*JULIAN RADECKI* 521.2

# Kilka uwag o redukcji ad locum apparentem

Aczkolwiek „propozycja Atkinsona" przedstawiona na VIII Kongresie Międzynarodowej Unii Astronomicznej [2] nie została zalecona dla prac astronomicznych, to jednak wydaje się, że powinna ona znaleźć zastosowanie w pracach geodezyjnych mających swoją odrębną metodykę.

Nową wielkość proponowaną [1] przez doktora Atkinsona (którą oznaczam prowizorycznie jako $\alpha_1$) można zdefiniować jako łuk prawdziwego równika, ograniczony z jednej strony kołem deklinacyjnym zawierającym prawdziwy biegun i średnie ekwinokcjum tej samej epoki, a z drugiej strony — kołem deklinacyjnym przechodzącym przez prawdziwy biegun i ciało niebieskie. Wyraża ona średni miejscowy czas gwiazdowy górnej kulminacji ciała niebieskiego.

„Apparent Transit Hour" („czas górowania") jest właśnie tą wielkością, którą geodeta chciałby znaleźć w tablicach. Posługiwanie się bowiem rektascenzją widomą jest źródłem niepotrzebnych komplikacji: zmusza do uwzględniania nutacji ekwinokcjum i wymaga większego nakładu pracy przy redukcji ad locum apparentem, co przy masowych obliczeniach nie jest bez znaczenia. A przy tym trudno jest pogodzić nowoczesne tendencje w rachunkach geodezyjnych z operacją dodawania wartości nutacji w rektascenzji do średniego czasu gwiazdowego tylko po to, aby móc porównać go z rektascenzją widomą $\alpha_{app}$, która zawiera tę wartość z p u n k t u  w i d z e n i a  r a c h u n k o w e g o niepotrzebnie.

Mając powyższe na uwadze pozwalam sobie przedstawić w swobodnym ujęciu zasadniczą myśl zawartą w pracy R. d'E. Atkinsona i D. H. Sadlera [1] oraz zaproponować jej zastosowanie praktyczne w formie przekształconych wzorów redukcyjnych, nie negując w niczym konieczności zachowania jednolitego systemu współrzędnych $\alpha_{app}$ i $\delta_{app}$ w rozważaniach teoretycznych.

Zależność między prawdziwym czasem gwiazdowym miejscowym ($s_v$), rektascenzją widomą ($\alpha_{app}$) i kątem godzinnym określa równanie:

$$s_v = \alpha_{app} + t\,. \tag{1}$$

Zarówno prawdziwy czas gwiazdowy jak i rektascenzja widoma wywodzą się od wielkości średnich, posiadających bardziej ogólne znaczenie. I tak: prawdziwy czas gwiazdowy wyprowadza się od średniego czasu gwiazdowego ($s$), a rektascenzję widomą — od rektascenzji średniej ($\alpha_0$).

Związek między obu rodzajami czasów gwiazdowych ujmuje wzór:

$$s_v = s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon, \tag{2}$$

gdzie wyrażenie $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon$ oznacza wartość całkowitej nutacji w rektascenzji. Związek natomiast między obu rodzajami rektascenzji można określić wzorem redukcyjnym:

$$\begin{aligned} \alpha_{app} &= \alpha_0 + f + \frac{1}{15} g \sin(G + \alpha)\operatorname{tg}\delta + \\ &+ \frac{1}{15} h \sin(H + \alpha)\sec\delta + \mu_a\tau + I_a \operatorname{tg}^2\delta, \end{aligned} \tag{3}$$

gdzie pierwsza wielkość redukcyjna $f$ zależy od precesji w rektascenzji i od całkowitej nutacji w rektascenzji:

$$f = \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon. \tag{4}$$

Rozwinięte przy pomocy wzorów (2), (3) i (4) równanie (1) przedstawia się następująco:

$$s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon = \alpha_0 + \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon +$$

$$+ \frac{1}{15} g \sin(G + \alpha)\operatorname{tg}\delta + \frac{1}{15} h \sin(H + \alpha)\sec\delta + \mu_a\tau + I_a \operatorname{tg}^2\delta + t.$$

Po obu jego stronach występuje wyrażenie $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)$. Jeżeli zatem z rektascenzji widomej zostanie wyłączona nutacja w rektascenzji, wówczas przyjmując prowizorycznie oznaczenie:

$$\alpha_1 = \alpha_{app} - \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon, \tag{5}$$

można uzyskać bezpośrednią zależność między średnim czasem gwiazdowym miejscowym i kątem godzinnym w postaci wzoru:

$$s = \alpha_1 + t. \tag{6}$$

Wzór (6) uwalnia od potrzeby posługiwania się prawdziwym czasem gwiazdowym przy redukcjach wyznaczeń astronomicznych, a tym samym przynosi uproszczenia rachunkowe.

