52 stacji założonych na reperach osnowy wysokościowej, pomierzonych w dwóch 24h sesjach w 1999 r. (Jaworski, 2000). Błędy obliczonych współrzędnych stacji wynoszą $\delta\varphi = 0.19$ cm, $\delta\lambda = 0.22$ cm, $\delta h = 0.28$ cm, zaś błąd ich anomalii wysokości został oceniony na równy 2 cm (Kryński i in., 2005d).



Rys. 3. Stacje sieci EUVN

Sieć WSSG (rys. 2c), która stanowi zagęszczenie sieci WPSG (53 stacje Wojskowej Osnowy Satelitarnej dowiązane w 1993 r. do ETRS89), składa się z 534 stacji pomierzonych w trzech kampaniach obserwacyjnych od października 1994 r. do czerwca 1996 r. w dwóch 3h sesjach. Wysokości stacji sieci WSSG zostały dowiązane niwelacyjnie do państwowej osnowy wysokościowej (system

Kronstadt86). Błędy obliczonych współrzędnych stacji wynoszą $\delta\varphi = 2$ cm, $\delta\lambda = 2$ cm, $\delta h = 3$ cm, błąd wysokości elipsoidalnych (elipsoida GRS80) wynosi 1.0–1.5 cm, zaś błąd ich anomalii wysokości został (optymistycznie) oceniony na równy 3.5 cm (Kryński i in., 2005d; Kryński i Figurski, 2006).



Rys. 4. Stacje sieci WSSG

2.3. Dane niwelacyjne

Rozpoczęte w maju 1999 r. prace pomiarowe w ramach 4. kampanii niwelacyjnej pomiaru osnowy wysokościowej I klasy w Polsce, obejmującej 382 linii niwelacyjnych o długości 17 516 km (rys. 5), zostały zakończone w czerwcu 2002 r. Błąd średni odcinka linii niwelacyjnej obliczony dla całej sieci na podstawie różnic z pomiarów „wstecz” i „wprzód” wyniósł ± 0.278 mm/km^{1/2}. Błędy przypadkowy i systematyczny, oszacowane przy użyciu wzoru Lallemanda, wyniosły odpowiednio ± 0.261 mm/km^{1/2} i ± 0.088 mm/km (Gajderowicz, 2005). Wysokości normalne ze swobodnego wyrównania obserwacji z 4. kampanii wykazują zgodność z identycznie wyrównanymi wysokościami normalnymi z 3. kampanii niwelacyjnej. Błąd średni wyrównanej obserwacji o jednostkowej wadze jest identyczny z obu wyrównań i wynosi ± 0.088 mm/km.



Rys. 5. Osnowa wysokościowa pomierzona w latach 1999–2002

2.4. Odchylenia pionu

Zbiór archiwalnych odchyłeń pionu z terenu Polski (rys. 6) składa się ze 165 zaobserwowanych w latach 1952–1975 astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu ($\sigma = 0.5''$) oraz 370 wyznaczonych w latach 60. astronomiczno-grawimetrycznych odchyłeń pionu ($\sigma = 0.7''$) (Rogowski i in., 2005). Zbiór ten został uzupełniony astronomiczno-geodezyjnymi odchyleniami pionu ($\sigma = 0.3''-0.5''$) na 29 punktach, na których w okresie od maja 2003 r. do czerwca 2004 r. wykonano obserwacje astronomiczne przy użyciu instrumentu circumzenithale, udostępnione przez Słowacką Politechnikę w Bratysławie.



Rys. 6. Rozkład astronomiczno-geodezyjnych i astronomiczno-grawimetrycznych odchyleń pionu

2.5. Dane mareograficzne

Zgromadzono dane mareograficzne (średnie miesięczne i roczne) z 25 stacji z wybrzeża Polski, Niemiec, Danii, Szwecji i Finlandii, które brały udział w Baltic Sea Level Project (BSLP), pochodzące z bazy danych mareograficznych Permanent Service of Mean Sea Level (PSMSL) (Łyszkowicz, 2004). Dodatkowo wykorzystano dane ze stacji mareograficznych w Gdańsku, na Helu i w Kołobrzegu, dostarczone przez Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Oddział w Gdyni, a także ze stacji Kronstadt, zaczerpnięte z publikacji (Bogdanov i in., 1994) (rys. 7).



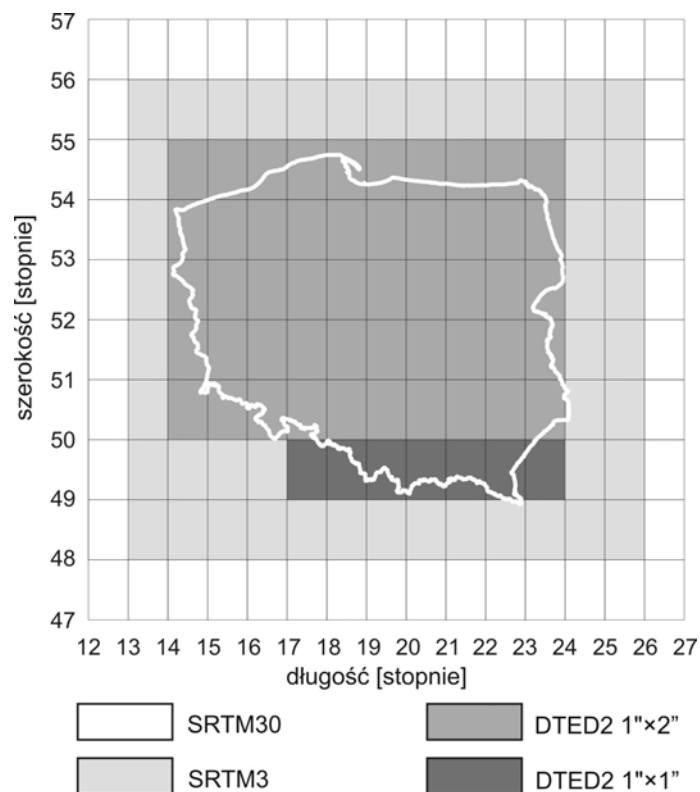
Rys. 7. Stacje mareograficzne na Bałtyku

2.6. Numeryczne modele terenu

Do modelowania geoidy wykorzystano trzy numeryczne modele terenu (DTM): DTED2, SRTM3 i SRTM30 (rys. 8).

Udostępniony przez Zarząd Geografii Wojskowej Sztabu Generalnego Wojska Polskiego dla celów badawczych numeryczny model terenu DTED (Digital Terrain Elevation Data), opracowany według standardu NATO-STANAG 3809 (NGA, 1996), pokrywa w całości obszar Polski (pomiędzy 49°–55°N i 14°–24°E) i jest dostępny na dwóch poziomach: poziom 1. o rozdzielczości 3" × 3" i poziom 2. (DTED2) o rozdzielczościach 1" × 1" (49°–50°N) i 1" × 2" (50°–55°N). Zgodnie ze standardem, położenie punktów siatki zostało wyrażone w WGS84, dane pionowe zostały odniesione do Średniego Poziomu Morza (MSL) w punkcie Kronstadt. Podana przez twórców modelu jego dokładność pozioma wynosi 15–16 m, zaś dokładność pionowa w wydzielonych podregionach wynosi 2, 4 oraz 7 m (rys. 6) (Kryński i in., 2005c).

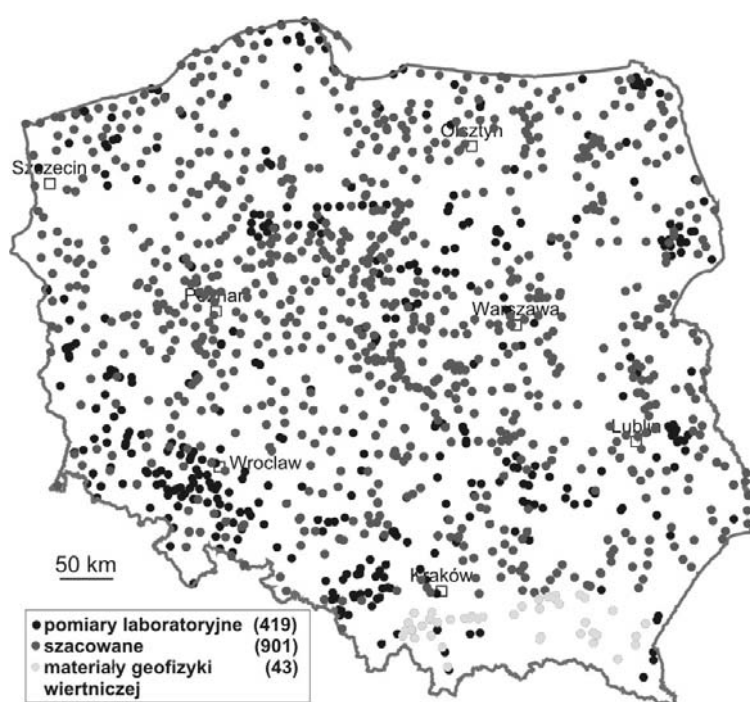
Model o nazwie SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) został wygenerowany na podstawie obserwacji radarowych zgromadzonych podczas 11-dniowej misji satelitarnej w lutym 2000 r. na obszarze lądów w pasie pomiędzy równoleżnikami 54°S i 60°N, pokrywającym 80% lądowej powierzchni Ziemi (Bamler, 1999). Wyznaczone w wyniku interferometrycznych pomiarów radarowych wysokości w modelu SRTM nie zawsze odnoszą się do naturalnej topografii terenu (Showstack, 2003). Udostępniony model SRTM3 o rozdzielczości 3" × 3" jest produktem wstępnego opracowania zgromadzonych danych i nie w pełni odpowiada założonym standardom (JPL, 2004). Położenie punktów siatki zostało wyrażone w WGS84, dane pionowe zostały odniesione do geoidy EGM96. Dokładność modelu jest stała na całym obszarze pokrycia. Absolutny błąd wysokości w modelu szacowany jest na 16 m, zaś absolutny błąd horyzontalny oceniony jest na 20 m (Bamler, 1999; JPL, 2004). Model SRTM30 o rozdzielczości 30" × 30" powstał w wyniku generalizacji modelu SRTM3.



Rys. 8. Pokrycie Polski i sąsiednich regionów danymi wysokościowymi z modeli DTED2, SRTM3 i SRTM30

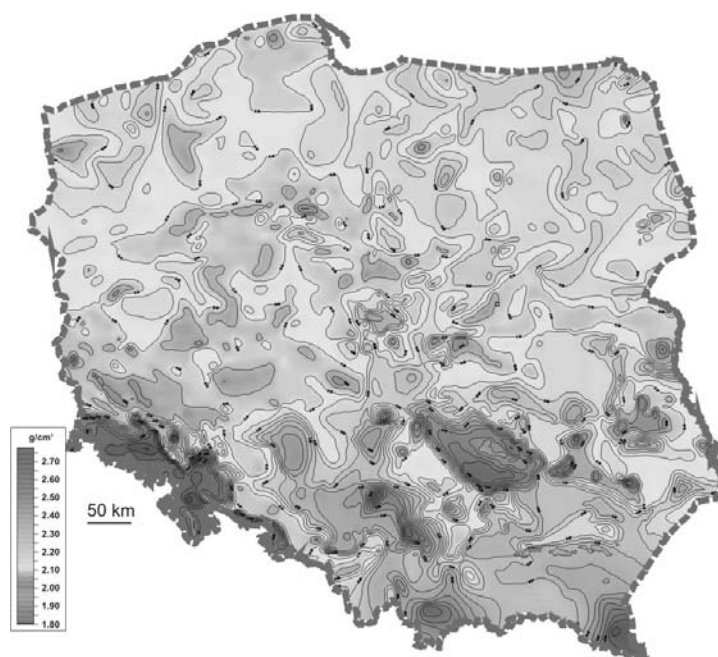
2.7. Dane o gęstości litosfery

Państwowy Instytut Geologiczny prowadzi od 1945 r. intensywne prace nad wyznaczeniem rozkładu gęstości w górnej litosferze. Sporządzona przez PIG baza danych zawiera informacje o 1363 punktach na terenie Polski ($1/230 \text{ km}^2$), na których została wyznaczona gęstość litosfery w warstwie nad poziomem morza (rys. 9) (Królikowski i Żółtowski, 2004).



