STANISŁAW DMOCHOWSKI 526.918.73

Nowa metoda wyrównania radialnej triangulacji instrumentalnej

1. Wstęp. Założenia

W pracy niniejszej została opisana metoda analityczna triangulacji radialnej, stosowana w ostatnich latach w Polsce na dużych obszarach równinnego kraju przy opracowaniach map w skalach 1 : 5000 i 1 : 10000.

Powodzenie tej metody wiąże się w pierwszym rzędzie z jakością zdjęć lotniczych. Metoda ta, w stosunku do innych metod fotogramatycznego zagęszczania osnowy (np. opracowań autogrametrycznych), wymaga bardziej starannie wykonanych zdjęć lotniczych, szczególnie jeśli chodzi o ich pionowość. Pionowość zdjęć lotniczych jest głównym warunkiem powodzenia metody, zarówno z punktu widzenia technicznego jak i ekonomicznego. Brak dostatecznej pionowości (do 3^g) zdjęć lotniczych teoretycznie zmusza do stosowania dodatkowych czynności technicznych, czynności bardzo kłopotliwych (jak np. wyznaczenie punktu izocentrycznego), a w ostatecznym wyniku nie daje jednak zadawalających dokładności opracowania, jest zatem przyczyną niepowodzenia technicznego, a w ślad za tym i ekonomicznego. Obok pionowości zdjęć lotniczych musi być przestrzegana ich prostolinijność w szeregu oraz odpowiednie pokrycie podłużne (p) i poprzeczne (q).

Wymagania co do jakości zdjęć lotniczych (również nie należy zapominać o ich stronie fotograficznej) rosną w miarę podnoszenia wymagań dokładnościowych. Dopiero po zagwarantowaniu odpowiedniej jakości zdjęć lotniczych, słusznym będzie stosowanie niniejszej metody.

Z kolei należy zwrócić uwagę na konieczność posiadania odpowiednio dokładnych osnów fotogrametrycznych w postaci fotopunktów, i tu należałoby przyjąć zasadę, że błąd graniczny położenia fotopunktu nie powinien przekraczać 0,1 mm, w skali opracowywanej mapy.

Następnym warunkiem będzie zastosowanie triangulatora radialnego, jako instrumentu stereoskopowego, posiadającego co najmniej $6\times$ powiększenie układu optycznego, i zapewniającego dokładność pomiaru kątów $\pm 2^c$ (wzgl. $\pm 3^c$). I dalej, odpowiednia technika obserwacji na triangulatorze radialnym, a w końcu właściwa i ekonomiczna technika obliczeń, składają się razem na dobre wyniki tej metody.

W metodzie analitycznej triangulacji radialnej należy wyodrębnić dwie części:

a) obserwacje na triangulatorze radialnym,

b) obliczenia rozet triangulacji radialnej.

Jak pierwsza, tak i druga część tej metody przechodziła u nas swoje ewolucje. Ewolucje te zmierzały w dwu kierunkach:

a) podniesienia dokładności wyników,

b) usprawnienia pracy.

W wyniku tych efektów stało się możliwe stosowanie tej metody przy opracowaniach map średnioskalowych (1 : 5000 i 1 : 10000) oraz potaniło produkcję tychże map, w stosunku do dawniej stosowanych metod.

Postęp techniczny w części pierwszej (obserwacje na triangulatorze radialnym) został posunięty do maksymalnych granic, biorąc pod uwagę właściwości techniczne triangulatora radialnego systemu Zeissa. Postęp ten wiąże się ze specyfiką danej serii instrumentów, wykonanych w kraju i zasadniczo nie posiada charakteru ogólnego o szerszym znaczeniu i dlatego nie będzie tu opisywany.

Postęp techniczny w części drugiej (obliczenia rozet triangulacji radialnej) był bardziej intensywny i zmieniał dość poważnie tak samą technikę obliczeń, jak i jej podstawowe zasady.

W niniejszej pracy przedstawione zostaną ostatnie (r. 1952—57) poglądy na sprawę obliczeń triangulacji radialnej, od strony podstawowych zasad całego rachunku.

Pozycją wyjściową do sprawy przeliczeń trangulacji radialnej był ogłoszony w druku w „Pracach Instytutu Geodezji i Kartografii", zeszyt 1 (10) tom V, artykuł pt.: „Błąd średni wyznaczenia współrzędnych płaskich dowolnego punktu łańcucha rozet triangulacji radialnej przed wyrównaniem", który można byłoby streścić w następujących punktach:

1. łańcuch rozet triangulacji radialnej, pomierzony na triangulatorze radialnym, posiada zmienną skalę rozet i ponadto doznaje wygięcia w płaszczyźnie poziomej w stosunku do założonego, idealnego, prostolinijnego łańcucha rozet o stałej skali,

2. zmienność skali rozet oraz ich wygięcie jest zależne od dokładności instrumentu (triangulatora radialnego) i pracy obserwatora (błędu średniego mierzonego kąta — m_α),

3. błąd średni współrzędnych wyznaczanych punktów (przed wyrównaniem) zależy ponadto od długości boku bazowego (bazy zdjęcia), ilości boków bazowych oraz od dokładności współrzędnych dwóch pierwszych fotopunktów, stanowiących tzw. „grupę fotopunktów" (czyli od m_o),

4. dostatecznie krótkie szeregi rozet (przy odpowiednich m_α i m_o) można traktować jako odcinki jednoskalowe i prostoliniowe. Przy naszych dokładnościach będą to odcinki do około 5-ciu rozet w szeregu. Szeregi dłuższe będą z reguły zmiennoskalowe i krzywoliniowe. W związku z powyższym:

5. szeregi nie przekraczające 5-ciu rozet mogą być wyrównane przy zastosowaniu zasady liniowego rozrzucenia odchyłki, lub — co na jedno wychodzi — przy zastosowaniu transformacji współrzędnych z układu na układ,

6. szeregi złożone z większej liczby rozet muszą być wyrównywane przy zastosowaniu zasady rozrzucenia odchyłki wg krzywej o charakterze paraboli (wg koncepcji dalej podanej),

7. wartości liczbowe błędów średnich kolejnych punktów głównych szeregu rozet triangulacji radialnej przedstawiają się przy założeniu $m_o = \pm 1$ m i $m_\alpha = \pm 2^c$ następująco:

Tablica 1

Skala zdjęć lotniczych 1 : 10 000, p = 60%, format 18 × 18 cm

Nr punktu głównego	m_{yx}	Różnice
2	± 1,7	
		+ 0,8
4	2,5	
		1,2
6	3,7	
		1,9
8	5,6	
		2,7
10	8,3	
		4,1
12	12,4	
		6,1
14	18,5	
		9,0
16	27,5	
		13,6
18	41,1	
	w metrach	

Tablica 2

Skala zdjęć lotniczych 1 : 18 000, p = 60%, format 18 × 18 cm

Nr punktu głównego	m_{yx}	Różnice
2	± 1,9	
		+ 0,9
4	2,8	
		1,4
6	4,2	
		2,1
8	6,3	
		3,1
10	9,4	
		4,6
12	14,0	
		6,8
14	20,8	
		10,2
16	31,0	
		15,3
18	46,3	
	w metrach	

Uwaga: Są to wartości błędów średnich przy oparciu szeregu rozet o I grupę fotopunktów.

Ze względu na zmienność skali i możliwość wygięcia odcinka (szeregu) rozet, zarówno w kierunku podłużnym jak i poprzecznym konieczne jest, dla zwiększenia dokładności wyników triangulacji radialnej, zabezpieczenie odcinka rozet w grupy fotopunktów. Na początku odcinka i na końcu, należy dać po jednej grupie fotopunktów, składającej się z dwóch fotopunktów, rozmieszczonych symetrycznie w stosunku do bazy zdjęcia.

Jest rzeczą zrozumiałą, że w przypadku gdy dany szereg rozet składa się z kilku odcinków wiążących się z sobą, to końcowa grupa fotopunktów odcinka poprzedniego będzie grupą początkową dla odcinka następnego.

Przyjęcie tak rozmieszczonych fotopunktów w grupie oraz grup w szeregu rozet, uzasadnione zmiennością skali i możliwością wygięcia odcinka rozet, jest istotnym momentem przyjętej techniki obliczeń. Daje to w wyniku dodatkowe warunki, które powinny być spełnione przy wyrównywaniu poszczególnych odcinków rozet. Warunki te zostały określone jako „dodatkowe", przyjmując, że jako minimum do obliczenia współrzędnych punktów odcinka rozet potrzebne są teoretycznie tylko dwa fotopunkty, umieszczone po jednym na końcach danego odcinka. Przy obecnie przyjętych dokładnościach, warunki wymienione jako „dodatkowe" są zasadniczo warunkami podstawowymi, korzystnymi nie tylko dla samej techniki obliczeń szeregu rozet, ale również niezbędnymi dla podniesienia dokładności wyników triangulacji radialnej. O dokładności takiego odcinka rozet można zatem sądzić, w pewnym stopniu, z rozbieżności współrzędnych owych dwóch grup fotopunktów (czyli razem 4 fotopunktów); tj. z różnicy między współrzędnymi terenowymi a obliczonymi tychże fotopunktów.

Posiadanie początkowej grupy fotopunktów, jak wyżej wspomniano, pozwala na przyjęcie korzystnej techniki obliczeń szeregu rozet triangulacji radialnej. Korzyści polegają na możności liczenia współrzędnych wszystkich punktów sieci triangulacji radialnej w układzie dość dobrze zbliżonym do układu terenowego, tj. do ostatecznych wartości współrzędnych punktów wyznaczanych.

Obliczenia rozpoczynamy od rozwiązania wszystkich grup fotopunktów, co sprowadza się do rozwiązania zadania Hansena. Rozwiązanie to przeprowadzamy na specjalnych formularzach (patrz formularz Nr 1) przy zastosowaniu techniki opisanej w podręczniku St. Hausbrandta pt. „Rachunki geodezyjne" str. 239. Wynik rozwiązania jest jednoznaczny ze względu na brak nadliczbowych obserwacji i polega na obliczeniu współrzędnych dwóch kolejnych punktów głównych, z których wcięto wspomniane dwa fotopunkty. Na podstawie wyników opracowań pola doświadczalnego (płaskiego) dla przypadku zdjęć lotniczych 1 : 10000 (18 $\times$ 18 cm), stwierdzono, że błąd średni wyznaczenia współrzędnych dwóch pierwszych punktów głównych (punktów z grupy) wynosi maximum $m_o = \pm$ 0,5 m, co stanowi $\pm$ 0,05 mm w skali zdjęć lotniczych.

2. Obliczenie rozet

Otrzymane z rozwiązania pierwszej, początkowej grupy fotopunktów współrzędne dwóch punktów głównych, są wyjściowymi dla obliczenia wszystkich współrzędnych punktów danego odcinka rozet. Uzyskane współrzędne punktów określamy mianem współrzędnych przed wyrównaniem. Obliczenie tych współrzędnych kończymy na najbliższej, następnej grupie fotopunktów (a raczej na obliczeniu współrzędnych dwóch punktów głównych następnej grupy fotopunktów).

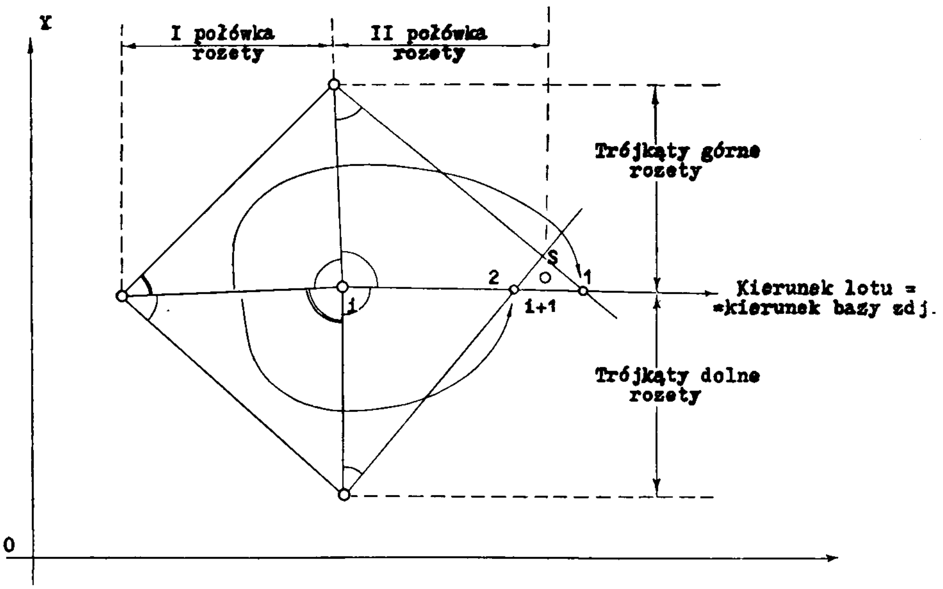
Czynności powyżej wymienione wymagają omówienia tak od strony samej techniki ich przeprowadzenia, jak również i od strony samej zasady. Elementem podstawowym jest tu rozeta. Jak wiemy rozeta jest to figura geometryczna, złożona z 4 trójkątów prawie prostokątnych i równoramiennych, w której kąty prawie proste są jej kątami centralnymi. Na rozetę składają się wyniki kierunkowych obserwacji kątów z trzech kolejnych prawie pionowych zdjęć lotniczych.

Obserwacje kątowe posiadają swoje sprawdzenie w zamknięciu rozety, tj. w wyrazie wolnym równania boków tej rozety. Równanie horyzontu jest zawsze spełnione, dzięki zastosowaniu odpowiedniej techniki obserwacji na triangulatorze radialnym. Wolny wyraz (w) rozety jest wykazywany w jednostkach logarytmicznych piątego znaku za przecinkiem.

Wyrównania rozet w sensie klasycznego, samodzielnego wyrównania, nie stosujemy, przyjmując w pierwszym etapie rachunku (przed wyrównaniem) wyrównanie tymczasowe samych współrzędnych, polegające na wzięciu środka ciężkości trójkąta błędu rozety, jako chwilowego odpowiednika wyrównania klasycznego (patrz tabl. poprawek, cz. I).

Cały rachunek przeprowadzany jest przy wykorzystaniu zwykłych arytmometrów i 5-cyfrowych tablic naturalnych funkcji trygonometrycznych. Jest to rachunek bardzo mało skomplikowany, polegający na rozwiązywaniu zadania wcięcia w przód, a operujący wartościami współrzędnych punktów oraz cotangensami odpowiednich kątów. Rachunek ten rozpoczynamy od początkowej grupy fotopunktów (a dokładniej — od znanych już nam współrzędnych dwóch punktów głównych grupy początkowej) i prowadzimy, w ramach każdej rozety, dwiema drogami, zmierzającymi do obliczenia współrzędnych (y, x) następnego (3-go) punktu głównego rozety (ciągu bazowego). Dwie drogi, o których wyżej wspomniano, to rozwiązanie poprzez dwa g ó r n e oraz dwa d o l n e t r ó j k ą t y tejże rozety. W rezultacie uzyskujemy dwie różne wartości na współrzędne punktu głównego rozety; różnica ta jest usprawiedliwiona istnieniem wolnego wyrazu rozety liczonej ($w \neq 0$). Te dwa wyniki określające współrzędne obliczanego punktu głównego rozety, geometrycznie rzecz biorąc, leżą na kierunku bazowym drugiej połówki rozety (rys. 25).