Spróbujemy teraz tak przekształcić istniejące wzory redukcyjne, aby mogły one służyć dla przejścia od miejsca średniego dla początku roku zwrotnikowego

$(\alpha_0, \delta_0)$ do wielkości $\alpha_1$ i deklinacji widomej $\delta_{app}$ dla dowolnego momentu w tymże roku. Obie postacie (algebraiczna i trygonometryczna) istniejących wzorów przedstawiają się (vide Astronomiczeskij Jeżegodnik SSSR na 1960 g.) następująco:

$$\begin{aligned} \alpha_{app} &= \alpha_0 + (A + A')\,a + (B + B')\,b + Cc + Dd + E + \mu_\alpha \tau + I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta, \\ \delta_{app} &= \delta_0 + (A + A')\,a' + (B + B')\,b' + Cc' + Dd' + \mu_\delta \tau + I_\delta \operatorname{tg} \delta, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{app} &= \alpha_0 + f + \frac{1}{15}\, g \sin (G+\alpha) \operatorname{tg}\delta + \frac{1}{15}\, h \sin (H + \alpha) \sec\delta + \mu_\alpha \tau + I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta \\ \delta_{app} &= \delta_0 + g \cos (G + \alpha) + h \cos (H + \alpha) \sin \delta + i \cos \delta + \mu_\delta \tau + I_\delta \operatorname{tg}\delta, \end{aligned} \tag{8}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A + A' &= n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon, \\ B + B' &= -\,(\Delta\varepsilon + d\varepsilon), \\ E &= \frac{1}{15}\,\frac{q_1}{p_1}\,(\Delta\psi + d\psi) = \frac{1}{15}\,(\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon - \\ &\quad - \frac{1}{15}\,\frac{m}{n}\,(\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon, \end{aligned} \tag{9}$$

$C$, $D$ są to wielkości redukcyjne uwzględniające aberrację roczną, $I_\alpha$, $I_\delta$ są to wielkości redukcyjne uwzględniające wyrazy drugiego rzędu,

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{15}\left(\frac{m}{n} + \operatorname{tg} \delta \sin \alpha\right), & a' &= \cos \alpha, \\ b &= \frac{1}{15} \operatorname{tg} \delta \cos \alpha, & b' &= -\sin\alpha, \\ c &= \frac{1}{15} \sec \delta \cos \alpha, & c' &= \operatorname{tg} \varepsilon \cos \delta - \sin \delta \sin \alpha, \\ d &= \frac{1}{15} \sec \delta \sin \alpha, & d' &= \sin \delta \cos \alpha, \end{aligned} \tag{10}$$

oraz:

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{15}\, m\tau + \frac{1}{15}\,(\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon, \\ g \cos G &= A + A' = n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon, \\ g \sin G &= B + B', \\ h \sin H &= C, \\ h \cos H &= D, \\ i &= C \operatorname{tg} \varepsilon, \end{aligned} \tag{11}$$

przy czym wpływ samych tylko krótkookresowych wyrazów nutacji, który zresztą wzory (7) i (8) już uwzględniają, określają następujące równania:

$$\begin{aligned} \Delta a' &= A'a + B'b = f' + \frac{1}{15} g' \sin(G' + a) \operatorname{tg} \delta, \\ \Delta \delta' &= A'a' + B'b' = g' \cos(G' + a), \end{aligned} \tag{12}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} A' &= d\psi \sin \varepsilon, & f' &= \frac{1}{15} d\psi \cos \varepsilon, \\ B' &= -\, d\varepsilon, & g' \cos G' &= A', \\ & & g' \sin G' &= B'. \end{aligned} \tag{13}$$

Po częściowym rozwinięciu wzorów (7) przy pomocy zależności (9) i (10) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \alpha_{app} = \alpha_0 &+ \frac{1}{15} [n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon] \left( \frac{m}{n} + \operatorname{tg} \delta \sin \alpha \right) + \\ &+ \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon - \frac{1}{15} \frac{m}{n} (\Delta\psi + d\psi) \sin \alpha + \\ &+ (B + B') b + Cc + Dd + \mu_\alpha \tau + I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{app} = \delta_0 &+ [n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon] \cos \alpha + (B + B') b' + \\ &+ Cc' + Dd' + \mu_\delta \tau + I_\delta \operatorname{tg} \delta, \end{aligned}$$

skąd:

$$\begin{aligned} \alpha_{app} - \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon &= \alpha_0 + (m^s + n^s \operatorname{tg} \delta \sin \alpha + \mu_\alpha) \tau + \\ &+ \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon \operatorname{tg} \delta \sin \alpha + (B + B') b + Cc + Dd + I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta, \\ \delta_{app} = \delta_0 + (n \cos \alpha + \mu_\delta) \tau &+ (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon \cos \alpha + \\ &+ (B + B') b' + Cc' + Dd' + I_\delta \operatorname{tg} \delta. \end{aligned} \tag{14}$$

Rozwijając natomiast niektóre wyrazy wzorów (8) przy pomocy zależności (11) mamy:

$$\begin{aligned} \alpha_{app} = \alpha_0 + m^s \tau &+ \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon + \frac{1}{15} g \sin G \cos \alpha \operatorname{tg} \delta + \\ &+ \frac{1}{15} [n\tau + (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon] \sin \alpha \operatorname{tg} \delta + \\ &+ \frac{1}{15} h \sin (H + \alpha) \sec \delta + \mu_\alpha \tau + I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta, \end{aligned}$$

$$\delta_{app} = \delta_0 + [n\tau + (\Delta\psi + d\psi)\sin\varepsilon]\cos\alpha - g\sin G\sin\alpha +$$
$$+ h\cos(H+\alpha)\sin\delta + i\cos\delta + \mu_\delta\tau + I_\delta\,\mathrm{tg}\,\delta\,,$$

skąd:

$$\alpha_{app} - \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon = \alpha_0 + (m^s + n^s\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\alpha + \mu_\alpha)\tau +$$
$$+ \frac{1}{15}[g\sin G\cos\alpha + (\Delta\psi + d\psi)\sin\varepsilon\sin\alpha]\,\mathrm{tg}\,\delta +$$
$$+ \frac{1}{15}h\sin(H+\alpha)\sec\delta + I_\alpha\,\mathrm{tg}^2\,\delta\,, \tag{15}$$
$$\delta_{app} = \delta_0 + (n\cos\alpha + \mu_\delta)\tau + (\Delta\psi + d\psi)\sin\varepsilon\cos\alpha - g\sin G\sin\alpha +$$
$$+ h\cos(H+\alpha)\sin\delta + i\cos\delta + I_\delta\,\mathrm{tg}\,\delta\,.$$

