

## Porównanie poziomów dwu dawnych sieci niwelacji precyzyjnej na obszarze Polski z poziomem obecnej sieci

### 1. Wstęp

Istnieją wypadki kiedy na terenie jednego państwa znajduje się kilka dużych sieci niwelacji precyzyjnej, założonych w różnym czasie, wzajemnie na siebie zachodzących i mających wiele punktów wspólnych. Często się też zdarza, że wysokości punktów w każdej z tych sieci są wyznaczone w oparciu o różne poziomy odniesienia, a nawet, że w toku opracowywania rachunkowego pomierzone przewyższenia utrzymywały różne poprawki, ze względu na przyjęcie różnych systemów wysokości.

Z wymienionych tu względów, a także z uwagi na nieuniknione błędy każdego pomiaru, punkty wspólne mają z reguły zdecydowanie różne rzędne wyznaczone z obu sieci. Dowodzi to, że wartości rzędnych tych sieci są ze sobą nieporównywalne i że — ogólnie biorąc — punkty różnych sieci nie mogą bezpośrednio stanowić wspólnej podstawy dla jakiegoś nowego pomiaru w terenie.

Obszar Polski jest wyjątkowo wyraźnym przykładem przedstawionej powyżej sytuacji.

Obecna sieć niwelacji precyzyjnej, obejmująca obszar całego kraju i odniesiona do poziomu zera łąty wodowskazowej Kronsztadtu (morze Bałtyckie), obejmuje tereny pokryte w znacznej swej części dawniejszymi sieciami, odniesionymi bądź do poziomu zera wodowskazu w Amsterdamie (Morze Północne), bądź do wyznaczonego w przybliżeniu średniego poziomu Adriatyku w rejonie Triestu [3]. Taki stan rzeczy, szczególnie jeśli chodzi o różne poziomy odniesienia, jest łatwo wytłumaczalny historią naszych ziem w ostatnim stuleciu.

#### 1.1. Cel dokonanego porównania

Względy prawidłowej gospodarki wymagają, aby cały obszar kraju był pokryty siecią punktów o znanej wysokości w jednym, obowiązującym systemie wysokości i odniesionych do jednego, obowiązującego poziomu

odniesienia. Tym warunkom odpowiada dziś ostatnio pomierzona sieć niwelacji precyzyjnej I i II klasy z lat 1952—58 i oparta o nią sieć niwelacji technicznej (III i IV klasa).

Niestety, do nowej sieci niwelacji precyzyjnej nie zostały włączone niektóre dawne linie, a na liniach włączonych — niektóre istniejące repery dawnych sieci niwelacji precyzyjnej. Powody były różne. — Starano się zastępować linie biegnące wzdłuż torów kolejowych liniami biegnącymi wzdłuż szos. Na linii włączonej do nowego pomiaru pewne stare punkty o niewygodnym usytuowaniu, bądź niepewnej stabilizacji były zastępowane nowymi reperami. W efekcie, pewna ilość dawnych punktów niwelacji precyzyjnej, mających wyznaczone rzędne i istniejącą stabilizację, pozostała poza nową siecią. Wskutek tego repery te straciły w znacznym stopniu swą wartość użytkową, jako punkty wysokościowe.

Przydatność reperów starych sieci niwelacji precyzyjnej może być jednak częściowo reaktywowana, jeśli znaleziona zostanie relacja pozwalająca na przeliczenie rzędnych starych sieci, tak by odpowiadały one rzędnym sieci nowej. Oczywiście relacja nie może być wyrażona jedną cyfrą, gdyż bywa ona często bardzo zmienna dla różnych obszarów sieci. Stopień ścisłości tej relacji dla danego punktu, czy dla pewnego obszaru sieci, będzie w zasadzie decydował o możliwości wykorzystania tak przeliczonej rzędnej do tego czy innego rodzaju prac. Oczywiście, może tu być mowa tylko o wykorzystaniu przy pracach nie wymagających wysokich dokładności, jak na przykład podkłady wysokościowe do zdjęć topograficznych, prace dla celów gospodarki wodnej i innych, gdyż wykorzystywane relacje będą uzyskiwane drogą przybliżonej interpolacji różnic rzędnych wyznaczonych na punktach wspólnych porównywanych sieci.

Podstawą dla przeliczenia wysokości punktów sieci  $\alpha$  na wysokości w sieci  $\beta$  będą różnice rzędnych punktów wspólnych ( $w$ ):

$$A_w = H_w^\beta - H_w^\alpha, \quad (1)$$

a rzędną dowolnego punktu ( $i$ ) sieci  $\alpha$ , przeliczoną na wysokość w sieci  $\beta$ , uzyskamy w wyniku interpolacji wielkości  $A_w$  jako:

$$H_i^\beta = H_i^\alpha + A_{int}. \quad (2)$$

Jak widzimy, przedstawione zadanie ma charakter specyficznie użytkowy, a rozwiązanie jego zdaża do otrzymania przybliżonych rzędnych punktów dawnej sieci, wyrażonych w wysokościach odpowiadających sieci nowej, bez dokonywania dodatkowych pomiarów i powtórnych ścisłych przeliczeń starych sieci, prowadzących do ich adaptacji.

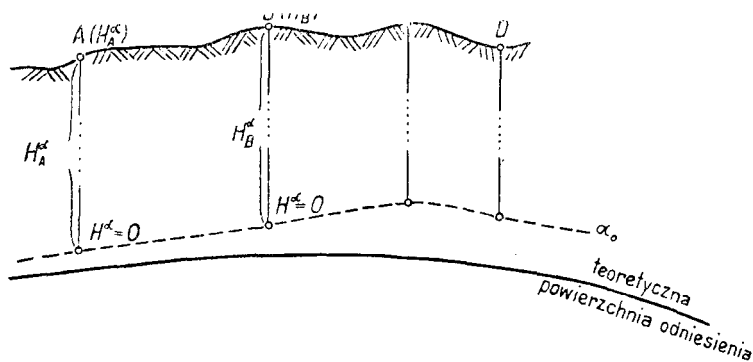
## 1.2. Pomocnicze pojęcie poziomej sieci niwelacyjnej

Zanim przejdziemy do omówienia dokonanego porównania, celowe wydaje się określenie pewnego pojęcia, które zostało umieszczone już

w samym tytule niniejszego opracowania. Chodzi mianowicie o pojęcie *poziomu sieci niwelacyjnej*. Jest to — w odróżnieniu od w znacznym sensie teoretycznego pojęcia *powierzchni odniesienia sieci niwelacyjnej* — pojęcie pomocnicze o charakterze użytkowym, w sposób zwięzły określające to, co wymagałoby znacznie dłuższego omówienia. Pojęcie to jest szczególnie wygodne przy omawianiu przedstawionego zagadnienia, ale może być również stosowane i przy innych opracowaniach z zakresu niwelacji.

Pod poziomem sieci niwelacyjnej rozumiemy tu będziemy powierzchnię, w której leżą punkty o wysokości „zero” określone przez odłożenie od poszczególnych punktów sieci, wzdłuż linii pionu, odcinka o długości równej rzędnej tego punktu <sup>\*)</sup>. Łącząc określone w ten sposób punkty, otrzymujemy pewną nieregularną powierzchnię, różniącą się od założonej teoretycznej powierzchni odniesienia o wielkości wynikłe z sumujących się błędów pomiaru na drodze od punktu wyjściowego do danego punktu.

Tak określony poziom danej sieci jest jej rzeczywistym poziomem zerowym ( $\alpha_0$ ) na całym zajmowanym przez nią obszarze (rys. 19).



Rys. 19. Poziom zerowy sieci niwelacyjnej ( $\alpha_0$ )

Porównanie rzędnych wspólnych punktów obu sieci i interpolacja uzyskanych stąd wielkości różnic  $\Delta_w$  na punkty pośrednie mogą więc być, bardziej ogólnie, traktowane jako porównanie poziomów obu sieci ( $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ).

Ilustracją, dla przypadku kiedy porównywane sieci mają wspólną teoretyczną powierzchnię odniesienia, jest rys. 20. Wartości  $\Delta_A$ ,  $\Delta_B$  itd. są wielkościami  $\Delta_w$ , obliczonymi według wzoru (1).

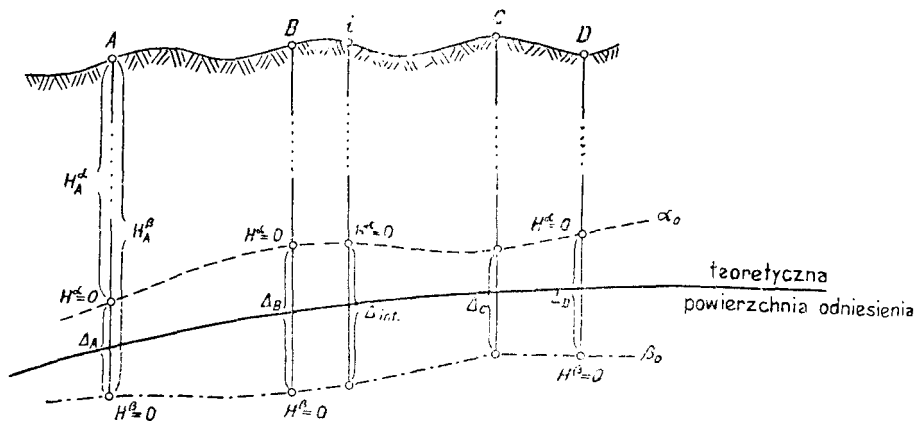
Choć odstęp między poziomami zerowymi ( $\alpha_0$  i  $\beta_0$ ) są zmienne, to jednak zmiany te są na ogół płynne, przez co umożliwiają zastosowanie wspomnianej już interpolacji.

Jak z tego widać, podane ujęcie nie zmienia dotychczasowego sposobu

<sup>\*)</sup> Taka interpretacja odnosi się do wypadku, gdy przyjęty dla sieci niwelacyjnej system wysokości wyraża je w mierze liniowej.

porównywania, daje mu jedynie pewną interpretację geometryczną. Pozwala też przez wyrażenie „punkt w poziomie sieci  $\alpha$ ”, określić krótko, że rzędna danego punktu jest odniesiona do poziomu danej sieci, uzyskanego na podstawie pomiarów dokonanych w określonym czasie, przy przyjęciu określonego poziomu odniesienia, określonego systemu wysokości i w wyniku wyrównania tej sieci.

Wyrażeniem tym będziemy się dalej niejednokrotnie posługiwać.



Rys. 20. Porównanie rzędnych dwu sieci w interpretacji porównania ich poziomów zerowych (A, B, C, D — punkty wspólne, i — punkt tylko w sieci  $\alpha$ )

### 1.3. Rodzaje porównań

Wielkość określanych różnic rzędnych punktów wspólnych dwu sieci ( $l_n$ ) i zmienność tych wielkości jest zależna od kilku czynników, a mianowicie od:

- dokładności pomiarów obu sieci,
- przyjętych jednakowych lub różnych poziomów odniesienia obu sieci,
- przyjętych jednakowych lub różnych systemów wysokości,
- ewentualnych ruchów skorupy ziemskiej lub ruchów stabilizacji punktów w okresie między pomiarami dwu porównywanych sieci niwelacji.

