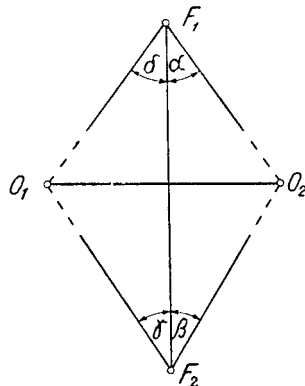


JÓZEF CHWAŁEK

526.918.73

Analiza zniekształcenia bazy początkowej odcinka triangulacji radialnej spowodowanego błędną identyfikacją jednego z fotopunktów grupy

Współrzędne punktów głównych, pierwszego (O_1) i drugiego (O_2), danego odcinka rozet w triangulacji radialnej są współrzędnymi wyjściowymi dla obliczenia współrzędnych wszystkich punktów rozetowych tegoż odcinka. Uzyskuje się je z analitycznego rozwiązania zadania Hansena, a w szczególności jego elementu wcięcia w przód (rys. 15). Dane do tego



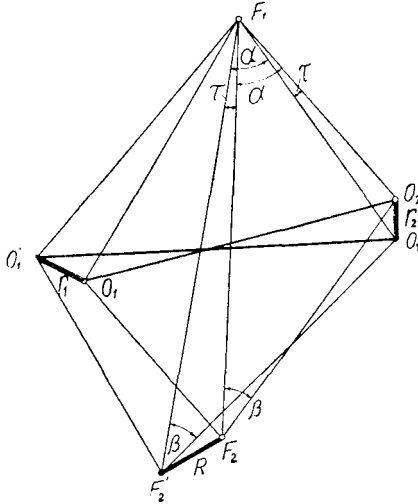
Rys. 15

rozwiązania otrzymujemy z pomiarów połowych — współrzędne fotopunktów F_1 i F_2 , oraz z wyników obserwacyjnych i obliczeniowych pomiaru na triangulatorze radialnym — kąty α , β , γ , δ .

Błędy w wyznaczeniu położenia punktów O_1 i O_2 będą wynikały przede wszystkim ze złej identyfikacji fotopunktów, jednego lub obydwu, przez wykonawcę pomiaru połowego bądź przez obserwatora na triangulatorze radialnym.

W artykule niniejszym rozpatrzony będzie przypadek błędnego wyznaczenia współrzędnych punktów głównych, który powstał na skutek złej identyfikacji jednego z fotopunktów przez wykonawcę pomiaru polowego.

Zatem przy rozwiązaniu tego zagadnienia zrobione zostaną następujące założenia (rys. 16). — Wykonawca pomiaru polowego określił przed po-



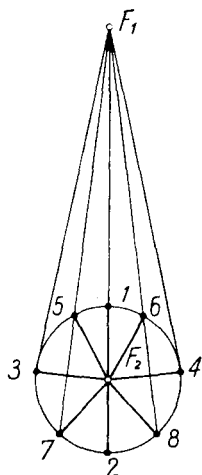
Rys. 16

miarem położenie punktu F'_2 w terenie. Przy identyfikacji tego punktu popełnił błąd, oznaczając go na odbitce stykowej zdjęcia lotniczego w innym miejscu, a mianowicie w miejscu odpowiadającym położeniu punktu F_2 . Obserwator na podstawie oznaczenia na odbitce uwzględnił w obserwacjach na triangulatorze radialnym punkt F_2 , zamiast punktu F'_2 . W wyniku tego, do obliczeń współrzędnych punktu O_2 dał kąty α i β związane z bokiem F_1F_2 . Ponieważ z pomiarów polowych dane były współrzędne punktów F_1 i F'_2 , więc wcięcie rozwiązano w oparciu o ten bok i kąty α i β . W rezultacie, zamiast współrzędnych punktu O_2 , z którym związane są obserwacje na triangulatorze radialnym, uzyskano współrzędne punktu O'_2 . W ten sam sposób zostało zmienione położenie punktu głównego O_1 , który został przesunięty do punktu O'_1 . Wobec tego, obliczenia współrzędnych pozostałych punktów rozetowych danego odcinka oparte będą na błędnej bazie $O'_1O'_2$, która może mieć inną długość, azymut, względnie pozycję, aniżeli baza O_1O_2 .

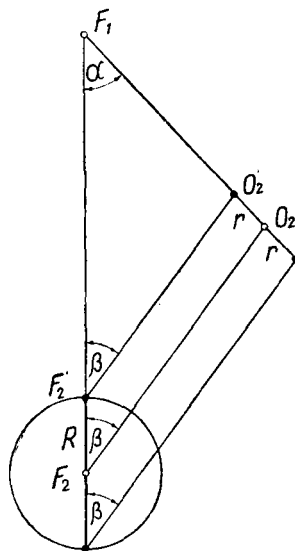
Zatem wielkość i kierunek przesunięcia tak punktu O_1 , jak i punktu O_2 , będą zależne od wielkości i kierunku przesunięcia punktu F_2 do

punktu F'_2 , czyli od położenia punktu F'_2 względem punktu F_2 . Na skutek tego przesunięcia (rys. 16) pomiędzy bokami $F_1F'_2$ i F_1F_2 powstał kąt τ o wierzchołku w punkcie F_1 . Taki sam kąt zawierają ze sobą, z tego samego powodu, boki $F_1O'_2$ i F_1O_2 .

Przy niezmiennym kierunku R przesunięcia punktu F_2 (rys. 17), a przy zmiennym jego kierunku, punkt F_2 będzie wędrował po okręgu koła, którego promień będzie równy R , a środek będzie leżał w punkcie F_2 .



Rys. 17



Rys. 18

Wówczas kąt τ będzie przyjmował różne wartości. W przypadku gdy punkt F'_2 będzie leżał na boku F_1F_2 , względnie na jego przedłużeniu, to $\tau = 0$. Maksymalna wartość kąta będzie odpowiadać wartości kąta zawartego pomiędzy bokiem F_1F_2 i styczną do okręgu koła błędu identyfikacji poprowadzoną z punktu F_1 .