Korzystając ze znanych wzorów na przemianę roczną w rektascenzji i w deklinacji:

$$\begin{aligned} VA_\alpha &= m^s + n^s\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\alpha + \mu_\alpha\,, \\ VA_\delta &= n\cos\alpha + \mu_\delta\,, \end{aligned} \tag{16}$$

oraz wprowadzając zgodnie z koncepcją Atkinsona nowe znaczenia symboli $A$, $a$, $g\cos G$ w myśl zależności:

$$\begin{aligned} A_1 &= \Delta\psi\sin\varepsilon\,, \\ a_1 &= \frac{1}{15}\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\alpha\,, \\ g_1\cos G_1 &= (\Delta\psi + d\psi)\sin\varepsilon = A_1 + A'\,, \end{aligned} \tag{17}$$

nadano przekształconym wzorom redukcyjnym następującą postać ostateczną:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_0 + \tau VA_\alpha + (A_1 + A')\,a_1 + (B + B')\,b + Cc + Dd + I_\alpha\,\mathrm{tg}^2\,\delta, \\ \delta_{app} &= \delta_0 + \tau VA_\delta + (A_1 + A')\,a' + (B + B')\,b' + Cc' + Dd' + I_\delta\,\mathrm{tg}\,\delta\,, \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_0 + \tau VA_\alpha + \frac{1}{15}g_1\sin(G_1+\alpha)\,\mathrm{tg}\,\delta + \frac{1}{15}h\sin(H+\alpha)\sec\delta + I_\alpha\,\mathrm{tg}^2\,\delta, \\ \delta_{app} &= \delta_0 + \tau VA_\delta + g_1\cos(G_1 + \alpha) + h\cos(H + \alpha)\sin\delta + i\cos\delta + I_\delta\,\mathrm{tg}\,\delta\,. \end{aligned} \tag{19}$$

Wpływ samych tylko krótkookresowych wyrazów nutacji, we wzorach (18) i (19) już uwzględniony (z pominięciem oczywiście wyłączonego z wartości $\alpha_1$ wyrażenia $\frac{1}{15}\,d\psi\cos\varepsilon$), można obliczyć na podstawie następujących zależności:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_1' &= A'a_1 + B'b = \frac{1}{15}g'\sin(G' + \alpha)\,\mathrm{tg}\,\delta = \frac{1}{15}(d\psi\sin\varepsilon\sin\alpha - d\varepsilon\cos\alpha)\,\mathrm{tg}\,\delta, \\ \Delta\delta' &= A'a' + B'b' = g'\cos(G' + \alpha) = d\psi\sin\varepsilon\cos\alpha + d\varepsilon\sin\alpha\,. \end{aligned} \tag{20}$$

Aby ułatwić ocenę praktycznej przydatności otrzymanych wzorów, zestawiono poniżej — w powszechnie przyjętym układzie — fragmenty tablic wielkości redukcyjnych w obu przekształconych systemach (algebraicznym i trygonometrycznym) oraz podano przykład redukcji.

Tablica 1

WIELKOŚCI REDUKCYJNE, 1960
(system algebraiczny)

| Data w czasie un. | $0^h$ czasu gwiazdowego Greenwich | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\tau$ | $A_1+A'$ | $B+B'$ | $C$ | $D$ | $A'$ | $B'$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | a | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ | ″ |
| Marzec 16,5 | +0,20581 | —0,597 | +8,684 | —18,726 | +1,468 | —0,077 | —0,023 |
| 17,5 | 20854 | 0,620 | 8,716 | 18,747 | 1,116 | — 76 | + 13 |
| 18,5 | 21127 | 0,627 | 8,746 | 18,763 | 0,763 | — 59 | + 45 |
| 19,5 | 21400 | 0,621 | 8,766 | 18,774 | 0,410 | — 29 | + 67 |
| 20,5 | 21673 | 0,608 | 8,771 | 18,779 | +0,056 | + 8 | + 73 |
| 21,5 | 21946 | 0,597 | 8,759 | 18,779 | —0,298 | + 43 | + 62 |
| 22,5 | 22219 | 0,594 | 8,734 | 18,773 | 0,652 | + 70 | + 37 |
| 23,5 | 22492 | 0,607 | 8,701 | 18,761 | 1,006 | + 81 | + 3 |
| 24,5 | 22766 | 0,635 | 8,669 | 18,743 | 1,361 | + 77 | — 31 |
| 25,5 | +0,23039 | —0,678 | +8,645 | —18,720 | —1,714 | +0,058 | —0,057 |