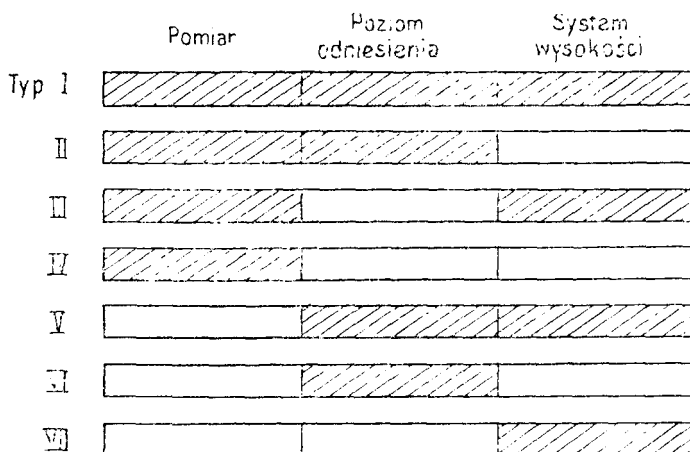
Znajomość wpływu niektórych z tych czynników, na przykład wymienionych w punkcie b) i c), oraz znajomość stwierdzonych różnic  $\Delta_n$ , prowadzi do możliwości analizy wpływu pozostałych czynników.

Aczkolwiek dotychczas mówiliśmy o porównaniu poziomów dwu sieci, mając na uwadze sieci powstałe z dwu różnych pomiarów, to jednak analogiczne porównanie może być dokonane dla sieci powstałej z jednego pomiaru, ale dwukrotnie, w różny sposób opracowanej, na przykład przy przyjęciu innych poziomów odniesienia i innych systemów wysokości.

Analogicznemu porównaniu mogą być też poddane rzędne dwu sieci, z których jedna jest tylko niezależnie wyrównaną częścią drugiej sieci.

Zależnie od różnic w materiale pomiarowym, bądź w sposobie opracowania liczbowego dwu porównywanych sieci, dokonane porównanie będzie miało różny charakter; różna będzie też zmienność i wielkość stwierdzonych różnic rzędnych punktów wspólnych, czyli różne odstępstwa między poziomami porównywanych sieci.

Rys. 21 przedstawia schematycznie 7 typów porównań wynikających z różnic w pomiarze, poziomie odniesienia lub systemie wysokości.



Rys. 21. Typy porównań ze względu na różnice w porównywanych materiałach niwelacyjnych  
(Pola zakreskowane odpowiadają elementom różnym w porównywanych sieciach, pola białe — elementom wspólnym)

Każdy z przedstawionych na rys. 21 typów porównań daje materiał do innej analizy, a mianowicie do analizy wpływu na różnice rzędnych tego elementu, który był różny w obu porównywanych sieciach.

#### 1.4. Ogólna charakterystyka dokonanych porównań

Jak wspomniano już w p. 1.1., celem dokonanych tu porównań było umożliwienie wykorzystania dawnych punktów niwelacyjnych na terenie naszego państwa — nie włączonych do aktualnej sieci niwelacji precyzyjnej — jako punktów wysokościowych przy pracach nie wymagających wysokiej dokładności podkładu wysokościowego. Jednocześnie, uzyskany z porównania materiał mógł być wykorzystany do analizy o charakterze naukowo-badawczym.

Porównaniu podlegały rzędne aktualnej sieci niwelacji precyzyjnej

I i II klasy, powstałej prawie całkowicie z nowych pomiarów w okresie powojennym, z rzędnymi dwóch dawnych sieci:

- a) sieci polskiej niwelacji precyzyjnej I rzędu, pomierzonej w latach 1926—37 (patrz rozdz. 2.),
- b) sieci niemieckiej niwelacji precyzyjnej z lat 1870 i późniejszych (rozdz. 3.).

Materiały tych samych trzech sieci posłużyły też, po dokonaniu pewnej ich analizy i dodatkowych przeliczeń, do pierwszego przybliżonego wyznaczenia ruchów skorupy ziemskiej na całym obszarze Polski, co zostało omówione w publikacji [2].

Jak dalej zobaczymy, niektóre opracowania wykonane dla badań ruchów skorupy ziemskiej zostały wykorzystane dla przedstawianego tu porównania, ale też i odwrotnie — niektóre materiały opracowane dla tego porównania uzupełniły materiały wykorzystane do badań ruchów skorupy ziemskiej. Różnica w wykorzystaniu wyników niwelacji w obu opracowaniach polegała zasadniczo na tym, że dla badań ruchów skorupy ziemskiej należało porównać materiał wzajemnie porównywalny, tj. odniesiony do tego samego poziomu odniesienia i obliczony w tym samym systemie wysokości, co oczywiście wiązało się z koniecznością dokonania pewnych przeliczeń i wprowadzenia redukcji, podczas gdy dla omawianego tu porównania należało porównywać rzędne dwu sieci bez jakichkolwiek dodatkowych przeliczeń, tj. takie, jakie zostały obliczone w wyniku wyrównania danej sieci, z zachowaniem przyjętego dla niej poziomu odniesienia i systemu wysokości.

Ze względu na różnice między zestawianymi z sobą materiałami, dokonane porównania należy zaliczyć do typu I (rys. 21).

## **2. Porównanie poziomów polskiej przedwojennej i obecnej sieci niwelacji precyzyjnej**

Zanim przejdziemy do opisu sposobu porównania poziomów wymienionych w nagłówku sieci, wydaje się celowe podanie krótkiej ich charakterystyki, co pozwoli na ocenę jakości porównywanego materiału i da pewne elementy do analizy otrzymanych wyników.

### *2.1. Charakterystyka porównywanych sieci*

#### *2.1.1. Przedwojenna polska sieć niwelacji precyzyjnej I rzędu*

Sieć ta została pomierzona w latach 1926—37 i obejmowała cały obszar Polski w ówczesnych jej granicach [8]. Tworzyło ją 36 zamkniętych poligonów, o długości obwodnicy do 650 km; poszczególne linie miały długość do 220 km. Zagęszczenie liniami niwelacji II rzędu zostało do roku 1939 wykonane częściowo jedynie na niektórych obszarach.

Ogólna długość linii sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu wynosiła około 10 000 km.

Na liniach osadzone były następujące typy reperów:

- a) repery tabliczkowe — co 8÷10 km, w ścianach solidnych gmachów lub kościołów, na wysokości około 1,80 m nad ziemią,
- b) bolce — osadzone co 2÷3 km w ścianach budynków murowanych na wysokości 35—50 cm nad ziemią oraz w przyczółkach mostów i większych przepustów,
- c) kamienie niwelacyjne (granit, piaskowiec) — w miejscach gdzie osadzenie bolca nie było możliwe; głębokość osadzenia  $\sim 90$  cm.

Do sieci włączono, w miarę możliwości, dużą ilość reperów niwelacji precyzyjnej byłych państw zaborczych.

Pomiar dokonany został niwelatorami precyzyjnymi Zeiss N III, przy użyciu łań inwarowych, stosując celowe do 50 m.

Sieć oparta była na 7 punktach, tzw. podstawowych, których głębokość osadzenia sięgała od 2 do 4,5 m.

Poziom wyjściowy przedwojennej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu stanowiła rzędna reperu I klasy (Höhenmarke) dawnej niemieckiej niwelacji podstawowej, umieszczonego w ścianie ratusza w Toruniu ( $H = 50,518$  m). Tym samym sieć polska odniesiona była pośrednio do tzw. poziomu Normal-Null (N.N.), tj. poziomu zera wodowskazu w Amsterdamie.

Zbyt krótki okres rejestracji poziomu morza, przez mareograf zainstalowany na wybudowanej w roku 1931 stacji mareograficznej w Gdyni, nie pozwalał jeszcze na oparcie niwelacji polskiej o średni poziom morza Bałtyckiego.

Wysokości punktów obliczane były w systemie wysokości ortometrycznych normalnych, wprowadzając do pomierzonych przewyższeń, między sąsiednimi reperami, poprawkę ze względu na nierówność powierzchni poziomowych, uwzględniającą zmienną wartość normalną siły ciężkości.

Stosowano wzór:

$$\varepsilon = - 0,0000126 \text{ mm} \cdot 2 H \cdot \sin 2\varphi \cdot d\varphi'', \quad (3)$$

gdzie:  $2 H$  — suma wysokości punktów końcowych odcinka,

$\varphi$  — szerokość geograficzna punktu początkowego odcinka,

$d\varphi''$  — różnica szerokości geograficznej punktów końcowych odcinka, w sekundach łuku.

Dokładność pomiaru określają następujące błędy średnie na 1 km.

Z różnic podwójnego pomiaru na poszczególnych odcinkach:

$$m_{k_1} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[\frac{\Delta^2}{r}\right] \cdot \frac{1}{n}} = \pm 0,45 \text{ mm.}$$

Z różnic na poszczególnych liniach:

$$m_{k_2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \frac{S^2}{L} \right]} \cdot \frac{1}{n} = \pm 0,73 \text{ mm.}$$

Z niezamknięć poligonów:

$$m_{k_3} = \pm \sqrt{\left[ \frac{f^2}{p} \right]} \cdot \frac{1}{n} = \pm 1,04 \text{ mm.}$$

Według wzorów zaleconych przez Międzynarodową Asocjację Geodezji (z roku 1912) otrzymano:

Prawdopodobny błąd przypadkowy:

$$\nu_r = \pm \frac{1}{3} \sqrt{\left[ \frac{A^2}{L} - \frac{[r^2]}{[L]^2} \cdot \left[ \frac{S^2}{L} \right] \right]} = \pm 0,31 \text{ mm,}$$

(odpowiada mu błąd średni  $\sim \pm 0,46$  mm).

Prawdopodobny błąd systematyczny:

$$\sigma_R = \pm \sqrt{\frac{1}{[L^2]} \left( \frac{2}{9} [f^2] - \nu_r [L] \right)} = \pm 0,05 \text{ mm,}$$

(odpowiada mu błąd średni  $\sim \pm 0,08$  mm).

Z poprawek uzyskanych z wyrównania otrzymano następujący średni błąd 1 km linii niwelacyjnej:

$$M_k = \pm \sqrt{\frac{[p v v]}{n}} = \pm 1,04 \text{ mm.}$$

Poszczególne symbole oznaczają:

- $l$  — różnica pomiaru „tam” i „z powrotem” dla poszczególnego odcinka,
- $r$  — długość odcinka,
- $S$  — różnica pomiaru „tam” i „z powrotem” dla linii,
- $L$  — długość linii,
- $f$  — niezamknięcie poligonu, po uwzględnieniu poprawek ortometrycznych,
- $P$  — długość obwodnicy poligonu.

### 2.1.2. Obecna polska sieć niwelacji precyzyjnej

Sieć ta obejmuje cały obszar państwa i prawie wyłącznie składa się z linii nowo pomierzonych [10], [11]. Jedynie na niektórych liniach II klasy zostały adaptowane wcześniejsze pomiary.

Sieć niwelacji I klasy (pomiar w latach 1952—55) składa się z 8 zamkniętych poligonów o długości obwodnicy do 1070 km i długościach poszczególnych linii do 630 km. Ogólna długość linii I klasy wynosi około 5500 km.



Na liniach sieci niwelacji precyzyjnej I klasy osadzono ogółem około 3800 znaków wysokościowych różnych typów [12] \*), przy czym włączono też wiele dawnych reperów polskiej i niemieckiej niwelacji precyzyjnej, których stabilizacja odpowiadała wymaganiom stawianym punktom nowej sieci.

Sieć oparta została na 14 punktach fundamentalnych, z których jedynie 2 są punktami dawnymi.

Ocena dokładności pomiaru sieci została dokonana wzorami:

$$\eta^2 = \frac{1}{4(n-N)} \left\{ \left[ \frac{A^2}{r} \right] - \left[ \frac{S^2}{L} \right] \right\},$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} \left[ \frac{S^2}{L^2} \right],$$
(4)

gdzie znaczenie części symboli jest takie same jak we wzorach w p. 2.1.1.: prócz tego oznaczono:

$n$  — ilość odcinków między sąsiednimi reperami,

$N$  — ilość odcinków, dla których określono oddzielnie wpływ błędu systematycznego ( $S$ ).

