

Metody wyznaczania odchylenia osi obrotu teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji

1. Wstęp

W publikacji [2] zawarte są wyprowadzenia wzorów oraz przykłady liczbowe metody jednoczesnego lub kolejnego wyznaczenia elementów charakteryzujących różnicę ustawienia teodolitu na tym samym stanowisku przy pomiarze aktualnym i pierwotnym, zastosowanym dla celów badania odkształceń budowli lub terenu. Praca ta bazowała na stwierdzeniu, że istnieje możliwość zwiększenia dokładności trygonometrycznej metody pomiaru odkształceń przy stosowaniu stromych celowych, pod warunkiem wykorzystania sposobów pomiaru, które pozwolą wyznaczyć *z m i a n y p o c h y l e n i a* osi teodolitu ustawianego wielokrotnie na stanowisku, spowodowane błędami poziomowania. Dla zrealizowania takiego celu zaproponowałem w publikacji [2] wykorzystanie pomiaru kątów pionowych na celowniki o niezmiennym położeniu bez użycia libeli kolimacyjnej.

Zagadnienie niniejsze postawione w nieco innej formie może mieć istotne znaczenie nie tylko w pomiarach odkształceń, ale i w pomiarach wykonywanych dla innych celów. Mianowicie w niektórych przypadkach dokładność poziomowania teodolitu może okazać się zbyt mała i wówczas korzystna byłaby możliwość zastosowania metody pomiaru, wyznaczającej drobne *o d c h y l e n i e* osi spoziomowanego teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji. Odchylenie takie można wyznaczyć przy wykorzystaniu wymienionej metody pomiaru kątów pionowych, lecz wymaga to — jak już wspomniałem w publikacji [2] — znajomości rozmieszczenia celowników w stosunku do stanowiska, z dużą dokładnością.

W niniejszej pracy, stanowiącej uzupełnienie i rozwinięcie zagadnienia postawionego w publikacji [2], podam propozycje dotyczące sposobu wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu, względnie wyznaczenia różnic pochylenia osi teodolitu, przy wykorzystaniu innych elementów obserwowanych na stanowisku. W dalszej części pracy zamieszczam opis

przeprowadzonych badań dokładnościowych związanych z omawianymi metodami oraz wyniki badań wraz z wnioskami.

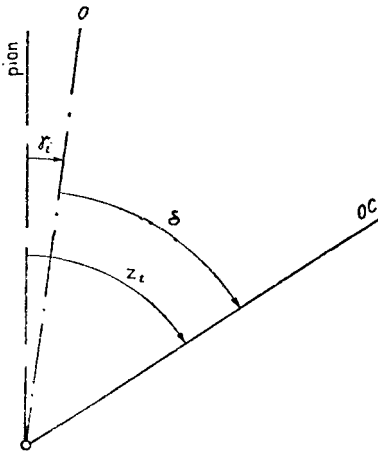
2. Omówienie metod wyznaczenia odchylenia osi obrotu teodolitu od linii pionu

2.1. *Metoda wykorzystania odczytów koła pionowego, przy unieruchomionej śrubą zaciskową lunecie i doprowadzonych do koincydencji obrazach końców pęcherzyka libeli kolimacyjnej, dla wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji*

Załóżmy, że luneta teodolitu została zamocowana w dowolnym stałym położeniu śrubą zaciskową. Wówczas przy obracaniu alidady oś celowa zatacza powierzchnię stożkową lub hiperboloidę o kącie nachylenia tworzącej (celowej) do osi stożka (osi obrotu teodolitu) równym δ . Jeśli oś teodolitu jest pionowa, to zgodnie z rys. 13 $\delta = z$. W przypadku przeciwnym będzie zachodzić związek:

$$\underline{z}_i - \delta = \gamma_i.$$

W powyższym związku wskaźnik i oznacza, iż zachodzi on w płaszczyźnie pionowej (lub prawie pionowej) o kierunku śladu poziomego β_i , przy czym kierunek ten jest liczony od kierunku wyjściowego β_0 .



Rys. 13

Wartość \underline{z}_i możemy otrzymać jako sumę odczytu koła pionowego z_i — dokonanego przy unieruchomionej lunecie i sprowadzonych do koincydencji obrazach końców pęcherzyka libeli kolimacyjnej — oraz wartości miejsca zera z_0 .

W rezultacie otrzymujemy związek:

$$\gamma_i + \delta - z_0 = z_i. \quad (1)$$

Wykonując odczyty $z_1, z_2 \dots z_n$ odpowiadające ustawieniom osi celowej w płaszczyznach o kierunkach śladów poziomych $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n$, otrzymujemy szereg równań wyżej określonego typu. W równaniach tych wielkości $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_n$ powinny podporządkować się ogólnemu związkowi w postaci:

$$\gamma_i = \gamma_{max} \cdot \sin(\beta_i - \varphi).$$

Związek ten wynika z rys. 14.

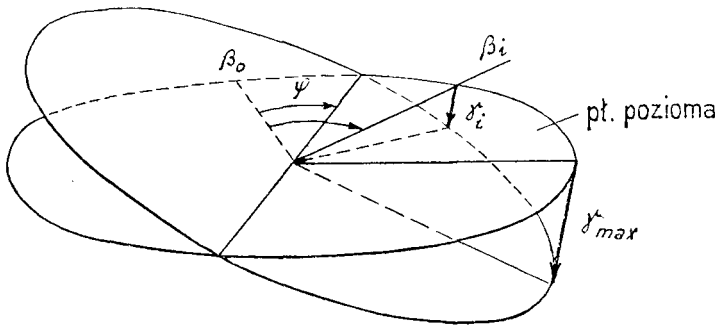
Podstawiając $\gamma_{max} \cdot \cos \varphi = U$, $\gamma_{max} \sin \varphi = V$, otrzymamy związek:

$$\gamma_i = U \sin \beta_i - V \cos \beta_i, \tag{2}$$

zaś po podstawieniu (2) do (1) otrzymamy ostatecznie:

$$\delta - z_0 + U \sin \beta_i - V \cos \beta_i = z_i. \tag{3}$$

We wzorze tym występują trzy niewiadome $\delta - z_0$, U , V , z których pierwsza może przyjmować duże wartości, głównie w zależności od po-



Rys. 14

łożenia unieruchomionej lunety. Aby więc rozwiązanie układu równań o postaci opartej na wzorze (3) nie było zbyt utrudnione, można od obu stron równania odjąć jednakową wielkość, równą w przybliżeniu zarówno poszczególnym odczytom z_i , jak i $\delta - z_0$. Przy małych wielkościach γ będzie to $z_{sr.} = \frac{[z]}{n}$. Otrzymamy wówczas zależność:

$$\delta - z_0 - z_{sr.} + U \sin \beta_i - V \cos \beta_i = z_i - z_{sr.} \tag{4}$$

Oznaczając $\delta - z_0 - z_{sr.} = W$ możemy napisać układ równań:

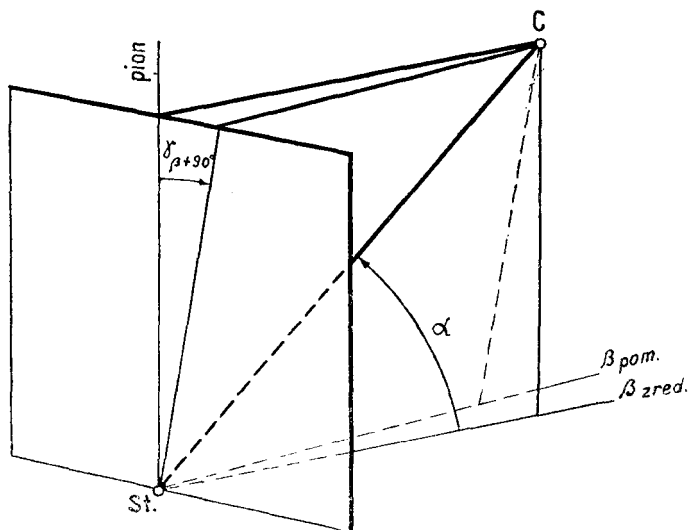
$$\begin{aligned} W + U \sin \beta_1 - V \cos \beta_1 &= z_1 - z_{sr.} + v_1, \\ W + U \sin \beta_2 - V \cos \beta_2 &= z_2 - z_{sr.} + v_2, \\ \dots &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ W + U \sin \beta_n - V \cos \beta_n &= z_n - z_{sr.} + v_n. \end{aligned}$$

Z rozwiązania powyższego układu równań metodą najmniejszych kwadratów otrzymujemy niewiadome. Na podstawie U i V możemy wykonać redukcję pomierzonych kierunków poziomych ze względu na odchylenie

osi teodolitu od linii pionu. Zgodnie z rys. 15 wzór redukcyjny przyjmie postać:*)

$$\beta_{zred} = \beta_{pom} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \gamma_{\beta+90} \quad (5)$$

Zgodnie z wzorem (2): $\gamma_{\beta+90} = \underline{U} \sin(\beta + 90) - \underline{V} \cos(\beta + 90)$.



Rys. 15

Po dokonaniu uproszczeń otrzymamy wzór redukcyjny w postaci:

$$\beta_{zred} = \beta_{pom} + \operatorname{tg} \alpha (\underline{U} \cos \beta + \underline{V} \sin \beta). \quad (6)$$

Jednocześnie na podstawie wyznaczonych z wyrównania wielkości niewiadomych \underline{U} i \underline{V} , możemy obliczyć odchylenie osi teodolitu od linii pionu

$\gamma_{max} = \sqrt{\underline{U}^2 + \underline{V}^2}$ oraz kierunek $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\underline{V}}{\underline{U}}$ zgodnie z oznaczeniami na rys. 14.

W tabelicy 1 zawarty jest przykład wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu przy wykorzystaniu odczytów koła pionowego.

2.2. Wykorzystanie metody omówionej w punkcie 2.1. do wyznaczania różnic pochylenia osi teodolitu ustawianego wielokrotnie na stanowisku

Oznaczmy odczyty koła pionowego dokonane przy pierwotnym ustawieniu teodolitu na stanowisku przez: z_1, z_2, \dots, z_n oraz odczyty koła pio-

*) W publikacji [2] wzór redukcyjny dla różnic kierunków wyprowadzony został przy wykorzystaniu $\eta_{\beta-90}$, ze zmianą znaku η . Różnica w zastosowanym tu wyprowadzeniu wzoru redukcyjnego dla kierunków, dotycząca zwrotu płaszczyzny prostopadłej do płaszczyzny kolimacyjnej, uwidoczniła się przez przyjęcie $\gamma_{\beta+90}$, posiada charakter formalny.

nowego wykonane przy tych samych położeniach alidady podczas aktualnego ustawienia teodolitu na stanowisku przez: $z'_1, z'_2 \dots z'_n$. Można napisać dwa układy równań o postaci (4), przy czym dla danego położenia alidady będzie:

$$\begin{aligned} \delta - z_0 - z_{sr} + \underline{U} \sin \beta_i - \underline{V} \cos \beta_i &= z_i - z_{sr}, \\ \delta' - z'_0 - z'_{sr} + \underline{U}' \sin \beta_i - \underline{V}' \cos \beta_i &= z'_i - z'_{sr}. \end{aligned} \quad (7)$$

Odejmując od siebie stronami równania (7) otrzymamy:

$$\begin{aligned} \delta - z_0 - z_{sr} - (\delta' - z'_0 - z'_{sr}) + (\underline{U} - \underline{U}') \sin \beta_i - (\underline{V} - \underline{V}') \cos \beta_i &= \\ = z_i - z_{sr} - (z'_i - z'_{sr}). \end{aligned}$$

Oznaczając $\delta - z_0 - z_{sr} - (\delta' - z'_0 - z'_{sr}) = W$, $\underline{U} - \underline{U}' = U$, $\underline{V} - \underline{V}' = V$, otrzymamy równanie poprawki różnic odczytów koła pionowego o postaci:

$$W + U \sin \beta_i - V \cos \beta_i = z_i - z_{sr} - (z'_i - z'_{sr}) + v_i.$$

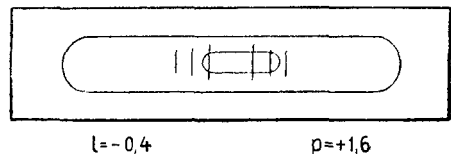
Rozwiązanie układu równań poprawek różnic odczytów koła pionowego prowadzi do wyznaczenia U i V służących do redukcji różnic kierunków poziomych ze względu na różnice pochyłeń osi teodolitu. Do tego celu służy wzór:

$$d\beta_{zred} = \beta - \beta' - \operatorname{tg} \alpha (U \cos \beta + V \sin \beta). \quad (8)$$

Podam dla wyjaśnienia, że we wszystkich wzorach należy używać przybliżone wartości funkcji kierunków i kątów, tam gdzie występują jako składniki iloczynów zawierających niewiadome. W związku z tym zmiany różniczkowe tych kątów nie zmieniają przybliżonych wartości ich funkcji.

2.3. Metoda wykorzystania odczytów libeli głównej dla wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji

Po spoziomowaniu teodolitu na stanowisku odczytujemy położenie końców pęcherzyka libeli l_{il}, p_{il} , przy czym oznaczenie i wskazuje, że ustawienie alidady odpowiada kierunkowi śladu β_i płaszczyzny, w przybliżeniu pionowej, zawierającej oś celową. Odczyty położenia końców pęcherzyka libeli wykonujemy zgodnie z systemem określonym na rys. 16.



