

Błąd średni wyznaczenia współrzędnych płaskich dowolnego punktu łańcucha rozet triangulacji radialnej przed wyrównaniem

W różnorodnych procesach technologicznych sporządzania map czy planów metodami fotogrametrycznymi (np. w metodzie kombinowanej, zróżnicowanej czy uniwersalnej) odrębnym i poważnym zagadnieniem jest sprawa zagęszczenia kameralnego polowych osnów geodezyjnych, będących podstawą do opracowania zdjęć lotniczych na formę mapy czy planu. Słuszność stosowania kameralnego zagęszczenia polowych osnów geodezyjnych, dających współrzędne tzw. fotopunktów, jest dyktowana mniejszą sumą kosztów i czasu, potrzebnych na wykonanie zagęszczenia osnowy polowej w stosunku do prac polowych, dających tzw. pełen podkład geodezyjny. Każda metoda kameralnego zagęszczenia osnów polowych jest tańsza od odpowiadających jej polowych metod geodezyjnych. Z drugiej strony tego zagadnienia, tj. przy kameralnym zagęszczeniu osnów polowych, należy postawić sprawę dokładności odpowiednich metod zagęszczenia.

W fotogrametrii dysponujemy różnymi sposobami kameralnego zagęszczenia. Tu można wymienić kilka sposobów płaskiego kameralnego zagęszczenia, a mianowicie: fototriangulację graficzną, fotopoligonometrię, aerotriangulację płaską na multipleksie oraz triangulację radialną. Wymieniając tę ostatnią, należy mieć na myśli sposób obserwacyjno-rachunkowy lub krócej — analityczny. Ten właśnie ostatni sposób jest przedmiotem niniejszego artykułu.

Na wstępie, można byłoby postawić pytanie, czy należy nim się zajmować? Otóż z wymienionych wyżej sposobów jest to sposób (zdaniem autora), dający największe dokładności. Twierdzenie to jest uzasadnione częściowo przez fakt dokonywania stereoskopowych obserwacji na przyrządzie, posiadającym układ optyczny o 6-cio krotnym powiększeniu, oraz przeprowadzania obserwacji na oryginalnych negatywach zdjęć lotniczych (w przeciwieństwie np. do sposobu aerotriangulacji na multipleksie), a następnie przez zastosowanie odpowiedniego rachunku. Porów-

nując sposób analitycznej triangulacji radialnej ze sposobami wymienionymi jest on najmniej sposobem graficznym. Uzyskane drogą obserwacji na triangulatorze radialnym wyniki nie powinny być zmarnowane nieodpowiednimi czynnościami rachunkowymi, co oczywiście przy odpowiedniej metodzie rachunkowej może być zabezpieczone.

Nowe zadania, postawione przed produkcją, wymagają wyższych dokładności, aniżeli dają metody graficzne; a następnie metoda dokładniejsza może pozwolić na zmniejszenie prac polowych w terenie. Liczba fotopunktów dla sposobu analitycznej triangulacji radialnej może być conajmniej dwukrotnie mniejsza aniżeli w sposobie graficznym.

Kameralne zagęszczenie osnowy polowej sposobem analitycznej triangulacji radialnej wymaga dokonania obserwacji na zdjęciach lotniczych pewnej ilości punktów, stanowiących osnowę kameralną fotogrametryczną oraz dokonania obliczeń i wyrównania tej osnowy. Podanie techniki obliczeń i wyrównania może być przedmiotem osobnego artykułu. Podbudową do wspomnianych czynności rachunkowych ma być niniejszy artykuł.

We wstępnej fazie obliczeń współrzędnych punktów triangulacji radialnej należy zdawać sobie sprawę z wielkości dopuszczalnych błędów średnich współrzędnych dowolnego punktu triangulacji radialnej. W pierwszej fazie przeprowadzania obliczeń łańcuchów rozet (punktów triangulacji radialnej), dokonuje się przeliczenia współrzędnych punktów w oparciu o wyjściową, jedną parę (grupę) fotopunktów, położonych w obszarze jednego stereogramu. I w takim przeprowadzaniu obliczeń, opartych na jednej parze fotopunktów, w przypadku obliczania współrzędnych sąsiedniej pary fotopunktów, oddalonej od pary wyjściowej naprzykład o 7 — 8 baz zdjęcia, znajomość możliwych błędów średnich współrzędnych jest potrzebna do oceny dobroci roboty oraz potrzebna jest do przeprowadzenia odpowiedniego wyrównania odcinka rozet.

Postawiony w tytule temat jest zatem pierwszym tematem podstawowym całego zagadnienia triangulacji radialnej i został rozwiązany przez autora w sposób całkowicie oryginalny.

Zadanie, które poniżej będzie przedstawione, posiada założenie, że teren opracowywany metodą triangulacji radialnej jest terenem dostatecznie płaskim i poziomym, a zdjęcia tego terenu są zdjęciami prawie pionowymi. Następnie, podstawą do przeliczenia łańcucha rozet będą dwa fotopunkty pomierzone w terenie i położone na jednym stereogramie. W oparciu o te fotopunkty i o obserwacje tegoż stereogramu, obliczone zostaną współrzędne dwóch punktów głównych (wzgl. przyśrodkowych) oznaczone na rys. 6 znakami I i II. Współrzędne tych punktów będą miały pewne błędy średnie, które w dalszej części artykułu oznaczone zostały jako m_0 lub m_{y_r} . Materiał obserwacyjny, pochodzący z obserwacji na triangulatorze radialnym dawałby wszystkie kąty, których wierzchołki przypadłyby we wspomnianych punktach głównych wzgl. przyśrodkowych.

