

Hipsograficzna metoda sporządzania mapy grawimetrycznej anomalii Faye'a w terenach górzystych

Podstawowym elementem stosowanych obecnie w Polsce rachunków geodezyjnych, wymagających uwzględnienia wpływu pola grawitacyjnego Ziemi, jest anomalia grawimetryczna Faye'a, zwana też anomalią wolno-powietrzną. Wobec tego jednym z najważniejszych zagadnień grawimetrii geodezyjnej jest sporządzanie mapy anomalii Faye'a. Mapa taka jest naj-wszeczhronniejszym materiałem grawimetrycznym dla potrzeb geodezji, gdyż dostarcza zarówno danych do wykorzystania profilowego (niwelacja) jak i powierzchniowego (odchylenia pionu).

Zagadnienie sporządzania mapy grawimetrycznej podzielić można na dwa problemy:

1. Pomiar i redukcja pomiarów, mające na celu uzyskanie na opracowywanym terenie punktów o znanej anomalii.

2. Metoda sporządzania mapy w oparciu o otrzymane wyżej punkty.

Temat niniejszej pracy mieści się całkowicie w ramach punktu drugiego.

Wprowadzenie

Najprostszym sposobem kreślenia izoanomalii w oparciu o punkty otrzymane z pomiaru jest sposób podobny do tego, który stosuje się przy kreśleniu warstwic ze zdjęcia tachimetrycznego; wartości anomalii pośrednich punktów, równe wartościom kreślonych izoanomalii, wyznacza się metodą interpolacji liniowej między sąsiednimi punktami, a następnie łączy się punkty o tej samej wartości anomalii.

Analizując przebieg izoanomalii wykreślonych powyższą metodą na mapie w skali 1:500 000 na terenach nizinnych w oparciu o punkty odległe od siebie o 6—10 km można założyć, że tak wykreślona mapa przedstawia rzeczywisty obraz pola ciężkościowego z dokładnością około ± 2 mgal (oczywiście przy odpowiednio dokładnym materiale wyjściowym, tj. pomiarach grawimetrycznych i ich redukcjach o dokładności

rzędu 0,1—0,3 mgal). Poparciem tej tezy są następujące wnioski, wynikające z analizy wyżej wymienionej mapy:

1. Wielkości utworzonych przez zespoły izolinii utworów grawimetrycznych, które przez analogię z hipsometrią można by nazwać „górami” lub „dolinami grawimetrycznymi”, są kilkakrotnie lub nawet kilkunastokrotnie większe niż powierzchnia obszaru będącego „oczkiem” w siatce pomierzonych punktów. Nie ma wobec tego niebezpieczeństwa, że jakaś „góra” lub „dolina” mogłaby nie zostać uchwycona przez pomiar o podanej wyżej gęstości. Inaczej wniosek ten można sformułować tak: odległości pomiędzy dwoma najbliższymi punktami przegięcia lub punktami wyraźnej zmiany krzywizny profilów anomalii grawimetrycznych w terenie nizinnym są kilkakrotnie większe niż odległości pomiędzy sąsiednimi punktami pomiarowymi. Zatem przyjęcie liniowości zmian anomalii pomiędzy sąsiednimi punktami pomiarowymi daje zupełnie zadowalające wyniki.

2. Różnice anomalii na punktach kontrolnych pomiędzy wynikami z pomiaru i odczytu z mapy leżały w granicach założonej dokładności mapy, tj. około ± 2 mgal.

Zupełnie inaczej zagadnienie powyższe przedstawia się w terenie górzystym. Analizując na przykład mapę nawet w większej skali (1 : 200 000) oraz o nieco mniejszych odległościach między punktami (5—8 km) na obszarze Karpat lub Sudetów można stwierdzić, że żaden z podanych wyżej wniosków nie jest słuszny. W związku z tym interpolacja liniowa między punktami o powyższej gęstości nie gwarantuje wystarczającej dokładności przy opracowywaniu mapy anomalii Faye’a w terenie górzystym. Nasuwa się tu więc następujące zagadnienie: czy należy w górach zagęszczać sieć punktów grawimetrycznych, a jeśli tak, to w jakim stopniu, czy też w oparciu o podaną wyżej gęstość punktów zmienić metodę opracowania mapy tak, aby dawała ona założoną dokładność bez wykonywania dodatkowych pomiarów. Poniższe rozważania są próbą rozwiązania tego zagadnienia.

Charakterystyka anomalii Faye’a w górach

Jeśli na pewnym niedużym obszarze, o urozmaiconym ukształtowaniu pionowym, porównamy wartości anomalii Faye’a na punktach pomiarowych oraz ich wysokości, to łatwo zauważymy, że są one od siebie zależne. W dużym przybliżeniu anomalia Faye’a każdego punktu tego obszaru będzie wprost proporcjonalna do wysokości tego punktu. Zależność tę można łatwo uzasadnić. Jak wiemy, anomalia Faye’a (A_F) wyraża się wzorem:

$$A_F = g - \gamma_0 + R_F \quad (1)$$

gdzie: g — pomierzona wartość przyspieszenia,
 γ_0 — wartość normalna przyspieszenia siły ciężkości,
 R_F — redukcja Faye'a, wyrażająca się wzorem (przybliżonym, lecz powszechnie stosowanym w praktyce) $R_F = 0,3086 \cdot H$,
gdzie H — wysokość n. p. m. w metrach — wtedy R_F jest w miligalach, a mianem współczynnika 0,3086 jest mgal/m.

Redukcja Faye'a służy do sprowadzania wartości przyspieszenia pomierzonego w jakimś punkcie na powierzchni Ziemi do poziomu morza. Zakłada się przy tym, że wszystkie masy znajdujące się pomiędzy fizyczną powierzchnią Ziemi a poziomem morza zostały usunięte, ale pomimo tego usunięcia przyspieszenie siły ciężkości nie zmieniło się. Jeśli mamy zatem dwa punkty znajdujące się na różnych wysokościach, ale których rzuty poziome znajdują się blisko siebie, to anomalie tych punktów będą się różniły właśnie o wpływ mas nie uwzględnionych w założeniu redukcji Faye'a. W terenie nizinnym, wskutek małego gradientu wysokościowego terenu, zmiany anomalii z tytułu nie uwzględnionych mas są powolniejsze, niż zmiana zasadniczego pola ciężkościowego i są z wystarczającą dokładnością wyznaczone przez stosowaną gęstość punktów pomiarowych. Natomiast w terenie górzystym zaniedbanie tych mas jest zasadniczą przyczyną, różnicującą obraz anomalii Faye'a wskutek dużego zróżnicowania wysokościowego terenu.

Wielkość zmian anomalii Faye'a, w zależności od zróżnicowania wysokościowego terenu w obszarach górskich, będzie więc równa wpływowi nie uwzględnionych mas w redukcji wolnopowietrznej. Ponieważ wpływ tych mas określa redukcja Bouguera, łatwo możemy ocenić jego rząd wielkości. Jak wiemy, redukcja Bouguera (R_B) wyrażona w miligalach dla obszaru Polski określona jest wzorem:

$$R_B = - 0,0419 \cdot H\sigma, \quad (2)$$

przy przyjęciu: H — wysokość w metrach n. p. m.,
 σ — średnia gęstość mas ponad poziomem morza
w gcm^{-3} .

Uwzględniając wpływ działania mas między dwoma sąsiednimi punktami, z których jeden leży na wysokości H_1 a drugi H_2 , możemy napisać:

$$A_{FH_1} \cong A_{FH_2} + 0,0419 \cdot \Delta H_{12} \sigma, \quad (3)$$

gdzie $\Delta H_{12} = H_1 - H_2$.

Zależność (3) jest przybliżona, gdyż pominięto tu zmianę zasadniczego pola ciężkościowego między tymi dwoma punktami.

Gęstość skał rejonów górskich w Polsce zawiera się na ogół w granicach 2,0—2,6 gcm^{-3} . Ostatecznie więc zmianę anomalii Faye'a między

dwoma punktami można przedstawić wzorem:

$$\Delta A_F = k \cdot \Delta H,$$

gdzie współczynnik k oscyluje między wartościami 0,084—0,109. Wynika z tego wniosek, że zmiana wysokości o 50 m powoduje zmianę anomalii Faye'a o około 5 mgal. Stąd obraz mapy grawimetrycznej izoanomalii wolnopowietrznych przy cięciu co 5 mgal będzie podobny do mapy wysokościowej z warstwicami co 50 m. Zatem do sporządzenia takiej mapy grawimetrycznej metodą interpolacji liniowej, gęstość pomiarowych punktów grawimetrycznych musiałaby być podobna do gęstości punktów wysokościowych przy zdjęciu rzeźby terenu w górach dla mapy warstwicowej w takiej samej skali. Stąd na przykład dla skali 1 : 200 000 odstęp między punktami pomiarowymi powinny wynosić mniej więcej 0,5—1 km. Jasne jest, że tak gęsty pomiar grawimetryczny w górach byłby bardzo trudny zarówno ze względów ekonomicznych (wysoki koszt) jak i technicznych (transport). Wobec tego bardzo pożądane byłoby wykorzystanie wyżej uzasadnionej zależności anomalii Faye'a od hipsometrii w celu udokładnienia mapy, bez zwiększania gęstości punktów pomiarowych, poprzez zmianę metody sporządzania mapy.

Opis metody hipsograficznej

Wprowadźmy pojęcie wysokościowej anomalii Faye'a (A_F^H) i załóżmy, że wyrażona jest ona w miligalach przez następującą zależność od wysokości $n. p. m.$ (H) w metrach:

$$A_F^H = 0,1 \cdot H \quad (4)$$

(mianem współczynnika 0,1 będzie mgal/(m)). Wobec tego w punkcie, w którym dokonany został pomiar, anomalię Faye'a można przedstawić wzorem:

$$A_F = A_F^H + C \quad (5)$$

gdzie C jest różnicą między anomalią obliczoną w oparciu o wyniki pomiaru a anomalią wysokościową. W celu przekonania się co przedstawia sobą poprawka C , wróćmy do wzoru (1) na anomalię Faye'a i podstawmy go wraz z zależnością (4) do wzoru (5). Wtedy otrzymamy:

$$g - \gamma_0 + R_F = 0,1 \cdot H + C,$$

stąd:

$$C = g - \gamma_0 + R_F - 0,1 \cdot H,$$

i następnie:

$$C = g - \gamma_0 + R_F - 0,0419 \cdot 2,39 \cdot H \quad (6)$$

Jak z tego widać poprawka C we wzorze (5) jest anomalią Bouguera (bez uwzględnienia poprawki topograficznej; współczynnik 0,0419 — wartość dla średniej szerokości geograficznej Polski) dla gęstości skał $\sigma = 2,39 \text{ gm}^{-3}$.