Tablica 2

WIELKOŚCI REDUKCYJNE, 1960
(system trygonometryczny)

| Data | $0^h$ czasu efemerydalnego | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\tau$ | $g_1$ | $G_1$ | $h$ | $H$ | $i$ | $g'$ | $G'$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | a | ″ | | ″ | | ″ | ″ | |
| Marzec 16 | +0,20439 | 8,689 | $6^h15^m15^s$ | 18,785 | $18^h20^m10^s$ | —8,115 | +0,081 | $13^h55^m$ |
| 17 | 20713 | 8,721 | 6 16 03 | 18,782 | 18 15 50 | 8,126 | 79 | 12 17 |
| 18 | 20987 | 8,754 | 6 16 23 | 18,780 | 18 11 31 | 8,134 | 76 | 10 30 |
| 19 | 21260 | 8,781 | 6 16 20 | 18,779 | 18 07 11 | 8,140 | 73 | 8 34 |
| 20 | 21534 | 8,793 | 6 16 03 | 18,780 | 18 02 52 | 8,143 | 73 | 6 35 |
| 21 | 21808 | 8,789 | 6 15 43 | 18,781 | 17 58 32 | 8,144 | 75 | 4 38 |
| 22 | 22082 | 8,768 | 6 15 32 | 18,783 | 17 54 12 | 8,143 | 77 | 2 45 |
| 23 | 22356 | 8,739 | 6 15 42 | 18,786 | 17 49 52 | 8,139 | 80 | 0 58 |
| 24 | 22629 | 8,706 | 6 16 19 | 18,791 | 17 45 32 | 8,132 | 83 | 23 18 |
| 25 | +,022903 | 8,680 | 6 17 19 | 18,795 | 17 41 12 | —8,123 | +0,083 | 21 46 |

PRZYKŁAD

Obliczyć $\alpha_1$ oraz $\delta_{app}$ gwiazdy $\vartheta$ Ursae majoris dla momentu jej górowania w Borowej Górze ($\lambda = -1^h24^m08^s,95$) w dniu 22 marca 1960 r.

### I. Rachunek wzorami algebraicznymi

W tablicy średnich miejsc gwiazd (Astronomiczeskij Jeżegodnik SSSR na 1960 god, str. 244) znajdujemy:

$$\alpha_{1960.0} = 9^h30^m11^s{,}555, \qquad VA_\alpha = +\ 4^s{,}005,$$
$$\delta_{1960.0} = +51°51'38{,}''75, \qquad VA_\delta = -\ 16{,}''45.$$

W tymże roczniku na str. 5 mamy:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = 0{,}43366.$$

Przy pomocy tablic funkcji naturalnych otrzymujemy:

$$\sin\alpha_0 = +\ 0{,}608\ 09, \qquad \sin\delta_0 = +0{,}786\ 51,$$
$$\cos\alpha_0 = -\ 0{,}793\ 86, \qquad \cos\delta_0 = +0{,}617\ 57,$$
$$\sec\delta_0 = +1{,}619\ 24,$$
$$\operatorname{tg}\delta_0 = +1{,}273\ 55,$$

a następnie, stosując wzory (10) zmienione drugim wzorem grupy (17), obliczamy:

$$a_1 = +0{,}051\ 63, \qquad a' = -0{,}7939,$$
$$b = -0{,}067\ 40, \qquad b' = -0{,}6081,$$
$$c = -0{,}085\ 70, \qquad c' = -0{,}2105,$$
$$d = +0{,}065\ 64, \qquad d' = -0{,}6244.$$

Współczynnik dla interpolacji wielkości redukcyjnych:

$$n = \frac{\alpha + \lambda}{24^h} = +\ 0{,}3375.$$

W oparciu o tabl. 1 otrzymujemy drogą interpolacji liniowej:

$$\tau = +0{,}^a223\ 11, \qquad A_1 + A' = -0{,}''598, \qquad C = -18{,}''769,$$
$$B + B' = +8{,}''723, \qquad D = -0{,}''771.$$

We wspomnianym na wstępie roczniku (AE) na str. 236 i 237 znajdujemy:

$$I_\alpha = +0{,}^s000\ 01 \qquad I_\delta = -0{,}''0002.$$

Ostateczny rachunek według wzorów (18) przebiega następująco:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\alpha_0 =$ | $9^h30^m11{,}^s555$ | $\delta_0 =$ | $+51°51'38{,}''75$ |
| $\tau VA_\alpha = +$ | 0,893.6 | $\tau VA_\delta = -$ | 3,67.0 |
| $(A_1 + A')a_1 = -$ | 0,030.9 | $(A_1 + A')a' = +$ | 0,47.4 |
| $(B + B')b = -$ | 0,587.9 | $(B + B)\ b' = -$ | 5,30.4 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $Cc = +$ | $1{,}608.5$ | $Cc' = +$ | $3{,}95.1$ |
| $Dd = -$ | $0{,}050.6$ | $Dd' = +$ | $0{,}48.1$ |
| $I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta_0 = +$ | $0{,}000.0$ | $I_\delta \operatorname{tg}\delta_0 = -$ | $0{,}00.0$ |
| $\alpha_1 =$ | $9^h30^m13{,}^s388$ | $\delta_{app} =$ | $+51°51'34{,}''68$ |

## *II. Rachunek wzorami trygonometrycznymi*

W radzieckim roczniku AE znajdujemy:

$$\alpha_{1960.0} = 9^h30^m11{,}^s555, \qquad VA_\alpha = +\ 4{,}^s005,$$

$$\delta_{1960.0} = +51°51'38{,}''75, \qquad VA_\delta = -\ 16{,}''45,$$

$$\operatorname{tg}\varepsilon = 0{,}433\,66.$$

Przy pomocy tablic funkcji naturalnych otrzymujemy:

$$\sin\delta_0 = +0{,}786\,51, \qquad \sec\delta_0 = +1{,}619\,24,$$

$$\cos\delta_0 = +0{,}617\,57, \qquad \operatorname{tg}\delta_0 = +1{,}273\,55,$$

skąd:

$$\frac{1}{15}\sec\delta_0 = +0{,}107\,949, \qquad \frac{1}{15}\operatorname{tg}\delta_0 = +0{,}084\,903.$$

Współczynnik dla interpolacji wielkości redukcyjnych obliczamy w sposób następujący:

$$n = \frac{\alpha + \lambda - S_0}{24{,}^h065} = -0{,}1634,$$

gdzie gwiazdowy czas grynicki o $0^h$ TU:

$$S_0 = 12^h01^m56^s$$

wzięto ze str. 9 AE dla daty 1960.III.23 (interpolacja wstecz).