Jeżeli np. punkt 1 będzie wynikiem przeliczenia z górnych trójkątów, zaś punkt 2 wynikiem przeliczenia z dolnych trójkątów, to odcinek 2-1, położony na kierunku bazowym II-ej połówki rozety będzie bokiem podstawy trójkąta błędu tejże rozety. Punkty 1 i 2 będą miały swoje współrzędne prostokątne, obliczone z rozwiązania trójkątów górnych i dolnych. Jeśli kierunek lotu zdjęć, tworzących tę rozetę, będzie zgodny lub bliski z kierunkiem osi y układu współrzędnych, to różnice w wartościach współrzędnych liczonego punktu z górnych i dolnych trójkątów będą występowały t y l k o n a o s i y. Odpowiednia różnica dla osi x będzie zero lub prawie zero. Osiągnięcie tych warunków wiąże się tylko z odpowiednio wykonanym planem lotów nad terenem zdejmowanym. Plan ten w naszych założeniach produkcyjnych wykonuje się wzdłuż kierunku wschód--zachód, a zatem wzdłuż osi y układu geodezyjnego. Zmiana tego kierunku na inny, dowolny, wymaga jedynie przystosowania odpowiednich tabel porównawczych i nie zmienia w niczym istoty zagadnienia. Jest rzeczą jasną, że wartość odcinka 2-1 równa $(y_2 - y_1) = r_y = \Delta y_{max}$ jest funkcją



Rys. 25

wolnego wyrazu rozety; im większy wolny wyraz tym większy odcinek. Przedstawia to załączona tabelka (str. 193), sporządzona dla zdjęć lotniczych 1 : 10 000, 1 : 12 000, 1 : 18 000, formatu 18 × 18 cm i $p = 60\%$.

Znak powyższej różnicy (r_y) jest zgodny ze znakiem wolnego wyrazu (w) rozety. Wymieniony związek, a dotyczący znaku i wartości liczbowej różnicy (r_y) zgodnej ze znakiem i odpowiednią wartością liczbową wolnego wyrazu daje warunek kontroli wyliczenia współrzędnych.

Sprawdzenie to polega na osiągnięciu, poprzez wolny wyraz rozety, pełnej zgodności współrzędnych każdego punktu głównego ciągu bazowego, liczonego z górnych i dolnych trójkątów rozety. Uzgodnienie tych wyników polega na zamianie wolnego wyrazu, wyrażonego w jednostkach logarytmicznych piątego znaku, na jednostki wyrażone w metrach wg załączonej tabelki i wprowadzenia ich do rachunku. Wartości tej tabelki, wyrażone w metrach, mówią nam o ile mogą różnić się odcięte (y) liczonego punktu głównego, otrzymane z górnych (y_g) i dolnych (y_d) trójkątów, czyli $r_y = y_g - y_d$ równa się odpowiedniej wartości w metrach, odpowiadającej wolnemu wyrazowi rozety.

Jeśli oś nalotu danego szeregu zdjęć lotniczych nie jest równoległa do osi y geodezyjnego układu współrzędnych (oczywiście w granicach dopuszczonych odpowiednimi instrukcjami zdjęć lotniczych) to zachodzić będzie redukcja odcinka r_y zgodnie z równaniem:

$$r'_y = r_y \cdot \cos \alpha = (y_g - y_d) \cdot \cos \alpha$$

czyli należałoby odpowiednią wartość tabelki (w metrach) przemnożyć przez $\cos \alpha$; gdzie α — kąt zawarty między bazą zdjęcia lotniczego a osią y.

w w jedn. log.	1 : 10000	1 : 12000	1 : 18000
	r_y		
10	0,1	0,2	0,3
20	0,3	0,4	0,6
30	0,5	0,6	0,9
40	0,7	0,8	1,2
50	0,8	1,0	1,5
60	1,0	1,2	1,8
70	1,2	1,4	2,1
80	1,3	1,6	2,4
90	1,5	1,8	2,7
100	1,7	2,0	3,0
110	1,8	2,2	3,3
120	2,0	2,4	3,6
130	2,2	2,6	3,9
140	2,3	2,8	4,2
150	2,5	3,0	4,5
160	2,7	3,2	4,8
170	2,8	3,4	5,1
180	3,0	3,6	5,4
190	3,2	3,8	5,7
200	3,3	4,0	6,0
	w metrach		

W naszej praktyce konieczność ta nie zachodzi, ze względu na mały kąt α. Natomiast w tych przypadkach zaczyna się pojawiać różnica w rzędnych (x), czyli $r_x = x_g - x_d \neq 0$. A zatem, jeśli poszczególne boki ciągu bazowego nie są równoległe do osi y geodezyjnego układu współrzędnych (o czym wnioskować można z sąsiednich wartości rzędnych dwóch przeliczonych punktów głównych ciągu bazowego), to różnice r_x będą przyjmowały wartości podane w tabelce na stronie 194, obliczonej dla zdjęć lotniczych w skali 1 : 10000, p = 60%, i formatu 18 × 18 cm.

Z tabelki tej łatwo wyciągnąć wniosek, że przy zdjęciach lotniczych w skali 1 : 10000 (tj. przy bazie 720 m) zaczynają występować różnice we współrzędnej x punktu głównego, liczonego z górnych i dolnych trójkątów, sięgające decymetrów, a zatem wartości koniecznych do uwzględniania w trakcie liczenia i kontroli rachunku.

$x_{i+1} - x_i$ w metrach	Przy r_y: 1 m	2 m	3 m	4 m	5 m	6 m	$\alpha = \text{arc tg} \frac{x_{i+1} - x_i}{720}$ w gradach
	r_x wynosi odpowiednio:						
10	0	0	0	1	1	1	0,88
20	0	1	1	1	1	2	1,77
30	0	1	1	2	2	3	2,65
40	1	1	2	2	3	3	3,53
50	1	1	2	3	4	4	4,41
60	1	2	3	3	4	5	5,29
70	1	2	3	4	5	6	6,17
80	1	2	3	4	6	7	7,04
90	1	3	4	5	6	7	7,92
100	1	3	4	6	7	8	8,78
110	2	3	5	6	8	9	9,65
	w decymetrach						

Przed przystąpieniem do obliczeń triangulacji radialnej, należy uprzednio przygotować sobie dwie ostatnie tabelki w zależności od skali zdjęć lotniczych, pokrycia podłużnego (p) i formatu obrazu zdjęć lotniczych, dla których mamy dokonać obliczeń triangulacji radialnej. Przygotowanie tych tabelek jest sprawą bardzo prostą i nie wymaga wyjaśnień.

* * *

Obecnie pozostaje jeszcze kwestia wzięcia odpowiednich wartości współrzędnych obliczanego punktu głównego. Spoglądając na rysunek damy łatwo odpowiedź, że szukanym punktem głównym będzie środek ciężkości trójkąta błędu (rys. 25). Zgodnie z teorią prawdopodobieństwa, najprawdopodobniejszą wartością współrzędnych punktu szukanego będą współrzędne środka ciężkości trójkąta błędu. Przejście do tych współrzędnych z obliczonego już poprzednio punktu 1 lub 2 wymaga dodania odpowiednich poprawek (v'_y i v'_x) do tychże współrzędnych.

Po przeanalizowaniu możliwych kształtów trójkątów błędu łatwo można uzyskać wartości tych poprawek w funkcji r_y i tak:

$$\left.\begin{aligned} v'_y &= \pm \frac{1}{2} r_y \\ v'_x &= \pm \frac{1}{5} r_y \end{aligned}\right\} \text{ z zachowaniem znaku wolnego wyrazu rozety}$$

i ostatecznie będziemy mieli współrzędne szukanego punktu głównego

$$y_s = y_1 \pm \frac{1}{2} r_y = y_2 - \left(\pm \frac{1}{2} r_y\right)$$

$$x_s = x_1 \pm \frac{1}{5} r_y = x_2 \pm \frac{1}{5} r_y$$

Ten rachunek współrzędnych punktów głównych, polegający na obliczaniu poszczególnych rozet całego szeregu, daje nam współrzędne punktów przed wyrównaniem. Rachunek ten kończymy na obliczeniu współrzędnych dwóch punktów głównych końcowej grupy fotopunktów, której rozwiązanie opisańo powyżej.

Opisany przed chwilą rachunek współrzędnych punktów głównych (nazwijmy go rachunkiem rozet) nie kończy zagadnienia, gdyż nie zawierał jeszcze wyrównania odcinka, jako całości. Cały rachunek rozet, chociaż uwzględnia pewne poprawki na współrzędne (v'_y i v'_x — nazwijmy je poprawkami pierwszymi) ogranicza się tylko do lokalnego wyrównania, i to tylko w ramach poszczególnych rozet. Opisaną część rachunku, przed tzw. wyrównaniem, dokonujemy na specjalnych formularzach i szablonach, o układzie rozetowym (formularz Nr 2) oraz przy pomocy tzw. „Tabelki poprawek" (formularz Nr 3 — część pierwsza).

Przejdźmy z kolei do sprawy wyrównania odcinka.

3. Wyrównanie odcinka

Pionowość zdjęć lotniczych jest istotnym momentem do dobrego wyniku, jest ona jednak do pewnego stopnia przypadkowa. Przypadkowo gorsza pionowość któregokolwiek zdjęcia lotniczego, wpływa w sposób systematyczny na dalszy, po tym zdjęciu następujący szereg rozet.

Tę okoliczność należy mieć na względzie przy wprowadzaniu do współrzędnych poprawek (drugich z kolei), których miejsce i wartość jest uzależniona od zaistnienia odpowiedniego wolnego wyrazu rozety. Do zmiany elementów kątowych rozety — jak również i współrzędnych — uprawnia jedynie jej wolny wyraz różny od zera; wielkość tych zmian jest w zupełnie określonej zależności od wartości wolnego wyrazu rozety, a ponadto wartości tych zmian mogą być regulowane dodatkowymi obostrzeniami, wynikającymi z założonych dokładności uzyskiwanych wyników (współrzędnych punktów).

Zwróćmy uwagę, że punkt ciężkości trójkąta błędu, przyjęty w pierwszej fazie obliczania łańcucha rozet triangulacji radialnej, jest jedynie najprawdopodobniejszym położeniem szukanego punktu głównego; punkt ten może być jednak zmieniony na inny, w jego bezpośredniej okolicy, gdyż to prawdopodobne położenie wywodzi się z lokalnego, odrębnego potraktowania każdej z osobna rozety. Po przeliczeniu całego odcinka rozet w sposób opisany wyżej, uzyskujemy przybliżone współrzędne y^{I}_{odc} i x^{I}_{odc} oraz y^{II}_{odc} i x^{II}_{odc} obu punktów głównych końcowej grupy fotopunktów. Z drugiej strony będziemy mieć współrzędne tychże punktów (y^{I}_{gr} i x^{I}_{gr} oraz y^{II}_{gr} i x^{II}_{gr}) obliczone z grupy fotopunktów. Te ostatnie współrzędne możemy traktować jako współrzędne ostateczne owych dwóch punktów głównych ostatniej grupy fotopunktów. O dokładności tych współrzędnych ostatecznych możemy powiedzieć, że są one dokładniejsze od współrzędnych tychże punktów, otrzymanych z przeliczenia całego odcinka rozet, i do nich też powinien być nawiązany cały odcinek rozet.

Różnice między odpowiednimi współrzędnymi dwóch wymienionych punktów głównych — nazwijmy je o d c h y ł k a m i (f_y i f_x) odcinka — można wyrazić przez:

$$f_{y_1} = y^{\mathrm{I}}_{gr} - y^{\mathrm{I}}_{odc}, \qquad f_{y_2} = y^{\mathrm{II}}_{gr} - y^{\mathrm{II}}_{odc}$$

$$f_{x_1} = x^{\mathrm{I}}_{gr} - x^{\mathrm{I}}_{odc} \quad \text{oraz} \quad f_{y_2} = x^{\mathrm{II}}_{gr} - x^{\mathrm{II}}_{odc}$$

dla I-go punktu głównego — dla II-go punktu głównego

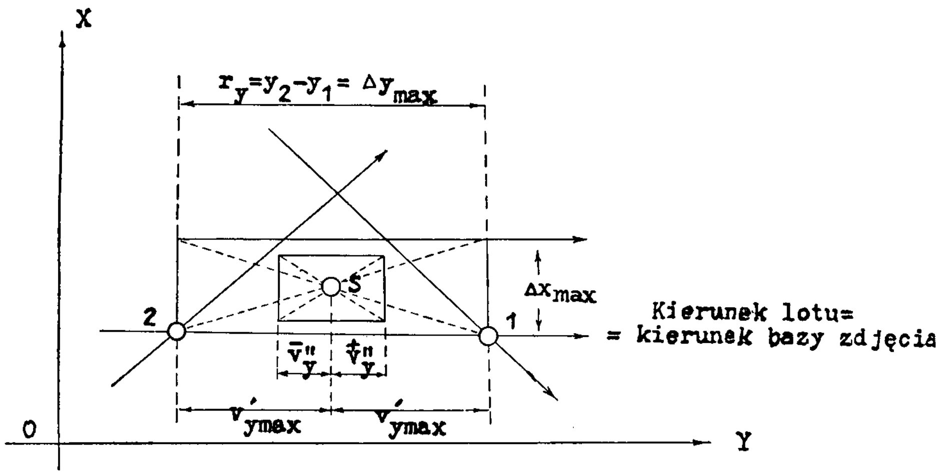
Odchyłki te wpisujemy do tabelki poprawek (cz. II) w odpowiednie miejsca.

Teoretyczne ich wartości mogą być również obliczone jako błędy średnie współrzędnych i podane w odpowiedniej tablicy, jak to dla przykładu było dokonane na początku artykułu (patrz tabl. 1, wzgl. 2). Sposób przeliczenia opisany jest w artykule wymienionym uprzednio. To porównanie może służyć jako pierwsza orientacja dokładności odcinka rozet. Drugą orientacją służą nam maksymalne wartości tych odchyłek (czyli $v'_{y\ max}$ i $v'_{x\ max}$) dla poszczególnych punktów głównych odcinka rozet; wystarczy je przeliczyć dla I-go punktu głównego końcowej grupy fotopunktów. Sposób przeliczenia wartości odchyłek I p-tu głównego czyli Δy_{max} i Δx_{max} odcinka, wiąże się ze sprawą samego wyrównania odcinka.

Obecnie przejdziemy do wyjaśnienia zasad wyrównania odcinka.

