

JULIAN RADECKI

525.46/48 : 526.62

Teoria metody bezpośredniego wyznaczenia różnic długości geograficznych

Zalóżmy następujący sposób prowadzenia obserwacji dla wyznaczenia różnic długości geograficznych między pewną liczbą punktów na powierzchni Ziemi:

Na wszystkich punktach obserwuje się jednocześnie te same gwiazdy zawarte we wspólnym programie obserwacyjnym obejmującym 20—30 gwiazd. Pierwszy wieczór obserwacyjny pierwszego okresu rozpoczyna się około północy tak, aby koniec programu przypadł na jakieś 1/2 godziny przed wschodem Słońca.

Po osiągnięciu przez ostatniego z obserwatorów pewnego minimum (np. 6 wieczorów i nie mniej niż np. 100 obserwacji przejść gwiazd) następuje przejazd obserwatorów wraz z instrumentami na sąsiednią stację, gdzie wymagane jest dwukrotnie większe minimum.

W połowie drugiego okresu obserwacyjnego wypadnie pierwsza zmiana programu, przy czym nowy program powinien objąć 10 do 15 ostatnich gwiazd z pierwszego programu i tyleż nowych gwiazd.

Po zakończeniu drugiego okresu następuje powrót obserwatorów do swych stacji macierzystych, gdzie teraz obowiązuje podwójne minimum (12 wieczorów). W połowie trzeciego okresu obserwatorzy przechodzą na trzeci program, który rozpoczyna się od ostatniej gwiazdy pierwszego programu.

W czwartym okresie obserwatorzy prowadzą obserwacje na drugiej sąsiedniej stacji. Tu również trzeba wykonać podwójne minimum i tu również w połowie okresu następuje zmiana programu obserwacyjnego, tym razem ostatnia. Czwarty program obejmuje połowę ostatnich gwiazd z trzeciego programu i tyleż nowych gwiazd. Z czwartym programem obserwatorzy wracają do swych stacji macierzystych, aby w ciągu piątego okresu obejmującego tylko pojedyncze minimum (6 wieczorów) zakończyć pracę.

Schemat założonej organizacji wyznaczenia zawiera tabela 1.

Tabela 1

Nr okresu obserw.	Czas trwania okresu	Stacje astronomiczne	Program obserwacyjny
		A B C D E ... Obserwatorzy	
1	2	3	4
I	10. V — 3.VI	a b c d e ...	I
II	4. VI — 16.VII	b c d e f ...	I i II
III	17. VII — 28. VIII	a b c d e ...	II i III
IV	29. VIII — 10. X	z a b c d ...	III i IV
V	11. X — 28. X	a b c d e ...	IV

W tabeli 2 ujęto schemat programów obserwacyjnych.

Tabela 2

Nr programu obserw.	Czas trwania programu	Rektascenże gwiazd	Numery gwiazd wg programu
		3	4
1	2	3	4
I	10. V — 21. VI	15 ^h 30 ^m — 18 ^h 30 ^m	1—30
II	22. VI — 3. VIII	17 00 — 20 00	16—45
III	4. VIII — 15. IX	18 30 — 21 30	31—60
IV	16. IX — 28. X	20 00 — 23 00	46—75

Teoretyczne liczby zaobserwowanych gwiazd zestawiono w tabeli 3.

Założmy z kolei, że wszyscy obserwatorzy mają do swej dyspozycji przy obserwacjach gwiazd dobre zegary robocze, których chód ω w okresie co najmniej kilku dni można z wystarczającą dokładnością ująć co najwyżej w równanie liniowe, tzn. że poprawkę zegara można określić w myśl wzoru:

$$U = U_0 + \Delta T \cdot \omega + \Delta T^2 \cdot d\omega. \quad (1)$$

Z pomocą tych zegarów rejestrowana jest codziennie pewna liczba (np. 12) radiowych sygnałów czasu — najlepiej z jednej tylko radiostacji — rozmieszczonych możliwie symetrycznie w ciągu całej doby. Program odbioru radiowych sygnałów czasu jest dla wszystkich uczestników wyznaczenia identyczny i stały w ciągu wszystkich okresów obserwacyjnych.

Założmy na koniec, że w operacji wyznaczenia różnic długości geograficznych bierze udział instytucja mająca w swym rozporządzeniu wysokiej klasy zegary kwarcowe (lub atomowe) z tym, że chód jednego z nich

Tabela 3

Nr *	Stacja B					Stacja C					Stacja D				
	Okres					Okres					Okres				
	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V
	Obserwatorzy					Obserwatorzy					Obserwatorzy				
	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
1	2					3					4				
1	6	6				6	6				6	6			
2	6	6				6	6				6	6			
.			
.			
.			
14	6	6				6	6				6	6			
15	6	6				6	6				6	6			
16	6	12	6			6	12	6			6	12	6		
.			
.			
.			
29	6	12	6			6	12	6			6	12	6		
30	6	12	6			6	12	6			6	12	6		
31		6	12	6			6	12	6			6	12	6	
.			
.			
.			
44		6	12	6			6	12	6			6	12	6	
45		6	12	6			6	12	6			6	12	6	
46			6	12	6			6	12	6			6	12	6
.			
.			
.			
59			6	12	6			6	12	6			6	12	6
60			6	12	6			6	12	6			6	12	6
61				6	6				6	6				6	6
.			
.			
.			
74				6	6				6	6				6	6
75				6	6				6	6				6	6

(może to być zresztą średni zegar pewnego zespołu) — nazwijmy go zegarem podstawowym — można określać z taką dokładnością, aby różnice poprawek tego zegara, względem dowolnego czasu dowolnego południka, uzyskiwały w okresie około 3 miesięcy średnie błędy rzędu paru milisekund. Z pomocą tego zegara rejestrowane są codziennie te same radiowe sygnały czasu, które odbierają obserwatorzy na wszystkich stacjach.

Odbiór wspólnych sygnałów czasu umożliwia (po uwzględnieniu czasu propagacji fal radiowych oraz opóźnień aparatury odbiorczo-rejestrującej) porównywanie wszystkich zegarów roboczych z zegarem podstawowym, a tym samym pozwala na wyrażenie momentów przejść gwiazd w systemie czasu zegara podstawowego, wspólnego dla wszystkich obserwatorów.

