

## **Metoda bezpośredniego wyznaczenia różnicy długości geograficznych i jej zastosowanie przy nawiązaniu Borowa Góra — Potsdam**

Pragnąc ułatwić praktyczne zastosowanie metody bezpośredniego wyznaczenia różnicy długości geograficznych, powiązałem rozważania teoretyczne z rozwiązaniem konkretnego problemu określenia różnicy długości geograficznych między stacją astronomiczno-geodezyjną w Borowej Górze i obserwatorium w Poczdamie.

### **Wstęp**

W roku 1956 wspólnym wysiłkiem Geodezyjnego Instytutu w Poczdamie oraz Instytutu Geodezji i Kartografii w Warszawie dokonano wyznaczenia różnicy długości geograficznych Borowa Góra — Potsdam. Obserwacje astronomiczne były prowadzone jednocześnie przez zespół niemiecki w składzie: inż. dypl. Gerhard Hemmleb i radiomechanik Genzmer oraz zespół polski w składzie: doc. dr Julian Radecki i mgr inż. Czesław Sokołowski.

Prace obserwacyjne podzielono na trzy okresy, z których pierwszy trwał od 1956.V. 7/8 do 1956.V.24/25, drugi od 1956.VI.1/2 do 1956.VII.5/6, a trzeci od 1956.VII.16/17 do 1956.VII.28/29. W czasie pierwszego i trzeciego okresu oba zespoły wykonywały obserwacje w swych stacjach macierzystych, a podczas drugiego okresu pracowały w gościnie, dokąd przybywały z własnymi instrumentami.

Oba zespoły obserwowały gwiazdy w południku miejscowym przy pomocy wyposażonych w mikrometry bezosobowe instrumentów przejściowych firmy Zeiss z lunetami łamanymi o czynnej średnicy obiektywu około 100 mm i ogniskowej około 1000 mm, przy czym zespół niemiecki posługiwał się idącym według czasu gwiazdowego morskim chronometrem kontaktowym firmy Lange und Söhne, a zespół polski — idącym według średniego czasu słonecznego zegarem wahadłowym firmy Leroy (w Borowej Górze) oraz idącym według średniego czasu słonecznego zegarem kwarcowym firmy Rhode und Schwarz (w Poczdamie). Do rejestracji momentów przejść gwiazd oraz momentów odbioru sygnałów czasu oba zespoły uży-

wały czterorylcowych chronografów taśmowych firmy Favag, przy szybkości przesuwu taśmy wynoszącej 20 mm/sek. W obwody między radioodbiornikiem, zegarem i chronografem zespół niemiecki włączył rozdzielnik z przekaźnikiem konstrukcji dypl. geofizyka Kroitscha, naukowego pracownika Geodezyjnego Instytutu w Poczdamie, a zespół polski — dwa identyczne przekaźniki lampowe konstrukcji mgra inż. Zbigniewa Stańczyka, adiunkta w Instytucie Geodezji i Kartografii w Warszawie.

Mając na uwadze zastosowanie metody bezpośredniej, obserwowano na obu stacjach te same gwiazdy i rejestrowano te same sygnały czasu, przy czym wszystkie sygnały były odbierane również przez Służbę Czasu Geodezyjnego Instytutu w Poczdamie oraz przez Pracownię Czasu Głównego Urzędu Miar w Warszawie, dzięki czemu można było wyrazić momenty przejść gwiazd w jednolitym systemie czasu. Wykaz sygnałów radiowych, z których korzystano w czasie wyznaczenia, zawiera tabela 1.

Poprawki do radiowych sygnałów czasu (bez uwzględnienia czasu propagacji fal elektromagnetycznych) względem niejednostajnego czasu uniwersalnego odniesionego do południka przechodzącego przez momentalne bieguny geograficzne (TUO) opracował w swym własnym systemie Geodezyjny Instytut w Poczdamie.

Bezpośrednie wyznaczenie różnicy długości geograficznych oparto na wynikach zespołu niemieckiego z 34 wieczorów obserwacyjnych (536 gwiazd czasowych, 112 gwiazd azymutalnych i 407 sygnałów czasu) i zespołu polskiego z 28 wieczorów obserwacyjnych (458 gwiazd czasowych, 89 gwiazd azymutalnych i 260 sygnałów czasu), przy czym 16 wieczorów było wspólnych. Szczegółowe wykazy gwiazd zestawiono w tabelach 2 (obserwator Hemmleb) i 3 (obserwator Radecki).

Tabela 1

Nr	Radiostacja	Długość fali w metrach	Środek emisji sygnału w czasie uniwersalnym
1	2	3	4
1	Rugby GBR	18 750	17 57.5, 18 03.5
2	Moskwa ROR	10 000	19 57.5, 23 57.5
3	St-Assise FYP	3 291	20 03.5, 20 57.5, 21 03.5, 22 33.5
4	Norddeich DAN <sub>1</sub>	2 400	0 03.5
5	Warszawa I	1 322	18 59.5, 21 59.5
6	Warszawa VII	407	19 29.5, 21 29.5, 23 29.5
7	Warszawa II	367	18 29.5, 20 29.5, 22 59.5

### Zasady metody wraz z rozwiązaniem praktycznym

Metoda bezpośredniego wyznaczenia różnicy długości geograficznych dwóch punktów na powierzchni Ziemi przewiduje pomiar odstępów czasu dzielących

Tabela 2a

Nr gwiazdy w/g				Potsdam									Borowa Góra							
kolejności	programu	KP	FK3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ	1	2	3	4	5	6	Σ
				7/8	9/10	10/11	11/12	15/16	19/20	22/23	23/24	24/25		1/2	2/3	5/6	6/7	7/8	8/9	
1	2	3	4	5									6	7						8
1	11	1570	1327	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7							
2	12	1587	483	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8							
3	13	1603	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8							
4	103	144	41	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7							
5	14	1630	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8							
6	15	1634	497	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8							
7	16	1655	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8							
8	17	1665	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8							
9	18	1678	509	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9							
10	19	1688	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*		*			*	3
11	20	1700	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*		*	*	*	*	5
12	104	1708	524	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	*	*	*	6
13	21	1723	527	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*	*	*	*	*	*	5
14	22	1734	531	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	*	*	*	5
15	23	1746	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	*	*	*	3
16	24	1754	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	4
17	25	1773	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	*	*	*	2
18	105	1781	Nx	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	*	*	*	4
19	26	1786	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	*	*	*	4
20	27	1804	1395	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	*	*	*	5
21	28	1805	1397	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	*	*	*	5
22	106	396	115	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
23	29	1831	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
24	30	1847	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
25	31	1868	1412	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
26	107	1886	590	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
27	32	1900	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
28	33	1907	595	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
29	34	1931	601	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
30	35	1952	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
31	36	1966	614	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
32	37	1983	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
33	38	1995	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
34	39	2005	627	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
35	108	2018	Ng	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
36	52	2038	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
37	40	2041	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	7
Gwiazd czas.				13	20	12	19	19	15	19	18	18	153	19	11	13	10	16	18	
Gwiazd azym.				3	4	1	4	3	2	3	4	4	28	4	3	3	4	4	4	
Ogółem				16	24	13	23	22	17	22	22	22	181	23	14	16	14	20	22	

Tabela 2b

Nr gwiazdy w/g				Borowa Góra							Potsdam													
kolejności	programu	KP	FK3	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Σ	1	2	3	4	5	6	7	Σ
				VI. 11/12	VI. 12/13	VI. 13/14	VI. 14/15	VI. 18/19	VI. 25/26	VI. 27/28	VI. 28/29	VI. 30/31	VII. 2/3	VII. 3/4	VII. 5/6		VII. 16/17	VII. 17/18	VII. 18/19	VII. 19/20	VII. 24/25	VII. 26/27	VII. 27/28	
1	2	3	4	7							8	9							10					
24	30	1847	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	11									
25	31	1868	1412	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	11									
26	107	1886	590	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	15									
27	32	1900	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	13									
28	33	1907	595	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	12									
29	34	1931	601	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	13									
30	35	1952	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	13									
31	36	1966	614	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10									
32	37	1983	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	12									
33	38	1995	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	13									
34	39	2005	627	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	13	*	*	*	*	*	*	*	5	
35	108	2018	Ng	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	16	*	*	*	*	*	*	*	5	
36	52	2038	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10	*	*	*	*	*	*	*	5	
37	40	2041	—												1									
38	109	705	191	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*	*	*	*	*	*	*	6	
39	41	2071	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10	*	*	*	*	*	*	*	5	
40	42	2087	650	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*	*	*	*	*	*	*	6	
41	43	2098	657	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	11	*	*	*	*	*	*	*	5	
42	44	2114	663	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10	*	*	*	*	*	*	*	6	
43	45	2122	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10	*	*	*	*	*	*	*	3	
44	53	2130	—												2	*	*	*	*	*	*	*	6	
45	46	2137	671	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8									
46	54	2142	—												2	*	*	*	*	*	*	*	6	
47	47	2157	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6									
48	48	2177	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	*	*	*	*	6	
49	55	2203	—												2	*	*	*	*	*	*	*	6	
50	49	2211	694	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6									
51	110	2220	Nμ	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6									
52	111	929	248												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
53	56	—	1492												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
54	57	2265	—												2	*	*	*	*	*	*	*	7	
55	58	2291	—												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
56	59	2304	—												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
57	60	2314	—												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
58	61	2329	726												1	*	*	*	*	*	*	*	6	
59	112	2351	734												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
60	62	2362	—												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
61	63	2374	738												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
62	64	2404	—												1	*	*	*	*	*	*	*	7	
Gwiazd czas.				9	18	18	17	12	14	12	11	17	20	16	11	262	122	0	19	20	14	16	20	121
Gwiazd azym.				2	3	4	3	3	3	3	4	4	4	2	2	59	2	4	4	4	4	3	4	25
Ogółem				11	21	22	20	15	17	15	15	21	24	18	13	321	14	24	23	24	18	19	24	146

Tabela 3a

Nr gwiazdy w/g				Borowa Góra								Potsdam				
kolejności	programu	KP	FK3	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	1	2	3	Σ
				7/8	9/10	11/12	12/13	14/15	16/17	21/22	23/24		2/3	4/5	5/6	
1	2	3	4	5								6	7			8
				V.							V.		VI.		VI.	
1	11	1570	1327	*		*	*	*	*	*	*	6				
2	12	1587	483	*	*	*	*	*	*	*	*	7				
3	13	1603	—	*	*	*	*	*	*	*	*	7				
4	103	144	41	*		*	*	*	*	*	*	6				
5	14	1630	—	*	*	*	*	*	*	*	*	7				
6	15	1634	497	*		*	*	*	*	*	*	6				
7	16	1655	—	*		*	*	*	*	*	*	6				
8	17	1665	—	*	*	*	*	*	*	*	*	7				
9	18	1678	509	*	*	*	*	*	*	*	*	7				
10	19	1688	—	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	3
11	20	1700	—	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	3
12	104	1708	524	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	3
13	21	1723	527	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	3
14	22	1734	531	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	3
15	23	1746	—	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	3
16	24	1754	—	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	3
17	25	1773	—	*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	3
18	105	1781	Nz	*	*	*	*	*	*	*	*	7				
19	26	1786	—	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	3
20	27	1804	1395	*	*	*	*	*	*	*	*	6				
21	28	1805	1397	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	3
22	106	396	115	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	2
23	29	1831	—	*	*	*	*	*	*	*	*	4	*	*	*	
24	30	1847	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
25	31	1868	1412	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	
26	107	1886	590	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
27	32	1900	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
28	33	1907	595	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
29	34	1931	601	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
30	35	1952	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
31	36	1966	614	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
32	37	1983	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
33	38	1995	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
34	39	2005	627	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
35	108	2018	Ng	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
36	52	2038	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
37	40	2041	—	*	*	*	*	*	*	*	*	5	*	*	*	
Gwiazd czas.				6	20	14	20	20	12	18	17	127	20	20	15	
Gwiazd azym.				2	4	3	4	4	2	4	4	27	4	3	3	
Ogółem				8	24	17	24	24	14	22	21	154	24	23	18	

Tabela 3b

kolejności	Nr gwiazdy w/g		Potsdam											Borowa Góra									
	programu	KP	FK3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Σ	1	2	3	4	5	6	7	Σ	
				12/13 VI.	13/14	14/15	16/17	18/19	20/21	27/28	29/30	30/31 VI.	2/3 VII.		18/19 VII.	19/20	20/21	21/22	25/26	27/28	28/29 VII.		
1	2	3	4	7											8	9							10
24	30	1847	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10										
25	31	1868	1412	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10										
26	107	1886	590	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9										
27	32	1900	—		*	*	*	*	*	*	*	*	8										
28	33	1907	595	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9										
29	34	1931	601	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8										
30	35	1952	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9										
31	36	1966	614	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9										
32	37	1983	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	10										
33	38	1995	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9										
34	39	2005	627	*	*	*	*	*	*	*	*	*	12	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
35	108	2018	Ng	*	*	*	*	*	*	*	*	*	11	*	*	*	*	*	*	*	*	5	
36	52	2038	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
37	40	2041	—										3										
38	109	705	191	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*	*	*	*	*	*	*	*	5	
39	41	2071	—		*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
40	42	2087	650		*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
41	43	2098	657		*	*	*	*	*	*	*	*	8	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
42	44	2114	663	*	*	*	*	*	*	*	*	*	9	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
43	45	2122	—		*	*	*	*	*	*	*	*	7	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
44	53	2130	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
45	46	2137	671	*	*	*	*	*	*	*	*	*	8										
46	54	2142	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
47	47	2157	—	*		*	*	*	*	*	*	*	6										
48	48	2177	—	*	*	*	*	*	*	*	*	*	6	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
49	55	2203	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
50	49	2211	694		*	*	*	*	*	*	*	*	7										
51	110	2220	Nμ		*	*	*	*	*	*	*	*	5										
52	111	929	248									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	4	
53	56	—	1492									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	5	
54	57	2265	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
55	58	2291	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	5	
56	59	2304	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	5	
57	60	2314	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
58	61	2329	726									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
59	112	2351	734									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	7	
60	62	2362	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
61	63	2374	738									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	6	
62	64	2404	—									*	1	*	*	*	*	*	*	*	*	5	
Gwiazd czas.				8	8	11	20	17	14	16	11	20	29	209	14	16	20	19	20	15	18	122	
Gwiazd. azym.				2	2	2	4	4	4	2	3	3	4	5	41	3	2	4	3	4	3	2	21
Ogółem				10	10	13	24	21	16	19	14	24	34	250	17	18	24	22	24	18	20	143	

kulminacje tych samych gwiazd w południkach obu punktów, przy czym w ostatniej fazie rachunku pomierzone interwały czasu należy odnieść do południków przechodzących przez średnie bieguny geograficzne.