W przypadku zaistnienia odchyłek (f_{y_1}, f_{x_1} i f_{y_2}, f_{x_2}) na punktach głównych końcowej grupy fotopunktów, zachodzi konieczność wyrównania odcinka, lub inaczej mówiąc, zmiany wszystkich (lub niektórych) punktów głównych odcinka — będących do tego momentu środkami ciężkości kolejnych trójkątów błędu — na inne punkty, położone w ich bezpośredniej okolicy. Te inne punkty w bezpośredniej okolicy środka ciężkości trójkąta wygodnie jest ograniczyć prostokątem odpowiedniej wielkości, którego środek będzie przypadał w środku ciężkości trójkąta błędu (patrz rys. 26), a bok dłuższy prostokąta będzie równoległy do osi y układu współrzędnych.

Pole tego prostokąta możemy nazwać „polem poprawki". W granicach tego pola współrzędne punktu S mogą być zmieniane o wartości $\pm\ v''_y$ i $\pm\ v''_x$, zależnie od potrzeby wyrównania danego odcinka. Wartości tych poprawek (v''_y i v''_x) są ograniczone polem poprawki, a to ostatnie jest w określonym stosunku do trójkąta błędu danej rozety. Łatwo jest zauważyć, że boki pola poprawki wynoszą: bok dłuższy — $2v''_y$, bok krótszy —$2v''_x$. Poprawki na współrzędne będą posiadały w a r t o ś c i w ł a ś c i w e gdy pole poprawki mieścić się będzie w polu trójkąta błędu. Ze względu na to, że krańcowo słuszne współrzędne punktu liczonego mogą odpowiadać jeszcze i punktom 1 wzgl. 2, przeto maksymalne pole poprawki wynosić będzie: Δy_{max} oraz Δx_{max}; natomiast maksymalne poprawki na współrzędne punktu liczonego będą: $\pm\frac{1}{2}\Delta y_{max}$ i $\pm\frac{1}{2}\Delta x_{max}$. Tu należy jeszcze raz zwrócić uwagę, że wartości liczbowe tych poprawek są z punktu na punkt różne i są w określonym stosunku do wartości liczbowej wolnego wyrazu odpowiedniej rozety.



Rys. 26

Po tych wyjaśnieniach łatwo jest zauważyć, że $v''_{y\,max} = \left|\frac{1}{2} r_y\right|$ oraz $v''_{x\,max} = \left|\frac{1}{2} r_y\right|$, dla pojedynczego punktu. To maksymalne pole poprawki dwoma swoimi narożnikami wybiega poza pole trójkąta błędu i poprawki w jego zakresie stosowane posiadają w a r t o ś c i n i e w ł a ś c i w e, ponieważ mogą zmienić punkt S na punkt położony poza trójkątem błędu. Korzystanie jednak z tego rodzaju poprawek w praktyce jest niekiedy konieczne, a przez teorię niewykluczone.

Załóżmy, że wprowadzona została poprawka v''_i współrzędnej y_i tylko w jednym punkcie głównym odcinka, np. w punkcie i. W wyniku tej poprawki uzyskujemy w pierwszym rzędzie zmianę długości bazy (i_{-1}, i); zmiana ta wpływa automatycznie na z m i a n ę s k a l i odcinka bazowego, położonego na prawo od punktu i (zwykle kierunek liczenia jest z lewa na prawo), a odpowiednie poprawki na współrzędne y punktów głównych ciągu bazowego będą:

dla punktu	i	poprawka na y	$-\ v''_i$	(założona)
„ „	$(i+1)$	„ „ „	$-\ 2v''_i$	
„ „	$(i+2)$	„ „ „	$-\ 3v''_i$	itd.

co w praktyce jest słuszne ze względu na równoboczny i prostoliniowy ciąg bazowy.

Poprawka wprowadzona ze znakiem dodatnim (względnie ujemnym) na punkcie *i* musi być i dalej wprowadzana z tym samym znakiem, czyli przyjęta poprawka w określonym punkcie *i* zachowuje swój znak w następnych punktach ciągu.

Przechodząc do przypadku ogólniejszego, możemy sobie wyobrazić, że konieczne jest wprowadzenie kolejno całego szeregu poprawek na kolejnych punktach ciągu bazowego, tj. poprawek usprawiedliwionych istnieniem różnych trójkątów błędów (wolnych wyrazów rozet), a potrzebnych do zlikwidowania istniejących odchyłek na współrzędnych dwóch punktów głównych końcowej grupy fotopunktów. W tym przypadku poszczególne poprawki składowe dla poszczególnych punktów ciągu bazowego będą się sumować i dadzą nam p o p r a w k i s u m a r y c z n e dla poszczególnych punktów głównych, wg poniższej tablicy:

Dla współrzędnych y (wzgl. x) Tablica poprawek, cz. II.

Nr punktu głównego	i	$i+1$	$i+2$	$i+3$	....	Nr punktów głównych w grupie fotopunktów: I	II
Nr kolumny	1	2	3	4	....	n	$n+1$
Poprawki składowe	v_i''	$2v_i''$	$3v_i''$	$4v_i''$	....	nv_i''	$(n+1)v_i''$
		v_{i+1}''	$2v_{i+1}''$	$3v_{i+1}''$	....	$(n-1)v_{i+1}''$	$n \cdot v_{i+1}''$
			v_{i+2}''	$2v_{i+2}''$	....	$(n-2)v_{i+2}''$	$(n-1)v_{i+2}''$
				v_{i+3}''	....	$(n-3)v_{i+3}''$	$(n-2)v_{i+3}''$
Poprawki sumaryczne	v_i''	$2v_i''+v_{i+1}''$	$3v_i''+2v_{i+1}''+v_{i+2}''$	$4v_i''+3v_{i+1}''+2v_{i+2}''+v_{i+3}''$	....	Σ wyrazów kolumny	Σ wyrazów kolumny

Teoretycznie znaki poprawek w poszczególnych wierszach mogą być różne (lecz w wierszu muszą być jednakowe — zgodnie z tym co o tym wyżej podano), praktycznie — przeważnie jednakowe.

Wyrównanie odcinka polega na takim dobraniu poprawek składowych (a w wyniku tego i poprawek sumarycznych), przy których osiągamy likwidację odchyłek (f_y, f_x) na dwóch punktach głównych sąsiedniej grupy fotopunktów, a zatem zgodnie z powyższym musi zaistnieć równość:

$f_{yI} = \Sigma$ wyrazów kolumny n; $f_{yII} = \Sigma$ wyrazów kolumny $(n+1)$.

Analogicznie:

$f_{xI} = \Sigma$ wyrazów kolumny n; $f_{xII} = \Sigma$ wyrazów kolumny $(n+1)$.

O znaku poprawek sumarycznych mówią nam znaki odchyłek na punktach głównych grupy fotopunktów.

Po ogólnym wyjaśnieniu sensu wyrównania odcinka, należy wyjaśnić sposób obliczania wartości $[\Delta y_{max}]$ i $[\Delta x_{max}]$ całego odcinka.

Jeżeli zauważymy, że $\frac{1}{2}\Delta y_{max}$ jest graniczną wartością poprawki składowej v_y dla pojedynczego punktu głównego, a $\frac{1}{2}\Delta x_{max}$ — poprawką składowej v_x, to graniczną poprawkę sumaryczną — $[\Delta y_{max}]$, dla odcinka, obliczymy wg tych samych zasad, a zatem wg wzorów:

$$2\,[\Delta y_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{y_{gr}} + (n-1)\,\Delta y_{n-1} + (n-2)\,\Delta y_{n-2} + \ldots + 2\Delta y_2 + \Delta y_1$$
$$2\,[\Delta x_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{x_{gr}} + (n-1)\,\Delta x_{n-1} + (n-2)\,\Delta x_{n-2} + \ldots + 2\Delta x_2 + \Delta x_1$$

gdzie w wyrazach Δy i Δx opuszczono dla uproszczenia indeks „max" oraz wstawiono wyrazy: $n \cdot m_{y_{gr}}$ oraz $n \cdot m_{x_{gr}}$, w których $m_{y_{gr}}$ i $m_{x_{gr}}$ — błędy średnie współrzędnych 2-go punktu głównego wyjściowej grupy fotopunktów.

Obliczenie granicznej poprawki sumarycznej dla danego odcinka rozet, czyli $[\Delta y_{max}]_{odc.}$ i $[\Delta x_{max}]_{odc.}$, mówi nam o dobroci całego odcinka rozet i odnosi się do pierwszego punktu głównego końcowej grupy fotopunktów, a ponadto ułatwia przeprowadzenie wyrównania odcinka rozet.

W celu przeprowadzenia wyrównania odcinka, obliczamy tzw. „w s p ó ł c z y n n i k i p o p r a w e k" (k_y i k_x), a mianowicie:

$$k_y = \frac{f_{y\mathrm{I}}}{[\Delta y_{max}]_{odc.}}; \qquad k_x = \frac{f_{x\mathrm{I}}}{[\Delta x_{max}]_{odc.}}$$

One mówią nam, jaką część poszczególnych $v'_{y_{max}}$ i $v'_{x_{max}}$ mamy wprowadzić do wyrównania, aby odcinek dany wyrównać. Ten sposób przeprowadzenia wyrównania jest bardzo prosty w rachunku i możliwy jest do wykorzystania gdy zachodzi następująca nierówność:

$$|f_{y_2}| > |f_{y_1}| \quad \text{lub} \quad |f_{x_2}| > |f_{x_1}|$$

Ten przypadek określamy mianem „w y r ó w n a n i a p r o s t e g o". Napisane nierówności należy rozumieć w ten sposób, że np. odchyłka bezwzględna współrzędnej y drugiego punktu głównego (czyli dalszego) jest większa od analogicznej odchyłki bezwzględnej współrzędnej y pierwszego punktu głównego (czyli bliższego). To zjawisko jest zjawiskiem normalnym i uzasadnionym teoretycznie (patrz tabl. 1 wzg. 2).

Zachodzić jednak mogą i przypadki odwrotne, a mianowicie gdy:

$$|f_{y_2}| < |f_{y_1}| \quad \text{lub} \quad |f_{x_2}| < |f_{x_1}|$$

ten przypadek określamy mianem „w y r ó w n a n i a z ł o ż o n e g o".

W przypadku wyrównania złożonego, rachunek poprawek na współrzędne punktów głównych opieramy na założeniu, że w liczonym odcinku rozet zaszedł przypadek narastania, a następnie malenia odchyłek współrzędnych liczonych punktów głównych. O słuszności tego przypuszczenia mówi zachodząca i stwierdzona w praktyce nierówność odwrotna.

W związku z powyższym, poszukiwany szereg poprawek na współrzędne punktów głównych będzie posiadał wartość ekstremalną gdzieś w środku tego odcinka, i aby dojść do tego wyniku, należy potraktować pewną grupę poprawek składowych (wiersze poprawek), jako wartości z jednym znakiem, a drugą grupę — ze znakiem przeciwnym. Dalsze postępowanie jest identyczne z poprzednim.

Wszystkie czynności wyżej opisane (wyrównanie odcinka) przeprowadzamy w II-ej części tabelki poprawek (patrz formularz Nr 3).

Sposób wyrównania współrzędnych punktów głównych w oparciu o uprzednio wyliczone „współczynniki poprawek" (k_y i k_x), prowadzi praktycznie do jednego rozwiązania. W przypadku obecności w danym odcinku rozet o małych i dużych wolnych wyrazach, można osiągnąć wyrównanie przy wykorzystaniu tylko dużych wolnych wyrazów rozet, co prowadzi do celu szybciej, lecz może dać różne rozwiązania. Duże wartości wolnych wyrazów dają w konsekwencji szersze granice w możliwościach dobrania, w pewnym stopniu, różnych poprawek na współrzędne punktów głównych. Aby tę występującą niekiedy i niekorzystną okoliczność zlikwidować, należy i wystarczy narzucić odcinkowi gorszemu warunek dodatkowy, pochodzący z lepszego szeregu sąsiedniego, tj. górnego lub dolnego. W tym celu należy dodatkowo rozwiązać w środku odcinka grupę jednostronną, zawierającą dwa punkty wspólne (danym szeregom) o znanych, dobrych współrzędnych, celem otrzymania współrzędnych punktów głównych. Warunek dodatkowy likwiduje zbyt dużą dowolność ustalania wartości poprawek, przy istnieniu dużych wolnych wyrazów rozet liczonego odcinka.

Po uzyskaniu poprawek na współrzędne punktów głównych, wprowadzamy je do uprzednio wyliczonych współrzędnych tychże punktów, nazwanych współrzędnymi „przed wyrównaniem" (patrz formularz Nr 2).

Współrzędne pozostałych punktów sieci rozet liczymy na tychże samych formularzach w oparciu o nowe, poprawione współrzędne punktów głównych, oraz w oparciu o te same wartości cotangensów (patrz formularz Nr 2, szablon Nr 4).

4. Przykłady wyrównania odcinka rozet

Obecnie słusznym będzie przedstawienie paru przykładów wyrównania odcinka rozet przy pomocy tabelki poprawek (patrz załączone przykł. 1 i 2).

Przykład pierwszy, najczęściej spotykany, różni się od przykładu drugiego jedynie tym, że w przykładzie drugim przyjęto warunek dodatkowy; poza tym oba przykłady mają te same dane wyjściowe, wypisane w pierwszych częściach obu tabelek. Przykłady zostały ograniczone tylko do wyprowadzenia poprawek na odcięte punktów głównych.

Przebieg postępowania w przykładzie 1 będzie następujący.

W I części tabelki poprawek:

1. wpisanie numerów punktów głównych odcinka (od 5225 do 5217),

w którym punkt 5225 to drugi punkt główny wyjściowej grupy fotopunktów; punkty 5217 i 5216, to pierwszy i drugi punkt główny końcowej grupy fotopunktów,

2. wpisanie do wiersza „n” kolejnych numerów od 1 do 8 w kierunku przeciwnym do kierunku liczenia odcinka; numer 1 przypada ponad numerem pierwszego punktu głównego końcowej grupy fotopunków (czyli ponad 5217),

3. Wpisanie do wiersza w wolnych wyrazów kolejnych rozet odcinka (z formularza B),

4. wpisanie do wiersza $\binom{r_y}{r_x}$ wartości różnic współrzędnych (y, x) kolejnych punktów głównych odcinka (z formularza Nr 2 — szablonu Nr 3),

5. wpisanie do wiersza $\binom{v'_y}{v'_x}$ max pierwszych poprawek na współrzędne (y, x) kolejnych punktów głównych odcinka (patrz str. 6, 7, 8 przykładu),

6. obliczenie i wpisanie $[\Delta y_{max}]_{odc}$ i $[\Delta x_{max}]_{odc}$ dla pierwszego punktu głównego końcowej grupy fotopunktów w stosunku do punktu głównego początkowej grupy fotopunktów,

7. wpisanie wyprowadzonych odchyłek (f_{yI} i f_{yII}) odciętych końcowej grupy fotopunktów do pierwszego wiersza drugiej części tabelki poprawek. Ustalenie znaku odchyłek.