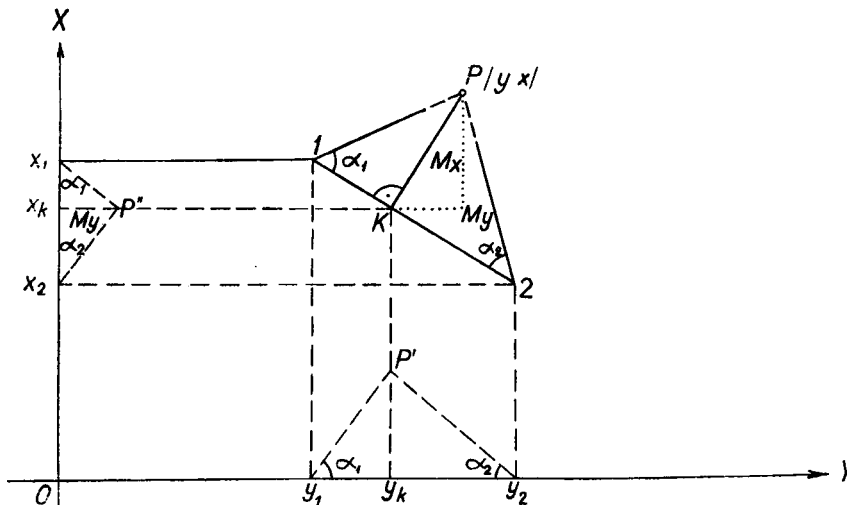
Aby rozwiązać postawione zadanie należy wyprowadzić zależność pomiędzy współrzędnymi y i x dowolnego punktu a współrzędnymi dwóch danych punktów i pomierzonymi kątami, niezbędnymi do przeprowadzenia wcięcia wprzód. Elementy te dają się wykorzystać przy zastosowaniu techniki obliczeniowej na podwójną maszynę, wzgl. przy zastosowaniu formuł liczenia prof. St. Hausbrandta.

Obie szukane funkcje y i x będą miały postać ogólną następującą:

$$\begin{aligned} y &= f_1(y_1, x_1, y_2, x_2, \alpha_1, \alpha_2) \\ x &= f_2(y_1, x_1, y_2, x_2, \alpha_1, \alpha_2) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (1)$$

gdzie strony lewe zawierają elementy szukane, strony prawe — dane.

Niech rys. 3 przedstawia w najogólniejszej formie wcięcie w przód punktu P z bazy 1 — 2, której punkty krańcowe posiadają współrzędne znane, a z pomiarów na triangulatorze radialnym znane będą kąty α_1 i α_2 .



Rys. 3

Odcinek M jest wysokością trójkąta, stanowiącego wcięcie w przód, a jego rzuty na osie Y i X będą odpowiednio M_y i M_x . Na osiach Y i X pobudowane zostały dwa trójkąty z odpowiednich rzutów elementów trójkąta $12P$. Konstrukcje te w wyniku dają dwa trójkąty podobne do trójkąta $12P$, a zatem w obu tych trójkątach będą również i kąty α_1 i α_2 . przy odpowiednich rzutach punktów 1 i 2 na obie osie, odpowiednio równe. Wprost z rysunku 3 łatwo jest wypisać następujące zależności:

$$\begin{aligned} y &= y_K + M_y & \text{oraz} & & y_K &= y_1 + M_x \cdot \text{ctg } \alpha_1 \\ x &= x_K + M_x & & & x_K &= x_1 - M_y \cdot \text{ctg } \alpha_1 \end{aligned}$$

gdzie

$$M_x = \frac{y_2 - y_1}{\text{ctg} \alpha_1 + \text{ctg} \alpha_2} \qquad M_y = \frac{x_1 - x_2}{\text{ctg} \alpha_1 + \text{ctg} \alpha_2}$$

a zatem po podstawieniu wartości y_K , x_K , M_y i M_x do pierwszej zależności oraz po redukcjach otrzymamy:

$$y = \frac{y_1 \operatorname{ctg} \alpha_2 + y_2 \operatorname{ctg} \alpha_1 + x_1 - x_2}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2} \dots \dots \dots (1y)$$

$$x = \frac{x_1 \operatorname{ctg} \alpha_2 + x_2 \operatorname{ctg} \alpha_1 + y_2 - y_1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2} \dots \dots \dots (1x)$$

Ostatnie dwa wyrażenia są to dwie funkcje szukane dla y i x pierwszego punktu wcinanego.

Opierając się na znanym związku między dowolną funkcją, wyrażoną w postaci ogólnej $u = f(x, y, z, \dots)$, a jej błędem średnim wyrażonym równaniem

$$m_u = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} m_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} m_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} m_z\right)^2 + \dots \dots \dots} \quad (2)$$

można wyprowadzić równania na błędy średnie współrzędnych punktu wcinanego, biorąc uprzednio pochodne cząstkowe dla sześciu zmiennych niezależnych.