Z teoretycznego punktu widzenia jest rzeczą zupełnie obojętną, jaki rodzaj czasu będzie użyty przy obserwacjach i redukcjach. W każdym bowiem przypadku przejście od interwałów dowolnego czasu do różnicy długości geograficznych nie nastrocza zasadniczych trudności. Względy praktyczne jednak wyraźnie sugerują, aby już obserwowane na każdym z punktów momenty kulminacji gwiazd wyrażać w niejednostajnym czasie związanym z okresem obrotu Ziemi i to najlepiej w średnim czasie gwiazdowym południka Greenwich. Takie też rozwiązanie przyjęto w niniejszej pracy.

Poprawki i chody zegarów roboczych względem czasu południka Greenwich obliczono drogą wyrównania — według metody najmniejszych kwadratów — wyników rejestracji sygnałów czasu dla każdego wieczoru obserwacyjnego. Poszczególne rejestracje otrzymały przy tym równania błędów w następującej postaci:

$$U_0 + (T_i - T_0)\omega + l_i = v_i \quad \text{z wagą } p_i, \quad (1)$$

gdzie:

$U_0$  oznacza poprawkę zegara roboczego względem średniego czasu gwiazdowego południka Greenwich (albo względem czasu uniwersalnego) w momencie  $T_0$ ;

$T_i$  oznacza wskazanie zegara roboczego w środkowym momencie odbioru sygnału czasu, wolne od wpływu paralaksy ryłców chronografu oraz poprawione o wielkość opóźnienia radioodbiornika i czas propagacji fal radiowych;

$T_0$  oznacza pewne dowolnie z góry obrane wskazanie zegara roboczego;  
 $\omega$  oznacza chód zegara roboczego względem średniego czasu gwiazdowego południka Greenwich (albo względem czasu uniwersalnego) na 1 godzinę czasu zegara roboczego;

$l_i$  oznacza wyraz wolny obliczany jako różnica:  $T_i$  minus czas w momencie emisji sygnału;

wagę  $p_i$  przyjmowano równą odwrotności kwadratu średniego błędu rejestracji danego sygnału.

Przy obliczaniu wyrazów wolnych posługiwano się poprawkami do radiowych sygnałów czasu opracowanymi przez Geodezyjny Instytut w Poczdamie w jego własnym systemie. Poprawki te, przed ułożeniem równań błędów, zostały zredukowane do średniego położenia biegunów geograficznych i odniesione do momentów emisji. W ten sposób wyznaczenie różnicy długości geograficznych Borowa Góra — Potsdam zostało oparte o system czasu „Geodätisches Institut Potsdam”, a tym samym zarówno wynik wyznaczenia jak i jego dokładność zostały uzależnione od dokładności poprawek do sygnałów czasu w tym systemie.

W wyniku opisanego wyżej rachunku otrzymano ostatecznie poprawki i chody zegarów roboczych w stosunku do średniego czasu gwiazdowego południka

Greenwich odniesionego do średnich biegunów geograficznych, których współrzędne przyjęto według definitywnych danych opracowanych przez Service International des Latitudes.

W następnym etapie redukcji zaobserwowane momenty przejść gwiazd poprawiono o wpływ błędów instrumentalnych, aberracji dziennej oraz chodu zegara roboczego i wyrażono w średnim czasie gwiazdowym południka Greenwich. Redukcji tej dokonano na mocy wzorów:

$$T_i = T'_i + Ii + [\frac{1}{2}(b + d) \pm k_\varphi] \sec \delta_{GI}^{GS} + U_0 + (T'_i - T_0) \omega, \quad (2)$$

$$I = \pm \cos z' \sec \delta_{GI}^{GS}, \quad (3)$$

gdzie:

$T_i$  oznacza poprawiony moment przejścia gwiazdy;

$T'_i$  oznacza zaobserwowany moment przejścia gwiazdy, wyrażony wskazaniem zegara roboczego w środkowym momencie obserwacji, wolnym od wpływu kolimacji instrumentu przejściowego oraz od wpływu paralaksy rylców chronografu;

$i$  oznacza nachylenie poziomej osi obrotu lunety instrumentu przejściowego;

$I$  oznacza współczynnik nachylenia;

$b$  oznacza szerokość kontaktów mikrometru bezosobowego;

$d$  oznacza martwy ruch śruby mikrometru bezosobowego;

$k_\varphi$  oznacza stałą aberracji dziennej zredukowaną do szerokości geograficznej miejsca obserwacji;

$U_0$  oznacza poprawkę zegara roboczego względem średniego czasu gwiazdowego południka Greenwich odniesionego do średnich biegunów geograficznych, przy czym poprawkę tą obliczono dla momentu, w którym wskazanie zegara roboczego wynosiło  $T_0$ ;

$\omega$  oznacza chód zegara roboczego względem średniego czasu gwiazdowego południka Greenwich na 1 godzinę czasu zegara roboczego;

$z'$  oznacza pozorną odległość zenitalną gwiazdy.

Poprawiony moment przejścia gwiazdy różni się zatem od momentu jej kulminacji w momentalnym południku miejscowym wyrażonym w średnim, odniesionym do średniego położenia biegunów, grynickim czasie gwiazdowym  $\Theta$  już tylko o:

1) wartość równania osobowego  $e$ ,

2) wpływ azymutu  $k$  instrumentu przejściowego,

oraz o:

3) błędy obserwacyjne.

Równanie osobowe, poza pewnym opóźnieniem (albo uwczesnieniem) momentów rejestracji przejść gwiazd, wynikającym z charakterystycznego dla każdego obserwatora sposobu prowadzenia gwiazdy, obejmuje zarówno systematyczne błędy instrumentu przejściowego i aparatury odbiorczo-rejestrującej, których nie eliminuje metoda obserwacyjna i które nie są wyznaczane na innej

drodze, jak również systematyczne błędy odczytów z taśm chronograficznych oraz niektóre błędy poprawek radiowych sygnałów czasu. Te ostatnie wymagają jeszcze szczegółowego omówienia.

Równanie osobowe nie jest wielkością stałą. Podlega ono zmianom okresowym i przypadkowym. Przyczyna zmian przypadkowych leży przede wszystkim w krótkotrwałych zakłóceniach bądź sposobu prowadzenia gwiazdy przez obserwatora, bądź przeciętnego stanu równowagi instrumentu przejściowego i aparatury odbiorczo-rejestrującej. Przyczyna zmian okresowych polega natomiast głównie na trwalszych zmianach kondycji psychicznej i fizycznej obserwatora albo na zmianach zachodzących w instrumentach pod wpływem odmiennych warunków zewnętrznych.

Poprawki radiowych sygnałów czasu są obarczone błędami systematycznymi, okresowymi i przypadkowymi. Błędy systematyczne nie mają żadnego znaczenia przy wyznaczeniu różnicy długości geograficznych, ponieważ eliminują się całkowicie. Błędy okresowe nie odgrywałyby żadnej roli tylko wtedy, gdyby materiał obserwacyjny do wyrównania różnicy długości został ograniczony wyłącznie do wspólnych wieczorów z dodatkowym jednakże warunkiem, aby poprawki i chody zegarów roboczych obliczano wówczas jedynie na podstawie wyników rejestracji tych samych sygnałów czasu. Takie rozwiązanie jednakże przekreśliłoby możliwość wszechstronnego wykorzystania pełnego materiału, przy czym należy tu dodać, że aczkolwiek różnica długości geograficznych byłaby w tym przypadku wolna od okresowych błędów poprawek sygnałów czasu, to jednak wyniki byłyby w dalszym ciągu zniekształcone przez okresowe zmiany równań osobowych obu obserwatorów. Nie pozostaje zatem nic innego jak przypisać okresowym błędom poprawek sygnałów charakter niewiadomych, podlegających wspólnemu — wraz z różnicą długości geograficznych — wyrównaniu. Ponieważ okresowe błędy poprawek sygnałów czasu występują zawsze z tym samym znakiem i z tym samym współczynnikiem co okresowe zmiany równania osobowego, przeto przy wyrównaniu można mówić jedynie o wyznaczeniu najprawdopodobniejszej wartości sumy obu błędów.

Z powyższego rozumowania wynika następująca zależność:

$$\Theta = T + e + de + dU + Kk - v, \quad (4)$$

gdzie:

$de$  oznacza okresową zmianę równania osobowego,  
 $dU$  oznacza błąd okresowy radiowych sygnałów czasu,  
 $K$  oznacza współczynnik azymutalny, przy czym:

$$K = \pm \sin z' \sec \delta_N^s, \quad (5)$$

$v$  oznacza błędy obserwacji, do których zaliczamy również przypadkowe błędy odczytów z taśm chronograficznych, błędy poprawek uwzględniających wpływ stałych instrumentalnych, przypadkowe zmiany równania osobowego oraz przypadkową część błędu poprawki i wpływu chodu zegara roboczego obejmującą nie tylko przypadkowe błędy

towarzyszące rejestracji radiowych sygnałów czasu i odczytom chronogramów, ale również wpływ przypadkowych błędów poprawek sygnałów czasu.

Na podstawie źródeł [1] i [10] można sformułować następujące równanie:

$$\Theta = a_1 + \lambda, \quad (6)$$

przy czym:

$$a_1 = a_0 + da_1, \quad (7)$$

gdzie:

$$da_1 = \tau VA_a + (A_1 + A') a_1 + (B + B') b + Cc + Dd + I_a \operatorname{tg}^2 \delta; \quad (8)$$

przeto:

$$\Theta = a_0 + da_1 + \lambda. \quad (9)$$

Z połączenia wzorów (4) i (9) wynika następujące równanie:

$$(-\lambda + e + de + dU) + Kk + (T - da_1 - a_0) = v. \quad (10)$$

Zależność ta jest szczególną postacią znanego równania błędów:

$$u + K_i k + l_i = v_i, \quad (11)$$

znajdującego zastosowanie przy wyrównaniu wyników obserwacji serii gwiazd z jednoczesnym wyprowadzeniem poprawki zegara i azymutu instrumentu. Przy bezpośrednim wyznaczeniu różnicy długości geograficznych nie zachodzi potrzeba wyprowadzania poprawki zegara względem czasu południka miejscowego i dlatego wyłania się problem wyrównania samego tylko azymutu. Wydaje się, że dobór najwłaściwszego sposobu wyrównania azymutu powinien tu być uzależniony przede wszystkim od odległości zenitalnej gwiazd czasowych. W toku wyznaczenia Borowa Góra — Potsdam obserwowano gwiazdy czasowe w niewielkiej odległości od zenitu ( $7^{\circ}20'S$  do  $6^{\circ}24'N$ ); sposób zatem wyprowadzenia azymutu instrumentu nie odgrywał większej roli. A ponieważ program redukcji obejmował wyrównanie zarówno metodą klasyczną jak i metodą bezpośrednią, przeto do określenia we wzorze (10) wielkości  $Kk$  posłużono się wartościami azymutów uzyskanych z wyrównania każdego wieczoru metodą klasyczną. Warto tu dodać, że równaniom błędów dla gwiazd azymutalnych nadano przy tym postać:

$$K_i k + (l_i + u') = v_i, \quad (12)$$

gdzie poprawkę zegara roboczego traktowano jako wielkość znaną. Jej wartość, obliczoną w sposób przybliżony, dołączano do wyrazów wolnych. Poszczególnym obserwacjom gwiazd, zarówno czasowych jak i azymutalnych, przypisywano wagi odwrotnie proporcjonalne do kwadratu średniego błędu rejestracji.

Występujące w równaniu (10) wyrażenie  $T + Kk$  przedstawia zaobserwowany czas kulminacji gwiazdy w momentalnym południku miejscowym. Redukcja

tęgo czasu do średniego południka miejscowego polega na odjęciu wielkości  $d\lambda$  określonej znanym wzorem:

$$d\lambda = \frac{1}{15} (x \sin \lambda_0 - y \cos \lambda_0) \operatorname{tg} \varphi_0, \quad (13)$$

przy czym zależność między momentalną  $\lambda$  i średnią  $\lambda_0$  długością geograficzną określa równanie:

$$\lambda = \lambda_0 + d\lambda. \quad (14)$$

Widome położenie gwiazdy na sferze niebieskiej podlega ciągłym zmianom pod wpływem precesji i ruchu własnego oraz pod wpływem nutacji i aberracji rocznej. Aby więc otrzymać do wyrównania jednorodny materiał, należy zaobserwowane momenty kulminacji gwiazd uwolnić od wpływu nutacji i aberracji rocznej oraz odnieść do wspólnej dla wszystkich gwiazd epoki (dla której obliczono rektascenzje średnie) drogą uwzględnienia wpływu precesji i ruchu własnego. Operacja ta polega na odjęciu od zaobserwowanego czasu kulminacji wielkości  $da_1$  określonej wzorem (8).