Rys. 16

Między odczytami położenia końców pęcherzyka libeli a odchyleniem osi teodolitu od linii pionu w płaszczyźnie zawierającej oś podłużną libeli zachodzi związek:

$$\frac{l_{il} + p_{il}}{2} + \delta = -\gamma_i, \quad (9)$$

gdzie δ — niewiadoma o wielkości zależnej od błędu rektyfikacji libeli. Po obróceniu alidady o 180° możemy wykonać odczyty położenia pęcherzyka libeli l_{iII} , p_{iII} . Wówczas wzór (9) — przy założeniu że wpływ błędu rektyfikacji został zniesiony — zastąpimy wzorem:

$$\frac{l_{iI} + p_{iI} + l_{iII} + p_{iII}}{4} = -\gamma_i \quad (10)$$

Aby wyrazić γ_i za pośrednictwem \underline{U} , \underline{V} , o znaczeniu identycznym jak w p. 2.1., napiszemy:

$$-\frac{l_{iI} + p_{iI} + l_{iII} + p_{iII}}{4} = \underline{U} \sin(\beta_i + 90^\circ) - \underline{V} \cos(\beta_i + 90^\circ),$$

otrzymując w rezultacie wzór:

$$\underline{U} \cos \beta_i + \underline{V} \sin \beta_i = -\frac{l_{iI} + p_{iI} + l_{iII} + p_{iII}}{4} \quad (11)$$

Wobec wykonywania odczytów położenia pęcherzyka libeli przy różnych ustawieniach alidady, odpowiadających kierunkom śladów płaszczyzn pionowych, zawierających oś celową lunety $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n$, dla wyznaczenia niewiadomych \underline{U} , \underline{V} rozwiązujemy układ równań poprawek odczytanych wychyleń położenia pęcherzyka libeli:

$$\underline{U} \cos \beta_1 + \underline{V} \sin \beta_1 = -\frac{l_{1I} + p_{1I} + l_{1II} + p_{1II}}{4} + v_1,$$

$$\underline{U} \cos \beta_2 + \underline{V} \sin \beta_2 = -\frac{l_{2I} + p_{2I} + l_{2II} + p_{2II}}{4} + v_2,$$

.....

$$\underline{U} \cos \beta_n + \underline{V} \sin \beta_n = -\frac{l_{nI} + p_{nI} + l_{nII} + p_{nII}}{4} + v_n.$$

W tablicy 2 zawarty jest przykład wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu przy wykorzystaniu odczytów libeli.

2.4. Wykorzystanie metody omówionej w punkcie 2.3. do wyznaczenia różnic pochylenia osi teodolitu ustawianego wielokrotnie na stanowisku

Oznaczając podobnie jak w p. 2.2. $U - U' = U$, $V - V' = V$, możemy wyznaczyć wielkości U , V na podstawie rozwiązania układu równań poprawek różnic odczytanych wychyleń pęcherzyka libeli. Równanie różnic wychyleń pęcherzyka libeli posiada postać:

$$U \cos \beta_i + V \sin \beta_i = \frac{l'_{iI} + p'_{iI} + l'_{iII} + p'_{iII} - (l_{iI} + p_{iI} + l_{iII} + p_{iII})}{4} + v_i$$

Wyznaczone z rozwiązania układu równań różnic wychyleń pęcherzyka libeli wielkości U , V wykorzystujemy do redukcji różnic kierunków poziomych, podstawiając je do wzoru (8).

2.5. Dodatkowe uwagi dotyczące metod omówionych w punktach 2.1-4.

Nasuwa się na myśl możliwość zastosowania umowy dotyczącej obioru kierunków ustawiania alidady przy odczytywaniu koła pionowego lub położenia pęcherzyka libeli, w celu wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu, względnie w celu wyznaczenia różnic pochyłeń osi teodolitu. Najkorzystniej jest, gdy ustawienia alidady różnią się kolejno między sobą o kąt $\frac{360^\circ}{n}$, gdzie n — ilość ustawień alidady. Taki system odczytów stosowany jest np. przy badaniu stałości osi teodolitu, gdzie na ogół przyjmuje się $n = 16$, tj. kolejne kierunki różnią się między sobą o $22^\circ 30'$.

Zastanówmy się nad optymalną liczbą ustawień alidady przy odczytach mających na celu wyznaczenie położenia osi teodolitu. Można przyjąć, że wyznaczenie odchylenia osi od linii pionu, względnie od poprzedniego ustawienia, jest dostatecznie pewne przy dwu odczytach nadliczbowych. Wówczas bowiem błąd średni błędu średniego jest równy 0,5 błędowi średniego. Z drugiej strony należy zbadać jaki jest błąd średni wyznaczenia odchylenia osi od linii pionu w zależności od błędu typowego spostrzeżenia (m_0) oraz ilości odczytów (ilości ustawień alidady). Błąd ten możemy scharakteryzować wzorem:

$$m_r = m_0 \sqrt{\frac{n}{[\sin^2 \beta][\cos^2 \beta] - [\sin \beta \cos \beta]^2}}$$

W oparciu o powyższy wzór wyznaczmy szereg wielkości $\frac{m_r}{m_0}$ w zależności od ilości równomiernie rozłożonych ustawień alidady „ n ”.

n	3	4	6	8
$\frac{m_r}{m_0}$	1,16	1,00	0,82	0,71

Ponieważ błąd chwiania się osi teodolitu może sięgać 0,2 działki libeli głównej, zaś dokładność odczytu koła pionowego względnie położenia pęcherzyka libeli jest nie mniejsza, możemy poprzestać na dokładności wyznaczenia niewiadomych, odpowiadającej dwu spostrzeżeniom nadliczbowym, tj. przy wykorzystaniu odczytów koła pionowego powinniśmy ustawić alidadę w 5—6 kierunkach, zaś przy wykorzystaniu odczytów libeli — w 4—5 kierunkach.

W przypadku stosowania się do określonej umowy wygodne jest posługiwanie się przy obliczeniach krakowianem transformującym odpowiednie odczyty na niewiadome.

Na przykład krakowian transformujący odczyty libeli (zaobserwowane wychylenia pęcherzyka) na niewiadome \underline{U} , \underline{V} , przy 4 ustawieniach alidady różniących się między sobą o kąt 90° , posiada następującą postać: *)

$$\mathbf{t} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,0 \\ 0,0 & 0,5 \\ -0,5 & 0,0 \\ 0,0 & -0,5 \end{pmatrix}$$

Sposób korzystania z tego krakowianu może scharakteryzować następujący przykład.

Wykonano odczyty libeli, które posłużyły do obliczenia wielkości wychyleń pęcherzyka równych odpowiednio dla kolejnych ustawień alidady: $-17''$, $8''$, $14''$, $-9''$. Wykonujemy mnożenie krakowianowe:

$$\begin{pmatrix} 17 \\ -8 \\ -14 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,5 & 0,0 \\ 0,0 & 0,5 \\ -0,5 & 0,0 \\ 0,0 & -0,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15,5 \\ -8,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{U} \\ \underline{V} \end{pmatrix}$$

*) Krakowian transformujący oblicza się zgodnie z wzorem $\mathbf{t} = [(\mathbf{a}^2)^{-1} \cdot \boldsymbol{\tau} \mathbf{a}]$. Bliższe wyjaśnienia dotyczące teoretycznej strony tego zagadnienia znajdzie czytelnik w publikacji [1]. Przykładowo podaję pełne obliczenie krakowianu transformującego, wymienionego w tekście:

Równania poprawek wychyleń pęcherzyka libeli (tabela współczynnikowa)

Kierunek	$\cos \beta$	$\sin \beta$
0°	1,00	0,00
90	0,00	1,00
180	-1,00	0,00
270	0,00	-1,00

Równania normalne (tabela współczynnikowa)

$$(\mathbf{a}^2) \begin{pmatrix} 2,00 & 0,00 \\ 0,00 & 2,00 \end{pmatrix}$$

Odwrotność tabeli współczynnikowej

$$(\mathbf{a}^2)^{-1} \begin{pmatrix} 0,50 & 0,00 \\ 0,00 & 0,50 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{a}^2)^{-1} \begin{pmatrix} 0,50 & 0,00 \\ 0,00 & 0,50 \end{pmatrix} \boldsymbol{\tau} \mathbf{a} \begin{pmatrix} 1,00 & 0,00 & -1,00 & 0,00 \\ 0,00 & 1,00 & 0,00 & -1,00 \end{pmatrix} = \mathbf{t} \begin{pmatrix} 0,5 & 0,0 \\ 0,0 & 0,5 \\ -0,5 & 0,0 \\ 0,0 & -0,5 \end{pmatrix}$$

Podobnie np. krakowian transformujący odczyty koła pionowego, wykonane przy 4 ustawieniach alidady różniących się kolejno o kąt 90° , na niewiadome \underline{U} , \underline{V} posiada postać:

$$\begin{pmatrix} 0,25 & 0,00 & -0,50 \\ 0,25 & 0,50 & 0,00 \\ 0,25 & 0,00 & 0,50 \\ 0,25 & -0,50 & 0,00 \end{pmatrix}$$

Sposób korzystania z tego krakowianu może scharakteryzować następujący przykład: Wykonano odczyty koła pionowego: $z_0 = 87^\circ 14' 32''$, $z_{90} = 87^\circ 14' 40''$, $z_{180} = 87^\circ 14' 42''$, $z_{270} = 87^\circ 14' 32''$. Obliczono z tych odczytów wartość średnią $z_{sr} = 87^\circ 14' 36'',5$.

Wyznaczenie niewiadomych polega na wykonaniu mnożenia krakowianowego:

$$\begin{pmatrix} -4'',5 \\ 3,5 \\ 5,5 \\ -4,5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,25 & 0,00 & -0,50 \\ 0,25 & 0,50 & 0,00 \\ 0,25 & 0,00 & 0,50 \\ 0,25 & -0,50 & 0,00 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0 \\ 4,0 \\ 5,0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{W} \\ \underline{U} \\ \underline{V} \end{pmatrix}$$

Jest rzeczą godną podkreślenia, że w przypadku odczytywania koła pionowego przy n ustawieniach alidady, różniących się kolejno o kąt $\frac{360^\circ}{n}$, niewiadoma \underline{W} (względnie W) uzyskuje zawsze wartość zero, co wynika z odejmowania od poszczególnych odczytów średniej ze wszystkich dokonanych odczytów. Pozwala to na pomijanie wyznaczenia \underline{W} (W).

3. Badanie dokładnościowe metod wyznaczenia odchyień od linii pionu i różnic pochyleń osi teodolitu

3.1. Część I badań dokładnościowych

I część niniejszych badań oparta jest na analizie materiałów polowych z pomiarów przeprowadzonych na przełomie maja i czerwca 1961 r. Jako miejsce pomiarów wybrana została sieć kontrolna, służąca do wyznaczania odkształceń jednej z zapór wodnych na Podkarpaciu. Szczególnie istotna była tu sprawa praktycznego stwierdzenia możliwej do uzyskania dokładności pomiaru kątów pionowych w terenie o dużej zmienności wpływu refrakcji wskutek przebiegu celowych ponad wodą, nad terenem pokrytym roślinnością, w pobliżu zboczy naturalnych i wysokich ścian betonowych.

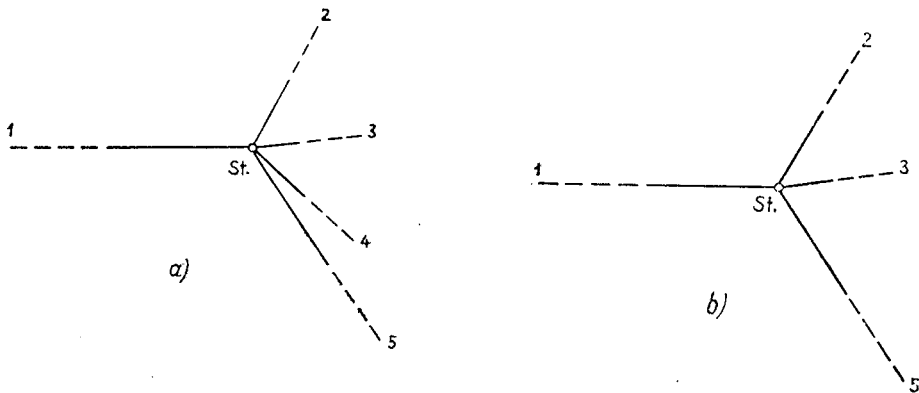
Badanie miało na celu wyznaczenie błędu średniego pojedynczego poziomowania teodolitu klasy Wild T-2, posiadającego libelę główną o prze-

wadze 20'' oraz wyznaczenie błędów średnich określenia różnic pochyłeń osi teodolitu, przy wykorzystaniu metody pomiaru kątów pionowych oraz odczytów położenia pęcherzyka libeli głównej. Niezależnie od tego, badanie miało określić w jakim stopniu zredukowanie różnic kierunków poziomych, ze względu na różnice pochylenia osi teodolitu, poprawia wyniki wyznaczenia przesunięć stanowiska. Ta część badania oparta została na określeniu błędów prawdziwych wyznaczonych przesunięć stanowiska.

3.1.1. Opis badań polowych

a) Projekt

Jako stanowisko teodolitu przyjęto słup obserwacyjny sieci kontrolnej, posiadający w swej górnej powierzchni wyborowane dwa otwory do mechanicznego centrowania spodarki teodolitu. Wzajemna odległość osi tych otworów została zmierzona z dokładnością 0,1 mm i wynosi 28,2 mm. Jako celowniki dla obserwacji przyjęto: znak namalowany na ścianie bocznej sąsiedniego stanowiska sieci kontrolnej oraz 4 celowniki osadzone w murze zapory, na wysokości około 28 m powyżej stanowiska teodolitu. W celu wyznaczenia różnic położenia (dx , dy) teodolitu, przy kolejno zmieniającym się ustawianiu go na obu otworach centrowniczych, zaprojektowano wykorzystanie pomiaru kierunków na 5 wspomnianych celownikach (rys. 17a). W celu wyznaczenia różnicy wysokości dz i różnic pochyłeń osi teo-



Rys. 17

dolitu (U , V) zaprojektowano wykorzystanie pomiaru kątów pionowych na 4 celowniki, zgodnie z rys. 17b, oraz wykorzystanie odczytów libeli głównej, wykonanych przy nacelowaniach na wspomniane 4 celowniki.