Czynności powyżej wymienione, normalnie prowadzi się równolegle z obliczeniami na formularzu Nr 2 (obliczenia rozet). Po dokonaniu tych czynności, następuje właściwe wyrównanie odcinka, tj. wyprowadzenie „drugich poprawek” (v''_y i v''_x) na współrzędne punktów głównych odcinka;

W II części tabelki poprawek:

8. obliczenie współczynników poprawek (k_y i k_x; w przykładzie tylko k_y);

9. obliczenie i wpisanie „poprawek składowych” (bez znaku) w poszczególnych wierszach, w ten sposób aby pierwszy wyraz poprawki składowej trafiał pod odpowiedni numer punktu głównego,

10. obliczenie i wpisanie do wiersza v''_y poprawek sumarycznych. Stwierdzenie trafności wyrównania, oraz ustalenie znaku dla poprawek sumarycznych.

Jest to przykład „wyrównania prostego”.

Przebieg postępowania w przykładzie 2 będzie następujący.

W I części tabelki poprawek:

Punkty od 1 do 7 pozostają te same co w przykładzie 1; jedynie w p. 7 należy ponadto wpisać warunek dodatkowy. Ten warunek może np. pochodzić z nadliczbowego fotopunktu. Niech np., jego położenie w odcinku rozet przypada pod punktem głównym Nr 5221 oraz wartość odchyłki f_y wynosi $+4{,}5$ m. Tę odchyłkę należy wpisać w ten sam wiersz odchyłek co i poprzednie odchyłki ($f_{yI} = +19{,}3$ i $f_{yII} = +23{,}6$). Ponadto, przyjmując wartość odchyłki f_{y5225} na punkcie początkowym równą zeru, cały odcinek wyrównujemy w dwóch kolejnych etapach:

a) etap pierwszy — od grupy początkowej do fotopunktu (tj. do warunku dodatkowego),

b) etap drugi — od fotopunktu (tj. od warunku dodatkowego) do grupy końcowej.

W II części tabelki poprawek będziemy mieli następujące czynności.

W etapie pierwszym:

8. obliczenie wartości $[\Delta y_{max}]_{I}$ i $[\Delta x_{max}]_{I}$ dla punktu 5221 w stosunku do punktu 5225,

9. obliczenie współczynników poprawek (k'_y i k'_x),

10. obliczenie i wpisanie poprawek składowych w poszczególnych wierszach poprawek (podobnie jak w przykładzie 1), pamiętając o tym, że każdy rozpoczęty wiersz poprawki składowej, wziętej do osiągnięcia warunku dodatkowego, należy wypisać w całości, tj. aż do punktów głównych końcowej grupy fotopunktów,

11. zsumowanie poszczególnych kolumn poprawek składowych. Kolejne sumy kolumn pierwszej części odcinka (od 5225 do 5221) stanowić będą tzw. drugie poprawki (v''_y) do współrzędnych wymienionych w nawiasie punktów głównych. Następne sumy kolumn, drugiej części odcinka, wymagają jeszcze dalszych uzupełnień, co widać z porównania odpowiednich sum kolumny przedostatniej i ostatniej z odpowiednimi odchyłkami: $+14{,}1 \neq +19{,}3$ oraz $+15{,}2 \neq +23{,}6$.

W etapie drugim:

12. obliczenie poprawki uzpełniającej (w przykładzie 2 będzie to $19{,}3 - 14{,}1 = 5{,}2$),

13. obliczenie wartości $[\Delta y_{max}]_{II}$ i $[\Delta x_{max}]_{II}$ dla punktu 5217, w stosunku do punktu 5221,

14. obliczenie współczynników poprawek (k''_y i k''_x),

15. obliczenie i wpisanie dalszych poprawek składowych, biorąc pod uwagę jedynie odpowiednie wartości drugiej części odcinka rozet,

16. zsumowanie pozostałych kolumn poprawek składowych dla drugiej części odcinka rozet i wpisanie ich do wiersza v''_y.

Na tym wyznaczenie poprawek kończymy.

W związku ze sprawą wyrównania odcinka, należy jeszcze poruszyć sprawę ewentualnych trudności jego wyrównania. Trudności te pojawiają się przy niedostatecznie dokładnie zidentyfikowanych fotopunktach, co z kolei pociąga za sobą dość duże błędy średnie współrzędnych punktów głównych grupy fotopunktów. Jeśli w tym przypadku odcinek rozet, między takimi grupami fotopunktów, posiada małe wolne wyrazy to wyrównanie staje się niemożliwe. Podobną sytuację będziemy mieć przy wprowadzeniu złego warunku dodatkowego. Wróćmy do naszych dwóch przykładów liczbowych. Zwróćmy w nich uwagę na v''_y w punkcie 5221 (przykład 1), która to poprawka wynosi $+6{,}0$ i na narzucony warunek dodatkowy dla tegoż punktu 5221 w przykładzie 2, który wynosi +4,5 metra. Wyrównanie tego odcinka w przykładzie 2 musiało dać inne poprawki (v''_y) w stosunku do wyrównania w przykładzie 1. Wyrównanie w przykładzie 2 odbyło się kosztem przekroczenia maksymalnych wartości poprawek v'_y. W tym celu porównajmy wartości: 0,3 i 0,4; 0,9 i 1,1; 1,2 i 1,4, w którym to szeregu, pierwsze liczby są wartościami maksymalnymi, a drugie liczby — wartościami wprowadzonymi do wyrównania. W danym przykładzie przekroczenie to wynosi 0,2 metra na rozetę. Przyjęcie bądź odrzucenie tego przekroczenia wiąże się ze sprawą założonych dokładności triangulacji radialnej, a zatem jest zależne od obowiązujących instrukcji technicznych.

Zamiast dopuszczać przekroczenia maksymalnych wartości poprawek wiążących się z wolnymi wyrazami rozet odcinka, można w dozwolonych granicach wprowadzać poprawki na współrzędne punktów głównych pierwszej lub drugiej grupy fotopunktów. Wielkości tych poprawek (zmian) nie powinny przekraczać ustalonej wartości, np. $\pm 0,5$ metra dla skali zdjęć lotniczych 1 : 10000 ($\pm$ 0,05 mm w skali zdjęć), co posiada uzasadnienie w naszych wynikach pola doświadczalnego. Licząc się w pewnych przypadkach z koniecznością wprowadzania poprawek na współrzędne punktu głównego grupy początkowej, przewidziano w tabelce poprawek (cz. I) nawias kwadratowy przy punkcie głównym grupy początkowej. Do nawiasu tego byłyby wpisywane wartości poprawek, przyjęte do wyrównania odcinka, w przypadku gdy to jest konieczne.

Odnośnie załączonych do niniejszego artykułu formularzy, należy jeszcze opisać czynności rachunkowe na formularzu Nr 2. Do tego formularza dodane zostały szablony (Nr Nr 1, 1a, 1b, 2, 3 i 4) ułatwiające pracę na tym formularzu. Opisywanie szablonów jest zbędne, natomiast właściwe jest podanie kolejności czynności rachunkowych na formularzu Nr 2. Oto one:

A — przed wyrównaniem odcinka.

1. wypisać numery punktów głównych i rozetowych,
2. z formularza obserwacyjnego (B) wpisać wartości kątów w wiersze 5, 11, 17 i 20,
3. wpisać z tablic trygonometrycznych wartości cotangensów oraz ich sumy (Σ), posługując się szablonami Nr 1 i 2,
4. z formularza Nr 1 wpisać obliczone współrzędne dwóch punktów głównych grupy początkowej (wyjściowej) fotopunktów w odpowiednie miejsce wiersza 6 (oraz 8),
5. obliczyć współrzędne ($y\,x$) punktów rozetowych, korzystając z szablonu Nr 1a,
6. obliczyć współrzędne (yx) punktów głównych, korzystając z szablonu Nr 3,
7. obliczyć $r_y = 10 - 10'$ i $r_x = 11 - 11'$ oraz porównać r_y z wolnym wyrazem liczonej rozety, a następnie wprowadzić pierwsze poprawki (v'_y, v'_x) na współrzędne obliczonego punktu głównego i te ostatnie wpisać

w wierszu 6, (czynności tego punktu wymagają również wpisania wymienionych wartości do „tabelki poprawek"),

8. jak w p. 5, ale przy użyciu szablonu Nr 1b,
9. jak w p. 6,

itd. 7, 5, 6, 8, 9, ... 7, 5, 6, 8, 9 ....

aż do obliczenia współrzędnych dwóch punktów głównych sąsiedniej grupy fotopunktów;

B — po wyrównaniu odcinka.

10. z „tabelki poprawek" wpisać wartości „drugich poprawek" (v_y'' i v_x'') w wierszu 7,
11. obliczyć współrzędne ostateczne wszystkich punktów głównych odcinka i wpisać te współrzędne w wierszu 8,
12. obliczyć współrzędne ostateczne wszystkich punktów rozetowych, korzystając z szablonu Nr 4 i Nr 5 (ten ostatni nie załączony).

5. Podsumowanie. Ocena dokładności metody

Podsumowując to co zostało napisane, całą technikę obliczenia triangulacji radialnej można ująć w 4 punkty:

1. rozwiązanie grup fotopunktów,
2. rachunek rozet, czyli obliczenie współrzędnych punktów głównych (przed wyrównaniem), a pośrednio i rozetowych,
3. wyrównanie współrzędnych punktów głównych odcinka rozet,
4. obliczenie współrzędnych pozostałych punktów sieci triangulacji radialnej.

Wszystkie powyższe czynności przeprowadza się na specjalnie przygotowanych formularzach i szablonach, przy zachowaniu zasady nie przepisywania raz napisanych danych. Rozłożenie treści i budowa formularzy odpowiada rozmieszczeniu punktów w łańcuchu rozet, co znacznie ułatwia ogólną orientację. Odpowiednie elementy potrzebne do rachunku są grupowane na jednym formularzu, a wybranie ich do określonej czynności rachunkowej wskazują szablony, przygotowane na każdą operację rachunkową.

Poszczególne czynności rachunkowe są mało skomplikowane, a różnorodność tych czynności jest niewielka. Zasadniczo istnieją tu tylko dwa rodzaje rachunków, a mianowicie:

a) wcięcia w przód na pojedynczą maszynę do liczenia, wg wzorów prof. S. Hausbrandta. Te czynności występują w wymienionych wyżej punktach 1, 2 i 4, a typowe są dla p. 2 i 4.

b) wyrównanie wg tabelki poprawek. Ta czynność występuje w p. 3.

Ze względu na dużą jednostajność rachunków, nabycie wprawy w liczeniu jest rzeczą łatwą.

Czas przeliczenia przeciętnego odcinka rozet, złożonego z 7 baz, wynosi około $5^1/_2$ godzin. Składa się na to: obliczenie 2 grup fotopunktów, 6 rozet, wyrównanie 7 współrzędnych punktów głównych, obliczenie współrzędnych 12 punktów rozetowych.

Opisaną metodą pracuje się u nas od 1956 roku, jest już zatem spory materiał doświadczalny. Dla zilustrowania uzyskanych dokładności mogą posłużyć przeciętne wyniki z jednej z wykonanych robót, które przedstawiają różnice we współrzędnych na punktach wspólnych sąsiednich szeregów zdjęć lotniczych.

Zestawienie z obszaru „*A*"
Skala zdjęć lotniczych 1 : 11 000

Ilość punktów	Wartości różnic $\left\{ \begin{matrix} \Delta y \\ \Delta x \end{matrix} \right.$ m	%
119	od 0 do 1	53
66	„ 1 „ 2	30
29	„ 2 „ 3	13
9	„ 3 „ 4	4
223		100

Średnie błędy różnicy: $m_{\Delta y} = \pm\ 1{,}1$ m
(przy $n = 223$) $m_{\Delta x} = \pm\ 1{,}2$ m

Ze względu na to, że każdy taki punkt jest liczony z wyników 2 szeregów (zawierających te punkty jako wspólne), przeto błędy średnie współrzędnych punktów (wspólnych) triangulacji radialnej będą conajwyżej równe:

$$m_y = \pm\frac{1{,}1}{\sqrt{2}} = \pm\ 0{,}78 \text{ m} \qquad m_x = \pm\frac{1{,}2}{\sqrt{2}} = \pm\ 0{,}86 \text{ m}$$

Średni błąd położenia punktu: $m_p = \pm\sqrt{m_y^2 + m_x^2} = \pm\ 1{,}2$ m,
co w skali zdjęć lotniczych czyni:

$$m_y = \pm 0{,}07 \text{ mm}; \qquad m_x = \pm 0{,}08 \text{ mm}; \qquad m_p = \pm 0{,}11 \text{ mm}.$$

Zostało użyte określenie „conajwyżej", gdyż błędy w rzeczywistości są jeszcze mniejsze, ze względu na stosowane w praktyce, tzw. wyrównanie zespołowe szeregów (nie opisane w niniejszej pracy), a polegające na ustaleniu i usunięciu występujących błędów systematycznych, zauważonych w trakcie generalnego przeglądu różnic we współrzędnych punktów wspólnych między wszystkimi szeregami łącznie.

Na innej robocie, w której skala zdjęć lotniczych wynosiła 1 : 10000 można było wyniki triangulacji radialnej porównać z bezpośrednimi pomiarami polowymi. Jeden z szeregów triangulacji radialnej przylegał do obszaru o pełnym podkładzie fotogrametrycznym, polowym. Do wyrównania tego szeregu przyjęto tylko odpowiednio rozmieszczone grupy fotopunktów; pozostałe fotopunkty mogły zatem służyć jako sprawdzenie wyników triangulacji radialnej. Rozbieżności współrzędnych fotopunktów, nie branych do wyrównania przedstawiono w zestawieniu z obszaru „*B*".

Wyniki z obszaru „*B*" można traktować do pewnego stopnia jako błędy rzeczywiste triangulacji radialnej i to w przypadku pojedynczego szeregu zdjęć lotniczych.