Otrzymano następujące wielkości średnich błędów na 1 km linii:

Średni błąd przypadkowy  $\eta = \pm 0,42$  mm,

Średni błąd systematyczny  $\sigma = \pm 0,04$  mm.

Wysokości punktów sieci zostały odniesione do poziomu zera łąty wodowskazowej w Kronsztadzie i obliczone w systemie tzw. wysokości normalnych. Do pomierzonych wartości przewyższeń wprowadzano poprawki ze względu na zmianę rzeczywistej wartości siły ciężkości (wartości normalnej i anomalii Faye'a).

Poprawka ( $PN$ ) określona jest wzorem:

gdzie:

$$PN_{AB} = - \frac{(\gamma_0^B - \gamma_0^A)}{\gamma_{sr}} \cdot H_{sr} + \frac{(g_0 - \gamma_0)_{sr}}{\gamma_{sr}} \cdot h_{AB},$$
(5)

$\gamma_0^B, \gamma_0^A$  — wartości normalne siły ciężkości końcowych punktów odcinka, wg wzoru Helmerta,

$H_{sr}$  — średnia przybliżona wysokość punktów  $A$  i  $B$  n.p.m.,

$\gamma_{sr} = \gamma_{0, sr} - 0,154 \cdot H_{sr}$ ,

$(g_0 - \gamma_0)_{sr}$  — średnia wartość anomalii Faye'a punktów  $A$  i  $B$ ,

$h_{AB}$  — przewyższenie pomierzone między punktami  $A$  i  $B$ .

Sieć niwelacji precyzyjnej I klasy została zagęszczona siecią niwelacji II klasy (pomiar w latach 1955—58), w której ogólna długość linii wynosi około 10 000 km. Dokładność pomiaru niwelacji II klasy jest nieco niższa niż I klasy.

\*) Nie omawiamy szczegółowiej stabilizacji nowych punktów obecnej sieci, gdyż punkty te, jako nowe, nie odgrywały żadnej roli przy porównaniu.

Sieć niwelacji I klasy została wyrównana z uwzględnieniem warunków umożliwiających uzyskanie wspólnego poziomu z sieciami państw sąsiednich. Dokładność pomiaru sieci charakteryzuje średni błąd po wyrównaniu  $m_0 = \pm 0,78$  mm/km [10].

Ostateczne wyrównanie sieci I klasy — w wyniku którego obliczone zostały wysokości punktów w systemie wysokości normalnych, odniesionych do poziomu zera Kronsztadtu — poprzedzone było wyrównaniem tymczasowym. Ten sam materiał pomiarowy linii I klasy został dla wyrównania tymczasowego opracowany w systemie wysokości ortometrycznych normalnych, a wysokości odniesione do rządnej reperu na ratuszu w Toruniu, czyli przyjęty został taki sam poziom wyjściowy jak dla przedwojennej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej z lat 1926—37.

Jak dalej zobaczymy, z wyników tego tymczasowego wyrównania będziemy pośrednio korzystali przy porównaniu wysokości, czyli inaczej — poziomów sieci przedwojennej i obecnej z ostatecznego wyrównania.

## 2.2. Sposób porównania. Wykorzystane materiały

Porównanie poziomów przedwojennej i obecnej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej, przez wyznaczenie różnic rzędnych punktów wspólnych, mogło być dokonane na obszarach, w których takie wspólne punkty się znajdowały, a więc wzdłuż linii o jednakowym lub podobnym przebiegu w obu sieciach. Z uwagi na to, podstawą dla porównania były linie tzw. powtórnej niwelacji. Zasięg ich — co wynika z obszaru objętego niwelacją przedwojenną — nie obejmował Ziemi Zachodnich i Mazur.

Aby móc zapisać dalej omawiane porównanie w formie równania, analogicznego do równania (1), wprowadzimy następujące oznaczenia.

Rzędne punktów sieci przedwojennej, pomierzonej w latach 1926—37, odniesionej do poziomu zera Amsterdamu i obliczonej w systemie wysokości ortometrycznych normalnych, będziemy oznaczali jako  $H_{ort.}^{Amst. 37}$ .

Odpowiednio, rzędne sieci obecnej niwelacji precyzyjnej, której pomiar linii I klasy dokonano w latach 1952—55, odniesione do zera Kronsztadtu i obliczone w systemie wysokości normalnych, będziemy oznaczali jako  $H_{norm.}^{Kronszt. 55}$ .

Mozemy wtedy zapisać porównanie w formie równania:

$$\Delta H = H_{ort.}^{Amst. 37} - H_{norm.}^{Kronszt. 55}. \quad (6)$$

Omawiane porównanie nie zostało jednak dokonane na drodze bezpośredniego porównania rzędnych punktów wspólnych wg wzoru (6), gdyż w tym czasie dysponowano już materiałami innych, wcześniejszych opracowań, które pozwalały szybciej uzyskać to porównanie na drodze pośredniej.

Były to następujące opracowania:

- a) porównanie wysokości sieci przedwojennej I rzędu ( $H_{ort.}^{Amst. 37}$ ) z wysokościami sieci powojennej I klasy z wyrównania tymczasowego, odniesionymi do Amsterdamu i obliczonymi w systemie wysokości ortometrycznych normalnych (oznaczymy je jako  $H_{ort.}^{Amst. 55}$ ).

Z porównania tego wyznaczono wartość  $r$ :

$$r = H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{ort.}^{Amst. 37} \quad (7)$$

- b) porównanie obecnej sieci I klasy z wyrównania tymczasowego ( $H_{ort.}^{Amst. 55}$ ) z wysokościami tej samej sieci z wyrównania ostatecznego ( $H_{norm.}^{Kronszt. 55}$ ).

Z porównania tego wyznaczono wartości  $R$ :

$$R = H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} \quad (8)$$

Korzystając z wyznaczonych już wielkości  $R$  i  $r$ , można było w prosty sposób otrzymać szukane wielkości  $\Delta H$ , ponieważ mamy:

$$\begin{aligned} \Delta H &= H_{ort.}^{Amst. 37} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} = (H_{ort.}^{Amst. 37} - H_{ort.}^{Amst. 55}) + \\ &+ (H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{norm.}^{Kronszt. 55}) = -r + R. \end{aligned} \quad (9)$$

Poniżej omówimy sposób dokonania porównań wyrażonych wzorami (7) i (8), graficzne przedstawienie wyników tych porównań i wykorzystanie ich dla porównania będącego celem niniejszego opracowania.

### 2.2.1. Porównanie poziomów przedwojennej sieci niwelacji precyzyjnej i obecnej z wyrównania tymczasowego. Wartość „ $r$ ”

Porównanie to, wyrażone uprzednio wzorem (7), bezpośrednio mogło być dokonane tylko dla wspólnych punktów sieci przedwojennej I rzędu (pomiar 1926—37 r.) i sieci niwelacji precyzyjnej I klasy (pomiar 1952—55 r.) z wyrównania tymczasowego, gdyż tylko te sieci miały wspólny poziom wyjściowy (reper Toruń — Ratusz) i obliczone były w jednakowym systemie wysokości (wysokości ortometryczne normalne).

W celu doprowadzenia do analogicznego porównania punktów leżących na obecnych liniach niwelacji II klasy, które wyrównane były w oparciu o linie I klasy z ostatecznego wyrównania (poziom odniesienia — Kronsztadt, system wysokości normalnych), należało wprowadzić pewne redukcje. Wykorzystywano w nich wyniki porównania, opisanego w p. 2.2.2., a zapisanego uprzednio w formie wzoru (8).

Przeliczenie rzędnych linii II klasy dokonywano według następującego przybliżonego wzoru:

$$H_{ort.}^{Amst. 55} = H_{norm.}^{Kronszt. 55} + 0,0842 \text{ m} + \sum_{p.n.}^i II PN, \quad (10)$$

gdzie:

$0,0842m + A_{p.n.} = R_{p.n.}$  — wartość  $R$ , wg wzoru (8), wzięta dla punktu nawiązania linii II klasy,

$\sum_{p.n.}^i II PN$  — suma drugiego członu poprawki normalnej ( $PN$ ), liczona od punktu nawiązania do danego punktu.

Przy takim porównaniu zmienna wartość  $r$ , uzyskana według wzoru (7) z porównania wysokości tych samych reperów na poszczególnych odcinkach wspólnych linii obu sieci, miała swe źródło w następujących czynnikach:

- w różnym wpływie błędów pomiaru obu sieci na wyznaczane wysokości reperów,
- w pewnym częściowo systematycznym, ale różnym wpływie obu wyrównań,
- w pionowych ruchach skorupy ziemskiej,
- w pionowych ruchach poszczególnych reperów nie dość stabilnie osadzonych w podłożu,
- dla linii obecnej niwelacji II klasy — w pewnych niewielkich błędach redukcji.

Porównanie objęło wszystkie wspólne repery obu sieci (około 500 sztuk) rozmieszczone na liniach powtórnej niwelacji. Wartości  $r$  zapisywano z dokładnością do milimetra.

W celu graficznego przedstawienia rozkładu i zmienności wartości  $r$ , wykonano na kalce szkic (skala 1 : 1 000 000) z naniesionymi punktami wspólnymi i podanymi wartościami  $r$ . Nie naniesiono jednak wszystkich punktów wspólnych, wybierając jedynie te (około 250 sztuk), które:

- dawały zagęszczenie nie większe niż 1 reper na 2 km linii (w skali szkicu — 2 mm),
- nie wykazywały większych różnic wartości  $r$  w stosunku do reperów sąsiednich. — Warunek ten zabezpieczał przed wprowadzeniem na szkic tych wartości  $r$ , które w znacznej mierze były obciążone lokalnymi ruchami (np. ruch stabilizacji w podłożu).

Tak otrzymane wartości  $r$  były następnie podstawą do opracowania mapki współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na obszarze Polski [2], a szkic tych wartości w skali 1 : 1 000 000 posłużył do wyznaczenia poszukiwanych wartości  $\Delta H$ , zgodnie z wzorem (9).

Wartości  $r$  mieściły się w granicach od  $-1$  do  $+3$  cm.

### 2.2.2. Porównanie poziomów obecnej sieci niwelacji precyzyjnej I klasy z wyrównania tymczasowego i ostatecznego. Wartość „ $R$ ”

Drugim składnikiem wchodzącym do równania (9), pozwalającego na drodze pośredniej dokonać omawianego przez nas w rozdz. 2. porównania,

jest wartość  $R$ , wyrażona poprzednio wzorem (8). Wyraża ona, jak wiemy, różnicę między rzędnymi tej samej sieci mierzonej w roku 1952—55, ale dwukrotnie różnie obliczonej i wyrównanej.