Pochodne cząstkowe dla funkcji (1y) będą:

$$\frac{\partial f}{\partial y_1} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_2}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_2} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{-1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_1} = \frac{(y_1 - y_2) \operatorname{ctg} \alpha_2 + (x_1 - x_2)}{\sin^2 \alpha_1 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha_2} = \frac{(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \alpha_1 + (x_1 - x_2)}{\sin^2 \alpha_2 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)^2}$$

Po podstawieniu wszystkich wartości pochodnych cząstkowych do wyrażenia na błąd średni funkcji (1y) oraz po odpowiednich redukcjach ostatecznie będzie:

$$m_y = \pm \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2} \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha_2 m_{y_1}^2 + m_{x_1}^2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1 m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + \frac{[(y_1 - y_2) \operatorname{ctg} \alpha_2 + (x_1 - x_2)]^2}{\sin^4 \alpha_1 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)^2} m_{\alpha_1}^2 + \frac{[(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \alpha_1 + (x_1 - x_2)]^2}{\sin^4 \alpha_2 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)^2} m_{\alpha_2}^2 \dots \dots} \quad (2y)$$

W podobny sposób został wyprowadzony błąd średni funkcji (1x) i ostatecznie otrzymano:

$$m_x = \pm \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2} \sqrt{m_{y_1}^2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_2 m_{x_1}^2 + m_{y_2}^2 + \operatorname{ctg}^2 \alpha_1 m_{x_2}^2 + \frac{[(x_1 - x_2) \operatorname{ctg} \alpha_2 + (y_2 - y_1)]^2}{\sin^4 \alpha_1 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)^2} m_{\alpha_1}^2 + \frac{[(y_2 - y_1) - (x_1 - x_2) \operatorname{ctg} \alpha_1]^2}{\sin^4 \alpha_2 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)^2} m_{\alpha_2}^2 \dots} \quad (2x)$$

Ostatnie dwa wzory (2y) i (2x) dotyczą przypadku najbardziej ogólnego i podają błędy średnie współrzędnych pierwszego punktu wciętego. W sposobie triangulacji radialnej istnieje łańcuch wcięć — każde następne wiąże się z poprzednim wcięciem. Im dalej od pary punktów oparcia, tym większy może występować błąd wyniku.

Wzory te dadzą się poważnie uprościć, jeśli się weźmie pod uwagę kształt przeciętny trójkąta, składającego się na rozetę, a następnie położenie tegoż trójkąta w stosunku do układu osi współrzędnych. Założenia powyższe nie wpływają praktycznie na nasze rozważania, jeśli chodzi o wielkości otrzymanych w ten sposób błędów średnich rozważanych punktów. I tak, w przypadku rozet prawidłowych, trójkąt będzie miał kształt trójkąta prostokątnego i równoramiennego. A zatem będziemy mieli: $\alpha_1 = 50^\circ$, $\alpha_2 = 100^\circ$ czyli będzie: $\operatorname{ctg} \alpha_1 = 1$, $\operatorname{ctg} \alpha_2 = 0$, $\sin^4 \alpha_2 = 1$, $\sin^4 \alpha_1 = 1/4$, a wzory przyjmą postać:

$$m_y = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_1}^2 + m_{x_2}^2 + 4(x_1 - x_2)^2 m_{\alpha_1}^2 + [(y_2 - y_1) - (x_1 - x_2)]^2 m_{\alpha_2}^2} \quad (3y)$$

$$m_x = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_1}^2 + m_{x_2}^2 + 4(y_2 - y_1)^2 m_{\alpha_1}^2 + [(y_2 - y_1) + (x_1 - x_2)]^2 m_{\alpha_2}^2} \quad (3x)$$

gdzie wartości kątów wyrażone są w mierze analitycznej. Przechodząc na miarę gradową należy wprowadzić $\rho^c = 6366$.

Następnym uproszczeniem tych wzorów będzie przyjęcie odpowiedniego położenia trójkątów rozety w układzie współrzędnych, lub inaczej przyjęcie odpowiedniej orientacji bazy wcięcia. Ta ostatnia okoliczność może być uwzględniona, gdyż we wszystkich prawie przypadkach naszych zdjęć lotniczych, kierunek nalotów odbywa się po linii wschód-zachód, a zatem wzdłuż osi y .

Ze względu na orientację bazy wcięcia w łańcuchu rozet triangulacji radialnej, mogą zaistnieć tylko dwa przypadki:

- 1) gdy baza wcięcia jest równoległa do osi y ,
- 2) gdy baza wcięcia jest prostopadła do osi y .

Pierwszy przypadek pociąga za sobą: $(y_2 - y_1) = b$, gdzie b — baza zdjęcia oraz wyraz $4(x_1 - x_2)^2 m_{\alpha_1}^2$ można traktować jako równy zeru ze względu na $(x_1 - x_2) = 0$. Ten ostatni przypadek: $(x_1 - x_2) = 0$ jest zwią-

zany z jakością fotogrametryczną wykonanych zdjęć lotniczych, które jak wiadomo powinny odpowiadać odpowiednim warunkom, jak: odpowiednie pokrycie podłużne i poprzeczne, odpowiednia prostoliniowość lotu, zachowanie jednolitej skali tych zdjęć (w pewnych granicach) oraz zachowanie odpowiedniej pionowości zdjęć lotniczych. Z wymienionym przypadkiem wiążą się szczególnie dwa warunki, a mianowicie prostoliniowość lotu oraz odpowiednia pionowość zdjęć lotniczych. Nie zachowanie tych dwóch warunków (oczywiście w granicach dopuszczalnych) czyni ten wyraz bliski zeru, tak np. gdy $(x_1 - x_2) = 20$ i $m_{\alpha_1} = \pm 3^\circ$ to

$$\frac{4(x_1 - x_2)^2}{\rho^2} \cdot m_{\alpha_1}^2 = \frac{4 \cdot 20^2 \cdot 3^2}{6366^2} \quad 3 \text{ jednostek}$$

gdzie $\rho = 6366$.

Owe w danym przypadku 3 jednostki, będące pod znakiem pierwiastka, w dalszych rozważaniach nie były brane pod uwagę. Gdybyśmy chcieli je uwzględnić, to doszlibyśmy łatwo do wniosku, że wpływają one na wartości błędów średnich współrzędnych jedynie pierwszych punktów wcinanych, a to ze względu na dużo większe wartości pozostałych wyrazów wyrażenia podpierwiastkowego dla punktów dalej położonych.