Wyniki zestawienia z obszaru „*A*" można traktować jako błędy charak-

Zestawienie z obszaru „B" (szereg pojedynczy)

Odcinek	Nr f-punktu	Różnice w metrach v_y	Różnice w metrach v_x	vv_y	vv_x
1	1	+1,6	+1,0		
	2	+0,8	−0,1		
	3	+2,4	+1,0		
	4	+1,3	+1,8		
	5	0,0	+0,9		
2	6	+1,2	−1,0		
	7	+1,9	−0,3		
	8	+2,5	+0,8		
	9	+1,7	+2,3		
	10	+0,2	+2,3		
3	11	0,0	+2,0		
	12	+0,9	−0,9		
	13	+0,4	−0,1		
	14	+0,7	+0,3		
4	15	+1,8	+0,2		
	16	+0,2	+0,3		
	17	−0,8	−0,1		
	18	−0,2	−0,6		
5	19	+0,2	+1,4		
	20	−2,4	+0,2		
	21	−0,8	−1,0		
	22	−0,9	−1,4		
	23	0,0	−1,1		
6	24	+1,1	+0,8		
	25	+1,6	−1,6		
	26	+1,3	+0,8		
	27	+1,2	+1,0		
7	28	−0,6	+0,8		
	29	−2,6	−1,2		
	30	−1,8	−4,1		
	31	−0,4	−1,1		
	32	−0,5	−0,4		
8	33	−1,3	−0,4		
	34	−0,3	−0,2		
9	35	+1,1	−0,9		
	36	+1,9	−0,1		
	37	+1,6	+0,2		
	38	+0,1	+3,6		
	39	+0,3	−0,1		
				66,78	70,52

$m_y = \pm\sqrt{\frac{66{,}78}{39}} = \pm\ 1{,}3$ m $\qquad m_x = \pm\sqrt{\frac{70{,}52}{39}} = \pm\ 1{,}3$ m

$m_p = \pm\ 1{,}8$ m

teryzujące wewnętrzną dokładność triangulacji radialnej. Z porównania obu tych wyników widać, że wewnętrzna dokładność triangulacji radialnej jest większa, aniżeli dokładność rzeczywista. Tej uwagi nie zmienia fakt korzystania, przy wyrównywaniu szeregów, z fotopunktów, co do dokładności których nic konkretnego nie możemy powiedzieć, poza tym jednym, że nie posiadają one grubszych błędów. Ten sam wniosek, co do wewnętrznej zgodności sieci triangulacji radialnej, wynika również i z zestawienia wyników z obszaru „*B*", a mianowicie, rozpatrując znaki i wartości liczbowe kolumny v_y dla poszczególnych odcinków (od 1 do 9), widzimy stałość znaków tych wyrazów (świadczą one o skali odcinka) oraz ich wzrost w środkowych miejscach odcinków. Ta regularność pozwala przypuszczać o zgodności wewnętrznej poszczególnych odcinków rozet „wtłaczanych" w grupy fotopunktów, posiadających niekiedy wątpliwą dokładność.

Istnienie tej regularności świadczy o resztkowych błędach systematycznych, które mogą być również zlokalizowane i usunięte w przypadku posiadania kilku szeregów zdjęć lotniczych, posiadających wspólne punkty. Rugowanie tych błędów systematycznych może być również przeprowadzone, ale jedynie w oparciu o staranną analizę różnic współrzędnych punktów wspólnych. Tę analizę wygodnie jest przeprowadzać na osobnym arkuszu zbiorczym, tzw. „arkuszu różnic" opisanym przeze mnie w „Instrukcji zespołowego wyrównania szeregów triangulacji radialnej", którą w tym artykule zupełnie pomijam. Uwzględnienie trafnych wniosków z analizy różnic zmniejsza w dalszym ciągu wykazane błędy średnie do około połowy.

Z dokładnością triangulacji radialnej wiąże się ponadto:

a) dokładność wyznaczenia samych fotopunktów w terenie i na zdjęciu lotniczym oraz

b) pionowość zdjęć lotniczych.

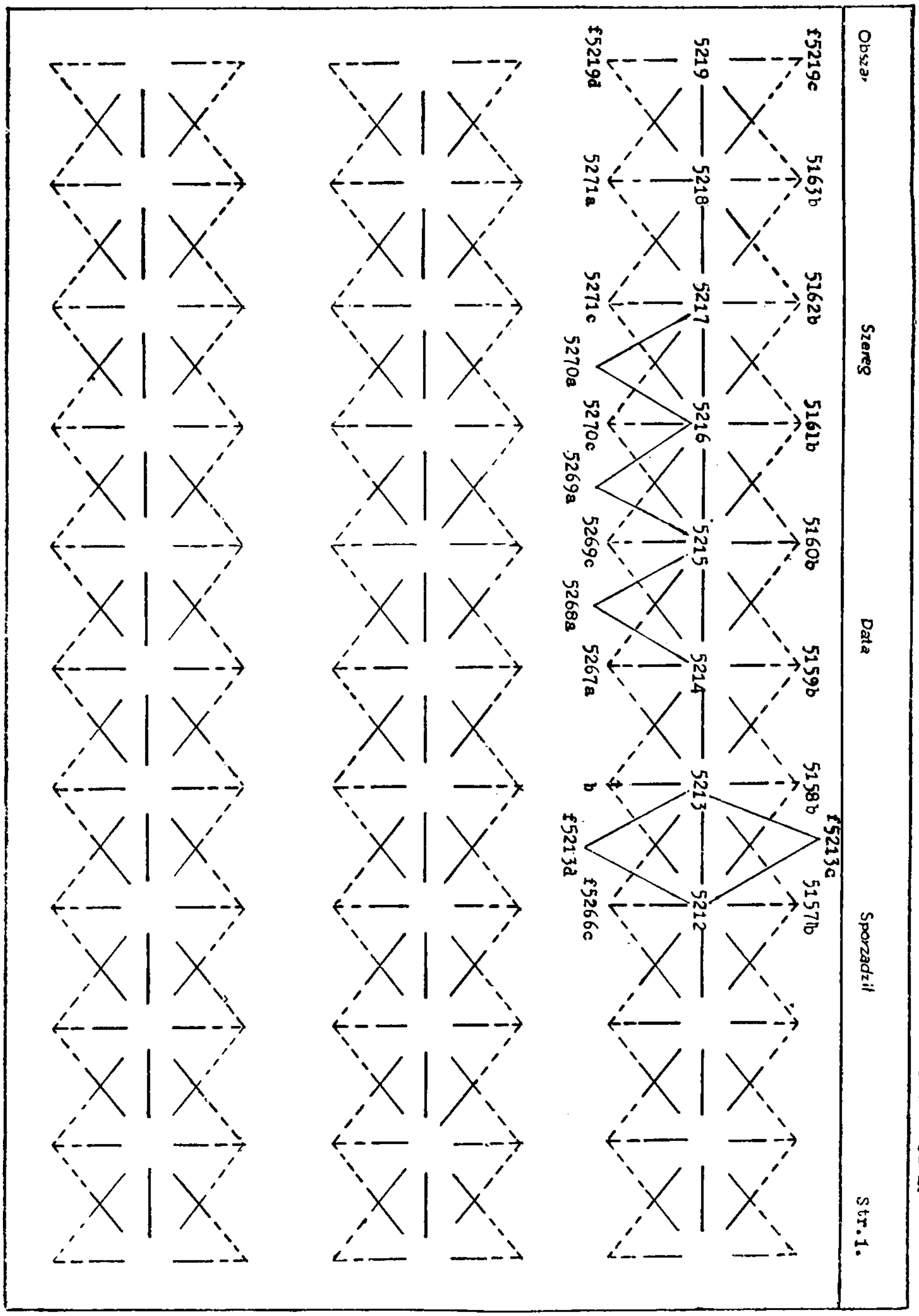
Tematy te są jednak osobnym zagadnieniem i mogą być rozważane w osobnej pracy.

Na zakończenie niniejszej pracy można podać koszt wykonania kameralnych prac triangulacji radialnych w odniesieniu do 1 sekcji mapy w skali 1 : 5000 (powiechnia około $4^1/_2$ km. kw.) ze zdjęć lotniczych 1 : 10000; koszt ten wnosi koło 190 zł, gdy tymczasem odpowiedni koszt triangulacji graficznej wynosi ok. 165 zł za 1 sekcję tejże samej mapy, a zatem same opracowania kameralne triangulacji radialnej, analitycznej są o około 15% wyższe, aniżeli triangulacji graficznej.

Biorąc ponadto pod uwagę, że przy opracowaniach map metodą triangulacji analitycznej możemy korzystać ze zdjęć lotniczych w skali 1 : 10000 (1 : 12000) oraz z dwukrotnie rzadszego podkładu geodezyjnego, to ostateczny koszt opracowania tą metodą jest poważnie niższy, aniżeli metodą triangulacji graficznej.

Dla zilustrowania przedstawionego zagadnienia od strony rachunku, załączony został przykład liczbowy wraz z szablonami.

Formularz A.

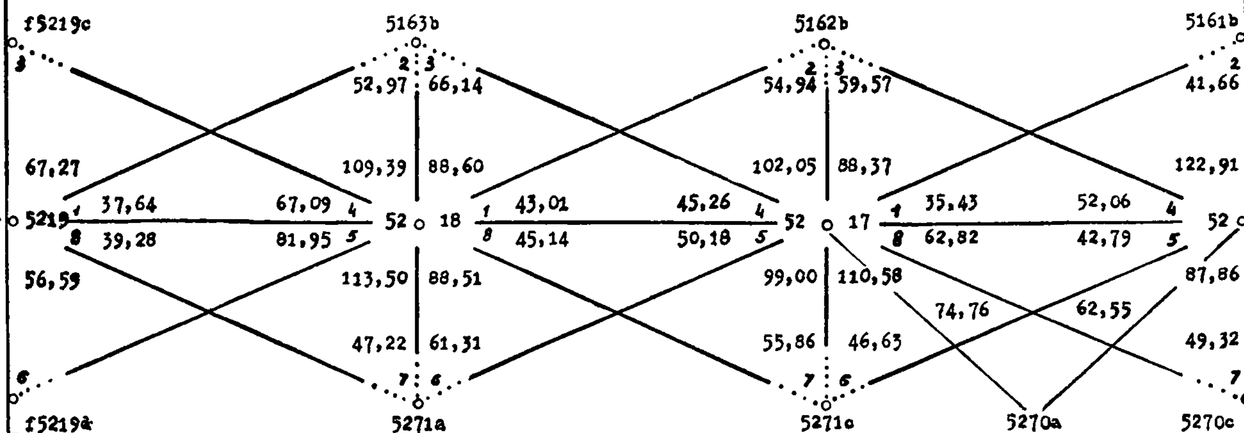

Obszar
Szereg
Data
Sporządził
Str.1.
Formularz A.
f5219c
5163b
5162b
5161b
5160b
5159b
5158b
f5213c
5157b
5219
5218
5217
5216
5215
5214
5213
5212
f5219d
5271a
5271c
5270a
5270c
5269a
5269c
5268a
5267a
b
f5213d
f5266c

Formularz B.

Obszar............ Szereg........ Data............... Str. 2......

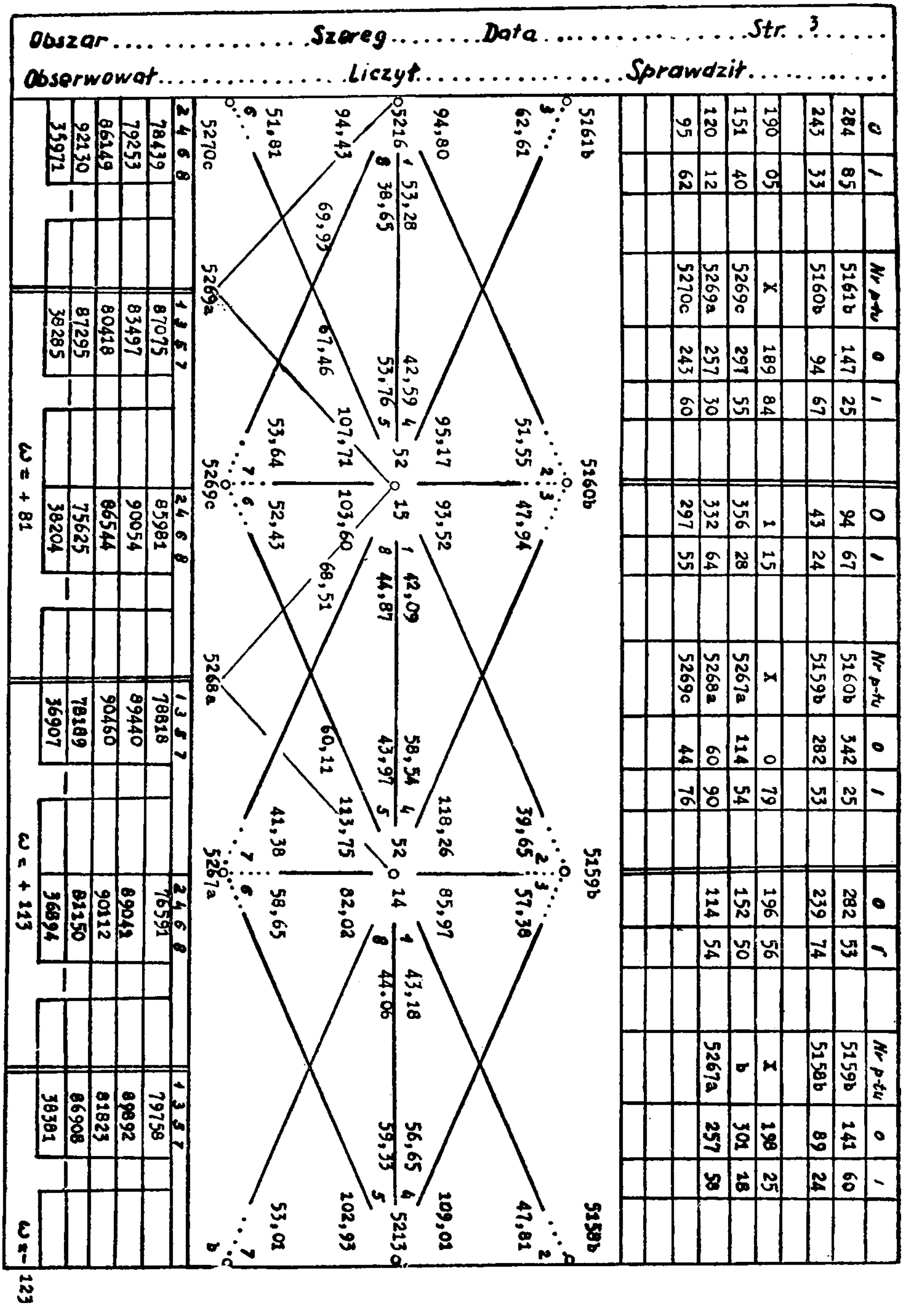
Obserwował.............. Liczył.............. Sprawdził............