Wskazania zegara podstawowego w momentach emisji każdego sygnału otrzymują poprawki równe zmianie w okresie $(T_i - T_m)$ poprawki zegara podstawowego względem niejednostajnego średniego czasu gwiazdowego (związanego z niejednostajnym ruchem obrotowym Ziemi) południka przechodzącego przez średnie bieguny geograficzne i w przybliżeniu przez Greenwich (odchylenie od Greenwich jest błędem stałym nie mającym na wyznaczenie różnic żadnego wpływu). T_i oznacza tu moment emisji sygnału czasu, a T_m — epokę wyznaczenia (np. dzień w połowie środkowego okresu obserwacyjnego, godzina równa epoce wieczoru obserwacyjnego, np. 22^h TU).

Określenie chodu i poprawek względnych zegara podstawowego opiera się w zasadzie na danych międzynarodowych służb czasu i szerokości oraz na pomiarach częstotliwości.

W wyniku wyrównania porównań dowolnego zegara roboczego z zegarem podstawowym otrzymujemy:

1) poprawkę zegara roboczego względem niejednostajnego średniego czasu gwiazdowego $S1$ średniego południka bliskiego Greenwich — nazwijmy go umownym grynickim — dla epoki wieczoru obserwacyjnego: $U_R^{S1}(E)$,

2) chód zegara roboczego względem tego samego czasu $S1$ na przykład na jedną średnią dobę słoneczną: $\omega_R^{S1}/1d \odot$.

Dane te umożliwiają redukcję zaobserwowanych momentów przejść gwiazd do epoki wieczoru i wyrażenie ich w niejednostajnym (ziemskim) średnim czasie gwiazdowym.

Jeśli teraz zaobserwowane momenty przejść gwiazd T' , które z reguły są już wolne od wpływu kolimacji, uwolnimy od wpływu nachylenia poziomej osi obrotu lunety i , szerokości kontaktów lub szczelin b , martwego ruchu śruby mikrometru kontaktowego d , lub opóźnień aparatury fotoelektrycznej, aberracji dobowej (przez k_p oznaczamy stałą aberracji dobowej zredukowaną do szerokości geograficznej miejsca obserwacji) oraz

od wpływu azymutu instrumentu przejściowego k , wówczas zaobserwowany moment kulminacji gwiazdy można wyrazić następującym wzorem:

$$T = T' + Ii + \left[\frac{1}{2} (b + d) \mp k_q \right] \sec \delta_{CI}^{CS} + Kk + U_R^{S1}(E) + \Delta T \cdot \omega_R^{S1}/1d \odot. \quad (2)$$

Zaobserwowany moment kulminacji gwiazd T w momentalnym południku miejscowym różni się od prawdziwego momentu kulminacji Θ w tymże południku, wyrażonego w średnim, odniesionym do średniego położenia biegunów, umownym grynickim czasie gwiazdowym tylko o:

- 1) wartość równania osobowo-instrumentalnego e w środkowym okresie wyznaczenia,
- 2) zmianę wartości równania osobowo-instrumentalnego de ,
- 3) błąd poprawki zegara podstawowego dU ,
- 4) błędy obserwacji (poprawki do pomierzonych wielkości oznaczamy przez v).

Mamy więc tu następujące równanie:

$$\Theta = T + e + de + dU + v \quad (3)$$

Z drugiej strony, na podstawie [1] i [26] można sformułować następującą zależność:

$$\Theta = \alpha_1 + \lambda \quad (4)$$

przy czym zależność między czasem górowania α_1 i średnią rektascenzją gwiazdy w epoce wyznaczenia α_m ujmuje wzór:

$$\alpha_1 = \alpha_m + d\alpha_1 \quad (5)$$

gdzie:

$$d\alpha_1 = (\tau - \tau_m)VA_a + (A_1 + A')a_1 + (B + B')b + Cc + Dd + I_a \operatorname{tg}^2 \delta, \quad (6)$$

a zależność między momentalną λ i średnią, odniesioną do średniego położenia biegunów, długością geograficzną λ_0 określa równanie:

$$\lambda = \lambda_0 + d\lambda \quad (7)$$

gdzie:

$$d\lambda = \frac{1}{15} (x \sin \lambda_0 - y \cos \lambda_0) \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (8)$$

Z połączenia wreszcie wzorów (4), (5) i (7) mamy:

$$\Theta = \alpha_m + d\alpha_1 + \lambda_0 + d\lambda. \quad (9)$$

Oznaczając literą S wyrażenie $(T - d\lambda - d\alpha_1)$, które przedstawia zaobserwowany moment kulminacji gwiazdy w średnim południku miejsco-

wym, zredukowany do epoki wyznaczenia (odjęcie $d\alpha_1$) i wyrażony w średnim czasie gwiazdowym średniego, umownego południka grynic-
kiego, oraz łącząc wzory (3) i (9), otrzymujemy ostatecznie:

$$S + v = \alpha_m + \lambda_0 - e - de - dU \quad (10)$$

Stację A przyjmujemy za punkt wyjściowy, względem którego będzie-
my określali różnice długości geograficznych pozostałych stacji.

Mamy zatem:

$$\begin{aligned} \lambda_B &= \lambda_A + \Delta\lambda_B, \\ \lambda_C &= \lambda_A + \Delta\lambda_C, \\ &\dots\dots\dots \\ \lambda_N &= \lambda_A + \Delta\lambda_N, \end{aligned} \quad (11)$$

Równania osobowo-instrumentalne obserwatorów będziemy odnosili
do środkowego (m -tego) okresu obserwacyjnego, zaś różnice wartości rów-
nań osobowo-instrumentalnych będziemy określali względem równania
osobowego obserwatora a (ze stacji A). A zatem:

$$\begin{aligned} e_b &= e_a + \Delta e_b, \\ e_c &= e_a + \Delta e_c, \\ &\dots\dots\dots \\ e_v &= e_a + \Delta e_v. \end{aligned} \quad (12)$$

Błędy poprawek zegara podstawowego dU występują zawsze z tym
samym znakiem i z tym samym współczynnikiem co zmiany równań
osobowo-instrumentalnych. Przy wyrównaniu można więc mówić jedynie
o wyznaczeniu najprawdopodobniejszej wartości sumy obu tych błędów,
przy czym z konieczności możemy poszukiwać tylko przeciętnej wartości
tych sum w każdym okresie obserwacyjnym, czyli decydujemy się przy-
pisać tym błędom charakter błędów okresowych.

