

WOJCIECH JANUSZ

526.913.19 : 526.99

## Wyznaczenie wszystkich elementów charakteryzujących zmianę ustawienia teodolitu na stanowisku obserwacyjnym

(W zastosowaniu do geodezyjnych pomiarów odkształceń)

W trygonometrycznej metodzie wyznaczenia przesunięć celowników, zastabilizowanych na budowlach lub w warstwie gruntu, w miejscach gdzie istnieje możliwość przemieszczania się budowli lub gruntu, istotną rolę posiada wyznaczenie zmian ustawienia teodolitu na stanowisku obserwacyjnym przy kolejnych pomiarach w stosunku do ustawienia przy pomiarze wyjściowym. Zmiany te mogą wynikać: a) z przesunięcia samego stanowiska obserwacyjnego, b) z błędów ustawienia teodolitu na stanowisku. Dotyczą one:

a) położenia w przestrzeni takiego materialnego punktu  $P$ , leżącego na osi obrotu teodolitu, który przy pokręcaniu śrubami nastawczymi w trakcie poziomowania nie przesuwają się, lecz tylko obraca, \*)

b) kierunku osi obrotu teodolitu.

Dla wyznaczenia tych zmian należy określić wielkości  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , charakteryzujące w układzie współrzędnych  $OXYZ$  przemieszczenie punktu  $P$  oraz wielkości  $U$  i  $V$ , charakteryzujące wielkość i kierunek odchylenia osi obrotu teodolitu przy pomiarze aktualnym w stosunku do położenia przy pomiarze wyjściowym.

Wielkości  $dx$ ,  $dy$ , określające zmianę położenia rzutu punktu  $P$  na płaszczyznę  $OXY$ , wyznaczone są dla pojedynczych stanowisk obserwacyjnych na drodze porównania wyników pomiaru kierunków do — uważanych za niezmiennie — celowników odniesienia. W sieciach pomiarowych wyznaczenie  $dx$ ,  $dy$  dla poszczególnych stanowisk dokonuje się na drodze wyrównania różnic wszystkich kierunków, tak do celowników odniesienia jak

---

\*) W praktyce można przyjąć, że jest to punkt na płaszczyźnie ustawienia śrub nastawczych na spodarce.

i do sygnałów ustawionych na innych stanowiskach obserwacyjnych. Wyznaczone, na drodze wyrównania stwierdzonych różnic między odpowiednimi kierunkami pierwotnymi i aktualnymi, wielkości  $dx$  i  $dy$  są następnie uwzględniane przy wyznaczeniu przesunięć celowników kontrolnych, osadzonych na badanej budowli lub w badanej warstwie gruntu. Szczegółowe omówienie tego tematu znajdzie czytelnik w publikacji [1].

W przypadku, gdy przy wyznaczeniu przesunięć poziomych istnieje konieczność pomiaru kierunków na cele rozmieszczone na różnych wysokościach między sobą i w stosunku do stanowiska obserwacyjnego, bardzo ważne jest dokładne określenie wielkości  $U$  i  $V$  lub innych elementów, charakteryzujących zmianę położenia osi obrotu teodolitu. W dotychczasowej praktyce osiągnano to poprzez zwracanie uwagi na możliwie dokładne poziomowanie teodolitu na stanowisku za pomocą libeli głównej (w celu możliwie jak najmniejszego odchylenia osi obrotu teodolitu przy pomiarze aktualnym w stosunku do położenia przy pomiarze pierwotnym). Ponadto w niektórych przypadkach korzysta się z odczytów libeli nasadkowej w celu wprowadzenia redukcji do kierunków poziomych. Dokładność libeli głównej o przewadze rzędu  $7''$  dla teodolitu Wild T3 oraz  $20''$  dla teodolitu Wild T2 daje pogląd na wielkość błędów kierunków poziomych na cele wymagające stosowania stromych celowych.

Większość teodolitów, nadających się z racji swej dokładności i innych walorów technicznych do pomiarów odkształceń, nie posiada w swym wyposażeniu libeli nasadkowej, wskutek czego występuje możliwość popełniania błędów, w kierunkach na cele wymagające stosowania stromych celowych, znacznie przekraczających błędy wynikające z celowania i odczytywania. Ponadto, jak już wielokrotnie przy różnych pracach stwierdzano, libela może się stać powodem poważnych błędów wskutek silnego reagowania na zmiany warunków termicznych.

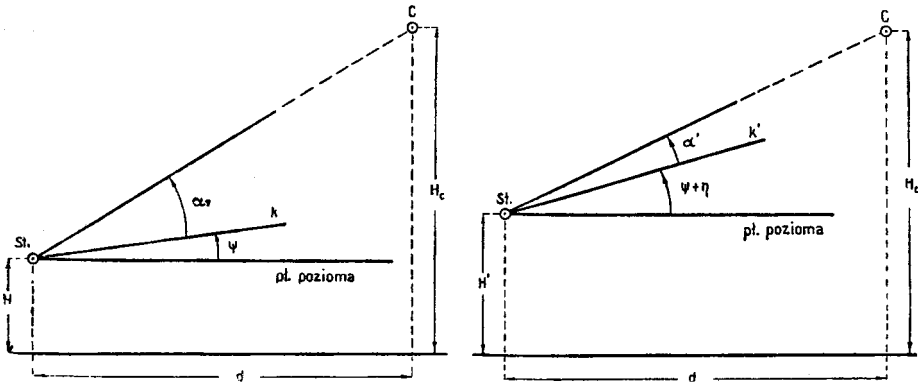
W tej sytuacji wydaje się celowe zastosowanie takiej metody wyznaczenia zmian pochylenia osi teodolitu, która pozwoli ograniczyć stosowanie libeli tylko do przybliżonego poziomowania teodolitu.