Projekt badań przewidywał wielokrotne wykonanie pomiarów wyznaczających zmiany ustawienia teodolitu, wynikające z przestawiania go z jednego otworu centrowniczego na drugi i z błędów poziomowania przed

każdym pomiarem. Projekt ten oparty został o założenie, że zarówno słup obserwacyjny, będący stanowiskiem teodolitu, jak i celowniki użyte przy pomiarach zachowują niezmiennie położenie. Ponieważ nie istniała możliwość pomiarowego sprawdzania niezmienności tych elementów, sprawdzano jedynie czy w trakcie trwania doświadczeń nie występują wyraźne przyczyny, które mogłyby spowodować niespełnienie się wymienionych założeń. Ponadto, aby ustrzec się przed ruchami elementów przyjętych za stałe, w trakcie opracowania wyników porównywano tylko pomiary wykonane w krótkich odstępach czasu.

b) P o m i a r

Pomiary wykonano w okresie 25. V — 8. VI. 1961 teodolitem Wild T-2 nr 10 934.

Po ustawieniu teodolitu na jednym z otworów centrowniczych (przy stałe jednakowo skierowanej spodarce) poziomowano go z dużą starannością, a następnie wykonywano pomiar w kolejności:

1. I seria pomiaru kierunków z odczytywaniem położenia pęcherzyka libeli,

2. I seria pomiaru kątów pionowych,

a następnie po dwie dalsze serie pomiaru kierunków z odczytami libeli i kątów pionowych, w tym samym co uprzednio porządku.

W trakcie wykonywania powyższego cyklu pomiarowego, określającego położenie teodolitu nie poruszano śrub nastawniczych, a w trakcie wykonywania pomiaru jednej serii kątów pionowych nie zmieniano położenia libeli kolimacyjnej względem koła pionowego.

Wykonano łącznie 31 pomiarów, z których do badania dokładnościowego wykorzystano 28. Pozostałe pomiary, opatrzone nr nr 5—7, nie weszły do badania wskutek celowego nieprzestrzegania konieczności starannego poziomowania teodolitu przed pomiarem, dla sprawdzenia w praktyce słuszności wyprowadzonych związków w oparciu o duże wartości niewiadomych.

Pomiar kierunków odbywał się stale przy wykorzystaniu tych samych części limbasa. 23 początkowe pomiary wykonano ponadto przy wykorzystaniu tych samych części mikrometru przy poszczególnych seriach, zaś pozostałe pomiary wykonano z przesuwaniem mikrometru o $\frac{1}{3}$ jego długości, przy kolejnych seriach. Nie zauważono istotnych różnic w rozkładzie otrzymanych wyników przy obu stosowanych sposobach pomiaru.

Stwierdzono istnienie runu mikrometru i wyznaczono jego wielkość w warunkach zgodnych z przeciętnymi warunkami pomiarów. Wyznaczona wielkość runu okazała się równa $+ 2''{,}5$, z błędem średnim wyznaczenia $0''{,}5$.

W czasie pomiarów starano się ograniczyć do minimum zmiany wysokości własnej teodolitu, wynikające z pokręcania śrubami nastawniczymi. Wobec tego wyznaczone wielkości d_z można uważać za wynikające w przeważającej części z błędów pomiaru kątów pionowych, z wyjątkiem wyrównania nr 10, przy którym obserwacja aktualna została wykonana po zmianie wysokości własnej teodolitu, równej około 2 mm. Zmiany wysokości własnej teodolitu przy pozostałych pomiarach szacuję jako nie przekraczające 0,2 mm. Zmiany wysokości osi celowej, wynikające z przestawiania teodolitu z jednego otworu na drugi, wobec odchylenia płyty słupa o ok. 10' od położenia poziomego, nie przekraczają 0,1 mm.

Jako zasadę przyjęto wykonywanie pomiarów tylko w warunkach bezsłonecznej pogody aby nie zaciemniać wyników badań zbyt dużą różnorodnością wpływów środowiska. Pomiarów wykonywano więc albo przy pochmurnym niebie, albo po uzyskaniu cienia po zejściu słońca za wzgórze.

c) P o l o w e o p r a c o w a n i e w y n i k ó w o b s e r w a c j i

Opracowanie wyników obserwacji na stanowisku polegało na dokonaniu obliczeń kierunków średnich zredukowanych do kierunku wyjściowego, po uprzednim rozrzuceniu odchyłki zamknięcia horyzontu, na obliczeniu kątów pionowych i średnich położzeń pęcherzyka libeli. Dalsza część opracowania połowego to zestawienia stacyjne kierunków i kątów pionowych oraz obliczenie błędów średnich pojedynczego kierunku i kąta pionowego z błędów pozornych.

3.1.2. Opis obliczeń kameralnych

Dla dalszego wykorzystania wyników pomiaru wykonano zestawienie obserwacji średnich (kierunków, kątów pionowych, wychyleń pęcherzyka libeli) wraz z błędami średnimi kierunków. Zestawienie to, zawarte w tabelicy 3, posłużyło do obliczenia różnic d_α , d_β oraz różnic wychyleń pęcherzyka libeli. Zgodnie z tym, co już uprzednio powiedziałem, przyjęto zasadę wyrównywania różnic obserwacji wykonanych kolejno w czasie, aby uczynić początkowe założenia o niezmienności położenia celowników i słupa obserwacyjnego jak najbardziej realnym. Taki sposób opracowania wyników powinien zabezpieczyć spełnienie się wspomnianych założeń z uwagi na to, że poszczególne kolejne pomiary są od siebie odległe w czasie nieznacznie (patrz daty w tabelicy 3), a jednocześnie stosunkowo małe zmiany stanu wody górnej oraz dosyć jednolita pogoda i temperatura powietrza dają duże prawdopodobieństwo, że wyznaczone wielkości przesunięć i różnic pochyłeń nie wynikają z różnic położenia słupa obserwacyjnego ani celowników.

Do obliczonych różnic kierunków wprowadzono poprawki ze względu na run mikrometru w tych przypadkach, gdy różnica $d\beta$ powstała w wyniku odjęcia kierunków różniących się w zapisie o jednostkę dziesiątek minut np.

$$\begin{aligned} \beta & 143^\circ 58' 35''.7 \\ \beta' & 144 \quad 00 \quad 21,1 \\ d\beta & -1'45''.4 + 2''.5 = 1'42''.9 \end{aligned}$$

a) Obliczenie wyników uzyskanych przy wykorzystaniu pomiaru kierunków i kątów pionowych

Ponieważ odległość otworów centrowniczych na słupie obserwacyjnym była dość znaczna, zaszła konieczność jednoczesnego, nie zaś kolejnego wyznaczenia niewiadomych przy wykorzystaniu łącznym różnic kierunków i kątów pionowych. W tym celu ułożono równania poprawek różnic kierunków i kątów pionowych, oparte na zależnościach wyprowadzonych w publikacji [2], wzory (10), (13). Dla przypomnienia podaję formę równania poprawki różnic kątów pionowych:

$$\begin{aligned} dz \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho}{d} - dx \frac{\sin 2\alpha \cos \beta \cdot \varrho}{2d} - dy \frac{\sin 2\alpha \sin \beta \cdot \varrho}{2d} + \\ + U \sin \beta - V \cos \beta = d\alpha + v_{d\alpha}, \end{aligned}$$

oraz formę równania poprawki różnic kierunków:

$$S - dx \frac{\sin \beta \cdot \varrho}{d} + dy \frac{\cos \beta \cdot \varrho}{d} - U \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha - V \sin \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha = d\beta + v_{d\beta}.$$

Łączne wyrównanie układu równań różnic kierunków i kątów pionowych wymaga zrównoważenia dokładnościowego. Na podstawie obliczonych przy wyrównaniach stacyjnych błędów kierunków i kątów pionowych można było przyjąć, że stosunek błędów odpowiednich różnic jest równy w przybliżeniu $\frac{m_\beta}{m_\alpha} = 1/2$. Zrównoważenie dokładnościowe polegało w niniejszym przypadku na pomnożeniu równań poprawek różnic kątów pionowych przez wymienioną wielkość stosunku błędów odpowiednich różnic obserwacji.

Stosując obliczenie niewiadomych przy wykorzystaniu krakowianu transformującego, możemy zapisać zachodzący związek w postaci krakowianowej: $\mathbf{x} = \mathbf{l}[(\mathbf{apa})^{-1} \mathbf{pa}]$.

Wzór na błąd typowego spostrzeżenia po wyrównaniu przyjmie postać:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[v_i v_\beta] + \left| v_x \frac{m_\beta}{m_\alpha} \cdot v_x \frac{m_i}{m_\alpha} \right|}{n_n}} = \sqrt{\frac{[v_\beta v_\beta] + \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha} \right)^2 [v_i v_i]}{n_n}}$$

Stosunek błędu typowego spostrzeżenia po wyrównaniu do odpowiedniego błędu wyznaczonego a priori z wyrównań stacyjnych wyznaczmy z wzoru:

$$\left(\frac{m_0}{m_\beta} \right) = \frac{m_0}{m_\beta}$$

Błąd średni którejkolwiek niewiadomej obliczymy z wzoru:

$$m_x = m_0 \cdot Q_x,$$

gdzie: Q_x — element odwrotności równań normalnych leżący na przekątnej głównej w miejscu odpowiadającym niewiadomej x .

Dane do obliczenia krakowianu transformującego różnice obserwacji na niewiadome oraz krakowian transformujący zawarte są w tablicy 4.

Wyznaczone w niniejszym doświadczeniu wielkości niewiadomych z kolejnych wyrównań zawarte są w tablicy 5.

W tablicy 6 zestawione są wszelkie dane wyniki z pomiaru i wyrównania, służące do przeprowadzenia analizy dokładności. W tablicy tej poszczególne wielkości posiadają znaczenie zgodne z poniższymi określeniami:

ε — różnica między odległością otworów centrowniczych zmierzoną bezpośrednio i wyznaczoną z wzoru: $dr = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, można więc przyjąć, że jest to błąd prawdziwy wyznaczenia wielkości dr jeśli się założy, że bezpośredni pomiar odległości osi otworów jest bezbłędny.

$m_\beta = \sqrt{\mu^2 + \mu'^2}$, gdzie μ , μ' są odpowiednio błędami pojedynczego kierunku wyznaczonego z trzech serii, w obserwacji poprzedzającej i następującej, obliczonymi przy zestawieniach stacyjnych. W rezultacie m_β jest błędem różnicy kierunków (skrętu) określonym a priori. Zdaniem autora, wzór ten nie określa w sposób właściwy wielkości błędu skrętu, ponieważ nie uwzględnia zmian warunków obserwacji następującej w stosunku do warunków obserwacji poprzedzającej. Niewątpliwie, różnice kierunków obciążone są błędami wynikającymi z błędów obserwacji oraz z błędów spowodowanych niedokładnością wprowadzonej poprawki za run mikrometru, nierównomiernością podziału mikrometru, różnicami warunków poszczególnych obserwacji (np. różnice w oświetleniu poszczególnych celowników powodujące pozorne przesunięcie, różnice w ustawieniu

lusterka oświetlającego system odczytowy itp.). Dotychczas nie zostały opracowane kryteria, które by pozwoliły oszacować wielkość wpływów tych czynników na błąd skrętu. W niniejszym opracowaniu szacuję ich wielkość jako w przybliżeniu równą $1''$. Wobec tego, wzór na błąd skrętu ustalony a priori przyjmie postać $m'_\beta = \sqrt{\mu^2 + \mu'^2 + 1''^2}$. Podkreślając dużą niedoskonałość zastosowanego wzoru stwierdzam, że nie widzę w chwili obecnej lepszej drogi ustalenia jego formy oraz oszacowania wielkości wpływu poszczególnych czynników.

$(r'_2)^0 = \frac{m_0}{m'_\beta}$ — stosunek błędu typowego spostrzeżenia po wyrównaniu do odpowiedniego błędu wyznaczonego a priori. Wielkość tego stosunku powinna być zbliżona do jedności w granicach, które są zależne od ilości spostrzeżeń nadliczbowych, biorących udział w wyznaczeniu błędów tworzących licznik i mianownik.

$\frac{1}{m_r} = \frac{1}{m_0 \sqrt{Q_x + Q_y}}$, gdzie Q_x, Q_y — współczynniki wagowe, obliczone jako elementy tabeli odwrotności równań normalnych, odpowiadające położeniem niewiadomym dx, dy . Jest to więc odwrotność błędu średniego wielkości dr .

$\frac{\varepsilon}{m_r}$ — stosunek uzyskanego błędu prawdziwego do błędu średniego wielkości dr . Szereg wielkości $\frac{\varepsilon}{m_r}$ powinien podlegać rozkładowi normalnemu, co możemy sprawdzić poddając go porównaniu z tablicą prawdopodobieństw nieprzekroczenia bezwzględnej wartości wielokrotności błędu średniego oraz sprawdzając symetrię rozkładu z uwzględnieniem znaków występujących wielkości.

$\eta_{max} = \sqrt{U^2 + V^2}$ — wyznaczona wielkość odchylenia osi teodolitu przy pomiarze następującym, w stosunku do położenia przy pomiarze poprzedzającym. Ponieważ przy każdym pomiarze teodolit był starannie poziomowany, możemy na podstawie szeregu uzyskanych wielkości η_{max} ocenić błąd średni pojedynczego poziomowania. W tym celu posłużymy się

wzorem: $M_{poz} = \sqrt{\frac{[\eta_{max}^2]}{2n}}$, gdzie n — ilość wyznaczonych wielkości η_{max} .

$m_\eta = m_0 \sqrt{Q_U + Q_V}$ — błąd określenia różnicy pochyłeń osi teodolitu, obliczony na podstawie wyrównania, jako błąd funkcji wielkości wyrównanych.