W oparciu o tabl. 2 otrzymujemy drogą interpolacji liniowej:

$$\tau = +\ 0{,}^a223\,11, \qquad g_1 = 8{,}''744, \qquad h = 18{,}''786,$$

$$G_1 = 6^h15^m40^s, \qquad H = 17^h50^m34^s,$$

$$i = -8{,}''140,$$

a następnie obliczamy:

$$G_1 + \alpha = 15^h45^m52^s, \qquad H + \alpha = 3^h20^m46^s,$$

$$\sin(G_1 + \alpha) = -0{,}8336, \qquad \sin(H + \alpha) = +0{,}7682,$$

$$\cos(G_1 + \alpha) = -0{,}5524, \qquad \cos(H + \alpha) = +0{,}6402.$$

Wielkości redukcyjne drugiego rzędu znajdujemy w AE:

$$I_\alpha = +\ 0{,}^s\,001\,01, \qquad I_\delta = -\ 0{,}''0002.$$

Ostateczny rachunek według wzorów (19) przebiega następująco:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\alpha_0 =$ | $9^h30^m11^s{,}555$ | $\delta_0 = +$ | $51°51'38{,}''75$ |
| $\tau VA_\alpha = +$ | $0{,}893.6$ | $\tau VA_\delta = -$ | $3{,}67.0$ |
| $\frac{1}{15}\, g_1 \sin(G_1 + \alpha) \operatorname{tg} \delta_0 = -$ | $0{,}618.9$ | $g_1 \cos(G_1 + \alpha) = -$ | $4{,}83.0$ |
| $\frac{1}{15}\, h \sin(H + \alpha) \sec \delta_0 = +$ | $1{,}557.9$ | $h \cos(H+\alpha) \sin \delta_0 = +$ | $9{,}45.9$ |
| $I_\alpha \operatorname{tg}^2 \delta_0 = +$ | $0{,}000.0$ | $i \cos \delta_0 = -$ | $5{,}02.7$ |
| $\alpha_1 =$ | $9^h30^m13{,}^s388$ | $I_\delta \operatorname{tg} \delta_0 = -$ | $0{,}00.0$ |
| | | $\delta_{app} = +$ | $51°51'34{,}''68.$ |

*III. Rachunek kontrolny*

Obliczenie kontrolne wykonano w oparciu o tablice widomych miejsc gwiazd zawarte w AE na str. 323, stosując wzór interpolacyjny Stirlinga. Z rocznika wypisano:

| | $\alpha$ | | | $\delta$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Marz. 10,9 | $9^h30^m13^s{,}461$ | | | $+ 51°51'32{,}''37$ | | |
| | | $-0{,}^s144$ | | | $+2{,}''01$ | |
| 20,9 | $13{,}317$ | | $-0{,}^s053$ | $34{,}38$ | | $-0{,}15''$ |
| | | $-0{,}197$ | | | $+ 1{,}86$ | |
| 30,9 | $13{,}120$ | | | $36{,}24$ | | |

$$a = +0{,}20, \qquad a' = -0{,}79,$$
$$b = -0{,}07, \qquad b' = -0{,}61.$$

Współczynnik dla interpolacji $\alpha$ oraz $\delta$ obliczono w sposób następujący:

$$n = \frac{1}{10}\left(2 + \frac{\lambda}{24^h}\right) = +0{,}1942,$$

$$\frac{n}{2} = +0{,}0971.$$

Współczynnik dla interpolacji wielkości redukcyjnych $A'$ i $B'$ oraz nutacji w rektascenzji (potrzebnej przy przejściu od $\alpha_{app}$ do $\alpha_1$) obliczono, jak w części II przykładu:

$$n = -0{,}163.$$

Następnie, w oparciu o tablice wielkości redukcyjnych zawarte w AE na str. 214, otrzymano drogą interpolacji liniowej:

$$A' = +0{,}''075, \qquad B' = +0{,}''025,$$

a w oparciu o tablice Słońca na str. 8:

$$\Delta\psi \cos\varepsilon = -0\overset{''}{,}103.3, \qquad d\psi \cos\varepsilon = +0\overset{''}{,}011.5.$$

W ostatecznym rachunku otrzymano:

$$\alpha = 9^h 30^m 13\overset{s}{,}317 + 0{,}0971\,(-0\overset{s}{,}341 - 0{,}194 \cdot 0\overset{s}{,}053) = 9^h 30^m 13\overset{s}{,}282.9$$

$$\begin{array}{rcr}
A'a & = + & 0{,}015.0 \\
B'b & = - & 0{,}001.8 \\
\hline
\alpha_{app} & = 9\ 30 & 13{,}296.1 \\
-\Delta\psi\cos\varepsilon & = + & 0{,}103.3 \\
-d\psi\cos\varepsilon & = - & 0{,}011.5 \\
\hline
\alpha_1 & = & 9^h 30^m 13\overset{s}{,}388
\end{array}$$

$$\delta = +\,51^\circ 51' 34\overset{''}{,}38 + 0{,}0971\,(+3\overset{''}{,}87 - 0{,}194 \cdot 0\overset{''}{,}15) = +51^\circ 51' 34\overset{''}{,}75.3$$

$$\begin{array}{rcr}
A'a' & = - & 0{,}05.9 \\
B'b' & = - & 0{,}01.5 \\
\hline
\delta_{app} & = & +\,51^\circ 51' 34\overset{''}{,}68
\end{array}$$

Otrzymano zatem całkowitą zgodność wyników wszystkich trzech obliczeń.