Metoda ta polega na odpowiednim wykorzystaniu, na drodze rachunkowej, różnic wyników pomiarów kątów pionowych na celowniki odniesienia, dokonanych przy pierwotnej i aktualnej obserwacji kierunków poziomych. Przy zastosowaniu tej metody należy kąty pionowe mierzyć w obu położeniach lunety, lecz bez zmiany położenia koła pionowego w zależności od położenia libeli kolimacyjnej (w czasie całego pomiaru nie wolno poruszyć śruby zmieniającej położenie libeli kolimacyjnej). W czasie całego pomiaru wskaźnik odczytowy koła pionowego pozostaje więc w położeniu niezmiennym względem osi obrotu teodolitu, w rezultacie czego kąty zenitalne są mierzone od kierunku osi obrotu teodolitu, nie

zaś od linii pionu miejsca obserwacji. Określając kąt pionowy  $\alpha$  jako dopełnienie kąta zenitalnego do  $90^\circ$  oraz zakładając, że płaszczyzna limbusea jest prostopadła do osi obrotu teodolitu, możemy powiedzieć, że przy wspomnianym sposobie obserwacji kąty pionowe są mierzone od rzutu prostokątnego osi celowej na płaszczyznę limbusea, nie zaś od rzutu prostokątnego osi celowej na płaszczyznę poziomą miejsca obserwacji.

Niżej podaję wyprowadzenia wzorów wymienionej metody, zilustrowane rysunkami pokazującymi zależności geometryczne.

Zgodnie z rys. 28a założmy, że teodolit przy pomiarze wyjściowym został ustawiony na stanowisku obserwacyjnym na wysokości  $H$ , przy czym krawędź  $k$  przecięcia płaszczyzny limbusea z płaszczyzną kolimacyjną  $K$ , zawierającą celownik  $C$ , jest nachylona do płaszczyzny poziomej pod kątem  $\psi$ . Zgodnie z rys. 28b założmy, że przy pomiarze aktualnym teodolit został ustawiony na stanowisku obserwacyjnym (przy założeniu  $dx = 0$ ,  $dy = 0$ ) na wysokości  $H'$ , przy czym krawędź  $k'$  przecięcia płaszczyzny limbusea z płaszczyzną kolimacyjną  $K'$  zawierającą celownik  $C$  jest nachylona do płaszczyzny poziomej pod kątem  $\psi + \eta$ .\*)

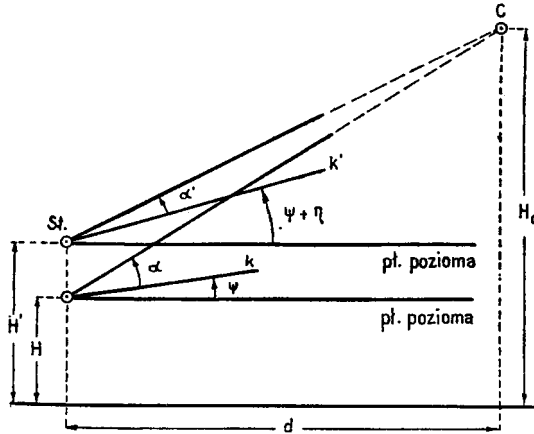


Rys. 28a, b

Opierając się na założeniu, że wpływ nieidentyczności płaszczyzn kolimacyjnych  $K$ ,  $K'$  nie ma dla naszych rozważań znaczenia, możemy przyjąć, że sytuacja z rys. 28b określona w płaszczyźnie  $K'$ , po przereztowaniu prostokątnym na płaszczyznę  $K$ , praktycznie nie zmienia się (założenie to jest dopuszczalne z racji bardzo małego nachylenia względem siebie płaszczyzn).

\*) Wobec małego odchylenia płaszczyzn kolimacyjnych  $K$ ,  $K'$  od płaszczyzny pionowej, zawierającej celownik  $C$  i przechodzącej przez punkt  $P$  osi teodolitu, można uznać kąty nachylenia  $k$ ,  $k'$  do płaszczyzny poziomej za identyczne z kątami zawartymi między tymi prostymi a śladami płaszczyzn kolimacyjnych na płaszczyźnie poziomej.

szczyzn  $K$  i  $K'$ ). W rezultacie otrzymujemy sytuację wyrażoną na rys. 28c, zawartą w płaszczyźnie  $K$ .



Rys. 28c

Z rys. 28c (przy założeniu, że wszystkie kąty posiadają znak plus, ze zwrotem przeciwnym do zwrotu ruchu wskazówek zegara) wynikają związki:

$$H = H_c - d \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \psi),$$

$$H' = H_c - d \cdot \operatorname{tg}(\alpha' + \eta + \psi).$$

Oznaczając:

$$H' - H = dz; \quad d\alpha = \alpha - \alpha'$$

otrzymujemy:

$$dz = d \cdot [\operatorname{tg}(\alpha + \psi) - \operatorname{tg}(\alpha + \psi + \eta - d\alpha)].$$

Przekształcamy powyższe wyrażenie:

$$dz = d \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \psi) - \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \psi) + \operatorname{tg}(\eta - d\alpha)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha + \psi) \cdot \operatorname{tg}(\eta - d\alpha)},$$

$$dz = d \cdot \frac{-\operatorname{tg}^2(\alpha + \psi) \cdot \operatorname{tg}(\eta - d\alpha) - \operatorname{tg}(\eta - d\alpha)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha + \psi) \cdot \operatorname{tg}(\eta - d\alpha)}.$$