Dla ν -tego obserwatora w $(m + n)$ -tym okresie można zatem określać
sumę obu błędów równaniem:

$$v_{m+n} = de_{\nu, m+n} + dU_{m+n}, \quad (13)$$

a występujące w równaniu (10) wyrażenie $(e + de + dU)$ można z pomocą
zależności (12) i (13) wyrazić wzorem:

$$e_\nu + de_{\nu, m+n} + dU_{m+n} = e_a + \Delta e_\nu + v_{m+n}. \quad (14)$$

W środkowym (m -tym) okresie obserwacyjnym suma v_m będzie dla
wszystkich obserwatorów równa zeru.

Dla wszystkich obserwatorów w poszczególnych okresach można, z po-
mocą zależności (11) i (14), nadać równaniu (10) następującą postać:

Obserwator	Okres	Równanie (10)	
a	I	$S_{a,1} + v_{a,1} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a \quad \cdot \quad - a_1.$	
	II	$S_{a,2} + v_{a,2} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_Z - a_2,$	
	III	$S_{a,3} + v_{a,3} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a \quad \cdot \quad \cdot,$	
	IV	$S_{a,4} + v_{a,4} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_B - a_4,$	
	V	$S_{a,5} + v_{a,5} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a \quad \cdot \quad - a_5,$	
b	I	$S_{b,1} + v_{b,1} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_B - \Delta e_b - b_1,$	
	II	$S_{b,2} + v_{b,2} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a \quad \cdot \quad - \Delta e_b - b_2,$	
	III	$S_{b,3} + v_{b,3} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_B - \Delta e_b \quad \cdot,$	(15)
	IV	$S_{b,4} + v_{b,4} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_C - \Delta e_b - b_4,$	
	V	$S_{b,5} + v_{b,5} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_B - \Delta e_b - b_5,$	
...	
v	I	$S_{v,1} + v_{v,1} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_1,$	
	II	$S_{v,2} + v_{v,2} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_{N-1} - \Delta e_v - v_2,$	
	III	$S_{v,3} + v_{v,3} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_N - \Delta e_v \quad \cdot,$	
	IV	$S_{v,4} + v_{v,4} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_{N+1} - \Delta e_v - v_4,$	
	V	$S_{v,5} + v_{v,5} = \alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_5.$	

Wyrażenie $(\alpha_m + \lambda_{i,1} - e_a)$ przybiera dla każdej gwiazdy inną wartość. Wprowadźmy oznaczenie (dla i -tej gwiazdy):

$$\alpha_{m,i} + \lambda_{i,1} - e_a = x_i. \tag{16}$$

Na podstawie równań (15) można dla każdej obserwacji przejść i -tej gwiazdy ułożyć równania poprawek w następującej postaci:

Obserwator	Okres	Równania poprawek	
a	I	$x_i \quad \cdot \quad \cdot \quad - a_1 - S_{a,1} = v_{a,1},$	
	II	$x_i + \Delta\lambda_Z \quad \cdot \quad - a_2 - S_{a,2} = v_{a,2},$	
	III	$x_i \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad - S_{a,3} = v_{a,3},$	
	IV	$x_i + \Delta\lambda_B \quad \cdot \quad - a_4 - S_{a,4} = v_{a,4},$	
	V	$x_i \quad \cdot \quad \cdot \quad - a_5 - S_{a,5} = v_{a,5},$	(17)
b	I	$x_i + \Delta\lambda_B - \Delta e_b - b_1 - S_{b,1} = v_{b,1},$	
	II	$x_i \quad \cdot \quad - \Delta e_b - b_2 - S_{b,2} = v_{b,2},$	
	III	$x_i + \Delta\lambda_B - \Delta e_b \quad \cdot \quad - S_{b,3} = v_{b,3},$	

$$\begin{array}{rcl}
\text{IV} & x_i + \Delta\lambda_C - \Delta e_b - b_4 - S_{b,4} = v_{b,4}, \\
\text{V} & x_i + \Delta\lambda_B - \Delta e_b - b_5 - S_{b,5} = v_{b,5}, \\
\cdots & \cdots \\
\text{I} & x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_1 - S_{v,1} = v_{v,1}, \\
\text{II} & x_i + \Delta\lambda_{N-1} - \Delta e_v - v_2 - S_{v,2} = v_{v,2}, \\
\text{v} & \text{III} \quad x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - \cdot - S_{v,3} = v_{v,3}, \\
\text{IV} & x_i + \Delta\lambda_{N+1} - \Delta e_v - v_4 - S_{v,4} = v_{v,4}, \\
\text{V} & x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_5 - S_{v,5} = v_{v,5},
\end{array} \tag{17}$$

W równaniach poprawek występują następujące niewiadome:

1) Wielkości:

$$x_i = a_{m,i} + \lambda_A - e_a; \tag{18}$$

jeśli program obserwacyjny zawierał k gwiazd, wówczas wystąpi k niewiadomych x_i .

2) Różnice długości geograficznych między każdą stacją i wyjściowym punktem A :

$$\begin{array}{l}
\Delta\lambda_B = \lambda_B - \lambda_A \\
\Delta\lambda_C = \lambda_C - \lambda_A \\
\cdots \\
\Delta\lambda_N = \lambda_N - \lambda_A \\
\cdots \\
\Delta\lambda_Z = \lambda_Z - \lambda_A
\end{array} \tag{19}$$

jeśli astronomiczna sieć długościowa obejmowała Z stacji, wówczas wystąpi $(Z - 1)$ niewiadomych $\Delta\lambda$.

3) Różnice błędów osobowo-instrumentalnych każdego obserwatora i obserwatora z wyjściowej stacji A :

$$\begin{array}{l}
\Delta e_b = e_b - e_a, \\
\Delta e_c = e_c - e_a, \\
\cdots \\
\Delta e_v = e_v - e_a, \\
\cdots \\
\Delta e_z = e_z - e_a,
\end{array} \tag{20}$$

jeśli w wyznaczeniu brało udział z obserwatorów, wówczas wystąpi $(z - 1)$ niewiadomych Δe .