Rys. 9. Punkty, w których wyznaczono gęstość litosfery w warstwie nad poziomem morza

Gęstość na 419 punktach wyznaczono z pomiarów laboratoryjnych, na 901 punktach – z wyznaczeń szacowanych, a na 43 punktach – na podstawie danych geofizyki wiertniczej. Przedział zmian gęstości wynosi $1.71\text{--}2.76 \text{ g/cm}^3$, a odchylenie standardowe 0.15 g/cm^3 . Średnia gęstość utworów nad poziomem morza na całym obszarze kraju wynosi 2.17 g/cm^3 , jest więc znacznie mniejsza niż dotychczas przyjmowana do redukcji pomiarów grawimetrycznych na Niżu Polskim (2.25 g/cm^3). Mapę rozkładu gęstości na terenie Polski przedstawia rysunek 10 (Polechonska i Krolikowski, 2005).



Rys. 10. Mapa rozkładu gęstości

3. WYBÓR NAJODPOWIEDNIEJSZEGO GLOBALNEGO MODELU GEOPOTENCJAŁU

Wybór globalnego modelu geopotencjału (GGM) używanego w procedurze *remove-compute-restore* w procesie wyznaczania modelu regionalnej quasigeoidy ma wpływ na rozwiązania, w szczególności gdy oczekuje się dokładności centymetrowej. Globalny model geopotencjału odgrywa także istotną rolę w określeniu jakości anomalii wysokości wyznaczonych z pomiarów GPS na punktach o znanej wysokości normalnej, które używane są do określenia zewnętrznej dokładności modeli quasigeoidy.

Badaniami objęto 6 globalnych modeli geopotencjału (tabela 1) (Kryński i Łyszkowicz, 2005a, 2005b).

Tabela 1. Badane globalne modele geopotencjału

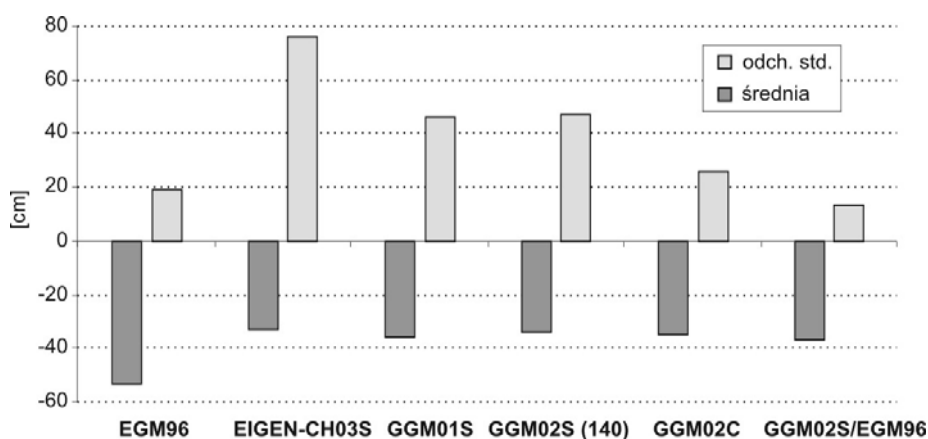
Model	Stopień	Typ
EGM96	360	kombinowany
EIGEN-CH03S	140	satelitarny
GGM01S	120	satelitarny
GGM02S (140)	160	satelitarny
GGM02C	200	kombinowany
GGM02S/EGM96	360	kombinowany

Przeprowadzono trzy rodzaje testów numerycznych, w których wykorzystano naziemne dane grawimetryczne oraz wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF i EUVN.

Pierwszy test dotyczył porównania anomalii wysokości na punktach sieci POLREF i EUVN z odpowiadającymi anomaliami wysokości obliczonymi z różnych globalnych modeli geopotencjału. W obu przypadkach uzyskano porównywalne wyniki. Statystyki różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF przedstawiono w tabeli 2, zaś graficzny obraz zmienności średniej i odchylenia standardowego tych różnic w funkcji GGM ukazuje rysunek 11 (Kryński i Łyszkowicz, 2005a, 2005b).

Tabela 2. Statystyki różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF [cm]

Model	Średnia	Odch. std.	Min	Max
EGM96	-53	19	-103	8
EIGEN-CH03S	-33	76	-222	106
GGM01S	-36	46	-170	105
GGM02S (140)	-34	47	-153	123
GGM02C	-35	26	-109	49
GGM02S/EGM96	-37	13	-79	5



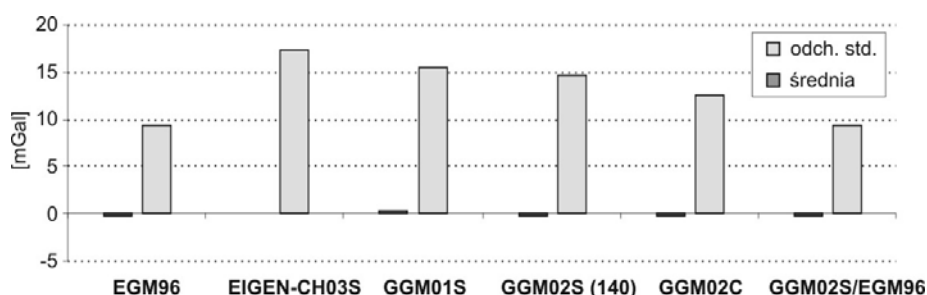
Rys. 11. Zmienność średniej i odchylenia standardowego różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi wysokościami satelitarno-niwelacyjnej quasigeoidy na punktach sieci POLREF w funkcji globalnego modelu geopotencjału

Anomalie wysokości obliczone z modelu EGM96 obarczone są błędem systematycznym o niemal 20 cm większym niż anomalie wysokości obliczone z pozostałych badanych modeli, opartych na danych z misji kosmicznych CHAMP i GRACE (tabela 2 i rys. 11). Uzyskane wyniki potwierdzają tezę, iż w modelach geopotencjału opracowanych przy wykorzystaniu danych z grawimetrycznych misji satelitarnych obserwuje się wyraźną, w odniesieniu do poprzedzających je modeli, poprawę współczynników niskiego stopnia i rzędu, odpowiedzialnych za dominującą składową spektralną anomalii wysokości.

W ramach drugiego testu porównano anomalie grawimetryczne z obszaru Polski i krajów sąsiednich z odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału. Statystyki różnic pomiędzy anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z naziemnych i morskich danych grawimetrycznych przedstawiono w tabeli 3, zaś graficzny obraz zmienności średniej i odchylenia standardowego tych różnic w funkcji globalnego modelu geopotencjału ukazuje rysunek 12.

Tabela 3. Statystyki różnic pomiędzy anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z naziemnych i morskich danych grawimetrycznych [mGal]

Model	Średnia	Odch. std.	Min	Max
EGM96	-0.18	9.39	-112.01	137.34
EIGEN-CH03S	0.00	17.30	-111.42	182.54
GGM01S	0.26	15.37	-109.94	166.07
GGM02S (140)	-0.14	14.81	-111.89	157.57
GGM02C	-0.20	12.44	-115.57	153.86
GGM02S/EGM96	-0.30	9.31	-115.56	135.44



Rys. 12. Zmienność średniej i odchylenia standardowego różnic pomiędzy anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z globalnych modeli geopotencjału i odpowiadającymi anomaliami grawimetrycznymi obliczonymi z naziemnych i morskich danych grawimetrycznych w funkcji globalnego modelu geopotencjału

W przypadku anomalii grawimetrycznych, podobnie jak w przypadku anomalii wysokości, najmniejsze odchylenia standardowe otrzymano, korzystając z modeli EGM96 i GGM02S/EGM96.

Trzeci test obejmował porównanie modeli quasigeoidy grawimetrycznej, obliczonych przy użyciu różnych globalnych modeli geopotencjału, z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF i EUVN. Również i tym razem zarówno dla anomalii wysokości, jak i anomalii grawimetrycznych uzyskano porównywalne wyniki, zgodne ze wskazaniami poprzednich testów. Najlepiej pasującym modelem jest GGM02S/EGM96, otrzymany jako kombinacja modelu GGM02S wyznaczonego z danych z misji GRACE z modelem EGM96 (Kryński i Łyszkowicz, 2005a). Należy się jednak spodziewać, że użycie nowszych globalnych modeli geopotencjału opracowanych na podstawie kumulowanych danych z misji GRACE, a w najbliższej przyszłości również i z misji GOCE, w bardziej znaczący sposób przyczyni się do podniesienia dokładności modeli quasigeoidy grawimetrycznej na terenie Polski.

4. WYZNACZENIE POPRAWEK TERENOWYCH

W procesie wyznaczania modelu geoidy o dokładności centymetrowej niezbędne jest uwzględnienie nieregularności topografii występujących wokół stacji grawimetrycznej, czyli wprowadzenie poprawek terenowych do pomierzonego przyspieszenia siły ciężkości. Dokładność obliczanych poprawek terenowych ma wpływ na dokładność wyznaczanego modelu geoidy. Zależy ona od dokładności i rozdzielczości danych wysokościowych, zastosowanego modelu oraz parametrów użytych do wyznaczania poprawek terenowych.

W bazie danych grawimetrycznych dla Polski, utworzonej w latach 1974–1992 przez Państwowy Instytut Geologiczny, tylko część stacji miała wyznaczone wartości poprawek terenowych (zbiór poprawek terenowych „1992”). Poprawki terenowe do przyspieszenia siły ciężkości obliczono wówczas tylko dla tych stacji grawimetrycznych, dla których nachylenie terenu w promieniu 100 m przekracza 6° (Królikowski, 2006). Odstępstwa topografii od płyty Bouguera stacji grawimetrycznej uwzględniane były w promieniu do 22.5 km. W strefie wewnętrznej o promieniu 100 m składową poprawki terenowej obliczano na podstawie obserwacji kątów nachylenia terenu przy użyciu kołowego diagramu Lukavtchenki. W strefie pośredniej o promieniu od 100 m do 1500 m składową poprawki terenowej obliczano metodą Kane’a, na podstawie wysokości z map w skali 1:25 000, uśrednionych w kwadratach $200\text{ m} \times 200\text{ m}$. Składową poprawki terenowej w strefie zewnętrznej o promieniu od 1.5 km do 22.5 km obliczano metodą Botta, wykorzystując średnie wysokości w kwadratach $1\text{ km} \times 1\text{ km}$ (Królikowski, 2006; Kryński i Łyszkowicz, 2006b).