Ponieważ kąty  $\eta$ ,  $d\alpha$  są małe można zastąpić tangensy miarą łukową. Zaniedbujemy dalej czynnik  $dz \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \psi) \cdot (\eta - d\alpha)$  oraz  $\psi$  w czynniku  $\operatorname{tg}^2(\alpha + \psi)$ , otrzymując w rezultacie:

$$dz \frac{\cos^2 \alpha \cdot \rho''}{d} + \eta = d\alpha. \quad (1)$$

Zastosowane w trakcie powyższych przekształceń pominięcie czynnika  $dz \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \psi) \cdot (\eta - d\alpha)$  jest dopuszczalne przy małej jego wielkości w sto-

sunku do  $dz$ . Przyjmując np.  $dz \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \psi) \cdot (\eta - d\alpha) \leq 0,005 \cdot dz$ , otrzymujemy ograniczenie:  $\operatorname{tg}(\alpha + \psi) \leq \frac{0,005}{\eta - d\alpha}$ , a ponieważ zarówno  $-d\alpha$  jak i  $\eta$  nie powinny w praktyce przekroczyć 2' otrzymamy:  $\operatorname{tg}(\alpha + \psi) \leq 4,3$ ;  $\alpha + \psi \leq 77^\circ$ .

Przewidując potrzebę wyznaczenia wielkości  $dz$  oraz  $U$ ,  $V$  na podstawie układu spostrzeżeń różnic kątów pionowych w ilości większej niż to jest konieczne (ze spostrzeżeniami nadliczbowymi), możemy dla każdej różnicy zaobserwowanych kątów pionowych napisać równanie poprawki o postaci wynikającej wprost z wzoru (1),

$$dz \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho''}{d} + \eta_i = d\alpha_i + v_i. \quad (2)$$

Niewiadoma  $\eta_i$  jest to składowa zmiany pochylenia osi obrotu teodolitu, powstała z rzutowania prostokątnego na płaszczyznę kolimacyjną, zawierającą dany celownik  $C$ , odchylonej od położenia przy pomiarze wyjściowym osi teodolitu. Aby wyznaczyć całkowitą wielkość odchylenia osi obrotu teodolitu przy pomiarze aktualnym, w stosunku do położenia przy pomiarze wstępnym, oraz kierunek tego odchylenia, należy wykonać pomiar kątów pionowych (lub zenitalnych) na celowniki odniesienia  $C_1, C_2, C_3 \dots$ , zawarte w różnych płaszczyznach kolimacyjnych  $K_1, K_2, K_3 \dots$ , rozmieszczone w zasadzie wokół stanowiska obserwacyjnego. Jeśli znane są kierunki  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$  śladów tych płaszczyzn na płaszczyźnie limbosa, liczone od kierunku początkowego  $\beta_0$ , to dla każdej ze składowych pochylenia  $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \dots$ , zawartych w odpowiednich płaszczyznach kolimacyjnych, zgodnie z rys. 29, można napisać zależność o ogólnej postaci:

$$\eta_i = \eta_{max} \sin(\beta_i - \varphi)$$

gdzie:  $\eta_{max}$  — wielkość zmiany pochylenia osi teodolitu,

$\varphi$  — kierunek liczony od  $\beta_0$ , a odpowiadający  $\eta = 0$ .

Przekształcając powyższe równanie otrzymamy:

$$\eta_i = \eta_{max} \cos \varphi \cdot \sin \beta_i - \eta_{max} \sin \varphi \cdot \cos \beta_i. \quad (3)$$

Oznaczamy:  $\eta_{max} \cos \varphi = U$ ;  $\eta_{max} \sin \varphi = V$  i podstawiamy do wzoru (3).

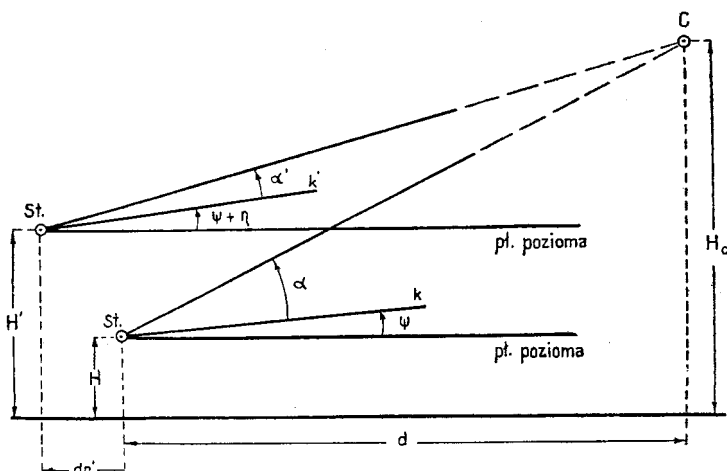
$$\eta_i = U \cdot \sin \beta_i - V \cdot \cos \beta_i \quad (4)$$

Podstawiając dalej wzór (4) do wzoru (2) otrzymamy:

$$dz \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho''}{d} + U \cdot \sin \beta_i - V \cdot \cos \beta_i = d\alpha_i + v_i. \quad (5)$$



elementów  $dz$ ,  $U$  i  $V$ , natomiast  $dx = 0$  i  $dy = 0$ . Ponieważ na ogół przypadek ten nie zachodzi, należy zbadać, w jakich granicach mogą się zawierać wielkości  $dx$ ,  $dy$  oraz jakie dodatkowe warunki należy spełnić, aby wyznaczenie  $dz$ ,  $U$  i  $V$ , z zaniedbaniem przesunięcia teodolitu w płaszczyźnie poziomej, było słuszne. W tym celu wyprowadzimy zależności wynikające z rys. 30