ZałóŜmy teraz, Ŝe w porównaniu ze zmiennoŝcią anomalii Faye'a, zmiennoŝć poprawki C jest w górach mniejsza o tyle, Ŝe moŝna ją wyznaczyć z wystarczającą dokłađnoŝcią ($\pm 2\text{--}3$ mgal) z omawianej wyŝej gęstoŝci punktów pomiarowych (tj. odległych od siebie o 5—10 km). Inaczej mówiąc, zakłađamy, Ŝe z analizy mapy poprawki C w górach moŝna wysnuć analogiczne dwa wnioski, jak z analizy mapy anomalii Faye'a w terenie nizinnym, które to wnioski podane sã na poczãtku niniejszej pracy. Majãc do dyspozycji mapę warstwicowã opracowywanego terenu, moŝemy z niej wyznaczyć wysokoŝciowã anomalię Faye'a A_F^W . Ze wzoru (4) wynika, Ŝe mapa warstwicowa jest jednoczeŝnie mapã izoanomalii wysokoŝciowych w jednostkach 10^{-1} mgal. Trzeba przy tym zaznaczyć, Ŝe gęstoŝć punktów, z których wyznaczony jest obraz izoanomalii wysokoŝciowych, a wiêc gęstoŝć topograficznych punktów wysokoŝciowych jest nieporównanie wiêksza od gęstoŝci punktów grawimetrycznych. Zatem wykorzystujãc mapę poprawki C , wykonanã na podstawie pomiarów połówych oraz mapę warstwicowã, moŝna w oparciu o wzór (5) wykonać mapę anomalii Faye'a w terenie górzystym, nie powiêkszajãc iloŝci pomiarów i zachowujãc wymaganã dokłađnoŝć tej mapy. Pozostaje jedynie sprawdzenie ŝlusznoŝci zrobionego załoŝenia, Ŝe ze wzglêdu na zmiennoŝć poprawki C do wyznaczenia jej z załoŝonã dokłađnoŝciã wystarczy w górach taka gęstoŝć punktów pomiarowych, gdzie odległoŝci miêdzy sãsiednimi punktami wynoszã 5—10 km.

Teoretyczne rozwaŝania, przeprowadzone na wstêpie w zwiãzku z uzasadnianiem przyczyny duŝego zróżnicowania wartoŝci anomalii w terenie górzystym, potwierdzajã zrobione załoŝenie. Poprawka C jest w zasadzie anomaliã Bouguera i uwzglêdnia wplyw mas zaniedbywanych w anomalii Faye'a, będãcych zasadniczã przyczynã duŝej zmiennoŝci tej ostatniej w górach. Wobec tego naleŝy oczekiwać, Ŝe rãd wielkoŝci zmian poprawki C będzie zbliŝony do zmian anomalii grawimetrycznych w terenach nizinnych. Poprawka C jest niezaleŝna zupełnie od wplywu mas ponad poziomem redukcji tylko w tym wypadku, gdy faktyczna gęstoŝć tych mas jest zgodna z przyjêtã gęstoŝciã do redukcji Bouguera we wzorze (6), tj. $\sigma = 2,39$. W warunkach Polski, w skrajnym przypadku na skutek róŝnicy gęstoŝci rzeczywistej i przyjêtej, zmiana poprawki C w zaleŝnoŝci od zmiany wysokoŝci moŝe wynieŝ maksymalnie $0,016 \cdot H$, a wiêc i tak będzie przeszło ŝeŝciokrotnie mniejsza od zmiany anomalii Faye'a. Natomiast korzyŝci plynãce z przyjêcia stałej wartoŝci $\sigma = 2,39$,

w wyniku czego współczynnik przy H we wzorze (4) równy jest 0,1, całkowicie uzasadnia taki tok postępowania.

Przeprowadzono również szereg analiz praktycznych słuszności omawianego założenia. Przykład takiej analizy podano na rys. 32 i 33. Na obu rysunkach przedstawione są izolynie poprawki C tego samego obszaru. Na rys. 32 wykreślone one zostały na podstawie 34 punktów pomiarowych specjalnie zagęszczonego zdjęcia grawimetrycznego w otoczeniu punktu Laplace'a. Natomiast rys. 33 przedstawia obraz tych izolini, wykreślonych w oparciu tylko o 14 punktów po odrzuceniu 20, celem sprowadzenia do takiej gęstości punktów, jaką stosuje się w terenie nizinnym. Jak widać z porównania obu mapek, obraz izolinii praktycznie się nie zmienił, czyli zagęszczanie punktów pomiarowych w stosunku do gęstości na rys. 33 nie wnosi w obraz poprawki C nic nowego.

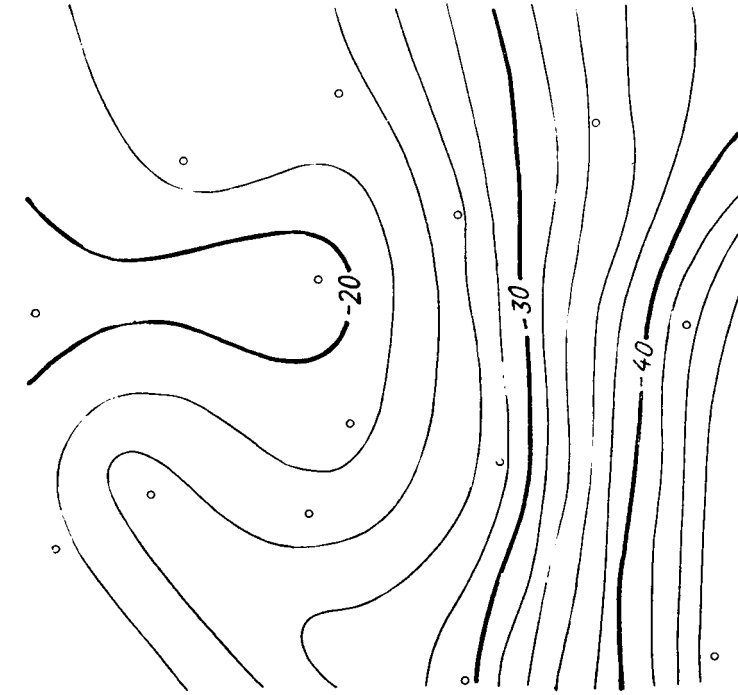
Celem wyjaśnienia należy tu podkreślić, że dotychczasowe oraz dalsze rozważania zamieszczone w niniejszej pracy dotyczą wyłącznie tego rodzaju grawimetrycznych map do celów geodezyjnych, których zadaniem jest przedstawienie pola ciężkościowego z dokładnością rzędu 2—3 mili-gali, pomijając bardzo lokalne anomalie.

Metoda sporządzania mapy anomalii Faye'a oparta na wzorze (5) nazywana została hipsograficzną ze względu na to, że jej podstawą jest wykorzystanie mapy hipsometrycznej, przy czym wykorzystanie to odbywa się drogą graficzną, o czym będzie mowa niżej. Metodą tą opracowano w Instytucie Geodezji i Kartografii fragmenty obszaru Karpat i Sudetów celem rozwiązania szeregu problemów, związanych z praktycznym zastosowaniem metody oraz celem analizy wartości i przydatności tak sporządzonej mapy do celów geodezyjnych.

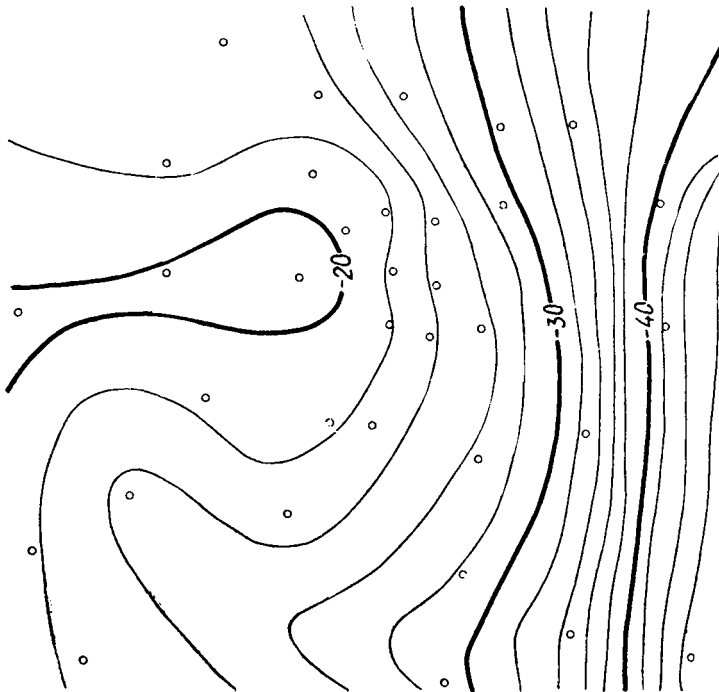
Podstawowym zagadnieniem przy praktycznym zastosowaniu metody hipsograficznej jest sprawa sposobu wykorzystania wprowadzonego pojęcia anomalii wysokościowej przy sporządzaniu mapy anomalii Faye'a, czyli sprawa praktycznej realizacji wzoru (5). Można tu postąpić dwójako:

1. Wybieramy na opracowywanym obszarze pewną ilość punktów i odczytujemy na nich wartość anomalii wysokościowej A_F^W z mapy warstwicznej oraz wartość poprawki C z mapy tej poprawki. Korzystając następnie ze wzoru (5) otrzymujemy szereg dodatkowych punktów zagęszczających zdjęcie polowe. Po wykonaniu odpowiednio dużego zagęszczenia, sporządzamy mapę anomalii stosując interpolację liniową.

2. Po nałożeniu na siebie obrazów izolinii poprawki C oraz anomalii wysokościowej A_F^W , możemy od razu wykreślać izolynie anomalii Faye'a realizując graficznie wzór (5) w oparciu o metody geometrii wykreślnej.