I wobec powyższego dla pierwszego przypadku wzory będą miały postać:

$$m_y = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + \frac{4}{\rho^2} \cdot b^2 \frac{m_{\alpha_2}^2}{4}} \quad \dots (4y)$$

$$m_x = \pm \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + \frac{4}{\rho^2} \cdot b^2 (m_{\alpha_1}^2 + 1/4 \cdot m_{\alpha_2}^2)} \quad \dots (4x)$$

Drugi przypadek pociąga za sobą: $(y_2 - y_1) = 0$ oraz $(x_1 - x_2) = b$. Tu również obowiązują analogiczne uwagi jak w przypadku pierwszym, ale w stosunku do wyrażenia $(y_2 - y_1)$.

A wzory przyjmą postać:

$$m_y = \pm \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + \frac{4}{\rho^2} \cdot b^2 (m_{\alpha_1}^2 + 1/4 \cdot m_{\alpha_2}^2)} \quad \dots (5y)$$

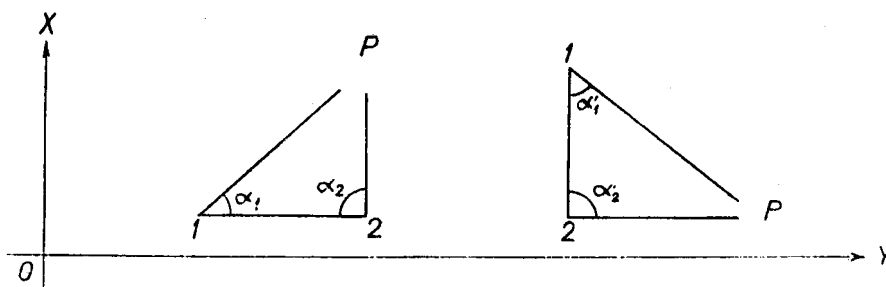
$$m_x = \pm \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + \frac{4}{\rho^2} \cdot b^2 \cdot 1/4 m_{\alpha_2}^2} \quad \dots (5x)$$

gdzie kąt α_1 nie jest obserwowany a obliczony jest jako dopełnienie do 200° .

A zatem wzory (4y) i (4x) dotyczą wcięcia, którego baza jest równoległa do osi y , natomiast wzory (5y) i (5x) dotyczą wcięcia, którego baza jest prostopadła do osi y . Oba te przypadki są przedstawione na rysunkach 4 i 5.

Łańcuch rozet triangulacji radialnej, jak już wyżej wspomniano, posiada kierunek wschód-zachód (rys. 6). W łańcuchu tym obserwowane są jedynie kąty przy punktach głównych (tj. na ciągu bazowym), wszelkie inne kąty są wyliczane z trójkątów jako dopełnienie do 200 gradów. A zatem przypadek pierwszy zawiera dwa kąty obserwowane, drugi — kąt pierwszy nieobserwowany, kąt drugi obserwowany; wobec powyższego, odpowiednie błędy średnie kąta nieobserwowanego do obserwowanego będą miały się do siebie jak $\sqrt{2} \cdot m_{\alpha}$ do m_{α} , gdzie m_{α} jest błędem średnim kąta obserwowanego.

Dla uproszczenia ostatnich wzorów właściwe jest przyjęcie oznaczenia: $C = 4b^2/\rho^2 = (2b/\rho)^2$. Jest to pewna określona stała wielkość, związana jedynie ze skalą zdjęć lotniczych i odpowiednim ich pokryciem w szeregu.



Rys. 4

Rys. 5

W przyjętym oznaczeniu C wartość b wyrażona jest w metrach.

Dla konkretnego łańcucha (odcinka) rozet można przyjąć, że błąd średni obserwowanych kątów jest jednakowy dla wszystkich kątów obserwowanych, a zatem $m_{\alpha} = m_{\alpha_1} = m_{\alpha_2}$.

Przy tych założeniach wzory (4y), (4x) oraz (5y) i (5x) będą miały wygląd:

$$m_y = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 1/4 \cdot C \cdot m_{\alpha}^2} \dots \dots \dots (6y)$$

$$m_x = \pm \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 5/4 \cdot C \cdot m_{\alpha}^2} \dots \dots \dots (6x)$$

oraz

$$m_y = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 9/4 \cdot C \cdot m_{\alpha}^2} \dots \dots \dots (7y)$$

$$m_x = \pm \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 1/4 \cdot C \cdot m_{\alpha}^2} \dots \dots \dots (7x)$$

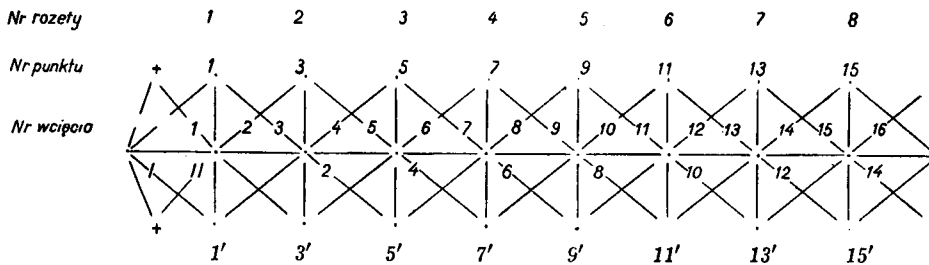
Obliczenie każdej rozety posiada przebieg następujący (patrz rys. 6): ze znanych współrzędnych dwóch punktów I i II obliczamy punkty górny i dolny rozety czyli punkty 1 i 1'. Z punktów 1 i II oraz II i 1' obliczamy punkt 2 i bierzemy odpowiednią średnią arytmetyczną współrzędnych

punktu 2. Wzięcie średniej arytmetycznej zmniejsza błąd średni tego punktu o $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dla obu współrzędnych, a zatem będzie:

$$m_y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 9/4 \cdot C \cdot m_a^2} \dots (8y)$$

$$m_x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 1/4 \cdot C \cdot m_a^2} \dots (8x)$$