Rys. 30

Na rys. 30  $dr'$  jest rzutem prostokątnym  $dr = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  na płaszczyznę kolimacyjną  $K$ , zawierającą celownik  $C$ . Czyniąc podobne jak uprzednio założenia dotyczące niezniekształcenia kątów przy rzutowaniu z płaszczyzny  $K$  na płaszczyznę  $K'$  oraz stawiając dodatkowe założenie, że  $dr'$  jest identyczne z rzutem prostokątnym  $dr$  na płaszczyznę pionową, zawierającą celownik  $C$ , możemy wyprowadzić następujące zależności:

$$H = H_c - d \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \psi),$$

$$H' = H_c - (d - dr') \cdot \operatorname{tg}(\alpha' + \eta + \psi).$$

Z zależności tych, po zastosowaniu uproszczeń jak poprzednio oraz dodatkowo zaniedbując czynnik  $dr' \cdot \operatorname{tg}(\eta - d\alpha)$ , otrzymujemy:

$$dz = -d \cdot \frac{(\eta - d\alpha) \cdot \varrho''}{\cos^2 \alpha} + dr' \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

$$dz \cdot \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho''}{d} - dr' \cdot \frac{\sin 2\alpha \cdot \varrho''}{2d} + \eta = d\alpha. \quad (6)$$

Można przyjąć, że pominięcie wyznaczenia wartości  $dr'$  jest dopuszczalne

przy wyznaczaniu  $dz$ ,  $U$ ,  $V$  w przypadku gdy:

$$dr' \frac{\sin 2\alpha \cdot \varrho''}{2d} < R \cdot m_z \cdot \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho''}{d},$$

$$dr' \frac{\sin 2\alpha \cdot \varrho''}{2d} < R \cdot m_\eta,$$

skąd:

$$dr' < R \cdot m_z \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad (7a)$$

$$dr' < \frac{R \cdot 2 \cdot d \cdot m_\eta}{\sin 2\alpha}. \quad (7b)$$

Przewidując np.  $m_z = 0,5$  mm,  $m_\eta = 1''$  oraz zakładając, że współczynnik  $R = 0,5$  otrzymamy:

$$dr' < 0,25 \operatorname{ctg} \alpha; \quad dr' < \frac{d}{\varrho'' \sin 2\alpha};$$

zakładając dalej np.  $dr'_{\max} = 2,5$  mm, otrzymamy następujące ograniczenia:

z nierówności (7a):  $\alpha < 5^\circ 40'$  oraz z (7b):  $2,5 \sin 2\alpha < d$  mm.

Analizując dalej zależność (6) można zbadać, w jakich warunkach dopuszczalne jest, przy wyznaczaniu niniejszą metodą wielkości  $U$  i  $V$ , zaniedbanie również wielkości  $dz$ . W tym celu założmy, że pominięcie wyznaczenia  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  jest dopuszczalne w przypadku gdy:

$$R \cdot m_\eta > dz \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho''}{d},$$

$$R \cdot m_\eta > dr' \frac{\sin 2\alpha \cdot \varrho''}{2d}.$$

Zakładając taką zmienność  $\alpha$ , przy której mogą wystąpić maksymalne wartości  $\cos^2 \alpha = 1$ ,  $\sin 2\alpha = 1$ , otrzymamy:

$$\frac{d}{dz} > \frac{1}{R \cdot m_\eta}, \quad (8a)$$

$$\frac{d}{dr'} > \frac{1}{2 \cdot R \cdot m_\eta}. \quad (8b)$$

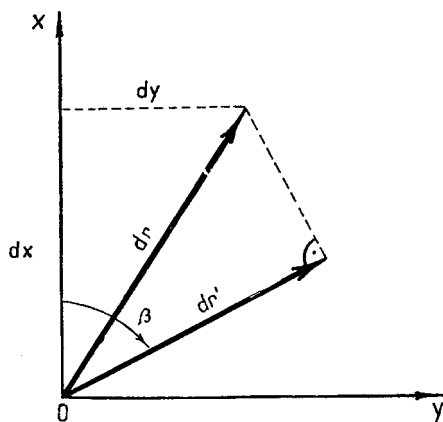
Zakładając np.  $m_\eta = 1''$ ,  $R = 0,5$ , otrzymamy  $d > 400\,000 \cdot dz$  oraz  $d > 200\,000 \cdot dr'$ .

Wynika stąd, że wyznaczenie wielkości  $U$  i  $V$ , z pominięciem wpływu występujących przesunięć teodolitu, jest dopuszczalne pod warunkiem stosowania odpowiednio długich celowych w stosunku do wielkości tych



przesunięć. Oczywiście należy tu pamiętać, że przy długich celowych wystąpią niekorzystne wpływy, wynikające ze zmienności refrakcji. Aby w możliwie dużym stopniu uniezależnić wyniki wyznaczenia  $U$  i  $V$  od zmienności współczynnika refrakcji, należy stosować celowe o długościach zbliżonych do siebie, przebiegające możliwie wysoko ponad terenem podobnie reagującym na wpływy termiczne.