Wyrównanie tymczasowe dało następujący materiał (p. 2.1.2.):

- a) wyrównana została jedynie sieć niwelacji I klasy,
- b) wysokości obliczone zostały w systemie wysokości ortometrycznych normalnych,
- c) obliczone wysokości podane zostały w odniesieniu do dwu poziomów:
  - 1) — prowizorycznie przeniesionego poziomu zera wodowskazu Kronszadt oraz 2) — w odniesieniu do punktu Toruń — Ratusz (stary poziom N.N.).\*)

Natomiast wyrównanie ostateczne dało następujący materiał (p. 2.1.2.):

- a) wyrównana została sieć niwelacji precyzyjnej I klasy z uwzględnieniem dodatkowych warunków umożliwiających uzyskanie wspólnego poziomu z sieciami państw sąsiednich,
- b) w oparciu o wyrównaną sieć I klasy wyrównana została sieć niwelacji II klasy,
- c) wysokości obliczone zostały w systemie wysokości normalnych, czyli poprawki do pomierzonych przewyższeń ze względu na nierównoległość powierzchni poziomowych, w stosunku do odpowiednich poprawek w systemie wysokości ortometrycznych normalnych, różniły się wartościami drugiego członu poprawki normalnej (PN):

$$II PN = \frac{1}{\gamma_{sr}} (g_0 - \gamma_0)_{sr} \cdot h_{AB}, \quad (11)$$

- d) obliczone wysokości podane zostały w odniesieniu do poziomu zera Kronsztadt.

Przy porównaniu wysokości punktów tej samej sieci, otrzymanych z dwu różnych wyrównań — tymczasowego i ostatecznego — zmienność wartości  $R$  miała swoją przyczynę w następujących czynnikach: \*\*)

- a) w przyjęciu różnych systemów wysokości,
- b) w zmiennym wpływie dodatkowych warunków wymienionych w punkcie a), przy omawianiu ostatecznego wyrównania.

Prócz tych czynników dochodził jeszcze stały co do wielkości wpływ różnych poziomów odniesienia.

Celem dokonania porównania między wysokościami sieci niwelacji precyzyjnej I klasy z obu wyrównań, wybrano 224 punkty o następującej charakterystyce i przeznaczeniu:

\*) W niniejszym opracowaniu w wypadku, gdy będzie mowa o rzędnych otrzymanych z wyrównania tymczasowego, będziemy mieli zawsze na uwadze rzędne odniesione do punktu Toruń — Ratusz.

\*\*) Omawiane tu porównanie, zgodnie z poprzednio podaną klasyfikacją, możemy zaliczyć w zasadzie do typu V (rys. 21).

- a) punkty węzłowe sieci wchodzącej do obu wyrównań — ułatwiające interpolację różnic rzędnych,
- b) punkty zagęszczenia ze względu na zróżnicowanie wysokościowe terenu — punkty dające możliwość dokładniejszego określenia wartości  $R$  na drodze interpolacji w terenie górskim, gdzie wielkość i zmienność II członu poprawki normalnej jest duża,
- c) punkty dodatkowe dla uzyskania minimalnego zagęszczenia w terenie płaskim,
- d) punkty w rejonie nawiązania linii II klasy powtórnej niwelacji — ułatwiające przeliczenie o którym wspomniano w p. 2.2.1., wzór (10).

Rozłożenie i gęstość wykorzystanych punktów była taka, że pozwalała na utrzymanie błędu porównania wzdłuż linii w terenie płaskim w granicach  $\pm 1$  mm.

Linie niwelacji precyzyjnej I klasy wraz z wybranymi do porównania punktami zostały naniesione na kalkę w skali 1 : 1 000 000.\*)

Dla bardziej obrazowego, tak cyfrowego jak i graficznego przedstawienia zmienności różnic między rzędnymi, uzyskanymi z obu wyrównań, zmniejszono te różnice o stałą wartość odpowiadającą różnicy na punkcie Toruń — Ratusz.

W takim ujęciu różnice rzędnych na poszczególnych punktach można było przedstawić jako:

$$H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} - 0,0842 \text{ m} = A. \quad (12)$$

Tym samym wartości  $A$  obrazują różnice poziomów obu sieci, jeśli za wspólny poziom wyjściowy przyjmiemy rzędną punktu Toruń — Ratusz.

Na szkic naniesione zostały właśnie te wartości  $A$  w skali 1 : 1 i — po dokonaniu, wzdłuż linii niwelacji, interpolacji tych wartości — przedstawiono je w postaci ciągłego diagramu wstęgowego.

Całkowitą wartość różnicy poziomów obu sieci ( $R$ ) otrzymujemy oczywiście jako:

$$R = 0,0842 \text{ m} + A. \quad (13)$$

Wartości te mieściły się w granicach od + 7 do + 9 cm.

### 2.3. Graficzne przedstawienie porównania poziomów sieci przedwojennej i obecnej z ostatecznego wyrównania

Jak już powiedzieliśmy w p. 2.2., szukane wartości  $\Delta H$ , będące różnicami rzędnych odpowiednich punktów w sieci przedwojennej i obecnej z ostatecznego wyrównania, można było wyznaczyć jako:

$$\Delta H = -r + R. \quad (9)$$

\*) Niestety, wszystkie wymienione w pracy opracowania w skali 1 : 1 000 000 nie mogły być załączone ze względu na ich wielkość.

Ponieważ nie chodziło o wartość  $\Delta H$  dla pojedynczych punktów wspólnych, lecz o przeciętne wartości  $\Delta H$  na poszczególnych odcinkach linii wspólnych dla obu sieci, można więc było wykorzystać wymienione w p. 2.2.1. oraz w p. 2.2.2. opracowania graficzne, obrazujące zmienność wielkości  $r$  i  $R$ , dla graficznego przedstawienia zmienności wielkości  $\Delta H$ . Wykorzystanie opracowań wielkości  $r$  i  $R$  dla określenia wielkości i zmienności  $\Delta H$  przyspieszyło uzyskanie ostatecznego wyniku w postaci graficznej, nie pociągając za sobą większego obniżenia dokładności opracowania, w stosunku do opracowania jakie można było uzyskać w oparciu o bezpośrednio obliczone wartości  $\Delta H$ , wg wzoru (6).

Mapka z wartościami  $\Delta H$  na poszczególnych odcinkach linii wspólnych obu sieci wykonana została w skali 1 : 2 000 000 (patrz załącznik 1). Podano na niej przebieg linii powtórnej niwelacji, z rozróżnieniem linii niwelacji I i II klasy w obecnej sieci. Ogólna długość linii — około 2200 km. Na liniach tych oznaczono odcinki, dla których można było określić wspólną przeciętną wartość  $\Delta H$ , wyrażoną w centymetrach, w odstępach co jeden centymetr. W niektórych rejonach podane zostały wartości  $\Delta H$  nawet z pojedynczych porównań, których wartość jest oczywiście mniej pewna, ale cenna ze względu na swą lokalizację.

Odcinki równych przeciętnych wartości  $\Delta H$  określone zostały przez nałożenie na siebie kalek w skali 1 : 1 000 000, z naniesionymi wartościami  $r$  i  $R$ , przez odjęcie od siebie tych wartości, zgodnie z równaniem (9), i określenie odcinków, na których przeciętne różnice miały jednakową wartość.

Ponieważ wartość  $r$  zawarta była w granicach od  $-1$  do  $+3$  cm, a wartość  $R$  od  $+7$  do  $+9$  cm, więc otrzymane wartości  $\Delta H$  zawarte były w granicach od  $+5$  do  $+10$  cm.

Dokonyamy teraz orientacyjnej oceny spodziewanych przeciętnych wielkości odchyłek wartości  $\Delta H$  na poszczególnych punktach w stosunku do średniej wartości  $\Delta H$ , określonej dla pewnego odcinka linii powtórnej niwelacji.

Na ostateczny błąd składają się głównie dwa błędy, których ocena przedstawia się następująco:

- a) przy zapisie wartości  $r$  dla poszczególnego porównywanego punktu z dokładnością do 1 mm i przy uwzględnieniu nieregularnej zmienności tej wielkości wzdłuż linii, można oszacować, że przeciętna wielkość odchyłki od określonej średniej wartości  $r$  będzie rzędu  $\pm 0,4$  cm,
- b) przy zapisie wartości  $R$  dla poszczególnego punktu z dokładnością do 1 mm i przy wzięciu pod uwagę zmienności tej wartości wzdłuż linii niwelacyjnej, można na odcinkach interpolowanych spodziewać się następujących przeciętnych błędów:

w terenach płaskich — rzędu  $\pm 0,1$  cm,  
 w terenach górzystych — rzędu  $\pm 0,3$  cm.

Przy takim oszacowaniu poszczególnych błędów, otrzymujemy dla pojedynczej wartości  $\Delta H$  przeciętny błąd:

w terenach płaskich:

$$t_1 = \pm \sqrt{0,4^2 + 0,1^2} \approx \pm 0,4 \text{ cm},$$

w terenach górzystych:

$$t_2 = \pm \sqrt{0,4^2 + 0,3^2} \approx \pm 0,5 \text{ cm}.$$

Błędy średnie byłyby nieco większe, odpowiednio  $\pm 0,5$  i  $\pm 0,6$  cm.

\*

Omawiane porównanie poziomów przedwojennej i powojennej niwelacji precyzyjnej, dokonane jedynie wzdłuż linii podwójnej niwelacji i przedstawione na mapce w skali 1 : 2 000 000, było poprzedzone nieco innym porównaniem, którego wynik przedstawiono na mapce w skali 1 : 4 000 000. Dokonano tam interpolacji wartości  $\Delta H$  na obszary między liniami podwójnej niwelacji. Oczywiście otrzymany obraz rozkładu wartości  $\Delta H$  obciążony był odpowiednio większymi błędami.

Porównanie to, wraz z mapką, opublikowane zostało w Biuletynie IGiK [4].

#### 2.4. Omówienie wyników porównania. Wnioski

Wykorzystując zebrany materiał liczbowy i graficzny przedstawianego opracowania oraz dwu wymienionych opracowań wcześniejszych, które zostały tu wykorzystane (wartości  $r$  i  $R$ ), można wyciągnąć szereg wniosków ogólnych.

Oto one:

1. Największy wpływ na stwierdzone różnice rzędnych wspólnych punktów przedwojennej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej I rzędu i obecnej sieci, otrzymanej w wyniku ostatecznego wyrównania, miała zmiana poziomu odniesienia, tzn. przejście z wysokości odniesionych pośrednio do poziomu morza w Amsterdamie (tzw. poziom N.N.) na wysokości odniesione do zera Kronsztadtu.

Głównie z tego powodu dla punktu Toruń — Ratusz wynika różnica:

$$H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} = + 0,0842 \text{ m}. \quad (14)$$

2. Drugim, co do wielkości wpływu na różnice rzędnych, był łączny wpływ błędów pomiaru obu sieci i zmian na skutek współczesnych ogólnych ruchów tektonicznych skorupy ziemskiej. Oba te wpływy znalazły swój wyraz w wartości  $r$ , zawartej w granicach od  $-1$  do  $+3$  cm.



3. Trzecim, co do wielkości, był łączny wpływ zmiany systemu wysokości — przejście od wysokości ortometrycznych do wysokości normalnych — oraz wpływ dodatkowych warunków, umożliwiających uzyskanie wspólnego poziomu z sieciami państw sąsiednich. Oba te czynniki sprawiły, że wartość  $R$  była zróżnicowana na terenie kraju.

Wartości  $\Delta$ , czyli odchyłki od wartości  $R$  dla punktu Toruń — Ratusz, zawarte były w granicach:

$$- 28 \text{ mm} < \Delta < + 14 \text{ mm.} \quad (15)$$

Skrajne wartości  $\Delta$  odpowiadały jednak nielicznym punktom, tak że ogólnie można przyjąć zmienność  $R$  w granicach:

$$+ 7 \text{ cm} < R < + 9 \text{ cm.} \quad (16)$$

Zmienność wartości  $R$  jest właśnie miarą wpływu obu wymienionych czynników, z tym jednak, że:

- a) wpływ dodatkowych warunków, będąc tego samego rzędu co wpływ zmiany systemu wysokości, był jednak bardziej regularny i odnosił się głównie do linii przygranicznych, a częściowo i sąsiednich poligonów,
- b) wpływ zmiany systemu wysokości był szczególnie duży i bardzo zróżnicowany w terenie górskim (lokalnie w granicach 2 cm).