Wyprowadzone wzory (6y), (6x) oraz (8y) i (8x) są wzorami wyjściowymi do wyznaczenia błędu średniego współrzędnych dowolnego punktu łańcucha rozet. We wzorach tych umyślnie jeszcze pozostawiamy jako wyrazy samodzielne wszystkie błędy średnie współrzędnych punktów: m_{y_1} , m_{x_1} , m_{y_2} , m_{x_2} , a to z tego względu, że poszczególne punkty łańcucha rozet będą wchodziły do obliczeń różnie; tak np. punkt I wchodzić będzie do obliczeń dwa razy, podczas kiedy punkt II — sześć razy (rys. 6).



Rys. 6

Niech rys. 6 przedstawia łańcuch rozet, w którym punkty I i II posiadają znane współrzędne oraz znane są ich średnie błędy: m_{y_I} i m_{x_I} oraz $m_{y_{II}}$ i $m_{x_{II}}$. Pozostałe punkty łańcucha rozet należy obliczyć, a w naszym zagadnieniu interesują nas błędy średnie tychże punktów. Obliczenie tych błędów średnich przeprowadzimy kolejno, przechodząc z rozety na rozetę, stosując wyprowadzone wzory: (6y), (6x) oraz (8y) i (8x). Obliczenia błędów średnich dokonamy przez zestawienie tablicy 1, w której przyjęto oznaczenie:

$$C_a = 1/4 \cdot C \cdot m_a^2 = (1/\rho \cdot b \cdot m_a)^2$$

Wzory na błędy średnie podane w tablicy 1 są proste w swej budowie i mogą być w łatwy sposób wypisywane dla dowolnego punktu rozety. Prawo, wg którego można je dalej wypisywać jest łatwe do zauważenia, wadą tych wzorów jest ich łańcuchowa zależność, tj. nie można wypisanego dowolnego wzoru bezpośrednio przeliczyć, gdyż elementy w nim zawarte wymagają posiadania wartości błędów średnich poprzednich wcięć. To też całą tablicę 1 należy w ten sposób przekształcić, aby każdy wzór był wyrażony elementami początkowymi, tj. wartościami błędów średnich współrzędnych pierwszych dwóch punktów oraz błędem średnim po-

Tablica 1

Nr rozety	Nr ucięcia	Błędy średnie
1	1	$m_y = \pm \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_{II}}^2 + m_{x_{II}}^2 + C_\alpha}$ $m_x = \pm \sqrt{m_{y_I}^2 + m_{y_{II}}^2 + m_{x_{II}}^2 + 5C_\alpha}$
	2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_1}^2 + m_{y_{II}}^2 + m_{x_{II}}^2 + 9C_\alpha}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_1}^2 + m_{y_{II}}^2 + m_{x_{II}}^2 + C_\alpha}$
2	3	$\sqrt{m_{x_{II}}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + C_\alpha}$ $\sqrt{m_{y_{II}}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 5C_\alpha}$
	4	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_3}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + 9C_\alpha}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_3}^2 + m_{y_2}^2 + m_{x_2}^2 + C_\alpha}$
3	5	$\sqrt{m_{x_2}^2 + m_{y_4}^2 + m_{x_4}^2 + C_\alpha}$ $\sqrt{m_{y_2}^2 + m_{y_4}^2 + m_{x_4}^2 + 5C_\alpha}$
	6	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_3}^2 + m_{y_4}^2 + m_{x_4}^2 + 9C_\alpha}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_3}^2 + m_{y_4}^2 + m_{x_4}^2 + C_\alpha}$
4	7	$\sqrt{m_{x_5}^2 + m_{y_5}^2 + m_{x_5}^2 + C_\alpha}$ $\sqrt{m_{y_5}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$
	8	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_7}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 9C_\alpha}$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_7}^2 + \text{,,} + \text{,,} + C_\alpha}$
5	9	$\sqrt{m_{x_6}^2 + m_{y_6}^2 + m_{x_6}^2 + C_\alpha}$ $\sqrt{m_{y_6}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$

Nr rozety	Nr wcięcia	Błędy średnie
5	10	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_8}^2 + m_{y_8}^2 + m_{x_8}^2 + 9C_\alpha}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_8}^2 + \text{,,} + \text{,,} + C_\alpha}$
6	11	$\sqrt{m_{x_8}^2 + m_{y_{10}}^2 + m_{x_{11}}^2 + C_\alpha}$
		$\sqrt{m_{y_8}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$
	12	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_{11}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 9C_\alpha}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_{11}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + C_\alpha}$
7	13	$\sqrt{m_{x_{10}}^2 + m_{y_{12}}^2 + m_{x_{12}}^2 + C_\alpha}$
		$\sqrt{m_{y_{10}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$
	14	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_{13}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 9C_\alpha}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_{13}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + C_\alpha}$
8	15	$\sqrt{m_{x_{12}}^2 + m_{y_{14}}^2 + m_{x_{14}}^2 + C_\alpha}$
		$\sqrt{m_{y_{12}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$
	16	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_{15}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 9C_\alpha}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_{15}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + C_\alpha}$
9	17	$\sqrt{m_{x_{14}}^2 + m_{y_{16}}^2 + m_{x_{16}}^2 + C_\alpha}$
		$\sqrt{m_{y_{14}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$
	18	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_{17}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 9C_\alpha}$
		$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_{17}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + C_\alpha}$
10	19	$\sqrt{m_{x_{16}}^2 + m_{y_{18}}^2 + m_{x_{18}}^2 + C_\alpha}$
		$\sqrt{m_{y_{16}}^2 + \text{,,} + \text{,,} + 5C_\alpha}$ itd.

mierzonych kątów. Przejście do tych nowych wzorów jest możliwe przez odpowiednie podstawianie i redukcję wyrazów podobnych. Redukcje te najlepiej ująć w tabelicę 2, która zawiera wartości współczynników nowych wzorów na błędy średnie.