Modelowanie quasigeoidy o dokładności centymetrowej wymagało przeprowadzenia gruntownych badań nad metodologią wyznaczania poprawek terenowych. W badaniach uwzględniono dane wysokościowe z modeli DTED2, SRTM3 i SRTM30 oraz wysokości stacji grawimetrycznych z bazy danych

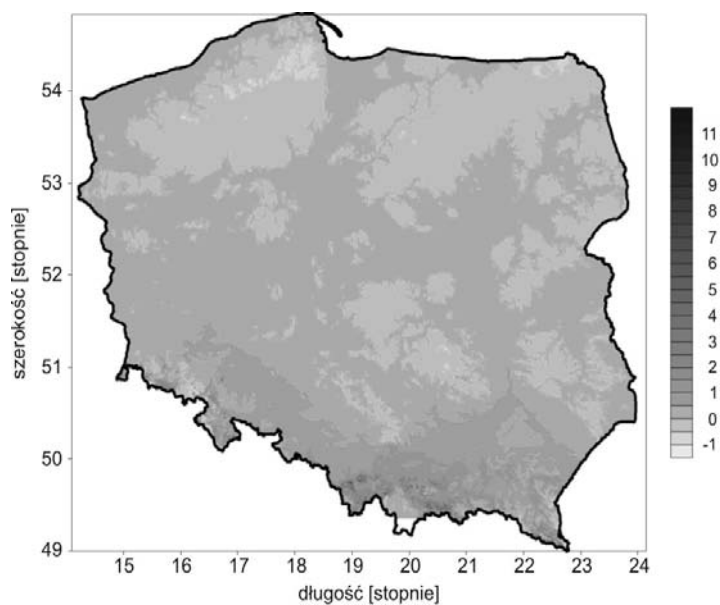
grawimetrycznych. W większości testów numerycznych poprawki terenowe liczone były przy użyciu klasycznej metody prostopadłościanów.

Wielkość promienia d obszaru, wewnątrz którego uwzględniane są dane wysokościowe przy obliczaniu poprawki terenowej metodą prostopadłościanów, zależy od założonej dokładności. Zmniejszaniu wymagań dokładnościowych w odniesieniu do obliczanej poprawki terenowej towarzyszy gwałtowne zmniejszanie się promienia d . W wyniku badań testowych, przy użyciu wysokości z wysokorozdzielczego modelu terenu, dokładnie określono optymalną wielkość promienia d w zależności od oczekiwanej dokładności wyznaczanej poprawki terenowej (tabela 4). Opracowano również praktyczną metodę określenia optymalnej wielkości promienia d dla obszarów o różnej charakterystyce zmienności wysokości $\sigma_{\Delta h}$ (nizinne, pagórkowate, górskie) (Grzyb i in., 2006).

Tabela 4. Optymalny promień d [km] dla różnych rozrzutów $\sigma_{\Delta h}$ wysokości terenu

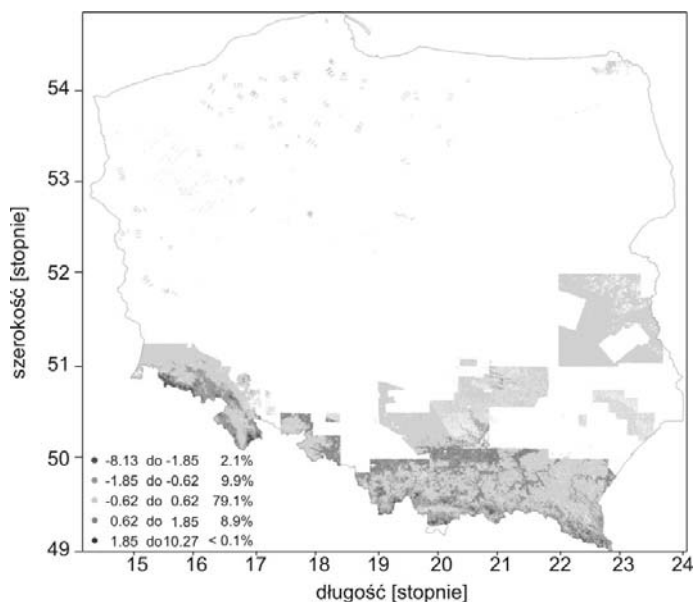
Dokładność poprawki terenowej [mGal]	Optymalny maksymalny promień d [km]		
	$\sigma_{\Delta h} = 15$ m (nizinny)	$\sigma_{\Delta h} = 50$ m (pagórkowaty)	$\sigma_{\Delta h} = 300$ m (górski)
0.1	14.90	205	280
0.2	0.22	118	265
0.3	0.06	33	249

Wyniki badań wykorzystano do określenia strategii obliczenia poprawek terenowych do punktowych danych grawimetrycznych z bazy danych grawimetrycznych dla Polski. Poprawki terenowe zostały wyznaczone dla 1 078 046 stacji grawimetrycznych z uwzględnieniem przewyższeń na podstawie modelu DTED2 (rozdzielczość $1'' \times 1''$ dla stacji położonych na obszarze ograniczonym równoleżnikami 49°N i 50°N oraz $1'' \times 2''$ dla stacji położonych pomiędzy równoleżnikami 50°N i 55°N) w promieniu 5 km oraz modelu SRTM3 (rozdzielczość 100×100 m) w odległości od 5 km do 200 km dla centralnej Polski lub danych wysokościowych SRTM3 i SRTM30 (rozdzielczość $1 \text{ km} \times 1 \text{ km}$) na obrzeżach kraju. Zbiór poprawek terenowych „2005” (rys. 13) wyznaczono przy założeniu tej samej gęstości litosfery dla wszystkich prostopadłościanów, tworzących numeryczny model terenu, równej 2.67 g/cm^3 (Grzyb i in., 2006). Maksymalna wartość poprawki dla danych grawimetrycznych z bazy danych wynosi 22.3 mGal. W bazie danych nie ma jednak stacji na terenie Tatr, gdzie z pewnością wartość poprawek terenowych byłaby dużo większa. Tylko 10% ze wszystkich wyznaczonych poprawek przekracza 0.5 mGal, a 3% poprawek przekracza 1 mGal.



Rys. 13. Mapa poprawek terenowych 2005 na wszystkich stacjach grawimetrycznych z bazy danych grawimetrycznych dla Polski [mGal]

Poprawki terenowe „1992” porównano z poprawkami „2005” (rys. 14) (Grzyb i in., 2006). Statystyki powstałych różnic podane są w tabeli 5.



Rys. 14. Mapa różnic między poprawkami terenowymi „1992” i „2005” [mGal]

Tabela 5. Charakterystyka statystyczna różnic między poprawkami terenowymi „1992” z bazy danych grawimetrycznych i nowo wyznaczonymi „2005” [mGal]

Liczba stacji	Min	Max	Średnia	Odch. std.
288 507	-8.135	10.260	-0.050	0.616

Na terenach nizinnych (60% obszaru Polski) nie ma potrzeby używania do obliczeń modeli o tak dużej rozdzielczości, jaką charakteryzuje się model DTED2, by otrzymać poprawki terenowe z dokładnością 0.1 mGal. W takim wypadku DTM o rozdzielczości 100 m × 100 m, np. SRTM3, wydaje się wystarczający. Model DTED2 zapewnia dokładność wyznaczenia poprawki terenowej na poziomie 0.1 mGal na terenach wyżynnych obszaru Polski, nie jest jednak wystarczający do zapewnienia takiej dokładności na terenach górskich. Badane dane wysokościowe mają wystarczająco wysoką rozdzielczość na większości obszarów naszego kraju (ponad 80%) (Grzyb i in., 2006).

5. WYZNACZENIE ŚREDNICH ANOMALII GRAWIMETRYCZNYCH

Do modelowania geoidy grawimetrycznej wykorzystuje się wolnpowietrzne anomalie grawimetryczne, lub w miarę możliwości anomalie Faye’a, które uwzględniają efekt topografii terenu. Niezbędna dla celów obliczeń numerycznych dyskretyzacja wzorów całkowych Stokesa lub Molodenskigo wymaga przekształcenia zbioru punktowych anomalii grawimetrycznych w równoważny zbiór anomalii średnich. Ponieważ zarówno anomalie wolnpowietrzne, jak i anomalie Faye’a są silnie skorelowane z wysokością terenu, a jednocześnie liczba i rozkład punktowych pomiarów grawimetrycznych w Polsce (1–6 punktów na 1 km²) (Królikowski, 2006) nie są wystarczające do bezpośredniego obliczenia w pełni reprezentatywnych średnich anomalii, proces uśredniania wykonywany jest za pośrednictwem anomalii Bouguera, lub anomalii izostatycznych, które jako mniej skorelowane z topografią charakteryzują się znacznie gładszym przebiegiem, zmniejszającym błędy interpolacji.

Średnie anomalie Faye’a obliczono dla obszaru Polski w siatce 1' × 1' za pośrednictwem anomalii Bouguera (Kryński i Łyszkowicz, 2006b). Obliczenia wykonano według następującego algorytmu:

- 1). obliczenie punktowych anomalii wolnpowietrznych Δg_P^F

$$\Delta g_P^F = g_P + \delta g_P^F - \gamma_{P_0}, \quad \text{gdzie} \quad \delta g_P^F = 0.3086 \times h_P$$

2). obliczenie punktowych anomalii Faye'a Δg_P^{Faye}

$$\Delta g_P^{Faye} = \Delta g_P^F + c_P$$

3). obliczenie punktowych anomalii Bouguera Δg_P^B

$$\Delta g_P^B = \Delta g_P^{Faye} - 2\pi G\rho h_P$$

4). interpolacja punktowych anomalii Bouguera (Δg_i^{int}) oraz wysokości terenu (h_i^{int}) w siatce o większej rozdzielczości niż wynikowa siatka średnich anomalii Faye'a

5). obliczenie średnich anomalii Bouguera $\overline{\Delta g}^B$ w blokach $1' \times 1'$

$$\overline{\Delta g}^B = \frac{1}{\sigma} \sum_i \Delta g_i^{int} \Delta \sigma$$

6). obliczenie średnich wysokości \bar{h} w blokach $1' \times 1'$

$$\bar{h} = \frac{1}{\sigma} \sum_i h_i^{int} \Delta \sigma$$

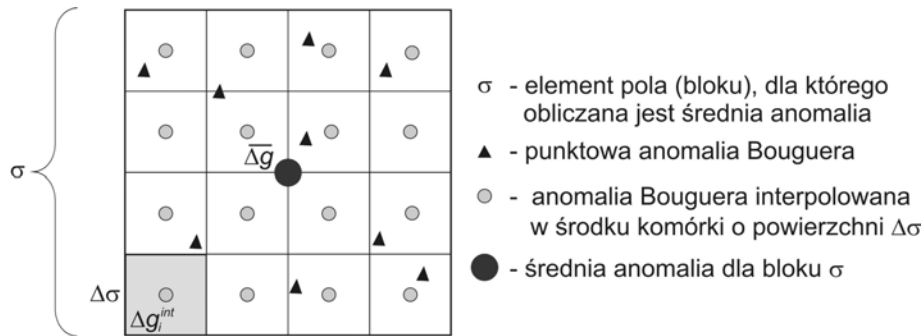
7). obliczenie średniej anomalii Faye'a $\overline{\Delta g}^{Faye}$ w blokach $1' \times 1'$

$$\overline{\Delta g}^{Faye} = \overline{\Delta g}^B + 2\pi G\rho \bar{h}$$

gdzie:

- P – punkt na powierzchni Ziemi,
- P_0 – jest rzutem punktu P na elipsoide,
- γ – przyspieszenie normalne,
- c – poprawka terenowa,
- ρ – gęstość górnej litosfery,
- σ – powierzchnia bloku.