4) Suma okresowych zmian równań osobowo-instrumentalnych i okresowych błędów poprawek zegara podstawowego (te ostatnie zawierają między innymi wpływ niedokładnej znajomości współrzędnych biegunów geograficznych):

$$\begin{array}{l}
a_1 = de_{a,1} + dU_1, \\
a_2 = de_{a,2} + dU_2,
\end{array} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
 a_4 &= de_{a,4} + dU_4, \\
 a_5 &= de_{a,5} + dU_5, \\
 b_1 &= de_{b,1} + dU_1, \\
 b_2 &= de_{b,2} + dU_2, \\
 b_4 &= de_{c,4} + dU_4, \\
 b_5 &= de_{b,5} + dU_5, \\
 &\dots\dots\dots \\
 v_1 &= de_{v,1} + dU_1, \\
 v_2 &= de_{v,2} + dU_2, \\
 v_4 &= de_{v,4} + dU_4, \\
 v_5 &= de_{v,5} + dU_5, \\
 &\dots\dots\dots \\
 z_1 &= de_{z,1} + dU_1, \\
 z_2 &= de_{z,2} + dU_2, \\
 z_4 &= de_{z,4} + dU_4, \\
 z_5 &= de_{z,5} + dU_5,
 \end{aligned} \tag{21}$$

jeśli w wyznaczeniu brało udział z obserwatorów, wówczas przy 5 okresach obserwacyjnych wystąpi $(5 - 1)z$ niewiadomych.

Ogółem wystąpi zatem $k + (Z - 1) + (z - 1) + 4z$ niewiadomych, podczas gdy dysponujemy równaniami poprawek w liczbie równej liczbie obserwacji przejść gwiazd czasowych dokonanych przez wszystkich obserwatorów.

Układ równań normalnych ułożony na podstawie równań poprawek (17) jest jednak układem nieoznaczonym. Można go rozwiązać jedynie przy założeniu, że co najmniej $(Z - 1)$ niewiadomych równa się na przykład zero. Trzeba zatem dociec na drodze analizy wyników i ewentualnie kolejnych prób rozwiązań przy różnych założeniach, które z niewiadomych określonych równaniami (21) — bo te tylko w zasadzie należy brać pod uwagę — można wyłączyć z wyrównania.

Przy obserwacjach prowadzonych instrumentami wyposażonymi w komórki fotoelektryczne można oczekiwać stosunkowo niewielkich błędów osobowo-instrumentalnych (będą to raczej błędy instrumentalne), nie podlegających permanentnie większym okresowym zmianom. Wyrównanie tego rodzaju obserwacji omawianą metodą powinno więc być znacznie łatwiejsze. I tak, jeśli na przykład wyniki analizy pozwoliły na odrzucenie wielkości $de_{r,m+n}$ ze wszystkich okresów, układ równań normalnych stałby się oznaczonym, a w miejsce $4z$ niewiadomych v można by wprowadzić tylko 4 niewiadome dU .

Chociaż równania normalne obejmują dużo niewiadomych, to jednak rozwiązanie układu nie jest tak pracochłonne, jakby mogło się pozornie

wydawać, ponieważ k pierwszych równań, z których każde zawiera maksymalnie $(Z - 1) + (z - 1) + 4z + 1 - (Z - 1) = 5z$ niewiadomych — a w tym tylko jedną niewiadomą typu x_i — otrzymuje od razu z równań poprawek postać zredukowaną, przy czym obliczenie współczynników jest bardzo proste. Najlepiej ilustruje to tabela 4, w której podano współczynniki przy niewiadomych k pierwszych równań normalnych w ogólnej postaci.

Tabela 4

Nr *	$x_1 \ x_2 \dots x_i \dots x_k$	$\dots \Delta \lambda_N \dots$	$\dots \Delta e_p \dots$	$\dots \nu_1 \dots \nu_5 \dots$
1	2	3	4	5
1	n_1	$\dots n_{1,N} \dots$	$\dots n_{1,p} \dots$	$\dots n_{1,v,1} \dots n_{1,v,5} \dots$
2	n_2	$\dots n_{2,N} \dots$	$\dots n_{2,p} \dots$	$\dots n_{2,v,1} \dots n_{2,v,5} \dots$
.				
.				
i	n_i	$\dots n_{i,N} \dots$	$\dots n_{i,p} \dots$	$\dots n_{i,v,1} \dots n_{i,v,5} \dots$
.				
.				
k	n_k	$\dots n_{k,N} \dots$	$\dots n_{k,p} \dots$	$\dots n_{k,v,1} \dots n_{k,v,5} \dots$

n_i oznacza tu liczbę obserwacji przejść gwiazdy i , dokonanych przez wszystkich obserwatorów,

$n_{i,N}$ są to liczby obserwacji przejść gwiazdy i na dowolnej stacji N ,

$n_{i,v}$ są to liczby obserwacji przejść gwiazdy i , dokonanych przez dowolnego obserwatora v ,

$n_{i,v,1}$ są to liczby obserwacji przejść gwiazdy i w pierwszym okresie, dokonanych przez dowolnego obserwatora v ,

$n_{i,v,2}$ są to liczby obserwacji przejść gwiazdy i w drugim okresie, dokonanych przez dowolnego obserwatora v , itd.

Po zredukowaniu pozostałych $5z$ równań k razy, tzn. po wyeliminowaniu niewiadomych x_i , można nie zajmować się więcej pierwszymi k równaniami, a więc nie obliczać niewiadomych x_i , ani ich średnich błędów, a wyrównanie prowadzić dalej wyłącznie w celu określenia najprawdopodobniejszych wartości niewiadomych (19), (20) i (21) oraz ich średnich błędów.

Podany wyżej sposób wyrugowania niewiadomych x_i odpowiada kryteriom wyrównania ścisłego w pełnym tego słowa znaczeniu, ponieważ wyrównaniu poddajemy poszczególne wyniki obserwacji przejść każdej

gwiazdy. Wprawdzie zaobserwowane momenty przejść uległy uprzednio pewnym redukcjom, jednakże mały — w stosunku do błędów obserwacji — wpływ błędów elementów redukcji w niczym nie podważa ścisłości wyrównania. Tworzenie przed wyrównaniem średnich wartości z momentów przejść gwiazd przez pewną liczbę kontaktów również znajduje uzasadnienie, a mianowicie w tym, że błędy rejestracji (zwłaszcza przy zastosowaniu fotokomórki) są parokrotnie mniejsze od wszystkich innych błędów obserwacji. Dowód słuszności tego twierdzenia łatwo uzyskać z porównania przeciętnego średniego błędu rejestracji jednej gwiazdy z przeciętnym średnim błędem wyniku z całego wieczoru obserwacyjnego. Otóż średni błąd z wieczoru jest zawsze parokrotnie większy od średniego błędu rejestracji jednej gwiazdy podzielonego przez pierwiastek z liczby zaobserwowanych gwiazd.