Tablica 2

Współczynniki a , b , c , d oraz mianowniki M wzoru na błąd średni współrzędnych płaskich (xy) dowolnego punktu łańcucha rozet

Nr kol. wcięcia	Wart. wyraż. podp.	m_{yI}	$\pm \sqrt{am_{yI}^2 + bm_{xI}^2 + cm_{yII}^2 + dm_{xII}^2 + e} \cdot C_a$					Mianown. wyrazu podpierwiast.	
		wyrazy skład.	wartości współczynników						
1	2	m_{xI}	a	b	c	d	e	M	
1	1	m_{yI}	—	1	1	1	1	1	
		C_a					1	1	
		m_{xI}			1				1
		m_{yII}				1			1
		m_{xII}					1		1
		m_{yI}	1						1
		$5C_a$						5	1
		m_{xI}	1	—	1	1	5	1	
2	$\frac{1}{2}$	m_{y2}	1	—	2	2	14	2	
		$9C_a$					9	2	
		m_{xI}	1	—	1	1	5	2	
		$m_{y:I}$			1			2	
		$m_{x:II}$				1		2	
		m_{yI}	—	1	1	1	1	2	
		C_a						1	2
		m_{x2}	—	1	2	2	2	2	
3	1	m_{y3}	1	1	4	6	18	2	
		C_a					2	2	
		$m_{x:II}$				2		2	
		m_{y2}	1	—	2	2	14	2	
		m_{x2}	—	1	2	2	2	2	
		m_{yII}			2			2	
		$5C_a$						10	2
		m_{x3}	1	1	6	4	26	2	

Tablica 2. d. c.

1	2	3	a	b	c	d	e	M
4	$\frac{1}{2}$	m_{y_4}	1	1	5	4	30	2
		$9C_\alpha$					18	4
		m_{x_3}	1	1	6	4	26	4
		m_{y_2}	1	—	2	2	14	4
		m_{x_2}	—	1	2	2	2	4
		m_{y_3}	1	1	4	6	18	4
		C_α					2	4
		m_{x_4}	1	1	4	5	18	2
5	1	m_{y_5}	2	3	11	11	52	2
		C_α					2	2
		m_{x_2}	—	1	2	2	2	2
		m_{y_4}	1	1	5	4	30	2
		m_{x_4}	1	1	4	5	18	2
		m_{y_2}	1	—	2	2	14	2
		$5C_\alpha$					10	2
		m_{x_5}	3	2	11	11	72	2
6	$\frac{1}{2}$	m_{y_6}	5	4	20	20	138	4
		$9C_\alpha$					18	4
		m_{x_5}	3	2	11	11	72	4
		m_{y_4}	1	1	5	4	30	4
		m_{x_4}	1	1	4	5	18	4
		m_{y_5}	2	3	11	11	52	4
		C_α					2	4
		m_{x_6}	4	5	20	20	102	4
7	1	m_{y_7}	11	11	48	50	280	4
		C_α					4	4
		m_{x_4}	2	2	8	10	36	4
		m_{y_6}	5	4	20	20	138	4
		m_{x_6}	4	5	20	20	102	4
		m_{y_4}	2	2	10	8	60	4
		$5C_\alpha$					20	4
		m_{x_7}	11	11	50	48	320	4

Tablica 2. d. c.

1	2	3	a	b	c	d	e	M
8	1/2	m_{y8}	20	20	90	88	596	8
		$9C_a$					36	8
		m_{x7}	11	11	50	48	320	8
		m_{y6}	5	4	20	20	138	8
		m_{x6}	4	5	20	20	102	8
		m_{y7}	11	11	48	50	280	8
		C_a					4	8
		m_{x8}	20	20	88	90	524	8
8		m_{y8}	10	10	45	44	298	4
		m_{x8}	10	10	44	45	262	4
9	1	m_{y9}	24	25	109	109	666	4
		C_a					4	4
		m_{x6}	4	5	20	20	102	4
		m_{y8}	10	10	45	44	298	4
		m_{x8}	10	10	44	45	262	4
		m_{y6}	5	4	20	20	138	4
		$5C_a$					20	4
		m_{x9}	25	24	109	109	718	4
10	1/2	m_{y10}	45	44	198	198	1314	8
		$9C_a$					36	8
		m_{x9}	25	24	109	109	718	8
		m_{y8}	10	10	45	44	298	8
		m_{x8}	10	10	44	45	262	8
		m_{y9}	24	25	109	109	666	8
		C_a					4	8
		m_{x10}	44	45	198	198	1230	8
11	1	m_{y11}	109	109	484	486	3076	8
		C_a					8	8
		m_{x8}	20	20	88	90	524	8
		m_{y10}	45	44	198	198	1314	8
		m_{x10}	44	45	198	198	1230	8
		m_{y8}	20	20	90	88	596	8
		$5C_a$					40	8
		m_{x11}	109	109	486	484	3180	8

Tablica 2. d. c.