Jak będzie w tym przypadku przemieszczał się punkt główny? --- Rozważmy najpierw przypadek gdy $\tau = 0$. W myśl założenia odłóżmy w punkcie F'_2 (rys. 18) przy boku F'_2F_1 kąt β i przedłużmy jego ramię do przecięcia się z bokiem F_1O_2 . W miejscu przecięcia się tych prostych otrzymamy punkt O'_2 . Zatem punkt O_2 przesunął się w tym przypadku o wielkość $r = O_2O'_2$ wzdłuż boku O_2F_1 w kierunku punktu F_1 . Przeprowadzając powyższą konstrukcję utworzyliśmy trójkąt $F'_2F_1O'_2$ podobny do trójkąta $F_2F_1O_2$. Z podobieństwa tych trójkątów wynika, że:

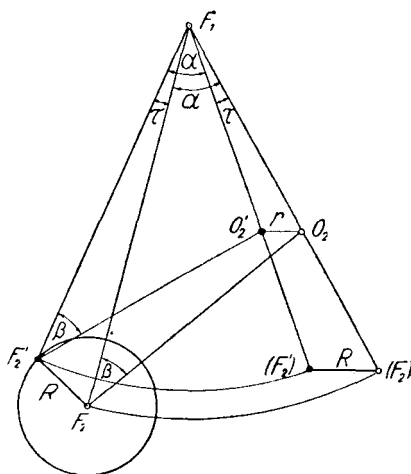
$$\frac{F_1F_2}{R} = \frac{F_1O_2}{r},$$

stąd

$$r = \frac{F_1 O_2}{F_1 F_2} \cdot R. \quad (1)$$

Jak widać z rys. 18, w przypadku gdy punkt F'_2 będzie położony na przedłużeniu boku $F_1 F_2$ w odległości R od punktu F_2 , to — podobnie jak wyżej — łatwo udowodnić, że przesunięcie punktu głównego O_2 będzie również równe r , którego wartość podana jest we wzorze (1).

Na rys. 19, przedstawiony jest przypadek gdy $\tau \neq 0$, to znaczy gdy punkt F'_2 znajduje się w dowolnym miejscu na okręgu koła błędu, różnym od położenia odpowiadających przypadkowi $\tau = 0$.



Rys. 19

Odkładając przy boku $F_1 F'_2$ kąt α w punkcie F_1 , a kąt β w punkcie F'_2 , w przecięciu się odpowiednich ramion tych kątów otrzymamy punkt O'_2 , który z punktami F_1 i F'_2 utworzy trójkąt podobny do trójkąta $F_2 F_1 O_2$. Odcinek $O'_2 O_2 = r$ jest przesunięciem punktu głównego O_2 powstałym na skutek przesunięcia punktu F_2 o wielkość R . Z podobieństwa trójkątów $F'_2 F_1 O'_2$ i $F_2 F_1 O_2$ wynika że:

$$\frac{F_1 O_2}{F_1 F_2} = \frac{F_1 O'_2}{F_1 F'_2}. \quad (2)$$

Odlóżmy na przedłużeniu boku $F_1 O_2$ bok $F_1 F_2$, a na przedłużeniu boku $F_1 O'_2$ bok $F_1 F'_2$. Ponieważ boki $F_1 O'_2$ i $F_1 O_2$ zawierają ten sam kąt τ co i boki $F_1 F_2$ i $F_1 F'_2$ oraz istnieje między nimi proporcja podana we wzorze (2), więc trójkąt $F_1 O'_2 O_2$ jest podobny do trójkąta $F_1 (F_2) (F'_2)$. Wobec tego

$$\frac{F_1O_2'}{F_1F_2} = \frac{F_1O_2}{F_1F_2} = \frac{r}{R},$$

a stąd

$$r = \frac{F_1O_2'}{F_1F_2} \cdot R = \frac{F_1O_2'}{F_1F_2} \cdot R. \quad (3)$$

Z powyższego wynika, że zarówno dla $\tau = 0$ jak i dla τ różnego od zera otrzymaliśmy na przesunięcie punktu głównego tę samą wartość. Stąd wniosek, że punkt O_2' będzie się przemieszczał po okręgu koła, którego promień jest równy r , a którego środek leży w punkcie głównym O_2 . Dowolnemu przesunięciu R fotopunktu będzie zawsze odpowiadać przesunięcie r punktu głównego, które zależne jest od długości boków F_1F_2 i F_1O_2 , względnie boków F_1F_2' i F_1O_2' . Kierunek przesunięcia r będzie różny od kierunku przesunięcia R o kąt, wielkość którego zależna jest od wielkości kąta α .

Odnosząc powyższe rozważania do punktu głównego O_1 otrzymamy również, że przesunięcie tego punktu przy tym samym przesunięciu R będzie zależne od jego odległości od fotopunktu F_1 i od wzajemnej odległości obydwu fotopunktów.

Na obliczenie współrzędnych punktów rozetowych odcinka triangulacji radialnej mają wpływ, jako wyjściowe, współrzędne obydwu punktów głównych, zarówno punktu O_1 jak i punktu O_2 , czyli położenie i wielkość bazy O_1O_2 . Z wyprowadzonych wyżej wartości na przesunięcie punktu głównego wynika, że na wielkość i położenie bazy będzie miało wpływ tak położenie fotopunktu F_1 , jak i położenie fotopunktu F_2 .

Jeżeli odległości fotopunktu F_1 od punktów głównych O_1 i O_2 będą sobie równe, to z wzoru (1) lub (3) wynika, że promień koła błędu punktu O_1 będzie równy promieniowi koła błędu punktu O_2 . Od położenia punktu F_2' na okręgu koła błędu, będzie zależeć położenie punktów O_1' i O_2' a łącząca je baza będzie zmieniać swą wielkość i położenie.

Jeżeli punkt F_2' (rys. 20) będzie leżał na boku F_1F_2 , to punkt O_1 przesunie się wzdłuż boku O_1F_1 w kierunku punktu F_1 o wielkość r . O tę samą wielkość przesunie się punkt O_2 ale wzdłuż boku O_2F_2 , w kierunku punktu F_1 . Utworzony w ten sposób trójkąt równoramienny $O_1'F_1O_2'$ będzie podobny do trójkąta równoramiennego $O_1F_1O_2$, a ich boki $O_1'O_2'$ i O_1O_2 będą wzajemnie równoległe. Z podobieństwa tych trójkątów wynika, że:

$$\frac{F_1O_1'}{F_1O_1} = \frac{O_1'O_2'}{O_1O_2},$$

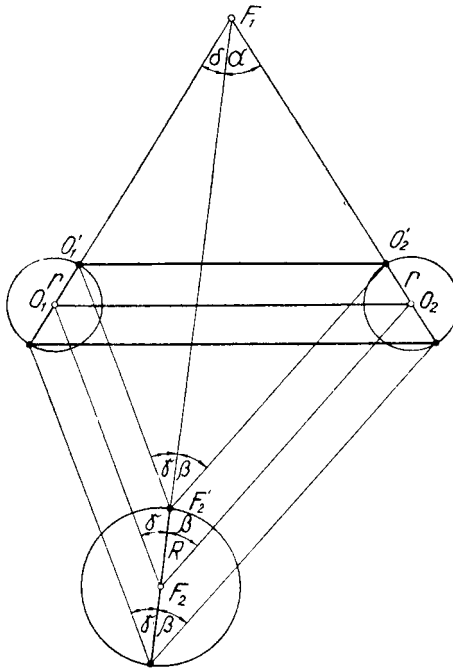
więc

$$O_1'O_2' = \frac{F_1O_1'}{F_1O_1} \cdot O_1O_2,$$

ale
$$F_1O'_1 = F_1O_1 - r,$$

zatem
$$O'_1O'_2 = O_1O_2 - \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot r, \tag{4}$$

czyli, że baza $O'_1O'_2$ jest mniejsza od bazy O_1O_2 . Natomiast z wzajemnego położenia trójkątów $O'_1F_1O'_2$ i $O_1F_1O_2$ wynika równoległość boków $O'_1O'_2$ i O_1O_2 . Zatem w tym przypadku będziemy mieli do czynienia ze zmniejs-



Rys. 20

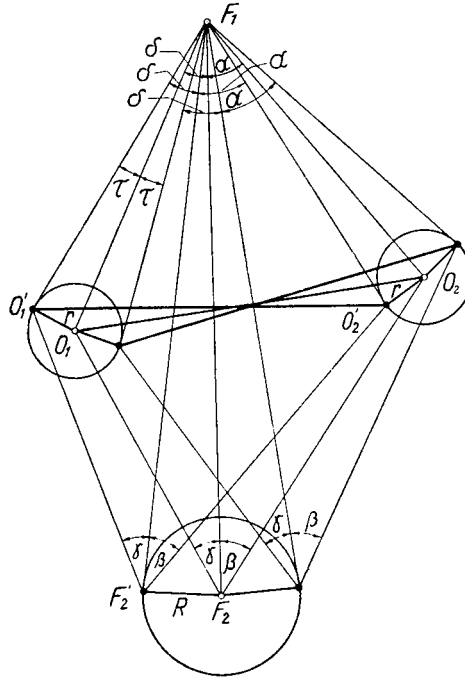
szaniem skali bazy i jej równoległym przesunięciem w górę, a ze zmniejszeniem skali i przesunięciem całego odcinka rozet.

Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał na przedłużeniu boku F_1F_2 , to można do-
wieść analogicznie, że wówczas:

$$O'_1O'_2 = O_1O_2 + \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot r, \tag{5}$$

a powstała w wyniku obliczeń baza, będzie równoległa do bazy O_1O_2 . W tym więc przypadku będziemy mieli do czynienia ze zwiększeniem skali bazy i jej równoległym przesunięciem w dół, co będzie również do-
tyczyć całego obliczonego odcinka.

Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał w takiej samej odległości od punktu F_1 w jakiej leży punkt F_2 , to zajmie on położenie w punkcie 3 względnie w punkcie 4 (rys. 17). Odkładając przy boku $F_1F'_2$ (rys. 21) w punkcie F_1 odpowiednio kąty δ i α , a w punkcie F'_2 odpowiednio kąty γ i β otrzymamy czworobok $F'_2O'_1F_1O'_2$ przystający do czworoboku $F_2O_1F_1O_2$. Stąd wniosek, że baza $O'_1O'_2$ posiada taką samą długość jak baza O_1O_2 , czyli że zarówno baza jak i cały odcinek skalowo nie ulegną żadnej zmianie. Skręcenie



Rys. 21

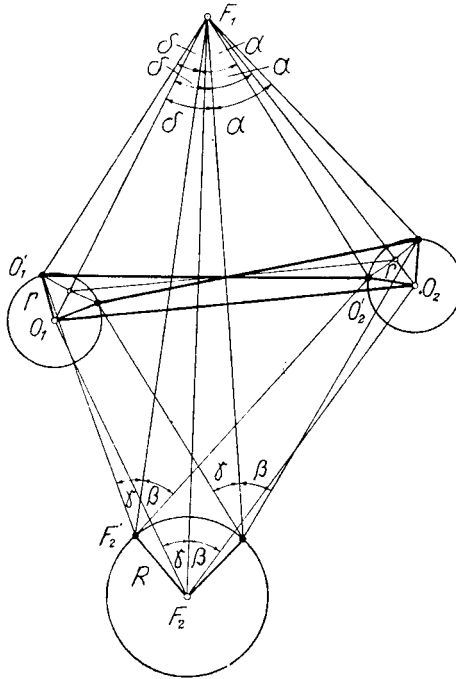
bazy $O'_1O'_2$ względem bazy O_1O_2 spowodowane przesunięciem punktu O_1 w górę, a punktu O_2 w dół, wywoła przesunięcie drugiego końca odcinka triangulacji radialnej w dół.

Z rys. 21 wynika, że czworobok $F'_2O'_1F_1O_2$ powstał przy przesunięciu fotopunktu F_2 o wielkość R do punktu 3 oraz przez obrót czworoboku $F_2O_1F_1O_2$ w punkcie F_1 o kąt τ w lewo. Przy przesunięciu punktu F_2 do punktu 4 — odpowiadającego symetrycznie względem osi F_1F_2 punktu 3 (rys. 17) — o wielkość R , będziemy mieli do czynienia również z takim samym obrotem ale w kierunku przeciwnym. W tym więc przypadku będą istniały podobne jak w poprzednim zależności, z których wynika że powstała baza jest tak samo wielka jak i baza O_1O_2 , jednak wychylona jest w kierunku przeciwnym do poprzedniego. Spowodowało to

przesunięcie punktu O_2 w górę, a punktu O_1 w dół, w kierunku przeciwnym jak w przypadku położenia punktu F_2 w punkcie 3. Odcinek rozet zachowa zatem skalę, będzie jednak wychylony drugim końcem do góry.

Powyżej rozpatrzone zostały cztery szczególne przypadki położenia punktu F'_2 na kole błędu identyfikacji fotopunktu. Zachodzi więc teraz pytanie jak będzie zniekształcać się baza gdy punkt F'_2 będzie leżał w jakichś innych, różnych od rozpatrzonych, punktach koła błędu, na przykład w punktach 5, 6, 7, 8. Wzięcie pod uwagę tych jeszcze punktów wyczerpie całkowicie zagadnienie położenia punktu F'_2 na kole błędu.

Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał na kole błędu w punkcie 5 to odcinek $F_1O'_1$ (rys. 22) będzie krótszy od odcinka F_1O_1 , a dłuższy od odcinka $F_1O_1 - r$. Ponieważ F_1O_2 jest równy co do długości odcinkowi F_1O_1 , więc



Rys. 22

to samo dotyczyć będzie i tego odcinka. Przenieśmy bok $F_1O'_1$ na bok F_1O_1 , a bok $F_1O'_2$ na bok F_1O_2 , tak jak pokazane jest to na rysunku. Ponieważ pomiędzy bokami $F_1O'_1$ i $F_1O'_2$ zawarty jest ten sam kąt co i pomiędzy bokami F_1O_1 i F_1O_2 , więc nowoutworzony trójkąt będzie przystający do trójkąta $O'_1F_1O'_2$, a podobny do trójkąta $O_1F_1O_2$, stąd wniosek, że trójkąt

$O'_1F_1O'_2$ jest podobny do trójkąta $O_1F_1O_2$. Z podobieństwa tych trójkątów wynika, że:

$$\frac{F_1O'_1}{F_1O_1} = \frac{O'_1O'_2}{O_1O_2}.$$

Z przekształcenia tego wzoru otrzymamy, że:

$$O'_1O'_2 = O_1O_2 - \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot n, \quad (6)$$

gdzie: $n = F_1O_1 - F_1O'_1$.

Zatem baza $O'_1O'_2$ jest krótsza od bazy O_1O_2 . Ponieważ odcinek n jest mniejszy od promienia r więc z porównania wzorów (6) i (4) wynika, że baza $O'_1O'_2$ jest większa od bazy powstałej przy położeniu fotopunktu F'_2 w punkcie 1 (rys. 20 i rys. 22). W tym przypadku zarówno punkt O'_1 jak i punkt O'_2 znajdują się po tej samej stronie bazy, ale w różnych odległościach od niej. Takie przesunięcie punktów O_1 i O_2 spowodowało wychylenie bazy $O'_1O'_2$ w stosunku do bazy O_1O_2 w górę, końcem znajdującym się w punkcie O'_1 . Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał w punkcie 6 koła błędu identyfikacji fotopunktu, odpowiadającym symetrycznie względem osi F_1F_2 punktowi 5 (rys. 17), to w podobny sposób jak wyżej można łatwo udowodnić, że wyliczona dla tego położenia baza będzie, tak jak i poprzednia, mniejsza od bazy O_1O_2 , a większa od bazy obliczonej dla fotopunktu położonego w punkcie 1 koła błędu, ale odchylna ona będzie od bazy O_1O_2 w górę, końcem znajdującym się w punkcie O'_2 (rys. 22). Jeżeli fotopunkt F_2 zostanie przeniesiony do punktu 7 koła błędu identyfikacji, to bok $F_1O'_1$ (jak i bok $F_1O'_2$ bo $F_1O_1 = F_1O_2$) będzie dłuższy od boku F_1O_1 , a krótszy od boku $F_1O_1 + r$ (rys. 23). Przenosząc bok $F_1O'_1$ na przedłużenie boku F_1O_1 , a bok $F_1O'_2$ na przedłużenie boku F_1O_2 , łatwo można udowodnić, podobnie jak w poprzednim przypadku, że:

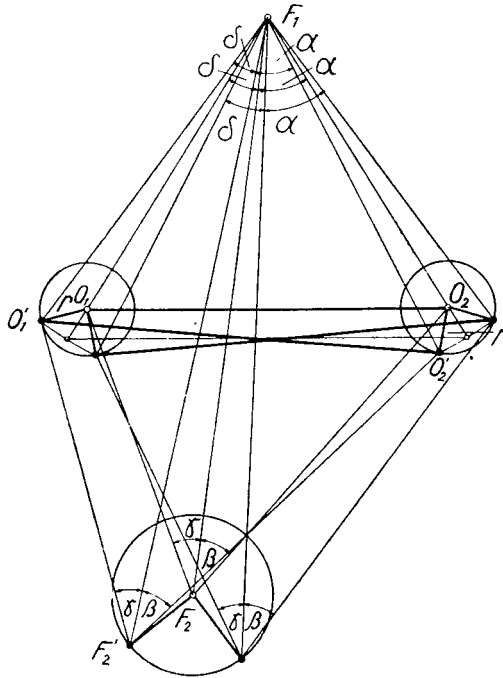
$$O'_1O'_2 = O_1O_2 + \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot m,$$

gdzie $m = F_1O'_1 - F_1O_1$.

Stąd wniosek, że baza $O'_1O'_2$ jest większa od bazy O_1O_2 , a jeśli uwzględnimy to, że odcinek m jest mniejszy od promienia r , to porównując wzory (5) i (7) stwierdzimy, że baza $O'_1O'_2$ jest mniejsza od bazy wyliczonej dla punktu F'_2 , położonego w punkcie 2 koła błędu identyfikacji. W tym przypadku również punkty O'_1 i O'_2 znajdują się po tej samej stronie bazy O_1O_2 , ale w różnej od niej odległości. Takie położenie punktów

O'_1 i O'_2 spowodowało wychylenie bazy $O'_1O'_2$ w stosunku do bazy O_1O_2 w dół, końcem umieszczonym w punkcie O'_2 .

Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał w punkcie 8 koła błędu identyfikacji odpowiadającym symetrycznie względem osi F_1F_2 punktowi 7 (rys.17),

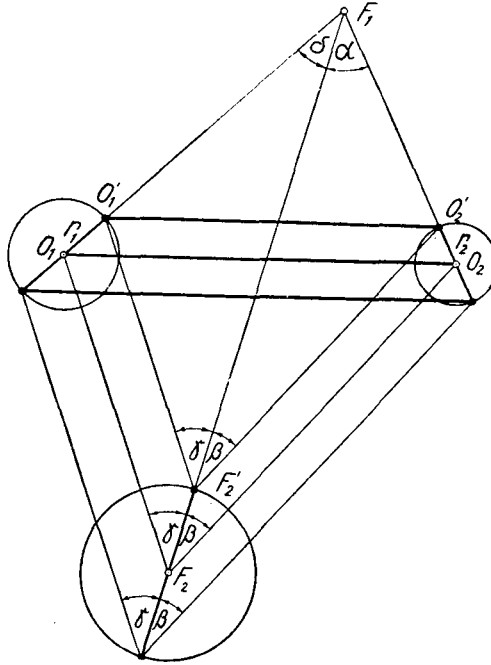


Rys. 23

to w podobny sposób jak wyżej można udowodnić, że wyliczona dla tego położenia baza będzie, jak i baza $O'_1O'_2$, mniejsza od bazy obliczonej dla położenia punktu F'_2 w punkcie 2 koła błędu identyfikacji, a większa od bazy O_1O_2 . Odchylona ona jednak będzie od bazy O_1O_2 w górę swym końcem znajdującym się w punkcie O'_2 . Obydwa te przypadki zniekształcenia bazy O_1O_2 wpłyną na zmniejszenie skali odcinka rozet i na odchylenie jego końca, w pierwszym przypadku w dół, w drugim w górę.