Schemat koncepcji obliczenia średnich anomalii Bouguera przedstawiono na rysunku 15.



Rys. 15. Schemat obliczenia średnich anomalii grawimetrycznych

Ostatecznie średnie anomalie Faye'a w blokach $1' \times 1'$ obliczono, przyjmując dla całego kraju gęstość warstwy topografii terenu nad poziomem morza $\rho = 2.67 \text{ g/cm}^3$ (Kryński i in., 2005b).

6. TRAWERS KONTROLNY

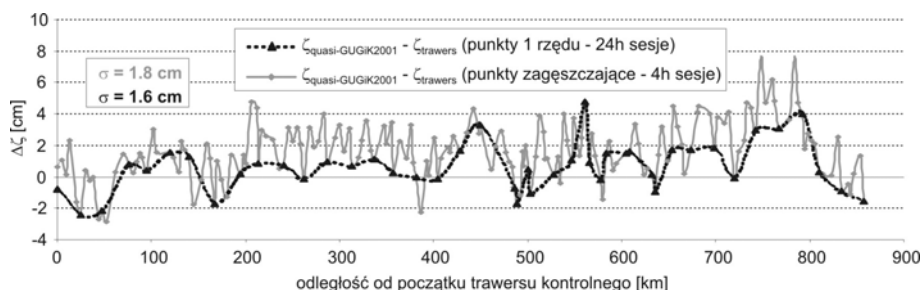
W celu umożliwienia niezależnej weryfikacji tworzonych modeli quasigeoidy, dokonania wiarygodnej oceny dokładności tych modeli oraz oceny algorytmów interpolacyjnych stosowanych w modelowaniu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej założono na terenie Polski kontrolny trawers satelitarno-niwelacyjny (rys. 16) (Kryński i in., 2004).

Trawers kontrolny o długości 857 km pomierzono w pięciu kampaniach w latach 2003 i 2004. Trawers ostatecznie składa się ze 184 stacji (jedna stacja na 4.6 km), na których precyzyjnie wyznaczono wysokości elipsoidalne i wysokości normalne. Stacje trawersu umieszczono na reperach osnowy wysokościowej I i II klasy lub w ich bezpośrednim sąsiedztwie. Opracowana strategia obserwacji i metodologia ich opracowania zapewniają centymetrową dokładność anomalii wysokości (wysokości quasigeoidy) na punktach trawersu. Na 44 punktach trawersu, przyjętych jako punkty 1. rzędu, wykonano jedną lub dwie 24h sesje obserwacji GPS. Na pozostałych 140 punktach trawersu, pełniących rolę punktów zagęszczających, pomiary GPS wykonano w sesjach 4h.



Rys. 16. Przebieg trawersu kontrolnego

Współrzędne 44 punktów 1. rzędu obliczono za pomocą programu *Bernese v.4.2* przy użyciu strategii stosowanej w opracowywaniu sieci EPN. Dla większości punktów uzyskano dokładność wyznaczonych współrzędnych na poziomie kilku milimetrów. Współrzędne punktów zagęszczających obliczono przy użyciu programu komercyjnego *Pinnacle*, przyjmując jako odniesienie wyznaczone uprzednio współrzędne punktów 1. rzędu (Kryński i in., 2005a; Cisak i Figurski, 2005). Różnice pomiędzy anomaliami wysokości wyznaczonymi na punktach trawersu oraz obliczonymi z modelu quasigeoidy GUGiK 2001 przedstawiono na rysunku 17.



Rys. 17. Zgodność anomalii wysokości trawersu kontrolnego z obliczonymi z modelu quasigeoidy GUGiK 2001

Przedstawiony na rysunku 17 przebieg różnic nie pokrywa się z przedstawionym w dotychczasowych publikacjach (np. Kryński, 2005, 2006; Kryński i Łyszkowicz, 2006b). Powstałe rozbieżności wynikają z przeprowadzonych w ramach przygotowania niniejszej publikacji analiz jakości trawersu kontrolnego, które doprowadziły do wyeliminowania ewidentnie błędnych wysokości czterech punktów pośrednich trawersu. Powodem powstałej różnicy jest również korekta identyfikacji modelu GUGiK 2001, który uprzednio identyfikowano z modelem geoidy satelitarno-niwelacyjnej 2000.

7. WYZNACZONE MODELE QUASIGEOIDY

Zgromadzone i przebadane pod względem jakościowym i ilościowym dane astronomiczno-geodezyjne, grawimetryczne, satelitarno-niwelacyjne i topograficzne, sprowadzone do jednolitych układów oraz systemów odniesienia i częściowo uzupełnione dodatkowymi pomiarami, zostały wykorzystane do opracowania modeli quasigeoidy: modelu geoidy astronomiczno-grawimetrycznej, modelu quasigeoidy grawimetrycznej i quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, modelu kompleksowej quasigeoidy oraz modelu najlepiej wpasowanej quasigeoidy.

7.1. Model geoidy astronomiczno-geodezyjnej

Metodę modelowania geoidy astronomiczno-geodezyjnej oparto na zasadzie niwelacji astronomicznej. W pierwszym kroku utworzono więc sieć linii pomiędzy 197 punktami astronomiczno-geodezyjnymi, o bokach długości od 10 do 60 km. W sieć astronomiczno-geodezyjną „włożono” następnie linie utworzone zarówno pomiędzy 384 punktami astronomiczno-grawimetrycznymi, jak i punktami mieszanymi. Wyrównane wartości odstępów geoidy od elipsoidy charakteryzują się odchyleniami standardowymi nieprzekraczającymi 22.5 cm, o przeciętnej wartości 6.4 cm (Rogowski i in., 2005). Praktycznie wszystkie odstęp z odchyleniem standardowym powyżej 10 cm dotyczą punktów osnowy astronomiczno-grawimetrycznej. Rozkład błędów odstępów geoidy od elipsoidy z wyrównania oraz mapę odstępów geoidy od elipsoidy opracowaną na podstawie wyników wyrównania przedstawiono na rysunku 18.



Rys. 18. Rozkład błędów odstępów geoidy od elipsoidy z wyrównania (a) oraz odstępów obliczonej geoidy od modelu grawimetrycznej quasigeoidy *quasi05c_corr* (b) [cm]

7.2. Modele quasigeoidy grawimetrycznej

Do modelowania quasigeoidy na terenie Polski wykorzystano metodę *remove-compute-restore*, powszechnie stosowaną do tworzenia modeli w skali regionalnej. W metodzie tej sygnały funkcjonałów potencjału zakłócającego (anomalia wysokości ζ i anomalii grawimetrycznej Δg) przedstawiane są jako suma trzech składowych reprezentujących odpowiednio efekty globalne, regionalne i lokalne. Składowa globalna obliczana jest przy użyciu globalnego modelu geopotencjału, składową regionalną oblicza się, korzystając z residualnych anomalii Faye'a (anomalia Faye'a, od których odjęto efekt globalny), zaś do obliczenia składowej lokalnej korzysta się z danych o topografii terenu (wysokości H) (Forsberg, 2005). Całkę reprezentującą składową regionalną obliczano w dziedzinie częstotliwości przy zastosowaniu szybkiej transformaty Fouriera (FFT) za pomocą programów z pakietu *Gravsoft* (Kryński i Łyszkowicz, 2006a).

Charakterystykę wyznaczonych modeli grawimetrycznej quasigeoidy w aspekcie zastosowanego modelu geopotencjału i wykorzystanego zbioru danych grawimetrycznych przedstawiono w tabeli 6.

Tabela 6. Opracowane modele quasigeoidy grawimetrycznej

Nr	Model quasigeoidy	Zbiór danych	GGM
1	quasi97b	1	EGM96
2	quasi04a	2	EGM96
3	quasi04b	2	GGM02S
4	quasi04c	2	GGM02S/EGM96
5	quasi04d	3	GGM02C
6	quasi05a	4	EGM96
7	quasi05b	5	EGM96
8	quasi05c	5	GGM02S/EGM96
9	quasi06a	6	GGM02S/EGM96

Wykorzystane do modelowania quasigeoidy zbiory danych grawimetrycznych, oznaczone numerami od 1 do 6, są określone następująco:

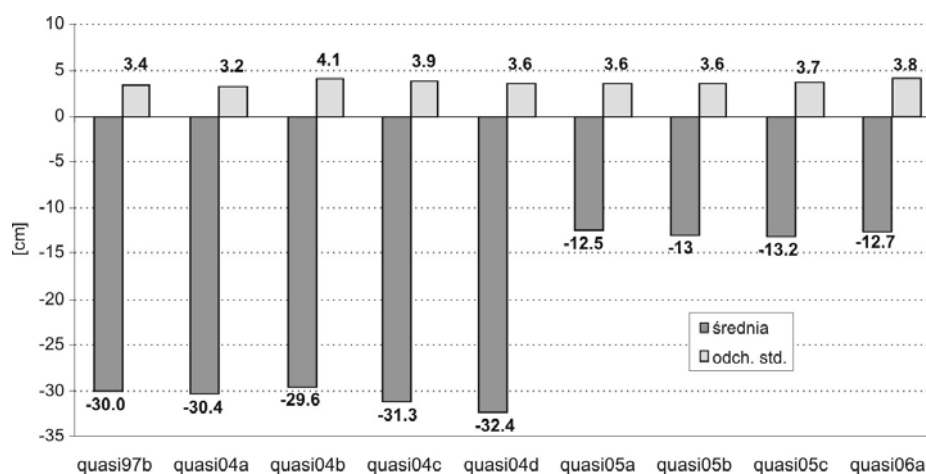
- 1) nieujednocione dane grawimetryczne z obszaru $47^\circ < \varphi < 57^\circ$ i $11^\circ < \lambda < 26^\circ$, wykorzystane do obliczenia modelu quasigeoidy quasi07b; dane z obszaru Polski to średnie $1' \times 1'$ anomalie wolnopowietrzne obliczone przez Przedsiębiorstwo Badań Geofizycznych;
- 2) dane grawimetryczne (1) (z wyjątkiem danych z Bornholmu), zgrubnie ujednocione na obszarze Polski; średnie $1' \times 1'$ anomalie wolnopowietrzne z (1) sprowadzono do systemu grawimetrycznego POGK99 oraz z układu „Borowa Góra” do ETRS89;
- 3) dane grawimetryczne (2) łącznie z danymi z Bornholmu;
- 4) dane grawimetryczne (1) z bardziej rygorystycznie ujednoczonymi danymi z obszaru Polski; średnie $1' \times 1'$ anomalie Faye’a obliczono w IGiK z punktowych danych grawimetrycznych wyrażonych w systemie POGK99 i ETRS89 z użyciem wysokości z modelu DTED2; do danych tych wprowadzono nowo obliczone poprawki terenowe;
- 5) dane grawimetryczne (4) z uwzględnieniem dodatkowych danych ze wschodnich terenów sąsiadujących z Polską (wschodniej Białorusi i środkowej Ukrainy);
- 6) dane grawimetryczne (1) z uwzględnieniem dodatkowych danych ze wschodnich terenów sąsiadujących z Polską oraz z w pełni rygorystycznym ujednoczeniem danych z obszaru Polski; średnie $1' \times 1'$ anomalie Faye’a obliczono w IGiK z punktowych danych grawimetrycznych wyrażonych w systemie POGK99 i ETRS89 z użyciem wysokości z bazy danych grawimetrycznych i z modelu DTED2; do danych tych wprowadzono nowo obliczone poprawki terenowe.