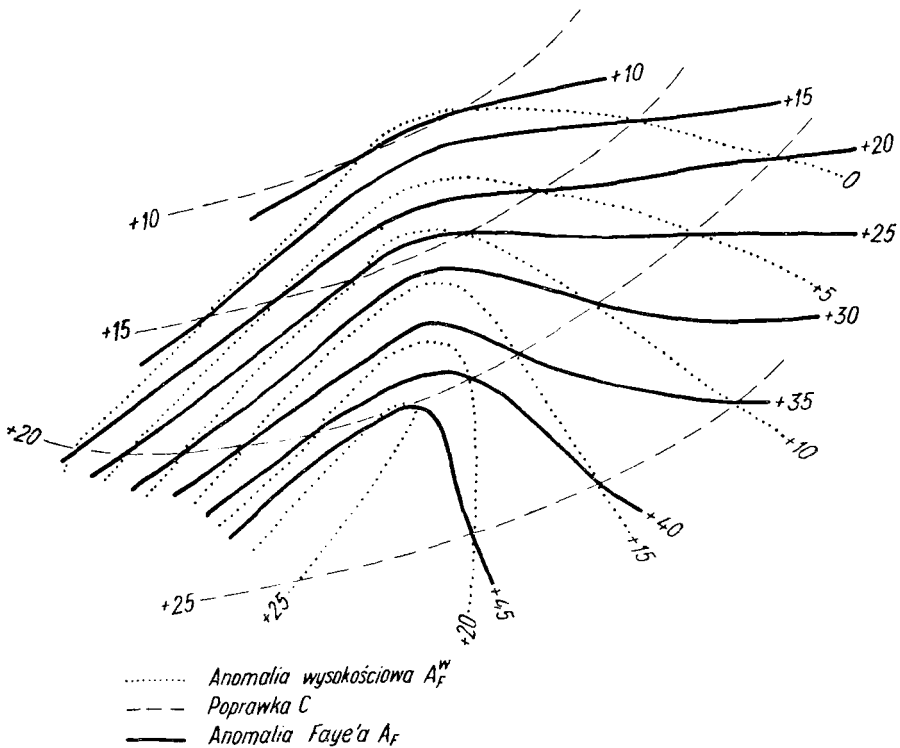
Skala 1:200 000
Rys. 33



Skala 1:200 000
Rys. 32

Do sporządzania map hipsograficznych w naszym Instytucie zastosowano sposób wymieniony w punkcie 2 i — jako lepszy — wytypowano do stosowania na przyszłość.

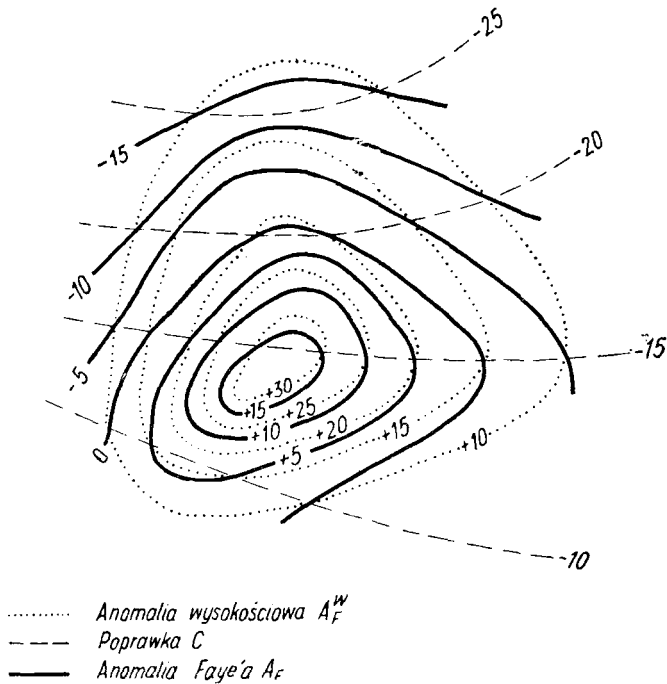
Podstawową wadą sposobu wymienionego w punkcie 1 jest jego bardzo duża pracochłonność. Ażeby nic nie stracić z tego, co wnosi mapa wysokościowa do sporządzania mapy anomalii, punkty zagęszczające należałoby wybrać tak gęsto, aby w oparciu o nie można było odtworzyć tę rzeźbę stosując zwykłą interpolację. Stąd wykonanie mapy grawimetrycznej tym sposobem wymagałoby mniej więcej tyle pracy, co sporządzenie mapy rzeźby terenu w oparciu o topograficzne zdjęcie polowe.



Rys. 34

Zastosowanie sposobu drugiego eliminuje potrzebę wybierania punktów, obliczania ich anomalii oraz stosowania pracochłonnej interpolacji. Sposób ten polega na tym, że obrazy przebiegu izolinii poprawki C i anomalii wysokościowej (A_F^W) nakłada się na siebie albo przez rysowanie ich na jednym arkuszu, albo przez wzajemne nałożenie na siebie dwóch map, z których wierzchnia sporządzona jest na kalce technicznej. Na

podstawie tych dwóch map kreśli się trzecią — właściwą mapę anomalii Faye'a, albo na kalce technicznej albo nawet na kartonie, o ile korzystamy ze stołu podświetleniowego. Na rys. 34 i 35 pokazano schematyczne przykłady kreślenia izoanomalii tym sposobem. Po nabraniu pewnej wprawy kreślenie tą metodą zabiera niewiele więcej czasu niż przerysowanie mapy warstwicznej w tej samej skali. Praca tą metodą jest tym łatwiejsza, im zróżnicowanie anomalii wysokościowej (A_F^W) — a więc i hipsometrii — jest większe, a zróżnicowanie poprawki C — mniejsze. Jeśli na opracowywanym terenie górzystym znajdują się większe obszary



Rys. 35

płaskie (doliny, płaskowyże), to stosowanie sposobu drugiego jest utrudnione, a czasem niemożliwe. Należałoby na tych obszarach albo zastosować sposób pierwszy, albo w ogóle zrezygnować z metody hipsograficznej i interpolować liniowo między punktami pomiarowymi, tym bardziej, że — jak było powiedziane na wstępie — stosowanie metody hipsograficznej jest potrzebne tylko w terenie wysokościowo zróżnicowanym.

Należy jeszcze pamiętać, że sporządzanie mapy metodą hipsograficzną staje się bardzo trudne, gdy cięcie izoanomalii na wszystkich trzech mapach nie jest jednakowe. Należy przeto zawsze stosować ten sam odstęp między izoanomaliami.

Rozważania dokładnościowe

W oparciu o mapy, wykonane metodą hipsograficzną w Instytucie Geodezji i Kartografii, zbadana została dokładność takiej mapy, porównano ją z mapą wykonaną zwykłą metodą interpolacyjną i przeanalizowano korzyści, jakie można osiągnąć stosując tę nową metodę.

Cechy techniczne map, stanowiących przedmiot analizy, były następujące:

— mapy grawimetryczne: skala 1 : 200 000, izoliny co 10 miligali z pomocniczymi co 5 mgal, punkty pomiarowe częściowo rozmieszczone powierzchniowo w odległościach 5—8 km, a częściowo usytuowane w profilach odległych od siebie o 10—15 km, w których punkty usytuowane są co 1—3 km;

— materiał wysokościowy stanowił odrys warstwicy co 100 m z pomocniczą co 50 m z mapy topograficznej w skali 1 : 200 000 z warstwicami co 40 m (warstwice niepodzielne przez 40 wyinterpolowywano).

Fragmety map grawimetrycznych, wykonanych obu metodami oraz fragmenty map stanowiących materiał wyjściowy przy stosowaniu metody hipsograficznej, załączone zostały do niniejszej pracy (załączniki pod opaską na końcu zeszytu). Wszystkie cztery załączniki obrazują ten sam teren. Oczywiście porównywane mapy zostały wykonane w oparciu o te same punkty polowe (dla obszaru pokazanego na załączonych mapach, punkty polowe zaznaczone są na mapie poprawki C).

Całkowity średni błąd (m_c) wyznaczenia wartości anomalii w jakimś punkcie mapy wykonanej metodą hipsograficzną (pomijając błędy pomiaru) można przedstawić wzorem:

$$m_c = \pm \sqrt{m_p^2 + m_t^2} \quad (7)$$

Przez m_p oznaczono tu średni błąd wywołany niedoskonałością praktyczną metody, na którą składają się:

— błąd odczytu wartości anomalii na punkcie z mapy, zależny od skali i od zastosowanego odstepu między izoliniami;

— błędy wysokości mapy warstwicy;

— niedokładności nałożenia na siebie obrazów izoanomalii poprawki C i anomalii wysokościowej, spowodowane różnymi skurczami papieru na poszczególnych mapach;

— błędy interpretacji przy kreśleniu trzeciego obrazu anomalii Faye'a na podstawie powyższych dwóch;

— potrójne nagromadzenie się błędów kreślarskich.

Przez m_t oznaczono średni błąd wynikający z niedoskonałości teoretycznej metody. Założona liniowość zmian poprawki C pomiędzy punk-

tami pomiarowymi nie jest ścisła, lecz przybliżona — i jakkolwiek przybliżenie to jest bardzo duże, to mogą z tego powodu powstawać błędy. Jedną z przyczyn nieścisłości tego założenia jest różnica między rzeczywistą, zmienną gęstością skał, a gęstością przyjętą za stałą i równą $2,39 \text{ gcm}^{-3}$.

Średni błąd m_p można wyznaczyć z różnic pomiędzy wartością anomalii Faye'a obliczoną z pomiaru, a wartością tej anomalii na tym samym punkcie, odczytaną z mapy wykonanej metodą hipsograficzną. Muszą to być oczywiście różnice anomalii na punktach, na podstawie których sporządzona została mapa poprawki C użyta do wykonania badanej mapy. Błąd ten dla analizowanej mapy obliczony został na podstawie 231 punktów i wyniósł $\pm 3,6$ mgal.