Na podstawie szeregu wielkości ε można obliczyć błąd średni pojedynczego wyznaczenia dr : $M_r = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n}}$ przy założeniu, że wszystkie wielkości ε powstały w wyniku wyrównania jednakowo dokładnych różnic ob-

serwacji. Uwzględniając różnice dokładności poszczególnych obserwacji

$$\text{możemy błąd ten obliczyć ze wzoru } M'_r = \sqrt{\left[\frac{\varepsilon\varepsilon}{m_r m_r} \right] : \left[\frac{1}{m_r m_r} \right]}.$$

Na podstawie całego szeregu wyrównań pozwalających na obliczenie poszczególnych wielkości m_0 możemy również obliczyć błąd średni okre-

ślenia różnicy pochyień osi teodolitu $M_n = \sqrt{\left[\frac{m_n^2}{n} \right]}$. Ponadto na podstawie

uzyskanych wartości niewiadomych dz możemy — zgodnie z postawionymi uprzednio założeniami — obliczyć błąd średni określenia różnicy wy-

sokości $M_z = \sqrt{\left[\frac{dz^2}{n} \right]}$ z wyłączeniem wielkości dz z wyrównania nr 10,

obciążonej dużym wpływem zmiany wysokości własnej teodolitu.

b) Obliczenie wyników uzyskanych przy wykorzystaniu pomiaru kierunków i odczytów położenia pęcherzyka libeli głównej

Obliczenie różnic pochyień osi teodolitu polegało tu na ułożeniu i wielokrotnym rozwiązaniu układu równań poprawek różnic wychyleń pęcherzyka libeli. Następnie dokonano redukcji różnic kierunków ze względu na wyznaczone różnice pochyień osi oraz wyznaczono na podstawie tak zredukowanych różnic kierunków niewiadome dx , dy .

Wyznaczenie przesunięć poziomych o składowych dx , dy opiera się w tym przypadku na ułożeniu i rozwiązaniu układu równań poprawek zredukowanych różnic kierunków o postaci:

$$S - dx \frac{\sin \beta \cdot \rho}{d} + dy \frac{\cos \beta \cdot \rho}{d} = d\beta_{zred} + v_{di}.$$

Obliczenie niewiadomych U i V polegało na wykorzystaniu krakowianu transformującego wychylenia pęcherzyka libeli, zaś obliczenie niewiadomych dx , dy — na wykorzystaniu krakowianu transformującego zredukowane różnice kierunków. Obydwa krakowiany zawarte są w tabelicy 7.

W tabelicy 8 podane są wyniki wyrównania różnic odczytów (wychyleń pęcherzyka libeli) oraz zredukowanych różnic kierunków.

W tabelicy 9 zestawione są wszelkie dane służące do przeprowadzenia analizy dokładności.

c) Obliczenie wyników uzyskanych przy wykorzystaniu pomiaru kierunków

W oparciu o krakowian transformujący różnice kierunków na niewiadome obliczono S , dx , dy i zestawiono w tabelicy 10. W tabelicy tej zestawiono również dane służące do przeprowadzenia analizy dokładności. W ni-

niejszym przypadku różnice kierunków nie zostały zredukowane ze względu na różnice pochylenia osi teodolitu.

3.1.3. Omówienie wyników I części badań dokładnościowych

Należy na początku podkreślić, że we wszystkich trzech wariantach obliczeń 3.1.2. (a, b, c) użyto te same zaobserwowane wielkości kierunków poziomych. Różnica więc między poszczególnymi wariantami polega jedynie na zredukowaniu względnie niezredukowaniu wielkości różnic kierunków, w celu obliczenia przesunięć poziomych stanowiska, oraz na rodzaju użytych do redukcji wskazań określających różnice pochylenia osi.

Kryterium, określającym efekt dokładnościowy zastosowania pomiaru kątów pionowych, względnie odczytów libeli, dla określenia różnic pochylenia osi teodolitu, może być otrzymana wielkość stosunku $\frac{M_n}{\sqrt{2} M_{poz}}$. Wielkość ta wyniosła dla kątów pionowych 0,43, zaś dla odczytów libeli 0,25. Powiemy więc że określenie różnicy pochylenia przy wykorzystaniu pomierzonych kątów pionowych było obciążone błędem średnim równym 43% przeciętnie występującej różnicy pochylenia, zaś odpowiednio — określenie różnicy pochylenia przy wykorzystaniu odczytanych wychyleń libeli było obciążone błędem średnim równym 25% przeciętnie występującej różnicy pochylenia.

Jako następne kryterium przyjmujemy efekt dokładnościowy wynikający z wprowadzenia redukcji różnic kierunków ze względu na stwierdzone różnice pochylenia osi teodolitu. Efekt ten daje się przedstawić w postaci różnic w uzyskanych dokładnościach wyznaczenia przesunięcia poziomego. Dokładności te charakteryzują uzyskane wielkości błędów średnich M_r , M'_r . Ponieważ wielkości te zostały uzyskane przy wykorzystaniu błędów prawdziwych wyznaczonych przesunięć, możemy odnosić się do nich z dużym zaufaniem. Poniżej zamieszczam zestawienie uzyskanych w doświadczeniu wielkości M_r , M'_r .

Wielkości M_r , M'_r uzyskane przy wykorzystaniu różnic kierunków:		
zredukowanych z uwzgl. różnic kątów pionowych	zredukowanych z uwzgl. różnic wychyleń pęcherzyka libeli głównej	niezredukowanych
0,62 mm	0,58 mm	1,23 mm
0,58	0,69	1,12

W oparciu o wyżej zestawione wielkości możemy stwierdzić, że redukcja różnic kierunków z wykorzystaniem zarówno różnic kątów piono-

wych, jak i różnic wychyleń pęcherzyka libeli głównej spowodowała około dwukrotne zmniejszenie błędu średniego wyznaczenia przesunięć stanowiska, w stosunku do błędu średniego wyznaczenia przy wykorzystaniu różnic kierunków nie zredukowanych.

W tym miejscu należy dodać, że w praktyce stosuje się poprawianie poziomowania teodolitu na stanowisku po każdej serii pomiaru w celu zmniejszenia błędów spowodowanych odchyleniem osi od linii pionu i pośrednio — spowodowanych różnicami pochylenia osi teodolitu przy pomiarze wyjściowym i aktualnym. Wydaje się, że czynność ta nie poprawia w sposób decydujący dokładności, pozwala jedynie uniknąć popełnienia wyraźnie dużych błędów w przypadku zaniechania redukcji kierunków ze względu na pochylenia osi. Wydaje się, że niezależnie od efektu dokładnościowego, wynikającego z wprowadzania redukcji, bardziej właściwe jest nieporuszanie teodolitu ustawionego na stanowisku przez cały okres pomiaru i określanie położenia jego osi po każdej serii, bowiem oprócz możliwości zredukowania kierunków mamy możliwość oceny, czy różnice wskazań libeli przy poszczególnych seriach wynikają z poruszenia się instrumentu czy też są spowodowane przez wpływy termiczne oddziaływające na samą libelę. Jako przykład mogę podać, że w trakcie wykonywania pomiarów wielokrotnie odczyty libeli w pierwszej i trzeciej serii nie różniły się w sposób zasadniczy, natomiast w serii drugiej wyraźnie „odskakiwały”. Zakładając, że sytuacja taka nie była spowodowana luzami systemu osiowego można powiedzieć, iż wynikała ona wyłącznie z oddziaływania środowiska na libelę, natomiast teodolit nie był poruszony w czasie pomiaru. Oczywiście zdarzały się również przypadki, gdy odskoki odczytów libeli zachodziły w pierwszej lub trzeciej serii. W tych przypadkach również nie można powiedzieć z pewnością, że zostały spowodowane poruszeniem teodolitu i należy dla uzyskania w tej mierze odpowiedzi przeanalizować dodatkowo rozbieżności w kierunkach zaobserwowanych w danej serii w stosunku do kierunków w pozostałych seriach.

Należy przypuszczać, że wyrównanie różnic kierunków, do których zostały wprowadzone redukcje ze względu na zachodzące różnice położenia osi teodolitu, powinno prowadzić nie tylko do zwiększenia dokładności (co zostało powyżej stwierdzone), lecz również rozkład szeregu wielkości $\frac{\varepsilon}{m_r}$ powinien być bardziej zbliżony do rozkładu normalnego. Aby to zbadać porównamy procentową liczbę przypadków $\frac{\varepsilon}{m_r}$ o wielkościach mniejszych odpowiednio od 0,5, 1,0, 1,5 ... z prawdopodobieństwami P nieprzekroczenia podanych wielokrotności błędu średniego. Poniżej zamieszczam w tabelce zestawienie tych wielkości.

Rozkład uzyskanych wielkości $\frac{\varepsilon}{m_r}$ przy wykorzystaniu różnic kierunków:							
		zredukowanych z uwzgl. różnic kątów pionowych		zredukowanych z uwzgl. różnic wychyleń pęcherzyka libeli głównej		niezredukowanych	
$\frac{\varepsilon}{m_r}$	$P \cdot 100$	ilość	%	ilość	%	ilość	%
0,5	38	16	59	19	70	7	26
1,0	68	22	82	22	82	15	56
1,5	87	25	93	24	89	22	82
2,0	95	26	96	26	96	22	82
2,5	99	27	100	26	96	24	89
3,5	99,95	—	—	26	96	25	92
5,0		—	—	26	96	27	100
5,5		—	—	27	100	—	—

3.2. Część II badań dokładnościowych

II część niniejszych badań oparta jest na analizie materiałów polowych z pomiarów przeprowadzonych w sierpniu 1961 r. Badania zostały przeprowadzone na terenie Warszawy.

Badania miały na celu określenie błędów średnich poziomowania kilku teodolitów różnych klas, posiadających libele główne o różnych wartościach przewagi. Ponadto istotne było stwierdzenie w praktyce możliwej do uzyskania dokładności wyznaczenia odchylenia od linii pionu osi każdego z tych teodolitów, przy wykorzystaniu metod opisanych w p. 2.1. i w p. 2.3.

Badaniem objęto teodolity:

Wild T-3 o przewadze libeli 7".

Zeiss Theo 010 o przewadze libeli 20".

Zeiss Th II o przewadze libeli 75".

3.2.1. Opis badań polowych

Po starannym spoziomowaniu teodolitu, ustawionego na statywie, wykonywano odczyty położenia pęcherzyka libeli głównej oraz odczyty koła pionowego po uprzednim doprowadzeniu obrazów końców pęcherzyka libeli kolimacyjnej do koincydencji, przy 6 ustawieniach alidady różniących się kolejno o 60° . Odczyty libeli wykonywane były przy obu położeniach lunety jednakowo zwróconej, a więc przy obu zwrotach libeli. Sposób zapisu wyników odczytów wykonywanych w trzech seriach był identyczny jak w przykładach podanych w tablicach 1, 2. Pomiarzy zostały wykonane w ciągu jednego tygodnia w przybliżeniu w jednakowych warunkach atmosferycznych. Temperatura powietrza w czasie obserwacji

wahała się w granicach 24—28°C. Wykonano teodolitem Wild T-3 2 obserwacje w pełnym cieniu (pod koroną drzewa) oraz 4 obserwacje w słońcu (pod parasolem). Odpowiednio teodolitem Zeiss Theo 010 — 3 obserwacje w cieniu, 5 pod parasolem, oraz teodolitem Zeiss Th II — 3 w cieniu i 4 pod parasolem. W czasie trwania poszczególnych obserwacji nie zmieniano położenia starannie spoziomowanego teodolitu. Średnie wyniki z każdej obserwacji zestawiono w tablicach 11—13.

3.2.2. Omówienie uzyskanych wyników

W tablicach 11—13 zestawiono (prócz danych z pomiarów) wielkości μ uzyskane na podstawie rozbieżności wyników z poszczególnych serii, m_0 uzyskane z wyrównania oraz wyznaczone wielkości γ_{max} . Ponadto obliczono na podstawie szeregu γ_{max} błąd średni poziomowania każdego z teodolitów ($M_{poz} = \sqrt{\frac{[\gamma_{max}^2]}{n}}$) oraz błąd średni wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji, $M_\gamma = \sqrt{\frac{[m_0^2]}{n}} (Q_U + Q_V)$.

Kryterium świadczącym o efekcie dokładnościowym zastosowania metod poddanych badaniu może być uzyskana wartość stosunku $\frac{M_\gamma}{M_{poz}}$. Poniżej zamieszczam zestawienie powyższych wartości uzyskanych w doświadczeniu.

Wielkości $\frac{M_\gamma}{M_{poz}}$ otrzymane z wykorzystaniem odczytów:	Rodzaj zastosowanego teodolitu:		
	Wild T-3	Zeiss Theo 010	Zeiss Th II
położenia pęcherzyka libeli	0,20	0,32	0,30
koła pionowego	0,22	0,14	0,17

Zestawienie powyższe wykazało, że metoda wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu przy wykorzystaniu odczytów koła pionowego (2.1.) daje lepsze rezultaty aniżeli przy wykorzystaniu odczytów położenia pęcherzyka libeli głównej (2.3.). Zniwelowanie różnicy dokładności w przypadku teodolitu Wild T-3 mogło być spowodowane dwoma przyczynami: 1) przewaga libeli kolimacyjnej jest w tym przypadku około dwukrotnie większa (15"), od przewagi libeli głównej (7"), 2) w obu rodzajach odczytów uzyskano dokładności, będące co do wielkości na pograniczu fabrycznych tolerancji chwiania się osi teodolitu.

