

JERZY BOKUN

526.75 : 526.77 (438)

Cechowanie sieci grawimetrycznej w skali krajowej w Polsce

1. Wprowadzenie

Nowoczesna podstawowa sieć grawimetryczna, pomierzona precyzyjnym grawimetrem, charakteryzuje się na ogół dużą wewnętrzną dokładnością. Oznacza to, że obliczona pomiędzy dowolnymi punktami i i k tej sieci wartość różnicy przyspieszenia siły ciężkości $\Delta g_{ik} = g_k - g_i$ określona jest z małym średnim błędem przypadkowym.

Tak otrzymana różnica Δg wyrażona jest w jednostce danej sieci grawimetrycznej. Jednostka sieci lub też — jak inaczej możemy powiedzieć — miligal konkretnej sieci grawimetrycznej, jest wielkością charakteryzującą całą rozważaną sieć grawimetryczną na określonym obszarze. Nomenklatura nie jest ustalona i wobec tego pojęcie skali sieci grawimetrycznej mogłoby mieć w tym przypadku także zastosowanie. Można oczywiście porównać skalę jednej sieci ze skalą innej, niezależnie założonej sieci grawimetrycznej.

Podstawowe sieci grawimetryczne, międzynarodowe i krajowe, powinny być ostatecznie opracowane w jednostkach zgodnych z jednostkami układu *cgs*. Wobec tego należy przedsięwziąć takie poczynania przy pracach nad siecią, które umożliwiają ostateczne obliczenie sieci grawimetrycznej w jednostkach, zgodnych — z praktycznie wystarczającą dokładnością — z rzeczywistą jednostką przyspieszenia siły ciężkości, tj. $\text{cm} \cdot \text{sek}^{-2}$.

Całokształt zagadnień pomiarowych i obliczeniowych związanych z tymi poczynaniami, mającymi na celu uzyskanie sieci grawimetrycznej we właściwej skali, możemy nazwać cechowaniem sieci grawimetrycznej. W węższym znaczeniu tego słowa przez cechowanie sieci grawimetrycznej określa się tylko samą problematykę obliczeniową, związaną z tymi pracami.

Z cechowaniem sieci grawimetrycznej wiąże się szeroki zespół zagadnień grawimetrycznych.

Spotykamy się na przykład często w praktyce z sieciami o dużej wewnętrznej dokładności, ale o pewnym zniekształceniu skali. W tym więc przypadku cechowanie polega na doprowadzeniu już obliczonej sieci grawimetrycznej do właściwej skali.

Przy zakładaniu nowej sieci grawimetrycznej należy rozpocząć postępowanie, zmierzające do wycechowania sieci, już przy projektowaniu sieci. Trzeba tak opracować projekt sieci i przewidzieć takie pomiary i obliczenia, które zabezpieczą właściwą jednostkę tej sieci.

Problemy cechowania sieci grawimetrycznej, ze względu na swoją specyfikę, wiążą się ściśle z wzajemnym wykorzystaniem pomiarów wykonanych grawimetrami i pomiarów wykonanych aparatami wahadłowymi.

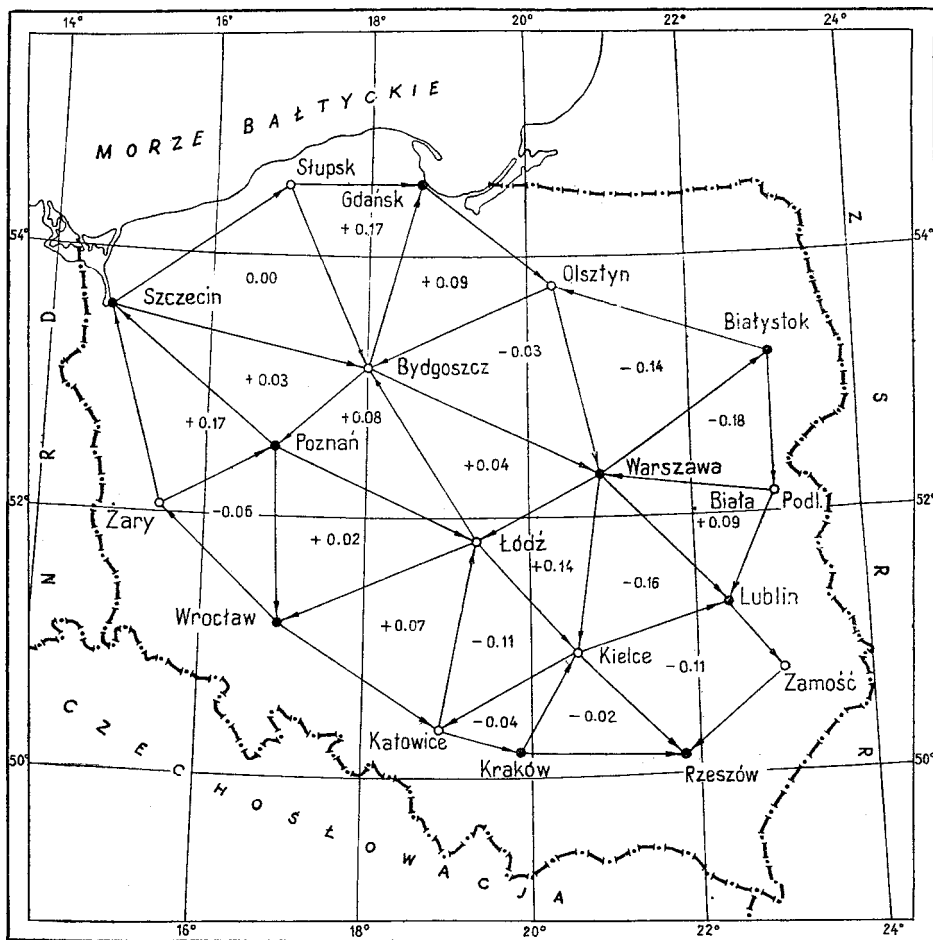
W warunkach polskich zagadnienie cechowania sieci stało się aktualne w ostatnich latach w związku z założeniem nowej podstawowej sieci grawimetrycznej. Specjalnie w celu zabezpieczenia właściwej jednostki wykonane były odpowiednie prace pomiarowe, które umożliwiły następnie przeprowadzenie obliczeń, związanych z wycechowaniem nowej podstawowej sieci grawimetrycznej w skali krajowej.

2. Ogólne informacje o podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce. Pomiary wykonane w celu wycechowania sieci

W związku z potrzebami geodezyjnymi i geologiczno-poszukiwawczymi przeprowadzono w latach 1956—59 prace, związane z założeniem nowej podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce. W ramach tych prac została założona przez Instytut Geologiczny tak zwana podstawowa sieć grawimetryczna I rzędu, a przez Instytut Geodezji i Kartografii podstawowa sieć wahadłowa.

Odpowiednie wzajemne skoordynowanie projektów i przebiegu prac pomiarowych nad obydwoma sieciami pozwoliło przeprowadzić w skali krajowej cechowanie nowej podstawowej sieci grawimetrycznej.