W przypadkach, gdy przy projektowaniu konstrukcji geodezyjnej nie jest możliwe spełnienie warunków wynikających ze wzorów (7a), (7b), (8a), (8b), zachodzi konieczność łącznego wyznaczenia wszystkich elementów charakteryzujących zmianę w ustawieniu teodolitu (w przypadku występowania przy pomiarze kierunków poziomych celowych o dużym pochyleniu). Postępowanie takie jest jednoznaczne z rozwiązaniem układu równań poprawek różnic kierunków poziomych i układu równań poprawek różnic kątów pionowych. Równania te muszą zawierać również czynniki wzajemnie uzależniające; w równaniach kątów pionowych różnice kątów muszą być wyrażone również za pośrednictwem  $dx$ ,  $dy$  w równaniach zaś kierunków poziomych różnice kierunków muszą być wyrażone również za



Rys. 31

pośrednictwem  $U$  i  $V$ . Zależność między zmianą kąta pionowego a zmianami  $dx$ ,  $dy$ ,  $U$  i  $V$  wynika ze wzoru (6) po wprowadzeniu wartości  $dr'$  wyrażonej za pośrednictwem  $dx$ ,  $dy$ . W tym celu założymy, że kierunek  $\beta_0$  pokrywa się z kierunkiem osi  $OX$  i określmy rzut  $dr'$  przesunięcia poziomego  $dr$  na płaszczyznę pionową, zawierającą punkty  $P$ ,  $C$ , której ślad posiada kierunek  $\beta$ . Zgodnie z rys. 31 zachodzi wówczas zależność:

$$dr' = dy \cdot \sin \beta + dx \cdot \cos \beta. \quad (9)$$

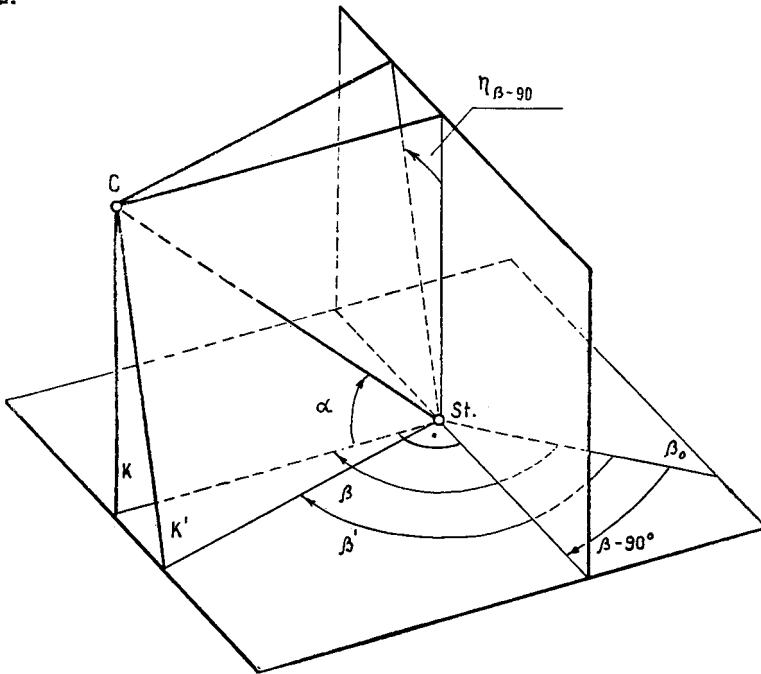
Podstawiając wielkość (9) do wzoru (6) oraz uwzględniając wzór (4) otrzymujemy:

$$dz \frac{\cos^2 \alpha \cdot \varrho''}{d} - dx \frac{\sin 2\alpha \cdot \cos \beta \cdot \varrho''}{2d} - dy \frac{\sin 2\alpha \cdot \sin \beta \cdot \varrho''}{2d} + U \cdot \sin \beta - V \cdot \cos \beta = d\alpha. \quad (10)$$

Zależność między zmianą kierunku poziomego a odpowiednimi zmianami wyznaczanych niewiadomych określimy na drodze połączenia dwu znanych zależności, wyrażających osobno wpływ  $dx$ ,  $dy$  na zmianę kierunku poziomego oraz wpływ składowej zmiany pochylenia osi teodolitu w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny celowania. Pierwsza z tych zależności posiada postać:

$$S - dx \frac{\sin \beta \cdot \varrho''}{d} + dy \frac{\cos \beta \cdot \varrho''}{d} = \beta_a - \beta'_a, \quad (11)$$

natomiast druga wynika z uprzednio wyprowadzonych zależności oraz z rys. 32.



Rys. 32

Oznaczając przez  $\beta$  kierunek śladu płaszczyzny celowania na punkt C, otrzymujemy zmianę tego kierunku, spowodowaną przez składową odchylenia osi  $\eta_{\beta-90}$ :  $\beta_b - \beta'_b = \text{tg } \alpha \cdot \eta_{\beta-90}$ .