Ze wzoru (3) wynika, że przy nierówności boków F_1O_1 i F_1O_2 w punktach O_1 i O_2 utworzą się koła błędów, których promienie będą różnej wielkości. Jeżeli bok F_1O_1 będzie większy od boku F_1O_2 , to promień r_1 będzie większy od promienia r_2 (rys. 24). Zachodzi pytanie, jak w tym przypadku będzie zniekształcać się baza O_1O_2 przy zmianie położenia punktu F'_2 ?

Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał na boku F_1F_2 wówczas, odkładając w punkcie F'_2 przy boku F_1F_2 odpowiednio kąty γ i β , utworzymy czworobok $F'_2O'_1F_1O'_2$ podobny do czworoboku $F_2O_1F_1O_2$. Z podobieństwa tych czworoboków wynika, że:



Rys. 24

$$O'_1O'_2 = O_1O_2 - \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot r_1 = O_1O_2 - \frac{O_1O_2}{F_1O_2} \cdot r_2, \quad (8)$$

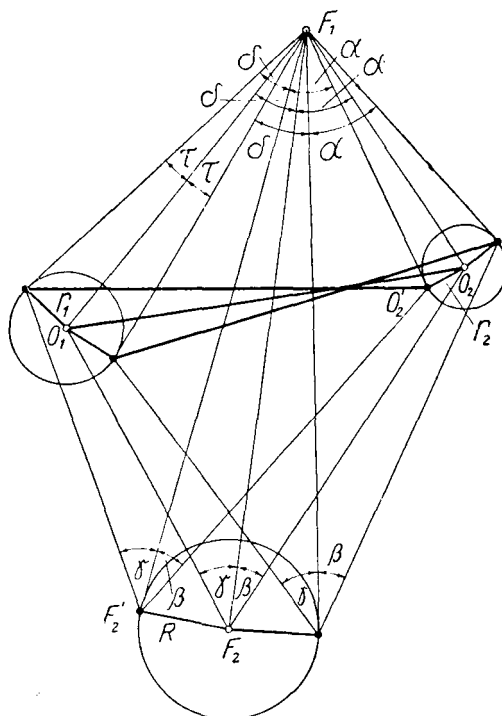
a z wzajemnego ich położenia, że baza $O'_1O'_2$ jest równoległa do bazy O_1O_2 .

Analogicznie dla punktu F'_2 położonego na przedłużeniu boku F_1F_2 otrzymamy, że

$$O'_1O'_2 = O_1O_2 + \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot r_1 = O_1O_2 + \frac{O_1O_2}{F_1O_2} \cdot r_2 \quad (9)$$

i stwierdzimy, że baza $O'_1O'_2$ jest równoległa do bazy O_1O_2 . W pierwszym przypadku baza O_1O_2 zmniejszy się i przesunie równoległe do góry, natomiast w drugim przypadku zwiększy się i przesunie równoległe w dół. Identycznie zachowa się odcinek rozet triangulacji radialnej.

Jeżeli odległość punktu F'_2 od punktu F_1 będzie równa odległości punktu F_2 od punktu F_1 (rys. 25), to przy położeniu punktu F'_2 w punkcie 3 koła błędu identyfikacji (rys. 17), czworobok $F'_2O'_1F_1O'_2$ powstanie przez obrót czworoboku $F_2O_1F_1O_2$ około punktu F_1 o kąt τ w lewo.



Rys. 25

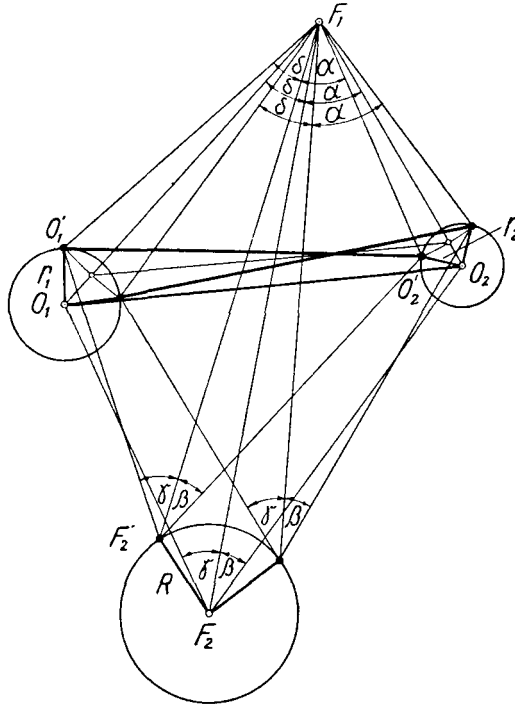
Z przystawiania tych dwu czworoboków wynika że baza $O'_1O'_2$ posiada taką samą długość jak i baza O_1O_2 . Obrót czworoboku spowodował odchylenie bazy $O'_1O'_2$ od bazy O_1O_2 w górę, końcem umieszczonym w punkcie O'_1 .

Analogicznie dla położenia punktu F'_2 w punkcie 4 koła błędu identyfikacji (rys. 17) otrzymamy, że obliczona baza będzie miała taką samą długość jak i baza O_1O_2 . Wychylenie czworoboku o kąt τ , w tym przypadku w prawo, spowoduje odchylenie tej bazy od bazy O_1O_2 w górę, końcem umieszczonym w punkcie O'_2 . Te zniekształcenia bazy nie zmieniają skali odcinka rozet, wychyłą tylko jego koniec w pierwszym przypadku do dołu, a w drugim do góry.

Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał na kole błędu identyfikacji w punkcie 5 (rys. 17), to wówczas będą istnieć następujące zależności (rys. 26):

$$F_1O_1 > F_1O'_1 > F_1O_1 - r_1 \quad \text{i} \quad F_1O_2 > F_1O'_2 > F_1O_2 - r_2.$$

Podobnie jak w przypadku przedstawionym na rys. 23, można udowodnić że trójkąt $O_1F_1O_2$ jest podobny do trójkąta $O'_1F_1O'_2$.