Podstawowa sieć grawimetryczna I rzędu składa się z 18 punktów, usytuowanych dość regularnie na obszarze kraju. Punkty te połączono 37 przęsłami, tworząc sieć o 20 zamkniętych figurach (rys. 9). Pomiary różnic przyspieszenia siły ciężkości Δg wszystkich boków sieci wykonał Instytut Geologiczny grawimetrem Askania typ Gs-11 nr 95, przy wykorzystaniu transportu lotniczego ([2], [6]). Pierwsze tymczasowe obliczenie i wyrównanie sieci I rzędu dokonano w oparciu o przybliżone wartości stałych tego grawimetru, podane przez firmę Askania. Określone dla poszczególnych punktów sieci, na podstawie wewnętrznej zgodności pomiarów, średnie

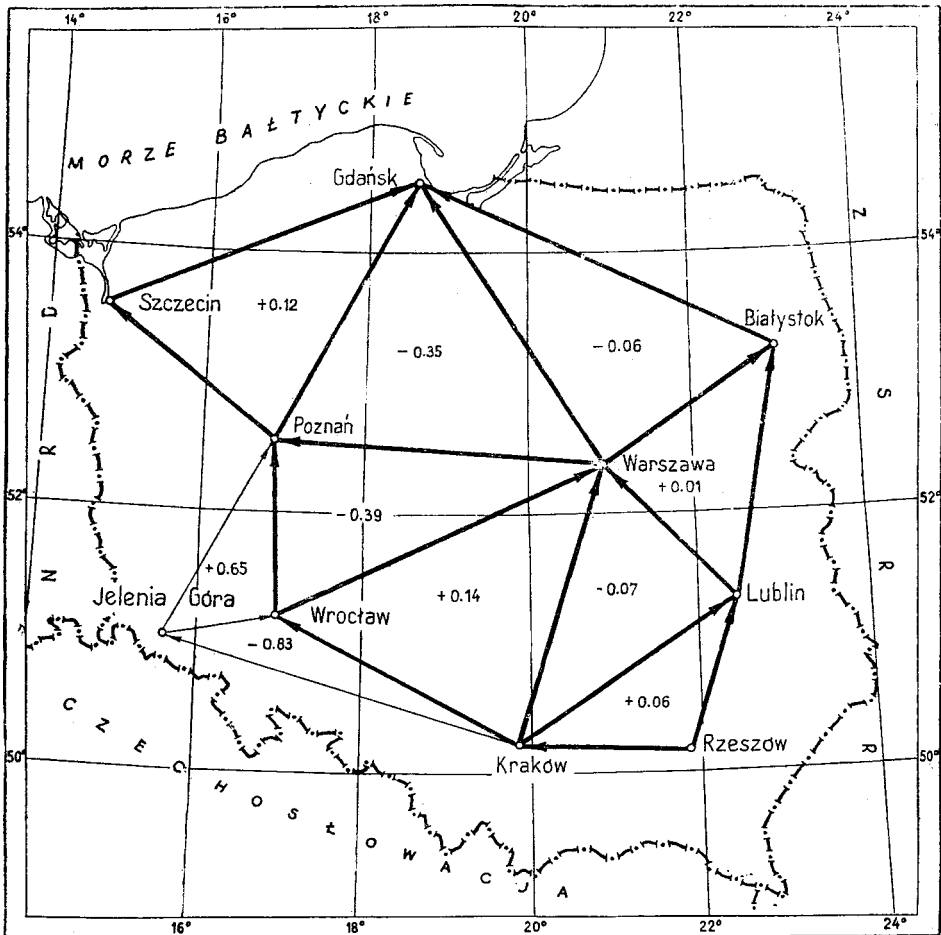


- punkty podstawowej sieci grawimetrycznej I rzędu
 - punkty wspólne sieci grawimetrycznej I rzędu i wahadłowej
- +0.07 niezamknięcie w miligalach

Rys. 9. Podstawowa sieć grawimetryczna I rzędu

błędy wartości g po wyrównaniu — w stosunku do punktu wyjściowego Warszawa — kształtują się w granicach $\pm 0,04 \div 0,07$ mgal.

Nowa sieć wahadłowa zaprojektowana była specjalnie w celu zapewnienia w skali krajowej jednostki miligala, jako podstawy do cechowania sieci grawimetrycznej [1]. Podstawowa sieć wahadłowa składa się z 9 punktów, które połączono 16 przesłami tworząc 8 trójkątów (rys. 10). Punkty te



o punkt sieci wahadłowej

+0.14 niezamknięcie w mgal

Rys. 10. Podstawowa sieć wahadłowa

zostały zlokalizowane w niewielkiej odległości od odpowiednich punktów sieci I rzędu. W ten sposób 50% wszystkich punktów sieci I rzędu ma odpowiadające im ekscentrycznie położone punkty sieci wahadłowej (rys. 9). Ekscentryczność położenia punktu wahadłowego i punktu grawimetrycznego w danej miejscowości uwarunkowana jest innym charakterem oraz odrębną specyfiką pomiarów aparatami wahadłowymi i pomiarów grawimetrami, szczególnie biorąc pod uwagę zastosowanie transportu lotniczego. Usytuowanie 9 punktów sieci wahadłowej w tych samych miastach, w których znajdują się punkty sieci I rzędu, to jest w Warszawie, Gdańsku,

Białymstoku, Lublinie, Rzeszowie, Krakowie, Wrocławiu, Poznaniu i Szczecinie, było poddyktowane względami przyszłego cechowania sieci.

Wyznaczenia wartości Δg dla wszystkich boków sieci wahadłowej wykonane były przez Katedrę Geodezji Wyższej Politechniki Warszawskiej w ramach współpracy z Instytutem Geodezji i Kartografii. Wszystkie wyznaczenia przeprowadzono aparatem czterowahadłowym Askania przy skompensowaniu składowej pionowej ziemskiego pola magnetycznego. Pomiaru różnicy przyspieszenia siły ciężkości Δg dla 16 boków sieci wahadłowej wykonane były w okresie 1956—58 ([4], [11], [12], [13]).

Szczegółowa analiza wyników przeprowadzonych pomiarów wykazała, że punkt wahadłowy Wrocław wyznaczony został, w stosunku do innych punktów sieci wahadłowej, z wyraźnie większym średnim błędem. Spowodowane to było dużym i zmiennym w czasie lokalnym zaburzeniem w polu magnetycznym na punkcie Wrocław.

W związku z tym zaprojektowane zostały i przeprowadzone w roku 1959 dodatkowe pomiary aparatem wahadłowym [14]. Miały one na celu przede wszystkim udokładnienie wyznaczenia punktu wahadłowego Wrocław przez włączenie, dla wzmocnienia konstrukcji sieci, dodatkowo punktu Jelenia Góra (rys. 10).

W wyniku szczegółowej analizy dokładnościowej określone zostały średnie błędy pomierzonych w okresie 1956—59 wartości Δg boków sieci wahadłowej. Wartości tych średnich błędów dla większości boków wynoszą $\pm 0,16 \div 0,18$ mgal, a dla niektórych tylko boków sieci $\pm 0,25 \div 0,35$ mgal.