Ponieważ wartość  $\eta_{\beta-90}$ , wyrażona za pośrednictwem  $U, V$  wynosi:

$\eta_{\beta-90} = U \cdot \sin(\beta - 90^\circ) - V \cdot \cos(\beta - 90^\circ) = -U \cdot \cos \beta - V \cdot \sin \beta$ ,  
otrzymamy w rezultacie:

$$-U \cdot \cos \beta \operatorname{tg} \alpha - V \cdot \sin \beta \operatorname{tg} \alpha = \beta_b - \beta'_b \quad (12)$$

Oznaczając:  $\beta = \beta_a + \beta_b$ ;  $\beta' = \beta'_a + \beta'_b$ , oraz  $\beta - \beta' = d\beta$  i sumując stronami równania (11) i (12) otrzymamy:

$$S - dx \frac{\sin \beta \cdot \varrho''}{d} + dy \frac{\cos \beta \cdot \varrho''}{d} - U \cdot \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha - V \cdot \sin \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha = d\beta \quad (13)$$

W przypadku dokonania pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych w liczbie, przekraczającej konieczną do jednoznacznego rozwiązania układu równań typu określonego wzorami (10) i (13), zachodzi potrzeba zastosowania wyrównania tego układu równań. Będzie to jednoznaczne z rozwiązaniem metodą najmniejszych kwadratów układu równań liniowych:

$$\begin{aligned} 0 + a_1 dz + b_1 dx + c_1 dy + e_1 U + f_1 V &= d\alpha_1 + v_1 \\ 0 + a_2 dz + b_2 dx + c_2 dy + e_2 U + f_2 V &= d\alpha_2 + v_2 \\ \dots & \\ 0 + a_n dz + b_n dx + c_n dy + e_n U + f_n V &= d\alpha_n + v_n \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(równania poprawek} \\ \text{różnic kątów piono-} \\ \text{wych)} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot S + 0 + g_1 dx + h_1 dy + r_1 U + w_1 V &= d\beta_1 + v_1 \\ 1 \cdot S + 0 + g_2 dx + h_2 dy + r_2 U + w_2 V &= d\beta_2 + v_2 \\ \dots & \\ 1 \cdot S + 0 + g_n dx + h_n dy + r_n U + w_n V &= d\beta_n + v_n \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(równania poprawek} \\ \text{różnic kierunków} \\ \text{poziomych)} \end{array}$$

W powyższym układzie równań  $a, b, c, e, f$  oznaczają współczynniki przy niewiadomych o znaczeniu określonym we wzorze (10) natomiast —  $1, g, h, r, w$  oznaczają współczynniki przy niewiadomych o znaczeniu określonym wzorem (13).

Istnieje możliwość napisania zależności między występującymi w naszym zagadnieniu niewiadomymi a różnicami zaobserwowanych kątów pionowych i kierunków poziomych w całej sieci stanowisk obserwacyjnych i celowników odniesienia, jednak względy praktyczne skłaniają do unikania łącznego wyznaczania wszystkich elementów charakteryzujących zmiany ustawienia teodolitu na wszystkich stanowiskach. W przypadku zastosowania takiej drogi należy liczyć się z poważnym zwiększeniem prac rachunkowych. Zwiększenie obliczeń występuje również przy jednoczesnym

wyznaczeniu  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ,  $U$  i  $V$  na jednym, pojedynczym stanowisku, w stosunku do obliczeń nie uwzględniających wyznaczenia  $dz$ ,  $U$ ,  $V$ , jednak i w jednym i w drugim przypadku całość tych obliczeń nie jest duża, wobec czego stosowanie niniejszej metody w zakresie wyżej określonym jest uzasadnione korzyściami zwiększenia dokładności wyznaczenia przesunięć.

W pracy niniejszej podałem zależności pozwalające — przy określonej na początku metodzie pomiaru kątów zenitalnych lub pionowych — na uzyskanie polepszenia wyników wyznaczenia przesunięć poziomych metodą trygonometryczną. Omówioną wyżej metodę pomiaru kątów pionowych można by również wykorzystać do innych celów, z których wymienię dwa zasadnicze: do wyznaczania przesunięć pionowych (jako pewna modyfikacja niwelacji trygonometrycznej bez użycia libeli kolimacyjnej) oraz do określania odchylenia osi obrotu teodolitu, ustawionego na stanowisku obserwacyjnym, od linii pionu miejsca obserwacji (w przypadku takim konieczna jest znajomość dokładnego rozmieszczenia celowników odniesienia względem siebie i względem stanowiska obserwacyjnego, tak co do wysokości jak i ich rzutów na płaszczyznę  $OXY$ ). Drugie z wymienionych zastosowań może mieć znaczenie przy tyczeniu wysokich budowli metodą trygonometryczną, przy przenoszeniu linii pionu (przeniesienie współrzędnych) lub przy innych pracach, wymagających stosowania stromych celowych i uzyskiwania dokładnych rezultatów pomiarów w kątach lub kierunkach poziomych.

Ograniczając się na razie tylko do rozpatrzenia sposobu wykorzystania niniejszej metody do redukcji kierunków poziomych za pośrednictwem wyznaczenia  $U$  i  $V$ , w zastosowaniu do wyznaczenia przesunięć poziomych, należy jeszcze podać kilka informacji dotyczących zasad projektowania oraz pomiaru.

Pomijając przy projektowaniu konstrukcji geodezyjnej warunki, wynikające z zależności (7a), (7b), (8a), (8b), należy podkreślić, że dla prawidłowego wyznaczenia  $U$  i  $V$  najbardziej korzystne jest, gdy celowniki odniesienia rozmieszczone są równomiernie wokół horyzontu stanowiska obserwacyjnego. Spełnienie takiego warunku jest przy pomiarach odkształceń bardzo trudne, wobec czego jako najbardziej niekorzystny, lecz jeszcze dopuszczalny sektor rozmieszczenia, można przyjąć minimum  $1/4$  horyzontu. Wówczas — jeśli stosuje się wariant wyznaczenia  $U$  i  $V$  z zaniedbaniem przesunięć liniowych — nie występują dodatkowe warunki projektowe, natomiast jeśli nie jest możliwe zaniedbanie  $dz$  — należy w celu prawidłowego wyznaczenia tej wielkości zaprojektować dwa celowniki w przybliżeniu na wspólnym kierunku w różnych odległościach od

stanowiska obserwacyjnego. \*) W przypadku łącznego wyznaczenia wszystkich elementów  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ,  $U$  i  $V$ , należy dodatkowo stosować się do warunków projektowych podanych w publikacji [1]. Należy tu dodać, że łączne wyznaczenie nie musi się opierać na celownikach wspólnych dla pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych lub zenitalnych, jakkolwiek jest korzystne ze względu na tok prac pomiarowych.