1	2	3	a	b	c	d	e	M
12	$\frac{1}{2}$	$m_{y_{12}}$	198	198	882	880	5796	16
		$9C_a$					72	16
		$m_{x_{11}}$	109	109	486	484	3180	16
		$m_{y_{10}}$	45	44	198	198	1314	16
		$m_{x_{10}}$	44	45	198	198	1230	16
		$m_{y_{11}}$	109	109	484	486	3076	16
		C_a					8	16
		$m_{x_{12}}$	198	198	880	882	5628	16
12		$m_{y_{12}}$	99	99	441	440	2898	8
		$m_{x_{12}}$	99	99	440	441	2814	8
13	1	$m_{y_{13}}$	242	243	1079	1079	6950	8
		C_a					8	8
		$m_{x_{10}}$	44	45	198	198	1230	8
		$m_{y_{12}}$	99	99	441	440	2898	8
		$m_{x_{12}}$	99	99	440	441	2814	8
		$m_{y_{10}}$	45	44	198	198	1314	8
		$5C_a$					40	8
		$m_{x_{13}}$	243	242	1079	1079	7066	8
14	$\frac{1}{2}$	$m_{y_{14}}$	441	440	1960	1960	12850	16
		$9C_a$					72	16
		$m_{x_{13}}$	243	242	1079	1079	7066	16
		$m_{y_{12}}$	99	99	441	440	2898	16
		$m_{x_{12}}$	99	99	440	441	2814	16
		$m_{y_{13}}$	242	243	1079	1079	6950	16
		C_a					8	16
		$m_{x_{14}}$	440	441	1960	1960	12670	16
15	1	$m_{y_{15}}$	1079	1079	4800	4802	31164	16
		C_a					16	16
		$m_{x_{12}}$	198	198	880	882	5628	16
		$m_{y_{14}}$	441	440	1960	1960	12850	16
		$m_{x_{14}}$	440	441	1960	1960	12670	16
		$m_{y_{12}}$	198	198	882	880	5796	16
		$5C_a$					80	16
		$m_{x_{15}}$	1079	1079	4802	4800	31396	16

Tablica 2. d. c.

1	2	3	a	b	c	d	e	M
16	1/2	m_{y16}	1960	1960	8722	8720	57060	32
		$9C_a$					144	32
		m_{x15}	1079	1079	4802	4800	31396	32
		m_{y11}	441	440	1960	1960	12850	32
		m_{x11}	440	441	1960	1960	12670	32
		m_{y15}	1079	1079	4800	4802	31164	32
		C_a					16	32
		m_{x16}	1960	1960	8720	8722	56700	32
16		m_{y16}	980	980	4361	4360	28530	16
		m_{x16}	980	980	4360	4361	28350	16
17	1	m_{y17}	2400	2401	10681	10681	69566	16
		C_a					16	16
		m_{x14}	440	441	1960	1960	12670	16
		m_{y16}	980	980	4361	4360	28530	16
		m_{x16}	980	980	4360	4361	28350	16
		m_{y14}	441	440	1960	1960	12850	16
		$5C_a$					80	16
		m_{x17}	2401	2400	10681	10681	69810	16
18	1/2	m_{y18}	4361	4360	19402	19402	126834	32
		$9C_a$					144	32
		m_{x17}	2401	2400	10681	10681	69810	32
		m_{y16}	980	980	4361	4360	28530	32
		m_{x16}	980	980	4360	4361	28350	32
		m_{y17}	2400	2401	10681	10681	69566	32
		C_a					16	32
		m_{x18}	4360	4361	19402	19402	126462	32
19	1	m_{y19}	10681	10681	47524	47526	310028	32
		C_a					32	32
		m_{x16}	1960	1960	8720	8722	56700	32
		m_{y18}	4361	4360	19402	19402	126834	32
		m_{x18}	4360	4361	19402	19402	126462	32
		m_{y16}	1960	1960	8722	8720	57060	32
		$5C_a$					160	32
		m_{x19}	10681	10681	47526	47524	310516	32

Tablica 2. d. c.

1	2	3	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>M</i>
20	$1/2$	m_{y20}	19402	19402	86330	86328	564100	64
		$9 C_a$					288	64
		m_{x19}	10681	10681	47526	47524	310516	64
		m_{y18}	4361	4360	19402	19402	126834	64
		m_{x18}	4360	4361	19402	19420	126462	64
		m_{y19}	10681	10681	47524	47526	310028	64
		C_a					32	64
		m_{x20}	19402	19402	86328	86330	563356	64
20		m_{y20}	9701	9701	43165	43164	282050	32
		m_{x20}	9701	9701	43164	43165	281678	32
21	1	m_{y21}	23762	23763	105731	105731	690222	32
		C_a					32	32
		m_{x18}	4360	4361	19402	19402	126462	32
		m_{y20}	9701	9701	43165	43164	282050	32
		m_{x20}	9701	9701	43164	43165	281678	32
		m_{y18}	4361	4360	19402	19402	126834	32
		$5 C_a$					160	32
m_{x21}	23763	23762	105731	105731	690722	32		
22	$1/2$	m_{y22}	43165	43164	192060	192060	1254738	64
		$9 C_a$					288	64
		m_{x21}	23763	23762	105731	105731	690722	64
		m_{y20}	9701	9701	43165	43164	282050	64
		m_{x20}	9701	9701	43164	43165	281678	64
		m_{y21}	23762	23763	105731	105731	690222	64
		C_a					32	64
		m_{x22}	43164	43165	192060	192060	1253982	64