4. Na podstawie porównania poziomów sieci przedwojennej i sieci powojennej z wyrównania tymczasowego, obliczonych w tym samym systemie wysokości i odniesionych do tego samego poziomu odniesienia, można wydać pewien sąd o wpływie wyrównania na rozkład błędów w sieci, a ściślej — na stwierdzane różnice między poziomami dwu niwelacji.

Operacja wyrównania w pewien systematyczny, ale różny dla poszczególnych linii sposób rozłożyła błędy obu porównywanych pomiarów. Z tego też powodu uzyskiwane z porównania wartości  $r$  niejednokrotnie różniły się wyraźnie, w zależności od tego na jakiej leżały linii. Granica wyraźnej zmiany wartości  $r$  niejednokrotnie pokrywała się z przejściem z jednej linii na drugą. W najbardziej krańcowym przypadku zmiana ta wynosiła  $\sim 1,5$  cm; mogły jednak na nią wpłynąć częściowo i inne czynniki, jak na przykład pionowe ruchy skorupy ziemskiej.

5. Z porównania rzędnych wspólnych reperów sieci przedwojennej i powojennej można też wyrobić sobie pewne zdanie co do stabilności tych reperów. — Pomijając powolne zmiany obejmujące duże obszary, okres około dwudziestu lat, jaki upłynął między dwoma pomiarami, był wystarczająco długi, aby można było stwierdzić stosunkowo licznie występujące lokalne zmiany w położeniu pojedynczych reperów. Zmiany te nie można traktować jako pozorne, wynikające jedynie z błędów pomiaru, gdyż wielkość tych zmian znacznie wykracza poza spodziewane błędy obu pomiarów. Jedynym wytłumaczeniem jest ruch całej bryły, w której osadzone

jest reper, w podłożu, bądź większy niż na sąsiednich obszarach ruch pionowy samego podłoża.

Stwierdzono na przykład wypadki osiadania reperów (kamieni niwelacyjnych) w granicach  $- 2$  cm.

\*

Jak widzimy z mapki wartości  $\Delta H$ , różnice pomiędzy poziomami sieci przedwojennej i obecnej, czyli różnice między ich rzędnymi, wahają się w granicach od  $+ 5$  do  $+ 10$  cm, przy czym najczęściej występują różnice  $+ 7$  cm i  $+ 8$  cm.

Jako przeciętną różnicę poziomów obu sieci można przyjąć wartość  $+ 8$  cm w relacji:

$$H_{ort.}^{Amst. 37} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} \approx + 8 \text{ cm.} \quad (17)$$

Rzędne przedwojennej sieci niwelacji precyzyjnej możemy przeliczyć na poziom obecnie obowiązujący, tj. na poziom nowej sieci niwelacji precyzyjnej, w której wysokości wyznaczono z ostatecznego wyrównania, korzystając z podanych wartości  $\Delta H$ , zgodnie z wzorem:

$$H_{norm.}^{Kronszt. 55} = H_{ort.}^{Amst. 37} - \Delta H. \quad (18)$$

Na skutek tego, że wielkość  $\Delta H$  jest zawsze wartością dodatnią, rzędne wyrażone w poziomie nowej sieci mają zawsze wartość mniejszą niż w sieci przedwojennej.

### 3. Porównanie poziomów dawnej niemieckiej i obecnej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej

Omówione tu porównanie jest pod wieloma względami uzupełnieniem poprzedniego, przedstawionego w rozdz. 2. Uzupełnienie to ma jednak szczególny sens pod względem obszarowym, gdyż o ile pierwsze porównanie dotyczyło głównie centralnych, wschodnich i południowych obszarów kraju, o tyle drugie będzie zasadniczo obejmowało tereny zachodnie i północne. Oba te porównania, razem, obejmują cały obszar Polski.

Porównanie poziomów dawnej niemieckiej i obecnej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej z ostatecznego wyrównania będzie opisane krócej niż poprzednie, korzystając z częstych możliwości odwoływania się do pierwszego porównania, gdzie częściowo korzystano z tego samego materiału porównawczego (sieć powojenna), wykorzystywano częściowo te same gotowe już opracowania (np. wartości  $R$ , patrz p. 2.2.2.) i stosowano analogiczne metody postępowania.

#### 3.1. Charakterystyka porównywanych sieci

Jedną z porównywanych w tym przypadku sieci jest powojenna polska sieć niwelacji precyzyjnej, powstała w latach 1952—58. Została już

ona opisana w ramach omówienia poprzedniego porównania (rozdz. 2) w p. 2.1.2. Pozostaje więc omówić jedynie drugą z porównywanych tu sieci, czyli dawną niemiecką sieć niwelacji precyzyjnej.

### 3.1.1. Dawna niemiecka sieć niwelacji precyzyjnej

Dawna niemiecka sieć niwelacji precyzyjnej zaczęła powstawać w drugiej połowie ubiegłego wieku, a ściślej po roku 1865 [1], [9]. Poszczególne prowincje niemieckie miały początkowo oddzielne sieci, z biegiem czasu coraz ściślej z sobą nawiązywane i łączone.

Tereny północne i zachodnie Polski objęte były dawniej tzw. siecią pruską (das preussische Landesnivellement), do niej też ograniczymy nasz opis, gdyż tylko ona była objęta porównaniem z siecią polską.

Zasadniczy szkielet tej sieci powstał z pomiarów w latach 1868—94 i obejmował m. in. Prusy, Alzację i Lotaryngię oraz Meklemburgię. Sieć obejmowała ogółem ponad 15 000 km linii podwójnej niwelacji I i II rzędu. Zastabilizowano na nich:

- a) 8300 numerowanych bolców, osadzanych jako znaki ziemne (granit) na głębokości  $\sim 65$  cm,
- b) 1500 znaków wysokościowych, tzw. Höhenmarken (H.M.) — reperów głównych, osadzanych w ścianach budowli fundamentalnych,
- c) 3000 znaków ściennych, tzw. Mauerbolzen (M.B.) — mniejszych reperów ściennych.

Dokładność pomiaru charakteryzują następujące błędy średnie, przeciętne dla pomiarów z lat 1873—94.

Z różnic podwójnego pomiaru na poszczególnych odcinkach:

$$m_1 = \pm 1,33 \text{ mm/km.}$$

Z różnic dwukrotnego pomiaru linii:

$$m_2 = \pm 2,46 \text{ mm/km.}$$

Z niezamknięć poligonów:

$$m_3 = \pm 2,04 \text{ mm/km.}$$

Do roku 1880 nie uwzględniano poprawek ortometrycznych normalnych, przez co błędy zamknięć poligonów były większe.

Od 1878 roku poziomem odniesienia dla całej sieci pruskiej był poziom punktu wyjściowego (Normal — Höhenpunkt), którym była kreska na słupie obserwatorium astronomicznego w Berlinie, przyjęta jako 37,00 m ponad tzw. Normal — Null (N.N.), tj. 37 m ponad poziomem zera wodowskazu w Amsterdamie. \*)

\*) Poprzednim poziomem wyjściowym było zero wodowskazu w Nowym Porcie k/Gdańska (Neufahrwasser).

Cała sieć pruska nie była jednocześnie wyrównana, lecz stopniowo dołączano do niej coraz to nowe fragmenty, przez co dokładność jej została wydatnie obniżona.

Po roku dziewięćsetnym pomiary sieci były poszczególnymi fragmentami ponawiane, jednak dowiązywano je do rzędnych punktów z wcześniejszych pomiarów. Wszystkie te rzędne nosiły miano rzędnych w tzw. starym systemie („Höhen über NN im alten System”) [7], [9], w odróżnieniu od rzędnych w tzw. nowym systemie („Höhen über NN im neuen System”), w którym wyrażone były wysokości punktów nowej sieci, opartej o nowy punkt wyjściowy Hoppegarten koło Berlina (1912 r.). Sieć ta składała się z linii nowo pomierzonych i stopniowo obejmowała coraz większy obszar.

Do omawianego przez nas porównania weszły jednak tylko punkty z rzędnymi wyrażonymi w starym systemie.

### 3.2. Sposób porównania. Wykorzystane materiały

Porównanie poziomów dawnej sieci niemieckiej z obecną polską siecią niwelacji precyzyjnej dokonano w sposób analogiczny do porównania tejże samej obecnej sieci z polską siecią przedwojenną (patrz p. 2.2.). Oparto porównanie na liniach powtórnej niwelacji, tj. na liniach wchodzących do obu porównywanych sieci. Objęły one Ziemię Zachodnie oraz Warmię i Mazury.

Jeśli rzędne dawnej sieci niemieckiej, w tzw. starym systemie, w którym od 1878 r. poziomem odniesienia pośrednio było zero wodowskazu w Amsterdamie, oznaczymy symbolicznie jako  $H^{Amst. 78}$ , to porównanie rzędnych możemy zapisać w formie:

$$\Delta H' = H^{Amst. 78} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} \quad (19)$$

Omawiane tu porównanie nie zostało w całości dokonane w sposób bezpośredni. Tak jak i w poprzednim porównaniu (p. 2.2.), posłużono się częściowo dwoma wcześniej wyznaczonymi wielkościami pomocniczymi:

$$r' = H_{ort.}^{Amst. 55} - H^{Amst. 78} \quad (20)$$

$$R = H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} \quad (8)$$

Korzystając z tych wielkości, można było otrzymać szukaną wartość  $\Delta H'$  jako:

$$\begin{aligned} \Delta H' &= H^{Amst. 78} - H_{norm.}^{Kronszt. 55} = (H^{Amst. 78} - H_{ort.}^{Amst. 55}) + \\ &+ (H_{ort.}^{Amst. 55} - H_{norm.}^{Kronszt. 55}) = -r' + R. \end{aligned} \quad (21)$$

Bezpośrednie różnice  $\Delta H'$ , wg wzoru (19), zostały wyznaczone dla około 200 punktów wspólnych, leżących na obecnych liniach niwelacji II klasy.

Jednak do ostatecznego porównania wzięto jedynie około połowy tej ilości, eliminując punkty mniej pewne, na których wyznaczona wartość  $\Delta H'$  odbiegała wyraźnie od wartości wyznaczonych na punktach sąsiednich. Za najbardziej reprezentatywne, ze względu na lepsze posadowienie, uznawano porównanie dokonane na reperach typu H. M. (Höhenmarke) oraz M. B. (Mauerbolz). Porównania dokonywane na reperach typu B. K. (kamień niwelacyjny), w zależności od gruntu, wykazywały dostateczną lub niedostateczną ich stabilność.

Rzędne punktów sieci niemieckiej ( $H^{Amst. 78}$ ) zaczerpnięte zostały z katalogów zawierających wyniki niwelacji („Ergebnisse der Feineinwägungen”) [7].

Dla wyznaczenia różnic  $\Delta H'$  na punktach wspólnych, leżących na obecnych liniach I klasy, wykorzystano gotowe już wyznaczenia pomocniczych w tym wypadku wartości  $r'$  i  $R$ .

Omówimy teraz sposób otrzymania i przedstawienia graficznego pomocniczej wartości  $r'$ , gdyż druga wartość ( $R$ ) została już opisana w p. 2.2.2.