Jako podstawową zasadę, dotyczącą sposobu pomiaru, należy podać konieczność stosowania przeplatających się w czasie, serii pomiaru kierunków poziomych i kątów pionowych, tak aby ewentualne drobne ruchy teodolitu, tak w sensie przesunięć jak i pochyłeń, mogły być uchwycone w postaci rozbieżności wyników pomiaru, a wpływ ich, tak na kąty pionowe jak i na kierunki poziome, mógł być we właściwy sposób zmniejszony na drodze uśrednienia wyników z poszczególnych serii.

Na końcu niniejszego artykułu podaję przykłady wykonania rachunków wyrównawczych, związanych z wyznaczeniem, w trzech różnych wariantach, niewiadomych:

1.  $U$  i  $V$ , z zaniedbaniem  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ,
2.  $U$ ,  $V$ ,  $dz$ , z zaniedbaniem  $dx$ ,  $dy$ ,
3. Łącznie:  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ,  $U$  i  $V$ .

Wyniki uzyskane w przedstawionych przykładach, tak pod względem wielkości niewiadomych, jak i pod względem dokładności ich wyznaczenia, nie są reprezentatywne dla omówionej metody, ponieważ pomiary zostały dokonane w warunkach laboratoryjnych — nietypowych, a ponadto zastosowano celowo znacznie większe od praktycznie spotykanych, przy prawidłowym ustawieniu teodolitu, wielkości  $U$  i  $V$ .

Możliwości dokładnościowe niniejszej metody są przedmiotem dalszych — nie ukończonych jeszcze badań, sprawozdanie zaś z tych badań, wraz z wynikającymi wnioskami, zostanie przedstawione w osobnej publikacji.

#### LITERATURA

- [1] *Lazzarini T.*: Geodezyjne pomiary odkształceń, Warszawa 1952.  
 [2] *Hausbrandt S.*: Rachunki geodezyjne, Warszawa 1953.

*Rękopis dostarczono Redakcji w marcu 1961 r.*

---

\*) Tak aby płaszczyzna styczna do kuli o powierzchni zawierającej oba celowniki i punkt  $P$  teodolitu ustawionego na stanowisku (styczna w punkcie  $P$ ) była w przybliżeniu pozioma. Znaczenie tej stycznej jest podobne jak tzw. kierunku wstęgi wahań przy wyznaczaniu położenia poziomego punktów metodą wcięć kątowych.

**Przykład wyznaczenia U, V, dz**

Dane do obliczenia współczynników

Nr celu	d m	$\alpha$	$\beta$
1	81,2	4°26'	301°29'
2	58,7	14 30	354 21
3	50,6	32	2 35
4	45,0	-1 02	57 50
5	19,7	1 28	103 40
6	52,2	22	281 00

Równania poprawek różnic kątów

$\frac{\cos^2\alpha \cdot \rho''}{d}$	$\sin \beta$	$-\cos \beta$	$d\alpha$	s	v
2,54	-0,85	-0,52	-10''	-8,83	-1''
3,30	-0,10	-1,00	-80	-77,80	0
4,08	0,05	-1,00	-80	-76,87	-3
4,58	0,85	-0,53	-72	-67,10	5
10,46	0,97	0,24	14	25,67	-1
3,96	-0,98	-0,19	24	26,79	3

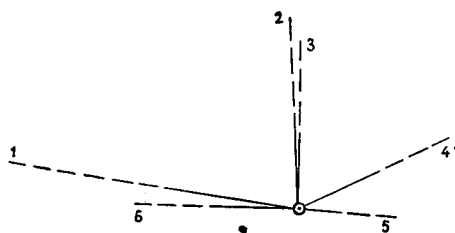
Równania normalne

180,06	7,87	-9,37	-704,08	-525,52
	3,36	0,46	-58,64	-46,95
		2,64	202,16	195,90

Rozwiązanie równań normalnych

13,42	0,59	-0,70	-52,47	-39,16
	1,74	0,50	-15,91	-13,70
		1,38	125,64	127,04

2,4    -35',3    91',0    niewiadome



Rys. 33

**Przykład wyznaczenia U i V**

Dane do obliczenia współczynników

Nr celu	$\beta$
1	291°25'
2	347 15
3	51 26
4	96 21
5	220 40

Równania poprawek różnic kątów

$\sin \beta$	$-\cos \beta$	$d\alpha$	s	v
-0,93	-0,37	-174''	-175,30	0''
-0,22	-0,98	36	34,80	-3
0,78	-0,62	227	227,16	-2
0,99	0,11	207	208,10	-4
-0,65	0,76	-219	-218,89	-6

Równania normalne z rozwiązaniem

2,92	-0,31	678,24	680,85
	2,07	-255,31	-253,55
	-0,03	71,89	72,17
	2,04	-183,42	-181,38