°	'	Nr p-tu	°	'	°	'	Nr p-tu	°	'	°	'	Nr p-tu	°	'
62	47	f5219c	330	66	288	36	5163b	154	16	97	37	5162b	355	70
32	84	5163b	288	36	242	77	5162b	97	37	44	43	5161b	284	85
395	20	X	397	75	199	76	X	199	42	9	00	X	7	76
355	92	5271a	111	25	154	62	5271c	298	42	346	18	5270c	95	62
338	61	f5219d	79	70	111	25	5271a	249	60	334	24	5270a	70	31
										298	42	5271c	50	55



2 4 6 8	1 3 5 7	2 4 6 8	1 3 5 7	2 4 6 8	1 3 5 7
	74616	86883	79613	88070	72284
	93544	81461	90581	86309	92035
	85071	91431	79425	82523	87368
	82967	76238	88599	81366	84480
	36198	36013	38218	38268	36167
	$\omega = +185$		$\omega = -50$		$\omega = +196$

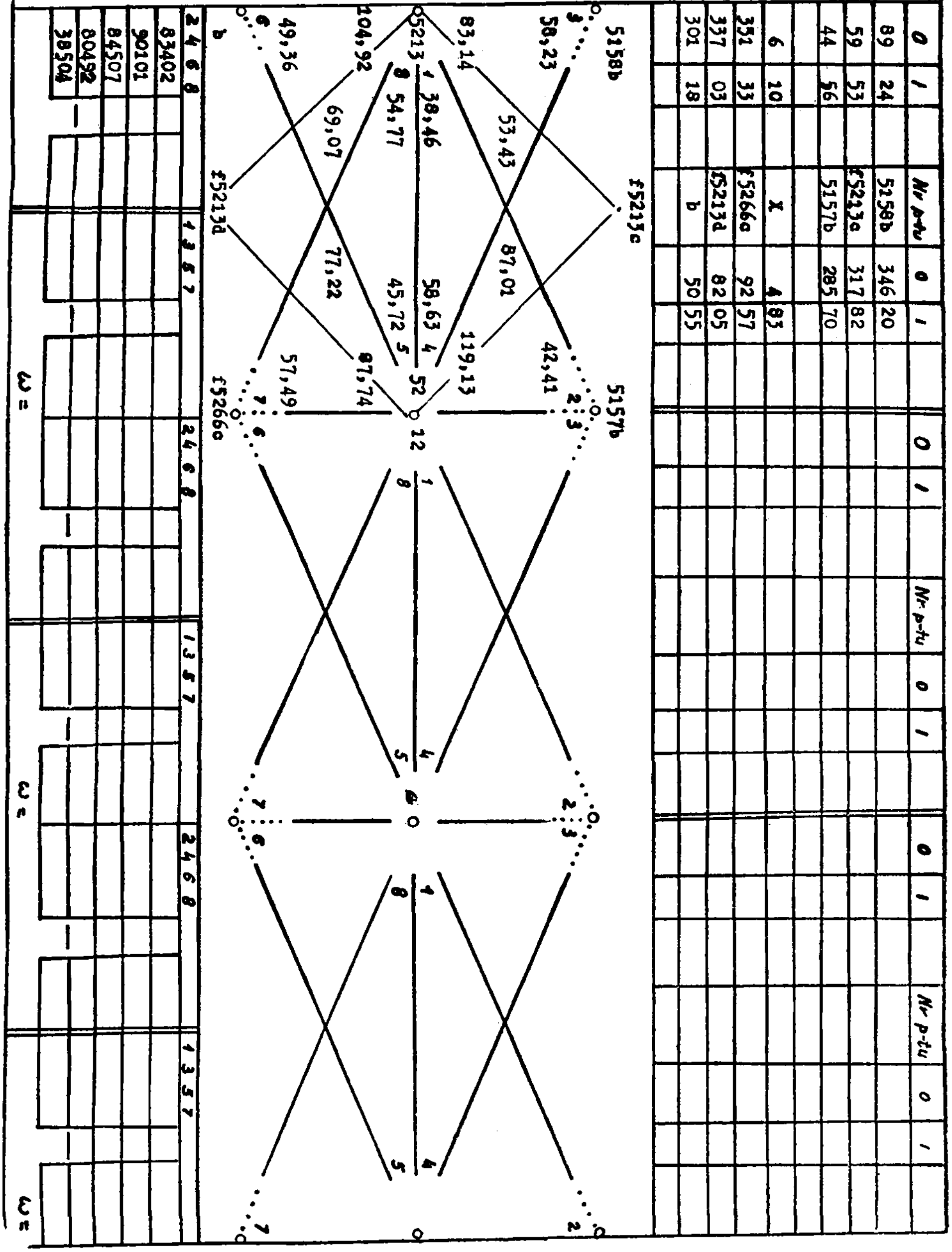
Formularz B.



Formularz B.

Obszar .... Szereg .... Data .... Str. 4 .....

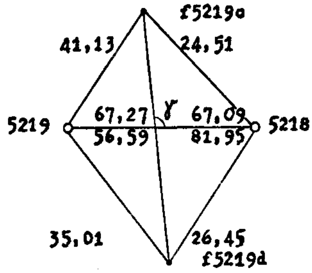
Obserwował .... Liczył .... Sprawdził ....



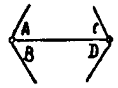
Formularz Nr.1.

Obszar	Data	str 5
Szereg	Obliczył	

Grupa ....



$$ctg\gamma = \frac{\begin{vmatrix} ctg A & ctg B \\ ctg C & ctg D \end{vmatrix}}{\sum ctg\,(ABCD)}$$



$$ctg\gamma = \frac{\begin{vmatrix} 0,56478 & 0,81178 \\ 0,56852 & 0,29138 \end{vmatrix}}{2,3646} = -\,0,13277$$

$$\gamma = \begin{matrix} 91,60 \\ 108,40 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{cc} 5219c & 5219d \end{array}$$

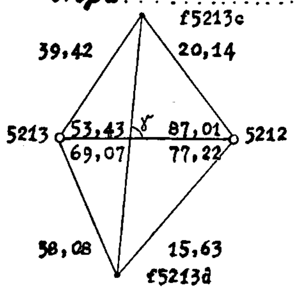
$$F \equiv \left|\begin{matrix} 6115,7 & 2449,7 \\ +\,1 & 1,63128 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} 6213,6 & 1148,4 \\ -\,1 & 1,32623 \end{matrix}\right| (\;2,95751\;)$$

Nr p-tu gł. 5219 $y =$ 5719,6 $x =$ 1833,0

$$\left|\begin{matrix} -\,1 & 2,26677 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} +\,1 & 2,46777 \end{matrix}\right| (\;4,73454\;)$$

Nr p-tu gł. 5218 $y =$ 6441,5 $x =$ 1792,1

Grupa ....



$$ctg\gamma = \frac{\begin{vmatrix} 0,89766 & 0,52807 \\ 0,20693 & 0,37392 \end{vmatrix}}{2,00658} = +\,0,11281$$

$$\gamma = \begin{matrix} 92,85 \\ 107,15 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{cc} 5213c & 5213d \end{array}$$

$$F \equiv \left|\begin{matrix} 10395,6 & 2360,6 \\ +\,1 & 1,46749 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} 10358,6 & 1048,2 \\ -\,1 & 1,40309 \end{matrix}\right| (\;2,87058\;)$$

Nr p-tu gł. 5213 $y =$ 9920,3 $x =$ 1732,0

$$\left|\begin{matrix} +\,1 & 3,99089 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} +\,1 & 3,05481 \end{matrix}\right| (\;7,04570\;)$$

Nr p-tu gł. 5212 $y =$ 10565,8 $x =$ 1786,3

Formularz Nr.2.

			5163b	6551,9	2325,9	5162b	7193,1	2365,1	
				- 1	0,18101		- 1	0,18474	
				6551,9	2325,9		7191,6	2363,9	
					0,76944			0,92165	
				66,14			59,57		
	5719,6	1833,0		6441,5	1792,1		7159,8	1774,7	
	0	0		0	0		- 1,5	0	
	5719,6	1833,0		6441,5	1792,1		7158,3	1774,7	
				- 1	- 0,03221	1.21559	+ 1	1.24780	
				+ 1	0,58843		+ 1	0,73691	
	37,64	109,39	88,60	43,01	102,05	88,37	35,43	122,91	
	- 1	-0,34092	1.34092	+ 1	1,48950		- 1	- 0,37625	
5219			5218			5217	7161,2	1774,1	
							+ 2,9	+ 0,1	
							7158.3	1774,0	
	+ 1	-0,21529	1.19435	- 1	1,40964		+ 1	0.19304	
	39,28	113,50	88,51	45,14	99,00	110,58	62,82	87,86	
				- 1	0,69556		- 1	1.11190	
				+ 1	0,01571	1.18136	- 1	1.16565	
				61,31			46,63		
					0.87803			0,94416	
			5271a	6537,3	1180,2	5271c	7135,5	1166,9	
				+ 1	0,18247		+ 1	- 0,16974	
				6537,3	1180,2		7134,0	1168,2	

Formularz Nr.2.

5161b	7938,7	2407,7	5160b	8616,0	2517,7	5159b	9406,4	2439.2
	- 1	0,08186		- 1	0,10214		- 1	0,22402
	7934.9	2406,2		8609,4	2514,7		9394,8	2436,3
		0,74754			1,16905			1,01542
62,61			47,94			57,38		
	7807,4	1856,7		8557,2	1742,1		9225.2	1759.6
	- 3,4	0		- 6,6	+ 0,3		-10,3	+ 0,7
	7804.0	1856,7		8550,6	1742,4		9214,9	1760,3
	- 1	0,07602	0,97794	+ 1	0,90192		- 1	- 0,14248
	+ 1	0,66568		+ 1	1,06691		+ 1	0,79140
94,80	53,28	95,17	93,52	42,09	118,26	85,97	43,18	109,01
1,23113	+ 1	1,60738		- 1	- 0,29496	0,99048	+ 1	1,28544
5216	7807.0	1856.9	5215	8558.8	1741,3	5214	9225,7	1759,5
	- 0,8	0		+ 3,2	- 0,5		+ 1,0	+ 0,2
	7807.8	1856,9		8555,6	1741,8		9224,7	1759,3
0.85397	- 1	0,66093		+ 1	- 0.21941	0.95629	- 1	1.17570
94,43	38,65	107,71	103,60	44,87	113,75	82,02	44.06	102,93
	- 1	0,94469		- 1	0,92643		- 1	0,75945
	+ 1	- 0,12170	1.31792	- 1	1,43962		+ 1	- 0,04606
51,81			52,43			58,65		
		1,03241			0,86982			1.04964
5270c	7757,0	1079,8	5269c	8539,4	1162,5	5267a	9396,7	1065,0
	+ 1	0.08772		+ 1	- 0,05661		+ 1	0,29019
	7754,0	1082,0		8532,8	1165,3		9386,0	1069,7

Formularz Nr.2.

									Nr wiersza	Przeznaczenie wierszy
			j	y	x				1	współrzędne
				- 1	ctg β_{j+1}				2	cotangensy
				y_o	x_o				3	współrz.ostat.
					Σ ctg β				4	sumy ctg
			β_j						5	kąty
				$y_{śr}=y\pm v'_x$	$x_{śr}=x\pm v'_x$				6	współrz.śred.
				$+v''_y$	$+v''_x$				7	popr."drugie"
				y_o	x_o				8	współrz.ostat.
				1	ctg α	Σ ctg α	1	ctg	9	ctg i sumy
				+ 1	ctg β_j				10	cotangensy
	α_i	α_{i+1}	β_{j+1}						11	kąty bazowe
	1	ctg α_{i+1}	Σ ctg α	1	ctg α_i				12	ctg i sumy
i			i + 1	y_g	x_g	i + 2			13	współrzą"górne"
				$y_g - y_d$	$x_g - x_d$				14	różnice wsp.
				y_d	x_d				15	współrz."dolne"
	1	ctg α'_{i+1}	Σ ctg α'	1	ctg α'_i				16	ctg i sumy
	α'_i	α'_{i+1}	β_{j+1}						17	kąty bazowe
				- 1	ctg β'_j				18	cotang.
				1	ctg α'	Σ ctg α'	1	ctg	19	ctg i sumy
			β'_j						20	kąty
					Σ ctg β'				21	sumy ctg.
			j	y	x				22	współrzędne
				+ 1	ctg β'_{j+1}				23	cotangensy
				y_o	x_o				24	współrz.ostat.

Formularz Nr.2.

5158b	1052.4	2372.8	5157b		
	- 1	0.27121			
	10037.6	2370.7		10693.8	2367.7
		1.04112			
58,23					
	9934.4	1731.0		10582.5	1784.5
	-14.0	+ 1,1		- 16.7	+ 1.8
	9920.4	1732.1		10565.8	1786.3
1.09852	+ 1	1.24100			
	+ 1	0.76991			
83.14	38,46	119.13			
	- 1	- 0.30988	1.13895	+ 1	1.44883
5213	9934.4	1731.0	5212	10581.5	1784.8
	+ 0.1	+ 0.1		- 2.1	- 0.2
	9934.3	1730.9		10583.6	1785.0
	+ 1	0.19500	1.05535	- 1	0.86035
104.92	54.77	87.74			
	- 1	1.02031			
1.16042	- 1	1.20648			
49.36					
		0.94287			
b	9937.9	1118.7	f5266c		
	+ 1	- 0,07744			
	9924.1	1123.0		10497.9	1164.7

Formularz Nr. 3.

Tabelka poprawek *szer*......... *od Nr*.. .... *do Nr*......... *Obszar*.... .... Str. 9.

Formularz Nr. 3. cz. I.

	6	5	4	3	2	1				
n =	6	5	4	3	2	1				
ω =	+ 185	-50	+ 196	+ 81	+ 13	- 123				
$\binom{r_y}{r_x}$ 5218⊙ [ ]	17. $\binom{+2.9}{+0.1}$	16. $\binom{-0.8}{0.0}$	15. $\binom{+3.2}{+0.5}$	14. $\binom{+1.0}{+0.2}$	13⊙ $\binom{+0.1}{+0.1}$	12⊙ $\binom{-2.1}{-0.2}$	( )	( )		
v'_y max	+1.5	-0.4	+1.6	+0.5	0.0	-1.0				
v'_x max	+0.6	-0.2	+0.6	+0.2	0.0	-0.4				

dla p-tu Nr ⊙13

$\Delta y_{max} = \pm 14.9$

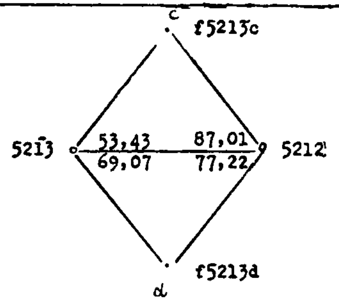
$\Delta x_{max} = \pm 6.0$

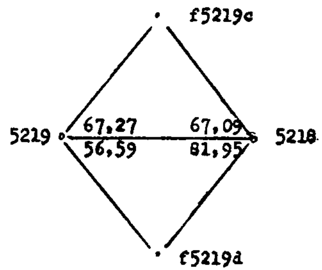
Cz. II.

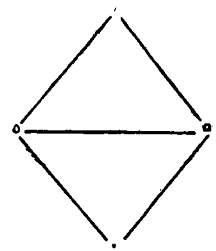
						-14,1	-16,7			
		1,5 /-/	3,0 0,4	4,5 0,8 1,3	6,0 1,2 2,6 0,5	7,5 1,6 3,9 1,0	9,0 2,0 5,2 1,5 1,0			
v''_y :		-1,5	- 3,4	- 6,6	-10,3	-14,0	-16,7			
						+ 1,0	+ 1,8			
				0,3 /+/	0,6 0,1	0,9 0,2	1,2 0,3 0,3			
v''_x :				+ 0,3	+ 0,7	+ 1,1	+ 1,8			

Formularz Nr.4.

Obszar Szer Dato Obliczył Str. 10.