Tabela 4a

Nr gwiazdy w/g progr.	B o r o w a    G ó r a					
	R a d e c k i		R a d e c k i		H e m m l e b	
	$S_1$	$n_1$	$S_2$	$n_2$	$S_3$	$n_3$
1	2	3	4	5	6	7
11	11 <sup>h</sup> 18 <sup>m</sup> 55,070.0	6				
12	11 27 56,918.9	7				
13	11 34 41,772.0	7				
14	11 52 13,405.7	7				
15	11 58 00,412.6	6				
16	12 08 30,506.5	6				
17	12 13 39,424.0	7				
18	12 21 39,521.8	7				
19	12 28 04,947.2	6			12 <sup>h</sup> 28 <sup>m</sup> 04,926.9	3
20	12 37 12,573.2	8			12 37 12,531.1	5
21	12 50 33,709.8	7			12 50 33,712.3	5
22	12 59 32,919.0	7			12 59 32,858.3	5
23	13 06 59,207.6	8			13 06 59,198.6	3
24	13 12 42,405.6	7			13 12 42,404.4	4
25					13 24 02,492.9	2
26					13 30 46,328.3	4
27	13 39 49,328.2	6				
28					13 40 52,191.3	5
29	13 54 38,394.1	6				
30	14 03 39,462.6	4			14 03 39,462.4	11
31	14 12 42,589.3	5			14 12 42,566.3	11
32	14 27 05,950.1	5			14 27 05,900.8	13
33	14 32 35,595.4	5			14 32 35,583.6	12
34					14 43 13,903.3	13
35					14 53 48,313.3	13
36					14 59 18,372.4	10

Oznaczając literą  $S$  średni czas gwiazdowy średniego południka grynickiego zaobserwowanego i zredukowanego do umownej epoki momentu kulminacji gwiazdy w średnim południku miejscowym, mamy:

$$S = (T + Kk) - d\lambda - da_1. \quad (15)$$

Biorąc pod uwagę równanie (14) i (15), wzór (10) przyjmie ostatecznie postać następującą:

$$S - v = a_0 + \lambda_0 - e - de - dU. \quad (16)$$

W dalszym etapie redukcji utworzono średnie arytmetyczne ze wszystkich zredukowanych momentów  $S$  kulminacji każdej gwiazdy w średnim południku miejscowym (zestawienie umieszczono w tabeli 4). Otrzymano w ten sposób sześć kolumn średnich zredukowanych momentów kulminacji gwiazd, a mianowicie:

- 1) średnie zredukowane momenty kulminacji gwiazd w średnim południku Borowej Góry z obserwacji zespołu polskiego w pierwszym okresie obserwacyjnym ( $S_1$ ),

Tabela 4b

Nr gwiazdy w/g progr.	P o t s d a m					
	R a d e c k i		H e m m l e b		H e m m l e b	
	$S_4$	$n_4$	$S_5$	$n_5$	$S_6$	$n_6$
8	9	10	11	12	13	14
11			11 <sup>h</sup> 50 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup> 920.7	7		
12			11 59 49,828.9	8		
13			12 06 34,661.1	8		
14			12 24 06,284.4	8		
15			12 29 53,319.6	8		
16			12 40 23,413.4	8		
17			12 45 32,289.9	8		
18			12 53 32,393 3	9		
19	12 <sup>h</sup> 59 <sup>m</sup> 57 <sup>s</sup> 900.1	3	12 59 57,825.3	9		
20	13 09 05,506.1	3	13 09 05,435.6	9		
21	13 22 26,642.6	3	13 22 26,582.1	9		
22	13 31 25,818.6	3	13 31 25,769.2	8		
23	13 38 52,099.3	3	13 38 52,116.2	5		
24	13 44 35,303.2	3	13 44 35,291.0	7		
25	13 55 53,405.7	3				
26	14 02 39,272.5	3				
27			14 11 42,209.0	6		
28	14 12 45,061.6	3				
29			14 26 31,305.8	8		
30	14 35 32,366.3	10	14 35 32,331.0	7		
31	14 44 35,475.7	10	14 44 35,490.3	7		
32	14 58 58,832.2	8	14 58 58,838.2	7		
33	15 04 28,494.3	9	15 04 28,502.8	7		
34	15 15 06,811.5	8				
35	15 25 41,222.6	9				
36	15 31 11,266.2	9				

Tabela 4c

Nr gwiazdy w/g progr.	B o r o w a G ó r a					
	Radecki		Radecki		Hemmler	
	$S_1$	$n_1$	$S_2$	$n_2$	$S_3$	$n_3$
1	2	3	4	5	6	7
37					15 <sup>h</sup> 06 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup> 629.1	12
38					15 12 57,871.2	13
39			15 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 18 <sup>s</sup> 530,9	6	15 20 18,479.4	13
52			15 39 30,602.6	6	15 39 30,610.5	10
40					15 40 16,267.6	1
41			15 56 39,113.0	6	15 56 39,128.9	10
42			16 01 25,188.8	6	16 01 25,169.6	9
43			16 07 14,854.3	7	16 07 14,841.9	11
44			16 14 04,298.1	7	16 14 04,285.2	10
45			16 18 54,954.4	6	16 18 54,925.8	10
53			16 23 52,178.3	7	16 23 52,173.8	2
46					16 28 36,913.4	8
54			16 30 26,214.4	7	16 30 26,180.3	2
47					16 34 31,724.5	6
48			16 41 51,337.1	7	16 41 51,289.7	8
55			16 56 16,106.8	6	16 56 16,055.0	2
49					16 59 06,936.8	6
56			17 21 35,037.2	5	17 21 35,026.7	1
57			17 26 26,894.0	6	17 26 26,900.5	2
58			17 34 58,244.6	5	17 34 58,289.6	1
59			17 39 46,814.2	5	17 39 46,825.6	1
60			17 46 41,614.6	6	17 46 41,573.7	1
61			17 51 56,158.8	7	17 51 56,140.1	1
62			18 06 00,423.6	6	18 06 00,393.9	1
63			18 11 06,702.6	6	18 11 06,666.5	1
64			18 25 22,516.6	5	18 25 22,486.6	1
$\Sigma$		127		122		262

- 2) średnie zredukowane momenty kulminacji gwiazd w średnim południku Borowej Góry z obserwacji zespołu polskiego w trzecim okresie obserwacyjnym ( $S_2$ ),
- 3) średnie zredukowane momenty kulminacji gwiazd w średnim południku Borowej Góry z obserwacji zespołu niemieckiego ( $S_3$ ),
- 4) średnie zredukowane momenty kulminacji gwiazd w średnim południku Poczdamu z obserwacji zespołu polskiego ( $S_4$ ),
- 5) średnie zredukowane momenty kulminacji gwiazd w średnim południku Poczdamu z obserwacji zespołu niemieckiego w pierwszym okresie obserwacyjnym ( $S_5$ ),
- 6) średnie zredukowane momenty kulminacji gwiazd w średnim południku Poczdamu z obserwacji zespołu niemieckiego w trzecim okresie obserwacyjnym ( $S_6$ ).

Jeżeli z drugim okresem obserwacyjnym zwiążemy wyjściowe wartości równań

Tabela 4d

Nr gwiazdy w/g progr.	P o t s d a m					
	Radecki		Hemmler		Hemmler	
	$S_4$	$n_4$	$S_5$	$n_5$	$S_6$	$n_6$
8	9	10	11	12	13	14
37	15 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> 11 <sup>s</sup> 538.3	10				
38	15 44 50,781.5	9				
39	15 52 11,401.9	12			15 <sup>h</sup> 52 <sup>m</sup> 11 <sup>s</sup> 327.6	5
52	16 11 23,528.5	8			16 11 23,485.0	5
40	16 12 09,223.1	3				
41	16 28 32,048.1	7			16 28 31,981.5	5
42	16 33 18,075.7	7			16 33 18,034.4	6
43	16 39 07,755.5	8			16 39 07,727.1	5
44	16 45 57,175.3	9			16 45 57,168.4	6
45	16 50 47,846.9	7			16 50 47,808.3	3
53	16 55 45,093.6	1			16 55 45,039.2	6
46	17 00 29,852.8	8				
54	17 02 19,091.5	1			17 02 19,046.1	6
47	17 06 24,625.1	6				
48	17 13 44,204.2	6			17 13 44,167.7	6
55	17 28 08,974.8	1			17 28 08,960.8	6
49	17 30 59,887.1	7				
56	17 53 27,957.5	1			17 53 27,923.3	7
57	17 58 19,840.2	1			17 58 19,736.3	7
58	18 06 51,112.8	1			18 06 51,123.7	7
59	18 11 39,668.8	1			18 11 39,691.0	7
60	18 18 34,523.5	1			18 18 34,456.7	7
61	18 23 49,000.9	1			18 23 49,004.3	6
62	18 37 53,288.9	1			18 37 53,278.9	7
63	18 42 59,576.5	1			18 42 59,539.4	7
64	18 57 15,363.8	1			18 57 15,336.7	7
$\Sigma$		209		153		121

osobowych obu obserwatorów oraz wartość systematycznego błędu poprawek radiowych sygnałów czasu, tzn. jeżeli okresowe zmiany równań osobowych oraz okresowe błędy poprawek sygnałów będziemy określali w odniesieniu do drugiego okresu obserwacyjnego, wówczas średnie zredukowane momenty kulminacji każdej gwiazdy w poszczególnych kolumnach można przedstawić z pomocą wzoru (16) w sposób następujący:

$$\begin{aligned}
 S_1 - v_1 &= \alpha_0 + \lambda_{BG} - e_R - de_{R1} - dU_1, \\
 S_2 - v_2 &= \alpha_0 + \lambda_{BG} - e_R - de_{R3} - dU_3, \\
 S_3 - v_3 &= \alpha_0 + \lambda_{BG} - e_H, \\
 S_4 - v_4 &= \alpha_0 + \lambda_{Pt} - e_R, \\
 S_5 - v_5 &= \alpha_0 + \lambda_{Pt} - e_H - de_{H1} - dU_1, \\
 S_6 - v_6 &= \alpha_0 + \lambda_{Pt} - e_H - de_{H3} - dU_3,
 \end{aligned} \tag{17}$$

gdzie:

$\lambda_{BG}$  oraz  $\lambda_{Pt}$  są to średnie długości geograficzne Borowej Góry i Poczdamu,  
 $e_R$  oraz  $e_H$  są to równania osobowe obserwatora polskiego (Radecki) i niemieckiego (Hemmler) w drugim okresie obserwacyjnym,  
 $de_{R1}$  oraz  $de_{R3}$  są to zmiany równania osobowego obserwatora polskiego w pierwszym i trzecim okresie obserwacyjnym,  
 $de_{H1}$  oraz  $de_{H3}$  są to zmiany równania osobowego obserwatora niemieckiego w pierwszym i trzecim okresie obserwacyjnym,  
 $dU_1$  oraz  $dU_3$  są to okresowe błędy poprawek sygnałów czasu dla pierwszego i trzeciego okresu obserwacyjnego.

Ze wzorów (17) wynikają równania błędów różnic  $S_i - S_k$  średnich zredukowanych momentów kulminacji gwiazd, określające zależności między najprawdopodobniejszymi wartościami sześciu niewiadomych. Są to następujące niewiadome:

1) różnica długości geograficznych Borowa Góra — Potsdam:

$$\Delta\lambda = \lambda_{BG} - \lambda_{Pt}, \quad (18)$$

2) różnica błędów osobowych obu obserwatorów:

$$\Delta e = e_H - e_R, \quad (19)$$

3-6) sumy okresowych zmian równań osobowych i okresowych błędów poprawek sygnałów czasu:

$$\begin{aligned} r_1 &= de_{R1} + dU_1, \\ r_3 &= de_{R3} + dU_3, \\ h_1 &= de_{H1} + dU_1, \\ h_3 &= de_{H3} + dU_3. \end{aligned} \quad (20)$$

Równania błędów dają się zebrać w grupy, których liczba równa się liczbie wszystkich możliwych różnic  $S_i - S_k$  między kolumnami średnich zredukowanych momentów kulminacji  $S$ . Jeżeli mamy  $n$  kolumn wielkości  $S$ , wówczas wyłania się:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2}$$

grup równań błędów. W danym przypadku jest 6 kolumn wielkości  $S$ ; mamy tu zatem 15 grup równań błędów, a mianowicie:

$$\begin{aligned} \text{I} &: +\Delta\lambda \quad . \quad -r_1 \quad . \quad . \quad . \quad + (S_4 - S_1) = v_{4 \cdot 1} \quad \text{z wagą } p_{4 \cdot 1}, \\ \text{II} &: +\Delta\lambda \quad . \quad . \quad -r_3 \quad . \quad . \quad + (S_4 - S_2) = v_{4 \cdot 2} \quad \text{z wagą } p_{4 \cdot 2}, \\ \text{III} &: +\Delta\lambda \quad . \quad . \quad . \quad +h_1 \quad . \quad + (S_5 - S_3) = v_{5 \cdot 3} \quad \text{z wagą } p_{5 \cdot 3}, \\ \text{IV} &: +\Delta\lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad +h_3 \quad + (S_6 - S_3) = v_{6 \cdot 3} \quad \text{z wagą } p_{6 \cdot 3}, \\ \text{V} &: +\Delta\lambda - \Delta e \quad . \quad . \quad . \quad . \quad + (S_4 - S_3) = v_{4 \cdot 3} \quad \text{z wagą } p_{4 \cdot 3}, \\ \text{VI} &: +\Delta\lambda + \Delta e - r_1 \quad . \quad +h_1 \quad . \quad + (S_5 - S_1) = v_{5 \cdot 1} \quad \text{z wagą } p_{5 \cdot 1}, \end{aligned}$$