Przy stosowanych w doświadczeniu sześciu ustawieniach alidady między błędem wyznaczenia odchylenia osi od linii pionu m_γ , a błędem średnim odczytu koła pionowego lub wychylenia pęcherzyka libeli m_0 , za-

chodzi związek $m_y = 0,8m_0$. Korzystając z bardziej pewnej wielkości

błędu $M_0 = \sqrt{\frac{[m_0^2]}{n}}$ wyznaczonego na podstawie całego szeregu wyrównań,

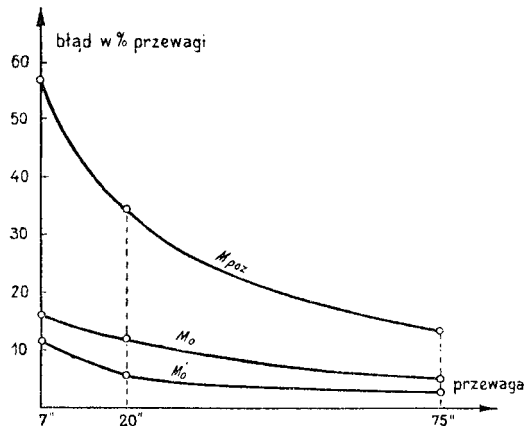
możemy w przybliżeniu przyjąć $M_y \simeq M_0$. Takie założenie będzie obowiązywało również przy mniejszej liczbie ustawień alidady, ustalonej zgodnie z punktem 2.5. niniejszej pracy. Oznaczając przeto: M_0 — błąd średni wyznaczenia odchylenia osi teodolitu na podstawie odczytów położenia pęcherzyka libeli, M'_0 — błąd średni wyznaczenia odchylenia osi teodolitu na podstawie odczytów koła pionowego, zestawimy uzyskane wielkości w postaci tabelki.

	Przy użyciu teodolitu:		
	Wild T-3	Zeiss Theo 010	Zeiss Th II
M_0	1'',1	2'',5	2'',7
M'_0	0,9	1,2	2,2
M_{poz}	4	7	10
Przewaga libeli	7	20	75

Zestawienie powyższe pozwala wykonać interesujący wykres, na którym wartości uzyskanych błędów M_0 , M'_0 , M_{poz} , podzielone odpowiednio przez przewagi libeli głównego każdego z teodolitów (wyrażone jako procent wielkości przewagi), charakteryzowane są przez linie krzywe (rys. 18).

Wykres posiada charakter przybliżony z racji małej liczby punktów wyznaczających przebieg krzywych, jednak wskazuje bardzo wyraźnie na pewne określone tendencje i zależności, które można wyrazić następująco:

1. Błąd poziomowania teodolitu zmniejsza się wraz ze zmniejszeniem przewagi libeli głównej w stosunkowo niewielkim stopniu. Można więc wyciągnąć wniosek, że w sposób zasadniczy na dokładność poziomowania wpływa



Rys. 18. Wykres błędów poziomowania teodolitu (M_{poz}) i określenia odchyżeń osi od linii pionu dwoma metodami (M_0 , M'_0)

inna przyczyna. Tą przyczyną jest niewątpliwie konstrukcyjne rozwiązanie urządzenia poziomującego w postaci zespołu śrub nastawniczych teodolitu. Rozwiązanie to, niezależnie od klasy teodolitu, różni się w sposób nieznaczny, w sensie możliwej do uzyskania płynności ruchów obrotowych śrub nastawniczych, wzajemnej odległości ich ustawienia, skoku gwintu i średnicy moletowanej pokrętki śruby.

2. Wielkość błędu średniego określenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu, przy wykorzystaniu odczytów położenia pęcherzyka libeli głównej, jest zawarta w granicach fabrycznej tolerancji chwiania się osi teodolitu oraz tolerancji odchylen przewagi libeli od nominalnej wartości.

3. Błąd średni określenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu, przy wykorzystaniu odczytów koła pionowego, może być mniejszy od błędu średniego wyznaczenia przy wykorzystaniu odczytów libeli, pod warunkiem, że chwianie się osi teodolitu nie osiąga wielkości dopuszczalnych tolerancji (bardzo staranna obróbka i dobra eksploatacja, a przede wszystkim prawidłowe smarowanie układu osiowego). Stwierdzona przewaga dokładności tego sposobu wynika z dużej obiektywności odczytów koła pionowego w stosunku do obiektywności odczytów położenia pęcherzyka libeli. Należy tu podkreślić, że odczyty libeli mogą być w wielu przypadkach obciążone wpływem błędu systematycznego, spowodowanego kierunkowym oświetleniem pęcherzyka, który to błąd nie zostaje zniesiony przez odczyty przy obu zwrotach libeli.

Interesujące jest stwierdzenie na podstawie porównania wyników obserwacji wykonanych w pełnym cieniu i w cieniu parasola, że nie zachodzą różnice w dokładności wyznaczenia odchylenia osi od linii pionu w obu rodzajach warunków. W celu przekonania się, jaki wpływ na dokładność określenia odchylenia osi od linii pionu posiada bardzo silne kierunkowe nagrzewanie teodolitu, wykonano następujące doświadczenie laboratoryjne.

1. Ustawiono teodolit Wild T-3 na słupie i starannie spoziomowano, a następnie wykonano w trzech seriach odczyty koła pionowego przy czterech ustawieniach alidady. Odczyty były wykonane przy temperaturze powietrza $20,2^{\circ}\text{C}$, bez wyraźnego przepływu powietrza. Po wykonaniu pierwszego cyklu odczytów włączono piecyk elektryczny ustawiony w odległości 1 m od teodolitu i zasłonięty cienką kotarą.

2. Po 30 minutach od włączenia piecyka wykonano drugi cykl odczytów przy temperaturze powietrza w miejscu ustawienia teodolitu $22,2^{\circ}$ na początku cyklu i $22,9^{\circ}$ przy końcu cyklu odczytów.

3. Po 90 minutach od włączenia piecyka wykonano trzeci cykl odczytów przy temperaturze powietrza $23,5^{\circ}$ na początku cyklu i $23,8^{\circ}$ przy końcu cyklu odczytów, a następnie wyłączono piecyk.

4. Po 90 minutach od wyłączenia piecyka wykonano czwarty cykl odczytów przy temperaturze powietrza $21,2^{\circ}$.

W okresach pomiędzy cyklami odczytów teodolit był ustawiony kolumną zawierającą wbudowaną libelę kolimacyjną w kierunku źródła ciepła.

Stwierdzono na podstawie wyrównań, że dokładność wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu przy wszystkich cyklach odczytów była w przybliżeniu jednakowa, natomiast sama oś zmieniała swe położenie w zależności od czasu nagrzewania. Mianowicie między pierwszym i drugim cyklem odczytów odchyliła się od źródła ciepła o $1'',9$, między drugim a trzecim o dalsze $1'',5$ zaś między trzecim i czwartym cyklem odczytów (po wyłączeniu piecyka) zaznaczyła się tendencja do powrotu osi do poprzedniego położenia (o $1'',5$).

Należy podkreślić, że w praktyce, nawet przy pracy w bardzo złych warunkach nie powinien zachodzić przypadek pozostawiania alidady w jednakowym położeniu przez tak długie okresy czasu, jak to miało miejsce w omówionym doświadczeniu pomiędzy poszczególnymi cyklami odczytów.

3.3. Wnioski i uwagi związane z przeprowadzonymi badaniami dokładnościowymi

1. Wszystkie trzy rodzaje elementów charakteryzujących różnice położenia osi teodolitu (różnice kątów pionowych, odczytów koła pionowego, położenia pęcherzyka libeli głównej) pozwalają wyznaczyć te różnice z błędem średnim nie przekraczającym 0,3 działki libeli głównej.

2. Odczyty koła pionowego lub położenia pęcherzyka libeli pozwalają wyznaczyć odchylenie osi teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji z błędem średnim nie przekraczającym 0,2 działki libeli głównej.

3. Spośród omówionych elementów odczyty koła pionowego wyróżniają się dokładnością i wygodą uzyskiwania. Wydaje się, że wyznaczanie odchylenia osi teodolitu od linii pionu, względnie wyznaczanie różnic pochylenia osi teodolitu przy wykorzystaniu odczytów koła pionowego, może się stać użyteczne w praktyce pomiarowej i godne zalecenia przy pomiarach z wykorzystaniem stromych celowych.

4. Poza warunkami środowiska głównymi przyczynami wpływającymi na błąd poziomowania teodolitu są: błąd libeli, związany z jej przewagą i dokładnością obróbki, oraz błąd spowodowany posługiwaniem się urządzeniem poziomującym w postaci zespołu śrub nastawniczych. Takie rozgraniczenie wpływu błędu libeli i konstrukcji poziomującej wyjaśnia w zdecydowany sposób, dlaczego możliwe jest określenie położenia osi teodolitu z większą dokładnością, aniżeli ustawienie jej w zadany sposób przy

wykorzystaniu libeli i urządzenia poziomującego. Opierając się na powyższych stwierdzeniach możemy sformułować wzór, który pozwala oszacować średni błąd poziomowania na podstawie znajomości danych technicznych teodolitu:*)

$$M_{poz} = \sqrt{(0,2p)^2 + \left(\frac{s}{2\pi \cdot r \cdot d}\right)^2 \cdot \Delta l^2}$$

gdzie: p — przewaga libeli głównej,
 r — promień pokrętki śruby nastawniczej,
 s — skok gwintu śruby nastawniczej,
 d — wzajemna odległość punktów podparcia dwu śrub nastawniczych,
 Δl — liniowa wielkość przesunięcia punktu na moletowanej powierzchni pokrętki śruby nastawniczej, zachodzącego w czasie wyczuwalnego pokręcenia śrubą. Wielkość ta jest dla danego obserwatora i teodolitu zależna od siły z jaką przykręcona jest śruba sprzęgowa oraz od warunków pracy.

Zakładając np. $\Delta l = 0,5$ mm oraz wyznaczając pozostałe elementy dla określonego teodolitu równe odpowiednio: $s = 0,75$ mm, $d = 100$ mm, $r = 18$ mm, $p = 20''$, otrzymamy:

$$M_{poz} = \sqrt{4''^2 + 7''^2} = 8''.$$

LITERATURA

- [1] Hausbrandt S.: Rachunki geodezyjne, PPWK, Warszawa 1953.
- [2] Janusz W.: Wyznaczenie wszystkich elementów charakteryzujących zmianę ustawienia teodolitu na stanowisku obserwacyjnym, Prace IGiK, tom VIII, zeszyt 2 (18), Warszawa 1961.
- [3] Lazzarini T.: Geodezyjne pomiary odkształceń, Prace GINB, Warszawa 1952.
- [4] Lazzarini T.: Geodezyjne pomiary odkształceń i ich zastosowanie w budownictwie. PPWK, Warszawa 1961.
- [5] Stanek V.: Korekcja za nagib osowine alhidade teodolita. Geodetski List Nr 7—9, Zagrzeb 1958.
- [6] Szymoński J.: Instrumentoznawstwo geodezyjne. PPWK, Warszawa 1953.

Rękopis złożono w Redakcji we wrześniu 1961 r.

*) W wymienionym wzorze pierwszy czynnik jest identyczny z przyjmowaną fabrycznie dokładnością libeli, zaś drugi wyraża pochylenie osi spowodowane najdrobniejszym wyczuwalnym pokręceniem śruby nastawniczej.

Tablica 1

Przykład wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu przy wykorzystaniu odczytów koła pionowego

Poszczególne odczyty koła pionowego, wykonane w trzech poczetach, zamieszczone są w poniższym dzienniku połowym:

Dziennik odczytów koła pionowego

Kier.	1 poczet	$z_{sr} - z$	2 poczet	$z_{sr} - z$	3 poczet	$z_{sr} - z$	z 3 pocze- tów $z_{sr} - z$	Poprawki v^{cc}
0 ^g	94 ^c 98 ^{cc} 98	49 ^{cc}	62 ^c 56 ^{cc} 56	66 ^{cc}	82 ^c 98 ^{cc} 98	43 ^{cc}	53 ^{cc}	4 -13 10
54 ^g	94 04 01	145	61 82 83	140	81 97 96	145	143	-2 3 -2
156 ^g	95 15 16	31	62 98 97	24	83 06 01	38	31	0 7 -7
319 ^g	97 03 03	-156	64 84 82	-161	84 98 96	-156	-158	-2 3 -2
357 ^g	96 14 18	-69	63 90 92	-69	84 10 08	-68	-69	0 0 -1

$z_{sr_1} = 95^c47^{cc}$ $z_{sr_2} = 63^c22^{cc}$ $z_{sr_3} = 83^c41^{cc}$ $\Sigma = 0$ $\mu = 3,7^{cc}$

Wyrównanie odczytów koła pionowego

Równania poprawek.