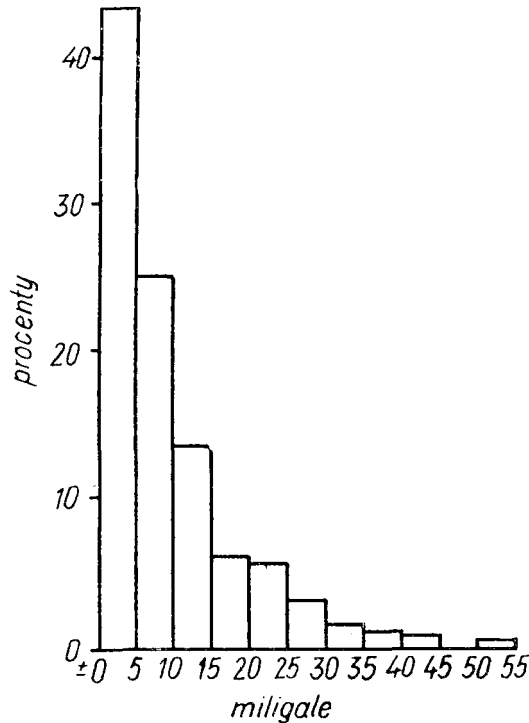
Po wykonaniu mapy dokonano nowych pomiarów w „oczku” sieci punktów, na podstawie których sporządzono mapę. Różnica między anomalią Faye'a obliczoną z pomiaru na punkcie kontrolnym, a odczytaną w tym samym punkcie z mapy, będzie spowodowana zarówno błędem praktycznej jak i teoretycznej niedoskonałości metody, a więc będzie równa całkowitemu błędowi m_c . Błąd ten obliczony w oparciu o 46 punktów wyniósł $\pm 4,1$ mgal. Stąd błąd m_t obliczony ze wzoru (7) równy jest $\pm 2,0$ mgal.

Błąd m_t można także wyznaczyć z różnic wartości poprawki C na punktach kontrolnych, obliczonych z pomiaru i odczytanych z mapy (błąd ten wyznaczony zostanie tu łącznie z błędami kreślarskimi mapy poprawki C). Błąd m_t wyznaczony w ten sposób z 98 punktów wyniósł $\pm 1,9$ mgal, co zgodne jest z poprzednim wynikiem. Błąd ten jest ilustracją rozpatrywanej uprzednio słuszności założenia liniowych zmian poprawki C w górach między punktami pomiarowymi, leżącymi w odstępach 5—10 km.

Analiza mapy anomalii Faye'a wykonanej metodą interpolacji liniowej w oparciu o dodatkowe punkty kontrolne wykazała, że błędy punktów wyznaczonych z takiej mapy mogą dochodzić do kilkudziesięciu miligali. Dzieje się to w tych miejscach, gdzie pomiary wykonano w dolinie pomijając szczyty gór. Taka sytuacja w górach jest zjawiskiem częstym, gdyż zdjęcie grawimetryczne w tych terenach ma przeważnie charakter profilowy, tzn. pomiary wykonywane są względnie gęsto wzdłuż dróg biegnących zazwyczaj dolinami. Między tymi profilami, odległymi od siebie przeciętnie o około 10—15 km, leżą tereny trudno dostępne, pozbawione pomiarów i tam właśnie występują duże błędy przy interpolacji liniowej. Średni błąd wyznaczenia wartości na punkcie z mapy interpolowanej liniowo, obliczony w oparciu o 66 punktów kontrolnych, wyniósł $\pm 11,8$ mgal.

Porównanie map wykonanych metodą hipsograficzną i metodą interpo-

lacji liniowej wykonano w następujący sposób: na badanym obszarze wykreślono siatkę dzielącą ten obszar na kwadraty o boku około 2 km. W każdym kwadracie obliczono różnice wartości średnich anomalii wyznaczonych z obu map. Ilość kwadratów wyniosła 1165. Wyniki tej analizy obrazuje wykres na rys. 36, pokazujący jaki procent ogólnej powierzchni mapy interpolowanej liniowo obarczony jest określonym błędem w stosunku do mapy hipsometrycznej.



Rys. 36

Obliczony z tego średni błąd wartości średniej anomalii na obszarze jednego kwadratu mapy interpolowanej liniowo równa się ± 12 mgal. Porównajmy to teraz z wynikami poprzednich rozważań dokładnościowych. Na różnicę wartości anomalii Faye'a między odpowiednimi punktami wyznaczonymi z obu map składają się błędy obu tych map, a więc:

$$\Delta A_{lin-hips} = \pm \sqrt{m_{lin}^2 + m_{c hips}^2} = \pm \sqrt{(11,8)^2 + (4,1)^2} \pm 12,5 \text{ mgal}.$$

Średni błąd średniej anomalii wyznaczonej z mapy na pewnym obszarze będzie większy od średniego błędu wyznaczenia z tej samej mapy wartości anomalii na jednym punkcie, a będzie się do niego tym bardziej przybliżał, im omawiany obszar będzie mniejszy. Z powyższego porówna-

nia widać, że w omawianym przypadku ma miejsce taka sytuacja, że obrany kwadrat jest wystarczająco mały, aby można było w nim ocenić przeciętną anomalię ze średnim błędem tego samego rzędu, co średni błąd wyznaczenia wartości anomalii na jednym punkcie. W dalszych rozważaniach dokładnościowych będziemy zakładali istnienie powyższej sytuacji.

Zbadajmy obecnie jaką możemy uzyskać dokładność obliczeń geodezyjnych, wymagających znajomości pola grawitacyjnego, jeśli opierać się będziemy na danych z poszczególnych map.

Błąd (m_{ξ_n}) obliczenia składowej odchylenia pionu diagramem Michajłowa (A. A. Michajłow: „Kurs grawimetrii i teorii figury Ziemi”) przedstawić można wzorem:

$$m_{\xi_n} = k \cdot |n \cdot m_{1F}|, \quad (8)$$

gdzie: k — stała diagramu,

n — liczba segmentów diagramu,

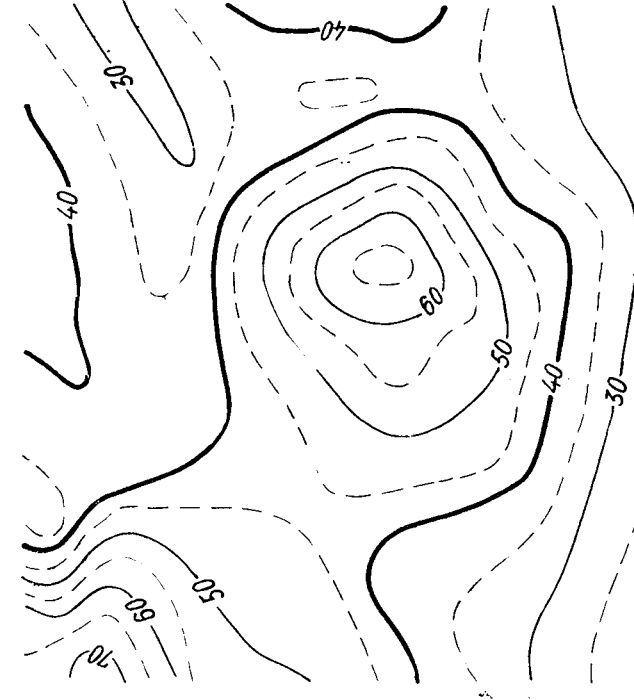
m_{1F} — błąd wyznaczenia średniej anomalii w segmencie.

Diagram użyty do analizy dokładnościowej, służący do obliczania odchylenia pionu w strefie od 2 do 34 km posiadał dane: $k = 0'',004$ i $n = 96$. Stąd dla mapy hipsometrycznej, gdzie $m_{1F} = \pm 4$ mgal, otrzymamy $m_{\xi_{n=2-34}} = \pm 0'',16$, a dla mapy interpolowanej liniowo, gdzie $m_{1F} = \pm 12$ mgal, otrzymamy $m_{\xi_{n=2-34}} = \pm 0'',48$.

Na jednym z punktów triangulacyjnych, mieszczących się w obszarze Karpat, wyliczono różnice między wartościami składowych odchylenia pionu, liczonymi z obu map. Różnice te, wyznaczone w strefie 2—34 km, wyniosły: $d_{\xi_{2-34}}^{\tilde{}} = 0'',21$ i $d_{\eta_{2-34}} = 0'',73$.

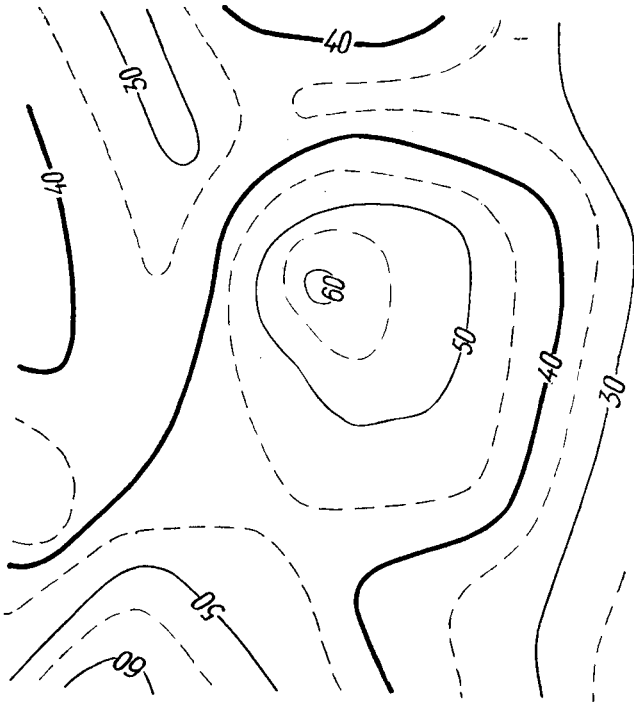
W celu obliczenia grawimetrycznego odchylenia pionu na punkcie triangulacyjnym niezbędna jest dokładna znajomość pola grawitacyjnego w najbliższej okolicy tego punktu. W tym celu ogólne zdjęcie grawimetryczne zagęszcza się w okolicy punktów triangulacyjnych przez wykonanie dodatkowych pomiarów.