Rys. 26

Z podobieństwa tych trójkątów wynika, że:

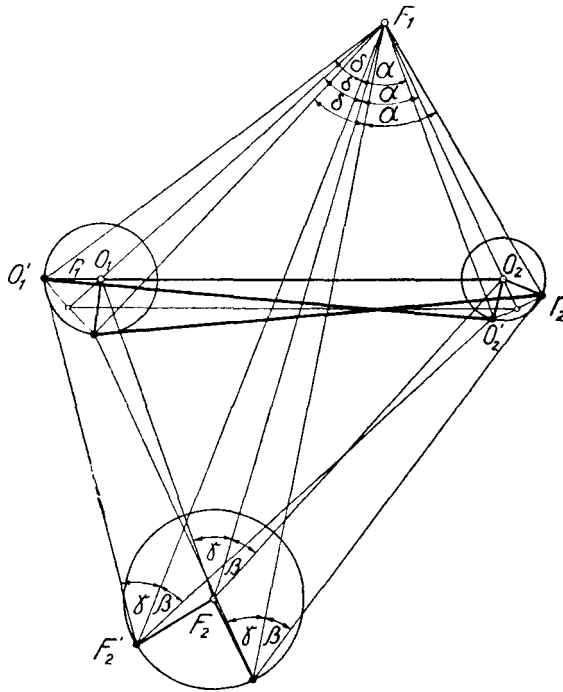
$$O'_1O'_2 = O_1O_2 \cdot \frac{F_1O'_1}{F_1O_1} = O_1O_2 \cdot \frac{F_1O'_2}{F_1O_2}.$$

Przyjmując: $a = F_1O_1 - F_1O'_1$ i $b = F_1O_2 - F_1O'_2$ otrzymamy, że:

$$O'_1O'_2 = O_1O_2 - \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot a = O_1O_2 - \frac{O_1O_2}{F_1O_2} \cdot b. \quad (10)$$

Łatwo można dowieść, że gdy punkt F'_2 będzie leżał na kole błędu identyfikacji w punkcie 6 (rys. 17), to na długość bazy obliczonej dla tego położenia otrzymamy tę samą wartość jaką podaje wzór (10). Stąd

wniosek, że w obydwu tych przypadkach baza O_1O_2 ulegnie zmniejszeniu. Ponieważ odcinek a jest mniejszy od promienia r_1 , a odcinek b od promienia r_2 , więc baza $O'_1O'_2$ jest większa od bazy wyliczonej dla tego przypadku gdy punkt F'_2 znajdował się w punkcie 1 koła błędu (rys. 17). Na skutek przesunięcia punktu F_2 w lewo, w stosunku do boku F_1F_2 , w pierwszym przypadku koniec bazy O_1O_2 umieszczony w punkcie O_2 wychyli się do dołu, w drugim przypadku na skutek przesunięcia punktu



Rys. 27

F_2 w prawo, ten sam koniec bazy podniesie się do góry, a w odpowiednio przeciwnych do poprzednich kierunkach wychyli się koniec bazy umieszczony w punkcie O_1 . Da to w rezultacie efekt skręcenia bazy $O'_1O'_2$ względem bazy O_1O_2 . Te zniekształcenia bazy spowodują zwiększenie skali odcinka rozet w obydwu przypadkach, odchylenie jego końca w dół w pierwszym przypadku, a odchylenie w górę w drugim przypadku. Jeżeli punkt F'_2 będzie leżał w punkcie 7 na kole błędów identyfikacji (rys. 17), to wówczas będą istnieć następujące zależności (rys. 27):

$$F_1O_1 < F_1O'_1 < F_1O_1 + r_1 \quad \text{i} \quad F_1O_2 < F_1O'_2 < F_1O_2 + r_2.$$

Podobnie jak i w przypadku przedstawionym na rys. 24 można dowieść, że trójkąt $O_1'F_1O_2'$ jest podobny do trójkąta $O_1F_2O_2$. Z podobieństwa tych trójkątów wynika, że:

$$O_1'O_2' = O_1O_2 \frac{F_1'O_1'}{F_1O_1} = O_1O_2 \frac{F_1'O_2'}{F_1O_2}.$$

Przyjmując: $c = F_1O_1' - F_1O_1$ i $d = F_1O_2' - F_1O_2$ otrzymamy, że:

$$O_1'O_2' = O_1O_2 + \frac{O_1O_2}{F_1O_1} \cdot c = O_1O_2 + \frac{O_1O_2}{F_1O_2} \cdot d. \quad (11)$$

Łatwo można dowieść, że gdy punkt F_2' będzie leżał na kole błędu identyfikacji w punkcie 8 (rys. 17), to na długość bazy obliczonej dla tego położenia otrzymamy tę samą wartość, którą podaje wzór (11). Stąd wniosek, że w obydwu tych przypadkach baza O_1O_2 ulegnie zwiększeniu. Ponieważ odcinek c jest mniejszy od promienia r_1 , a odcinek d mniejszy od promienia r_2 , więc baza $O_1'O_2'$ jest mniejsza od bazy obliczonej dla tego przypadku, gdy punkt F_2' znajdował się w punkcie 2 koła błędu identyfikacji. Na skutek przesunięcia punktu F_2 w lewo od prostej F_1F_2 , w pierwszym przypadku koniec bazy umieszczony w punkcie O_2 wychyli się w dół, a przy przesunięciu punktu F_2 w prawo, ten sam koniec bazy wychyli się w górę. Natomiast drugi koniec bazy wychyli się w kierunkach odpowiednio przeciwnych. W rezultacie da to efekt skręcenia bazy $O_1'O_2'$ względem bazy O_1O_2 . Zniekształcenia te wpłyną w obu przypadkach na zwiększenie skali odcinka i na odchylenie jego końca w pierwszym przypadku do dołu, a w drugim do góry.