Jeżeli przed wyrównaniem obliczymy dla każdego okresu obserwacyjnego średnie arytmetyczne S_m ze wszystkich zredukowanych momentów S kulminacji każdej gwiazdy w średnim południku miejscowym, wówczas istnieje możliwość wyrugowania niewiadomych x_i ; już przy układaniu równań poprawek, które tworzymy w tym celu w postaci różnic między średnimi zredukowanymi momentami S_m dla każdej gwiazdy. Dla zachowania warunków metody najmniejszych kwadratów tworzymy przy tym wszystkie możliwe różnice i przypisujemy poszczególnym równaniom poprawek wagi uzależnione zarówno od liczby obserwacji tworzących dane średnie momenty S_m składające się na różnicę, jak i od stosunku, w jakim pozostaje liczba różnic niezależnych do liczby wszystkich możliwych różnic.

Tego rodzaju postępowanie jest w pewnym sensie odstępstwem od ścisłości, ponieważ do wyrównania wchodzi nie poszczególne zaobserwowane momenty przejść gwiazd, ale ich wartości średnie. Tym niemniej w pewnych okolicznościach taki sposób może być uzasadniony i celowy. Bliższe szczegóły odnoszące się do opisanego wariantu metody można znaleźć w publikacji [22] i [24].

Powróćmy jeszcze pokrótce do znaczenia niewiadomych $x_i = \alpha_{m,i} + \lambda_i + e_n$. Otóż wydaje się, że określenie najprawdopodobniejszych wartości tych wielkości powinno stanowić interesujący materiał przyczynkowy do badania dokładności średnich rektascenzji gwiazd, szczególnie wtedy, kiedy obserwacje prowadzono z pomocą fotokomórki.

Metoda bezpośredniego wyznaczenia różnic długości geograficznych znalazła zastosowanie w operacji powiązania stacji astronomiczno-geodezyjnych w Borowej Górze koło Warszawy z Poczdamem (1956 rok), przy wyznaczeniu różnic długości geograficznych Pecny (koło Prahy) — Borowa Góra — Budapeszt (1957 rok) oraz przy nazwiązaniu Sofia — Borowa Góra (1958 rok).

Pierwszą operację przeprowadziły dwa zespoły obserwacyjne w ciągu trzech okresów. Przy wyrównaniu pojawiło się zatem sześć następujących niewiadomych: $\Delta\lambda$, Δe , a_1 , a_3 , b_1 , b_3 . Analiza wyników pozwoliła na stwierdzenie, że niewiadome a_1 , a_3 oraz b_1 można pominąć. Wielkość b_3 natomiast okazała się dosyć znaczną, a mianowicie równą $+ 0^s027.8 \mp 0^s004.0$. Średnie błędy pierwszych dwóch niewiadomych wynosiły po $\pm 0^s002.0$.

Drugą operację przeprowadziły trzy zespoły w ciągu sześciu okresów obserwacyjnych. Tu przy wyrównaniu pojawiło się 12 następujących niewiadomych: $\Delta\lambda_B$, $\Delta\lambda_C$, Δe_b , Δe_c , a_1 , a_2 , a_4 , a_5 , b_2 , b_6 , c_4 , c_5 (żaden z obserwatorów nie brał udziału we wszystkich okresach). Analiza wyników wykazała że:

$$a_2 = b_2 = dU_2,$$

$$a_4 = c_4 = 0,$$

$$a_5 = c_5 = dU_5.$$

W konsekwencji, wyrównaniu ostatecznemu poddano tylko 8 niewiadomych. Uzyskano następujące wyniki:

$$a_1 = - 0^s023.7 \pm 0^s005.7,$$

$$b_6 = + 0^s006.8 \pm 0^s003.2,$$

$$dU_2 = + 0^s003.5 \pm 0^s002.4,$$

$$dU_5 = - 0^s011.1 \pm 0^s002.0,$$

przy czym średnie błędy czterech pierwszych niewiadomych wynosiły:

$$m_{\Delta\lambda_B} = \pm 0^s001.8,$$

$$m_{\Delta\lambda_C} = \pm 0^s001.7,$$

$$m_{\Delta e_b} = \pm 0^s001.7,$$

$$m_{\Delta e_c} = \pm 0^s001.4.$$

Nawiązanie między Sofią a Borową Górą znajduje się jeszcze w opracowaniu.

Metoda bezpośredniego wyznaczenia różnic długości geograficznych daje wyniki wolne od błędów rektascenzji gwiazd. Wpływ błędów pozycji, zawarty w błędach azymutu instrumentu przejściowego, nie ma praktycznego znaczenia, jeśli tylko różnica szerokości geograficznych skrajnie położonych stacji nie przekracza wielkości rzędu 10° . Wynika to stąd, że współczynniki azymutalne K wspólnych gwiazd są jeszcze dosyć małe,

a przy tym — co należy podkreślić — błędy azymutu instrumentu zaczynają nabierać charakteru błędów przypadkowych.

Wyrównane różnice długości geograficznych są ponadto w dużej mierze uniezależnione od błędów poprawek zegara podstawowego, czy też radiowych sygnałów czasu. Odchylenia okresowych błędów poprawek zegara podstawowego od swych średnich wartości, określanych drogą wyrównania, upodobniają się w pewnym stopniu — podobnie jak błędy azymutu — do błędów przypadkowych. Szczególnie ważne przy tym jest to, że wyniki uzyskane w czasie wspólnych wieczorów obserwacyjnych są całkowicie wolne od wszelkiego rodzaju błędów poprawek zegara podstawowego, zarówno przypadkowych jak i okresowych. Dlatego zasada przestrzegania pewnego minimum wspólnych wieczorów powinna i tu znaleźć zastosowanie.