Poniżej załączono trzy mapki tego samego obszaru, przedstawiającego ctoczenie punktu triangulacyjnego. Pierwsza (rys. 37) sporządzona jest metodą interpolacji liniowej w oparciu o 14 punktów zdjęcia ogólnego (odległości punktów 5—7 km). Druga mapka (rys. 38) wykonana jest tą samą metodą, lecz w oparciu o 34 punkty zagęszczonego zdjęcia szczegółowego. Trzecia mapka (rys. 39) wykonana jest metodą hipsograficzną w oparciu o te same 14 punktów co mapka pierwsza. Z mapki trzeciej odczytano wartości anomalii na dodatkowych 20 punktach zdjęcia zagęszczającego i porównano je z wartościami obliczonymi z pomiaru. Odchyłki wahały się od 0—3 mgal, a obliczony z nich średni błąd wyznaczenia wartości anomalii z mapy wyniósł $\pm 1,3$ mgal. Z powyższego



Skala 1:200 000

Rys. 38



Skala 1:200 000

Rys. 37

przykładu widać, że metoda hipsograficzna pozwala na znaczne zmniejszenie gęstości szczegółowego zdjęcia grawimetrycznego wokół punktów triangulacyjnych. Pewne niebezpieczeństwo kryje się tu jednak w niedoskonałości mapy wysokościowej, toteż do opracowania obszaru wokół



Skala 1:200 000

Rys. 39

punktu triangulacyjnego dobrze byłoby użyć mapy hipsometrycznej w większej skali (np.: 1:25 000) celem podniesienia dokładności — o czym będzie mowa dalej.

W oparciu o analizę mapki pierwszej — wykonaną w taki sam sposób jak w stosunku do mapki trzeciej — otrzymano różnice dochodzące do 16 mgal, a średni błąd wyniósł $\pm 6,5$ mgal.

Z porównania omawianych trzech mapek można postawić tezę, że mapka trzecia przedstawia dokładniej przebieg anomalii niż druga. Słuszność tej tezy będzie można sprawdzić dopiero po wykonaniu jeszcze bardziej szczegółowego zdjęcia na badanym obszarze.

Rozpatrzmy teraz zagadnienie dokładności grawimetrycznego materiału mapowego dla potrzeb niwelacji precyzyjnej.

Drugi człon poprawki niwelacyjnej ze względu na nierównoległość powierzchni poziomowych w systemie wysokości normalnych (p. Prace

IGiK, zeszyt nr 1/13, t. VI), do obliczenia którego potrzebna jest anomalia Faye'a, wyraża się wzorem:

$$(2)PN_{AB} = 0,000001019 \cdot A_F \Delta h_{AB},$$

gdzie Δh_{AB} jest przewyższeniem między punktami A i B , dla których liczymy poprawkę (A_F wyrażamy w miligalach, a mianem współczynnika 0,000001019 jest 1/mgal). Stąd błąd tej poprawki ze względu na niedokładność anomalii Faye'a będzie:

$$m_{PN} = \pm 0,000001019 \cdot \Delta h_{AB} \cdot m_{AF},$$

lub wyrażając m_{PN} w mm a Δh_{AB} w m:

$$m_{PN} = \pm 0,001019 \Delta h_{AB}^m \cdot m_{AF}. \quad (9)$$

Wstawiając odpowiednią wartość na m_{AF} , otrzymamy dla mapy hipsograficznej:

$$m_{PN} = \pm 0,004 \Delta h_{AB},$$

a dla mapy interpolowanej liniowo:

$$m_{PN} = \pm 0,012 \Delta h_{AB}.$$

Zakładając, że błąd m_{PN} dla niwelacji precyzyjnej nie powinien przekraczać 0,05 mm, pierwszą mapę można stosować dla przewyższeń do 12 m, a drugą tylko do 4 m.

Podobnie jak dla obliczenia odchyłeń pionu, zazwyczaj wzdłuż ciągów niwelacyjnych wykonuje się specjalne pomiary dla dokładniejszego obliczenia poprawki niwelacyjnej. Pomiary grawimetryczne wykonuje się co kilka reperów, a na pozostałych reperach bierze się wartość interpolowaną. W tym wypadku stosowanie wzoru (5) do obliczenia wartości na reperach pośrednich daje wyniki dokładniejsze.

Załączono tablice (tabl. 1, 2, 3), w których podane są trzy przykłady linii niwelacyjnych, na których porównano wartości pomierzone i interpolowane dwoma omawianymi metodami. Na linii podanej w tablicy 1, odległości reperów, między którymi przeprowadzono interpolację wynoszą średnio 4 km, a na liniach podanych w tablicach 2 i 3—10 km. Repery te podano tłustym drukiem. Wartości interpolowane podano kursywą. Symbole w rubrykach oznaczają:

A_F^W — wysokościowa anomalia Faye'a, równa $0,1 \cdot H$,

A_{Fpom} — anomalia Faye'a obliczona z pomierzonej wartości g ,

$A_{F(5)}$ — anomalia Faye'a obliczona na podstawie wzoru (5),

$A_{F(lin)}$ — anomalia Faye'a interpolowana liniowo,

$\Delta_{(5)} = A_{F(5)} - A_{Fpom}$,

$\Delta_{(lin)} = A_{F(lin)} - A_{Fpom}$.

Z podanych na końcu błędów średnich interpolowanych wartości wi-
dać, że nowa metoda w stosunku do dawnej daje wyniki średnio trzy-
krotnie dokładniejsze.

Tablica 1

Nr pktu	$A_F^{H'}$	popr. C	A_{Fpom}	$A_{F(5)}$	$A_{(5)}$	$A_{F(lin)}$	$A_{(lin)}$
15	35,6	-23,6	12,0			12,0	
17	37,8	-23,3	15,0	14,5	+0,5	13,3	+1,7
18	37,8	-23,0	15,1	14,8	+0,3	14,6	+0,5
19	38,6	-22,8	16,1	15,8	+0,3	15,9	+0,2
20	39,7	-22,5	17,7	17,2	+0,5	17,2	+0,5
21	40,7	-22,3	18,4			18,4	
22	44,3	-22,0	21,2	22,3	-1,1	22,9	-1,7
23	45,0	-21,8	21,2	23,2	-2,0	27,4	-6,2
24	48,5	-21,5	24,4	27,0	-2,6	31,9	-7,5
26	56,4	-21,3	34,2	35,1	-0,9	36,4	-2,2
27	61,8	-21,0	40,8			40,8	
28	64,7	-20,4	44,3	44,3	0,0	44,3	0,0
29	65,6	-19,9	45,2	45,7	-0,5	47,9	-2,7
30	70,9	-19,4	51,7	51,5	+0,2	51,5	+0,2
31	74,4	-18,8	55,7	55,6	+0,1	55,1	+0,6
32	76,9	-18,3	58,6			58,6	
33	81,0	-17,6	63,6	63,4	+0,2	61,6	+2,0
34	86,3	-17,0	69,8	69,3	+0,5	64,6	+5,2
35	87,6	-16,3	72,3	71,3	+1,0	67,6	+4,7
36	85,8	-15,6	70,6	70,2	+0,4	70,3	+0,3
37	88,7	-15,0	73,7			73,7	
$m_o = \pm \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}}$			$m_{o(5)} = \pm 1,0$		$m_{o(lin)} = \pm 3,2$		

Błąd mapy hipsograficznej zależy w dużej mierze od błędu wywołanego niedokładnością praktyczną metody (m_p). Przez powiększenie skali mapy i zmniejszenie cięcia izolacji można wydatnie podnieść dokładność mapy sporządzanej tą metodą. Na przykład na terenie Sudetów wykonany został arkusz mapy w skali 1 : 100 000 z odstępami izolacji co 2 mgal. Błąd m_p wyznaczony z tej mapy w oparciu o 74 punkty wyniósł $\pm 0,9$ mgal. Przyjmując z poprzednich obliczeń $m_t = \pm 1,9$ mgal otrzymamy na podstawie wzoru (7) całkowity błąd średni $m_c = \pm 2,1$ mgal. Z takiej mapy dokładność obliczenia składowych odchylenia pionu na podstawie wzoru (8) będzie równa $\pm 0'',08$. Natomiast błąd poprawki niwelacyjnej na

Tablica 2

Nr pktu	A_F^W	popr. C	A_{Fpom}	$A_{F(5)}$	$\Delta_{(5)}$	$A_{F(lin)}$	$\Delta_{(lin)}$
5	49,4	+10,8	60,2			60,2	
9	48,2	+ 8,3	57,8	56,5	+1,3	56,4	+ 1,4
14	57,8	+ 5,8	66,0	63,6	+2,4	52,6	+13,4
22	45,3	+ 3,4	48,7			48,7	
26	43,9	+ 4,0	45,0	47,9	-2,9	52,2	- 7,2
30	45,2	+ 4,6	46,4	49,8	-3,4	55,7	- 9,3
34	54,0	+ 5,1	59,1			59,1	
3	41,2	+ 6,9	45,7	48,1	-2,4	63,5	-17,8
38	37,5	+ 8,6	42,9	46,1	-3,2	67,9	-25,0
40	47,3	+10,4	55,9	57,7	-1,8	72,3	-16,4
43	64,7	+12,1	76,8			76,8	
45	70,5	+12,6	84,3	83,1	+1,2	65,7	+18,6
48	44,0	+13,1	55,9	57,1	-1,2	54,6	+ 1,3
51	30,0	+13,6	43,6			43,6	
				$m_{o(5)} = \pm 2,5$		$m_{o(lin)} = \pm 13,0$	

Tablica 3

Nr pktu	A_F^W	popr. C	A_{Fpom}	$A_{F(5)}$	$\Delta_{(5)}$	$A_{F(lin)}$	$\Delta_{(lin)}$
4	55,5	- 1,5	54,0			54,0	
6	67,4	- 2,7	64,2	64,7	-0,5	60,3	+ 3,9
7	70,4	- 3,8	66,6			66,6	
9	57,2	- 6,5	49,0	50,7	-1,7	54,6	- 5,6
13	42,8	- 9,2	28,5	33,6	-5,1	42,6	-14,1
15	42,6	-12,0	30,6			30,6	
19	45,8	-10,2	33,4	35,6	-2,2	36,8	- 3,4
22	48,8	- 8,4	32,4	40,4	-8,0	43,0	-10,6
25	55,9	- 6,7	49,2			49,2	
28	62,2	- 4,2	60,2	58,0	+2,2	59,9	- 0,3
30	69,2	- 1,7	69,2	67,5	+1,7	70,6	- 1,4
32	80,4	- 0,8	81,2			81,2	
				$m_{o(5)} = \pm 3,6$		$m_{o(lin)} = \pm 6,9$	

podstawie wzoru (9) będzie równy $\pm 0,002 \Delta h_{IB}$, z czego wynika, że taką mapę można stosować przy przewyższeniach do 25 m.