Sieć wahadłowa wyrównana została jako sieć niezależna z uwzględnieniem wag, biorąc pod uwagę także pomiary z roku 1959. Średni błąd wartości Δg boku sieci po wyrównaniu wynosi $\pm 0,15$ mgal.

W celu wycechowania krajowej sieci grawimetrycznej zostały dokładnie wzajemnie nawiązane obie sieci, to jest sieć grawimetryczna I rzędu i sieć wahadłowa. Pomiary nawiazujące pomiędzy 9 punktami sieci I rzędu i odpowiadającymi im punktami sieci wahadłowej przeprowadzono grawimetrami Askania Gs-11 z dokładnością rzędu $0,01 \div 0,02$ mgal.

3. Ogólne zasady przyjęte przy cechowaniu polskiej podstawowej sieci grawimetrycznej

Cechowanie nowej podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce można było przeprowadzić niezależnie w skali krajowej, wykorzystując w tym celu wyniki pomiarów podstawowej sieci wahadłowej.

Przy obliczeniach związanych z cechowaniem nie traktowano wartości g poszczególnych punktów sieci wahadłowej za stałe. Wykorzystana została natomiast cała powierzchniowa sieć 9 punktów wahadłowych dla usta-

lenia w skali krajowej średniej jednostki miligala, jako podstawy do cechowania sieci grawimetrycznej I rzędu.

Wzajemne nawiązanie sieci I rzędu i sieci wahadłowej umożliwiło porównanie wyników pomiarów aparatem wahadłowym i wyników pomiarów grawimetrem sieci I rzędu.

Cechowanie sieci przeprowadzone zostało dwiema metodami. Pierwsza metoda polegała na pomocniczym obliczeniu nowych wartości stałych grawimetru, którym pomierzona była sieć I rzędu. Jako drugi, niezależny sposób cechowania krajowej sieci grawimetrycznej zastosowano tak zwaną metodę powierzchniową.

4. Cechowanie sieci metodą pomocniczego wyznaczenia nowych wartości stałych grawimetru

Ogólne założenia proponowanej metody cechowania polegają na określeniu nowych wartości stałych grawimetru, którym pomierzono sieć grawimetryczną, na podstawie wzajemnego porównania wyników pomiarów przesłań sieci grawimetrycznej tym grawimetrem i wyników pomiarów aparatem wahadłowym.

Na podstawie wzajemnego porównania tych wyników można obecnie obliczyć najprawdopodobniejsze wartości stałych grawimetru, jakimi charakteryzował się poprzednio ten grawimetr w okresie pomiaru sieci.

W przypadku wyodrębnienia kilku okresów, w których przeprowadzony był pomiar poszczególnych części sieci, można zasadniczo określić wartości stałych grawimetru odrębnie dla każdego okresu pomiarowego. Analogiczne postępowanie może mieć zastosowanie także wtedy, gdy poszczególne części sieci mierzone były różnymi grawimetrami.

Zastosowanie proponowanej metody do praktycznego przeprowadzenia cechowania polskiej podstawowej sieci grawimetrycznej polegało przede wszystkim na obliczeniu średnich wartości stałych grawimetru Askania Gs-11 nr 95 dla okresu pomiarowego, w którym pomierzona była sieć I rzędu tym grawimetrem. Przyjęcie średniej wartości dla stałych tego grawimetru w całym 2—3-letnim okresie pomiarowym sieci miało swoje uzasadnienie w fakcie, że podczas pomiarów sieci grawimetr pracował stale przy tym samym zakresie temperatury termostatu oraz bez przestawiania sprężyny układu pomiarowego instrumentu. Nie było też obiektywnych przyczyn do podziału sieci na części, w zależności od okresu wykonania pomiarów.

Przy wycechowaniu naszej sieci tą metodą wykorzystano wzór na obliczenie różnicy przyspieszenia siły ciężkości Δg_{ik} między punktami i i k na podstawie pomiarów grawimetrem Askania Gs-11 [5], a mianowicie:

$$\Delta g_{ik} = a \cdot \Delta M_{ik} + b \cdot \Delta M_{ik} \cdot \Sigma M, \quad (1)$$

gdzie: a i b — stałe grawimetru Gs-11

$$\Delta M_{ik} = M_k - M_i$$

$$\Sigma M = M_k + M_i$$

M_i, M_k — zaobserwowane odczyty, w jednostce skali grawimetru, na punktach i i k (z uwzględnieniem poprawek wynikających z chodu grawimetru).

W wyniku omówionych poprzednio w p. 2 niniejszej pracy nawiązań sieci I rzędu i sieci wahadłowej, dysponowaliśmy dla 16 identycznych przęseł zarówno danymi z pomiarów grawimetrem Gs-11 nr 95 jak i z pomiarów aparatem czterowahadłowym. W celu wyznaczenia nowych, średnich dla całego okresu pomiarowego, wartości stałych a i b grawimetru Gs-11 nr 95, ułożone zostały, w oparciu o wzór (1), dla wszystkich 16 przęseł odpowiednie równania błędów.

Przy zastosowaniu tego wzoru dla przęśla między punktami i i k przyjęto jako Δg_{ik} pomierzoną wartość różnicy przyspieszenia z nowej sieci wahadłowej, a jako M_i i M_k — wyniki pomiarów grawimetrem nr 95 sieci grawimetrycznej I rzędu. Przy układaniu omówionych równań błędów dla poszczególnych przęseł uwzględniano wagi p odwrotnie proporcjonalne do kwadratów średnich błędów względnych wyznaczenia wartości Δg_{ik} z pomiarów aparatem wahadłowym. *)

W wyniku wyrównania 16-tu równań uzyskano najprawdopodobniejsze wartości stałych a i b grawimetru Gs-11 nr 95, jakimi charakteryzował się ten grawimetr w okresie pomiaru sieci I rzędu. Na marginesie należy zaznaczyć, iż nowe wartości stałych różnią się około 3‰ od wartości podawanych dla tego grawimetru przez firmę Askania.

Na podstawie tak określonych nowych wartości stałych a i b grawimetru oraz uzyskanych nim uprzednio podczas pomiarów sieci wartości ΔM i ΣM , obliczone zostały wielkości Δg po wycechowaniu dla wszystkich 37 boków sieci grawimetrycznej I rzędu. Otrzymane w ten sposób wartości Δg po wycechowaniu traktuje się jako wartości pomierzone, przeliczone już do właściwej jednostki. Dalszym etapem było wyrównanie niezależne sieci I rzędu, przy którym wyjściowymi danymi obserwacyjnymi były wyżej omówione wartości Δg po wycechowaniu. Po wyrównaniu obliczono wyrównane wartości Δg boków sieci oraz wyznaczono następnie ostateczne wartości przyspieszenia siły ciężkości g po wycechowaniu dla 18 punktów sieci I rzędu.

Omówionym sposobem, opracowanym w naszym Instytucie, wykonane zostało cechowanie podstawowej sieci grawimetrycznej Polski dwukrotnie

*) Wagi p poszczególnych przęseł sieci, przyjęte przy tych obliczeniach, podane są w odpowiedniej kolumnie tablicy 3.

niezależnie, a mianowicie przez Instytut Geodezji i Kartografii*) oraz przez Instytut Geologiczny [7]. Należy podkreślić, że zgodności ostatecznych wartości g punktów sieci po wycechowaniu z obu niezależnych obliczeń są w granicach 0,01 mgal.