\underline{W}	\underline{U}	\underline{V}	$z_{sr} - z$	Kon- trola	v
1,00	0,00	-1,00	53 ^{cc}	0,53	-5 ^{cc}
1,00	0,75	-0,66	143	2,52	5
1,00	0,64	0,77	31	2,72	-1
1,00	-0,95	-0,31	-158	-1,84	1
1,00	-0,63	-0,78	-69	-1,10	-2
5,00 -0,19 -1,98			0	2,83	
2,27 0,78			321	6,07	
2,73			-21	1,32	
2,24 -0,08 -0,88			0	1,26	
1,50 0,47			214	4,11	
1,32			-0,92	0,39	

$$\sqrt{\frac{[vv]}{n_n}} = 5,3^{cc} = m_0$$

$$\mu_0 = \frac{m_0}{\mu} = 1,4$$

$$\gamma_{max} = 180^{cc}$$

$$\frac{\underline{V}}{\underline{U}} = -0,42 \quad \varphi = 125^g$$

+22^{cc} -165^{cc} +70^{cc}

Tablica 2

Przykład wyznaczenia odchylenia osi teodolitu od linii pionu przy wykorzystaniu odczytów libeli głównej

Poszczególne odczyty libeli głównej, wykonane w trzech poczetach, zamieszczone są w poniższym dzienniku polowym:

Dziennik odczytów libeli głównej

Kier.	1 poczet			2 poczet			3 poczet			Śred- nia z 3 pocz.	100 v
	l_I l_{II}	p_I p_{II}	Śred- nia	l_I l_{II}	p_I p_{II}	Śred- nia	l_I l_{II}	p_I p_{II}	Śred- nia		
0g	4,1 3,0	3,2 1,9	3,00	2,6 3,5	1,3 2,8	2,50	3,3 4,0	1,8 2,8	3,00	2,83	-17 33 -17
54	2,4 1,8	1,1 0,7	1,50	1,9 1,8	0,8 0,4	1,20	1,8 2,0	0,4 0,8	1,25	1,32	-18 12 7
156	-1,9 -3,2	-3,0 -4,1	-3,00	-1,6 -2,8	-2,9 -4,0	-2,80	-2,9 -2,1	-3,9 -3,5	-3,10	-2,97	3 -17 13
319	2,2 1,6	0,9 0,4	1,30	1,9 1,6	0,6 0,4	1,10	1,3 1,0	0,0 -0,4	0,50	0,97	-33 -13 47
357	4,5 3,0	2,6 1,8	3,00	2,8 2,1	1,4 0,9	1,80	2,1 2,6	0,9 1,2	1,70	2,17	-83 37 47

$$\mu = 0,24$$

Wyrównanie odczytów libeli głównej

Równania poprawek

\underline{U}	\underline{V}	γ	Kontrola	v
-1,00	0,00	-2,83	-3,83	0,02
-0,66	-0,75	-1,32	-2,73	-0,20
0,77	-0,64	2,97	3,10	-0,52
-0,31	0,95	-0,97	-0,33	-0,33
-0,78	0,63	-2,17	-2,32	-0,31
2,73	-0,78	7,98	9,93	
	2,27	-3,20	-1,71	
1,65	-0,47	4,84	6,02	
	1,43	-0,65	0,78	
2,81	-0,45			

$$\sqrt{\frac{[vv]}{n}} = 0,41^{dz.} = m_0$$

$$u_0 = \frac{m_0}{\mu} = 1,7$$

$$\gamma_{max} = 2,85^{dz.}$$

$$\frac{V}{U} = -0,16 \quad \varphi = 110^{\circ}$$

Zestawienie wyników obserwacji

Nr.	Kierunki					Kąty zenitane					Odczyty libeli g'ówn.:j					Data pomiaru			
	2	3	4	5	''	1	2	3	5	75°	67°	73°	1	2	3		4	5	
1	113°	143°	171°	188°	''	90°	75°	67°	73°	0,50	53 49,9	53 49,3	73°	0,25	-0,20	-0,30	-0,20	-0,05	25.V. 16 ³⁰
2	45 51,6	58 35,7	26 25,2	29 54,4	0,39	11 64,4	59 06,5	53 51,0	21 58,4	0,39	53 51,0	53 51,0	22 06,9	0,40	-0,60	-0,50	-0,20	0,05	17 ³⁰
3	45 55,4	58 43,3	26 33,5	30 03,8	0,54	11 50,5	58 58,6	53 42,5	22 12,3	0,54	53 42,5	53 42,5	22 12,3	-0,60	0,40	0,60	0,60	0,60	16 ³⁰
4	47 06,2	00 24,8	30 54,2	30 54,2	0,63	11 59,5	59 07,7	53 53,8	22 12,3	0,63	59 07,7	53 53,8	22 12,3	0,15	-0,40	-0,20	0,05	0,15	17 ¹⁰
8	45 54,9	58 41,0	26 31,0	30 03,4	0,60	12 05,9	59 04,2	53 39,1	21 55,6	0,60	59 04,2	53 39,1	21 55,6	0,15	-0,25	0,00	0,00	0,20	28 15 ³⁰
9	47 07,8	00 25,3	27 51,8	30 55,7	0,25	11 56,2	59 09,1	53 57,5	22 24,1	0,25	59 09,1	53 57,5	22 24,1	0,15	-0,20	0,00	0,05	0,10	29 16 ¹⁵
10	45 52,7	58 36,7	26 28,2	29 58,9	0,55	12 00,3	59 14,2	53 50,9	22 01,3	0,55	59 14,2	53 50,9	22 01,3	0,30	-0,45	-0,35	-0,20	-0,10	17 ³⁰
11	47 08,6	00 25,8	27 50,8	30 53,2	0,50	11 50,9	59 09,1	53 57,3	22 22,4	0,50	59 09,1	53 57,3	22 22,4	-0,05	0,00	-0,10	0,00	0,10	30 7 ³⁰
12	45 53,7	58 36,6	26 27,3	29 57,4	0,80	11 58,2	59 17,4	53 51,5	22 03,1	0,80	59 17,4	53 51,5	22 03,1	0,25	-0,35	-0,35	-0,40	-0,35	8 ³⁰
13	47 11,8	00 28,6	27 55,8	30 57,3	0,96	11 49,4	59 05,9	53 58,2	22 29,2	0,96	59 05,9	53 58,2	22 29,2	-0,25	0,10	0,20	0,30	0,30	13 ³⁰
14	45 55,1	58 39,9	26 30,1	30 01,7	0,62	12 01,5	59 16,8	53 55,4	22 07,3	0,62	59 16,8	53 55,4	22 07,3	-0,05	-0,20	-0,10	0,05	0,00	31 16 ³⁰
15	47 07,5	00 24,8	27 53,7	30 55,6	0,55	12 02,8	59 08,7	53 57,4	22 17,6	0,55	59 08,7	53 57,4	22 17,6	0,00	-0,10	-0,05	0,10	0,25	17 ³⁰
16	45 55,0	58 36,1	26 29,5	29 58,2	0,64	11 56,6	59 19,5	53 59,2	22 10,6	0,64	59 19,5	53 59,2	22 10,6	0,20	-0,15	-0,20	-0,20	0,10	2.VI. 5 ³⁰
17	47 07,7	00 23,5	27 53,2	30 57,8	0,67	12 08,7	59 04,9	53 51,7	22 11,7	0,67	59 04,9	53 51,7	22 11,7	-0,05	-0,60	-0,40	0,00	0,20	6 ³⁰
18	45 55,8	58 39,0	26 27,2	29 56,8	0,40	11 43,2	59 29,1	54 09,3	22 17,4	0,40	59 29,1	54 09,3	22 17,4	0,50	0,30	0,05	-0,20	-0,20	16 ³⁰
19	47 09,6	00 23,7	27 49,2	30 53,0	0,37	11 51,7	59 21,2	54 06,7	22 22,7	0,37	59 21,2	54 06,7	22 22,7	0,40	-0,20	-0,20	-0,25	-0,20	17 ¹⁰
20	45 55,0	58 38,8	26 31,1	30 01,0	0,53	12 03,3	59 17,7	53 54,5	22 06,4	0,53	59 17,7	53 54,5	22 06,4	0,10	-0,30	-0,25	-0,20	-0,05	3 16 ³⁰
21	47 12,1	00 31,1	27 56,4	30 58,9	0,28	11 55,3	59 10,2	54 04,3	22 28,9	0,28	59 10,2	54 04,3	22 28,9	0,00	0,10	0,15	0,30	0,20	17 ¹⁰
22	45 59,4	58 40,1	26 32,1	30 02,6	0,41	11 54,6	59 10,2	53 52,9	22 10,5	0,41	59 10,2	53 52,9	22 10,5	-0,15	0,00	0,10	0,15	0,20	4 5 ¹⁰
23	47 09,9	00 25,3	27 54,1	30 57,1	0,24	12 00,5	59 07,3	53 58,4	22 22,7	0,24	59 07,3	53 58,4	22 22,7	-0,10	-0,30	-0,15	0,00	0,05	6 ³⁰
24	45 58,5	58 42,1	26 30,0	29 59,9	0,39	11 42,6	59 19,1	54 03,7	22 23,7	0,39	59 19,1	54 03,7	22 23,7	-0,10	0,20	0,10	0,05	0,00	5 10 ³⁰
25	47 11,7	00 28,8	27 54,1	30 56,7	0,63	11 49,6	59 14,0	54 07,0	22 30,2	0,63	59 14,0	54 07,0	22 30,2	0,00	0,10	0,10	0,05	0,10	16 ³⁰
26	45 51,2	58 32,8	26 29,2	30 00,0	0,52	12 03,1	59 11,0	53 45,0	21 54,9	0,52	59 11,0	53 45,0	21 54,9	-0,10	-0,50	-0,30	0,10	0,15	17 ¹⁵
27	47 12,8	00 30,6	27 56,4	30 57,7	0,74	11 46,4	59 09,1	54 04,7	22 34,0	0,74	59 09,1	54 04,7	22 34,0	-0,30	0,25	0,40	0,25	0,20	6 5 ³⁰
28	45 55,9	58 39,3	26 31,2	30 00,7	0,54	11 52,9	59 16,7	53 56,7	22 11,2	0,54	59 16,7	53 56,7	22 11,2	-0,05	-0,20	-0,15	0,00	0,00	6 ³⁰
29	47 13,2	00 29,3	27 55,4	30 56,8	0,67	11 51,5	59 14,8	54 07,0	22 32,9	0,67	59 14,8	54 07,0	22 32,9	-0,15	-0,05	0,05	-0,05	-0,10	7 16 ³⁰
30	45 55,4	58 38,5	26 31,8	30 02,4	0,75	12 00,7	59 09,7	53 50,4	22 06,5	0,75	59 09,7	53 50,4	22 06,5	-0,10	-0,05	0,00	0,10	0,20	8 15 ¹⁰
31	47 10,8	00 30,3	27 56,0	30 58,6	0,55	12 00,3	59 05,1	53 57,3	22 24,1	0,55	59 05,1	53 57,3	22 24,1	0,00	0,00	0,00	0,20	0,20	8 16 ¹⁴

Ułożenie krakowianu transformującego różnice kierunków i kątów pionowych

Dane do ułożenia równań różnic kątów pionowych.

Cel	α	$2d$	β	$\sin 2x$	$\cos^2 x$	$\cos \beta$	$\sin \beta$
VI	$-0^{\circ}11'$	361,4m	$0^{\circ}00'$	-0,006	1,000	1,000	0,000
37	14 01	214,2	113 45	0,470	0,941	-0,403	0,915
45	22 07	131,8	143 58	0,698	0,857	-0,809	0,588
56	16 37	179,2	188 29	0,548	0,918	-0,989	-0,148

Dane do ułożenia równań różnic kierunków.

Cel	x	d	β	$\operatorname{tg} x$	$\cos \beta$	$\sin \beta$
VI	$-0^{\circ}11'$	180,7m	$0^{\circ}00'$	-0,003	1,000	0,000
37	14 01	107,1	113 45	0,249	-0,403	0,915
45	22 07	65,9	143 58	0,406	-0,809	0,588
52	20 40	71,0	171 26	0,377	-0,989	0,149
56	16 37	89,6	188 29	0,298	-0,989	-0,148

Tabela współczynnikowa równań normalnych.

a^2

4,060294	0,000000	1,005211	-0,569427	0,731058	0,960940
0,000000	5,000000	-3,694000	-7,317000	1,099000	-0,479000
1,005211	-3,694000	7,095004	6,347377	-0,692096	1,231326
-0,569427	-7,317000	6,347377	21,901945	-2,840601	0,694002
0,731058	1,099000	-0,692096	-2,840601	0,645423	0,065636
0,960940	-0,479000	1,231326	0,694002	0,065636	0,812233

Tabela współczynnikowa odwrotności równań normalnych.

$(a^2)^{-1}$

0,519439	0,066425	0,016463	-0,088399	-1,027949	-0,441723
0,066425	0,520784	0,159204	0,065781	-0,498858	-0,028707
0,016463	0,159204	0,305667	-0,032842	-0,070384	-0,355226
-0,088399	0,065781	-0,032842	0,159795	0,655816	0,003633
-1,027949	-0,498858	-0,070384	0,655816	6,378810	-0,047168
-0,441723	-0,028707	-0,355226	0,003633	-0,047168	2,276055

Tablica 4

na niewiadome dz, S, dx, dy, U, V

Tabela współczynnikiowa zrównoważonych równań różnic kątów pionowych przy

$$\frac{m_\beta}{m_x} = \frac{1}{2}$$

dz	S	dx	dy	U	V
0,571	0,000	0,001	0,000	0,000	-0,500
0,906	0,000	0,091	-0,207	0,458	0,202
1,341	0,000	0,442	-0,321	0,294	0,404
1,056	0,000	0,312	0,046	-0,074	0,494

Tabela współczynnikiowa zrównoważonych równań różnic kierunków.

dz	S	dx	dy	U	V
0,000	1,000	0,000	1,141	0,003	0,000
0,000	1,000	-1,762	-0,776	0,100	-0,228
0,000	1,000	-1,840	-2,532	0,328	-0,239
0,000	1,000	-0,433	-2,873	0,373	-0,056
0,000	1,000	0,341	-2,277	0,295	0,044

Krakowian transformujący

t

0,5175	0,0524	0,1873	-0,0523	-0,5634	-1,3906
-0,0696	-0,1732	-0,0545	0,1849	1,8385	0,0049
0,2515	-0,0199	0,0035	0,0099	0,2362	0,1551
0,4075	0,1456	-0,0590	-0,1430	-1,5726	0,5507
-0,0375	0,5943	0,1215	0,2501	0,2686	-0,0247
0,1039	0,1459	-0,2799	0,0644	-0,2351	0,0707
0,0284	-0,0955	-0,2583	-0,0642	0,0736	0,0563
-0,0454	0,0784	0,1148	-0,1347	0,0294	-0,0304
-0,0494	0,2769	0,3018	-0,1156	-0,1365	-0,0719

Tablica 5

Niewiadome dz , S , dx , dy , U , V z jednoczesnego
wyrównania różnic kierunków i kątów pionowych