LITERATURA

- [1] *R. d'E. Atkinson and D. H. Sadler*: On the use of mean sidereal time. M.N.R.A.S., v. 111, 1951.
- [2] *T. Banachiewicz*: Metody rachunków astronomicznych. Kraków 1952.
- [3] *I. Baueršima*: Raznost' dołgot Pecny — Borowa Góra. Praha 1959.
- [4] *W. E. Brandt*: Fotoelektriczeskaja ustanowka dla riegistraczi prochoždienija zwiezd. Trudy CNIIGAiK, wyp. 112, 1956.
- [5] *Z. Czernski*: O zmianach w położeniu osi obrotu lunety w teodolitach Wilda T4. Geodezja i Kartografia, t. IV, z. 3, 1955.
- [6] *P. N. Dołgow*: Opriedielenije wriemieni passażnym instrumentom w mieridiane. Moskwa 1952.
- [7] *B. Dulian*: Zmiany w położeniu osi obrotu lunety w teodolitach astronomicznych oraz sposób ich wyznaczania. Geodezja i Kartografia, t. III, z. 2, 1954.
- [8] *B. Dulian*: Un erreur systematique peu connue dans les instruments des passages. Varsovie 1957.
- [9] *S. Hausbrandt*: Rachunki geodezyjne. Warszawa 1953.
- [10] *G. Hemmler*: Durchführung der Beobachtungen und Berechnungen astronomischer Längenunterschiede im Netz der astronomischen Hauptpunkte. Potsdam 1959.
- [11] *W. K. Hristov*: Priedloženiye sowmiestnogo urawnienija gieograficzeskich dołgot osnownych toczek. Sofia 1959.
- [12] *H. Kruger*: Atmosphärische Einflüsse auf astronomisch-geodätische Beobachtungen. Vermessungstechnik 1954/1955.
- [13] *A. Lambert, P. Dubois, N. Stoyko*: La deuxième opération internationale des longitudes. Paris 1938.
- [14] *L. J. Lukeš*: Určeni odchylky v azimutu s ohledem na stáčení zděného piliře. Zememeřictví 1952.
- [15] *L. J. Lukeš*: Vliv definitivních oprav časových radiotelegrafický signálů na zemepisnou delku. Zememeřictví 1952.

- [16] *B. Milasovszky*: Clock correction and azimuth constant in astronomical time determination. Sopron 1956.
- [17] *B. Milasovszky*: Az órajárás kérdése csillagászati hosszúságmeghatározásnál. Miskolc 1957.
- [18] *F. Mühlring und W. Hristov*: Bestimmung der Längendifferenz Potsdam — Sofia. Potsdam und Sofia 1933.
- [19] *N. N. Parijskij*: Nierawnomiernost' wraszczeniya Ziemli. Trudy Geofiziceskogo Instituta, nr 26, 1955.
- [20] *J. Radecki*: Koncepcja wyznaczenia różnicy długości geograficznych pomiędzy wyjściowymi punktami astronomiczno-geodezyjnymi Polski i krajów sąsiednich. Prace I.G.iK., t. IV, z. 1, 1956.
- [21] *J. Radecki*: Różnica długości geograficznych z pomiaru odstepu czasu dzielącego kulminacje tych samych gwiazd. Biuletyn I.G.iK., nr 2—3, 1956.
- [22] *J. Radecki*: Problemy wyrównania międzynarodowej sieci astronomicznej. Warszawa, 1958.
- [23] *J. Radecki*: Projekt wyrównania międzynarodowej sieci astronomicznej. Warszawa 1959.
- [24] *J. Radecki*: Metoda bezpośredniego wyznaczenia różnicy długości geograficznych i jej zastosowanie przy nawiązaniu Borowa Góra — Potsdam. Prace I.G.iK., t. VII, z. 2, 1960.
- [25] *J. Radecki*: Wyznaczenie różnicy długości geograficznych Pecny — Borowa Góra i Budapeszt — Borowa Góra. Warszawa 1959.
- [26] *J. Radecki*: Kilka uwag o redukcji ad locum apparentem. Prace I.G.iK., t. VII, z. 2, 1960.
- [27] *J. Rambousek*: Primienieniye poprawok signalow wriemieni iz publikacii Etałonnoje Wriemieniia dla obrabotki nabludienii punktow Laplace'a w Czechosłowakii. Praha 1959.
- [28] *M. Schädlich, G. Hemmleb, Sand'ig*: Vorschlag zur Reduktion und Ausgleichung der Längenmessungen, Berlin 1959.
- [29] *A. M. Starostin*: Ob issledowanii capf pierienosnych passażnyh i uniwersalnyh instrumentow. Trudy CNIIGAIK, wyp. 87, 1952.
- [30] *N. Stoyko*: Les signaux horaires classiques et les problèmes qui s'y rattachent. V Congrès International de Chronométrie, Paris 1954.
- [31] *N. Stoyko*: L'horloge atomique et l'irrégularité de la rotation de la Terre. Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris 1957.
- [32] *N. Stoyko*: Opération internationale des longitudes (1957—1958). Annales Française de Chronométrie, 1957.
- [33] *L. A. Suchariw*: K woprosu o mieridiannyh instrumentach. Uspiechi astronomicznych nauk, Moskwa 1954.
- [34] Transactions of the International Astronomical Union, v. VIII 1952 and IX 1955.
- [35] Verhandlungen der Baltischen Geodätischen Kommission. Helsinki 1925—1931.
- [36] *W. M. Wasiliew*: O sistematiczeskoj oszibkie w opriedielenii naklonnosti osi w passażnom instrumentie. Astronomczeskij Żurnal, 1954.

Rękopis dostarczono Redakcji w kwietniu 1960 r.

ЮЛИАН РАДЭЦКИ

ТЕОРИЯ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОСТЕЙ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ ДОЛГОТ

Резюме

Работы при наблюдениях выполняются, опираясь на трех основных принципах:

1. Ряд наблюдателей выполняет одновременно наблюдения прохождения тех же самых звезд через местные меридианы ряда станции, образующих астрономическую сеть, в течение нескольких наблюдательных периодов, содержащих известное число вечеров, зависящее от требуемой точности. Между отдельными наблюдательными периодами происходит замена местами наблюдателей вместе с инструментами.
2. На всех станциях образующих астрономическую сеть принимается некоторое число радиосигналов времени при помощи хороших рабочих часов, тех самых, которые служат при наблюдениях прохождения звезд.
3. В учреждении снабженном часами высокого класса (кварцевые или атомные) принимают все сигналы времени, которыми пользуются станции, принимающие участие в определении, а кроме того определяется, опираясь на некоторых данных международных служб времени и широты, а также на измерениях частоты — ход главных (основных) часов (одних или средних из данного комплекта) и его относительные поправки (разностные) по отношению к неравномерному времени (базирующемуся на вращательном движении Земли) условного меридиана, проходящего через средние географические полюсы.