Problem udokładnienia anomalii Faye'a w górach był już rozwiązywany w innych krajach. Do obliczania odchyień pionu stosowano najczęściej następujący sposób postępowania: Odchylenie pionu liczone diagramem na mapie anomalii Bouguera, a następnie na mapie warstwicznej. Wyniki z mapy wysokościowej wykorzystywano do przeliczenia anomalii Bouguera na anomalię Faye'a przy pomocy współczynnika zależnego od gęstości skał (σ), jaki był stosowany do obliczeń przy sporządzaniu wykorzystanej mapy Bouguera. Mapa poprawki *C* w metodzie takiej mogłaby mieć także zastosowanie. Wykorzystując ją mianowicie zamiast mapy anomalii Bouguera osiągamy korzyść dlatego, że przeliczanie hipsometrii na anomalię Faye'a staje się zbyteczne.

Należałoby się jeszcze zastanowić, kiedy warto korzystać z dwóch map (tj. mapy wysokościowej i mapy poprawki *C*), jak to wskazano wyżej, a kiedy bardziej opłaca się sporządzić z tych dwóch map pomocniczych jedną mapę anomalii Faye'a metodą hipsograficzną i na niej prowadzić dopiero obliczenia.

Wykonanie przez jedną osobę metodą hipsograficzną mapy anomalii o powierzchni 15 dcm² zajmuje około 3 dni roboczych (pomijamy tu oczywiście czas potrzebny na czynności wykonywane przy sporządzaniu mapy każdą metodą, jak nanoszenie punktów itp.). Obliczając odchylenia pionu za pomocą diagramu dla strefy do około 35 km, można wykonać w ciągu dnia roboczego 3 punkty. Wobec tego, licząc z dwóch map, w ciągu dnia można wykonać 1,5 punkta. Zatem obliczenie odchylenia pionu na dziewięciu punktach zajmie tyle samo czasu (6 dni) bez względu na to czy pracujemy na dwóch mapach, czy na jednej mapie hipsograficznej — wliczając w drugim wariancie w podaną pracochłonność czas potrzebny na sporządzenie tej mapy. O ile więc na mapie o powierzchni 15 dcm² znajduje się co najmniej 9 punktów do obliczenia odchylenia pionu, zastosowanie metody hipsograficznej jest w pełni uzasadnione ekonomicznie. Jeśli ponadto obliczenia przeprowadzamy dla większych stref, a poza tym mamy na danym obszarze wykorzystywać mapę anomalii do niwelacji, metoda hipsograficzna jest opłacalna także przy mniejszej ilości punktów przeznaczonych do obliczenia.

Wnioski

Na zakończenie zestawimy jeszcze wnioski, jakie wynikają z przeprowadzonej analizy zastosowania metody hipsograficznej do sporządzania map anomalii Faye'a w terenie górzystym:

1. Mapa wykonana metodą hipsograficzną w skali 1 : 200 000 z izoliniami, kreślonymi co 10 mgal, z pomocniczą co 5 mgal, jest ogólnie trzy razy dokładniejsza (błąd wyznaczenia anomalii z mapy na punkcie $-m_c = \pm 4$ mgal) w stosunku do mapy interpolowanej liniowo ($m_c = \pm 12$ mgal). Dokładność mapy hipsograficznej rośnie wraz z powiększeniem skali i zmniejszeniem cięcia między izoliniami (np.: dla skali 1 : 100 000 i cięcia co 2 mgal, $m_c = \pm 2,1$ mgal).

2. Przedstawiana metoda eliminuje niebezpieczeństwo wystąpienia dużych błędów rzędu kilkudziesięciu miligali, co często ma miejsce na mapie interpolowanej liniowo.

3. Przy zastosowaniu nowej metody dokładność mapy podnosi się nie przez dodatkowe pomiary, lecz tylko przez dodatkowe prace kameralne w oparciu o ogólnie dostępne mapy warstwiczne, co jest bardzo korzystne z ekonomicznego punktu widzenia.

4. Zastosowanie tej metody pozwala również zmniejszyć gęstość szczegółowego polowego zdjęcia grawimetrycznego w otoczeniu punktów triangulacyjnych i częściowo wzdłuż ciągów niwelacyjnych, co również jest korzystne ze względów ekonomicznych.

5. Pośrednie prace obliczeniowe przy metodzie hipsograficznej są zredukowane do minimum przez zastosowanie współczynnika 0,1 dla uwzględniania wpływu hipsometrii oraz przez graficzne przeliczanie anomalii Bouguera (poprawki C) na anomalię Faye'a.

6. W wypadku przyjęcia anomalii Faye'a za podstawę do obliczenia odchyień pionu korzystne jest, zarówno ze względów dokładnościowych jak i ekonomicznych, użycie w tym celu mapy anomalii Faye'a wykonanej metodą hipsograficzną.

Na mapach anomalii Faye'a Karpat i Sudetów sporządzanych w Instytucie Geodezji i Kartografii metodą hipsograficzną, obszary położone za granicą opracowano na podstawie materiału czeskiego („Katalog gravimetryckých bodů I. a II. řádu” Praha 1957, wyd. Geodetický a Topografický Ústav v Praze). Na obszarze tym punkty usytuowane były w odstępach około 20 km, co wykluczało możliwość opracowania na ich podstawie mapy anomalii Faye'a metodą interpolacji liniowej. Natomiast przebieg izoanomalii poprawki C, ze względu na swą małą zmienność, wyznaczony został łatwo i wykazał zupełną zgodność z ogólnym przebiegiem po polskiej stronie. Pozwoliło to na opracowanie tego terenu metodą hipsograficzną i ukazało jeszcze jedną jej zaletę — umożliwienie opracowania mapy anomalii Faye'a w terenie górzystym o bardzo rzadkim zdjęciu grawimetrycznym.

Rękopis dostarczono Redakcji w grudniu 1959 r.

ТАДЭУШ ХОЙНИЦКИ

ГИПСОГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД СОСТАВЛЕНИЯ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ КАРТЫ АНОМАЛИИ В СВОБОДНОМ ВОЗДУХЕ В ГОРИСТЫХ РАЙОНАХ.

Резюме

Поправка в свободном воздухе (поправка Фая) не учитывает влияния масс, лежащих между физической поверхностью Земли а уровнем приведения. Вследствие этого, разность значений аномалии в свободном воздухе в двух соседних пунктах, между которыми существует большое превышение, будет приблизительно равна вышеупомянутому, неучтенному влиянию масс, следовательно, будет равна приведению Буге, т. е. около $0,1 \cdot H$ (для $\sigma_{\text{ср.}} = 2.39 \text{ гсм}^{-3}$). Из этого следуют два вывода: 1) На составленной для горных районов карте аномалии в свободном воздухе, обработанной методом линейной интерполяции могут возникать большие неточности, поскольку высотный профиль между пунктами с известными аномалиями сильно отклоняется от прямой линии, что, по правилу, бывает в горных районах; 2) Гипсометрическую карту можно использовать для более точного составления карты аномалии в свободном воздухе — и именно этим занимается описываемый здесь гипсографический метод.

Введем понятие высотной аномалии в свободном воздухе (A_F^W) как функции высоты над уровнем моря:

$$A_F^W = 0,1 H \quad (1)$$

Для точки, в которой было произведено наблюдение, аномалия в свободном воздухе (аномалия Фая) будет равна:

$$A_F = A_F^W + C \quad (2)$$

где C равняется разности между аномалией, полученной в результате наблюдений и высотной аномалией. Подставляя в формулу (2) формулу на аномалию Фая: $A_F = g - \gamma_0 + R_F$ (где g — наблюдаемое уско-

рение, γ_0 — нормальное ускорение, R_F — приведение Фая и выражение (1), получим:

$$C = g - \gamma_0 + R_F - 0,0419 \cdot 2,39 H \quad (3)$$

Отсюда видно, что C является аномалией Буге (без учёта поправки за рельеф, для $\sigma_{cp} = 2,39 \text{ гсм}^{-3}$; значение коэффициента 0,0419 отвечает средней географической широте Польши), следовательно, её изменчивость в горных районах гораздо меньше, чем аномалии Фая. Практически, для составления карты поправок C с точностью нескольких миллигал, хватит такая густота пунктов, при которой расстояния между ними равны 5—10 км. Опирающийся на формуле (2) метод составления карты аномалии в свободном воздухе получил название гипсографического потому, что он опирается на использовании гипсометрической карты путём графической переработки (без вычислений).

Из анализа карт, составленных по этому методу, следует:

1. Составленная гипсографическим методом карта изоаномал масштаба 1 : 200 000 с проведенными через 10 мгл (вспомогательными через 5 мгл) изоаномалами вообще в три раза точнее (ошибка определения аномалии на пункте $m_C = \pm 4$ мгл) по сравнению с картой, составленной линейным интерполированием ($m_C = \pm 12$ мгл). Точность гипсографической карты возрастает с увеличением масштаба и сгущением сечения изолиниями (напр. для масштаба 1 : 100 000 и сечения через 2 мгл, $m_C = \pm 2,1$ мгл). Представленный метод элиминирует кроме того опасность выступления больших ошибок порядка нескольких десятков миллигал.

2. Метод является очень выгодным с экономической точки зрения, так как:

- точность карты возрастает путем добавочных камеральных работ, а не добавочных измерений,
- позволяет уменьшить густоту подробной гравиметрической съёмки в ближайшем соседстве триангуляционных пунктов, а также частично вдоль нивелирных ходов,
- применение коэффициента 0,1 — практически элиминирует необходимость перечисления гипсометрии на аномалии Фая (в свободном воздухе).

К настоящему труду приложены части карт аномалии Фая, составленные методом линейной интерполяции и гипсографическим методом, а также части карт, которые были исходным материалом для нового метода — т. е. карту поправки C и гипсометрическую карту.

TADEUSZ CHOJNICKI

GRAVIMETRIC MAP OF FAYE'S ANOMALIES IN A MOUNTAINOUS
REGION COMPILED BY HYPISOGRAPHIC METHOD

S u m m a r y

The influence of masses between earth's physical surface and reduction level is not respected in Faye's reductions. That is why the value of the difference of Faye's anomaly, at the two nearby situated points of a considerable height difference, is equal to the disregarded mass influence mentioned above, i. e. Bouguer's reduction, which attains about $0,1 \cdot H$ (for $\sigma_{sr} = 2,39 \text{ gcm}^{-3}$). There arise hence two conclusions:

1) On Faye's anomaly map of a hilly country, compiled by linear interpolation method, large inaccuracies might occur if height profile between two points, the anomaly of which is known, considerably differs from a straight line, this however often being the case in mountainous regions.