5. Cechowanie sieci metodą powierzchniową

Dla sprawdzenia wyników cechowania sieci, uzyskanych przy zastosowaniu omówionej poprzednio metody, oraz dla badań nad metodyką cechowania sieci, przeprowadzone zostało przez Instytut Geodezji i Kartografii dodatkowe cechowanie podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce metodą powierzchniową.

W celu przeprowadzenia cechowania sieci metodą powierzchniową należy mieć wyrównaną i obliczoną w dowolnych, tymczasowych jednostkach, sieć grawimetryczną oraz niezależnie wyrównaną sieć wahadłową (lub inną sieć grawimetryczną), w oparciu o skalę której chcemy dokonać wycechowania sieci grawimetrycznej.

W naszym przypadku, przy cechowaniu tą metodą, wykorzystano wyniki niezależnego wyrównania nowej podstawowej sieci wahadłowej oraz wyniki niezależnego tymczasowego wyrównania sieci grawimetrycznej I rzędu (przy którym to wyrównaniu użyto przybliżone wartości stałych grawimetru) — omówione poprzednio w p. 2 niniejszej pracy. Przy tych wyrównaniach przyjęto dla obu sieci identyczną wartość g wyjściowego punktu w Warszawie.

Porównanie dla identycznych punktów wartości g , otrzymanych z wyrównania sieci wahadłowej i tymczasowego wyrównania sieci I rzędu, pozwala określić współczynniki cechowania.

Dla każdego z 9 punktów wiążących obie sieci, po uwzględnieniu oczywiście ekscentryczności położenia punktu wahadłowego i punktu grawimetrycznego, ułożone zostało następujące równanie błędów:

$$\delta g_i = x + b_i y + l_i, \quad (2)$$

gdzie: $l_i = g'_i - g_i$,

g_i — wartość przyspieszenia siły ciężkości punktu i otrzymana z wyrównania sieci wahadłowej,

g'_i — wartość przyspieszenia siły ciężkości punktu i otrzymana z tymczasowego wyrównania sieci grawimetrycznej I rzędu,

$b_i = g'_i - g_w$,

g_w — przyjęta wartość wyjściowa przyspieszenia siły ciężkości dla punktu Warszawa, wspólna dla obu sieci,

*) Prace obliczeniowe związane z cechowaniem sieci tą metodą wykonane były przez autora i mgra inż. T. Chojnickiego.

x, y — wyznaczone współczynniki cechowania sieci,

δg_i — poprawka dla punktu i .

Zestawienie tych równań dla 9 rozważanych punktów podane jest w tabl. 1.

Tablica 1

Nr punktu	Nazwa punktu	x	y	l_i mgal	δg_i mgal
		1 mgal	b_i Gal		
1	Warszawa	1	0,00000	0,00	+0,15
2	Kraków	1	-0,18398	+0,32	-0,04
3	Wrocław	1	-0,07725	-0,11	-0,17
4	Poznań	1	+0,02728	-0,30	-0,07
5	Szczecin	1	+0,13582	-0,34	+0,18
6	Gdańsk	1	+0,21336	-0,88	-0,14
7	Białystok	1	+0,07714	-0,37	-0,01
8	Lublin	1	-0,08126	+0,12	+0,05
9	Rzeszów	1	-0,21740	+0,49	+0,04
Suma		9	-0,10629	-1,07	-0,01

Utworzono następnie równania normalne i w wyniku ich wyrównania otrzymano następujące najprawdopodobniejsze wartości współczynników cechowania:

$$x = + 0,151 \pm 0,043 \text{ mgal},$$

$$y = + 2,759 \pm 0,316\% \text{ (tj. mgal/Gal)}.$$

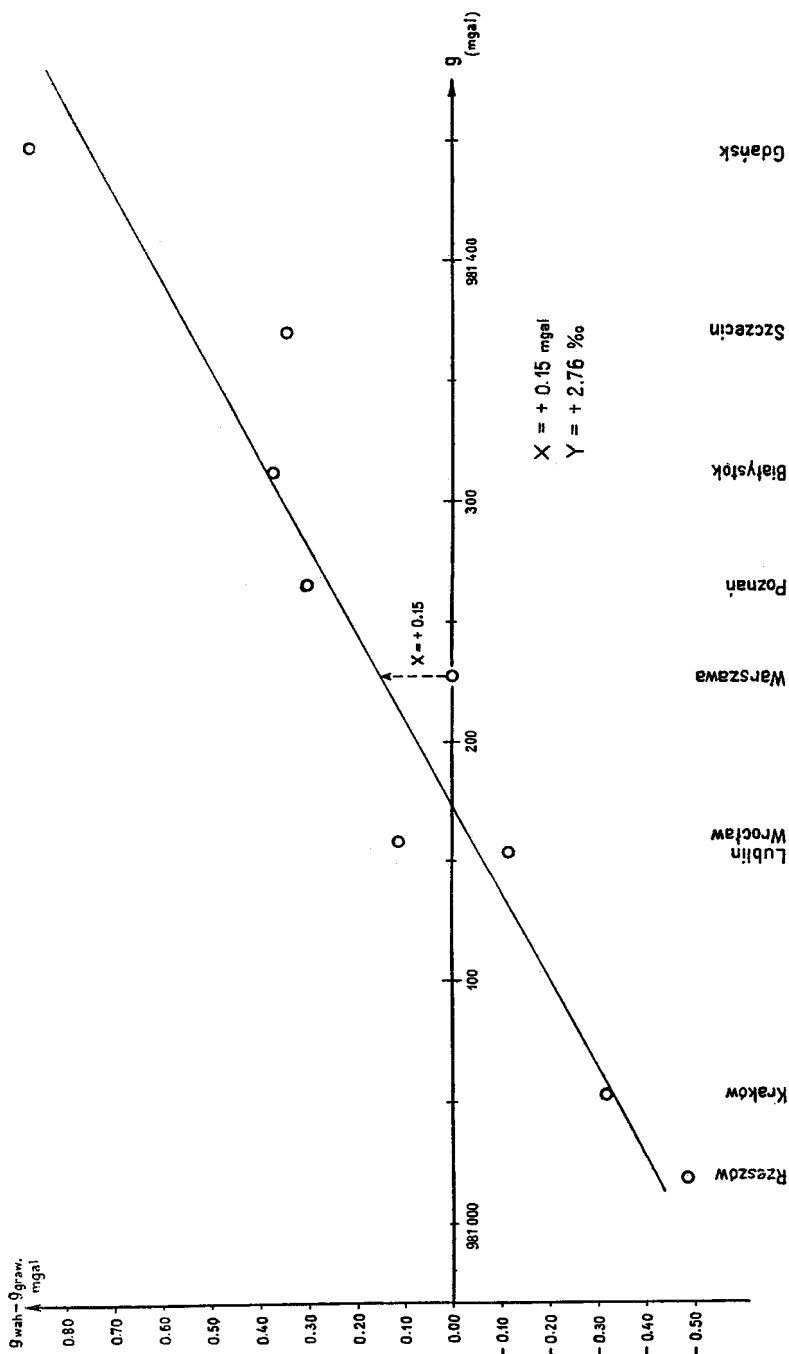
Poprawki δg , obliczone na podstawie uzyskanych wartości współczynników cechowania, przedstawione są w odpowiedniej kolumnie tablicy 1. Bezwzględne wartości tych poprawek kształtują się od 0,01 do 0,18 mgal, a przeciętna bezwzględna wartość poprawki δg wynosi 0,10 mgal.