Grupa I:  $S_1 - S_4$ 

Tabela 6

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	19	0.40	+1	.	-1	.	.	.	+152.9	0.20
2	20	0.44	+1	.	-1	.	.	.	+132.9	0.22
3	21	0.42	+1	.	-1	.	.	.	+132.8	0.21
4	22	0.42	+1	.	-1	.	.	.	+ 99.6	0.21
5	23	0.44	+1	.	-1	.	.	.	+ 91.7	0.22
6	24	0.42	+1	.	-1	.	.	.	+ 97.6	0.21
7	30	0.57	+1	.	-1	.	.	.	+103.7	0.285
8	31	0.67	+1	.	-1	.	.	.	+ 86.4	0.335
9	32	0.62	+1	.	-1	.	.	.	+ 82.1	0.31
10	33	0.64	+1	.	-1	.	.	.	+ 98.9	0.32

$$l = (S_4 - S_1) - 0^h 31^m 52^s 800.0$$

$$[p] = + 5.04$$

$$[p'] = + 2.52$$

$$[pl] = + 529.779$$

$$[p'l] = + 264.8895$$

$$[pll] = + 57\,967.2303$$

$$[p'll] = + 28\,983.61515$$

Grupa II:  $S_2 - S_4$ 

Tabela 7

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	39	0.80	+1	.	.	-1	.	.	+ 71.0	0.40
2	52	0.69	+1	.	.	-1	.	.	+125.9	0.345
3	41	0.65	+1	.	.	-1	.	.	+135.1	0.325
4	42	0.65	+1	.	.	-1	.	.	+ 86.9	0.325
5	43	0.75	+1	.	.	-1	.	.	+101.2	0.375
6	44	0.79	+1	.	.	-1	.	.	+ 77.2	0.395
7	45	0.65	+1	.	.	-1	.	.	+ 92.5	0.325
8	53	0.18	+1	.	.	-1	.	.	+115.3	0.09
9	54	0.18	+1	.	.	-1	.	.	+ 77.1	0.09
10	48	0.65	+1	.	.	-1	.	.	+ 67.1	0.325
11	55	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+ 68.0	0.085
12	56	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+120.3	0.085
13	57	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+146.2	0.085
14	58	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+ 68.2	0.085
15	59	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+ 54.6	0.085
16	60	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+108.9	0.085
17	61	0.18	+1	.	.	-1	.	.	+ 42.1	0.09
18	62	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+ 65.3	0.085
19	63	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+ 73.9	0.085
20	64	0.17	+1	.	.	-1	.	.	+ 47.2	0.085

$$l = (S_4 - S_2) - 0^h 31^m 52^s 800.0$$

$$[p] = + 7.70$$

$$[p'] = + 3.85$$

$$[pl] = + 698.751$$

$$[p'l] = + 349.3755$$

$$[pll] = + 68\,627.2559$$

$$[p'll] = + 34\,313.62795$$

Grupa III:  $S_3 - S_5$ 

Tabela 8

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	19	0.45	+1	.	.	.	+1	.	+ 98.4	0.225
2	20	0.64	+1	.	.	.	+1	.	+104.5	0.32
3	21	0.64	+1	.	.	.	+1	.	+ 69.8	0.32
4	22	0.62	+1	.	.	.	+1	.	+110.9	0.31
5	23	0.38	+1	.	.	.	+1	.	+117.6	0.19
6	24	0.51	+1	.	.	.	+1	.	+ 86.6	0.255
7	30	0.86	+1	.	.	.	+1	.	+ 68.6	0.43
8	31	0.86	+1	.	.	.	+1	.	+124.0	0.43
9	32	0.91	+1	.	.	.	+1	.	+137.4	0.455
10	33	0.88	+1	.	.	.	+1	.	+119.2	0.44

$$l = (S_5 - S_3) - 0^h 31^m 52^s 800.0$$

$$\begin{aligned}
 [p] &= + 6.75 & [p'] &= + 3.375 \\
 [pl] &= + 709.010 & [p'l] &= + 354.505 \\
 [pll] &= + 78\,123.3246 & [p'l'l] &= + 39\,061.6623
 \end{aligned}$$

Grupa IV:  $S_3 - S_6$ 

Tabela 9

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	39	0.72	+1	.	.	.	.	+1	+ 48.2	0.36
2	52	0.67	+1	.	.	.	.	+1	+ 74.5	0.335
3	41	0.67	+1	.	.	.	.	+1	+ 52.6	0.335
4	42	0.72	+1	.	.	.	.	+1	+ 64.8	0.36
5	43	0.69	+1	.	.	.	.	+1	+ 85.2	0.345
6	44	0.75	+1	.	.	.	.	+1	+ 83.2	0.375
7	45	0.46	+1	.	.	.	.	+1	+ 82.5	0.23
8	53	0.30	+1	.	.	.	.	+1	+ 65.4	0.15
9	54	0.30	+1	.	.	.	.	+1	+ 65.8	0.15
10	48	0.69	+1	.	.	.	.	+1	+ 78.0	0.345
11	55	0.30	+1	.	.	.	.	+1	+ 105.8	0.15
12	56	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 96.6	0.09
13	57	0.31	+1	.	.	.	.	+1	+ 35.8	0.155
14	58	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 34.1	0.09
15	59	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 65.4	0.09
16	60	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 83.0	0.09
17	61	0.17	+1	.	.	.	.	+1	+ 64.2	0.085
18	62	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 85.0	0.09
19	63	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 72.9	0.09
20	64	0.18	+1	.	.	.	.	+1	+ 50.1	0.09

$$l = (S_6 - S_3) - 0^h 31^m 52^s 800.0$$

$$\begin{aligned}
 [p] &= + 8.01 & [p'] &= + 4.005 \\
 [pl] &= + 560.265 & [p'l] &= + 280.1325 \\
 [pll] &= + 41\,443.6011 & [p'l'l] &= + 20\,721.80055
 \end{aligned}$$

Grupa V:  $S_3 - S_4$ 

Tabela 10

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	19	0.30	+1	-1	.	.	.	.	+ 173.2	0.15
2	20	0.38	+1	-1	.	.	.	.	+ 175.0	0.19
3	21	0.38	+1	-1	.	.	.	.	+ 130.2	0.19
4	22	0.38	+1	-1	.	.	.	.	+ 160.3	0.19
5	23	0.30	+1	-1	.	.	.	.	+ 100.7	0.15
6	24	0.34	+1	-1	.	.	.	.	+ 98.8	0.17
7	25	0.24	+1	-1	.	.	.	.	+ 112.8	0.24
8	26	0.34	+1	-1	.	.	.	.	+ 144.2	0.34
9	28	0.38	+1	-1	.	.	.	.	+ 70.3	0.38
10	30	1.05	+1	-1	.	.	.	.	+ 103.9	0.525
11	31	1.05	+1	-1	.	.	.	.	+ 109.4	0.525
12	32	0.99	+1	-1	.	.	.	.	+ 131.4	0.495
13	33	1.03	+1	-1	.	.	.	.	+ 110.7	0.515
14	34	0.99	+1	-1	.	.	.	.	+ 108.2	0.99
15	35	1.06	+1	-1	.	.	.	.	+ 109.3	1.06
16	36	0.95	+1	-1	.	.	.	.	+ 93.8	0.95
17	37	1.09	+1	-1	.	.	.	.	+ 109.2	1.09
18	38	1.06	+1	-1	.	.	.	.	+ 110.3	1.06
19	39	1.25	+1	-1	.	.	.	.	+ 122.5	0.625
20	52	0.89	+1	-1	.	.	.	.	+ 118.0	0.445
21	40	0.15	+1	-1	.	.	.	.	+ 155.5	0.15
22	41	0.82	+1	-1	.	.	.	.	+ 119.2	0.41
23	42	0.79	+1	-1	.	.	.	.	+ 106.1	0.395
24	43	0.93	+1	-1	.	.	.	.	+ 113.6	0.465
25	44	0.95	+1	-1	.	.	.	.	+ 90.1	0.475
26	45	0.82	+1	-1	.	.	.	.	+ 121.1	0.41
27	53	0.13	+1	-1	.	.	.	.	+ 119.8	0.065
28	46	0.80	+1	-1	.	.	.	.	+ 139.4	0.80
29	54	0.13	+1	-1	.	.	.	.	+ 111.2	0.065
30	47	0.60	+1	-1	.	.	.	.	+ 100.6	0.60
31	48	0.69	+1	-1	.	.	.	.	+ 114.5	0.345
32	55	0.13	+1	-1	.	.	.	.	+ 119.8	0.065
33	49	0.65	+1	-1	.	.	.	.	+ 150.3	0.65
34	56	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 130.8	0.05
35	57	0.13	+1	-1	.	.	.	.	+ 139.7	0.065
36	58	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 23.2	0.05
37	59	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 43.2	0.05
38	60	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 149.8	0.05
39	61	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 60.8	0.05
40	62	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 95.0	0.05
41	63	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 110.0	0.05
42	64	0.10	+1	-1	.	.	.	.	+ 77.2	0.05

$$l = (S_4 - S_3) - 0^h 31^m 52^s 800.0$$

$$[p] = + 22.97$$

$$[p'] = + 15.64$$

$$[pl] = + 2\ 646.531$$

$$[p'l] = + 1\ 795.1385$$

$$[p''] = + 314\ 896.8155$$

$$[p''l] = + 212\ 666.47345$$

Grupa VI:  $S_1 - S_6$ 

Tabela 11

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	11	0.65	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 50.7	0.65
2	12	0.75	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 110.0	0.75
3	13	0.75	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 89.1	0.75
4	14	0.75	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 78.7	0.75
5	15	0.69	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 107.0	0.69
6	16	0.69	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 106.9	0.69
7	17	0.75	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 65.9	0.75
8	18	0.79	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 71.5	0.79
9	19	0.72	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 78.1	0.36
10	20	0.85	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 62.4	0.425
11	21	0.79	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 72.3	0.395
12	22	0.75	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 50.2	0.375
13	23	0.62	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 108.6	0.31
14	24	0.70	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 85.4	0.35
15	27	0.60	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 80.8	0.60
16	29	0.69	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 111.7	0.69
17	30	0.51	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 68.4	0.255
18	31	0.58	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 101.0	0.29
19	32	0.58	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 88.1	0.29
20	33	0.58	+1	+1	-1	.	+1	.	+ 107.4	0.29

$$[p] = + 13.79 \quad l = S_5(-S_1) - 0^{h_3}i^{m_5}2^s;800.0$$

$$[p'] = + 10.45$$

$$[pl] = + 1\,153.354$$

$$[p'l] = + 889.3615$$

$$[pll] = + 102\,585.0892$$

$$[p'll] = + 79\,768.58335$$

Grupa VII:  $S_2 - S_6$ 

Tabela 12

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	39	0.55	+1	+1	.	-1	.	+1	- 3.3	0.275
2	52	0.55	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 82.4	0.275
3	41	0.55	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 68.5	0.275
4	42	0.60	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 45.6	0.30
5	43	0.58	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 72.8	0.29
6	44	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 70.3	0.325
7	45	0.40	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 53.9	0.20
8	53	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 60.9	0.325
9	54	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 31.7	0.325
10	48	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 30.6	0.325
11	55	0.60	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 54.0	0.30
12	56	0.58	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 86.1	0.29
13	57	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 42.3	0.325
14	58	0.58	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 79.1	0.29
15	59	0.58	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 76.8	0.29
16	60	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 42.1	0.325
17	61	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 45.5	0.325
18	62	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 55.3	0.325
19	63	0.65	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 36.8	0.235
20	64	0.58	+1	+1	.	-1	.	+1	+ 20.1	0.29

$$[p] = + 12.00 \quad l = (S_6 - S_2) - 0^{h_3}i^{m_5}2^s;800.0$$

$$[p'] = + 6.00$$

$$[pl] = + 626.817$$

$$[p'l] = + 313.4085$$

$$[pll] = + 38\,551.8983$$

$$[p'll] = + 19\,275.94915$$

Grupa X:  $S_1 - S_3$ 

Tabela 13

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	19	0.40	.	+1	-1	.	.	.	- 20.3	0.20
2	20	0.62	.	+1	-1	.	.	.	- 42.1	0.31
3	21	0.58	.	+1	-1	.	.	.	+ 2.5	0.29
4	22	0.58	.	+1	-1	.	.	.	- 60.7	0.29
5	23	0.44	.	+1	-1	.	.	.	- 9.0	0.22
6	24	0.51	.	+1	-1	.	.	.	- 1.2	0.255
7	30	0.59	.	+1	-1	.	.	.	- 0.2	0.295
8	31	0.69	.	+1	-1	.	.	.	- 23.0	0.345
9	32	0.72	.	+1	-1	.	.	.	- 49.3	0.36
10	33	0.71	.	+1	-1	.	.	.	- 11.8	0.355

$$l = S_3 - S_1$$

$$[p] = + 5.84$$

$$[p'] = + 2.92$$

$$[pl] = - 132.412$$

$$[p'l] = - 66.206$$

$$[p''] = + 5\,654.5806$$

$$[p'''] = + 2\,827.2903$$

Grupa XI:  $S_2 - S_3$ 

Tabela 14

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	39	0.82	.	+1	.	-1	.	.	- 51.5	0.41
2	52	0.75	.	+1	.	-1	.	.	+ 7.9	0.375
3	41	0.75	.	+1	.	-1	.	.	+ 15.9	0.375
4	42	0.72	.	+1	.	-1	.	.	- 19.2	0.36
5	43	0.86	.	+1	.	-1	.	.	- 12.4	0.43
6	44	0.82	.	+1	.	-1	.	.	- 12.9	0.41
7	45	0.75	.	+1	.	-1	.	.	- 28.6	0.375
8	53	0.31	.	+1	.	-1	.	.	- 4.5	0.155
9	54	0.31	.	+1	.	-1	.	.	- 34.1	0.155
10	48	0.75	.	+1	.	-1	.	.	- 47.4	0.375
11	55	0.30	.	+1	.	-1	.	.	- 51.8	0.15
12	56	0.17	.	+1	.	-1	.	.	- 10.5	0.085
13	57	0.30	.	+1	.	-1	.	.	+ 6.5	0.15
14	58	0.17	.	+1	.	-1	.	.	+ 45.0	0.085
15	59	0.17	.	+1	.	-1	.	.	+ 11.4	0.085
16	60	0.17	.	+1	.	-1	.	.	- 40.9	0.085
17	61	0.18	.	+1	.	-1	.	.	- 18.7	0.09
18	62	0.17	.	+1	.	-1	.	.	- 29.7	0.085
19	63	0.17	.	+1	.	-1	.	.	- 36.1	0.085
20	64	0.17	.	+1	.	-1	.	.	- 30.0	0.085