2) For more accurate drawing up a map of Faye's anomalies a hypso-metric map can be used and that is the part the hypsographic method is to play.

Let us introduce the conception of Faye's height anomaly (A_F^W) as a function of an elevation H , for inst.

$$A_F^W = 0,1 \cdot H \quad (1)$$

At a point where the measurement has been made, Faye's anomaly reads:

$$A_F = A_F^W + C \quad (2)$$

where C is the difference between the measured anomaly and height anomaly. Introducing Faye's anomaly $A_F = g - \gamma_0 + R_F$, (where g — measured acceleration of gravity, γ_0 — normal acceleration of gravity, and R_F — Faye's reduction) and formula (1) into formula (2) we get:

$$C = g - \gamma_0 + R_F - (0,0419 \cdot 2,39) H \quad (3)$$

0.0419 denotes the coefficient to Poland's mean geographic latitude. It follows hence that the correction C is Bouguer's anomaly (without topographic correction) for $\sigma_{sr} = 2,39 \text{ gcm}^{-3}$, and consequently its variability in a hilly region is considerably smaller than that of Faye's anomaly. A distance of 5—10 km between net points is practically entirely sufficient to draw up a map of corrections C with an accuracy of a few milligals.

The method of drawing up a map of Faye's anomalies founded on formula (2) has been called „hypsographic” because it is based on hypsometric map transformed graphically (without any computation work).

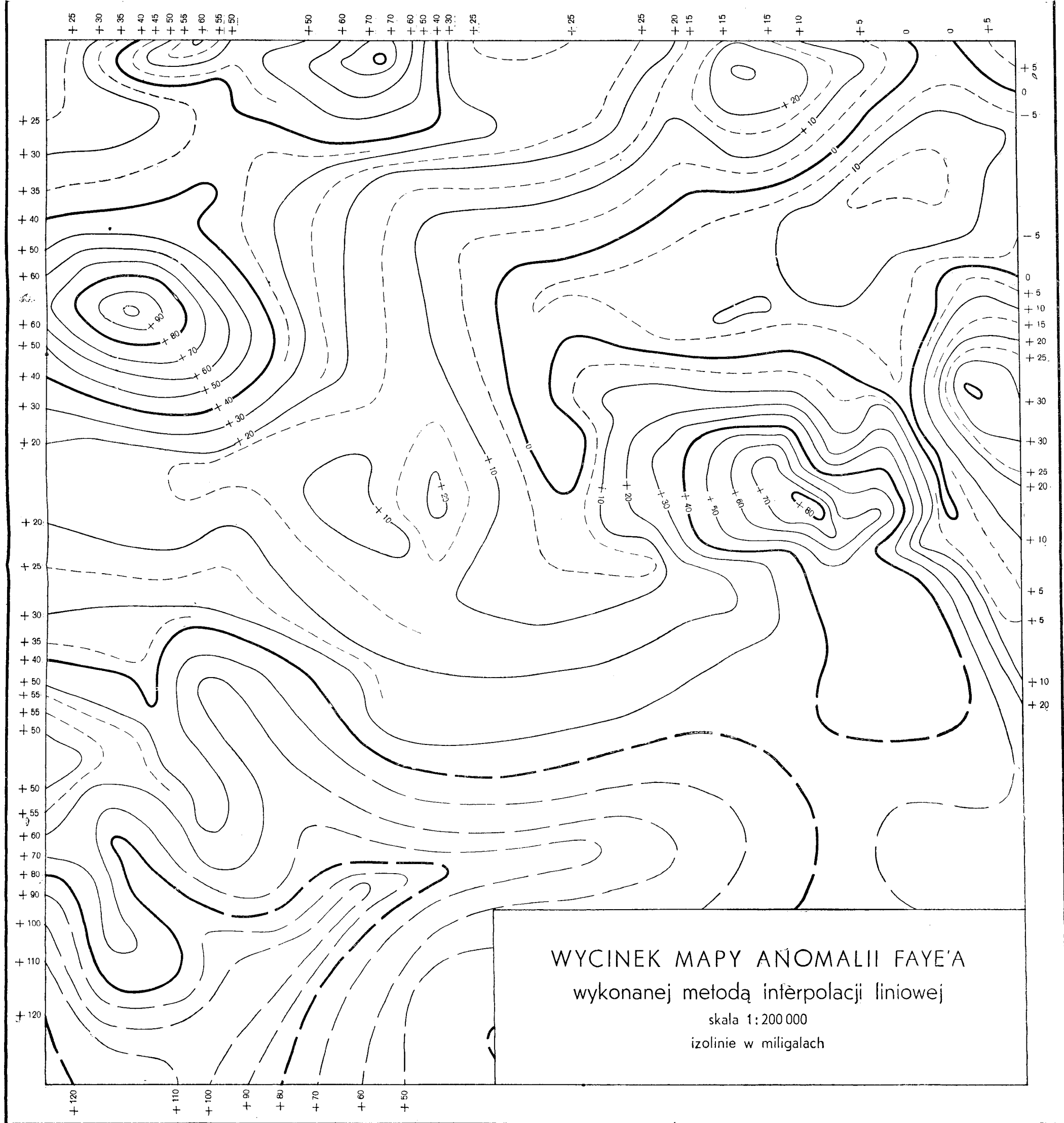
Analysis of maps drawn up by this method brings out:

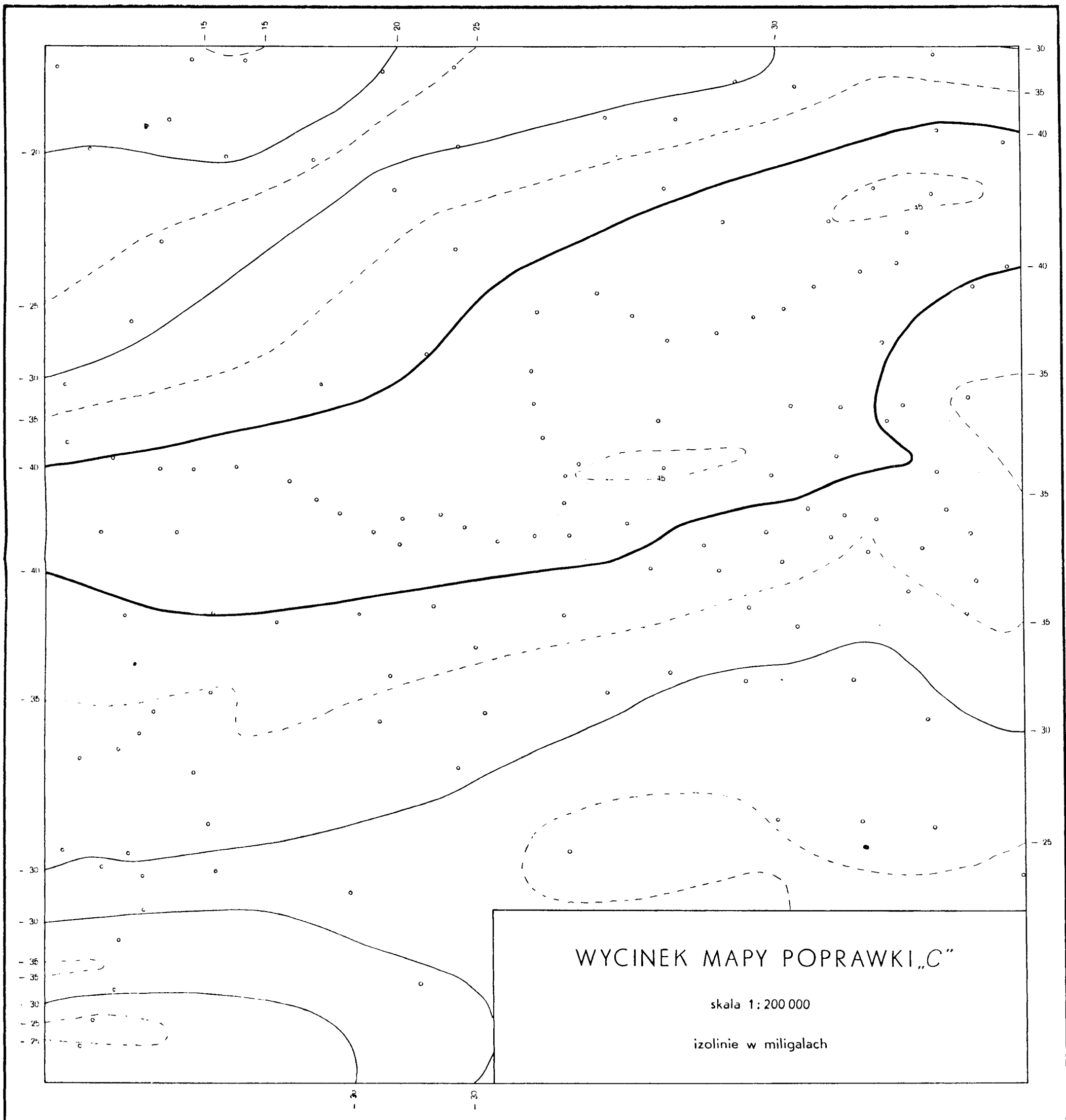
1) A map made after hypsographic method in 1 : 200 000 scale with isolines of 10 mgal V. E. and intermediate isolines of 5 mgal V. E. is on the whole thrice as accurate as a linear interpolated map, the respective errors being $m_o = \pm 4 \text{ mgal}$ and $m_o = \pm 12 \text{ mgal}$. With an increase of map scale and diminution of V. E. of isolines increases the accuracy of the map, for inst. for a map in 1 : 100 000 scale and V. E. of 2 mgal $m_o = \pm 2,1 \text{ mgal}$. The presented method eliminates also the danger of appearance of serious errors of an order of several mgals.

2) The method is advantageous from the stand point of economic efficiency, because:

- an increase of map accuracy is attained by additional office work and not by extra field measurements,
- it permits to reduce the density of detailed gravimetric surveying around trigonometric points and partly along levelling lines;
- application of the coefficient 0,1 practically eliminates the necessity for recounting hypsometry into Faye's anomaly.