Редукция материалов наблюдений производится, опираясь на следующих принципах:

1. Вычисляются поправки радиосигналов времени по отношению к времени в системе главных часов.

2. Вычисляется ход и поправки рабочих часов по отношению к времени в системе главных часов путем сравнения результатов регистрации общих сигналов времени.
3. Освобождаются наблюденные моменты прохождения звезд от влияния инструментальных ошибок, учитывается поправка рабочих часов и редуцируются на: а) эпоху вечера (ход рабочих часов), б) среднее положение меридиана места наблюдения ($d\lambda$), в) эпоху определения ($\alpha_{app} - \alpha_m$, или $\alpha_1 - \alpha_m$).

В результате редукции получают наблюденные моменты кульминации звезд в среднем меридиане места наблюдения, редуцированные на эпоху определения, т.е. величины S обремененные ошибками $-v$.

Уравнивание материала наблюдений

Если предположим, что:

1. Астрономическая сеть охватывает Z станции, а именно: $A, B, C, \dots, N, \dots, Z$, причем разности географических долгот $\Delta\lambda$ определяются относительно географической долготы λ_A исходной станции A .
 2. В определении принимает участие z наблюдателей, а именно: $a, b, c, \dots, v, \dots, z$, причем разности личных ошибок Δe определяются по отношению к личному уравнению e_a наблюдателя a в среднем периоде определения.
 3. Наблюдаются прохождения k звезд (любую звезду обозначаем индексом i).
 4. Наблюдательные работы делятся на 5 периодов ($m-2, m-1, m, m+1, m+2$) причем личное уравнение e_v любого наблюдателя v относится к среднему периоду определения m ;
- тогда уравнивание будет состоять в определении вероятнейших значений $[k + (Z-1) + (z-1) + (5-1)z]$ неизвестных.

Это будут следующие неизвестные:

1. k величин:

$$x_i = a_{m,i} + \lambda_A - e_a;$$

2. $Z-1$ разностей географических долгот:

$$\Delta\lambda_N = \lambda_N - \lambda_A;$$

3. $z-1$ разностей личных уравнений:

$$\Delta e = e_v - e_a;$$

4. $(5-1)z$ сумм периодических изменений личных уравнений:

($de_{v,m+n} = e_{v,m+n} - e_v$, где $n = -2, -1, +1, +2$) и периодических ошибок поправок главных часов, равных суммам разностей этих ошибок в $(m+n)$ -том и в m -том периоде наблюдении:

$$v_1 = de_{v,1} + dU_1,$$

$$v_2 = de_{v,2} + dU_2,$$

$$v_4 = de_{v,4} + dU_4,$$

$$v_5 = de_{v,5} + dU_5.$$

Уравнения поправок составляются для любого v -ого наблюдателя, а также любого наблюдения прохождения любой i -той звезды следующим образом:

$$\text{Период I: } x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_1 - S_{v,1} = v_{v,1},$$

$$\text{Период II: } x_i + \Delta\lambda_{N-1} - \Delta e_v - v_2 - S_{v,2} = v_{v,2},$$

$$\text{Период III: } x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_3 - S_{v,3} = v_{v,3},$$

$$\text{Период IV: } x_i + \Delta\lambda_{N+1} - \Delta e_v - v_4 - S_{v,4} = v_{v,4},$$

$$\text{Период V: } x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_5 - S_{v,5} = v_{v,5}.$$

Система нормальных уравнений составленных на основании вышеприведенных уравнений поправок является неопределенной. Однако ее можно решить при дополнительных предположениях. Так, если бы например результаты анализа материала наблюдений позволили утверждать, что по крайней мере $(Z - 1)$ неизвестных v можно приравнять нулю, то тогда система сделалась бы определенной.

Система нормальных уравнений стала бы определенной также и тогда, когда опираясь на результате анализа, можно $(Z - 1 + n)$ неизвестных v заменить n неизвестными dU , это значит тогда, когда у достаточного числа наблюдателей не констатировано в некоторых периодах наблюдения изменений личного уравнения ($de = 0$).

Хотя нормальные уравнения содержат много неизвестных, однако решение системы является сравнительно малотрудоемким, так как k первых уравнений (содержащих максимум по $5z$ неизвестных, а в том только одну типа x_i) получают сразу из уравнении поправок редуцированный вид.

Величинами x_i — кроме редукции следующих $(5z - k)$ нормальных уравнении — можно в дальнейшем не заниматься, так как они имеют скорее значение только для условных исследовании точности прямых восхождений звезд.

Х а р а к т е р и с т и к у м е т о д а можно вкратце представить следующим образом:

Метод дает результаты свободные от ошибок прямого восхождения звезд и в значительной степени независимые от ошибок поправок главных часов (или радиосигналов времени). Влияние ошмист звезд, содержащихся в азимутальных ошибках пассажного инструмента не имеет практического значения, если только разности

географических широт крайне расположенных станций не превышают величины ряда 10° .

Практическое применение нашел этот метод при операции привязки астрономо-геодезической станции в Боровой Гуже около Варшавы к Потсдаму (1956 год), при определении разностей географических долгот Пэцны (около Праги) — Борова Гура — Будапешт (1957 год), а также при привязке София — Борова Гура (1958 год), которая находится еще в разработке.

Первую операцию выполнили 2 наблюдателя в течение 3 периодов. Из общего числа 6-ти неизвестных (величины x ; были исключены) 3 величины типа ν можно было приравнять к нулю.

Вторую операцию выполнили 3 наблюдателя в течение 6-ти периодов. Из общего числа 12-ти неизвестных (ни один из наблюдателей не принимал участия во всех периодах, а величины x ; были исключены), окончательному уравниванию были подвергнуты 8 неизвестных. Две величины типа ν можно было приравнять к нулю, а 4 из них заменить двумя неизвестными dU .