Graficzne przedstawienie cechowania sieci grawimetrycznej metodą powierzchniową podane jest na rys. 11.

Na podstawie obliczonych w wyniku wyrównania wartości współczynników cechowania x i y oraz przy zastosowaniu wzoru (2), wyznaczono dla 9 punktów, wiążących sieć wahadłową i sieć I rzędu, wartości przyspieszenia siły ciężkości g_i po wycechowaniu metodą powierzchniową. Następnie określone zostały wartości przyspieszeń siły ciężkości g po wycechowaniu tą metodą dla pozostałych punktów sieci grawimetrycznej I rzędu.

6. Porównanie wyników cechowania

Porównanie ostatecznych wyników cechowania sieci obiema wyżej omówionymi metodami można dokonać dla 9 punktów wiążących sieć I rzędu i sieć wahadłową.



Rys. 11. Graficzne przedstawienie wyników cechowania sieci grawimetrycznej metodą powierzchniową

Różnice w wartościach przyspieszenia siły ciężkości dla tych 9 punktów, uzyskane na podstawie cechowania sieci omawianymi metodami, zestawione są w tablicy 2.

Tablica 2

Nr punktu	Nazwa punktu	Różnice wartości g mgal
1	Warszawa	—
2	Kraków	−0,04
3	Wrocław	+0,05
4	Poznań	−0,01
5	Szczecin	+0,04
6	Gdańsk	−0,11
7	Białystok	+0,03
8	Lublin	+0,01
9	Rzeszów	−0,07

Przeciętna bezwzględna wartość tych różnic wynosi 0,04 mgal.

Zgodność ostatecznych wyników cechowania podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce dwiema niezależnymi metodami uważać więc można za zupełnie zadowalającą.

7. Analiza dokładności przeprowadzonego cechowania sieci grawimetrycznej

Dokładność cechowania jest istotną cechą konkretnie obliczonej sieci, gdyż charakteryzuje nam ona z jaką dokładnością została określona skala tej sieci grawimetrycznej po wycechowaniu.

Średni błąd cechowania sieci grawimetrycznej najdogodniej jest wyrażać w promilach, a więc określać średni błąd jednostki sieci w mgal/Gal.

W naszym przypadku dla oceny dokładności cechowania sieci wykorzystane są dane z obu omówionych metod cechowania. Dokładność przeprowadzonego cechowania nowej podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce obrazuje wartość błędu m_y określenia w metodzie powierzchniowej współczynnika cechowania. Z przytoczonych w p. 5 niniejszej pracy rezultatów wynika, że ten średni błąd wynosi $\pm 0,32\%$.

Celem obiektywnego potwierdzenia tej dokładności przeprowadzono analizę, która opiera się na następującym postępowaniu.

Na podstawie uzyskanych, jako ostateczny wynik cechowania, wartości przyspieszeń siły ciężkości g punktów sieci grawimetrycznej, obliczone zostały nowe wartości różnic przyspieszenia siły ciężkości po wycechowaniu Δg_{cech} dla 16 boków podstawowej sieci wahadłowej. Wartości tych różnic Δg_{cech} wyznaczono dwukrotnie niezależnie, mianowicie przy wykorzystaniu wyników cechowania obiema omówionymi metodami.

Na podstawie tych obliczeń oraz wyników pomiaru i wyrównania sieci wahadłowej obliczono dla każdego z 16 boków sieci wahadłowej następujące różnice $\delta_{\Delta g}$:

$$\delta'_{\Delta g} = \Delta'g_{cech} - \Delta g_{wah. pom.},$$

$$\delta''_{\Delta g} = \Delta''g_{cech} - \Delta g_{wah. wyr.},$$

$$\delta'''_{\Delta g} = \Delta'''g_{cech} - \Delta g_{wah. wyr.}$$

W powyższych wzorach oznaczono:

$\Delta'g_{cech}$ — wartość różnicy przyspieszenia siły ciężkości boku sieci, obliczona na podstawie wyników cechowania metodą powierzchniową;

$\Delta''g_{cech}$ — wartość różnicy przyspieszenia siły ciężkości boku sieci, obliczona na podstawie wyników cechowania metodą pomocniczego wyznaczenia stałych grawimetru;

$\Delta g_{wah. pom}$ — wartość uzyskana z pomiarów aparatem czterowahadłowym boku sieci wahadłowej;

$\Delta g_{wah. wyr.}$ — wartość uzyskana z niezależnego wyrównania sieci wahadłowej.

Bezwzględne wartości różnic $\delta_{\Delta g}$ dla rozważanych 16 boków podstawowej sieci wahadłowej zestawione zostały w tablicy 3.

Tablica 3

Lp.	Bok sieci wahadłowej	Waga p	Bezwzględne wartości różnic			$v_1 = \frac{ \delta'_{\Delta g} }{\Delta g}$ ‰	$v_2 = \frac{ \delta'''_{\Delta g} }{\Delta g}$ ‰
			$ \delta'_{\Delta g} $ mgal	$ \delta''_{\Delta g} $ mgal	$ \delta'''_{\Delta g} $ mgal		
1	Gdańsk—Szczecin	8	0,29	0,32	0,24	4,1	3,1
2	Poznań—Gdańsk	44	0,11	0,07	0,06	0,4	0,3
3	Poznań—Szczecin	15	0,28	0,25	0,30	2,3	2,8
4	Warszawa—Gdańsk	26	0,41	0,29	0,15	1,4	0,7
5	Warszawa—Poznań	1	0,17	0,22	0,21	8,0	7,6
6	Białystok—Gdańsk	30	0,26	0,13	0,01	0,9	0,1
7	Białystok—Warszawa	10	0,21	0,16	0,16	2,1	2,1
8	Białystok—Lublin	41	0,13	0,06	0,07	0,4	0,4
9	Warszawa—Lublin	11	0,07	0,10	0,09	1,2	1,1
10	Wrocław—Poznań	14	0,16	0,10	0,16	0,9	1,5
11	Wrocław—Warszawa	8	0,26	0,32	0,37	4,1	4,8
12	Kraków—Warszawa	19	0,15	0,19	0,15	1,0	0,8
13	Kraków—Wrocław	15	0,17	0,13	0,22	1,2	2,0
14	Kraków—Lublin	17	0,01	0,09	0,06	0,9	0,6
15	Rzeszów—Lublin	30	0,00	0,01	0,06	0,1	0,4
16	Rzeszów—Kraków	2	0,07	0,08	0,12	2,4	3,6
Suma		291	2,75	2,52	2,43		