Nr wyr.	dz	S	dx	dy	U	V	Kontrola
1	-0,11 mm	- 21,01	21,50 mm	17,84 mm	-0,52	-6,79	10,91
2	0,85	20,81	-22,18	-17,92	-22,23	15,09	-25,58
3	-0,75	-21,57	21,89	18,70	21,22	-9,97	29,52
4	0,67	20,45	-20,46	-17,90	-7,52	-5,55	-30,31
5	1,24	-20,51	19,80	17,53	1,37	11,26	30,69
6	-0,28	20,47	-21,55	-17,54	6,00	-4,72	-17,62
7	-1,75	-20,06	22,30	17,39	-3,04	7,73	22,57
8	1,33	20,20	-21,84	-17,54	5,16	-5,79	-18,48
9	-0,09	-21,17	21,40	17,89	-12,29	8,91	14,64
10	2,24	20,97	-20,81	-17,61	8,23	-9,79	-16,77
11	-1,01	-20,80	20,88	17,90	-1,25	-2,30	13,41
12	0,80	20,53	-22,18	-18,07	4,06	7,15	-7,72
13	-1,01	-21,22	22,08	18,14	-3,94	-13,03	1,01
14	-0,50	21,17	-22,14	-17,69	12,12	24,83	17,79
15	-1,01	-20,99	22,28	17,72	0,63	-9,25	9,38
16	2,80	21,17	-21,02	-17,83	-9,93	-8,61	-33,42
17	-0,41	-21,50	21,49	18,22	-5,75	7,60	19,65
18	-1,36	21,20	-21,26	-18,87	-0,97	-0,76	-22,01
19	1,01	-20,77	20,69	18,14	0,85	-4,74	15,18
20	-0,45	21,07	-21,86	-18,00	1,38	17,45	-0,42
21	-0,37	-21,29	21,98	18,48	3,07	-7,45	14,42
22	-1,38	21,53	-22,64	-18,32	2,68	-15,44	-33,56
23	0,99	-21,40	22,59	18,20	-8,66	18,20	29,91
24	0,09	21,12	-21,63	-17,86	7,92	-6,45	-16,81
25	0,93	-21,54	22,11	18,11	-1,76	2,80	20,65
26	0,23	21,56	-21,98	18,41	3,86	-9,82	-32,74
27	0,16	21,12	22,29	18,36	-2,27	0,76	18,17

1,50
 $M_z = 1,04$ mm

- 9,30 1,32

Tablica 6

Dane do analizy dokładności jednoczesnego wyrównania różnic kierunków i kątów pionowych

Nr wyr.	ε	m_β	m_α	m'_β	(μ_β^0)	$\frac{1}{m_r}$	$\frac{\varepsilon}{m_r}$	η_{max}	m_η
	mm	''	''	''				''	''
1	0,2	0,63	1,22	1,18	1,0	1,2	0,2	6,8	3,7
2	-0,3	0,67	1,00	1,20	0,8	1,5	0,4	26,8	3,0
3	-0,6	0,83	1,06	1,30	0,8	1,4	0,8	23,4	3,1
4	1,0	0,87	1,28	1,33	1,0	1,1	1,1	9,3	3,8
5	1,8	0,65	1,61	1,19	1,4	0,9	1,6	11,4	4,8
6	0,4	0,60	1,60	1,17	1,4	0,9	0,4	7,6	4,8
7	0,1	0,74	1,54	1,25	1,2	1,0	0,1	8,3	4,6
8	0,2	0,95	1,14	1,38	0,8	1,3	0,3	7,8	3,4
9	0,3	1,24	2,18	1,60	1,4	0,7	0,2	15,2	6,4
10	0,9	1,14	2,36	1,52	1,6	0,6	0,5	12,8	7,0
11	0,7	0,83	1,90	1,30	1,5	0,8	0,6	2,7	5,6
12	0,4	0,84	0,82	1,31	0,6	1,8	0,7	8,3	2,4
13	0,4	0,93	0,96	1,37	0,7	1,5	0,6	13,5	2,8
14	0,1	0,78	2,34	1,27	1,8	0,6	0,1	27,6	6,9
15	-0,3	0,55	1,96	1,14	1,7	0,7	0,2	9,3	5,8
16	0,6	0,65	1,38	1,19	1,2	1,0	0,6	13,1	4,1
17	0,0	0,60	1,26	1,17	1,1	1,2	0,0	9,5	3,7
18	-0,2	0,50	0,57	1,12	0,5	2,6	0,5	1,3	1,7
19	0,7	0,48	0,70	1,11	0,6	2,1	1,5	4,9	2,1
20	-0,1	0,46	2,30	1,10	2,1	0,6	0,1	17,5	6,8
21	-0,5	0,74	1,58	1,25	1,3	0,9	0,4	8,0	4,7
22	0,9	0,82	1,20	1,29	0,9	1,2	1,1	15,7	3,5
23	-0,8	0,90	1,20	1,35	0,9	1,2	1,0	20,2	3,5
24	0,2	0,92	1,36	1,36	1,0	1,1	0,2	10,2	4,0
25	-0,4	0,86	1,71	1,32	1,3	0,9	0,4	3,3	5,1
26	-0,5	1,01	1,41	1,42	1,0	1,0	0,5	10,5	4,2
27	-0,7	0,92	0,46	1,36	0,3	3,2	2,2	2,4	1,4

$\sum \varepsilon = 0,7 \text{ mm}$

$M_r = 0,62 \text{ mm}$

$\sum \frac{\varepsilon}{m_r} = -1,9$

$M'_r = 0,58 \text{ mm}$

$M_{poz} = 9,4$

$M_\eta = 5,6$

Tablica 7

**Ułożenie krakowianu transformującego różnice kierunków na niewiadome
 S, dx, dy**

Współczynniki przy niewiadomych w równaniach poprawek wypisano z tabeli współczynnikowej (tablica 4).

S	dx	dy
1,00	0,000	1,141
1,00	-1,762	-0,776
1,00	-1,840	-2,532
1 00	-0,433	-2,873
1,00	0,341	-2,277

Krakowian transformujący t

0,6175	0,1219	0,2238
0,1272	-0,2756	0,0894
-0,0912	-0,2516	-0,0720
0,0301	0,1123	-0,1387
0,2665	0,2931	-0,1025

Tabela współczynnikowa
równań normalnych

5,000000	-3,694000	-7,317000
-3,694000	6,794014	6,493744
-7,317000	6,493744	21,753939

Tabela współczynnikowa
odwrotności równań normalnych

0,483224	0,150255	0,117681
0,150255	0,252670	-0,024886
0,117681	-0,024886	0,092979

Ułożenie krakowianu transformującego różnice odczytów libeli pomnożone przez jej
przewagę na niewiadome U i V .

Tabela współczynnikowa

Kierunek	U	V
1 (0°)	1,00	0,00
2 (114)	-0,40	0,91
3 (144)	-0,81	0,59
5 (188)	-0,99	-0,14

Tabele współczynnikowe

równań normalnych	odwrotności		
2,80	-0,70	0,42	0,24
-0,70	1,20	0,24	0,98

Krakowian transformujący

0,42	0,24
0,05	0,80
-0,20	0,38
-0,45	-0,37

Poprawki różnic kierunków oblicza się
podstawiając wyznaczone wielkości U, V
do równań:

$$\begin{aligned}
 -0,003 \cdot (1,00 U + 0,00 V) &= \Delta\beta_1 \\
 0,249 \cdot (-0,40 U + 0,91 V) &= \Delta\beta_2 \\
 0,406 \cdot (-0,81 U + 0,59 V) &= \Delta\beta_3 \\
 0,377 \cdot (-0,99 U + 0,16 V) &= \Delta\beta_4 \\
 0,298 \cdot (-0,99 U - 0,14 V) &= \Delta\beta_5
 \end{aligned}$$

Tablica 8

Niewiadome U , V z wyrównania różnic odczytów libeli oraz S , dx , dy
z wyrównania zredukowanych różnic kierunków

Nr wyr.	U	V	S	dx	dy
1	0,8	7,8	-21,11	21,60 mm	17,97 mm
2	16,6	15,0	20,25	22,21	17,40
3	12,6	11,6	20,77	22,26	17,90
4	1,0	3,4	19,82	21,73	17,26
5	1,0	1,6	20,50	21,11	17,47
6	4,2	4,4	20,67	21,59	17,69
7	5,2	5,8	19,90	22,63	17,17
8	7,2	2,6	20,03	22,25	17,35
9	11,6	3,8	21,30	22,01	17,93
10	5,2	3,8	21,26	21,56	17,86
11	2,0	0,2	20,75	20,54	17,81
12	3,6	0,2	20,62	21,25	18,11
13	2,6	10,6	21,37	21,67	18,26
14	7,4	23,4	21,65	21,84	18,14
15	0,4	10,2	20,88	22,45	17,61
16	3,8	4,6	20,64	21,65	17,24
17	4,2	7,0	21,65	21,54	18,36
18	1,2	2,6	21,21	21,04	18,89
19	2,4	5,2	20,89	20,72	18,28
20	0,0	10,2	21,24	20,85	18,14
21	0,2	1,8	20,98	21,30	18,16
22	0,4	13,4	21,86	22,84	18,61
23	4,0	15,8	21,87	22,82	18,64
24	5,6	8,4	21,39	21,32	18,08
25	0,6	4,2	21,67	21,92	18,21
26	2,0	2,4	21,37	23,00	18,19
27	0,8	1,2	21,39	22,22	18,63

- 5,0

2,4

Tablica 9

Dane do analizy dokładności wyrównania różnic kierunków zredukowanych
w oparciu o U i V wyznaczone z odczytów libeli

Nr wyr.	ε	m_β	m_0	m'_β	(μ_2^0)	$\frac{1}{m_r}$	$\frac{\varepsilon}{m_r}$	η_{max}	m_η
1	mm 0,1	0,63	1,37	1,18	1,2	1,2	0,1	7,8	2,6
2	0,0	0,67	1,03	1,20	0,8	1,6	0,0	22,5	4,0
3	-0,4	0,83	1,25	1,30	1,0	1,4	-0,6	17,2	2,6
4	0,4	0,87	1,28	1,32	1,0	1,3	0,5	3,5	1,4
5	0,8	0,65	1,88	1,19	1,6	0,9	0,7	1,9	1,0
6	0,3	0,60	1,59	1,16	1,4	1,1	0,3	6,1	1,4
7	-0,2	0,74	1,65	1,24	1,3	1,0	-0,2	7,8	3,0
8	0,0	0,95	1,41	1,38	1,0	1,2	0,0	7,7	3,3
9	-0,2	1,24	2,64	1,56	1,7	0,6	-0,1	12,1	2,4
10	0,2	1,14	2,72	1,51	1,8	0,6	0,1	6,4	1,6
11	1,0	0,83	2,39	1,30	1,8	0,7	0,7	2,0	3,8
12	0,3	0,84	0,94	1,30	0,7	1,8	0,5	3,6	0,6
13	-0,1	0,93	1,13	1,36	0,8	1,5	-0,2	10,9	2,6
14	-0,2	0,78	2,71	1,28	2,1	0,6	-0,1	24,5	3,8
15	-0,4	0,55	2,29	1,14	2,0	0,7	-0,3	10,2	2,4
16	0,5	0,65	1,93	1,19	1,6	0,9	0,5	6,0	2,5
17	-0,1	0,60	1,38	1,16	1,2	1,2	-0,1	8,2	2,4
18	-0,1	0,50	0,69	1,12	0,6	2,5	-0,2	2,9	2,0
19	0,6	0,48	0,85	1,12	0,8	2,0	1,2	5,8	1,6
20	0,6	0,46	2,82	1,10	2,6	0,6	0,4	10,2	0,9
21	0,2	0,74	1,92	1,24	1,5	0,9	0,2	1,9	2,4
22	-1,3	0,82	1,32	1,30	1,0	1,3	-1,7	13,4	1,8
23	-1,3	0,90	1,20	1,34	0,9	1,4	-1,8	16,2	1,5
24	0,2	0,92	1,59	1,35	1,1	1,1	0,2	10,0	1,6
25	-0,3	0,86	1,99	1,32	1,5	0,9	-0,3	4,3	2,4
26	-1,1	1,01	1,55	1,42	1,0	1,1	-1,2	3,1	5,7
27	-0,8	0,92	0,25	1,36	0,2	6,8	-5,4	1,4	1,3

$$\sum \varepsilon = -1,3$$

$$\sum \frac{\varepsilon}{m_r} = -7,8 \quad M_{Foz} = 7'',3$$

$$M_r = 0,58 \text{ mm}$$

$$M'_r = 0,69 \text{ mm} \quad M_\eta = 2'',6$$

Tablica 10

Niewiadome S , dx , dy z wyrównania różnic kierunków oraz dane do analizy dokładności