Разности географических долгот определены с точностью в пределах от $\pm 0^s,001.7$ до $\pm 0^s,002.0$, а в разностях личных уравнений получены средние ошибки в пределах от $\pm 0^s,001.4$ до $\pm 0^s,002.0$.

JULIAN RADECKI

THEORY OF THE METHOD OF DETERMINATION OF DIFFERENCES OF GEOGRAPHIC LONGITUDES

S u m m a r y

The observations are carried out, based on the general principles as follows:

1. The observers carry out simultaneously the observations of the passages of the same stars through the local meridians of some stations, which form the astronomical net, during some observation periods which contain a number of nights, depending of required accuracy. Between the observation periods occurs the change of observers with their instruments.
2. On each station of the astronomical net the wireless time signals are regularly registered with the aid of a good chronometer, which serves to the observations of passage of the stars.
3. The institution which is provided with first class quartz chronometers, registers all the time signals, which are received by the working stations, and moreover there are determined — based on some data of the international time and latitude service and on the measurements of frequencies the rate of the principal chronometer (singular or mean of some team) and its relative corrections (differential) in relation to the variable time (based on the revolutions of Earth) of the conventional meridian which passes through the geographical poles.

Following principles govern the reductions of observations:

1. The corrections to the wireless time signals are computed in relation to the principal chronometer's system.
2. The rate and corrections of the working chronometers are computed in relation to the principal chronometer's system by comparison of the results of registration of common time signals.
3. The instrumental errors are eradicated from the observed moments

of passage of stars; the correction of the working chronometer is taken into account and the observations are reduced to:

- a) the epoch of the night (rate of the working chronometr),
- b) the mean position of the meridian of the station ($d\lambda$),
- c) the epoch of determination ($\alpha_{app} - \alpha_m$, or $\alpha_1 - \alpha_m$).

As the result one gets the observed moments of the culmination of stars in the meridian of the station, reduced to the epoch of determination, or the values of S charged with the errors $-v$.

The adjustment of observations. We assume:

1. The astronomical net contains Z stations, viz. $A, B, C, \dots N, \dots Z$; the differences of geographical longitudes $\Delta\lambda$ are determined in relation to the geographical longitude λ_A of the initial station A .
2. In the determinations take part z observers, viz. $a, b, c \dots v \dots z$; the differences of the personal errors Δe are determined in relation to the personal-instrumental error e_a of the observer a in the central part of the determination's period;
3. The passages of k stars are observed (casual star has index i);
4. The observation work is divided into 5 periods ($m - 2, m - 1, m, m + 1, m + 2$); the personal-instrumental errors e_v of any observer v are referred to the central period m .

The adjustment shall determine the most probable values of $[k + (Z - 1) + (z - 1) + (5 - 1)z]$ unknowns, which are:

1. k values of:

$$x_i = \alpha_{m,i} + \lambda_A - e_a;$$

2. $Z - 1$ differences of the geographical longitudes:

$$\Delta\lambda_N = \lambda_N - \lambda_A;$$

3. $z - 1$ differences of the personal-instrumental errors:

$$\Delta e = e_v - e_a$$

4. $(5 - 1)z$ sums of periodical changes in the personal-instrumental equations ($de_{v,m+n} = e_{v,m+n} - e_v$), where $n = -2, -1, +1, +2$, and periodical errors of the corrections of principal chronometer which are equal to the differences of these errors in the $(m + n)$ -th and m -th periods of observations:

$$v_1 = de_{v,1} + dU_1,$$

$$v_2 = de_{v,2} + dU_2,$$

$$v_4 = de_{v,4} + dU_4,$$

$$v_5 = de_{v,5} + dU_5,$$

The correction equations for any v -th observer and for any observation of passage of a casual i -th star are made as follows:

$$\text{I period: } x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_1 - S_{v,1} = v_{v,1},$$

$$\text{II period: } x_i + \Delta\lambda_{N-1} - \Delta e_v - v_2 - S_{v,2} = v_{v,2},$$

$$\text{III period: } x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - S_{v,3} = v_{v,3},$$

$$\text{IV period: } x_i + \Delta\lambda_{N+1} - \Delta e_v - v_4 - S_{v,4} = v_{v,4},$$

$$\text{V period: } x_i + \Delta\lambda_N - \Delta e_v - v_5 - S_{v,5} = v_{v,5},$$

The system of the normal equations, which is derived from these correction equations is an undetermined one. It can be solved by adding to it some conditions. So, when one could state, that at least $(Z - 1)$ of ν unknowns can be equalled to zero, than the system would be determined. It would be determined also when the $(Z - 1 + n)$ of ν unknowns could be superseded by n of dU unknowns, i. e. when by the sufficient number of observers could be stated that in some periods of observations there are no changes in the personal-instrumental equations ($de = 0$).

Although the normal equations contain a great number of unknowns, their solving is relatively easy, because k first equations (which contain maximum of $5z$ unknowns, in which one only of the x_i type), get a reduced form directly from the correction equations. The values of x_i — apart of the reduction of following $(5z - k)$ normal equations — can be set apart, because they are needed for the investigations of accuracy of the mean right ascension of stars.

The method can be briefly characterised as follows: it gives the results free of the right ascension errors and in great degree free of the errors of correction of the principal chronometer (or of the wireless time signals). The influence of the position error, contained in the azimuth errors of the passage instrument, has no practical significance, when the difference of the geographic latitudes of the extreme stations does not exceed 10° .

Practical application. The method was applied in the tying up of the astronomical station at Borowa Góra near Warsaw to Potsdam (1956), in the determination of the difference of geographical longitudes of Pecný (near Prague) — Borowa Góra — Budapest (1957) and of Sofia — Borowa Góra (1958) the last being in the stage of computation.

The first operation was accomplished by 2 observers working in 3 periods. Out of 6 unknowns (the values of x_i were eliminated), 3 values of ν type could be equalled to zero.

In the second operation took part 3 observers working in 6 periods. Out of a joint number of 12 unknowns (no observer took part in all periods; the values of x_i were eliminated), 8 unknowns only were adjusted. Two values of the ν type could be equalled to zero, and 4 of them could be replaced by dU .

The differences of the geographical longitudes were determined with an accuracy of $\pm 0^s001.7$ — $\pm 0^s002.0$; the differences of the personal instrumental errors got the mean square errors of $\pm 0^s001.4$ — $\pm 0^s002.0$.