Jeżeli porównamy zniekształcenia bazy O_1O_2 powstałe przy przemieszczaniu się punktu F_2' po kole błędów identyfikacji, w przypadku równości boków F_1O_1 i F_1O_2 , ze zniekształceniami powstałymi w przypadku nierówności tych boków, to stwierdzimy, że zasadniczo nie ma w tych przypadkach dużych różnic. Istniejące różnice są bardzo małe i nie zmieniają charakteru zniekształceń bazy, tak skalowych jak i kierunkowych. Przykład takiego porównania przedstawiony jest na rys. 28, na którym przyjęto:

$$F_1''O_1 = F_1''O_2, F_1'O_1 > F_1'O_2, F_1''O_1 = F_1'O_1 \text{ i } F_1'F_2 = F_1'F_2'.$$

Z rysunku mamy, że w przypadku $F_1''O_1 = F_1''O_2$

$$r = \frac{F_1''O_1}{F_1'F_2} \cdot R,$$

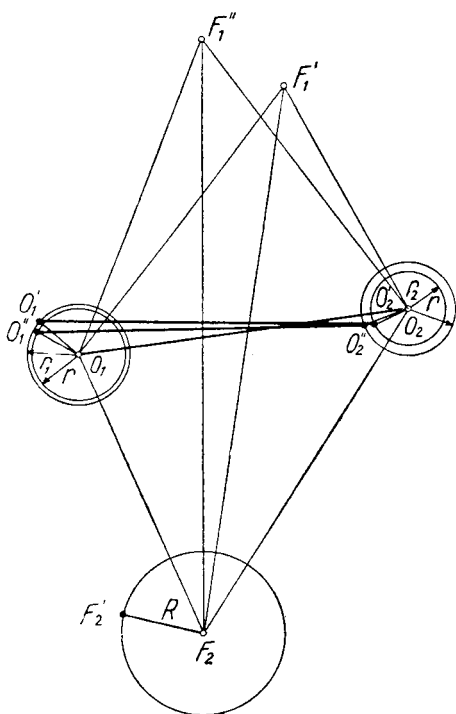
a w przypadku $F_1'O_1 > F_1'O_2$

$$r_1 = \frac{F_1'O_1}{F_1'F_2} \cdot R \quad \text{a} \quad r_2 = \frac{F_1'O_2}{F_1'F_2} \cdot R,$$

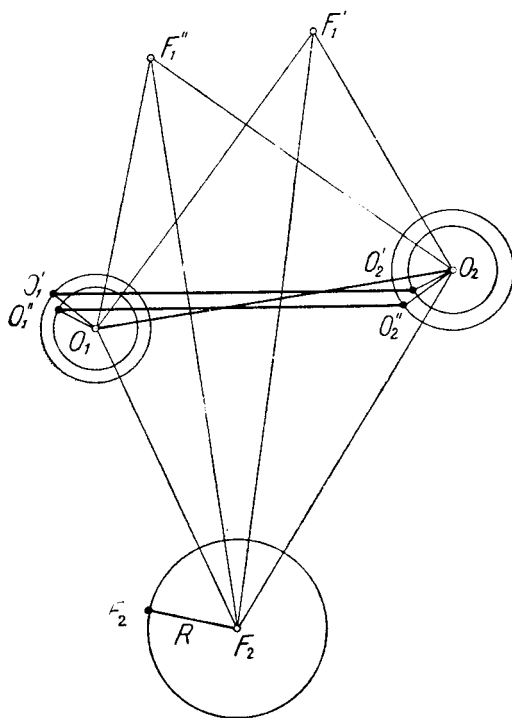
więc

$$r_1 > r > r_2$$

W obydwu tych przypadkach koniec bazy umieszczony w punkcie O_1 przesunięty jest do góry, a koniec przeciwny do dołu, zatem w obydwu tych przypadkach wystąpi skręcenie bazy w tym samym kierunku, naturalnie z pewnym przybliżeniem.



Rys. 29



Rys. 28

Dla pełniejszego wyczerpania tego zagadnienia porównano jeszcze (rys. 29) zniekształcenia bazy dla przypadków $F_1''O_1 < F_1''O_2$ i $F_1'O_1 > F_1'O_2$, przyjmując że $F_1''O_1 = F_1'O_2$, $F_1'O_2 = F_1''O_1$ oraz $F_1'F_2 = F_1''F_2$. Również tak jak i w poprzednim przykładzie zmieni się nieznacznie długość obliczonych baz dla tych dwu przypadków, a skręcenie pozostanie bez zmiany, wystąpi tylko różnica w wielkości przesunięcia baz w tym samym kierunku.

W produkcji fotogrametrycznej położenie fotopunktu określane jest przez wykonawcę pomiaru polowego na pewnym małym obszarze tak dobranym, aby rozeta utworzona z fotopunktów i punktów głównych była zbliżona do takiej rozety w której: $F_1O_1 = F_1O_2 = F_2O_1 = F_2O_2$. Omówione więc wyżej różnice będą z tego powodu bardzo małe.

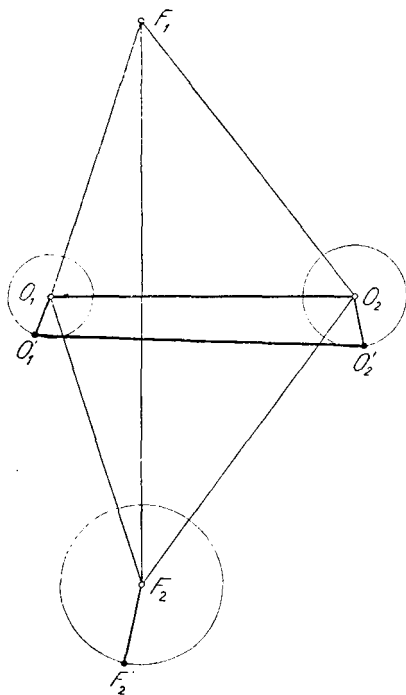
Uwzględniając powyższe można zniekształcenia bazy O_1O_2 przedstawić tak jak to podano w załączonej tabelce.

Położenie punktu F'_2 (wg rys. 17)	Wielkość bazy i skala odcinka	Wychylenie bazy i odcinka
1	zmniejszona (maksimum)	równoległe przesunięcie w górę
2	zwiększona (maksimum)	równoległe przesunięcie w dół
3	bez zmian	wychylenie w dół
4	bez zmian	wychylenie w górę
5	zmniejszona	wychylenie w dół i przesunięcie w górę
6	zmniejszona	wychylenie w górę i przesunięcie w górę
7	zwiększona	wychylenie w dół i przesunięcie w dół
8	zwiększona	wychylenie w górę i przesunięcie w dół

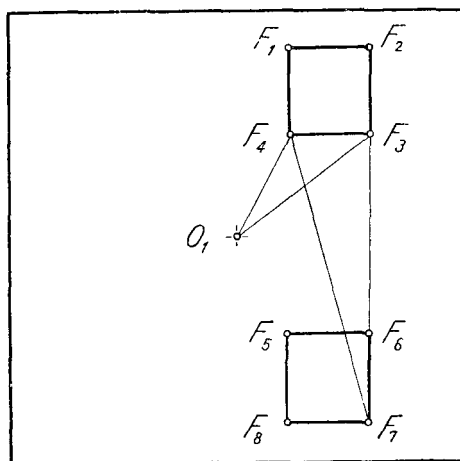
W jednej z prac badawczych Zakładu Fotogrametrii IGiK, grupę początkową odcinka triangulacji radialnej wyposażono w większą ilość fotopunktów, różnie rozmieszczonych względem bazy O_1O_2 . Po rozwiązaniu grup okazało się, że jeden z tych fotopunktów został błędnie zidentyfikowany przez wykonawcę pomiaru polowego, a mianowicie zamiast zastabilizowanego punktu F'_2 nakłuł on na odbitce stykowej zdjęcia lotniczego punkt F_2 . W oparciu o ten punkt zostały wykonane obserwacje na triangulatorze radialnym, a grupa została rozwiązana w oparciu o współrzędne punktu F'_2 . Wyniki zniekształcenia bazy O_1O_2 ilustruje rys. 30, na którym przesunięcia r i R wykreślono w skali 1 : 200, a boki grupy w skali 1 : 10 000.