Przeciętne bezwzględne wartości różnic $\delta_{\Delta g}$, zestawionych w tablicy 3, wynoszą odpowiednio:

$$\delta_{\Delta g, \text{przec.}}' = \frac{2,75}{16} = 0,17 \text{ mgal},$$

$$\delta_{\Delta g, \text{prz. c.}}'' = \frac{2,52}{16} = 0,16 \text{ mgal},$$

$$\delta_{\Delta g, \text{przec.}}''' = \frac{2,43}{16} = 0,15 \text{ mgal}.$$

Średni błąd różnicy przyspieszenia siły ciężkości Δg boku sieci wahadłowej — w stosunku do wycechowanej sieci grawimetrycznej — kształtuje się następująco:

$$m_{\Delta g}' = \pm \sqrt{\frac{[\delta' \cdot \delta']}{n}} = \pm \sqrt{\frac{0,6547}{16}} = \pm 0,20 \text{ mgal},$$

$$m_{\Delta g}'' = \pm \sqrt{\frac{[\delta'' \cdot \delta'']}{n}} = \pm \sqrt{\frac{0,5384}{16}} = \pm 0,18 \text{ mgal},$$

$$m_{\Delta g}''' = \pm \sqrt{\frac{[\delta''' \cdot \delta''']}{n}} = \pm \sqrt{\frac{0,5115}{16}} = \pm 0,18 \text{ mgal}.$$

Porównując otrzymane wartości $|\delta_{\Delta g}|_{\text{przec.}}$ i $m_{\Delta g}$ z wartościami średnich błędów pomiaru i niezależnego wyrównania sieci wahadłowej (które omówiono w p. 2 niniejszej pracy) uzyskujemy w pełni zadowalającą zgodność. Ten fakt potwierdza dobrą jakość sieci wahadłowej przyjętej dla ustalenia jednostki podstawowej sieci grawimetrycznej przy wycechowaniu.

Zestawione w tablicy 3 różnice $\delta_{\Delta g}$ wykorzystano następnie do obliczenia dla każdego z 16 rozważanych boków sieci bezwzględnych wartości stosunku $v = \frac{\delta_{\Delta g}}{\Delta g}$. Wartości tych stosunków (w promilach) wyznaczono zarówno dla wyników cechowania metodą powierzchniową, jak też wyników cechowania metodą pomocniczego określenia stałych grawimetru, a mianowicie:

$$v_1 = \left| \frac{\delta_{\Delta g}''}{\Delta g} \right| \quad \text{oraz} \quad v_2 = \left| \frac{\delta_{\Delta g}'''}{\Delta g} \right|.$$

Na podstawie tak obliczonych wartości v można oszacować średni błąd cechowania na podstawie wzoru:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[p v v]}{[p] \cdot (n - 1)}}. \quad (3)$$

We wzorze tym oznaczono przez: p — wagę boku sieci wahadłowej, przyjętą przy cechowaniu sieci grawimetrycznej (omówioną w p. 4 niniejszej pracy), a przez n — ilości rozważanych w tej analizie boków sieci.

W rezultacie otrzymamy następujące wartości średniego błędu cechowania sieci:

a) przy wykorzystaniu wartości v_1 :

$$m' = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v_1 \cdot v_1]}{[p] \cdot (n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{638,64}{291 \cdot 15}} = \pm 0,38 \text{ ‰},$$

b) przy wykorzystaniu wartości v_2 :

$$m'' = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v_2 \cdot v_2]}{[p] \cdot (n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{658,03}{291 \cdot 15}} = \pm 0,39 \text{ ‰}.$$

Uzyskaliśmy więc zgodność wartości średnich błędów cechowania sieci obiema metodami.

Reasumując wyniki rozważań przeprowadzonej analizy dochodzi się do wniosku, że dokładność przeprowadzonego w skali krajowej cechowania podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce wynosi 0,3—0,4‰.

8. Uwagi końcowe

Całokształt przeprowadzonych prac pomiarowych i obliczeniowych, związanych z cechowaniem sieci, zapewnił odpowiednią dokładność jednostce nowej podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce.

Jednostka naszej sieci grawimetrycznej, po wycechowaniu w skali krajowej, określona jest niezależnie od jednostek sieci grawimetrycznych innych krajów.

Ważnym aktualnie zagadnieniem jest sprawa wzajemnej relacji pomiędzy jednostką omówionej sieci polskiej, a jednostkami sieci grawimetrycznych innych krajów, a w szczególności krajów sąsiednich.

Porównanie jednostek dwóch sieci grawimetrycznych, ogólnie biorąc, można przeprowadzić poprzez wzajemne porównawcze pomiary grawimetryczne na przesłach obu rozpatrywanych sieci, a także przy wykorzystaniu nawiązań obu sieci. Przy porównaniu jednostek sieci grawimetrycznych krajów sąsiednich, nawiązania takie powinny być wykonane wzajemnie pomiędzy kilkoma punktami podstawowymi tych sieci.

Porównanie jednostek dwóch lub więcej sieci grawimetrycznych umożliwić może ewentualne przeliczenie i nowe wycechowanie krajowych sieci w ujednoczonych, bardziej dokładnych jednostkach.

Zagadnienie nawiązań podstawowej sieci grawimetrycznej w Polsce z sieciami grawimetrycznymi państw sąsiednich, w celu wzajemnego porównania jednostek tych sieci, zostało podjęte przez Instytut Geodezji i Kartografii. Prace nad tym zagadnieniem są w toku.

LITERATURA

- [1] *Bokun J., Niewiarowski J.*: Projekt podstawowej sieci wahadłowej w Polsce. Prace IGiK, t. VI, nr 2, Warszawa 1959.
- [2] *Bokun J., Bujnowski W.*: Nouveau réseau gravimétrique fondamental de la Pologne. Comm. présenté à la Commission Gravimétrique Internationale, Paris, Warszawa 1959.
- [3] *Bokun J.*: Problème de l'étalonnage des gravimètres et du réseau gravimétrique en Pologne. Comm. présentée à XII Assemblée UGGI, Helsinki, Warszawa 1960.
- [4] *Bokun J., Ząbek Z., Dobaczewska W.*: Réseau pendulaire fondamental de la Pologne. Comm. présentée à XII Assemblée UGGI, Helsinki, Warszawa 1960.
- [5] *Bokun J., Chojnicki T.*: Zagadnienie cechowania grawimetrów w Polsce. Prace IGiK, t. VIII, nr 2, Warszawa 1961.
- [6] *Bujnowski W.*: Réseau fondamental gravimétrique de 1-er ordre de la Pologne. Comm. présentée à XII Assemblée UGGI Helsinki, Warszawa 1960.
- [7] *Bujnowski W.*: Cechowanie grawimetrów Askania Gs-11. Prz. Geologiczny, r. 8, nr 4, Warszawa 1960.
- [8] *Gantar C., Morelli C.*: Some comparisons between the values observed by Osservatorio Geofisico Sperimentale Trieste and those by other observers. Bollettino di Geofisica teorica ed applicata, nr 6, 1960.
- [9] *Kneissl M.*: Niveau und Massstab des vorläufigen europäischen Gravimeternetzes. Deutsche Geod. Komm., Reihe A, Nr 21, München 1956.
- [10] *Kneissl M.*: The european gravity calibration lines International Gravimetric Commission, Paris 1959.
- [11] *Ząbek Z., Dobaczewska W.*: Pomiary aparatem czterowahadłowym na punktach bazy grawimetrycznej. Prace IGiK, t. V, nr 2, Warszawa 1957.
- [12] *Ząbek Z., Dobaczewska W.*: Pomiary aparatem czterowahadłowym na punktach zachodniej części sieci wahadłowej w Polsce. Prace IGiK, t. VI, nr 2, Warszawa 1959.
- [13] *Ząbek Z., Dobaczewska W.*: Pomiary aparatem czterowahadłowym na punktach wschodniej części sieci wahadłowej w Polsce. Prace IGiK, t. VII, nr 1, Warszawa 1960.
- [14] *Ząbek Z., Dobaczewska W.*: Nawiązanie aparatem czterowahadłowym punktu w Jeleniej Górze do podstawowej sieci wahadłowej w Polsce. Prace IGiK, t. VII, nr 2, Warszawa 1960.
- [15] *Rapport sur les travaux géodésiques exécutés en Pologne de 1957 à 1960. Gravimétrie. Présenté à XII Assemblée UGGI Helsinki, Warszawa 1960.*