## ŹRÓDŁA

[1] R. *d'E. Atkinson and D.H. Sadler:* On the use of mean sidereal time. Monthly Notices of the R.A.S., vol. 111, Nr 6, 1951.

[2] Transactions of the International Astronomical Union, vol. VIII 1952.

*ЮЛИАН РАДЭЦКИ*

# НЕСКОЛЬКО ЗАМЕЧАНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО РЕДУКЦИИ AD LOCUM APPARENTEM

## Резюме

Хотя „предложение Аткинсона" представленное на VIII Конгрессе Международной Астрономической Унии [2] не было рекомендовано для астрономических работ, однако кажется, что должно оно найти применение в геодезических работах имеющих свою особенную методику. „Время кульминирования" („Apparent Transit Hour" T. H.), или „среднее звездное время (видимого) перехода" („M.S.T. of Transit") [1] является именно той величиной, которую геодезист хотел бы найти в таблицах. Применение видимого прямого восхождения является источником лишних компликаций: заставляет применять нутацию эквинокциум и требует большего наклада труда при редукциях ad locum apparentem, что при массовых вычислениях имеет свое значение. При этом трудным является согласовать новейшие течения в геодезических вычислениях с процессом суммирования выражения нутации в прямом восхождении со средним звездным временем только для того, чтобы иметь возможность сравнить его с видимым прямым восхождением $\alpha_{app}$, которые содержит эту величину как ненужную с точки зрения вычислений.

Имея ввиду вышесказанное, позволю себя представить в свободном изложении идею находящуюся в работе: R. d'E. Atkinson and D. H. Sadler [1] и предложить практическое применение ее в виде преобразованных редукционных формул, не отрицая при этом необходимости сохранения однородной системы координат $\alpha_{app}$ и $\delta_{app}$ в теоретических рассуждениях.

Зависимость между истинным местным звездным временем ($s_v$), видимым прямым восхождением ($\alpha_{app}$) и часовым углом определяет формула:

$$s_v = \alpha_{app} + t \tag{1}$$

Истинное звездное время выводится со среднего звездного времени на основании зависимости:

$$s_v = s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon \tag{2}$$

где выражение $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon$ означает целость нутации в прямом восхождении. Но видимое прямое восхождение выводится со среднего прямого восхождения на основании, например, следующей формулы редукции:

$$a_{app} = a_0 + f + \frac{1}{15} g \sin(G + a)\operatorname{tg}\delta + \\ + \frac{1}{15} h \sin(H + a)\sec\delta + \mu_a\tau + I_a \operatorname{tg}^2\delta\,, \tag{3}$$

где первый член редукции $f$ зависит от прецесии в прямом восхождении и от полной нутации в прямом восхождении:

$$f = \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon\,. \tag{4}$$

Развернутое при помощи формул (2), (3) и (4) уравнение (1) принимает следующий вид:

$$s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon = a_0 + \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon + \\ + \frac{1}{15} g \sin(G + a)\operatorname{tg}\delta + \frac{1}{15} h \sin(H + a)\sec\delta + \mu_a\tau + I_a \operatorname{tg}^2\delta + t$$

По обеим сторонам его выступает выражение $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)$.

Если затем с видимого прямого восхождения исключить нутацию в прямом восхождении, тогда, приния обозначение:

$$a_1 = a_{app} - \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon \tag{5}$$

можно получить непосредственную зависимость между средним местным звездным временем и часовым углом в виде формулы:

$$s = a_1 + t\,. \tag{6}$$

При применении формулы (6) отпадает необходимость пользования истинным звездным временем для редукции астрономических определений, благодаря чему получается существенное упрощение вычислений.

Общеизвестные формулы редукции (см. уравнения 7—13 в польском тексте) были подвергнуты небольшим преобразованиям (см. переходные формулы 14 и 15 в польском тексте). Затем, используя формулы для годовых изменений в прямом восхождении и склонении:

$$VA_a = m^s + n^s \operatorname{tg}\delta \sin a + \mu_a \tag{16}$$

$$VA_\delta = n\cos a + \mu_\delta$$

и вводя новое обозначение для символов $A, a, g \cos G$ в соответствии с зависимостью:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= \Delta\psi \sin\varepsilon\,, \\
a_1 &= \frac{1}{15}\operatorname{tg}\delta \sin\alpha\,, \\
g_1 \cos G_1 &= (\Delta\psi + d\psi)\sin\varepsilon = A_1 + A'_1
\end{aligned}
\tag{17}
$$

придается преобразованным редукционным уравнениям окочательный вид, определенный в польском тексте уравнениями 18—20.

Для облегчения оценки практической пригодности полученных формул, были сведены в общепринятой системе части таблиц редукционных величин (см. табл. 1 и табл. 2 в польском тексте) и приведены примеры редукции равно как алгебраическими формулами, так и тригонометрическими. Наконец исполнено контрольное вычисление на основании таблиц места видимых звезд, приведенных в Астрономическом Ежегоднике СССР на 1960 год, причем получено было полное согласие результатов всех трех вычислений.