Nr wyr.	S	dx	dy	ε	m_0	m'_β	(μ_2°)	$\frac{1}{m_r}$	$\frac{\varepsilon}{m_r}$
1	-21''07	20,58 mm	17,88 mm	0,9	1,46	1,18	1,2	1,2	1,1
2	18,76	-20,58	-15,80	2,2	1,60	1,20	1,3	1,1	2,4
3	-19,61	20,94	16,68	1,4	1,55	1,30	1,2	1,1	1,5
4	19,76	-21,29	-17,19	0,8	1,51	1,33	1,1	1,1	0,9
5	-20,40	21,30	17,38	0,7	1,93	1,19	1,6	0,9	0,6
6	21,04	-22,09	-18,09	-0,4	1,50	1,17	1,3	1,1	-0,4
7	-20,35	23,28	17,66	-1,0	1,60	1,25	1,3	1,1	-1,1
8	20,69	-22,49	-18,03	-0,6	1,34	1,38	1,0	1,3	-0,8
9	-22,33	22,31	19,06	-1,2	2,37	1,60	1,5	0,7	-0,8
10	21,75	-21,94	-18,38	-0,4	2,62	1,52	1,7	0,6	-0,2
11	-20,93	20,53	18,02	0,9	2,32	1,30	1,8	0,7	0,6
12	20,91	-21,15	-18,47	0,1	1,01	1,31	0,8	1,7	0,2
13	-21,60	20,29	18,52	0,7	1,03	1,37	0,8	1,7	1,2
14	22,32	-18,68	-18,84	1,6	2,53	1,27	2,0	0,7	1,1
15	-20,95	21,10	17,64	0,7	2,37	1,14	2,1	0,7	0,5
16	20,26	-22,31	-16,87	0,2	2,04	1,19	1,7	0,8	0,2
17	-22,06	22,32	18,78	-1,0	1,25	1,17	1,1	1,4	-1,4
18	21,11	-21,37	-18,78	-0,2	0,66	1,12	0,6	2,6	-0,5
19	-20,69	20,09	18,05	1,2	0,83	1,11	0,7	2,1	2,5
20	21,21	-19,54	-18,14	1,5	2,78	1,10	2,5	0,6	0,9
21	-21,02	21,03	18,19	0,4	1,93	1,25	1,6	0,9	0,4
22	21,80	-24,59	-18,56	-2,6	1,31	1,29	1,0	1,3	-3,4
23	-22,23	24,79	19,02	-3,0	1,05	1,35	0,8	1,6	-4,8
24	21,87	-22,29	-18,62	-0,8	1,37	1,36	1,0	1,2	-1,0
25	-21,72	22,45	18,26	-0,8	1,95	1,32	1,5	0,9	-0,7
26	21,21	-23,36	-18,01	-1,3	1,60	1,42	1,1	1,1	-1,4
27	-21,34	22,35	18,57	-0,9	0,32	1,36	0,25	5,3	-4,8

$$\sum \varepsilon = -0,9$$

$$M_r = 1,23 \text{ mm}$$

$$\sum \frac{\varepsilon}{m_r} = -9,2$$

$$M'_r = 1,12 \text{ mm}$$

Tablica 11

Wyniki badania metod wyznaczania odchyień osi teodolitu od linii pionu
(teodolit Wild T-3 nr 33260)

Wychylenia pęcherzyka libeli (średnie z trzech serii, w działkach)

Nr pomiaru / Kierunek	1	2	3	4	5	6
0°	-0,20	0,85	-0,32	0,00	-0,57	0,30
60	-0,10	-0,25	0,13	-0,30	-0,47	0,57
120	0,23	-1,03	0,60	-0,22	-0,17	0,17
180	-0,17	-1,23	0,17	-0,07	0,38	-0,30
240	0,18	0,00	-0,17	0,38	0,52	-0,33
300	-0,52	1,02	-0,55	0,18	-0,05	0,10
μ	0,22	0,28	0,09	0,12	0,20	0,17
m_0	0,27	0,17	0,09	0,08	0,11	0,14
γ_{max}	1,6	8,3	3,6	2,2	3,9	3,1

Zredukowane odczyty koła pionowego $z - z_{sr}$

Nr pomiaru / Kierunek	1	2	3	4	5	6
0°	-2,0	1,6	-3,6	0,4	4,0	-1,6
60	0,4	8,0	-3,6	0,0	-2,4	0,8
120	-1,6	2,8	-1,6	-1,2	-1,6	1,6
180	1,6	-2,4	3,6	-1,2	-2,8	1,6
240	0,8	-7,6	3,6	0,4	0,8	-1,6
300	0,4	-2,8	1,2	0,8	2,8	-2,0
μ	1,6	2,0	0,8	1,6	1,2	1,2
m_0	1,2	1,2	0,6	0,4	1,4	0,5
γ_{max}	1,3	6,6	4,2	1,3	3,1	2,0

Tablica 12

Wyniki badania metod wyznaczania odchyień osi teodolitu od linii pionu
(teodolit Zeiss Theo 010 nr 103589)

Wychylenia pęcherzyka libeli (średnie z trzech serii, w działkach)

Nr pomiaru / Kierunek	1	2	3	4	5	6	7	8
0°	-0,10	0,28	0,12	0,00	0,35	-0,63	-0,35	0,22
60	0,12	0,20	0,25	0,63	0,22	-0,20	-0,12	0,18
120	0,32	0,27	0,32	0,62	0,08	0,42	0,30	0,05
180	0,23	-0,25	0,08	0,27	0,00	0,53	0,35	-0,15
240	-0,17	-0,07	0,02	-0,20	0,15	0,30	0,23	0,07
300	-0,30	-0,12	0,03	-0,33	0,15	-0,27	0,03	-0,02
μ	0,16	0,06	0,16	0,17	0,11	0,09	0,05	0,15
m_0	0,05	0,15	0,17	0,21	0,20	0,07	0,12	0,11
γ_{max}	20 ^{cc}	16 ^{cc}	10 ^{cc}	33 ^{cc}	9 ^{cc}	37 ^{cc}	22 ^{cc}	9 ^{cc}

Zredukowane odczyty koła pionowego $z-z_{sr}$

Nr pomiaru Kierunek	1	2	3	4	5	6	7	8
0°	-30 ^{cc}	7 ^{cc}	-5 ^{cc}	-29 ^{cc}	15 ^{cc}	-15 ^{cc}	-7 ^{cc}	1 ^{cc}
60	-30	13	2	-28	8	-29	-10	8
120	8	11	25	1	-5	-20	-24	6
180	31	-4	2	30	-6	9	2	0
240	30	14	5	31	-9	29	19	-9
300	-8	-14	-20	-5	-3	27	20	-5
μ	12,0	3,0	3,6	3,1	4,6	4,0	2,6	2,0
m_0	3,1	2,4	6,7	2,2	4,3	4,2	6,3	1,2
γ_{max}	35	16	17	33	11	32	21	8

Tablica 13

Wyniki badania metod wyznaczania odchyień osi teodolitu od linii pionu
(teodolit Zeiss Th II Nr. 63 282)

Wychylenia pęcherzyka libeli (średnie z trzech serii, w działkach)

Nr pomiaru Kierunek	1	2	3	4	5	6	7
0°	-0,08	-0,08	-0,02	-0,13	0,02	0,05	0,02
60	-0,10	-0,08	-0,02	-0,03	-0,07	0,12	0,18
120	0,03	0,02	-0,03	0,22	-0,02	0,05	0,05
180	0,10	0,13	0,02	0,17	-0,07	-0,02	-0,02
240	0,18	0,12	0,00	-0,03	0,00	-0,03	-0,13
300	0,05	0,05	-0,03	-0,13	-0,03	0,10	-0,13
μ	0,06	0,06	0,05	0,04	0,05	0,03	0,04
m_0	0,04	0,03	0,02	0,04	0,05	0,07	0,04
γ_{max}	31 ^{cc}	28 ^{cc}	5 ^{cc}	44 ^{cc}	7 ^{cc}	15 ^{cc}	34 ^{cc}

Zredukowane odczyty koła pionowego $z-z_{sr}$

Nr pomiaru Kierunek	1	2	3	4	5	6	7
0°	25 ^{cc}	12 ^{cc}	30 ^{cc}	-31 ^{cc}	-21 ^{cc}	-35 ^{cc}	-71 ^{cc}
60	-16	-12	12	-12	-8	-7	-39
120	-41	-22	1	-4	18	28	-4
180	-21	-11	-33	34	16	23	68
240	12	18	-12	12	7	9	44
300	42	16	0	3	-10	-16	3
μ	5,4	12,2	5,6	3,2	3,0	2,7	4,0
m_0	3,5	4,3	8,3	9,8	3,6	6,1	13,0
γ_{max}	42	22	26	26	20	30	64

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ ОСИ ОБОРОТА
ТЕОДОЛИТА ОТ ОТВЕСНОЙ ЛИНИИ МЕСТА НАБЛЮДЕНИЯ

Резюме

В докладе доказывается, что ошибка нивелирования теодолита может быть представлена формулой:

$$M_{\text{роз.}} = \sqrt{(0,2 \cdot p)^2 + \left(\frac{\Delta l \cdot s}{2\pi \cdot r \cdot d}\right)^2},$$

где: p — цена деления главного уровня,

Δl — линейная величина перемещения точки по окружности головки подъёмного винта, которое имеет место при минимальном ощущаемом обороте винта (эта величина для данного наблюдения и теодолита зависит от силы, с которой привинчен становой винт и от условия наблюдения),

r — радиус головки подъёмного винта,

d — расстояние между точками опоры двух подъёмных винтов,

s — ход подъёмного винта.

Существует возможность определения небольшого отклонения оси приведенного в горизонтальное положение теодолита от линии отвеса (γ_{max}) и направления этого отклонения ($\varphi + 90^\circ$), считая от нулевого направления β_0 . Для определения этих величин пользуемся двумя неизвестными U и V , причем имеем следующие соотношения:

$$\sqrt{U^2 + V^2} = \gamma_{\text{max}}, \quad \frac{U}{V} = \text{ctg } \varphi.$$

Величины U и V определяем на основании отсчетов уровня, из системы уравнения:

$$s\beta_1 \cdot U + \sin \beta_1 \cdot V = v_1 + v_2$$

от линии отвеса, позволяет получить ошибку этого определения не превышающую $0,2p$, т. е. около 30% средней ошибки нивелирования теодолита.

Из исследования следует также, что результатом применения выше описанного метода (а также метода, основанного на измерениях вертикальных углов на постоянные цели), для определения разностей наклона оси теодолита, будет повышение точности определения деформации. В исследуемом случае определены горизонтальные перемещения теодолита, исходя из разностей внутренних направлений нередуцированных и редуцированных за влияние разностей наклона оси, получая соответственно ошибки определения перемещений: 1,2 мм и 0,6 мм.

WOJCIECH JANUSZ

METHODS OF DETERMINATION OF DEVIATION OF ROTATION
AXIS OF A THEODOLITE FROM THE PLUMB LINE AT AN OBSERVA-
TION STATION

S u m m a r y

It has been stated in this paper that the levelling error of a theodolite takes the form:

$$M_{poz} = \sqrt{(0,2 \cdot p)^2 + \left(\frac{\Delta l \cdot s}{2 \cdot \tau \cdot r \cdot d}\right)^2}$$

where: p — sensitiveness of the level,

l — linear magnitude of the point-shift on head perimeter of levelling screw, which occurs during a sensible turn of the screw (this magnitude for a given theodolite and observer depends on the force the lock-screw is screwed on, and on working conditions),

r — radius of the head of the levelling screw,

d — reciprocal fulcrum distance of two levelling screws,

s — screw thrust of the levelling screw.

There is a possibility of determining the magnitude of minute axis deviation of a levelled theodolite from the vertical (γ_{max}), and the direction of that deviation ($\varphi + 90^\circ$) referred to the zero direction β_0 . To determine these magnitudes two unknown \underline{U} and \underline{V} and their relations

$$\sqrt{U^2 + V^2} = \gamma_{max} \quad \text{and} \quad \frac{U}{V} = \text{ctg } \varphi \quad \text{are used.}$$

On the basis of level readings, the quantities U and V are determined by equations system:

$$\cos \beta_1 \cdot \underline{U} + \sin \beta_1 \cdot \underline{V} = \gamma_1 + v_{\gamma_1},$$

$$\cos \beta_2 \cdot U + \sin \beta_2 \cdot V = \gamma_2 + v_{\gamma_2}$$

.....

$$\cos \beta_n \cdot U + \sin \beta_n \cdot V = \gamma_n + v_{\gamma_n}$$

where: $\gamma = \frac{l_I + p_I + l_{II} + p_{II}}{4}$, l, p being readings of the two ends of the

bubble of the principal level at face I and II and with the telescope identically directed.

$\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n$ — directions of the collimation planes in which the axis of sight of the telescope is contained at the moment of level readings determining resp. $\gamma_1, \gamma_2 \dots \beta_n$.

Moreover we can determine the quantities \underline{U} and \underline{V} from level readings of the vertical circle with the telescope in lasting position, but the pictures of the bubble ends of the collimation level have to be brought to coincidence. Then the determination of unknowns lies in solution of the equations system:

$$\underline{W} + \sin \beta_1 \underline{U} - \cos \beta_1 \underline{V} = d \alpha_1 + v_{\alpha_1},$$

$$\underline{W} + \sin \beta_2 \underline{U} - \cos \beta_2 \underline{V} = d \alpha_2 + v_{\alpha_2},$$

.....

$$\underline{W} + \sin \beta_n \underline{U} - \cos \beta_n \underline{V} = d \alpha_n + v_{\alpha_n}.$$

where:

$$-d \alpha_i = \frac{[z_i]}{n} - z_i,$$

$$-\underline{W} = z_0 - \delta + \frac{[z_i]}{n}.$$

The vertical circle readings $z_1, z_2 \dots z_n$ are made at moments of setting the axis of sight in the planes of collimation, their horizontal traces being resp. $\beta_1, \beta_2 \dots \beta_n$.

Computed quantities \underline{U} and \underline{V} can be used to reducing arbitrary horizontal direction β_i due to the deviation of the theodolite axis from the plumb line consistently with

$$\beta_{i \text{ red}} = \beta_i + (\underline{U} \cos \beta_i + \underline{V} \sin \beta_i) \operatorname{tg} \alpha_i$$

where: α_i — the angle of inclination of the line of sight which served to determine the direction.

Slight alterations introduced into the above formulae, there arises a possibility of using the formulae for the investigation of deformations by trigonometrical method. Such a use lies in determining the inclination

difference of the axis of a theodolite set up twice at the same station for reason of introducing an adequate reduction correction into the difference of measured horizontal directions.

The accuracy investigations carried out have shown that the application of the above methods of determining the deviation of the axis from the vertical allows to obtain a determination error which does not exceed $0,2p$ what in average makes about 30% of the magnitude of the mean error in theodolite levelling.

Investigations carried out up to now have shown that the effect of applying the above methods (as well as the method based on the vertical angle measurements towards fix targets) for determination of the deviation of the theodolite axis, is an increase of accuracy in determination of deformations. In the case investigated, the horizontal shifts of the theodolite were determined using the directions, reduced and non reduced on account of differences in axis inclinations, getting resp. determination errors of shifts 1,2 mm and 0,6 mm.