Rękopis dostarczono Redakcji w marcu 1961 r.

ЕЖЫ БОЖУН

ЭТАЛОНИРОВАНИЕ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ СЕТИ В ПОЛЬШЕ В МАСШТАБЕ СТРАНЫ

Резюме

Современные гравиметрические сети, наблюдаемые прецизионными гравиметрами, характеризуются вообще большой внутренней точностью. Разности значений ускорения силы тяжести Δg между произвольными пунктами данной сети определяются в единицах этой сети, или, как можно иначе сказать, в среднем миллигале этой гравиметрической сети. Терминология еще не установлена, и поэтому понятие масштаба гравиметрической сети в этом случае могло бы быть применимо.

Единица сети может, в большей или меньшей степени, различаться от единицы в системе *сgs*.

Совокупность проблем, связанных с работами, дающими возможность окончательного вычисления сети в единицах, достаточно согласных с действительной единицей $\text{см} \cdot \text{сек}^{-2}$, можно назвать эталонированием гравиметрической сети. Проблематика эталонирования сети очень обширна, и может вмещать и работы при пересчете существующей сети на надлежащий масштаб, а также и работы, предпринимаемые при проектировании наблюдении будущих гравиметрических сетей и при их реализации.

Проблемы эталонирования гравиметрической сети связаны с надлежащим проектированием и использованием измерении, производимых маятниковой аппаратурой.

В периоде 1956—59 были исполнены в Польше работы над построением новой основной гравиметрической сети. В рамках этих работ была построена Геологическим Институтом гравиметрическая сеть I класса, а Институтом Геодезии и Картографии маятниковая сеть [2].

Маятниковая сеть была проектирована специально с целью обеспечения, в масштабе страны, единицы миллигала, как основы для эта-

лонирования гравиметрической сети [1]. Проекты сетей гравиметрической и маятниковой и их измерения были точно согласованы.

Гравиметрическая сеть I класса состоит из 18 пунктов, соединенных 37 пролётами (рис. 9). Измерения Δg пролётов этой сети были произведены Геологическим Институтом гравиметром Аскания Gs-11 № 95 при применении аэротранспорта [6]. Новая маятниковая сеть, построенная в форме треугольников, состоит из 9 пунктов, локализованных вблизи соответственных пунктов сети I класса и добавочно одного пункта (Елена Гура), включенного с целью укрепления конструкции сети (рис. 10). Значения Δg сторон треугольников маятниковой сети были определены четырехмаятниковым аппаратом Аскания с устройством для фотографической регистрации. Для преобладающего числа сторон средняя квадратическая ошибка $m_{\Delta g}$ равна $\pm 0,16 \div 0,18$ мгл, а только для некоторых сторон $\pm 0,25 \div 0,35$ мгл. Измерения четырехмаятниковым аппаратом исполнила Кафедра Высшей Геодезии Варшавского Политехнического Института в рамках сотрудничества с Институтом Геодезии и Картографии ([4], [12], [13], [14]).

С целью взаимной связи обеих сетей были исполнены измерения гравиметром Gs-11 с точностью $\pm 0,01$ мгл между 9 пунктами маятниковой сети и соответствующими им пунктами гравиметрической сети.

Эталонирование гравиметрической сети страны было исполнено основываясь на новой маятниковой сети. При этом значения g одиночных пунктов маятниковой сети не были принимаемы твердыми.

- Эталонирование сети было проведено двумя методами, а именно:
- а) через вспомогательное определение новых значений постоянных гравиметра, путём взаимного сравнения результатов измерения четырехмаятниковым аппаратом и гравиметром,
 - б) т. наз. поверхностным методом.

В первом методе использовано формулу (1) позволяющую определить, на основании измерения гравиметром, разность ускорения силы тяжести $\Delta g_{1,2}$ как функцию отсчётов в единицах шкалы гравиметра (ΔM , ΣM) и значения постоянных a и b этого гравиметра.

Для 16 совместных сторон маятниковой и гравиметрической сетей были составлены соответственные уравнения, в которых как $\Delta g_{1,2}$ принято значения, полученные при наблюдениях маятниковой сети, а как ΔM и ΣM значения, полученные при измерениях гравиметрической сети I класса. При составлении этих уравнений весы были принимаемы обратно пропорционально квадратам средней ошибки относительного определения $\Delta g_{1,2}$ полученного из маятниковых измерений.

В результате уравнивания 16 уравнений были получены наиболее вероятные значения постоянных a и b гравиметра, которым измерялась сеть I класса, выраженные в средних единицах миллигала маятниковой сети.

На основании таким образом определенных постоянных гравиметра и результатов измерения были вычислены новые измеренные значения Δg (после эталонирования) для всех сторон сети I класса. Потом, в результате независимого уравнивания этой сети, были получены окончательные значения g для 18 пунктов гравиметрической сети.

Эталонирование этим способом, предложенным нашим Институтом, было двукратно, независимо исполнено Институтом Геодезии и Картографии [3] и Геологическим Институтом [7]. Согласие окончательных значений g полученных после эталонирования из обоих вычисления, было в границах 0,01 мгл.

С целью исполнения эталонирования гравиметрической сети т. наз. поверхностным методом, были сначала временно независимо уравнены сеть I класса и маятниковая сеть. При этом вычислении и уравнивании были принимаемы предварительные, приближенные значения постоянных гравиметра. Средние ошибки значений g для пунктов сети, относительно исходного пункта Варшава, вытекающие из внутренней согласованности этого предварительного уравнивания, были в границах $\pm 0,04 - 0,07$ мгл.

Маятниковая сеть была уравнена как независимая сеть с учётом весов. Средняя квадратическая ошибка значений Δg стороны сети после уравнивания была $\pm 0,15$ мгл.