5213		5212	
9920,4	1732,1	10565,8	1786,3
− 1	0,20693	+1	0.89766
			(1,10459)

f 5213c D y = x =

R y = 10395,8 x = 2360,4

+ 1	0,37392	− 1	0,52807
			(0,90199)

d f 5213d D y = x =

R y = 10358,3 x = 1048,3

5219		5218	
5719,6	1833,0	6441,5	1792.2
− 1	0,56852	+1	0,56478
			(1,13330)

f 5219c D y = x =

R y = 6115,6 x = 2449,7

+ 1	0,29138	− 1	0,81178
			(1,10316)

d f 5219d D y = x =

R y = x =

− 1		1	
			( )

c D y = x =

R y = x =

1		− 1	
			( )

d D y = x =

R y = x =

Przykład 1.

Tabelka poprawek szer......... od Nr......... do Nr......... Obszar...............

Cz. I

n =	[illegible]	8	7	6	5	4	3	2	1	/numeracja od p.5217/
ω =	+115	-66	-149	+160	+ 35	+ 3	- 109	- 136	+ 86	

		24	23	22	21	20	19	18	17⊙	16⊙
$\begin{pmatrix} r_y \\ r_x \end{pmatrix}$	5225⊙ [ ]	$\begin{pmatrix} +1.9 \\ -0.1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1.1 \\ -0.2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2.5 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +2.7 \\ -0.1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +0.6 \\ -0.2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ +0.1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1.8 \\ -0.2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2.3 \\ +0.1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} +1.4 \\ +0.1 \end{pmatrix}$
v'_y max		+1.0	-0.5	-1.3	+1.3	+0.3	0	-0.9	-1.2	-0.7
v_x max		+0.4	-0.2	-0.5	+0.5	+0.1	0	-0.4	-0.5	+0.3

dla p-tu Nr 5217
w stosunku do 5225
$[\Delta y_{max}]_{odc} = \pm 30.0$
$[\Delta x_{max}]_{odc} = \pm 11.8$

Cz. II

	0								+19.3	+23.6	
		0.6	1.2 0.4	1.8 0.8 0.8	2.4 1.2 1.6 0.8	3.0 1.6 2.4 1.6 0.2	3.6 2.0 3.2 2.4 0.4 0	4.2 2.4 4.0 3.2 0.6 0 0.6	4.8 2.8 4.8 4.0 0.8 0 1.2 0.8	5.4 3.2 5.6 4.8 1.0 0 1.8 1.6 0.2	
v''_y:	0	+0.6	+ 1.6	+ 3.4	+ 6.0	+ 8.8	+11.6	+15.0	+19.2	+23.6	

/+/

$$k_y = \frac{19.3}{30.0} = 0.6$$

Przykład 2.

Tabelka poprawek *szer.........* *od Nr.........* *do Nr.........* *Obszar..............*

n = 4 3 2 1 /numeracja od p.5221/

ω = +115 -66 -149 +160 +35 +3 | 4 -109 3 -136 2 +86 1 /numeracja od p.5217/

dla p-tu Nr

$\Delta y_{max} = \pm$

$\Delta x_{max} = \pm$

Cz. I

	5225 ⊙	24	23	22	21	20	19	18	17	16 ⊙
$\binom{r_y}{r_x}$	[ ]	$\binom{+1.9}{-0.1}$	$\binom{-1.1}{-0.2}$	$\binom{-2.5}{0}$	$\binom{+2.7}{-0.1}$	$\binom{+0.6}{-0.2}$	$\binom{0}{+0.1}$	$\binom{-1.8}{-0.2}$	$\binom{-2.3}{+0.1}$	$\binom{+1.4}{+0.1}$
$\left.\begin{matrix} V'_y \\ V_x \end{matrix}\right\}$ max		+1.0 +0.4	-0.5 -0.2	-1.3 -0.5	+1.3 +0.5	+0.3 +0.1	0 0	-0.9 -0.4	-1.2 -0.5	+0.7 +0.3

Cz. II

war. dod.

	0				+4.5				+19,3	+23.6	
		0.5	1.0 0.2	1.5 0.4 0.7	2.0 0.6 1.4 0.7	2.5 0.8 2.1 1.4	3.0 1.0 2.8 2.1	3.5 1.2 3.5 2.8	4.0 1.4 4.2 3.5	4.5 1.6 4.9 4.2	dla punktu Nr.5221 w stosunku do p.NR.5225 $[\Delta y_{max}]_{I} = \pm 9.4$ $[\Delta x_{max}]_{I} = \pm 3.7$ $k'_y = \frac{4.5}{9.4} = 0.5$
	0	+ 0.5	+ 1.2	+ 2.6	+ 4.7	6.8 0.4	8.9 0.8 0	11.0 1.2 0 1.1	14.1 1.6 0 2.2 1.4	15.2 2.0 0 3.3 2.8 0.3	19,3 - 14,1 = 5,2 dla punktu Nr.5217 w stosunku do p. 5221 $[\Delta y_{max}]_{II} = \pm 4.2$ $[\Delta x_{max}]_{II} = k''_y = \frac{5.2}{4.2} = 1.2$
v''_y.	0	+ 0.5	+ 1.2	+ 2.6	+ 4.7	+ 7.2	+ 9.7	+14.3	+19.3	+23,6	

СТАНИСЛАВ ДМОХОВСКИ

НОВЫЙ МЕТОД УРАВНИВАНИЯ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ РАДИАЛЬНОЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ

Резюме

В этом труде даны принципы и методы вычислении радиальной триангуляции, применяемые в последнее время в Польше при обработке карт масштаба 1 : 5000 и 1 : 10000 с аэроснимков соответственно масштаба 1 : 10000 и 1 : 18000.

Основными предпосылками, становящими о точности результатов описываемого метода являются:

1. Отвесность исполненных в масштабе 1 : 10000 и 1 : 18000 аэроснимков, с граничным отклонением отвеса 3 града, их прямолинейность, перекрытие $p = 60\%$ и $q = 30\%$ и хорошее фотографическое качество снимков.

2. Соответственно точная фотограмметрическая основа (предельная ошибка меньше 0,1 мм в масштабе карты).

3. Измерения углов ромбической сети на радиальном фототриангуляторе с точностью $2^c - 3^c$.

Исходным для описываемого метода вычислении был печатанный в „Трудах Института Геодезии и Картографии" вып. 1/10, том V, труд „Средняя ошибка определения плоских координат любого пункта так называемой „ромбической сети" радиальной триангуляции (до уравновешения)", который можно изложить в следующих пунктах:

1. Ромбическая сеть имеет переменный масштаб и испытывает изгиб по сравнению с такой же сетью с безошибочными угловыми наблюдениями и исходными координатами.

2. Изменчивость масштаба и величина изгиба сети зависит от точности инструмента,

3. Средняя квадратическая ошибка координат пунктов ромбической сети до уравнивания зависит кроме того от длины и числа базисных сторон и точности координат фотопунктов.

4. и 5. Сеть до 5 ромбов можно считать как имеющую постоянный масштаб и прямолинейную, и уравнивать пропорционально расстоянию.

6. Сети, состоящие более чем из 5 ромбов следует уравнивать применяя принцип разложения отклонении вдоль кривой параболического характера (этот принцип описан в труде).

7. Средние квадратические ошибки координат (до уравнивания) главных пунктов ромбической сети даны в таблицах 1 и 2.

Каждая ромбическая сеть состаящая из 7—8 ромбов принимается как один участок, подлежащий уравниванию, опирающемуся на начальной и концевой группе фотопунктов. Группу фотопунктов составляют по правилу два фотопункты, размещенные симметрично по одному фотопункту по обоим сторонам базиса снимка. Такая группа является основной предпосылкой, которая позволяет вести уже первые вычисления в масштабе и системе, довольно хорошо подходящей к действующей геодезической полевой системе.

Вычисления начинаем решением обоих групп фотопунктов, пользуясь при этом методикой вычислении, данной в руководстве Ст. Хаусбрандта „Геодезические вычисления" стр. 239. Как результат решения группы фотопунктов получаем координаты двух главных пунктов той же группы в действующей гоедезической системе (см. формуляр № 1). Исходя из координат этих двух главных пунктов начальной группы фотопунктов вычисляем целый участок ромбов, решая поочередно все треугольники простыми засечками. При этих вычислениях пользуемся единичной счетной машиной, пятизначными таблицами значении котангенсов, формулярами № 2 и полным составом шаблонов.

Характерной чертой этих вычислении являются непосредственные действия над координатами известных и определяемых пунктов. Вычисления участка ромбов кончаем на последней группе главных пунктов этого участка. Эти координаты называем координатами до уравновешения.

Так как из независимого решения последней группы фотопунктов, получаем также координаты двух главных пунктов в действующей полевой геодезической системе, то можно их сравнить с координатами тех же пунктов вычисленными из участка ромбов. Из этого сравнения получаем отклонения (f_{yI}, f_{xI} и f_{yII}, f_{xII}) для этих главных пунктов.

Уравновешение участка ромбов состоит в определении поправок к координатам главных пунктов участка и производится на формуляре № 3 — таблице поправок. Вычисленные поправки координат главных пунктов выписываем в строке 7 формуляра № 2 как „вторые" поправки: v_y'' и v_x''. Учитывая эти поправки, получаем уравненные координаты всех главных пунктов участка ромбов. И наконец, пользуясь уравненными координатами главных пунктов и ранее выписанными значениями котангенсов, вычисляем окончательные координаты остальных пунктов участка ромбов, пользуясь шаблонами № 4 и № 5 (этот последний не приложен).

Так представляется в общем вычисление участка ромбов.

Особенностями этого вычисления являются:

а) контроль вычислении с ромба на ромб; контролем этим является согласие координат главных пунктов, полученых двумя путями, именно через „верхние” и „нижние” треугольники ромба и на принятии центра тяжести треугольника ошибок каждого ромба, как временного главного пункта, считая его, как пункт „до уравновешения”,

б) определение соотношения между свободным членом w ромба, выраженным в единицах 5-того десятичного знака логарифма, а разностью абсцисс (выраженной в метрах) для каждого главного пункта участка, благодаря чему можно легко и точно вести контроль вычисления координат,

в) определение найбольших значении поправок координат отдельных главных пунктов участка ромбов, в зависимости от выступления соответствующего свободного члена w ромба,

г) определение способа оценки точности участка ромбов на основании допустимых еще практически найбольших суммарных поправок координат главных пунктов последней группы фотопунктов по формуле:

$$2\,[\Delta y_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{ygr} + (n-1)\,\Delta y_{n-1} + (n-2)\,\Delta y_{n-2} + \ldots 2\Delta y_2 + \Delta y_1$$

$$2\,[\Delta x_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{xgr} + (n-1)\,\Delta x_{n-1} + (n-2)\,\Delta x_{n-2} + \ldots 2\Delta x_2 + \Delta x_1$$

д) определение принципов ведения уравнивания координат главных пунктов участка ромбов при помощи „таблицы поправок”, согласно которой поправки вводятся только в тех местах участка ромбов, в которых выступают соответствующие свободные члены этих ромбов.

Все вычислительные действия ведутся на специально приготовленных формулярах, при чем при формуляре № 2, как найболее сложном, следует пользоватся шаблонами. Размещение содержания и структура формуляра соответствует размещению пунктов в ромбической сети, что очень облегчает общую ориентацию. В общем, отдельные вычислительные действия не сложны, их разнородность небольшая и в них легко можно приобрести опыт. На вычисление участка состоящего из 7 базисов нужно около $5^1/_2$ часов (вычисления состоят из: вычисления 2-х групп фотопунктов, 6 ромбов, уравнивания координат 7 главных пунктов и вычисления окончательных координат 12 пунктов (вершин ромбов).

Следующие сводные листы представляют полученные точности вычисления:

1. Сводный лист района „*A*” дает значения разностей координат для общих пунктов рядов аэроснимков, произведенных в масштабе 1 : 11000.

В маштабе аэроснимков эти разности дают средние ошибки $m_y = \pm$ 0.07 мм и $m_x = \pm$ 0.08 мм.

2. Сводный лист района „*B*" относится к сравнению координат фотопунктов избыточных, а вследствие этого не учитываемых при уравнивании участков. Полученные здесь ошибки координат близки истинным ошибкам. Можно здесь также заметить появление систематических ошибок, которые в нашем производстве можно также заметить и локализировать, если имеем ряды аэроснимков, имеющих общие пункты. Можно судить, что эти ошибки возникают вследствие неточной идентификации фотопунктов, взятых для вычисления и уравновешения участков ромбов. Для иллюстрации представленной проблеммы прилагается численный пример и шаблоны к формуляру № 2.

STANISŁAW DMOCHOWSKI

A NEW METHOD OF ADJUSTMENT OF INSTRUMENTAL RADIAL TRIANGULATION

Summary

The present paper is concerned with principles and calculations of radial triangulation adopted lately to elaboration of maps at scales of 1 : 5 000 and 1 : 18 000.

The preliminary assumptions decisive for result occuracy of the described method are:

1. vertical air photographs made at scale 1 : 10 000 or 1 : 18 000 with the verticality kept within 3 grades, their rectilinearity, the overlap p = 60% and q = 30%, and a good photographic side;
2. a suitable accuracy of photogrammetric ground control (admissible error less than 0,1 mm in scale of the map in work);
3. observations of a rhomboid chain angles, with an accuracy of $\pm 2^c$ (or 3^c), made on radial triangulator.

The starting point for the described calculation method was the treatise "The mean error in the determination of plane co-ordinates of any of the points of a rhomboid chain of radial triangulation (before adjustment)", published in vol. V port 1(10) of the Proceedings of the Institute of Geodesy and Cartography, which may be recapitulated as follows;

1. a rhomboid chain has a variable scale, and undergoes a bent in relation to a chain with errorless angular observations and initial co-ordinates;
2. variation of the scale and the magnitude of deflection depends on the accuracy of the instrument;
3. the mean error of co-ordinates of the rhomboid chain points (before adjustment) depends on the length, the number of base sides, and on the accuracy of photopoints co-ordinates;

4 and 5. the chains up to 5 rhomboids may be treated as of one scale and rectilinear, and adjusted in proportion to the distance;

6. the chains consisting of more than 5 rhomboids should be adjusted as a whole by applying the rule of dispersing the discrepancy accordingly to curve of parabolic character (described in this paper);
7. mean errors of co-ordinates of principal points (before adjustment) are listed in tables 1 and 2.

Each rhomboid chain composed of 7—8 rhomboids is subject to adjustment based on the initial and terminal groups of photopoints. A photopoint group usually consists of two points, one located symmetrically at each side of the photograph base. A group like this constitutes a basic assumption, and enables preliminary computations to be made at scale and system well nigh related to the obligatory geodetic system.

The computations are started by the solution of the two groups of photopoints in accordance with the method described by St. Hausbrandt in his manual "Geodetic computations" p. 239. This done, we obtain the co-ordinates of two principal points of the group in obligatory geodetic system (see form Nr. 1). Basing on co-ordinates of those two principal points of the initial group, the whole sector is computed, all triangles being solved successively by intersections. The calculation is made with the help of a single arithmometer, five-figures tables of cotangent functions and form Nr 2 with a set of stencils. The immediate use of co-ordinates both known and being determined is characteristic of these computations. The computations of a rhomboid chain are finished at the terminal group of its principal points. The co-ordinates are denominated as co-ordinates before adjustment.