Z wyznaczonych modeli quasigeoidy obliczono wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF, a następnie porównano je z wysokościami

quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej uzyskanymi z pomiarów GPS i niwelacji (geometrycznymi) na tych punktach. Porównania te posłużyły także do oceny dokładności anomalii wysokości punktów sieci POLREF. Statystyki porównań, po wyeliminowaniu błędu systematycznego, podane są w tabeli 7. Wartości średnich i odchyłeń standardowych różnic otrzymanych po wyeliminowaniu wielkości odstających przedstawiono na rysunku 19 (Kryński i Łyszkowicz, 2006b).

Tabela 7. Statystyki porównań modeli quasigeoidy z wysokościami quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej na punktach sieci POLREF po usunięciu błędu systematycznego (średnia = 0) oraz liczba usuniętych w analizie statystycznej obserwacji odstających (wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF)

Model	Błąd syst. [cm]	Odch. std. [cm]	Min [cm]	Max [cm]	Liczba obs. odstających
quasi97b	-30.0	3.4	-9.2	12.4	5
quasi04a	-30.4	3.2	-8.4	10.1	2
quasi04b	-29.6	4.1	-12.0	10.8	2
quasi04c	-31.3	3.9	-10.2	11.4	3
quasi04d	-32.4	3.6	-10.5	10.9	4
quasi05a	-12.5	3.6	-9.2	9.0	8
quasi05b	-13.0	3.6	-9.2	9.0	8
quasi05c	-13.2	3.7	-10.1	9.7	4
quasi06a	-12.7	3.8	-10.3	10.1	4



Rys. 19. Wartości średnich i odchyłeń standardowych różnic wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF otrzymanych po wyeliminowaniu wielkości odstających

Dane w tabeli 7 i na rysunku 19 wskazują, że w przypadku wszystkich badanych modeli quasigeoidy odchylenia standardowe charakteryzujące wpasowanie tych modeli do anomalii wysokości punktów sieci POLREF pozostają na tym samym poziomie wielkości; ich zmienność zachodzi w przedziale od 3.2 cm do 4.1 cm i nie jest w relacji z poprawianiem jakości i zwiększaniem liczby użytych do modelowania quasigeoidy danych grawimetrycznych. Zmienność odchylenia standardowego otrzymanych różnic pozostaje w związku ze zmieniającą się liczbą odstających obserwacji (tabela 7) wyeliminowanych przed obliczeniem statystyk. Wraz z poprawą jakości i zwiększaniem liczby użytych do modelowania quasigeoidy danych grawimetrycznych obserwuje się natomiast znaczną redukcję błędu systematycznego modelu quasigeoidy. Błąd ten zostaje zmniejszony z -30 cm do -13 cm. Zachowanie przez modele quasigeoidy odchylenia standardowego na poziomie 3.5 cm w dużej mierze wynika z kilkucentymetrowych błędów w wysokościach punktów sieci POLREF (Kryński i Figurski, 2006). Jakość składowej wysokościowej na punktach sieci POLREF nie jest wystarczająca do dalszego korzystania z punktów tej sieci w celu oceny jakości współczesnych modeli quasigeoidy grawimetrycznej w Polsce (Kryński i Łyszkowicz, 2006a).

7.3. Modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej

Opracowano dwa czysto numeryczne modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, rozpiętej na wysokościach quasigeoidy punktów sieci POLREF (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005d). W pierwszym rozwiązaniu, opartym na modelowaniu *kriging* (dokładnie odpowiada on kolokacji najmniejszych kwadratów), wysokość quasigeoidy $\zeta(x, y)$ jest wyrażona w postaci wielomianu wybranego stopnia (w konkretnym modelu zastosowano wielomian 4. stopnia) nazwanego trendem oraz nieliniowej reszty $s(x, y)$ nazwanej sygnałem

$$\zeta(x, y) = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 + \dots + s(x, y)$$

Współczynniki a, b, c, d, e, f, \dots wielomianu oraz wartości reszty $s_i = s_i(x_i, y_i)$ w punktach sieci POLREF są wyznaczone z rozwiązania układu równań obserwacyjnych o postaci

$$\zeta_i(x, y) + v_i = a + bx_i + cy_i + dx_i^2 + ex_iy_i + fy_i^2 + \dots + s_i(x_i, y_i)$$

W drugim rozwiązaniu parametry powierzchni o minimalnej krzywiznie modelującej quasigeoidę wyznaczone są na podstawie wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF przy użyciu funkcji $a_k = \text{spline}(x, y, \zeta, \sigma)$, gdzie współczynniki wariancji $\sigma = m_p$ są dobierane tak, aby różnice $v = \zeta - \zeta_{obl}$ danych i obliczonych wysokości quasigeoidy zawierały się w granicach błędów średnich m_p wysokości quasigeoidy w punktach sieci POLREF.

Powierzchnia quasigeoidy o minimalnej krzywiznie opisana jest równaniem (Osada i in., 2003)

$$\zeta(x, y, X, Y, a) = a_{k+1} + a_{k+2}x + a_{k+3}y + \dots + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2] \ln[(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2] a_i$$

Przeprowadzone testy numeryczne wskazują, że oba czysto numeryczne modele quasigeoidy dostarczają bardzo podobne wyniki. Porównanie wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* z wysokościami quasigeoidy na punktach sieci EUVN i WSSG wykorzystano do weryfikacji utworzonego modelu, a jednocześnie do oceny jakości składowej wysokościowej tych punktów. Statystyki dopasowania wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* na punktach sieci EUVN i WSSG przedstawiono w tabeli 8 (Kryński, 2006).

Tabela 8. Statystyki dopasowania wysokości quasigeoidy obliczonej z modelu *kriging* na punktach sieci EUVN i WSSG [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{EUVN}}$	-3.4	4.8	-21.3	10.3
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{WSSG}}$	-3.1	5.4	-16.7	21.6

Kolejny model quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej utworzono poprzez wzmocnienie danymi grawimetrycznymi numerycznego modelu *kriging* quasigeoidy, rozpiętego na wysokościach quasigeoidy punktów sieci POLREF (Osada i in., 2003; Kryński i in., 2005a). Do tego celu użyto średnich anomalii grawimetrycznych Δg w siatce $1' \times 1'$. Zastosowana metoda jest oparta na interpolacji wysokości quasigeoidy za pomocą powierzchni ruchomej, z uwzględnieniem danych grawimetrycznych w postaci regularnej siatki anomalii grawimetrycznych. Powierzchnia w postaci wielomianu 4. stopnia jest nakładana na punkty GPS z otoczenia interpolowanego punktu metodą najmniejszych kwadratów. Wagami są odwrotności kwadratów odległości punktów danych od punktu interpolowanego. Model ten określony jest równaniem

$$\zeta(x, y) = \zeta_{\Delta g}(x, y) + a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 + \dots + s(x, y)$$

gdzie anomalie wysokości $\zeta_{\Delta g}$ obliczone przy zastosowaniu płaskiej aproksymacji wzoru Stokesa (Osada i in., 2003)

$$\zeta_{\Delta g}(X, Y) = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta g}{\sqrt{(x-X)^2 + (y-Y)^2}} dx dy$$

wnoszą istotną informację o przebiegu quasigeoidy między punktami sieci POLREF.

Współczynniki a, b, c, d, e, f, \dots wielomianu oraz wartości reszty $s_i = s_i(x_i, y_i)$ w punktach sieci POLREF są wyznaczone z rozwiązania układu równań obserwacyjnych o postaci

$$\zeta_i(x, y) + v_i = \zeta_{\Delta g}(x_i, y_i) + a + bx_i + cy_i + dx_i^2 + ex_iy_i + fy_i^2 + \dots + s_i(x_i, y_i)$$

Statystyki dopasowania modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, wzmocnionego danymi grawimetrycznymi do anomalii wysokości punktów sieci EUVN i WSSG, przedstawiono w tabeli 9 (Kryński, 2006).

Tabela 9. Statystyki dopasowania modelu quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej wzmocnionego danymi grawimetrycznymi do anomalii wysokości punktów sieci EUVN i WSSG [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{EUVN}}$	-3.1	2.9	-12.4	2.1
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{WSSG}}$	-3.2	5.5	-25.9	43.8

Wszystkie opracowane modele quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej rozpięte na punktach sieci POLREF obciążone są niemal takim samym błędem systematycznym 3 cm. Wzmocnienie modelu quasigeoidy, wynikające z uwzględnienia w modelowaniu danych grawimetrycznych, prowadzi do znaczącej poprawy modelu względem anomalii wysokości punktów sieci EUVN. Ocena wpływu uwzględnienia danych grawimetrycznych na jakość modelu quasigeoidy względem anomalii wysokości punktów sieci WSSG nie jest reprezentatywna z uwagi na zmienną liczbę wyeliminowanych obserwacji odstających.

7.4. Kompleksowy (zintegrowany) model quasigeoidy

Do opracowania kompleksowego (zintegrowanego) modelu quasigeoidy wykorzystano jednocześnie dane satelitarno-niwelacyjne, grawimetryczne oraz topograficzne (numeryczny model terenu) (Osada i in., 2005). Kompleksowy model quasigeoidy utworzony jest poprzez wpasowanie przy użyciu metody kolokacji modelu quasigeoidy $\zeta_{GGM} + \zeta_{\delta g} + \zeta_{G_1}$ w anomalie wysokości $\zeta_{GPS/lev}$ punktów sieci satelitarno-niwelacyjnej z jednoczesnym wyznaczeniem parametrów modelu

$$\zeta = \zeta_{GGM} + \zeta_{\delta g} + \zeta_{G_1} + t + s$$

gdzie

$$\zeta_{GGM} = \frac{W_P^{GGM} - U_P}{\gamma_Q}$$

jest składową anomalii wysokości obliczoną z modelu geopotencjału (W_p^{GGM} z EGM96, zaś U_p – z GRS80),

$$\zeta_{\delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_{\sigma} \frac{\delta g}{r} d\sigma$$

jest składową anomalii wysokości obliczoną z anomalii grawimetrycznych $\Delta g = (g_p^{GGM} - \gamma_Q) + (g_p - g_p^{GGM}) = \Delta g^{GGM} + \delta g$, zaś

$$\zeta_{G_1} = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_{\sigma} \frac{G_1}{r} d\sigma$$

jest składową anomalii wysokości obliczoną z numerycznego modelu terenu (wysokości średnich anomalii grawimetrycznych traktowane jako wysokości normalne) według wzoru

$$G_1 = \frac{1}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H - H_p}{r^3} \Delta g d\sigma$$

przy czym t jest trendem wyrażonym w postaci funkcji wielomianowej 4. stopnia, a nieliniowa reszta $s(x, y)$ jest sygnałem.