$$l = S_3 - S_2$$

$$[p] = + 8.81$$

$$[p'] = + 4.405$$

$$[pl] = - 160.804$$

$$[p'l] = - 80.402$$

$$[p''] = + 7\,685.2148$$

$$[p'''] = + 3\,842.6074$$

Grupa XII:  $S_4 - S_5$ 

Tabela 15

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	19	0.45	.	+1	.	.	+1	.	- 74.8	0.225
2	20	0.45	.	+1	.	.	+1	.	- 70.5	0.225
3	21	0.45	.	+1	.	.	+1	.	- 60.5	0.225
4	22	0.44	.	+1	.	.	+1	.	- 49.4	0.22
5	23	0.38	.	+1	.	.	+1	.	+ 16.9	0.19
6	24	0.42	.	+1	.	.	+1	.	- 12.2	0.21
7	30	0.82	.	+1	.	.	+1	.	- 35.3	0.41
8	31	0.82	.	+1	.	.	+1	.	+ 14.6	0.41
9	32	0.75	.	+1	.	.	+1	.	+ 6.0	0.375
10	33	0.79	.	+1	.	.	+1	.	+ 8.5	0.395

$$l = S_5 - S_4$$

$$[p] = + 5.77$$

$$[pl] = - 118.807$$

$$[pll] = + 8 926.9585$$

$$[p'] = + 2.885$$

$$[p'l] = + 59.4035$$

$$[p'll] = + 4 463.47925$$

Grupa XIII:  $S_4 - S_6$ 

Tabela 16

Nr	Nr *	$p$	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$	$p'$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	39	0.71	.	+1	.	.	.	+1	- 74.3	0.355
2	52	0.62	.	+1	.	.	.	+1	- 43.5	0.31
3	41	0.58	.	+1	.	.	.	+1	- 66.6	0.29
4	42	0.65	.	+1	.	.	.	+1	- 41.3	0.325
5	43	0.62	.	+1	.	.	.	+1	- 28.4	0.31
6	44	0.72	.	+1	.	.	.	+1	- 6.9	0.36
7	45	0.42	.	+1	.	.	.	+1	- 38.6	0.21
8	53	0.17	.	+1	.	.	.	+1	- 54.4	0.085
9	54	0.17	.	+1	.	.	.	+1	- 45.4	0.085
10	48	0.60	.	+1	.	.	.	+1	- 36.5	0.30
11	55	0.17	.	+1	.	.	.	+1	- 14.0	0.085
12	56	0.18	.	+1	.	.	.	+1	- 34.2	0.09
13	57	0.18	.	+1	.	.	.	+1	- 103.9	0.09
14	58	0.18	.	+1	.	.	.	+1	+ 10.9	0.09
15	59	0.18	.	+1	.	.	.	+1	+ 22.2	0.09
16	60	0.18	.	+1	.	.	.	+1	- 66.8	0.09
17	61	0.17	.	+1	.	.	.	+1	+ 3.4	0.085
18	62	0.18	.	+1	.	.	.	+1	- 10.0	0.09
19	63	0.18	.	+1	.	.	.	+1	- 37.1	0.09
20	64	0.18	.	+1	.	.	.	+1	- 27.1	0.09

$$l = S_6 - S_4$$

$$[p] = + 7.04$$

$$[pl] = - 268.932$$

$$[pll] = + 15 087.2402$$

$$[p'] = + 3.52$$

$$[p'l] = - 134.466$$

$$[p'll] = + 7 543.6201$$

W ten sposób pojedyncza różnica dwóch średnich zredukowanych momentów kulminacji, z których każdy był utworzony z 10 spostrzeżeń, otrzymuje wagę równą jedności.

Tabela 5 zawiera wartości liczbowe wag w funkcji dwóch argumentów,  $n_i$  oraz  $n_k$ , zawartych w przedziale od 1 do 13.

Przed przystąpieniem do wyrównania obliczono dla poszczególnych grup ogólne średnie arytmetyczne różnic  $S_i - S_k$  na podstawie równań błędów zestawionych w tabelach od 6 do 16. W kolumnie 11 tych tabel podano wartości zredukowanych wag  $p'$ , które znajdują zastosowanie przy wyrównaniu ścisłym. W obecnym rachunku posługiwano się wagami  $p$  obliczonymi przy pomocy wzoru (22) i zamieszczonymi w kolumnie 3. Zestawienie wyników zawiera tabela 17.

Okresowe błędy poprawek radiowych sygnałów zmieniają się w czasie w sposób ciągły. Tymczasem przy obliczaniu różnic  $S_i - S_k$  zakładano ich stałość w ciągu każdego okresu obserwacyjnego. Aby przekonać się jaki wpływ na wyniki miała zmienność okresowych błędów poprawek sygnałów, obliczono dodatkowo różnice  $S_3 - S_4$ ,  $S_1 - S_5$  oraz  $S_2 - S_6$  (grupy: V, VI i VII) tylko na podstawie obserwacji dokonanych w czasie wspólnych wieczorów obserwacyjnych. Rezultaty tego rachunku zestawiono w tabeli 18.

Grupa Va przedstawia tu wyniki obserwacji gwiazd z pierwszego, a grupa Vb — z drugiego programu drugiego okresu obserwacyjnego. Grupy V.1 oraz VI.2 zawierają wyniki obserwacji tylko tych gwiazd, które były obserwowane tak w drugim jak i w pierwszym okresie, grupy zaś V.3 oraz VII. 2 odnoszą się tylko do gwiazd, które obserwowano zarówno w drugim jak i w trzecim okresie. Grupy: V, VI i VII obrazują wyniki obserwacji wszystkich wspólnych gwiazd ze wszystkich wspólnych wieczorów. Rezultaty zamieszczone w tabeli 18 są wolne od wpływu błędów poprawek radiowych sygnałów czasu. Porównanie ich zatem z wynikami podanymi w tabeli 17 daje materiał do oszacowania wpływu zmienności tych błędów, a porównanie rezultatów z tabeli 18 między sobą umożliwia ocenę stałości różnicy równań osobowych obu obserwatorów.

W tabeli 19 podano wyniki z tabeli 17 i 18 przekształcone w sposób umożliwiający ich bezpośrednie porównanie.

Na podstawie dosyć dobrej zgodności odpowiadających sobie w obu tabelach wyników (ich różnice tylko w grupie VII osiągają wartość pierwiastka z sumy kwadratów średnich błędów) można sądzić, że wpływ zmiany okresowych błędów poprawek sygnałów czasu w ciągu każdego z okresów obserwacyjnych nie jest na ogół większy od zniekształcenia rezultatów przez nierównomierny rozkład błędów przypadkowych. Wyrównanie zatem obserwacji odniesionych do systemu czasu Geodezyjnego Instytutu w Poczdamie powinno przynieść dosyć prawdopodobne rezultaty, które jednak należy traktować jako prowizoryczne. Ostateczne wyrównanie trzeba będzie przeprowadzić na materiale opartym o definitywny system międzynarodowy. I to nie tylko ze względów porządkowych, ale również dlatego, aby uzyskać pewniejsze dane do określenia zmian równań osobowych, a w konsekwencji — pewniejszą wartość różnicy długości geograficznych.

Tabela 17

Grupa	W y n i k i			Liczba sposzrz. <i>n</i>	Suma wag [ <i>p</i> ]	Błąd typ. sposzrz. <i>m</i> <sub>0</sub>
	1	2	3			
I				3	4	5
I	+ Δλ	·	·	10	5.04	± 0,015.9
II	+ Δλ	·	·	20	7.70	0,016.6
III	+ Δλ	·	·	10	6.75	0,020.1
IV	+ Δλ	·	·	20	8.01	0,010.9
V	+ Δλ	·	·	42	22.97	0,015.6
VI	+ Δλ	·	·	20	13.79	0,016.7
VII	+ Δλ	·	·	20	12.00	0,017.5
X	·	·	·	10	5.84	0,017.2
XI	·	·	·	20	8.81	0,015.8
XII	·	·	·	10	5.77	0,026.8
XIII	·	·	·	20	7.04	± 0,015.9

Tabela 18

Grupa	W y n i k i			Liczba gwiazd	Waga	Błąd typ. sposzrz. <i>m</i> <sub>0</sub>
	1	2	3			
I				3	4	5
Va	+ Δλ	·	·	60	6.0	± 0,014.6
Vb	+ Δλ	·	·	91	9.1	0,012.9
V	+ Δλ	·	·	102	10.2	0,013.3
V.1	+ Δλ	·	·	27	2.7	0,014.9
V.3	+ Δλ	·	·	36	3.6	0,011.4
VI	+ Δλ	·	·	53	5.3	0,018.0
VI.2	+ Δλ	·	·	29	2.9	0,020.6
VII	+ Δλ	·	·	44	4.4	0,016.6
VII.2	+ Δλ	·	·	18	1.8	± 0,015.8

Tabela 19

Grupa	Tabela 17		Tabela 18		Różnica wyników w ms
	Wyniki		Wyniki		
1	2		4		5
$\frac{1}{2}(I + III)$	$-0^b 31^m 52^s 905.1 \pm 0^s 005.3$	$\frac{1}{2}(V.1 + VI.2)$	$-0^b 31^m 52^s 902.1 \pm 0^s 007.6$	$-3.0 \pm 9.3$	
$\frac{1}{2}(II + IV)$	$52,880.3 \pm 0,003.6$	$\frac{1}{2}(V.3 + VII.2)$	$52,884.8 \pm 0,006.6$	$+4.5 \pm 7.5$	
V	$52,915.2 \pm 0,003.3$	V	$52,913.2 \pm 0,004.1$	$-2.0 \pm 5.3$	
VI	$52,884.0 \pm 0,004.5$	VI	$52,890.5 \pm 0,007.8$	$+6.5 \pm 9.0$	
VII	$-0 31 52,852.2 \pm 0,005.0$	VII	$-0 31 52,861.6 \pm 0,007.9$	$+9.4 \pm 9.3$	
$\frac{1}{2}(X + XII)$	$0,021.6 \pm 0,006.6$	$\frac{1}{2}(VI.2 - V.1)$	$0,019.6 \pm 0,007.6$	$+2.0 \pm 10.1$	
$\frac{1}{2}(XI + XIII)$	$0,028.2 \pm 0,004.0$	$\frac{1}{2}(VII.2 - V.3)$	$0,024.1 \pm 0,006.6$	$+4.1 \pm 7.7$	

Tabela 20

Grupa	Wyniki	
	2	
I	$+ \Delta \lambda$	$- r_1$
II	$+ \Delta \lambda$	$- r_3$
III	$+ \Delta \lambda$	$+ h_1$
IV	$+ \Delta \lambda$	$+ h_3$
X	$+ \Delta e$	$- r_1$
XI	$+ \Delta e$	$- r_3$
XII	$+ \Delta e$	$+ h_1$
XIII	$+ \Delta e$	$+ h_3$

$= -0^b 31^m 52^s 898.8$   
 $= 52,890.7$   
 $= 52,898.6$   
 $= -0 31 52,869.9$   
 $= 0,016.4$   
 $= 0,018.3$   
 $= 0,014.2$   
 $= 0,038.2$

Na podstawie porównania między sobą poszczególnych wyników z tabeli 18 można stwierdzić, że różnica równań osobowych obu obserwatorów nie zachowała stałej wartości w czasie wyznaczenia. Odejmując bowiem stronami równania grupy VII i VI otrzymujemy:

$$(-de_{R3} + de_{H3}) - (-de_{H1} + de_{H1}) = +0^{\circ}028.9 \pm 0^{\circ}011.1,$$

a posługując się tabelą 17 mamy:

$$\text{VII} - \text{VI}: (-r_3 + h_3) - (-r_1 + h_1) = +0^{\circ}031.8 \pm 0^{\circ}006.7,$$

przy czym rzut oka na wyniki grup X — XIII nasuwa wniosek, że zmianie uległa wartość równania  $e_H$  między drugim a trzecim okresem obserwacyjnym ( $h_3 \neq 0$ ).

W oparciu o trzy pierwsze wiersze tabeli 18 można — zdaje się — sądzić, że w drugim okresie obserwacyjnym różnica równań osobowych obu obserwatorów nie ulegała wydatniejszym wahaniom. Różnica między wynikami grupy V.1 i V.3 wynosząca  $0^{\circ}012.7 \pm 0^{\circ}010.9$  wydaje się być następstwem tylko niekorzystnego rozkładu błędów przypadkowych, ponieważ odchylenia każdego z tych wyników od rezultatu grupy V nie przekraczają wartości średnich błędów. Różnica ta rzuca pewne światło na rozbieżność wyników grup I — IV. Jeśli byśmy mianowicie momenty  $S_4$  i  $S_3$  (w grupie V.1) poprawili o połowę tej różnicy (opatrzonej raz znakiem minus, a drugi raz plus), wówczas otrzymalibyśmy rezultaty (zestawione w tabeli 20), które zdają się świadczyć, że tylko suma  $h_3$  jest różna od zera. Dalsze przesłanki potwierdzające słuszność tego przypuszczenia będą przedstawione w toku wyrównania ścisłego.