*JULIAN RADECKI*

# SOME REMARKS ON REDUCTION AD LOCUM APPARENTEM


## Summary

Though the „Atkinson's proposal" submitted to the General Assembly of the VIII International Astronomical Union [2] has not been recomended for astronomical work, its application to geodetic work, which has its own distinct methods, should as it seems find its proper place. „Apparent Transit Hour" T.H. or „mean sidereal (apparent) transit time" (M.S.T. of transit) [1] is just the quantity which a geodesist would like to find in tables. The use of apparent right ascension is a source of superfluous complication: it compels the nutation of the equinox to be taken into account and demands a greater amount of labour when ad locum apparentem is being reduced, what in the bulk computations cannot be disregarded. It is also difficult to harmonize modern trends in geodetic computations with the operation of adding the value of nutation in right ascension to mean sidereal time only in order to compare the latter with the apparent right ascension $\alpha_{app}$, where this value from the computational point of view is uselessly included.

That is why I take liberties to present in and impeded way the fundamental idea contained in the R. d'E.Atkinson and D.H. Sadler's [1] paper, and to design its practical use in form transformed reduction formulae, without denyingth the needfulness of preservation of a uniform system of coordinates $\alpha_{app}$ and $\delta_{app}$ in theoretical consideration.

Reliance between a true sidereal local time ($s_v$), an apparent right ascension ($\alpha_{app}$) and an hour angle is determined by the equation:

$$s_v = \alpha_{app} + t \tag{1}$$

True sidereal time is deduced from mean sidereal time ($s$) out of the reliance:

$$s_v = s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon, \tag{2}$$

where the term $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon$ denotes the total value of the nutation in right ascension. Apparent right ascension, is, however, deduced from mean right ascension accordingly to the one of the reduction formulae for instance:

$$\alpha_{app} = \alpha_0 + f + \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha) \operatorname{tg} \delta +$$

$$+ \frac{1}{15} h \sin (\mathrm{H} + \alpha) \sec \delta + \mu_a \tau + I_a \operatorname{tg}^2 \delta , \tag{3}$$

where the first reduction quantity $f$ depends on prescession in right ascension and on total nutation in right ascension:

$$f = \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon . \tag{4}$$

The equation (1) expanded by means of formulae 2, 3 and 4 runs:

$$s + \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon = \alpha_0 + \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon +$$

$$+ \frac{1}{15} g \sin (G + \alpha) \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{15} h \sin (H + \alpha) \sec \delta +$$

$$+ \mu_a \tau + I_a \operatorname{tg}^2 \delta + t .$$

The term $\frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi)$ appears here at both sides of the equation. If we then exclude the nutation in right ascension from apparent right ascension and denote provisionally:

$$\alpha_1 = \alpha_{app} - \frac{1}{15} (\Delta\psi + d\psi) \cos \varepsilon , \tag{5}$$

we can obtain a direct relation between mean sidereal local time and hour angle, and its formula runs:

$$s = \alpha_1 + t . \tag{6}$$

When using formula (6) there is no need for applying true sidereal time to the reduction of astronomical determinations, which is a simplification of computation work.

Well known reduction formulae (see Polish text, equation 7—13) have been slightly transformed (see Polish text, transitory formulae 14, 15). Then taking into account the formulae for annual change in ringht ascension and in declination:

$$\begin{aligned} VA_\alpha &= m^s + n^s \operatorname{tg} \delta \sin \alpha + \mu_\alpha , \\ VA_\delta &= n \cos \alpha + \mu_\delta \end{aligned} \tag{16}$$

and introducing after Atkinson new purports of symbol $A$, $a$, $g \cos G$ accordingly to relation:

$$\begin{aligned} A_1 &= \Delta\psi \sin \varepsilon , \\ a_1 &= \frac{1}{15} \operatorname{tg} \delta \sin \alpha , \\ g_1 \cos G_1 &= (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon = A_1 + A_1' \end{aligned} \tag{17}$$

the transformed formulae in their final form run as shown in Polish text, equations 18—20.

To facilate practical judgement of the usefulness of the obtained formulae, fragments of reduction tables are anexed (Polish text, table 1 and 2). The tables are worked out in a generally used system. An instance of reduction made by use of both algebraic and trigonometric formulae is given too.

To exhaust the subject a check computation has been made wherein a complete conformity of the three results has been obtained. For check computation the tables of apparent places of stars were used (Астрономический Ежегодник СССР на 1960 год).

*JULIAN RADECKI*

# EINIGE BEMERKUNGEN ÜBER DIE REDUKTION AUF DEN SCHEINBAREN ORT (AD LOCUM APPARENTEM)


## Zusammenfassung

Obgleich der auf dem VIII. Kongress der Internationalen Astronomischen Union unterbreitete „Atkinson'sche Vorschlag" [2] nicht genehmigt und zur Anwendung bei astronomischen Arbeiten nicht empfohlen wurde, so scheint es doch zweckmässig zu sein, dass er bei geodatischen Arbeiten — die doch anderer Art sind — Beachtung findet. Der Zeitpunkt der oberen Kulmination („Apparent Transit Hour" T. H.), d. h. der in mittlerer Sternzeit ausgedrückte Zeitpunkt des (scheinbaren) Durchganges („M.S.T. of Transit") [1] ist eben diese Grösse, die der Geodät allzugern in den Rechentafeln vorfinden möchte. Die Verwendung der scheinbaren Rektaszension ist nämlich die Ursache unnötiger Verwicklungen: sie zwingt zur Berücksichtigung der Nutation des Aequinoktiums und verlangt einen grösseren Arbeitsaufwand bei der Reduktion auf den scheinbaren Ort, was bei massenhaft auftretenden Berechnungen nicht ohne Bedeutung ist. Hinzu kommt, dass man bei den Entwicklungstendenzen der neuzeitlichen geodätischen Rechenverfahren ein einfaches Summieren des Nutationswertes der Rektaszension und der mittleren Sternzeit wohl kaum in Kauf nehmen kann, da es nur deshalb geschieht, um einen Vergleich mit der scheinbaren Rektaszension $\alpha_{app}$ zu erzielen, welche diesen Wert wiederum — vom rechnerischen Standpunkt aus—völlig unnötig einschliesst.