Model matematyczny (układ równań obserwacyjnych) ma postać

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{s} - \mathbf{L}$$

gdzie

\mathbf{v} jest wektorem błędów pomiarowych,

\mathbf{A} jest macierzą współczynników trendu $[(1, x_i, y_i, \dots)]_{i=1, 2, \dots, n}$,

\mathbf{X} jest wektorem parametrów trendu,

\mathbf{L} jest wektorem residuów $l = \zeta_{GPS/lev} - (\zeta_{GGM} + \zeta_{\delta g} + \zeta_{G_1})$.

Wysokości quasigeoidy kompleksowego modelu zostały porównane z anomaliami wysokości punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG. Statystyki uzyskanych różnic przedstawiono w tabeli 10 (Kryński i in., 2005d).

Tabela 10. Statystyki dopasowania kompleksowego modelu quasigeoidy do anomalii wysokości punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{POLREF}}$	0.5	0.7	-1.3	3.0
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{EUVN}}$	-0.5	0.6	-2.3	1.2
$\zeta_{\text{model}} - \zeta_{\text{WSSG}}$	-1.5	4.0	-24.3	38.9

Dopasowanie kompleksowego modelu quasigeoidy do anomalii wysokości punktów sieci POLREF, EUVN i WSSG pozostaje w zgodności z przyjętymi *a priori* wariancjami anomalii wysokości punktów tych sieci.

Kompleksowy model quasigeoidy „2005” został także porównany z modelem GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego. Przebieg różnic i obliczone statystyki przedstawiono odpowiednio na rysunku 20 i w tabeli 11.



Rys. 20. Zgodność anomalii wysokości kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” z modelem quasigeoidy GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego

Tabela 11. Statystyki dopasowania kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” do modelu GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego ($\zeta_{\text{quasi-GUGiK2001}} - \zeta_{2005}$) [cm]

	Średnia	Odch. std.	Min	Max
punkty 1 rzędu (24h obs)	-0.3	1.7	-5.9	4.6
wszystkie punkty trawersu (4h obs)	-0.3	1.8	-10.7	4.6

Z rysunku 20 oraz przeprowadzonych dodatkowo porównań wynika, że w punktach odległych od początku trawersu o 336 km i 520 km anomalie wysokości kompleksowego modelu quasigeoidy „2005” obarczone są błędami przekraczającymi granice tolerancji. Zwiększone odchyłki we fragmentach początkowym i końcowym trawersu, usytuowanych w sąsiedztwie granic państwa, a tym samym na skraju obszaru dopasowania quasigeoidy grawimetrycznej do anomalii wysokości quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej, świadczą o różnicy w metodzie wpasowania porównywanych modeli.

7.5. Wpasowany model quasigeoidy

Wpasowany model quasigeoidy uzyskuje się przez analityczne wpasowanie grawimetrycznego modelu quasigeoidy w anomalie wysokości punktów sieci satelitarno-niwelacyjnej. Przeanalizowano wybrane metody wpasowania quasigeoidy grawimetrycznej na przykładzie danych z obszaru Polski i wskazano optymalną metodę wpasowania (Kryński i Łyszkowicz, 2006c). Wpasowany model quasigeoidy o nazwie *quasi05c_corr* otrzymano,

wpasowując model quasi05c w anomalie wysokości punktów sieci POLREF (Kryński i Łyszkowicz, 2006a). Różnice między anomaliami wysokości $\zeta_i^{GPS/lev}$ punktów sieci POLREF i wysokościami ζ_i^{graw} quasigeoidy grawimetrycznej wyrażono następującym modelem

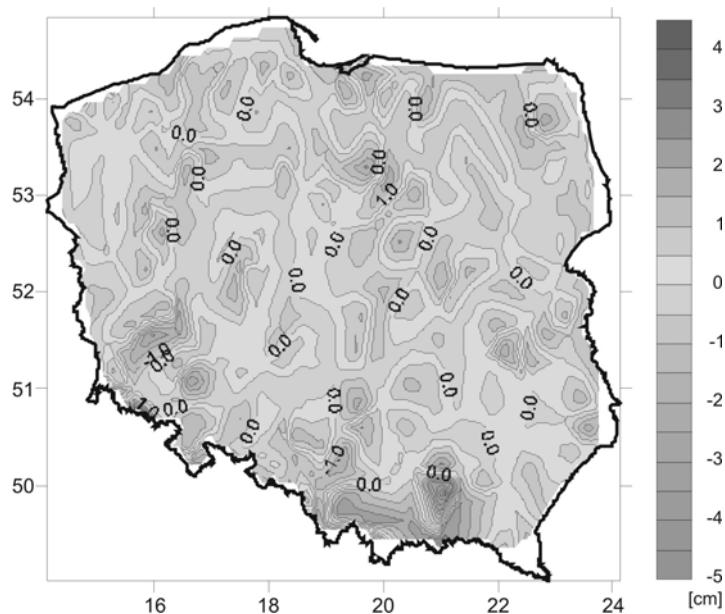
$$\zeta_i^{GPS/lev} - \zeta_i^{graw} = t_i + s_i + n_i$$

gdzie składowe trendu wyrażono poprzez 3-parametrową translację układu odniesienia w postaci

$$t_i = \cos \varphi_i \cos \lambda_i \Delta X + \cos \varphi_i \sin \lambda_i \Delta Y + \sin \varphi_i \Delta Z$$

przy czym φ_i , λ_i oznaczają szerokość i długość geodezyjną, zaś ΔX , ΔY , ΔZ są składowymi translacji.

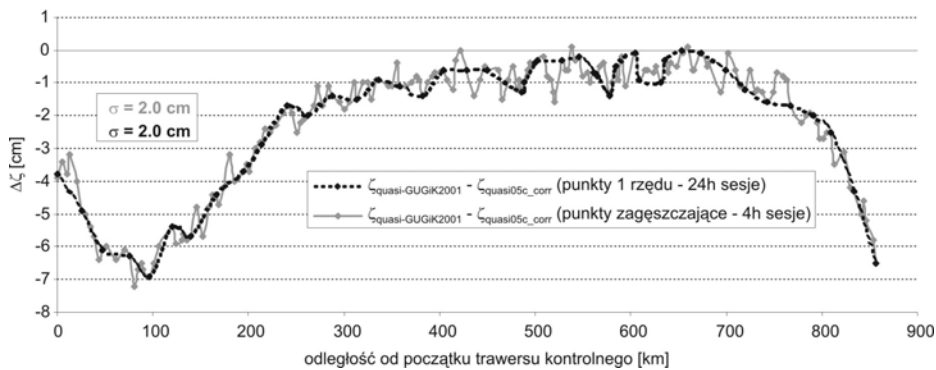
Po obliczeniu parametrów trendu wyznacza się i modeluje przy użyciu prostej funkcji matematycznej empiryczną funkcję kowariancji uwolnionych od trendu residuów $\zeta_i^{GPS/lev} - \zeta_i^{graw} - t_i$ (Kryński i Łyszkowicz, 2006a). Składowe translacji ΔX , ΔY , ΔZ wyznaczono metodą najmniejszych kwadratów, wykorzystując różnice anomalii wysokości na 330 punktach sieci POLREF. Uzyskano $\Delta X = -30.1$ cm, $\Delta Y = -27.5$ cm i $\Delta Z = 12.8$ cm. Odchyłki poprawione o wielkość trendu i sygnału wskazują na jakość wpasowania modelu quasigeoidy grawimetrycznej w anomalie wysokości punktów sieci POLREF (rys. 21).



Rys. 21. Dopasowanie wpasowanej quasigeoidy do anomalii wysokości punktów sieci POLREF [cm]

Średnia wartość obliczonych odchyłek wpasowanej quasigeoidy od anomalii wysokości punktów POLREF kształtuje się na poziomie ± 1.0 cm.

Wpasowany model quasigeoidy *quasi05c_corr* został także porównany z modelem GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego. Przebieg różnic i obliczone statystyki przedstawiono odpowiednio na rysunku 22 i w tabeli 12.



Rys. 22. Zgodność anomalii wysokości wpasowanego modelu quasigeoidy *quasi05c_corr* z modelem quasigeoidy GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego

Tabela 12. Statystyki dopasowania wpasowanego modelu quasigeoidy *quasi05c_corr* do modelu GUGiK 2001 na punktach trawersu kontrolnego ($\zeta_{\text{quasi-GUGiK2001}} - \zeta_{\text{quasi05c_corr}}$) [cm]

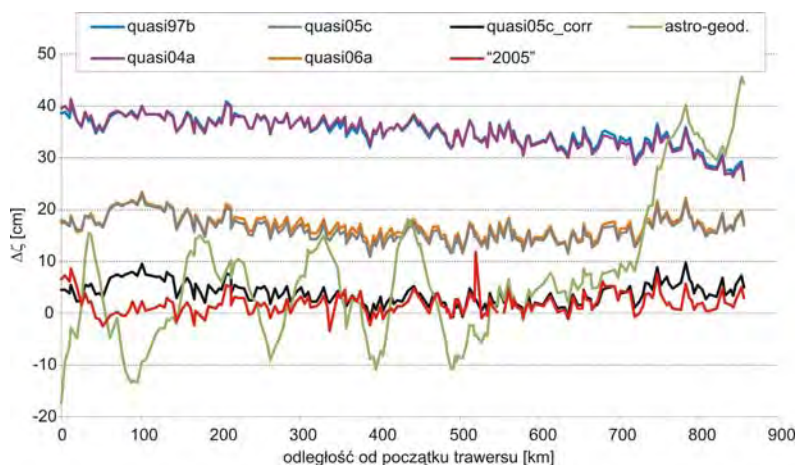
	Średnia	Odch. std.	Min	Max
punkty 1. rzędu (24h obs.)	-2.1	2.0	-6.9	0.0
wszystkie punkty trawersu (4h obs.)	-2.2	2.0	-7.2	0.1

8. OCENA JAKOŚCI OBLICZONYCH MODELI QUASIGEOIDY

Obliczone modele quasigeoidy grawimetrycznej, wpasowanej i kompleksowej, oraz geoidy astronomiczno-geodezyjnej zostały wzajemnie porównane. Uzyskane residualne anomalie wysokości poddano gruntownej analizie (Kryński, 2006). Do wstępnej oceny dokładności modeli quasigeoidy wykorzystano anomalie wysokości punktów sieci POLREF oraz w niektórych przypadkach także punktów sieci EUVN i WSSG. Niezależnej oceny dokładności modeli quasigeoidy dokonano przy wykorzystaniu anomalii wysokości punktów trawersu kontrolnego. Niektóre z opracowanych modeli różnią się zaledwie nieznacznie. Wyniki porównania reprezentatywnych modeli quasigeoidy z anomaliami wysokości trawersu kontrolnego przedstawiono na rysunku 23, zaś statystyki uzyskanych różnic ilustruje tabela 11. Nie pokrywają się one z wynikami przedstawionymi w dotychczasowych publikacjach (np. Kryński, 2005, 2006; Kryński i Łyszkowicz, 2006b). Powstałe rozbieżności wynikają

z przeprowadzonych w ramach przygotowania niniejszej publikacji analiz jakości trawersu kontrolnego, które doprowadziły do wyeliminowania ewidentnie błędnych wysokości czterech punktów pośrednich trawersu, a także z zastosowania bardziej odpowiedniej metody interpolacji undulacji geoidy astronomiczno-geodezyjnej wyznaczonych z opracowania odchyleń pionu.