Wyrównanie ściśle przeprowadzono w oparciu o równania błędów zestawione w tabelach od 6 do 16, przy czym wagi poszczególnych różnic  $S_i - S_k$  brano z kolumny 11 ( $p'$ ). Wagi te wprowadzono dlatego, ponieważ równania błędów układano dla wszystkich możliwych różnic między kolumnami średnich, zredukowanych momentów kulminacji  $S$ , a nie dla samych tylko różnic niezależnych. Trzeba więc było zredukować wagi w takim stosunku, w jakim znajduje się liczba różnic niezależnych do liczby wszystkich możliwych różnic. A zatem:

$$p' : p = (n - 1) : \frac{n(n - 1)}{2},$$

skąd wynika następująca zależność na określenie zredukowanej wagi  $p'$  w zależności od wagi  $p$  obliczonej na podstawie wzoru (22):

$$p' = \frac{2p}{n}, \quad (23)$$

gdzie  $n$  oznacza liczbę wielkości  $S$  utworzonych dla danej gwiazdy.

Na podstawie równań błędów ułożono równania normalne przedstawione schematycznie w tabeli 21. Mamy tu sześć równań z sześcioma niewiadomymi, a ponieważ przy sześciu kolumnach wielkości  $S$  występuje tylko 5 niezależnych grup różnic, przeto układ ten jest nieoznaczony. Można go rozwiązać na przykład przy założeniu, że co najmniej jedna niewiadoma równa się zero.

Tabela 21

	$d\Delta\lambda$ $a_1$	$\Delta e$ $a_2$	$r_1$ $a_3$	$r_3$ $a_4$	$h_1$ $a_5$	$h_3$ $a_6$	$l$
$p'a_1$	+45.840	+ 0.810	-12.970	- 9.850	+13.825	+10.005	+ 4 246.8110
$p'a_2$		+45.820	-13.370	-10.405	+13.335	+ 9.520	+ 932.8460
$p'a_3$			+15.890		-10.450		+ 1 088.0450
$p'a_4$				+14.255			+ 582.3820
$p'a_5$					+16.710		+ 1 177.6605
$p'a_6$						+13.525	+ 459.0750
$p'l$							+ 453 468.7090

Tabela 22

Nr	Założenie	$\Delta\lambda$	$\Delta e$	$r_1, r_3, h_1, h_3$			[pov]	n-m	Błąd typ. spoztrz. $m_0$
				3	4	5			
1	$r_1 = r_3 = h_1 = h_3 = 0$	$-0'31''52,893.0 \pm 0,002.0$	$+0,022.0 \pm 0,002.0$				+0,037 849	200	$\pm 0,013.8$
2	$r_1 = r_3 = h_1 = 0$	$-0 31 52,899.0 \pm 0,002.0$	$+0,016.3 \pm 0,002.0$	$h_3 = +0,027.8 \pm 0,004.0$			+0,03 560	199	$\pm 0,012.4$
3	$r_1 = r_3 = h_3 = 0$	$-0 31 52,886.8 \pm 0,002.3$	$+0,028.0 \pm 0,002.3$	$h_1 = -0,021.0 \pm 0,004.4$			+0,033 964	199	$\pm 0,013.1$
4	$r_3 = h_1 = h_3 = 0$	$-0 31 52,887.3 \pm 0,002.3$	$+0,028.0 \pm 0,002.3$	$r_1 = +0,020.8 \pm 0,004.5$			+0,03 200	199	$\pm 0,013.1$
5	$r_1 = h_1 = h_3 = 0$	$-0 31 52,895.3 \pm 0,002.2$	$+0,019.6 \pm 0,002.2$	$r_3 = -0,010.7 \pm 0,004.3$			+0,035 729	199	$\pm 0,013.6$
6	$r_3 = 0$	$-0 31 52,894.7 \pm 0,003.9$	$+0,020.5 \pm 0,003.8$	$r_1 = +0,004.9 \pm 0,005.5$ $h_1 = -0,005.5 \pm 0,005.4$ $h_3 = +0,021.7 \pm 0,006.2$			+0,030 305	197	$\pm 0,012.4$
7	$r_1 = r_3 = 0$	$-0 31 52,896.9 \pm 0,003.0$	$+0,018.4 \pm 0,003.0$	$h_1 = -0,005.0 \pm 0,005.3$ $h_3 = +0,024.8 \pm 0,005.2$			+0,030 426	198	$\pm 0,012.4$
8	$r_3 = h_1 = 0$	$-0 31 52,897.3 \pm 0,003.0$	$+0,018.1 \pm 0,003.0$	$r_1 = +0,004.3 \pm 0,005.4$ $h_3 = +0,025.3 \pm 0,005.0$			+0,030 464	198	$\pm 0,012.4$

Wyrównanie ściśle wykonano dla szeregu tak dobranych założeń, żeby wyniki mogły stanowić podstawę do dalszej analizy zmienności równań osobowych, jeśli tylko wpływ okresowych błędów poprawek sygnałów czasu był dostatecznie mały. Rezultaty zestawiono w tabeli 22.

Pierwsze rozwiązanie opiera się na założeniu, że różnica równań osobowych obu obserwatorów nie podlegała zmianom systematycznym między poszczególnymi okresami wyznaczenia. W rozwiązaniach 2 — 5 przyjmowano kolejno, że:

- 1) między II i III okresem nastąpiła zmiana równania osobowego obserwatora niemieckiego (rozw. 2),
- 2) między I i II okresem nastąpiła zmiana równania osobowego obserwatora niemieckiego (rozw. 3),
- 3) między I i II okresem nastąpiła zmiana równania osobowego obserwatora polskiego (rozw. 4),
- 4) między II i III okresem nastąpiła zmiana równania osobowego obserwatora polskiego (rozw. 5).

Wyniki tych rozwiązań zamieszczono w kolejności odpowiadającej wzrostowi sum  $pvv$ .

Stopień prawdopodobieństwa założeń towarzyszących poszczególnym wyrównaniom można określić procentem zmniejszenia się  $[pvv]$  w stosunku do rozwiązania pierwszego. Obrazem tych rozważań jest tabela 23. Wynika z niej, że zało-

T a b e l a 23

Nr rozw.	Założenie	Procent zmniejszenia się $[pvv]$
1	2	3
2	$r_1 = r_3 = h_1 = 0, \quad h_3 \neq 0$	19.3 %
3	$r_1 = r_3 = h_3 = 0, \quad h_1 \neq 0$	10.3 %
4	$r_3 = h_1 = h_3 = 0, \quad r_1 \neq 0$	9.6 %
5	$r_1 = h_1 = h_3 = 0, \quad r_3 \neq 0$	3.0 %
6	$r_3 = 0, \quad r_1 \neq h_1 \neq h_3 \neq 0$	19.9 %
7	$r_1 = r_3 = 0, \quad h_1 \neq h_3 \neq 0$	19.6 %
8	$r_3 = h_1 = 0, \quad r_1 \neq h_3 \neq 0$	19.5 %

żenie rozwiązania 5 jest najmniej prawdopodobne czyli że słusznie uczyniono przyjmując w dalszych wyrównaniach:  $r_3 = 0$ .

Największy stopień prawdopodobieństwa posiadają założenia rozwiązań: 2, 6, 7 i 8. Sumy  $pvv$  są tu prawie jednakowe i trudno przysądzić pierwszeństwo któremukolwiek z tych wyrównań tylko na podstawie minimum  $[pvv]$ . Rozwiązania 6 — 8 budzą pewne wątpliwości, ponieważ wartości niewiadomych  $r_1$  i  $h_1$  mieszczą się tu w granicach swych średnich błędów. Jeżeli ponadto weźmiemy pod uwagę rozważania zakończone zestawieniem w tablicy 20, wówczas nasuwa się dosyć prawdopodobne przypuszczenie, że wielkości  $r_1, h_1$  oraz

$r_3$  sygnalizują jedynie jakiś niekorzystny rozkład błędów, które w niniejszej pracy zostały zaliczone do błędów przypadkowych. Wyniki dotychczasowej analizy nie dostarczają przekonującego materiału, który pozwalałby na utożsamienie tych wielkości z okresowymi zmianami równań osobowych.

Jako najprawdopodobniejsze rozwiązanie wypada zatem przyjąć rezultat wyrównania drugiego:

$$\lambda_{BG} - \lambda_{Pt} = \Delta\lambda = -0^{\circ}31^m52^s,899.0 \pm 0^{\circ}002.0,$$

przy czym:

$$e_H - e_R = \Delta e = + 0^{\circ}016.3 \pm 0^{\circ}002.0,$$

$$h_3 = de_{H3} + dU_3 = + 0^{\circ}027.8 \pm 0^{\circ}004.0.$$

Wynik ten, odniesiony do średniego położenia biegunów geograficznych w definitywnym układzie Service International des Latitudes, jest całkowicie wolny od błędów pozycji gwiazd i w pewnej mierze uniezależniony od błędów poprawek radiowych sygnałów czasu, a to w następstwie założeń metody bazujących na pomiarze interwałów czasu dzielących kulminacje tych samych gwiazd i na wyrównaniu tych interwałów we wszystkich kombinacjach.

#### LITERATURA

- [1] *R. d'E. Atkinson and D. H. Sadler*: On the use of mean sidereal time. Monthly Notices of the R.A.S., v. 111, nr 6, 1951.
- [2] Bulletin Horaire du B.I.H. Série 4 et F.
- [3] *P.N. Dolgow*: Opriedielenije wriemieni pasażnym instrumentom w mieridianie. Moskwa 1952.
- [4] *G. Hemmleb*: Bestimmung des Längenunterschiedes Potsdam — Borowa Góra. Beobachtungsergebnisse (w rękopisie).
- [5] *G. Hemmleb*: Bestimmung des Längenunterschiedes Potsdam — Borowa Góra. Bericht. Geodätisches Institut der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin (w rękopisie)
- [6] *A. Lambert, P. Dubois, N. Stoyko*: La deuxième opération internationale des longitudes. Paris 1938.
- [7] *B. Milasovszky*: Clock correction and azimuth constant in astronomical time determination. Müszaki egyetemi karok. Sopron 1956.
- [8] *F. Mühling und W. Hristow*: Bestimmung der Längendifferenz Potsdam — Sofia. Veröffentlichung des Preussischen Geodätischen Instituts und des Staatlichen Geographischen Instituts beim Bulgarischen Kriegsministerium. Potsdam und Sofia 1933.
- [9] *N. N. Parijskij*: Nierawnomiernost' wraszczienija Ziemli. Trudy Geofiziczeskogo Instituta AN SSSR, nr 26 (153). Moskwa 1955.
- [10] *Ź. Radecki*: Kilka uwag o redukcji ad locum apparentem. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, t. VII, z. 1. Warszawa 1960.
- [11] *Ź. Radecki*: Wyznaczenie różnicy długości geograficznych Borowa Góra — Potsdam. Instytut Geodezji i Kartografii. Warszawa 1956/57 (w rękopisie).
- [12] *Ź. Radecki*: Koncepcja wyznaczenia różnicy długości geograficznych pomiędzy wyjściowymi punktami astronomiczno-geodezyjnymi Polski i krajów sąsiednich. Prace Instytutu Geodezji i Kartografii, t. IV, z. 1. Warszawa 1956.

- [13] *J. Radecki*: Różnica długości geograficznych z pomiaru odstępu czasu dzielącego kulminacje tych samych gwiazd. Biuletyn Instytutu Geodezji i Kartografii, r. VI, nr 2—3. Warszawa III. 1956.
- [14] *J. Radecki*: Problemy wyrównania międzynarodowej sieci astronomicznej. Instytut Geodezji i Kartografii. Warszawa 1958.
- [15] *N. Stoyko*: Les signaux horaires classiques et les problèmes qui s'y rattachent. V Congrès International de Chronométrie, v. I. Paris 1954.
- [16] *N. Stoyko*: Opération internationale des longitudes (1957 — 1958). Annales Françaises de Chronométrie, II série, t. 11, 1957.
- [17] *P. Tardi, G. Laclavère*: Traité de Géodésie. Tome II. Paris 1955.
- [18] Transactions of the International Astronomical Union, v. VIII 1952 and IX 1955.
- [19] Verhandlungen der Baltischen Geodätischen Kommission. Helsinki 1925 — 1931.
- [20] *L. Zajdler*: Wskazania zegarów kwarcowych Głównego Urzędu Miar w momentach nadejścia sygnałów czasu w okresie IV—VIII. 1956 (w rękopisie).
- [21] Zeitdienst des G.I.P.: Signalkorrekturen und Signalempfangszeiten. Längenbestimmung Borowa Góra — Potsdam (w rękopisie).

ЮЛИАН РАДЭЦКИ

МЕТОД НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗНОСТИ  
ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ДОЛГОТЫ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ СВЯЗИ  
БОРОВА ГУРА — ПОТСДАМ

Р е з ю м е

Основы метода непосредственного определения разности географической долготы двух пунктов на поверхности земли являются следующими:

1) Наблюдается переход тех самых звезд через местный меридиан обоих пунктов в течении нескольких наблюдательных периодов, содержащих некоторое количество — в зависимости от требуемой точности — обязательно общих вечеров, связанных — как это вобщем принято — со сменой наблюдателей вместе с инструментами на пунктах наблюдений.

2) Принимаются на обоих пунктах, по крайней мере во все вечера наблюдений, те же самые радиосигналы времени, для того, чтобы можно было выразить наблюдаемые моменты кульминации звезд в одинаковой системе времени (отнесенного к среднему положению географических полюсов).

3) Определяются средние значения  $S$  со всех моментов кульминации — по введению редукции за инструментальные ошибки, поправку и ход часов, колебания географических полюсов, нутацию, аберрацию, прецессию и собственное движение — для каждой звезды в среднем местном меридиане. Для каждого наблюдательного периода и для каждого наблюдателя эти значения сопоставлены в  $n$  столбцах.

4) Уравнения ошибок укладываются опираясь на всех возможных различиях  $S_i - S_k$  между средними значениями  $S$  каждой звезды. Уравнения ошибок можно разместить в  $\frac{1}{2} n (n - 1)$  группах, из которых каждая содержит столько уравнений, сколько выступает общих звезд в двух данных столбцах величин  $S_i$  и  $S_k$ .