Fragments of Faye's anomaly map drawn up by the method of linear interpolation, and by hypsographic method, as well as fragments of the maps that formed starting material for the new method i. e. a map of corrections C , and a contour map are annexed.

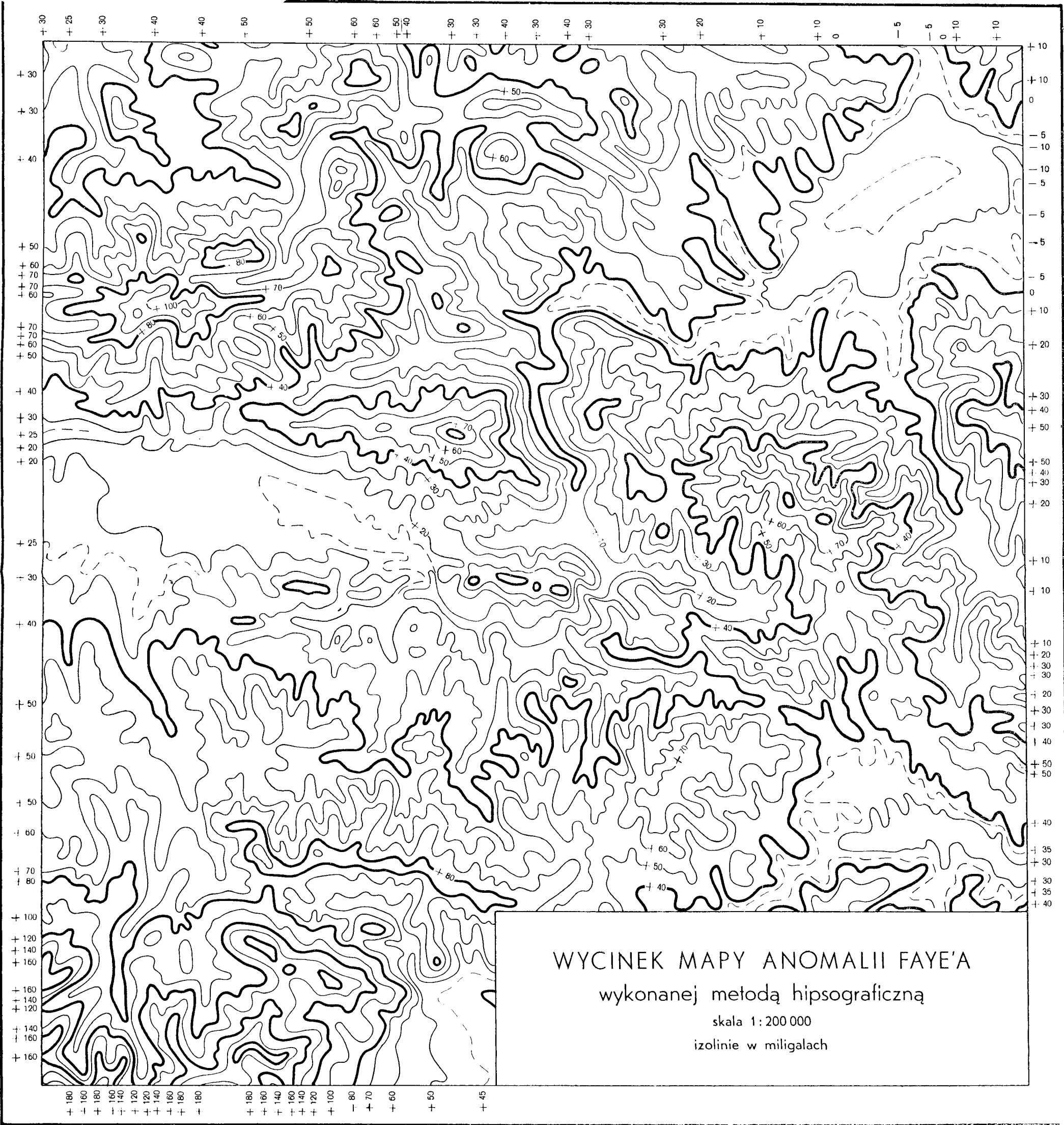




WYCINEK MAPY POPRAWKI „C”

skala 1:200 000

izolinie w miligalach

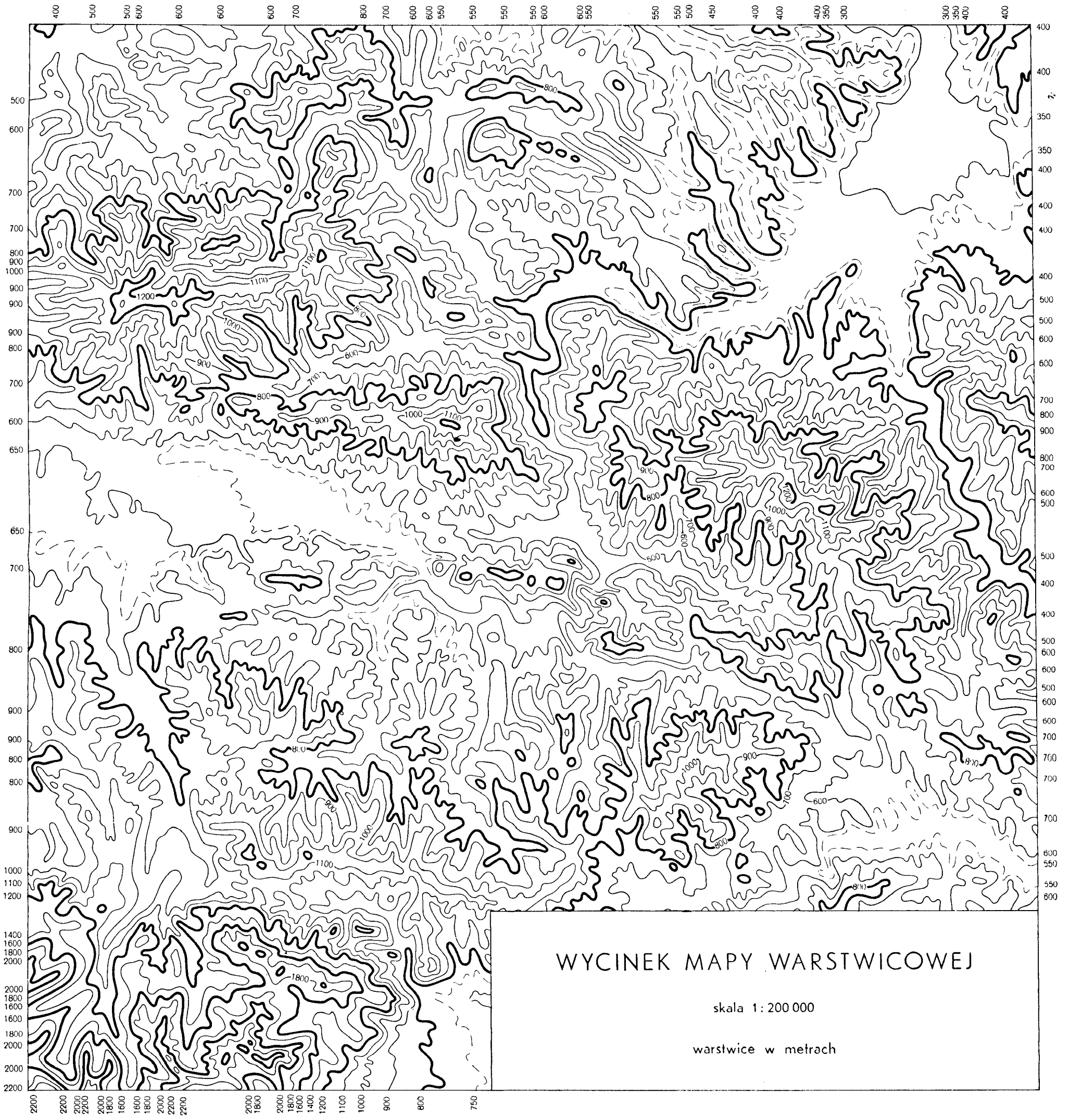


WYCINEK MAPY ANOMALII FAYE'A

wykonanej metodą hipsograficzną

skala 1:200 000

izolinie w metrach



WYCINEK MAPY WARSTWICOWEJ

skala 1:200 000

warstwie w metrach

SPIS TREŚCI

TADEUSZ WYRZYKOWSKI	
Wpływ systematycznych pionowych ruchów skorupy ziemskiej na wyniki i wyznaczone błędy niwelacji precyzyjnej	3
WŁODZIMIERZ OSTALSKI, JERZY GAŹDZICKI	
Automatyczne maszyny cyfrowe i ich zastosowanie w geodezji	42
ZBIGNIEW ZĄBEK, WENEDA DOBACZEWSKA	
Nawiązanie aparatem czterowahadłowym punktu w Jeleniej Górze do podstawowej sieci wahadłowej	85
TADEUSZ CHOJNICKI	
Hipsograficzna metoda sporządzania mapy grawimetrycznej anomalii Faye'a w terenach górzystych	103

СОДЕРЖАНИЕ

ТАДЭУШ ВЫЖЫКОВСКИ	
Влияние систематических вертикальных движений земной коры на результаты и определяемые ошибки прецизионной нивелировки	3
ВЛОДЗИМЕЖ ОСТАЛЬСКИ, ЕЖЫ ГАЗЬДЗИЦКИ	
Автоматические цифровые машины и их применение в геодезии	42
ЗБИГНЕВ ЗОМБЭК, ВЭНЭДА ДОБАЧЭВСКА	
Привязка четырехмаятниковым прибором пункта Еленя Гора к основной маятниковой сети	85
ТАДЭУШ ХОЙНИЦКИ	
Гипсографический метод составления гравиметрической карты аномалии в свободном воздухе в гористых районах	103

CONTENTS

TADEUSZ WYRZYKOWSKI	
Influence of systematic vertical movements of the earth crust upon results and determined errors of precise levelling	3
WŁODZIMIERZ OSTALSKI, JERZY GAŹDZICKI	
Automatic digital computers and their use in geodesy	42
ZBIGNIEW ZĄBEK, WENEDA DOBACZEWSKA	
Connection of the station in Jelenia Góra to the fundamental pendulum net by means of a four-pendulum apparatus	85
TADEUSZ CHOJNICKI	
Gravimetric map of Faye's anomalies in a mountainous region compiled by hypsographic method	103