Wszystkie użyte do porównania modele quasigeoidy grawimetrycznej zostały obliczone z wykorzystaniem globalnych modeli geopotencjału do stopnia i rzędu 360. Modele quasigeoidy grawimetrycznej, do których obliczenia wykorzystano globalne modele geopotencjału ograniczone do niższych stopni i rzędów, tj. 120, 140, 160 lub 200 (tabela 1), charakteryzują się znacząco większymi błędami.



Rys. 23. Zgodność modeli quasigeoidy z anomaliami wysokości punktów trawersu kontrolnego [cm]

Tabela 13. Statystyki różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy badanych modeli i odpowiadającymi anomaliami wysokości trawersu kontrolnego oraz nachylenie modeli względem trawersu kontrolnego w kierunku N–E [cm]

Model	Średnia	Odch. std.	Min	Max	Nachylenie N–E
astronomiczno-geod.	6.5	13.3	-18.8	45.7	-0.065"
grawimetryczny (quasi97b)	35.0	2.8	26.1	40.9	-0.019"
grawimetryczny (quasi04a)	34.8	3.1	25.6	41.3	-0.022"
grawimetryczny (quasi05c)	16.8	2.3	11.9	23.3	-0.007"
grawimetryczny (quasi06a)	16.2	2.4	10.9	23.0	-0.008"
grawim.-dopasowany (quasi05c_corr)	3.7	2.2	-1.2	9.7	-0.004"
kompleksowy („2005")	1.8	2.1	-3.5	11.8	0.002"

Wprowadzenie do punktowych danych grawimetrycznych poprawek z tytułu ujednoczenia układu odniesienia i systemu grawimetrycznego, poprawek terenowych, bardziej rygorystyczne wyznaczenie średnich anomalii grawimetrycznych oraz wykorzystanie nowych danych grawimetrycznych z rejonu wschodniej Białorusi i środkowej Ukrainy zaowocowało zmniejszeniem błędu systematycznego modelu quasigeoidy grawimetrycznej z poziomu 35 cm do 16 cm, zmniejszeniem błędu przypadkowego o około 20% i jednocześnie ponaddwukrotnym zmniejszeniem nachylenia quasigeoidy grawimetrycznej względem quasigeoidy satelitarno-niwelacyjnej.

Model geoidy astronomiczno-geodezyjnej jakościowo wyraźnie odbiega od pozostałych opracowanych modeli quasigeoidy. Poprawę jakości tego modelu można uzyskać w wyniku zagęszczenia nowymi pomiarami astronomicznymi istniejących astronomiczno-geodezyjnych odchyłeń pionu oraz wygenerowania nowego zbioru astronomiczno-grawimetrycznych odchyłeń pionu przy użyciu dostępnych, ujednoczonych danych grawimetrycznych z obszaru Polski.

Anomalie wysokości punktów trawersu kontrolnego są bardziej odpowiednie do oceny dokładności modeli quasigeoidy niż anomalie wysokości punktów sieci POLREF, gdyż są wyznaczone znacznie bardziej precyzyjnie. Odchylenia standardowe różnic pomiędzy wysokościami quasigeoidy badanych modeli i odpowiadającymi anomaliami wysokości trawersu kontrolnego kształtują się na poziomie 2–3 cm (tabela 11), podczas gdy odchylenia standardowe odpowiadających różnic na punktach sieci POLREF osiągają poziom 4 cm (tabela 7). Z porównania oceny jakości modeli quasigeoidy grawimetrycznej z wykorzystaniem anomalii wysokości punktów sieci POLREF i punktów trawersu kontrolnego (tabela 6 i tabela 11) wynika, że błędy systematyczne odpowiednich modeli różnią się o 3–4 cm. Wielkość ta pozostaje w zgodności z systematyczną częścią błędu obarczającego wysokości elipsoidalne punktów sieci POLREF (Kryński i Figurski, 2006).

Jakość anomalii wysokości na punktach sieci satelitarno-niwelacyjnej w Polsce stanowi obecnie zasadniczy czynnik ograniczający jakość wpasowanej quasigeoidy grawimetrycznej oraz zintegrowanej quasigeoidy na obszarze Polski.

9. PODSUMOWANIE

Zgromadzenie wszystkich dostępnych danych, tj. danych grawimetrycznych, odchyłeń pionu, danych satelitarno-niwelacyjnych, danych mareograficznych, numerycznych modeli terenu oraz danych o gęstości litosfery, a następnie gruntowne przeanalizowanie tych danych w aspekcie jakościowym umożliwiło opracowanie nowych, lepszych jakościowo modeli quasigeoidy na obszarze Polski.

Szczególnie dogłębnym badaniom poddano zgromadzony na przestrzeni ostatnich 50 lat, liczący ponad milion zbiorów danych grawimetrycznych z obszaru Polski i południowego Bałtyku, udostępniony po raz pierwszy do modelowania

poła grawitacyjnego. Dane te zostały ujednolicone, zarchiwizowane i umieszczone w odpowiednio opracowanych bazach danych.

Na podstawie opracowanej metodyki, dla wszystkich punktów grawimetrycznych obliczono poprawki terenowe, korzystając z wysokorozdzielczego modelu terenu DTED2 w promieniu 200 km wokół każdego punktu. Wygenerowano również dla Polski nowy, poprawiony zbiór średnich anomalii Faye'a w siatce $1' \times 1'$.

Założony w poprzek Polski kontrolny trawers satelitarno-niwelacyjny stanowi skuteczne narzędzie do weryfikacji i oceny dokładności modeli quasigeoidy w Polsce.

Jakość wysokości quasigeoidy na punktach sieci POLREF, wynikająca z zastosowanej strategii pomiarowej i użytej technologii, jest niezadowolająca jeśli idzie o użycie tej sieci jako oparcia dla najlepiej wpasowanego modelu quasigeoidy o dokładności wymaganej do geodezyjnego wyznaczania wysokości. W wyniku przeprowadzonych prac badawczych utworzono nowe modele geoidy astronomiczno-grawimetrycznej, quasigeoidy grawimetrycznej, wpasowanej quasigeoidy oraz kompleksowej quasigeoidy. Dokładność otrzymanych modeli oceniono, porównując anomalie wysokości z odpowiednimi anomaliami wysokości wyznaczonymi niezależnie na punktach trawersu kontrolnego. Odchylenia standardowe różnic anomalii wysokości wynoszą 13.3 cm dla modelu geoidy astronomiczno-grawimetrycznej, 2.3 cm dla quasigeoidy grawimetrycznej, 2.2 cm dla wpasowanej quasigeoidy oraz 2.1 cm dla kompleksowej quasigeoidy. Opracowane technologie modelowania quasigeoidy oraz zgromadzone i uporządkowane dane powinny w najbliższej przyszłości zostać wykorzystane do opracowania modelu quasigeoidy dla obszaru Polski, który powinien zastąpić model GUGiK 2001, zalecany do powszechnego stosowania w pracach geodezyjnych.

Znaczącą poprawę jakości modeli quasigeoidy grawimetrycznej w Polsce można uzyskać poprzez przeprowadzenie szczegółowej weryfikacji danych grawimetrycznych oraz wysokościowych i usunięcie obserwacji odstających, dokładniejsze obliczenie poprawek terenowych z wykorzystaniem wszystkich dostępnych danych, dalsze udoskonalenie metodologii i technik obliczeniowych oraz w najbliższej przyszłości wykorzystanie nowych modeli geopotencjału z misji kosmicznych GRACE i GOCE. Poprawy jakości modelu geoidy astronomiczno-geodezyjnej można się spodziewać w wyniku bardziej gruntownej analizy istniejących odchyłeń pionu i zastosowania metody kolokacji najmniejszych kwadratów w szczególności do łącznego wykorzystania odchyłeń pionu z danymi grawimetrycznymi.

PODZIĘKOWANIA

Większą część badań, których wyniki przedstawiono w niniejszej pracy, wykonano w ramach projektu badawczego zamawianego PBZ-KBN-081/T12/2002 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych. Część prac

została przeprowadzona w ramach zadania statutowego Instytutu Geodezji i Kartografii „Problemy geodezji i geodynamiki”. Autor wyraża serdeczne podziękowania współpracownikom z Instytutu Geodezji i Kartografii, Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego w Olsztynie, Instytutu Geodezji Wyższej i Astronomii Geodezyjnej Politechniki Warszawskiej, Państwowego Instytutu Geologicznego w Warszawie, Politechniki Wrocławskiej, Wojskowej Akademii Technicznej oraz Duńskiego Narodowego Centrum Kosmicznego w Kopenhadze i Politechniki w Bratysławie, którzy wnieśli swój wkład w realizację projektu dotyczącego modelowania centymetrowej geoidy w Polsce. Autor dziękuje także Zarządowi Geografii Wojskowej Sztabu Generalnego Wojska Polskiego za udostępnienie modelu terenu DTED, Duńskiemu Narodowemu Centrum Kosmicznemu w Kopenhadze za udostępnienie grawimetrycznych danych lotniczych i morskich z obszaru Morza Bałtyckiego oraz dr H. Denkerowi z Instytutu Geodezji Uniwersytetu w Hanowerze za udostępnienie modelu terenu SRTM3 z obszaru Europy Środkowej.

LITERATURA

- Bamler R., 1999, *The SRTM Mission: A World-Wide 30 m Resolution DEM from SAR Interferometry in 11 Days*, In: D. Fritsch, D. Spiller (eds.), *Photogrammetric Week 99*, Wichmann Verlag, Heidelberg, pp. 145–154.
- Bogdanov V.L., Medvedev M.Yu., Taybatorovl K.A., 1994, *On the persistence of the oceanic background of apparent sea level changes in the Baltic Sea*, *Reports of the Finnish Geodetic Institute*, 94:5.
- Bokun J., 1961, *Zagadnienie wyznaczenia odstępów geoidy w Polsce od elipsoidy Krasowskiego biorąc pod uwagę posiadane materiały astronomiczno-geodezyjne i grawimetryczne*, *Prace Instytutu Geodezji i Kartografii*, Warszawa, tom VIII, z. 1(17), pp. 113–140.
- Bokun J., 1970: *Mapa geoidy w Polsce, odstęp geoidy od elipsoidy Krasowskiego*, skala 1:1 000 000, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa.
- Bokun J., 1978: *Mapa geoidy w Polsce, odstęp geoidy od elipsoidy Krasowskiego*, skala 1:1 000 000, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa.
- Cisak J., Figurski M., 2005, *Control GPS/levelling traverse*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, 16–17 November 2005, Warsaw (CD).
- Forsberg R., 2005, *Terrain Effects in Geoid Computations*, International School for the Determination and Use of the Geoid, Budapest, V1–V38.