Biorąc pod uwagę metodę opracowania fotogrametrycznego można ustalić wielkość dopuszczalnego błędu identyfikacji fotopunktu. Metoda wyrównania triangulacji radialnej wg doc. S. Dmochowskiego, dostosowana do opracowań dla skal 1 : 10 000 i 1 : 5 000, przewiduje dopuszczalny błąd położenia punktu głównego 0,5 m oraz określa na zdjęciu lotniczym obszar na którym można ulokować fotopunkt grupy tak, by nie obniżyć dokładności rozwiązania. W zależności od położenia fotopunktów na

określonych obszarach będziemy mieli różne wartości dopuszczalnego błędu identyfikacji. Stosując wzór (1) określono, że maksymalny błąd identyfikacji, wynoszący $R = 1,33$ m, wystąpi w przypadku istnienia w grupie fotopunktów umieszczonych w punktach F_4 i F_7 (rys. 31)



Rys. 30



Rys. 31

natomiast błąd minimalny, wynoszący $R = 0,62$ m, wystąpi w przypadku istnienia w grupie fotopunktów F_3 i F_6 . Zatem przy założeniu, że fotopunkt górny w grupie jest zidentyfikowany bezbłędnie, dopuszczalny błąd identyfikacji fotopunktu dolnego grupy wyniesie $R = 0,62$ m. Jednak, takie założenie jest niewłaściwe, bo i górny fotopunkt będzie zidentyfikowany również z pewnym błędem dopuszczalnym. Jeżeli założymy, że wykonawca przeprowadza identyfikację z taką samą dokładnością na każdym fotopunkcie, to dopuszczalny błąd identyfikacji fotopunktu wyniesie $R = 0,62$ m : $\sqrt{2} = 0,44$ m. Należy jeszcze podkreślić, że efekt błędnej identyfikacji jednego z fotopunktów grupy przenosi się na cały odcinek triangulacji radialnej w sposób bardziej skomplikowany niż to tu przedstawiono, jednak jest to odrębne zagadnienie nie stanowiące tematu tej pracy.

Rękopis złożono w Redakcji w sierpniu 1962 r.

ЮЗЭФ ХВАЛЭК

АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИИ ПЕРВОГО БАЗИСА ОТРЕЗКА РАДИАЛЬНОЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ ВЫЗВАННОЙ ОШИБОЧНЫМ ИДЕНТИФИЦИРОВАНИЕМ ОДНОГО ИЗ ОПОЗНАКОВ ГРУППЫ

Резюме

Координаты главных точек первого базиса данного отрезка ряда ромбoidов в радиальной триангуляции получают на основании полевых координат двух опознаков, а также на основании наблюдении на радиальном триангуляторе. Ошибки определения положения главных точек будут возникать прежде всего из-за неправильного идентифицирования одного или двух опознаков исполнителем полевых измерений или наблюдателем на радиальном триангуляторе.

В статье рассмотрено случай ошибочного определения координат главных точек, возникший вследствие неправильного полевого идентифицирования одного из опознаков. Во время опознавания на отпечатке намечено точку F_2 , но полевые измерения произведено для точки F'_2 (рис. 16). На радиальном триангуляторе сделано наблюдения для точки F_2 . Для решения группы принято в вычислениях углы полученные при измерении на радиальном триангуляторе четырехугольника $F_1O_2F_2O_1$, а также координаты опознаков F_1 и F_2 полученные из полевых измерений. После вычислений получено координаты точек O'_1 и O'_2 вместо координат точек O_1 и O_2 . Тогда базис O_1O_2 связанный с четырехугольником, который был наблюдаемый на радиальном триангуляторе преобразовался в базис $O'_1O'_2$. Деформация базиса O_1O_2 зависит от положения точки F'_2 относительно точки F_2 , а также от положения точки F_1 . Имея в виду различные положения точки F'_2 представленные на рис. 17, рассмотрено вопрос деформации базиса при условии: $F_1O_1 = F_1O_2$ и что $F_1O_1 \neq F_1O_2$.

JÓZEF CHWAŁEK

THE ANALYSIS OF DEFORMATIONS OF THE INITIAL BASIS
IN A SECTION OF THE RADIAL TRIANGULATION DUE TO THE
FALSE IDENTIFICATION OF ONE OF THE CONTROL POINTS
IN A GROUP

S u m m a r y

The coordinates of the principal points, forming the initial basis of the section of rhomboids in radial triangulation, are determined from the ground coordinates of two control points and from observations made on the radial triangulator. The errors in determination of these two principal points will be due, first of all, from the false identification of one or both control points, made either in the field or by the observer on the radial triangulator.

The author considers here the case of the false determination of the principal points coordinates, due to the false identification in the field of one of the control points. On the contact print is marked the point F_2 , whereas in the field the point F'_2 was measured (fig. 16). It is the point F_2 , which was observed on the radial triangulator.

For the computations, the observations of angles in the quadrangle $F_1O_2F_2O_1$ made on the radial triangulator and the coordinates of points F_1 and F'_2 from the field measurements were taken. As a result of these computations the coordinates of points O'_1 and O'_2 instead of points O_1 and O_2 were obtained. Thus we have obtained the basis $O'_1O'_2$ instead of the basis O_1O_2 of the quadrangle observed on the radial triangulator.

The deformation of the basis O_1O_2 depends of the position of the point F'_2 in regard to the point F_2 and of the position of the point F_1 . The various positions of the point F'_2 , as indicated in the fig. 17, are considered and the deformations of the basis by the assumption $F_1O_1 = F_1O_2$ and $F_1O_1 \neq F_1O_2$ are discussed.