### 3.2.1. Porównanie poziomów starej niemieckiej sieci niwelacji precyzyjnej i obecnej polskiej z tymczasowego wyrównania. Wartość $r'$

Porównanie to, wyrażone wzorem (20), bezpośrednio mogło być dokonane jedynie dla wspólnych punktów starej niwelacji niemieckiej i linii I klasy sieci obecnej (analogia do wartości  $r$ , p. 2.2.1.). Objęło ono około 220 punktów wspólnych obu sieci. Wartość  $r'$  zapisywano z dokładnością do milimetra.

Rozkład i zmienność wartości  $r'$  został zobrazowany przez naniesienie na kalkę (skala 1 : 1 000 000) linii podwójnej niwelacji oraz punktów wspólnych z podanymi wartościami  $r'$ . Naniesiono jednak tylko część punktów — około połowy — kierując się kryteriami podanymi przy omawianiu wartości  $r$  (p. 2.2.1.). Szkic ten wraz ze szkicem wartości  $R$  (p. 2.2.2.) stanowił podstawę dla pośredniego wyznaczenia szukanych różnic  $\Delta H'$ , zgodnie ze wzorem (21).

### 3.3. Graficzne przedstawienie porównania poziomów starej sieci niemieckiej i obecnej polskiej z ostatecznego wyrównania

Jak już powiedzieliśmy, szukane wartości  $\Delta H'$  zostały wyznaczone bądź bezpośrednio (obecne linie niwelacji II klasy), bądź pośrednio (linie I klasy), jako:

$$\Delta H' = -r' + R. \quad (21)$$

Pośrednia droga postępowania dla uzyskania mapki z zaznaczonymi odcinkami równych przeciętnych wartości  $\Delta H'$ , była analogiczna do opisanej w poprzednim porównaniu (p. 2.3.).

Mapka (patrz załącznik 2) została uzupełniona liniami II klasy, gdzie wartości  $\Delta H'$  punktów wspólnych obu porównywanych sieci zostały wyznaczone bezpośrednio, wg wzoru (19). Początkowo punkty te zostały nanesione na szkic w skali 1 : 1 000 000, a następnie poprzez opisaną już uprzednio generalizację, otrzymano ostateczny obraz na załączonej mapce w skali 1 : 2 000 000.

Ogólna długość porównanych linii powtórnej niwelacji wynosi około 1500 km.

Ze względu na to, że wartość  $r'$  zawarta była w granicach od  $-8$  do  $+3$  cm, a wartość  $R$ , jak już podano w p. 2.2.2., w granicach od  $+7$  do  $+9$  cm, wobec czego wielkość  $\Delta H'$  przybierała wartości w granicach od  $+5$  do  $+17$  cm.

Analogicznie, jak w wypadku poprzedniego porównania dwu sieci (p. 2.3.), dokonamy orientacyjnej oceny spodziewanych przeciętnych wielkości odchyłek wartości  $\Delta H'$  na poszczególnych punktach, w stosunku do średniej wartości  $\Delta H'$ , określonej dla odnośnego odcinka linii powtórnej niwelacji.

Jako pierwszy rozpatrzmy przypadek, kiedy wartość  $\Delta H'$  była określona na drodze pośredniej poprzez wielkości  $r'$  i  $R$  (21).

Spodziewany przeciętny błąd pojedynczej wartości  $R$  został oceniony już uprzednio (p. 2.3); przeciętny błąd wartości  $r'$  można określić, jako równy oszacowanemu wcześniej błędowi wartości  $r$ , tj. jako  $\pm 0,4$  cm. Otrzymujemy stąd błędy  $\Delta H'$  równe błędom określonym w poprzednim porównaniu dla  $\Delta H$ .

Przeciętna odchyłka wartości  $\Delta H'$  pojedynczego punktu od wartości średniej, traktowana jako błąd przeciętny punktu, wyniosła więc:

w terenach płaskich	$t'_1 = \pm 0,4$ cm,
w terenach górzystych	$t'_2 = \pm 0,5$ cm.

Błędy średnie wynoszą odpowiednio  $\pm 0,5$  i  $\pm 0,6$  cm.

Rozpatrując przypadek bezpośredniego wyznaczenia wartości  $\Delta H'$  wzorem (19), można dojść do wniosku, że przeciętne odchyłki pojedynczych wartości  $\Delta H'$ , od wartości średniej dla danego odcinka linii, praktycznie są takie same jak w wypadku korzystania z drogi pośredniej.

### 3.4. Omówienie wyników porównania. Wnioski

W oparciu o otrzymany z porównania poziomów dawnej niemieckiej i obecnej polskiej sieci niwelacji precyzyjnej materiał cyfrowy i graficzny oraz w oparciu o wykorzystany tu materiał pomocniczy (wartość  $r'$  i  $R$ ), można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Największy wpływ na wielkość różnic rzędnych ( $\Delta H'$ ) miał — jak i w poprzednim porównaniu — różny poziom odniesienia obu sieci (Kronstadt i Amsterdam). Obrazuje go przeciętna wartość wielkości  $R$  ( $\sim 8$  cm), gdyż wpływ na tę wielkość zmiany systemu wysokości był niewielki.

2. Drugim, co do wielkości wpływu na wartość  $\Delta H'$ , był łączny wpływ błędów obu pomiarów, a szczególnie pomiarów dawnej sieci niemieckiej, wpływ zmiany systemu wysokości oraz współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na obszarze objętym porównaniem. Wpływ ten charakteryzują duża wartość i duża zmienność wielkości  $r'$ .

$$-8 \text{ cm} < r' < +3 \text{ cm.} \quad (22)$$

Wartość ta i jej zmienność jest dużo większa niż w przypadku wartości  $r$  (p. 2.2.1.), co tłumaczyć należy mniejszymi błędami dawnej sieci polskiej, niż dawnej sieci niemieckiej, oraz dużo dłuższym interwałem czasu między porównywanymi sieciami — w przypadku porównania z siecią niemiecką — co sprzyjało wyraźniejszemu ujawnieniu się współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej.

3. Wyznaczone wartości  $\Delta H'$  na liniach powtórnych niwelacji w pobliżu Torunia mało różnią się od wyznaczonych wartości  $\Delta H$ . Jest to następstwo przyjęcia, jako wyjściowej dla dawnej sieci polskiej, rządnej punktu Toruń — Ratusz, wyznaczonej z dawnej sieci niemieckiej.

4. Jak i w poprzednim porównaniu, dają się zauważyć wypadki różnej zmiany wartości  $r'$  — a tym samym i  $\Delta H'$  — wraz z przejściem z jednej linii na drugą, sąsiednią. Należy to tłumaczyć różnym rozłożeniem, w toku wyrównania porównywanych sieci, błędów pomiaru niwelacji, a także błędów systematycznych, wynikłych z nieuwzględnienia współczesnych pionowych ruchów skorupy ziemskiej [5].

5. Na skutek dłuższego niż w poprzednim porównaniu interwału czasu między pomiarami sieci, występują wyraźniejsze różnice w wartościach  $\Delta H'$  na poszczególnych, sąsiadujących z sobą punktach. Szczególnie dotyczy to reperów ziemnych, które wykazywały mniejszą stabilność, niż repery ściennie. Stąd też te drugie były przeważnie podstawą dla określenia wartości  $\Delta H'$  na danym odcinku linii powtórnej niwelacji.

O ile wartości  $\Delta H'$  wyznaczone na reperach ściennych wahały się na ogół w danym rejonie w granicach  $\pm 1$  cm, o tyle wartość ta wyznaczona na reperach ziemnych odbiegała od przeciętnej, w pojedynczych wypadkach, nawet o  $10 \div 20$  cm, wykazując swym znakiem przeważnie osiadaanie reperów.

\*

Podsumowując można stwierdzić, że różnice między poziomami dawnej sieci niemieckiej i obecnej polskiej, czyli różnice między ich rzędnymi, na

obszarze wspólnym dla obu sieci, wahają się w granicach od + 5 do + 17 cm.

W przybliżeniu, dla zachodnich i północno — zachodnich terenów Polski zachodzić będzie relacja:

$$H^{Amst.78} - H_{norm.}^{Kronszt.55} \approx + 13 \div + 16 \text{ cm}, \quad (23)$$

dla południowo-zachodnich:

$$H^{Amst.78} - H_{norm.}^{Kronszt.55} \approx + 8 \div + 10 \text{ cm}, \quad (24)$$

a dla terenów północnych:

$$H^{Amst.78} - H_{norm.}^{Kronszt.55} \approx + 7 \div + 10 \text{ cm}. \quad (25)$$

Rzędne dawnej niemieckiej sieci niwelacji precyzyjnej można przeliczyć na poziom obecnie obowiązującej sieci, korzystając z podanych na mapce wartości  $\Delta H'$ , zgodnie z wzorem:

$$H_{norm.}^{Kronszt.55} = H^{Amst.78} - \Delta H'. \quad (26)$$

Ponieważ wielkość  $\Delta H'$  ma zawsze wartość dodatnią, wobec tego rzędne wyrażone w poziomie nowej sieci mają zawsze wartości mniejsze.

#### 4. Porównanie uzupełniające. Zakończenie

Chociaż zasadniczym tematem niniejszego opracowania były dwa omówione już porównania dawnych sieci z siecią obecną, to jednak — w uzupełnieniu całości — podamy parę danych odnośnie jeszcze jednego porównania, a mianowicie porównania obecnej sieci niwelacji z dawną siecią austriacką (pomiar przed 1895 rokiem). Rzędne punktów tej sieci odniesione były do średniego poziomu morza Adriatyckiego w rejonie Triestu (oznaczymy je przez  $H^{Adriat.}$ ) [6].

Porównanie rzędnych oparte było na 25 punktach wspólnych sieci austriackiej i polskiej przedwojennej, leżących na terenach Podkarpacia, poczynając od naszej granicy wschodniej, aż po obszar Górnego Śląska.

Po odrzuceniu 3 punktów, dla których — czy to z winy błędnej identyfikacji, czy z innych przyczyn o charakterze lokalnym — wielkości otrzymane z porównania bardzo wyraźnie odbiegały od pozostałych, otrzymano następującą średnią wartość relacji:

$$H^{Adriat.} - H_{ort.}^{Amst.37} \approx + 51 \text{ cm}. \quad (27)$$

Różnice na poszczególnych punktach wspólnych obu sieci różniły się między sobą w granicach 20 cm.



Aby otrzymać porównanie z polską siecią powojenną, należy skorzystać z zależności:

$$\begin{aligned} H^{Adriat.} - H_{norm.}^{Kronst. 55} &= (H^{Adriat.} - H_{ort.}^{Amst. 37}) + \\ &+ (H_{ort.}^{Amst. 37} - H_{norm.}^{Kronst. 55}) \approx + 51 \text{ cm} + \Delta H. \end{aligned} \quad (28)$$

Ponieważ dla obszaru Podkarpacia wartość  $\Delta H$  będzie wynosiła około  $+8 \div +9$  cm, więc ostatecznie otrzymamy:

$$H^{Adriat.} - H_{norm.}^{Kronst. 55} \approx + 60 \text{ cm}. \quad (29)$$

Szersza analiza ostatniego porównania nie jest możliwa ze względu na szczupłość materiału.

\*

Kończąc niniejsze opracowanie spodziewam się, że zebrany tu materiał będzie mógł być spożytkowany nie tylko w zakresie prac typowo geodezyjnych, lecz również i w innych dziedzinach — np. pomiary hydrograficzne, mareograficzne — gdzie w różnych okresach czasu odnoszono pomiary wysokościowe do różnych poziomów odniesienia, którymi były punkty różnych sieci, niwelacyjnych.