Для каждого из 9 пунктов, связывающих обе сети (конечно, учитывая эксцентricитет положения маятникового и гравиметрического пункта), были составлены соответственные уравнения поправок (2). После уравнивания этих 9 уравнений (табл. 1) были получены коэффициенты эталонирования гравиметрической сети. Коэффициент u изменения масштаба сети был определен с средней квадратической ошибкой $m_u = \pm 0,32\%$. Графическое представление эталонирования этим методом дано на рис. 11.

На основании определенных таким образом коэффициентов эталонирования вычислено для 9 совместных пунктов обеих сетей значения g . Эталонирование поверхностным методом было выполнено только Институтом Геодезии и Картографии.

Разности между значениями ускорения силы тяжести для 9 совместных пунктов обеих сетей, полученными при эталонировании сети двумя упомянутыми методами (табл. 2), равна в среднем 0,04 мгл что можно считать как удовлетворяющую согласованность.

На основании значения g пунктов сети, после эталонирования, были вычислены новые значения $\Delta g_{сеч}$ для 16 сторон маятниковой сети. Разности между этими значениями и значениями, полученными: а) по маятниковым измерениям и б) из уравнивания маятниковой сети (табл. 3) в среднем соответственно равны $\pm 0,17$ мгл и $\pm 0,16$ мгл. Пользуясь данными таблицы 3, на основании формулы (3), вычислено среднюю квадратическую ошибку эталонирования $m = \pm 0,38\%$.

Принимая во внимание эту величину и ранее вычисленную среднюю квадратическую ошибку m_y коэффициента эталонирования, точность эталонирования гравиметрической сети в Польше, в масштабе страны, можно оценить на $0,3—0,4\%$.

JERZY BOKUN

COUNTRY-WIDE CALIBRATION OF THE GRAVITY NET IN POLAND

Summary

Modern basic gravity nets, measured with precise gravimeters, are characterised by a generally great accuracy. The differences of the gravity acceleration Δg between two freely chosen stations of a given net, are determined in units of that net, or — in other words — in a mean milligal of that gravimetric net. The terminology being not settled yet, the idea of the scale of a gravimetric net might find its application too.

The net unit may differ in a greater or lesser degree from the unit in *cgs* system.

Complex of problems connected with the work enabling a definite calculation of the net with a sufficient accuracy in units conform to the real unit $\text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$, may be called — calibration of gravity net. The problem of net calibration is a wide one and may comprise re-calculation work of the existing net to the proper scale, planning and the realization of the future net as well.

The problems of calibration of a gravity net are closely connected with proper planning and use of measurements made with pendulum apparatus.

During 1956—1959 gravity survey was made in Poland and a first order net set up by Geological Institute and a pendulum net laid out by Institute of Geodesy and Cartography [2].

The pendulum net was set up in order to provide a countrywide milligal unit satisfactory for calibration of gravity net [1].

Planning of gravimeter and pendulum nets and their measurements were closely coordinated.

First order gravity net comprises 18 points connected by 37 sides (graph. 9). Measurements of Δg on those sides were made by Geological Institute using Askania gravimeter Gs-11 Nr. 95 and airline transport [6]. New pendulum net in form of triangles, comprises 9 points situated nearly corresponding first order stations, and a supplementary point (Jelenia

Góra) introduced to strengthen the net construction (graph 10). The values Δg of triangle sides of pendulum net have been determined by means of a four pendulum Askania apparatus provided with photographic registration. Prevailing number of lines demonstrates a mean error $m_{\Delta g} = \pm 0,16 \div 0,18$ mgal and for only certain sides $\pm 0,25 \div 0,35$ mgal.

The pendulum observations were made by the Chair of Higher Geodesy of Warsaw Polytechnical College cooperating with Institute of Geodesy and Cartography ([4], [12], [13], [14]).

To connect the two nets measurements were made between 9 points of pendulum net and corresponding points of gravity net with an accuracy of 0,01 mgal using gravimeters Gs-11.

Calibration of national gravity net has been leaned on new pendulum net and g values of particular stations were not regarded as constant.

Calibration of the net was carried by two methods i. e.:

- a) by an auxiliary determination of new values of gravimeter constants, derived from measurements made with pendulum apparatus and gravimeter,
- b) by so called area method.

The formula (1) was used in the former method to determine, from the gravimeter measurements, the difference Δg_{12} of gravity acceleration i. e. as a function of readings in units of gravimeter scale (ΔM , ΣM) and the value of constants a i b of the gravimeter. For the 16 common sides of the pendulum and gravity nets relevant equations were formed where the measured values taken from pendulum net were adopted for Δg_{12} , while ΔM and ΣM were accepted from measurements of 1st order gravity net. The weights reversely proportional to the square of the mean relative error of determination of Δg_{12} obtained from pendulum measurements, have been taken into account at the formation of the said equations.

From a least square reduction of all the 16 equations most probable values of a and b of the gravimeter, the 1st order net was measured with, have been obtained in mean units of pendulum net mgal.

Based on gravimeter constants thus determined and on measurement results, new measured values of Δg (after calibration) have been computed and a subsequent independent adjustment of the net has led to the final values of g for all the points of the gravity net.

The calibration by the method proposed by us has been done twice entirely independent by the Institute of Geodesy and Cartography [3] and by the Institute of Geology [7]. The final values g derived from the two calculations have been found accurate within 0,01 mgal.

To calibrate the gravity net by area method, an independent preliminary adjustment of 1st order and pendulum nets was carried out. The 1st order gravity net has been adjusted by using provisory values of gravimeter

constants. Resulting from the inner accuracy of the provisory adjustment mean errors of the values g of net points are, in relation to the reference station Warsaw, within $\pm 0,04 - 0,07$ mgal.

Pendulum net with its corresponding weights has been adjusted as an independent net. Mean error of Δg of a net side after adjustment equals to $\pm 0,15$ mgal.

Observation equation (2) has been arranged for each of 9 points connecting the two nets (of course the eccentricity of position of pendulum and gravimeter points has been taken into account). Calibration factors resulting from the adjustment of those 9 equations are given in table 1. The coefficient y showing the change of the net scale has been determined with an error $m_y = \pm 0,32\%$. Calibration by that method is shown graphically on graph 11.

Based on calibration factors thus determined the values g have been computed for 9 common points of the two nets. Only our Institute has carried out the net calibration using the area method.

Differences between the values of gravity acceleration at 9 stations connecting the two nets have been derived from net calibrations carried out by the two methods (table 2) and are in average 0,04 mgal which is supposed to be a satisfactory accuracy. Leaned on the values g after calibration new values Δg_{cech} have been evaluated for 16 sides of pendulum net.

The differences between the later values and former ones derived from a) pendulum measurements and b) adjustment of pendulum net (table 3) are resp. in average $\pm 0,17$ mgal and $\pm 0,16$ mgal. Mean error of calibration $m = \pm 0,38\%$ has been computed using the above abstract and applying formula [3].

If we take into account the last value and the computed mean error of calibration factor m_y , the accuracy of country-wide calibration of the gravity net in Poland may be estimated as 0,3 — 0,4 %.