- Gajderowicz I., 2005, *Wykonanie wyrównania osnowy wysokościowej I klasy i przygotowanie danych niwelacyjnych dla Podkomisji EUREF*, Raport dla Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii, 27 s.
- Grzyb M., Kryński J., Mańk M., 2006, *The effect of topography and quality of a digital terrain model on the accuracy of terrain corrections for centimetre quasigeoid modelling*, Geodesy and Cartography, Vol. 55, No 1, pp. 23-46.
- Hirvonen R.A., 1934, *The Undulations of the Geoid*, Veöff. Finn. Geod. Inst., No 19, Helsinki.
- Jaworski L., 2000, *Wykonanie kontrolnych obliczeń współrzędnych i wysokości normalnych punktów zagęszczenia krajowej sieci EUVN*, Raport dla Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii z wykonania prac na podstawie umowy GD/13/2000 z 3.07.2000 r.
- JPL, 2004, *SRTM – The Mission to Map the World*, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology,
<http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/index.html>.
- Kearsley A.H.W., Sideris M., Kryński J., Forsberg R., Schwarz K.P., 1985: *White Sands revisited - A comparison of techniques to predict deflections of the vertical*, UCSE Report No. 30007, Division of Surveying Engineering, The University of Calgary, Alberta, Canada, 166 pp.
- Królikowski C., 2006, *Zdjęcie grawimetryczne Polski – jego wartość i znaczenie dla nauk o Ziemi*, Biuletyn Państwowego Instytutu Geologicznego, 420, Warszawa 104 s.
- Królikowski C., Żółtowski Z., 2004, *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych geologicznych (gęstości)*, Państwowy Instytut Geologiczny, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, 43 s.
- Kryński J., 1987, *The role of high degree spherical harmonic model in local gravity field prediction*, Artificial Satellites, Planetary Geodesy, No 10, Vol. 22, No 3, Warsaw, Poland, pp. 5–22.
- Kryński J., 2005, *Summary of the results of the project on a cm geoid in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, Warsaw, 16–17 November (CD).
- Kryński J., 2006, *Końcowy raport merytoryczny z prac wykonanych w ramach projektu zamawianego PBZ-KBN-081/T12/2002 “Utworzenie modelu centymetrowej geoidy na obszarze Polski w oparciu o dane geodezyjne, grawimetryczne, astronomiczne, geologiczne i Satelitarne”*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Ministerstwa Nauki i szkolnictwa Wyższego, Warszawa, 132 s.
- Kryński J., Figurski M., 2006, *Results of re-processing of GPS data from EUREF-POL, POLREF and EUVN campaigns using EPN standards*,

- Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF) held in Riga, Latvia, 14–17 June 2006, EUREF Publication No 16, Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main (in print).
- Kryński J., Cisak J., Żak Ł., Zanimonskiy Y.M., Sękowski M., Mańk M., Moskwinski M., Bieniewska H., 2004, *Opracowanie projektu założenia dwóch trawersów kontrolnych (południkowego i równoleżnikowego) dla weryfikacji oceny dokładności modelu centymetrowej geoidy*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, 28 s.
- Kryński J., Łyszkowicz A., 1988, *The accuracy of geoid undulation by using modified Stokes' kernel function*, Geodezja i Kartografia, T XXXVII, No 1, Warsaw, Poland, pp. 3–12.
- Kryński J., Łyszkowicz A., 2005a, *Study on choice of global geopotential model for quasigeoid determination in Poland*, Geodesy and Cartography, Vol. 54, No 1, pp. 17–36.
- Kryński J., Łyszkowicz A., 2005b, *The role of geopotential models in geoid modelling*, Workshop II “Summary of the project on a cm geoid in Poland”, Institute of Geodesy and Cartography, Warsaw, 16–17 November (CD).
- Kryński J., Łyszkowicz A., 2006a, *Regional quasigeoid determination in the area of Poland*, 5th FIG Regional Conference for Africa, Accra, Ghana, 8–11 March (CD).
- Kryński J., Łyszkowicz A., 2006b, *The overview of precise quasigeoid modelling in Poland*, 2nd Workshop on International Gravity Field Research 2006, 8–9 May 2006, Smolenice, Slovakia, Contributions to Geophysics and Geodesy, Special issue, WIGFR 2006, Geophysical Institute of Slovak Academy of Sciences, pp. 113–149.
- Kryński J., Łyszkowicz A., 2006c, *Fitting gravimetric quasigeoid model to GPS/levelling data in Poland*, IAG Proceedings from 1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS), 28 August – 1 September 2006, Istanbul, Turkey (in print); Seminarium „Wybrane problemy dynamiki Ziemi” Sekcji Dynamiki Ziemi Komitetu Geodezji PAN, 25–26 września 2006, Warszawa-Józefosław, Poland.
- Kryński J., Cisak J., Figurski M., Mańk M., Bieniewska H., Moskwinski M., Sękowski M., Zanimonskiy Y.M., Żak Ł., 2005a, *Przeprowadzenie pomiarów GPS oraz ewentualnych niezbędnych nawiązań niwelacyjnych na trawersach kontrolnych i opracowanie wyników*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, 29 s.
- Kryński J., Mańk M., Petecki Z., 2005b, *Opracowanie metodyki i obliczenie średnich anomalii grawimetrycznych dla obszaru Polski i rejonów przyległych w oparciu o ujednoczone krajowe dane grawimetryczne oraz*

- sprowadzone do jednolitego układu dane grawimetryczne z rejonów przyległych, a także dane altimetryczne*, Instytut Geodezji i Kartografii, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, 9 s.
- Kryński J., Mank M., Grzyb M., 2005c, *Evaluation of digital terrain models in Poland in view of a cm geoid modelling*, Geodesy and Cartography, Vol. 54, No 4, pp. 155–175.
- Kryński J., Osada E., Figurski M., 2005d, *Quality of GPS/levelling data in Poland*, Workshop II “Summary of the project on a cm geoid in Poland”, Institute of Geodesy and Cartography, Warsaw, 16–17 November (CD).
- Łyszkowicz A., 1993, *The Geoid for the Area of Poland*, Artificial Satellites, Vol. 28, No 2, Planetary Geodesy, No 19, pp. 75–150.
- Łyszkowicz A., 1998, *The Polish gravimetric quasi-geoid QUASI97b versus vertical reference system Kronstadt86*, Reports of the Finnish Geodetic Institute, 98:4, pp. 271–276.
- Łyszkowicz A., 2004: *Analiza jakościowa i ilościowa istniejących danych mareograficznych oraz zakup trzech zestawów komputerów PC wraz z oprogramowaniem graficznym*, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, 34 pp.
- NGA, 1996, *Performance specification Digital Terrain Elevation Data (DTED)*, National Geospatial-Intelligence Agency, Document MIL-PRF-89020A.
- Osada E., 2002: *Geodezja*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2002.
- Osada E., Karsznia K., Owczarek M., 2003, *Analiza jakościowa i ilościowa danych satelitarnych GPS: POLREF, EUVN i WSSG. Model geoidy satelitarno-niwelacyjno-grawimetrycznej*, Politechnika Wrocławska, Raport dla Instytutu Geodezji i Kartografii, Warszawa, 178 s.
- Osada E., Kryński J., Owczarek M., 2005, *A robust method of quasigeoid modelling in Poland based on GPS/levelling data with support of gravity data*, Geodesy and Cartography, Vol. 54, No 3, pp. 99–117.
- Pażus R., (2001): *Instrukcja Techniczna G-2, Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami*, Główny Geodeta Kraju, wydanie 5 zmienione, Główny Urząd Geodezji i Kartografii, Warszawa, 36 pp.
- Pażus R., Osada E., Olejnik S., (2002): *Geoida niwelacyjna 2001*, Magazyn Geoinformacyjny Geodeta, Nr 5(84), maj 2002.
- Polechonska O., Krolikowski C., 2005, *Quality of crustal density data in Poland*, II Workshop on Summary of the project on a cm geoid in Poland, Warsaw, 16-17 November (CD).
- Rogowski J.B., Bogusz J., Kujawa L., Kłęk M., Barlik M., 2005, *New astro-geodetic geoid in Poland*, Workshop II “Summary of the project on a cm

- geoid in Poland” Institute of Geodesy and Cartography, Warsaw, 16–17 November.
- Showstack R., 2003, *Digital Elevation Maps Produce Sharper Image of Earth's Topography*, EOS, Transactions. American Geophysical Union, Vol. 84, No 37, pp. 363.
- Tanni L., 1948, *On the continental undulations of the geoid, as determined from the present gravity material*, Publ. Intern. Isost. Inst., No 18, Helsinki; *Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A, III, Geologica-Geographica*, 16.
- Tanni L., 1949, *The regional rise of the geoid in Central Europe*, *Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A, Helsinki; Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Series A, III, Geologica-Geographica*, 20.
- Zieliński J.B., Łyszkowicz A., Jaworski L., Świątek A., Zdunek R., Gelo S., 1997, *POLREF-96 the New Geodetic Reference Frame for Poland*, IAG Symposia, Symposium 118: Advances in Positioning and Reference Frames, IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Brazil, 3–9 September 1997, Springer-Verlag, pp. 161–166.

Recenzował: prof. dr hab. inż. Jerzy Rogowski

JAN KRYNSKI

CENTIMETRE GEOID IN POLAND – REALITY AND PERSPECTIVES

Summary

Geodetic, gravimetric, astronomical, geological and satellite data acquired in cooperation of national and foreign research centres within the project supported by the Polish State Committee for Scientific Research in 2002–2005 have been extensively qualitatively and quantitatively analysed. They have been transformed to unified reference systems in accordance with recent standards, and then archived in the respective databases. The analyses performed indicated global geopotential models recently most suitable for quasigeoid modelling in Poland with the use of “remove-compute-restore” method. Methodology for computing terrain corrections with the use of available data was developed. Terrain corrections were calculated for point gravity data from the gravity database. A new set of mean 1' × 1' Faye gravity

anomalies was generated. The acquired data was further used for generating models of astro-geodetic geoid, and precise models of gravimetric, GPS/levelling, integrated quasigeoid and quasigeoid best fitted to the heights of the sites of the POLREF network. Quality of quasigeoid models developed was estimated with the use of internal accuracy analysis as well as data from the control GPS/levelling traverse established within the project. Accuracy of the best of obtained quasigeoid models in Poland is at the level of 2 cm.

The elaborated methodology as well as the acquired and unified data should in the nearest future be used for developing a new quasigeoid model for Poland that would replace the GUGiK 2001 quasigeoid model, recommended by the Head Office of Geodesy and Cartography in Poland for the use in surveying practice. An extensive verification of gravity and height data, more rigorous and precise determination of terrain corrections with the use of all available information, the use of the results of adjustment of 1999–2002 levelling campaign, the integrated use of deflections of the vertical with gravity data, further improvement of methodology and computational techniques and the use of new global geopotential models from gravity field modelling-dedicated space missions GRACE and GOCE can contribute to substantial improvement of quality of quasigeoid models in Poland. The basic problem with generating a quasigeoid model of centimetre accuracy in Poland, best fitted to GPS/levelling data is an insufficient quality of heights of fitting stations of the POLREF network, that is estimated at the level of 3–4 cm.

Keywords: quasigeoid modelling, global geopotential models, gravity data, deflections of the vertical, GPS/levelling data, tide gauge data, digital terrain models, density of the upper lithosphere, terrain corrections, mean gravity anomalies