Obiges in Erwägung ziehend gestatte ich mir, die in dem Beitrage von R.d'E. Atkinson und D.H. Sadler [1] niedergelegten Grundprinzipien in freier Fassung nochmals wiederzugeben. Gleichzeitig möchte ich ihre praktische Anwendung in Gestalt entsprechend umgewandelter Reduktionsformeln vorschlagen, wobei natürlich die Notwendigkeit der Beibehaltung eines einheitlichen Koordinatensystems $\alpha_{app}$ und $\delta_{app}$ bei den theoretischen Erwägungen in Kraft bleibt.

Die Beziehung zwischen der wahren Ortssternzeit ($s_v$), der scheinbaren Rektaszension ($\alpha_{app}$) und dem Stundenwinkel gibt die folgende Formel wieder:

$$s_v = \alpha_{app} + t \tag{1}$$

Die wahre Ortssternzeit finden wir mit Hilfe der mittleren Sternzeit ($s$) aus der Beziehung

$$s_v = s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon \tag{2}$$

wo das Glied $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon$ den ganzen Nutationswert in Rektaszension darstellt. Die scheinbare Rektaszension errechnet man hingegen aus der mittleren Rektaszension mit Hilfe gebräuchlicher Reduktionsformeln, wie z. B. der Folgenden:

$$\begin{gathered} \alpha_{app} = \alpha_0 + f + \frac{1}{15} g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg}\delta + \\ + \frac{1}{15} h \sin(H + \alpha) \sec\delta + \mu_a \tau + I_a \operatorname{tg}^2\delta. \end{gathered} \tag{3}$$

Das erste Reduktionsglied $f$ steht in Beziehung zur Präzession in Rektaszension sowie zum Vollwert der Nutation in Rektaszension:

$$f = \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon \tag{4}$$

Wenn man die Formel (1) mittels den Formeln (2), (3) und (4) entwickelt, so folgt

$$\begin{gathered} s + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon = \alpha_0 + \frac{1}{15} m\tau + \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon + \\ + \frac{1}{15} g \sin(G + \alpha)\operatorname{tg}\delta + \frac{1}{15} h \sin(H + \alpha)\sec\delta + \\ + \mu_a\tau + I_a \operatorname{tg}^2\delta + t \end{gathered}$$

Zu beiden Seiten der letzten Gleichung tretet der Faktor $\frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)$ auf.

Wenn also aus der scheinbaren Rektaszension der Wert der Nutation in Rektaszension ausgeschaltet wird und ferner, wenn man gleichsetzt

$$\alpha_1 = \alpha_{app} - \frac{1}{15}(\Delta\psi + d\psi)\cos\varepsilon \tag{5}$$

so folgt hieraus — als unmittelbare Beziehung zwischen der mittleren Ortssternzeit und dem Stundenwinkel — die Formel:

$$s = \alpha_1 + t \tag{6}$$

Die Formel (6) entbindet uns vom Zwang der Anwendung wahrer Sternzeit bei Reduktionen astronomischer Beobachtungen. Sie bedeutet also eine wesentliche Rechnungsvereinfachung.

Die allgemein bekannten Reduktionsformeln (siehe Formeln 7—13 im polnischen Text) wurden ein wenig umgestaltet (siehe Übergangsformeln 14 und 15 im polnischen Text). Danach, auf Grund der Formeln für die jahrliche Rektaszensions- und Deklinationsvariation, folgt

$$VA_\alpha = m^s + n^s \operatorname{tg} \delta \sin\alpha + \mu_\alpha$$
$$VA_\delta = n \cos \alpha + \mu_\delta \tag{16}$$

und, nachdem neue Bezeichnungen für $A$, $a$, $g \cos G$ eingeführt werden, wie

$$A_1 = \Delta\psi \cdot \sin\varepsilon$$
$$a_1 = \frac{1}{15} \operatorname{tg} \delta \sin \alpha \tag{17}$$
$$g_1 \cos G_1 = (\Delta\psi + d\psi) \sin \varepsilon = A_1 + A'$$

erhalten die umgestalteten Reduktionsformeln ihre endgültige Fassung, die unter № 18 — 20 im polnischen Text zu finden ist.

Um eine Beurteilung der praktischen Anwendbarkeit der entwickelten Formeln zu erleichtern, wurden nach allgemein bekannter Art Auszüge aus Rechentafeln für Reduktionswerte (siehe Tafel 1 und Tafel 2 im Originaltext) zusammengestellt und ein Rechenbeispiel angeführt, welches mit Hilfe algebraischer und trigonometrischer Formeln gelöst wurde. Zum Schluss wurde eine Rechenprobe durchgeführt, die sich auf die Tafeln scheinbarer Sternörter des Astronomischen Jahrbuches 1960 der UdSSR stützt. Es wurde eine vollkommene Übereinstimmung aller drei Ergebnisse festgestellt.