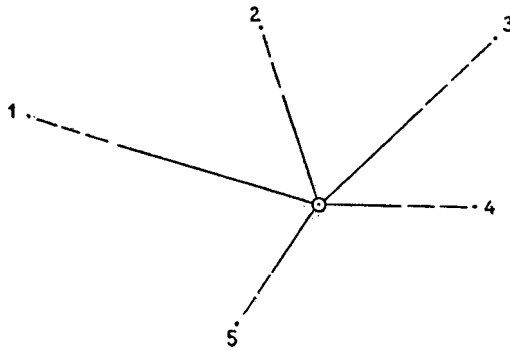
-222',7    89',9    niewiadome

## Przykład wyznaczenia

Dane do obliczenia współczynników równań

Nr celu	$\alpha$	$2d$	$\beta$	$\sin 2\alpha$	$\cos^2 \alpha$	$\cos \beta$	$\sin \beta$
1	1°21'	47,90	291°25	0,05	1,00	0,37	-0,93
2	-2 58	28,90	347 15	-0,10	1,00	0,98	-0,22
3	12 29	36,40	51 27	0,42	0,95	0,62	0,78
4	2 26	24,30	96 21	0,08	1,00	-0,11	0,99
5	21 28	20,70	220 40	0,68	0,86	-0,76	-0,65

Nr celu	$\alpha$	$d$	$\beta$	$\operatorname{tg} \alpha$	—	$\cos \beta$	$\sin \beta$
1		23,95		0,02			
2		14,45		-0,05			
3		18,20		0,22			
4		12,15		0,04			
5		10,35		0,39			



Rys. 34

$\Delta x, \Delta y, \Delta z, U$  i  $V$ 

Równania poprawek różnic kątów pionowych

$S$	$\Delta z$	$\Delta x$	$\Delta y$	$U$	$V$	$\Delta \alpha$	$s$	$v$
0,00	8,64	-0,08	0,20	-0,93	-0,37	140''	147,46	3''
0,00	14,30	0,70	-0,16	-0,22	-0,98	38	51,64	-2
0,00	10,75	-1,48	-1,86	0,78	-0,62	-90	-82,43	-3
0,00	17,00	0,07	-0,67	0,99	0,11	-66	-48,50	5
0,00	17,20	5,15	4,40	-0,65	0,76	196	222,86	12

Równania poprawek różnic kierunków poziomych

						$\Delta \beta$		
1,00	0,00	8,00	3,20	-0,01	0,02	0''	12,21	5''
1,00	0,00	3,14	14,00	0,05	-0,01	32	50,18	2
1,00	0,00	-8,85	7,05	-0,14	-0,17	79	77,89	-7
1,00	0,00	-16,90	-1,87	0,00	-0,04	62	44,19	2
1,00	0,00	12,95	-15,15	0,30	0,25	-77	-77,65	-3

Równania normalne

5,00	0,00	-1,66	7,23	0,20	0,05	96,00	106,82
	979,54	83,18	43,74	2,85	-8,93	3034,70	4135,08
		634,71	-132,18	0,68	9,73	-1490,24	-895,78
			512,30	-9,99	-0,48	3151,50	3572,12
				3,04	-0,21	-434,06	-437,49
					2,16	72,98	75,30

Rozwiązanie równań normalnych

2,24	0,00	-0,74	3,23	0,09	0,02	42,86	47,69
	31,30	2,66	1,40	0,09	-0,29	96,96	132,11
		25,04	-5,33	0,02	0,42	-68,55	-48,40
			21,71	-0,47	0,10	115,70	137,04
				1,68	-0,09	-232,67	-231,13
					1,37	70,45	71,89

20,0' 4,1 mm -3,0 mm 2,2 mm -135,7' 51'',4 niewiadome



*ВОЙЦЕХ ЯНУШ*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ  
ИЗМЕНЕНИЕ УСТАНОВКИ ТЕОДОЛИТА НА НАБЛЮДА-  
ТЕЛЬНОМ ПУНКТЕ

Резюме

Доклад занимается усовершенствованием метода тригонометрического измерения деформации. Дано описание метода точного определения разниц приведении в горизонтальное положение алидады горизонтального лимба при многократной установке теодолита на том же самом наблюдательном пункте. Определение этих разниц используется при введении редукции к направлениям с крутыми визирными линиями.

Метод этот основывается на соответствующем использовании измерении вертикальных углов, образованных направлениями на цели с неизменными высотами и направлением оси вращения (вертикальной оси) теодолита (измерение ведется, не трогая регулирующего винта, изменяющего положение коллимационного уровня и вертикального лимба). Такой метод измерения и обработка его результатов данными в тексте доклада способами, позволяет элиминировать применение насадного уровня для введения редукции в направления с крутыми визирными линиями. Одновременно этот метод позволяет вводить редукции к направлениям, наблюдаемым теодолитами высокого класса, но не имеющими в своем оснащении насадного уровня, как напр. теодолит Вильд Т 3.

WOJCIECH JANUSZ

A DETERMINATION OF ALL ELEMENTS CHARACTERISING THE  
CHANGE IN THE SETTING OF A THEODOLITE ON THE OBSERVA-  
TION STATION

S u m m a r y

This paper deals with the improvement of the method of trigonometrical measurement of deformations. It contains a description of the method of precise determination of the difference in the levelling of a theodolite settled consecutively on the same station (the determination of the difference of levelling is applied for the reduction of directions of steep sight lines).

This method is based on the appropriate measurement of the vertical angles to the points of fixed, unchangeable height, referred to the vertical axis of the theodolite, (the measurement is made without moving the collimation level and the vertical circle). Such a system of measurement and the computation of its results according to the way given in this paper enables to dispense with the striding level by the measurements of steep sight lines. It enables also to apply the reductions to the directions observed with the precise theodolites without striding level in its equipment, e. g. Wild T 3.