Since the independent solution of the terminal group of photopoints gives also the co-ordinates of two principal points in obligatory geodetic system, they may be compared with co-ordinates of the same points deduced from the rhomboid sector. From this comparison the discrepancies ($f_{y\mathrm{I}}$, $f_{x\mathrm{I}}$, and $f_{y\mathrm{II}}$, $f_{x\mathrm{II}}$) for the above principal points are derived.

The adjustment of a rhomboid sector depends in fixing the corrections for the co-ordinates of the principal points of the sector, and is made on a form Nr 3 — Table of corrections.

The determined co-ordinate corrections for principal points are entered, as "second" corrections — v''_y and v''_x, in line (form Nr. 2). The corrections having been introduced, we obtain the adjusted co-ordinates, of all principal points of the rhomboid chain.

Finally using the adjusted co-ordinates of principal points and the prearranged values of cotangents, the remaining points of the rhomboid sector are computed, the work being facilitated by the use of stencils Nr. 4 and 5 (the latter not annexed).

And this is the general course of computation of a rhomboid sector.

Characteristic moments of the calculus are its certain instants, viz.:

a) computation control from rhomboid to rhomboid consisting in comparing accordance of principal points co-ordinates obtained in two various ways i. e. from the upper and lower triangle of the rhomboid and in adopting the center of gravity of error triangle of each rhomboid as an interim principal point regarded as a point before adjustment;

b) owing to fixation of relation between the absolute term (w) of a rhomboid, expressed in units of the 5th place of log. and the difference in abscissae, an easy exact control of the computation of co-ordinates may be made;

c) fixation of the maximum values of co-ordinate corrections of individual principal points of a rhomboid sector depending upon existance of a relevant absolute term (w) of the rhomboid;

d) fixation of the way of accuracy estimation of a rhomboid sector, based on practically still admissible maximum values of sums of principal points corrections of the terminal group of photopoints, in accordance with the formula:

$$2\,[\Delta y_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{y\,gr} + (n-1)\,\Delta y_{n-1} + (n-2)\,\Delta y_{n-2} + \ldots\ldots + 2\Delta y_2 + \Delta y_1$$

$$2\,[\Delta x_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{x\,gr} + (n-1)\,\Delta x_{n-1} + (n-2)\,\Delta x_{n-2} + \ldots\ldots + 2\Delta x_2 + \Delta x_1$$

e) establishment of principles of adjustment of principal points co-ordinates of a rhomboid sector, by use of "Table of corrections"; the correction should be introduced at the places of rhomboid sector where corresponding absolute terms of the rhomboid occur.

All computations are effected on special forms. The use of stencils is necessary when form Nr. 2 is used, as it is the most complicated. To facilitate general orientation, the distribution of substance and the arragnement of forms agree with the points distribution in rhomboid chain.

On the whole the computation is simple and of little diversity and to become skilful in it is an easy matter. Evaluation of a sector composed of 7 bases takes up about $5^1/_2$ hours (it comprises — computation of 2 photopoint groups, 6 rhomboids, adjustment of co-ordinates of 7 principal points, and calculation of final co-ordinates of 12 rhomboid points).

The accuracy attained is illustrated by two tabulations:

1. the tabulation concerning the area "*A*" contains the values of co-ordinates differences at common points of two photograph strips made at a scale of 1 : 11 000. After recomputation to the scale of airphotograph they fix the mean error — $m_y = \pm 0.07$ mm and $m_x = \pm 0.08$ mm;

2. the tabulation concerning the area "*B*" pertains to the comparison of co-ordinates of supernumerary photopoints which are introduced into adjustment of sectors. The mean errors of co-ordinates obtained herein are close to the true errors. It may be noticed here the appearance of systematic errors which may be localized if several strips of airphotographs are available. Their probable origin is the weak indentification of photopoints introduced into adjustment of rhomboid sectors.

To illustrate the problem, a numerical example of computation and the stencils to the form Nr. 2 have been annexed.

STANISŁAW DMOCHOWSKI

EINE NEUE METHODE DER INSTRUMENTUELLEN RADIALTRANGULATION

Zusammenfassung

Der Verfasser beschreibt die Grundsätze und Rechenmethoden, welche neuerdings in Polen bei Radialtriangulationsarbeiten angewendet werden. Sie betreffen Kartenherstellungen in Masstäben 1 : 5 000 bezw. 1 : 10 000 aus Luftbildern in Masstäben 1 : 10 000 bezw. 1 : 18 000.

Grundlegende Bedingungen, die entscheidend auf die Genauigkeit des Endergebnisses einwirken, sind hierbei:

1) Gute, scharfe Luftaufnahmen im Masstab 1 : 10 000 bezw. 1 : 18 000 mit Ausschwenkungen aus der Lotrechtstellung unter 3^g und Überdeckungen p = 60% und q = 30%.

2) Entsprechende Genauigkeit des photogrammetrischen Festpunktnetzes (mit einem Maximalfehler, welcher geringer ist als 0,1 mm im Kartenmasstab).

3) Winkelmessungen mittels des Radialtriangulators mit einer Genauigkeit von $\pm 2^c$ bezw. $\pm 3^c$.

Den Ausgangspunkt zur erwähnten Rechenmethode stellt ein Aufasatz dar, welcher im Heft 1/10 Band V der Veröffentlichungen des Forschungsinstitutes für Geodäsie und Kartographie u. d. T. „Der mittlere Lagebestimmungsfehler ebener Koordinaten eines beliebigen Rautenkettenpunktes vor der Ausgleichung" erschienen ist. (Im Original: „Błąd średni wyznaczenia współrzędnych płaskich dowolnego punktu łańcucha rozet triangulacji radialnej przed wyrównaniem"). Die dort niedergelegten Ausführungen können wie folgt zusammengefasst werden:

1) Einer Rautenkette haften im Allgemeinen veränderlicher Masstab und Verbiegung an, während eine auf fehlerfreien Ausgangskoordinaten und fehlerlosen Winkelbeobachtungen aufgebaute Rautenkette diese Störmerkmale nicht aufweist.

2) Die Veränderlichkeit des Masstabes in verschiedenen Rauten und die Grösse der Verbiegung sind von der Instrumentengenauigkeit abhängig.

3) Die Grösse des mittleren Lagebestimmungsfehlers der Rautenkettenpunkte (vor der Ausgleichung) ist ausserdem bedingt durch die Länge und Anzahl der Grundlinien sowie die Genauigkeit der Passpunktkoordinaten.

4 u. 5) Rautenketten, die aus höchstens 5 Rauten bestehen, dürfen als gradlinig und konstant im Masstab angesehen werden. Man kann sie demnach nach jedem Grundsatz ausgleichen, wonach Verbesserungswerte proportionell zur Entfernung sind.

6) Rautenketten mit mehr als 5 Rauten sind nach der Methode „parabolischer Verbesserungsberechnung" auszugleichen (was im erwähnten Aufsatz beschrieben ist).

7) Die Grössenwerte des mittleren Lagefehlers der Rautenkettenhauptpunkte (vor der Ausgleichung) sind in den Tafeln 1 und 2 zusammengestellt.

Jede aus 7—8 Rauten bestehende Kette wird als eine Einheit betrachtet, Rautenstrecke benannt, und in Anlehnung an entsprechende Passpunktgruppen, die am Anfang und Ende der Strecke gelegen sind, ausgeglichen. Eine Passpunktgruppe bilden gewöhnlich 2 Punkte, die symmetrisch zu beiden Seiten der Grundlinie gelegen sind. Das Vorhandensein einer solchen Punktgruppe ist die unumgängliche Voraussetzung. Sie ermöglicht, dass bereits die ersten Berechnungen in solchem Masstab und Koordinatensystem geführt werden, welcher den geodätischen, feldgebundenen Gegebenheiten nahe kommt.

Die Berechnungen fangen mit dem Zusammenschluss beider Punktgruppen in ein System an. Das Rechenverfahren ist im Lehrbuch „Rachunki geodezyjne" („Geodätische Rechnungsverfahren") S. 239 von St. Hausbrandt beschrieben worden.

Mitt Hilfe der Passpunkte einer Anfangsgruppe werden die Koordinaten zweier Hauptpunkte dieser Gruppe (s. Formular No 1) und danach die ganze Rautenstrecke berechnet. Dies geschieht durch fortschreitende Auflösung aller Dreiecke nach dem Prinzip des Vorwärtseinschneidens. Hierbei wird eine einfache Rechenmaschine, 5-stellige Cotangens-Tafeln sowie das Rechenformular No 2 nebst Schablonen benötigt. Bemerkenswert in diesem Arbeitsvorgang ist die Verwendung von Koordinatenwerten gegebener und errechneter Punkte. Die Berechnung einer Rautenstrecke ist zu Ende, wenn die Koordinaten der Hauptpunkte, die zur Passpunktendgruppe dieser Strecke gehören, errechnet worden sind. Die soeben beschriebenen Koordinatenwerte nennt man „Koordinaten vor der Ausgleichung".

Unabhängig vom obigen Vorgang worden die Koordinaten der am Ende der Strecke gelegenen Hauptpunkte mit Hilfe der Passpunktendgruppe errechnet. Ein Vergleich mit dem ersten Resultat ergibt die Differenzen f_{yI} und f_{xI} sowie f_{yII} und f_{xII}.

Die Ausgleichung der Rautenstrecke beruht auf der Bestimmung entsprechender Verbesserungen zu den Hauptpunktkoordinaten, was im Rechenformular No 3, der sogenannten Verbesserungstabelle, geschieht. Die Verbesserungen werden in die 7. Zeile des Rechenformulars No 2 eingetragen. Sie tragen den Namen „zweite Verbesserungen" und die

Bezeichnung v''_y und v''_x. Hiernach gewinnt man ausgeglichene Koordinaten aller Hauptpunkte der gegebenen Rautenstrecke. Endlich, mit Hilfe der ausgeglichenen Hauptpunktkoordinaten und der schon einmal benutzten Cotangenswerte werden die endgültigen Koordinaten aller übrigen Rautenkettenpunkte errechnet. Die Rechenarbeit erleichtert man sich zweckmässig durch Anwendung der Schablone No 4 und No 5 (die Letztere ist unseren Ausführungen nicht beigefügt worden).

So sieht in groben Umrissen das Rechenverfahren für die Auflösung einer Rautenstrecke aus.

Zu den besonderen Merkmalen dieses Verfahrens gehören:

a) Fortlaufende, von Raute auf Raute übergehende Rechenproben. Sie beruhen auf der Möglichkeit eines Vergleichs der Hauptpunktkoordinaten, die immerfort auf zwei Wegen errechnet werden können, einmal mit Hilfe der „oberen". das zweite Mal mit Hilfe der „unteren" Dreiecke einer jeden Raute. Im Berechnungsvorgang wird der Schwerpunkt des Fehlerdreiecks einer jeden Raute erstmals als angenäherte Lage des Hauptpunktes betrachtet, dessen Koordinaten solchen Werten gleichzustellen sind, die „vor der Ausgleichung" stehen.

b) Die Festlegung der Beziehung zwischen dem freien Rautenglied w welches in Einheiten der 5-ten Logarithmenstelle ausgedrückt ist, und dem Abszissenunterschied (in Metern ausgedrückt) für jeden Hauptpunkt der Rautenstrecke, wodurch man einfach und sicher Rechenproben in der Koordinatenberechnung durchführen kann.

c) Die Ermittlung der Maximalwerte für die die Rautenstreckenhauptpunkte betreffenden Koordinatenverbesserungen auf Grund des auftretenden freien Rautengliedes (w).

d) Die Ausarbeitung eines Verfahrens zur Beurteilung der Lagebestimmungsgenauigkeit der Rautenstreckenpunkte aus praktisch noch zulässigen Verbesserungssummen. Diese Summen werden den Koordinaten der zur Passpunktendgruppe gehörenden Hauptpunkte zugefügt. Die entsprechende Formal lautet:

$$2\,[\Delta y_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{y_{gr}} + (n-1)\,\Delta y_{n-1} + (n-2)\,\Delta y_{n-2} + \ldots.. + 2\Delta y_2 + \Delta y_1$$
$$2\,[\Delta x_{max}]_{odc.} = n \cdot m_{x_{gr}} + (n-1)\,\Delta x_{n-1} + (n-2)\,\Delta x_{n-2} + \ldots.. + 2\Delta x_2 + \Delta x_1$$

e) Die Ausarbeitung eines Ausgleichungsverfahrens für die Ermittlung endgültiger Koordinaten der Rautenstreckenhauptpunkte. Dieses Verfahren beruht auf der Einführung von Verbesserungen nur an diesen Stellen der Rautenstrecke, wo freie Rautenglieder auftreten. Es führt rasch zum Ziel bei Anwendung einer besonderen aber einfachen „Verbesserungstafel".

Alle Berechnungen werden auf vorgesehenen Formularen ausgeführt; bei Benutzung des Formulars No 2 sind zusätzlich noch Schablone zu verwenden. Der Aufbau des Formularinhalts enspricht der Reihenfolge, in welcher die Rautenkettenpunkte auftreten, was den Rechenvorgang übersichtlich gestaltet. Die einzelnen mathematischen Handlungen sind recht einfach, grösstenteils gleichartig, so dass es leicht ist, in kurzer Zeit grosse Geschicklichkeit zu erlangen. Um eine Rantenstrecke mit 7 Grundlinien aufzurechnen benötigt man ca. $5^1/_2$ Stunden (hierzu gehört die Berechnung von 2 Passpunktgruppen und 6 Rauten, die Ausgleichung von 7 Hauptpunktkoordinaten und endgültige Errechnung von 12 Rautenpunkten).

Die erzielten Genauigkeiten veranschaulichen zwei folgende Zusammenstellungen:

1) Die Zusammenstellungen „Raum *A*" zeigt Koordinatenwidersprüche solcher Punkte, die zu zwei Bildstreifen gehören. Der Bildmasstab beträgt 1 : 11 000. Die auf den Bildmasstab umgerechneten Widersprüche ergeben folgende Fehlerwerte: $m_y = \pm$ 0,07 mm und $m_x = \pm$ 0,08 mm.

2) Die Zusammenstellung „Raum *B*" betrifft einen Koordinatenvergleich für überschüssige Passpunkte, die also in die Streckenausgleichung nicht einbezogen worden sind. Die mittleren Koordinatenbestimmungsfehler sind den wahren Fehlern sehr nahe. Man kann hier das Auftreten systematischer Fehler feststellen, deren Aufdeckung leicht zu bewerkstelligen ist, wenn mehrere Bildstreifen mit gemeinsamen Rautenpunkten vorhanden sind. Man darf wohl annehmen, dass die Fehlerquelle in der ungenauen Identifizierung jener Passpunkte liegt, die zur Berechnung und Ausgleichung der Rautenstrecken benutzt worden sind.

Um das beschriebene Problem vom rechnerischen Gesichtspunkt anschaulicher zu gestalten, bringen wir im Text ein Zahlenbeispiel nebst Schablone zum Formular No 2.