#### LITERATURA

- [1] *Jordan, Eggert, Kneissl*: Handbuch der Vermessungskunde., Band III, Stuttgart 1956.
- [2] *Niewiarowski J., Wyrzykowski T.*: Wyznaczenie współczesnych ruchów pionowych skorupy ziemskiej na obszarze Polski przez porównanie wyników powtarzanych niwelacji precyzyjnych., Prace IGiK, t. VIII, zeszyt 1 (17), Warszawa 1961.
- [3] *Wesołowski J.*: Stan prac niwelacji podstawowej na ziemiach polskich., Rocznik geodezyjny 1954, Warszawa 1954.
- [4] *Wyrzykowski T.*: Porównanie poziomów przedwojennej i obecnej sieci niwelacji precyzyjnej w Polsce., Biul. IGiK, Nr 2, Przegl. Geod., Warszawa 1960.
- [5] *Wyrzykowski T.*: Wpływ systematycznych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wyniki i wyznaczane błędy niwelacji precyzyjnej., Prace IGiK, t. VIII, zeszyt 2 (16), Warszawa 1960.
- [6] Die astronomisch-geodätischen Arbeiten des k.u.k. Militär-Geographischen Institutes in Wien. Das Präzisions-Nivellement in der österreichisch-ungarischen Monarchie., Band VIII, Wien 1896, Band X, Wien 1897.
- [7] Ergebnisse der Feineinwägungen. Gemessen und bearbeitet von der Trigonometrischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme., Heft I, II, III, V, VI, VII, Berlin 1930—31.
- [8] Katalog wysokości reperów polskiej podstawowej sieci niwelacyjnej (niwelacji precyzyjnej I-ego rzędu) nad poziomem morza w Amsterdamie., Ministerstwo Komunikacji, Biuro Pomiarowe Nr PM-3a, Warszawa 1939.
- [9] Planheft Grossdeutsches Reich. Überblick über die Landesvermessungs- und Kartenwerke., 1944.

- [10] Rapport sur les travaux géodésiques exécutés de 1945 à 1957., Académie Polonaise de Sciences, Comité de Géodésie et Office Central de Géodésie et de Cartographie, Warszawa 1957.
- [11] Rapport sur les travaux géodésiques exécutés en Pologne de 1957 à 1960. II Nivellements de précision., Académie Polonaise des Sciences, Comité de Géodésie et Office Central de Géodésie et de Cartographie, Warszawa 1960.
- [12] Tymczasowa instrukcja niwelacji precyzyjnej I i II klasy., Centralny Urząd Geodezji i Kartografii, Warszawa 1956.

*Rękopis złożono w Redakcji we wrześniu 1961 r.*

ТАДЭУШ ВЫЖЫКОВСКИ

## СРАВНЕНИЕ ГОРИЗОНТОВ ДВУХ БЫВШИХ СЕТЕЙ ПРЕЦИЗИОННОЙ НИВЕЛИРОВКИ НА ТЕРРИТОРИИ ПОЛЬШИ С ГОРИЗОНТОМ ТЕПЕРЕШНЕЙ СЕТИ

### Резюме

Целью этого доклада было определение приближенных реляции, позволяющих пересчитать высоты пунктов бывших нивелирных сетей, не входящих в теперешнюю сеть, опираясь на разности высот совместных пунктов обеих сетей. Определенные таким образом высоты, в уровне новой сети, могут быть использованы как основа при высотных измерениях, не требующих высокой точности. Высотные реляции могут быть также использованы для унифицирования и связи между собой наблюдениями — напр. гидрографических или мареографических — производимых в разное время и отнесенных к уровням разных сетей.

В разд. 1 даны общие рассуждения на тему уровней нивелирных сетей и разнородных их сравнении, принимая во внимание число общих элементов в сравниваемых сетях, таких, как: измерение, исходный уровень, или система высот (рис. 21).

Разд. 2 занимается сравнением уровней польской довоенной и теперешней сети прецизионного нивелирования, полученной после окончательного уравнивания.

Польская довоенная сеть (см. 2.1.1.) была наблюдаема в периоде лет 1926—37 [8], исходным уровнем был посредственно уровень нуля уровня поста в Амстердаме, вследствие принята как исходного пункта — пункта Торунь — Ратуша, с высотой равной высоте этого пункта в прежней немецкой сети [7]. Высоты пунктов были вычислены в системе ортометрических высот (3). Эти высоты обозначено  $H_{ort}^{Amst. 37}$ .

Теперешняя сеть прецизионной нивелировки (см. 2.1.2.) [10], [11], [12], наблюдаемая в периоде лет 1952—55 (I класс) и 1955—58 (II класс),

вычисленная при окончательном уравнивании имеет своим исходным уровнем уровень нуля футштока в Кронштадте, а высоты пунктов вычислены в системе нормальных высот (5). Эти высоты обозначено:

$H_{norm.}^{Kronszt. 55}$

Сравнение высот этих двух сетей можно выразить формулой (6). Для определения значения  $\Delta H$  (см. приложение 1) использовано ранее уже произведенное сравнение двух выше поданных сетей с той же самой послевоенной сетью, но временно уравненной, при принятии за исходный уровень прежней высоты пункта Торунь — Ратуша и вычисления высот пунктов в системе ортометрических высот (эти высоты обозначено  $H_{ort.}^{Amst. 55}$ ). Пользуясь вспомогательными величинами  $r$  и  $R$  — формулы (7) и (8) — сравнение можно выразить формулой (9).

Для сравнения использовано около 500 совместных пунктов сети довоенной и теперешней.

Значение  $\Delta H$  заключалось в границах от + 5 см до + 10 см. Наибольшее влияние на изменение величины высот имело изменение исходного уровня (14) — около 8 см, меньшее — ошибки измерения обеих сетей и движения пунктов вследствие современных вертикальных движений земной коры [2] ( $- 1 \text{ см} < r < + 3 \text{ см}$ ). Наименьшее было влияние разных систем высот.

Приложение 1 представляет размещение величин  $\Delta H$  (в сантиметрах), причем — путем некоторой генерализации — показано отрезки с одинаковым средним значением  $\Delta H$  на отдельных линиях повторной нивелировки.

Разд. 3 — подобно как предыдущий — занимается сравнением уровней (высот) прежней немецкой сети [7] и теперешней польской сети (см. 2.1.2.) на территориях, общих для этих сетей.

Прежняя немецкая сеть (Das preussische Landesnivellement) от 1878 г. имела своим исходным уровнем уровень нуля водомерного поста в Амстердаме (см. 3.1.1.) [1], [9]. Высоты этой сети обозначены  $H^{Amst. 78}$ .

Разности высот ( $\Delta H'$ ) могут быть представлены формулой (19). Как при предыдущем сравнении были использованы величины  $r$  и  $R$ , так при этом сравнении частично пользовались величинами  $r'$  и  $R$  — формулы (20) и (8). Окончательно значения  $\Delta H'$  были вычислены или непосредственно по формуле (19) или посредственно — по формуле (21).

Для сравнения использовано около 400 совместных пунктов обеих сетей.

Полученное значение  $\Delta H'$  заключается в границах от + 5 см до + 17 см.

Главное влияние на величину разности высот ( $\Delta H'$ ), как и при предыдущем сравнении, имела разница исходных уровней ( $+ 7 \text{ см} < R < + 9 \text{ см}$ ). Меньше влияние на величину  $\Delta H'$  имели ошибки наблюдении

обоих сравниваемых сетей, а особенно старой немецкой сети, также вертикальные движения земной коры, в интервале времени между измерениями обеих сетей, и изменение системы высот. Представляет это величина и изменчивость величины  $r'$  ( $-8 \text{ см} < r' < +3 \text{ см}$ ).

Вследствие более длинного, чем при предыдущем сравнении, интервала времени между измерениями, появляются более отчетливые разности в значениях  $\Delta H'$  на отдельных, соседующих между собой пунктах. Особенно касается это земных реперов, которые выказывают меньшую стабильность, чем стенные реперы. Вследствие этого эти другие (т. е. стенные реперы) были в большинстве основой для определения среднего значения  $\Delta H'$  для данного отрезка линии повторной нивелировки.

Приложение 2 дает размещение величин  $\Delta H'$  на общей территории обеих сетей.

В разд. 4 добавочно определено, основываясь на сравнении 25 совместных пунктов, приближенную реляцию между довоенной польской сетью прецизионной нивелировки (2.1.1.) и бывшей австро-венгерской сетью [6]. Эта реляция выражается величиной, данной формулой (27).

Посредственно определено также реляцию между австро-венгерской сетью и теперешней польской — формула (29).

TADEUSZ WYRZYKOWSKI

## COMPARISON OF LEVELS OF TWO OLD NETS OF PRECISE LEVELLING ON POLISH AREA WITH THE LEVEL OF THE ACTUAL NET

### Summary

The purpose of this work was to find an approximate relation which would permit to recompute old levelling net points, which had not been included into actual net, to the level of the new net on ground of differences in the ordinates of points common with both nets.

The ordinates thus determined can serve as the base for measurements of differences in elevation which need not a high accuracy. The relations themselves may be used to unify and tie the observations — for instance hydrographic or mareographic surveys — carried out at various time and tied to the level of various nets.

Chapter 1 deals with general considerations concerning the net-levels and the quality of their comparison, taking into account the number of common elements in nets being compared, such as measurements, reference level or system of height (fig. 21).

In chapter 2 a comparison of the level of Polish pre-war net with the level of actual precise levelling net, obtained from the final adjustment, is given.

Polish pre-war net (see p. 2.1.1.) was measured in 1926—37 [8] its intermediate reference level being zero of the water gauge in Amsterdam, owing to the fact that the reference point Toruń-Ratusz (Toruń Townhall) had been one of the old German netpoints [7].

The ordinates of the points were determined in the system of orthometric heights (3). They have been denoted  $H_{ort.}^{Amst. 37}$ .

The actual precise levelling net (p. 2.1.2.) [10], [11], [12], was measured in 1952—55 (first class) and 1955—58 (second class) and definitively adjusted, has been referred to the zero of the water-gauge staff in Kronstadt, the ordinates of the points expressed in the system of normal heights (5). They have been denoted  $H_{norm.}^{Kronst. 55}$ .

Consequently the comparison can be expressed by formula (6). To determine the value  $\Delta H$  (see annex 1) the previous comparison of the two said nets with the same post-war net approximately adjusted was used; the bench-mark Toruń-Ratusz being adopted as reference level, and the ordinates of the netpoints expressed in the system of orthometric heights (denoted  $H_{ort.}^{Amst. 55}$ ). Using the auxiliary quantities  $r$  and  $R$  — formulae (7) and (8) — the comparison could be expressed by formula (9).

To compare the pre-war and actual nets about 500 of their common points were used.

The value  $\Delta H$  was within  $+5$  to  $+10$  cm. The change of reference level had the greatest influence upon the change in the values of ordinates (14) — about 8 cm. The measuring errors and the movements of the points, due to contemporary moving of the earth's crust [2] ( $-1 < r < +3$  cm) were of a lesser influence. The change of the height system was of the least influence.

Annex 1 presents the disposition of the quantities  $\Delta H$  in cm, and in a way of certain generalization, there are shown the sectors of equal mean values of  $\Delta H$  on particular relevelled lines.

Chapter 3 deals, like the previous one, the comparison of levels (ordinates) of the old German net [7] with the actual Polish net (see p. 2.1.2.), on the areas common for both nets.

The old German net since 1878 was referred to zero of the water gauge in Amsterdam (see 3.1.1.) [1], [9]. The ordinates of this net are denoted  $H^{Amst. 78}$ .

The ordinate differences ( $\Delta H'$ ) can consequently be written in form of the formula (19). In the previous comparison we used the quantities  $r$  and  $R$ , so similarly here we partly used the quantities  $r'$  and  $R$  — formulae (20) and (8). So finally the value  $\Delta H'$  has been computed either directly using formula (19), or indirectly using formula (21).