5) При составлении нормальных уравнений, редуцируются веса относящиеся к отдельным уравнениям ошибок в таком соотношении, в каком находится число независимых разностей  $(n - 1)$  к числу всех возможных, или в отношении  $2 : n$

6) Решение систем нормальных уравнений производится, по правилу, вместе с проверкой неизменности уравнений ошибок наблюдателей.

Метод дает результаты совершенно свободные от ошибок положения звезд и освобождает в некоторой степени от ошибок поправок радиосигналов времени. Метод можно применять не только при связях двух пунктов, но также при одновременном определении разниц географических долгот между рядом пунктов, составляющих астрономическую долготную сеть.

По представленному методу была выполнена в 1956 году привязка Борова Гура—Потсдам. Список радиосигналов, которыми пользовались во время определения, содержит таблица 1, а сводки наблюдаемых звезд приводят таблицы 2 и 3.

Поправки и ход рабочих часов уравнено опираясь на уравнении ошибок (1). Наблюдаемые моменты перехода звезд исправлено о влияние наклона оси трубы, ширины контактов, мертвого хода, суточной абберации и хода часов и выражено в среднем гриничском звездном времени в системе Geodätisches Institut Potsdam согласно формулам (2) и (3), а после уравнения азимута пассажного инструмента на основании зависимости (10), (11) и (12) принято его влияние  $Kk$ . Полученные таким образом наблюдаемые моменты кульминации были редуцированы к среднему положению географических полюсов, освобождены от влияния нутации и годичной абберации и отнесены к общей для всех звезд эпохе путем введения влияния прецессии и собственного движения. Редукции эти были исполнены на основании формул: (15), (13), (14), (7) и (8), а величины  $S$  собраны в таблице 4.

Уравнения ошибок, содержащие 6 неизвестных определенных при помощи формул (18), (19) и (20), уложено в таблицах 6—16 на основании зависимости (21), (16) и (17). Веса (таб. 5) для аналитических уравнений (часть материяла) были вычислены при помощи формулы (22), а для уравнения всего материала — формулы (23).

В таблицах 17—20 приводятся сводки, которые послужили к проведению предварительного анализа результатов.

Нормальные уравнения приводятся схематически в таблице 21. Систему можно решить например при условии, что по крайней мере одна из неизвестных равняется нулю.

Результаты восьми решений при разных предпосылках собраны в таблице 22.

Таблица 23 дает картину вероятности предпосылок сопутствующих отдельным решениям. Установлено, что между вторым и третьим наблюдательным периодом произошло изменение личного уравнения немецкого наблюдателя определенное вместе с возможной ошибкой в поправке сигнала времени. Изменение это характеризует величина  $h_3$ .

Как наиболее вероятное решение принято следующие результаты отнесенные к среднему положению географических полюсов в окончательной системе Service International des Latitudes и опирающиеся на системе времени Geodätisches Institut Podstam:

1) разность географической долготы Борова Гура—Потсдам

$$\lambda_{BG} - \lambda_{Pt} = \Delta\lambda = -0^{\circ}31^m52^s899.0 \pm 0^s002.0;$$

2) разность личных ошибок обоих наблюдателей:

$$e_H - e_R = \Delta e = 0^s016.3 \pm 0^s002.0;$$

3) изменение личного уравнения немецкого наблюдателя и периодическая ошибка поправок сигналов времени:

$$h_3 = de_{H3} + dU_3 = 0^s027.8 \pm 0^s004.0$$

JULIAN RADECKI

DIRECT METHOD OF DETERMINATION OF GEOGRAPHICAL  
LONGITUDE AND ITS APPLICATION TO THE CONNECTION  
BOROWA GÓRA — POTSDAM

S u m m a r y

The principles of a direct determination of the difference of geographical longitude of two stations on the Earth's surface are as follows.

1. Transits of the same stars across the local meridians of the two stations are observed during several observation periods comprising (depending upon a desirable degree of accuracy) a number of not necessarily common nights — the stations being alternately visited by observers with their instruments.

2. To express the observed moments of star culminations in the same time system (referred to the mean position of geographical poles) the same radio time signals are received at the two stations at least in the nights when observations are being made.

3. Of all culmination moments of each star across the mean local meridian, for each observation period and every observer the mean values of  $S$  are formed, and arranged in  $n$  columns. The values  $S$  are reduced for the influence of: instrumental errors, clock correction and clock rate, oscillation of geographical poles, nutation, aberration, precession and proper motion.

4. On the basis of all possible differences  $S_i - S_k$  between the mean values  $S$  of each star, the equations of errors are formed. The equations of errors are arranged in  $\frac{1}{2}n(n-1)$  groups, each of which contains a number of equations equal to the number of common stars that appear in the two given columns of the quantities  $S_i$  and  $S_k$ .

5. Weights appertaining to particular equations of errors are being reduced at the formation of normal equations in accordance with the ratio of the independent differences  $(n-1)$  to the number of all possible differences, i. e. in relation  $2:n$ .

6. The solution of a system of normal equations is in principle carried out jointly with the control of immutability of observers personal equations.

The results attained by this method are entirely free from the errors of star positions, and to a certain extent are independent of errors of corrections of the radio time signals. The method may be applied both to the connection of two points and to simultaneous determination of differences of geographical longitude between several points forming an astronomic longitudinal net.

The connection Borowa Góra — Potsdam was carried out after this method in 1956. The list of radio time signals used for the purpose is given in table 1, and the specification of observed stars is shown in tables 2 and 3.

Corrections and rate of working clocks have been adjusted in accordance with the error equations (1). The observed transit moments of stars have been corrected for the influence of inclination of the telescope axis, width of contacts, lost motion, diurnal aberration, clock rate, and have been expressed in Greenwich mean sidereal time in the system of Potsdam Institute accordingly to the formulae (2) and (3); the adjustment of the azimuth of the transit instrument having been done, its influence  $Kk$  was respected following to the relation (10), (11), and (12). The moments of culminations thus obtained have been reduced to the mean position of geographical poles; then freed from the influence both of annual nutation and aberration, have been referred to the epoch common for all stars, by taking into account the influence of nutation and proper motion. All reductions have been carried out on force of formulae (15), (13), (14), (7), (8), and the quantities  $S$  are shown in table 4.

In the tables 6—16 the equations of errors are tabulated. They contain 6 unknowns, and are defined by the formulae (18), (19), (20) and on the lines of relations (21), (16), and (17). For purposes of analytical adjustment (fragments of material) the weights (table 5) have been computed by means of the formula (22) and for the adjustment of the whole material by the formula (23).

Compositions in 17—20 were used to effect preliminary analysis of the results.

The table 21 contains a schematic representation of normal equations. To solve the system, the assumption has to be made that at least one of the unknowns is for example equal to zero. The results of eight solutions, based on various assumptions, are given in table 22.

The table 23 pictures the probability of assumptions tied to particular solutions. It has been found that between the second and the third observation period a change of personal equation of the German observer had occurred, and has been determined jointly with the respective periodical error of correction of time signals. This change is characterized by the quantity  $h_3$ .

The following results, referred to the mean position of geographical poles, in the defined system of Service International des Latitudes, and based upon the time system of Geodätisches Institut in Potsdam, have been accepted as the most probable solution:

1. the difference of geographical longitude between Borowa Góra and Potsdam

$$\lambda_{BG} - \lambda_{Pt} = \Delta\lambda = -0^h31^m52^s.899.0 \pm 0^s002.0;$$

2. the difference of personal errors of the two observers

$$e_H - e_R = \Delta e = 0^s016.3 \pm 0^s002.0$$

3. the change of personal equation of the German observer, and periodical error of corrections of time signals

$$h_3 = de_{H_3} + dU_3 = +0^s027.8 \pm 0^s004.0$$

JULIAN RADECKI

DIE METHODE DER DIREKTEN BESTIMMUNG GEOGRAPHISCHER  
LÄNGENDIFFERENZ UND IHRE ANWENDUNG BEI DER  
ANSCHLUSSMESSUNG BOROWA GÓRA — POTSDAM

Z u s a m m e n f a s s u n g

*Einleitung*

In der Zeit vom 1956.V.7/8 bis 1956.VII.28/29 haben zwei Messtrupps — einer vom Geodätischen Institut zu Potsdam, der andere vom Institut für Geodäsie und Kartographie zu Warszawa — gemeinsam eine Längendifferenzbestimmung zwischen den Stationen Borowa Góra — Potsdam durchgeführt. Die Beobachtungen wurden in drei Arbeitsabschnitte aufgeteilt. Im ersten und dritten Abschnitt führten beide Messtrupps die Beobachtungen auf den Heimatstationen aus. Während dem zweiten Abschnitt weilten sie zu Gast und arbeiteten mit eigenen Instrumenten auf den Gaststationen.

Auf beiden Stationen wurden im Ortsmeridian dieselben Sterne (Tafel 2 und Tafel 3) beobachtet, mit gleichen Zeiss'schen Passageinstrumenten ( $f = 1000$  mm,  $\phi = 100$  mm), die mit unpersönlichen Mikrometern versehen waren. Es wurden ferner auf beiden Stationen dieselben Funkzeitsignale empfangen (Tafel 1), gemäss den Grundprinzipien der Methode unmittelbarer (direkter) Bestimmung geographischer Längendifferenz.

*Die Prinzipien der Methode und die praktische Lösung der Aufgabe*

Die Methode der unmittelbaren Längendifferenzbestimmung zweier auf der Erdoberfläche gelegenen Punkte sieht die Messung der Zeitintervalle vor, die die Kulminationsmomente derselben Sterne in den Meridianen beider Standpunkte trennen, wobei in der Endphase des Berechnungsvorganges die gemessenen Zeitintervalle auf die durch die mittleren Pole gehenden Meridiane zu beziehen sind. Vom theoretischen Gesichtspunkte aus betrachtet ist es gleichgültig, welche Zeiteinheiten bei den Beobachtungen und Reduktionen benutzt werden. Praktische Beweggründe sprechen jedoch dafür, dass auf jedem Standpunkt die beobachteten Kulminationsmomente der Sterne in mittlerer Greenwich'er Sternzeit ausgedrückt werden.

In der ersten Reduktionsphase wurden daher die Uhrkorrekturen  $U_0$  für die Zeitpunkte  $T_0$  und die Uhrgangswerte  $\omega$  der Beobachtungsuhrn auf die mittlere Zeit im Nullmeridian bezogen, welcher wiederum als durch die mittlere Pollage hindurchgehend definiert wurde. Die Koordinaten der mittleren Pollage entnahm man den endgültigen Tabellenwerten, welche durch das Service International des Latitudes laufend bearbeitet und herausgegeben werden. Die Beobachtungsergebnisse eines jeden Abends wurden für sich gesondert ausgeglichen. Die einzelnen Registrierungen erhielten die Form von Fehlergleichungen laut Formel (1).

Die Berechnung der freien Glieder  $l_i$  wurde auf die Kenntnis der Korrektionswerte zu den Funkzeitsignalen gestützt, welche das Geodätische Institut zu Potsdam im eigenen System errechnete. Vor der Aufstellung der Fehlergleichungen wurden die Korrektionswerte auf die mittlere Pollage reduziert und auf den Ausstrahlungsmoment bezogen.

In der zweiten Berechnungsphase wurden die Sterndurchgangsmomente  $T_i$  vom Einfluss der Instrumentalfehler befreit (Achsenneigung  $i$ , Kontaktbreite  $b$  und toter Gang  $d$ ), ferner vom Einfluss der täglichen Aberration  $k_q$  sowie dem Gang der Beobachtungsuhr  $\omega$ . Nachher wurden die Durchgangsmomente in mittlerer Sternzeit des Greenwich'er Meridians durch Beifügung der Verbesserung  $U_0$  ausgedrückt. Diese Reduktion wurde gemäss den Formeln (2) und (3) ausgeführt.

Der korrigierte Sterndurchgangsmoment  $T_i$  unterscheidet sich also vom entsprechenden Sternkulminationsmoment im momentanen Ortsmeridian — welcher in mittlerer, auf die mittlere Pollage bezogene Greenwich'er Sternzeit  $\theta$  ausgedrückt ist — nur noch um:

- 1) den Wert der persönlichen Gleichung  $e$ ,
- 2) den Einfluss des Azimuts des Passageninstrumentes  $k$ ,
- 3) die Beobachtungsfehler  $v$ .

Die persönliche Gleichung, die nicht nur die Fehler der verspäteten (oder verfrühten) Sterndurchgangsregistrierungen sondern ebenfalls manche Instrumentalfehler umfasst, stellt keinen konstanten Wert dar. Sie unterliegt periodischen und zufälligen Veränderungen.

Die Funkzeitsignale sind mit systematischen, periodischen und zufälligen Fehlern behaftet. Bei der Längendifferenzbestimmung werden die systematischen Fehler ausgeschaltet. Die zufälligen Fehler sind — ähnlich den zufälligen Veränderungen der persönlichen Gleichung — in den Beobachtungsfehlern enthalten. Im Ausgleichsvorgang hat man demnach nur die periodischen Veränderungen der persönlichen Gleichungen  $de$  und die periodischen Fehler der Zeitsignalkorrekturen  $dU$  zu berücksichtigen.

Aus obiger Erwägung folgt die Beziehung (4).

Von den im Literaturverzeichnis unter [1] und [10] vermerkten Beiträgen ausgehend kann man die Formeln (6), (7) und (8) schreiben.

Aus diesen Formeln folgt die Beziehung (9).

Auf Grund der Formeln (4) und (9) kommen wir zur Gleichung (10), welche eine besondere Gestalt der bekannten Fehlergleichung (11) darstellt.