The compare both nets, about 400 common net points were used.

The obtained value  $\Delta H'$  was within the limits  $+5$  to  $+17$  cm. The different reference levels had the greatest influence on the value of the ordinate differences ( $+7 < R < +9$  cm). The measuring errors of the two nets in question, and particularly those of the old German net, had lesser influence on  $\Delta H'$ , as well as the vertical movements of the earth's crust in the time period between measurements of the two nets, and the change of the height system. It is expressed by the quantity and variability of  $r'$  ( $-8 < r' < +3$  cm).

In consequence of a longer time period between measurements than in foregoing comparison, there appear more distinct differences in the value of  $\Delta H'$  at particular neighbouring points. This particularly concerns the ground marks which have shown a lesser stability than the wall

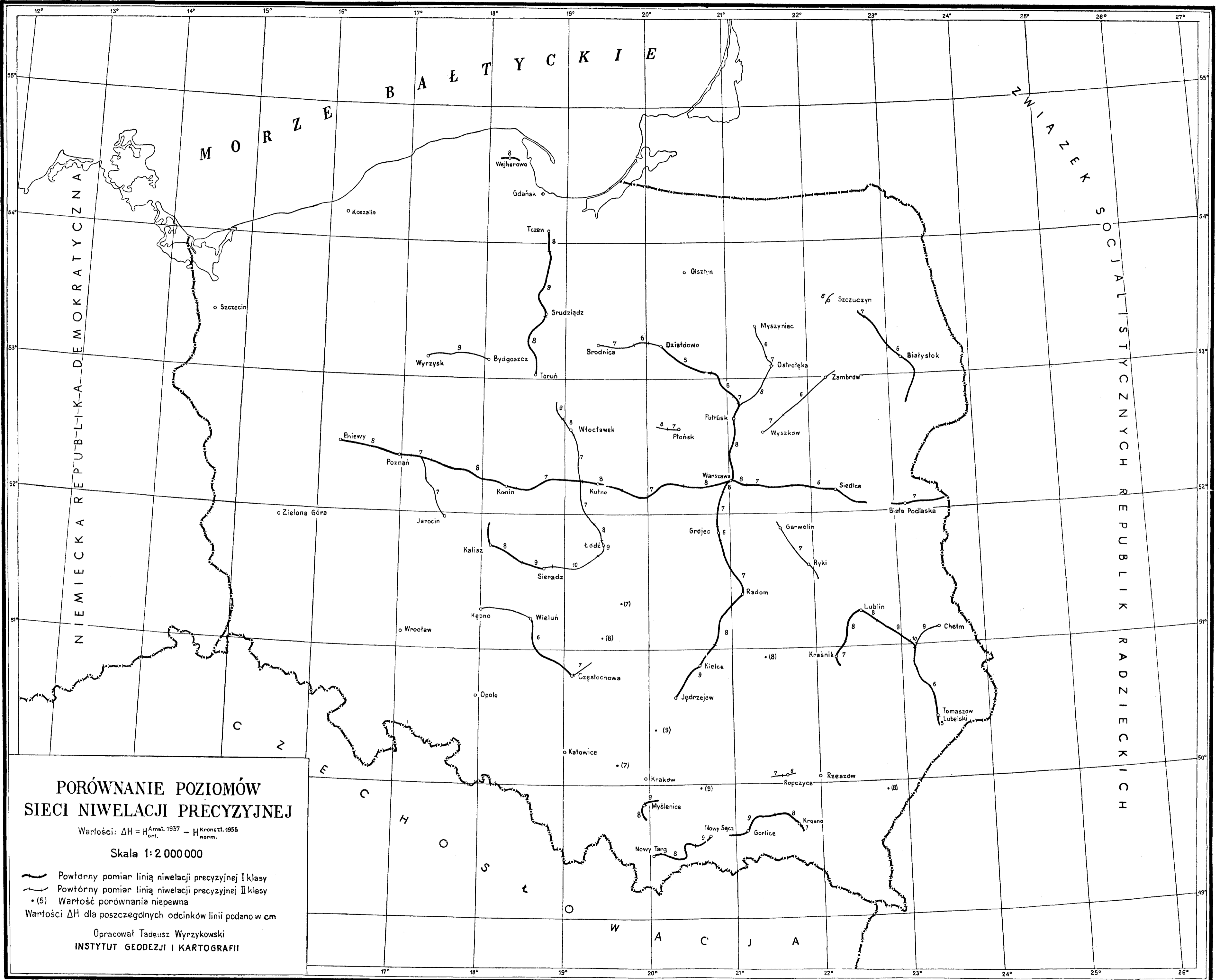
marks. For the most cases the latter were taken as a basis for the comparison of the values  $\Delta H'$  on the given sector of relevelled line.

Annex 2 displays the distribution of quantities  $\Delta H'$  in the area common for both nets.

In chapter 4 an approximate relation between the pre-war Polish net of precise levelling (see 2.1.1.), and the old Austro-Hungarian net has been determined [6]. Its quantity is given by the formula (27).

The relation between Austro-Hungarian net and actual Polish net has also been determined in an indirect way; formula (29).





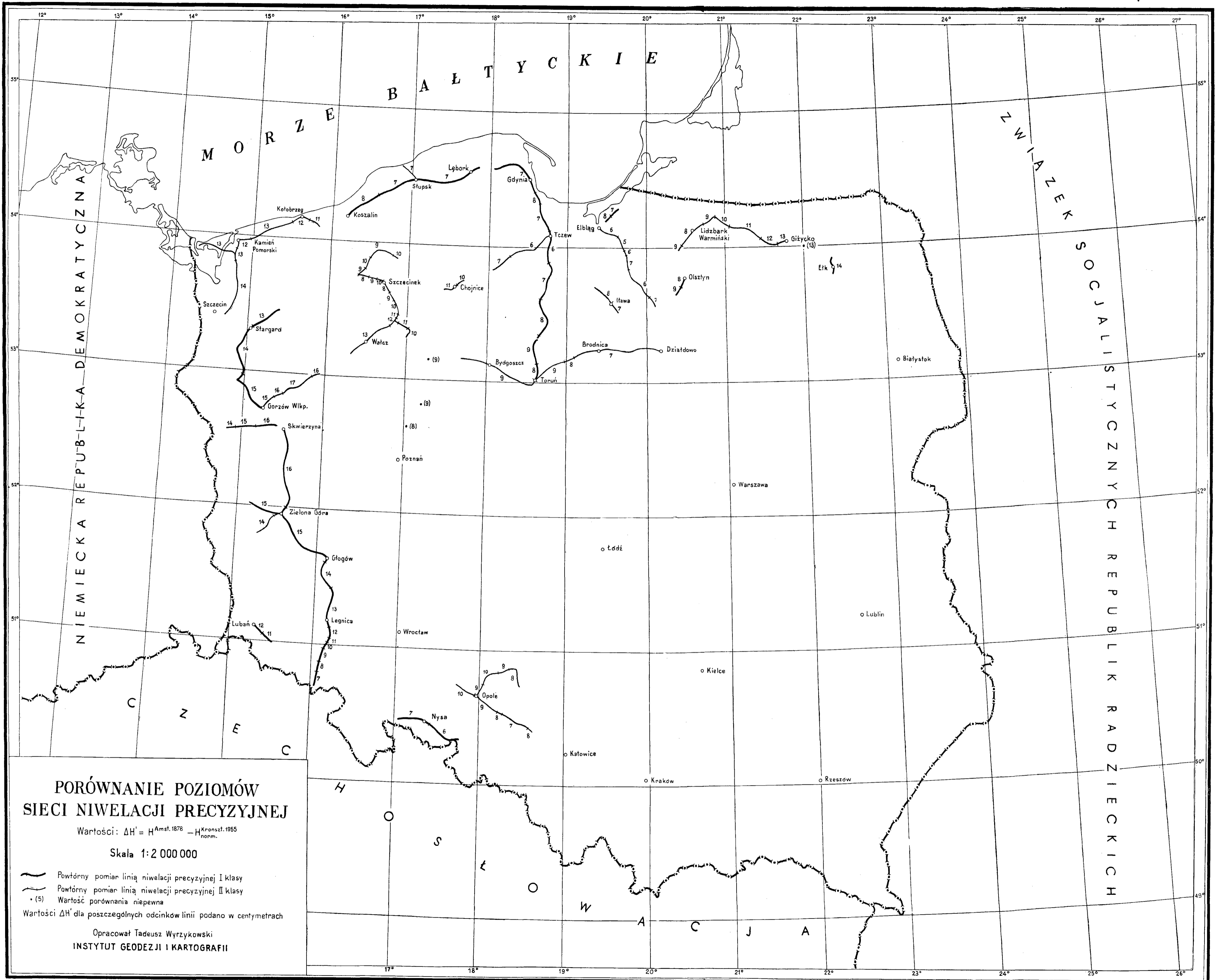
**PORÓWNANIE POZIOMÓW  
SIECI NIWELACJI PRECYZYJNEJ**

Wartości:  $\Delta H = H_{\text{Amel. 1937}}^{\text{ort.}} - H_{\text{Kronszl. 1955}}^{\text{norm.}}$

Skala 1:2 000 000

- Powtórny pomiar linią niwelacji precyzyjnej I klasy
  - Powtórny pomiar linią niwelacji precyzyjnej II klasy
  - (5) Wartość porównania niepewna
- Wartości  $\Delta H$  dla poszczególnych odcinków linii podano w cm

Opracował Tadeusz Wyrzykowski  
INSTYTUT GEODEZJI I KARTOGRAFII



## SPIS TREŚCI

JERZY GAŹDZICKI	
Programy rozwiązywania zadań geodezyjnych na polskiej uniwersalnej maszynie cyfrowej UMC 1 . . . . .	3
WOJCIECH JANUSZ	
Metody wyznaczania odchyień osi obrotu teodolitu od linii pionu miejsca obserwacji . . . . .	33
WOJCIECH JANUSZ	
Zagadnienie identyfikacji punktów stałych w sieciach kontrolnych dla pomiarów odkształceń . . . . .	76
TADEUSZ WYRZYKOWSKI	
Porównanie poziomów dwu dawnych sieci niwelacji precyzyjnej na obszarze Polski z poziomem obecnej sieci . . . . .	87

## СОДЕРЖАНИЕ

ЕЖЫ ГАЗЬДЗИЦКИ	
Программы решения геодезических задач на польской универсальной цифровой машине UMC 1 . . . . .	3
ВОЙЦЕХ ЯНУШ	
Методы определения отклонении оси оборота теодолита от отвесной линии места наблюдения . . . . .	33
ВОЙЦЕХ ЯНУШ	
Проблема идентификации постоянных пунктов в контрольных сетях при исследованиях деформации . . . . .	76
ТАДЭУШ ВЫЖЫКОВСКИ	
Сравнение горизонтов двух бывших сетей прецизионной нивелировки на территории Польши с горизонтом теперешней сети . . . . .	87

## CONTENTS

JERZY GAŹDZICKI	
Solution programs of geodetic problems by means of the Polish universal digital computer UMC 1 . . . . .	3
WOJCIECH JANUSZ	
Methods of determination of deviation of rotation axis of a theodolite from the plumb line at an observation station . . . . .	33
WOJCIECH JANUSZ	
Problem of identification of fix points in control nets by the measurements of deformations . . . . .	76
TADEUSZ WYRZYKOWSKI	
Comparison of levels of two old nets of precise levelling on Polish area with the level of the actual net . . . . .	87