Bei der unmittelbaren Längendifferenzbestimmung ist es nicht notwendig die Uhrkorrektur in Bezug auf die Zeit des Ortsmeridians zu bestimmen. Nur die Ausgleichung des Azimuts kommt hierbei in Frage. Es scheint, dass die Wahl der zweckmässigsten Methode hier vor allen Dingen von den Zenitabständen der Zeitsterne abhängig zu machen ist. Bei den Bestimmungsarbeiten Borowa Góra — Potsdam wurden die Zeitsterne in geringer Zenitdistanz beobachtet ( $7^{\circ} 20'S$  bis  $6^{\circ} 24'N$ ). Die Methode zur Ermittlung des Instrumentalazimuts spielte demnach keine grössere Rolle. Da jedoch das Reduktionsprogramm die Anwendung sowohl der klassischen als auch der unmittelbaren Ausgleichungsmethode vorsah, so wurden zwecks Bestimmung der in Formel (10) auftretenden Grössen  $Kk$  die aus jedem Beobachtungsabend auf klassischem Wege errechneten Azimutwerte verwertet. Das Azimut wurde hier gemeinsam mit der Uhrkorrektur ausgeglichen, wobei die Fehlergleichungen der Azimutsterne gemäss Formel (12) aufgestellt wurden.

Das in Gleichung (10) auftretende Glied  $T + Kk$  stellt den beobachteten Sternkulminationsmoment im momentanen Ortsmeridian dar. Die Reduktion dieses Zeitmoments auf den mittleren Ortsmeridian beruht auf einem Subtrahieren der Grösse  $d\lambda$ , für welche die Formel (13) gilt.

Die Beziehung zwischen der momentanen und mittleren geographischen Länge, also zwischen  $\lambda$  und  $\lambda_0$  gibt die Gleichung (14) wieder.

Den beobachteten Sternkulminationsmoment hat man noch vom Einfluss der Nutation und jährlichen Aberration zu befreien und danach auf eine allen Sternen gemeinsame Epoche zu beziehen, indem der Einfluss der Präzession und Eigenbewegung zu berücksichtigen ist. Dieser Eingriff beruht darauf, dass von dem Glied  $T + Kk$  die Grösse  $da$  (die laut Formel (8) definiert ist) subtrahiert wird.

Die beiden soeben beschriebenen Reduktionen gibt die Formel (15) wieder, wo  $S$  die mittlere, auf den mittleren Ortsmeridian von Greenwich bezogene Sternzeit bedeutet, die dem beobachteten und auf den mittleren Ortsmeridian, sowie auf die angenommene Ausgangsepoche reduzierten Sternkulminationsmoment entspricht. Mit Berücksichtigung der Formeln (14) und (15) nimmt die Beziehung (10) folgende endgültige Gestalt an (16).

Im weiteren Berechnungsvorgang wurden arithmetische Mittel aller Zeitmomente  $S$  gebildet und in sechs Spalten zusammengestellt (siehe Tafel 4). Wenn wir die periodischen Veränderungen der persönlichen Gleichungen des polnischen und des deutschen Beobachters ( $de_R$  bzw.  $de_H$ ) sowie die periodischen Fehler der Zeitsignalkorrekturen  $dU$  auf den zweiten Arbeitsabschnitt beziehen wollen, dann kann man die gemittelten reduzierten Kulminationsmomente jedes Sternes in den einzelnen Spalten mit Hilfe der Formel (16) in Gestalt der Gleichungen (17) darstellen.

Aus den Formeln (17) folgen Fehlergleichungen der Differenzwerte, die sechs Unbekannte enthalten. Es sind dies:

- 1) die Längendifferenz Borowa Góra — Potsdam  $\Delta\lambda$  (18),
- 2) die Differenz der persönlichen Fehler beider Beobachter  $\Delta e$  (19),
- 3) — 6) die Summen der periodischen Veränderungen der persönlichen Gleichungen und der periodischen Zeitsignalkorrektionsfehler:  $r_1, r_3, h_1, h_3$  (20).

Die Fehlergleichungen lassen sich zu Gruppen vereinigen, deren Anzahl gleich der Zahl aller möglichen Differenzen  $S_i - S_k$  unter  $n$  Spalten der Grössen  $S$  ist, also  $\frac{1}{2} n (n-1)$  beträgt. Im Bestimmungsfall Borowa Góra — Potsdam gibt es 6 Spalten der Grössenwerte  $S$ ; daher haben wir es mit 15 Fehlergleichungsgruppen zu tun (21).

Die Fehlergleichungsanzahl in einer Gruppe ist gleich der Anzahl gemeinsamer Sterne, die in zwei gegebenen Spalten der Grössen  $S_i$  und  $S_k$  auftreten. Bei den Anschlussmessungen Borowa Góra — Potsdam enthielten die Beobachtungsprogramme des ersten und dritten Arbeitsabschnittes keine gemeinsamen Sterne. Demnach entfielen die Ausgleichungsgruppen VIII, IX, XIV und XV.

Das Gewicht der Differenz zweier Zeitmomente  $S_i - S_k$  wird laut Formel (22) bestimmt.

Aus dieser Formel folgt, dass einer einzelnen Differenz  $S$  zweier Zeitmomente, von denen jeder aus  $n_i = n_k = 10$  Beobachtungen ermittelt wurde, eine Gewichtseinheit zugeschrieben wird. Die Gewichtswerte gibt Tafel 5 wieder.

Bevor zur Ausgleichung geschritten worden ist, wurden auf Grund der in Tafeln 6 — 16 zusammengestellten Fehlergleichungen die arithmetischen Mittel der Differenzen  $S_i - S_k$  für die einzelnen Ausgleichungsgruppen gefunden. In Spalte 11 dieser Tafeln sind die reduzierten Gewichtswerte  $p'$  angegeben, die bei der strengen Ausgleichung Verwendung finden. In den bisher vollzogenen Berechnungen wurden die Gewichtswerte  $p$  verwendet. Eine Zusammenstellung der Ergebnisse ist in Tafel 17 zu finden.

Um sich zu überzeugen, welchen Einfluss die Veränderung der periodischen Fehler der Zeitsignalkorrekturen auf das Endergebnis ausüben, wurden zusätzlich die Differenzen  $S_3 - S_4$ ,  $S_1 - S_5$  und  $S_2 - S_6$  berechnet, wobei man ausschliesslich von denjenigen Beobachtungen ausging, die während den gemeinsamen Beobachtungsabenden getan wurden. Die Ergebnisse wurden in Tafel 18 zusammengestellt. Die Berechnungsgruppe  $V^a$  umfasst die Ergebnisse des ersten und die Gruppierung  $V^b$  die Ergebnisse des zweiten Beobachtungsprogrammes aus dem zweiten Arbeitsabschnitt. Die Gruppierungen V.1 und VI.2 stellen die Beobachtungsergebnisse nur jener Sterne dar, die sowohl im zweiten als auch im ersten Arbeitsabschnitt beobachtet wurden. Die Gruppierungen V.3 und VII.2 betreffen dagegen nur diejenigen Sterne, welche im zweiten und dritten Arbeitsabschnitt beobachtet worden waren. Die Gruppierungen V, VI und VII umfassen die Beobachtungsergebnisse aller gemeinsamen Sterne aus allen gemeinsamen Beobachtungsabenden.

In Tafel 19 wurden die Ergebnisse aus Tafeln 17 und 18 nochmals zusammengestellt, jedoch entsprechend umgewandelt und zwar auf diese Art, dass ein unmittelbarer Vergleich ermöglicht wurde. Auf Grund ziemlich guter Überein-

stimmung der Ergebnisse darf man den Schluss ziehen, dass der Einfluss der Veränderung periodischer Zeitsignalkorrektionsfehler in jedem Arbeitsabschnitt im allgemeinen nicht grösser ist als die durch die unregelmässige Streuung der zufälligen Fehler verursachte Resultatsverfälschung.

Wenn man die in Tafel 18 zusammengestellten Ergebnisse untereinander vergleicht kommt man zum Schluss, dass die Differenz der persönlichen Gleichungen beider Beobachter während den Bestimmungsarbeiten nicht konstant gewesen ist. Auf die Ergebnisse der Gruppierungen X—XIII in Tafel 17 blickend folgern wir weiter, dass eine Veränderung des Wertes  $e_H$  zwischen dem zweiten und dem dritten Arbeitsabschnitt eingetreten ist ( $h_3 \neq 0$ ).

In Anlehnung an die ersten drei Zeilen der Tafel 18 kann man — so scheint es — die Schlussfolgerung ziehen, dass während des zweiten Arbeitsabschnittes die Differenz der persönlichen Gleichungen beider Beobachter keinen bedeutenderen Schwankungen unterworfen war. Der Unterschied zwischen den Gruppenergebnissen V.1 und V.3 scheint die Folge einzig einer ungünstigen Streuung zufälliger Fehler zu sein, denn die Abweichungen dieser Ergebnisse vom Endresultat der Gruppierung V übersteigen nicht den mittleren Fehlerwert. Der erwähnte Unterschied lässt die Divergenzen der Gruppierungen I — IV in neuem Lichte erscheinen. Wenn wir nämlich die Zeitmomente  $S_4$  und  $S_3$  (aus der Gruppierung V.1) um die Hälfte des Unterschiedswertes korrigieren würden, so bekämen wir die in Tafel 20 angeführten Ergebnisse, die darauf hinweisen scheinen, dass nur  $h_3 \neq 0$  ist.

Die strenge Ausgleichung wurde in Anlehnung an die in den Tafeln 6—16 zusammengestellten Fehlergleichungen durchgeführt, wobei die Gewichte für die einzelnen Differenzen  $S_i - S_k$  aus Spalte 11 (s.  $p'$ ) entnommen worden sind. Diese Gewichte führte man deshalb ein, weil die Fehlergleichungen für alle möglichen Differenzen zwischen den Spalten der Grössen  $S$  aufgestellt wurden und nicht nur für die unabhängigen Differenzen allein. Es mussten also die Gewichte in solchem Verhältnis reduziert werden, in welchem die Anzahl der unabhängigen Differenzen zur Anzahl aller möglichen Differenzen steht. Hieraus folgt die Formel (23), die der Bestimmung des reduzierten Gewichtswertes  $p'$  dient, wo  $n$  die Anzahl der für den gegebenen Stern gebildeten  $S$ -Werte bedeutet.

Aus den Fehlergleichungen ging man zu den Normalgleichungen über, was in Tafel 21 schematisch dargestellt ist. Hier sehen wir sechs Gleichungen mit sechs Unbekannten und dabei sechs Spalten mit der Grösse  $S$  nur 5 unabhängige Gruppierungen der Differenzen auftreten, hat man es also mit einem unbestimmten Gleichungssystem zu tun. Es lässt sich nur dann auflösen, wenn mindestens eine der Unbekannten zum Beispiel gleich Null gesetzt wird.

Die strenge Ausgleichung wurde unter einer Reihe besonders gewählter Voraussetzungen durchgeführt, damit die Ergebnisse als Grundlage zur weiteren Analysis der Veränderung der persönlichen Gleichungen dienen konnten. Die Resultate sind in Tafel 22 zusammengestellt.

Den Wahrscheinlichkeitsgrad der den einzelnen Ausgleichungen beigeordneten Voraussetzungen kann man mit Hilfe der prozentuellen Verringerung des Ausdruckes  $[p\upsilon\upsilon]$  im Verhältnis zur ersten Auflösung bestimmen. Diese erste Auflösung fusst auf der Voraussetzung, dass die Differenz der persönlichen Gleichungen beider Beobachter während der ganzen Bestimmungszeit konstant gewesen ist. Die soeben beschriebenen Erwägungen veranschaulicht Tafel 23, woraus folgt, dass die in die nächsten Ausgleichungen eingeführte Annahme  $r_3 = 0$  gerechtfertigt gewesen ist.

Den grössten Wahrscheinlichkeitsgrad besitzen die Voraussetzungen für die II, VI, VII und VIII Auflösung. Die Summenwerte  $p\upsilon\upsilon$  sind hier nahezu gleich und es ist schwer irgendeiner dieser Ausgleichungen den Vorrang nur auf Grund des Summenminimums  $[p\upsilon\upsilon]$  zu geben. Die Auflösungen VI bis VIII wecken gewisse Bedenken, denn die Werte der Unbekannten  $r_1$  und  $h_1$  verbleiben hier in den Grenzen ihrer mittleren Fehlerwerte. Wenn wir nun noch unter Augenschein die Erwägungen nehmen, deren Abschluss die Zusammenstellung in Tafel 20 darstellt, dann scheint es, dass man mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit die Vermutung aufstellen darf, wonach die Grössen  $r_1$ ,  $h_1$  und  $r_3$  nur eine gewisse ungünstige Streuung von Fehlern andeuten, die im vorliegenden Beitrag zu den zufälligen Fehlern gezählt wurden. Die Ergebnisse der bisherigen Untersuchung bringen keinen überzeugenden Beweis, auf Grund dessen diese Grössen mit den periodischen Veränderungen der persönlichen Gleichungen identifiziert werden könnten.

Als wahrscheinlichste Lösung hat man demnach das Ergebnis der zweiten Ausgleichung anzunehmen:

$$\lambda_{BG} - \lambda_{Pt} = \Delta\lambda = - 0^h31^m52^s899.0 \pm 0^s002.0$$

wobei hinzukommt:

$$e_H - e_R = \Delta e = + 0^s016.3 \pm 0^s002.0$$

$$h_3 = de_{H3} + dU_3 = + 0^s027.8 \pm 0^s004.0$$

Dieses Resultat, welches auf die mittlere Lage der geographischen Pole im endgültigen System des Service International des Latitudes bezogen ist, erscheint vollkommen frei von den Sternpositionsfehlern und ist in gewissem Masse unabhängig von den Korrekptionsfehlern der Funkzeitsignale. Dieses trifft deshalb zu, weil die Methode auf bestimmten Voraussetzungen fusst und zwar auf der Messung, von Zeitintervallen, die die Kulminationen derselben Sterne trennen und auf einer Ausgleichung dieser Intervalle in allen Kombinationen.