Z tablicy 2 łatwo jest już bezpośrednio wypisać dowolny wzór na błąd średni dowolnego wcięcia (do 22 włącznie) w funkcji pierwszych elementów ($m_{yI}, m_{xI}, m_{yII}, m_{xII}$) i błędu średniego mierzonych kątów łańcucha rozet, z tym że odpowiednią wartość mianownika (kolumna *M*) można wynieść przed pierwiastek kwadratowy całego wyrażenia. Tak np. błędy średnie współrzędnych punktu 2 będą się przedstawiały wzorami:

$$m_{y_2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{y_1}^2 + 2m_{y_{II}}^2 + 2m_{x_{II}}^2 + 14 C_a}$$

$$m_{x_2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{m_{x_1}^2 + 2m_{y_{II}}^2 + 2m_{x_{II}}^2 + 2 C_a}$$

lub punktu 15 będą:

$$m_{y_{15}} = \pm 1/4 \sqrt{1079m_{y_1}^2 + 1079m_{x_1}^2 + 4800m_{y_{II}}^2 + 4802m_{x_{II}}^2 + 31164 C_a}$$

$$m_{x_{15}} = \pm 1/4 \sqrt{1079m_{y_1}^2 + 1079m_{x_1}^2 + 4802m_{y_{II}}^2 + 4800m_{x_{II}}^2 + 31396 C_a}$$

Przeglądając współczynniki a i b oraz c i d dowolnego wiersza tablicy 2 (rozpoczynając od wcięcia 7 — rozety czwartej) dość łatwo zauważyć wyraźny stosunek jaki zachodzi pomiędzy wyrazami $a : c$ lub $b : d$ (a lepiej jeszcze $\frac{a+b}{2} : \frac{c+d}{2}$), który odpowiada stosunkowi $1 : 4,4495$. A ponadto stale zachodzi $a \cong b$ oraz $c \cong d$ tak dla m_{y_i} jak i dla m_{x_i} . Z powyższego można wyciągnąć wniosek, że jeśli mamy jako punkty wyjściowe punkty I i II, to błąd współrzędnych punktu drugiego (II) wpływa $\sqrt{4,4495} = 2,1094$ razy silniej na błąd współrzędnych wyznaczanego punktu i łańcucha rozet, aniżeli błąd współrzędnych punktu pierwszego (I). A zatem chcąc podnieść dokładność współrzędnych punktów wyznaczanych łańcucha rozet, należy punkt II wyznaczać o ile możności jak najstaranniej. Jeśli spojrzymy na rys. 6, to zauważymy, że punkt ten (II) jest punktem centralnym rozety pierwszej i pierwszym rozety drugiej. I właśnie ten fakt stwarza takie wymagania odnośnie dokładności położenia wspomnianego punktu (II), a to z tego również powodu, że punkt ten bierze udział sześciokrotnie przy rozwiązywaniu szeregu, podczas gdy punkt I — tylko dwukrotnie. Oczywiście wyprowadzony wniosek należy łączyć z odpowiednim układem punktów (tj. rysunkiem) przyjętym za wyjściowy. Wniosek powyższy, dotyczący wyższej dokładności współrzędnych punktu II, można i należy uogólnić na każdy punkt centralny następných rozet. Sytuacja powtarza się dla każdej po kolei rozety, gdyż każdy punkt środkowy rozety można traktować jako początkowy dla następującego po nim odcinka rozet. Wniosek uogólniony można zatem wyrazić: każdy punkt środkowy rozety, a tym samym każdy punkt ciągu bazowego powinien być o ile możności jak najdokładniej wyznaczany (liczony).

Tak np., współrzędne punktu 2 (rys. 6) należy obliczyć uwzględniając w miarę możliwości wszystkie słuszne postulaty wpływające na dokładność wyznaczenia tegoż punktu. Jednym z postulatów będzie przyjęcie położenia punktu wcinanego w środku ciężkości trójkąta błędu, utworzo-

Tablica 3

Nr wcięcia		m_y m_x	$\pm \sqrt{(a+b)m_{yxI}^2 + (c+d)m_{yxII}^2 + e} \cdot C_a$			Mianownik wyrażenia podpierwia- stkowego
p-kt główny	p-kt radialny		$a + b$	$c + d$	e	
1	2	3				
	1	m_y m_x	1 1	2 2	1 5	1 1
2		"	1 1	4 4	14 2	2 2
	3	"	2 2	10 10	18 26	2 2
4		"	2 2	9 9	30 18	2 2
	5	"	5 5	22 22	52 72	2 2
6		"	9 9	40 40	138 102	4 4
	7	"	22 22	98 98	280 320	4 4
8		"	20 20	89 89	298 262	4 4
	9	"	49 49	218 218	666 718	4 4
10		"	89 89	396 396	1314 1230	8 8
	11	"	218 218	970 970	3076 3180	8 8
12		"	198 198	881 881	2898 2814	8 8
	13	"	485 485	2158 2158	6950 7066	8 8
14		"	881 881	3920 3920	12850 12670	16 16
	15	"	2158 2158	9602 9602	31164 31396	16 16
16		"	1960 1960	8721 8721	28530 28350	16 16
	17	"	4801 4801	21362 21362	69566 69810	16 16
18		"	8721 8721	38804 38804	126834 126462	32 32
	19	"	21362 21362	95050 95050	310028 310516	32 32
20		"	19402 19402	86329 86329	282050 281678	32 32
	21	"	47525 47525	211462 211462	690222 690722	32 32
22		"	86329 86329	384120 384120	1254738 1253982	64 64

Tablica 3a

Nr ucięcia		m_y m_x	$\pm \sqrt{\frac{a+b}{M} \cdot m_{yxI}^2 + \frac{c+d}{M} \cdot m_{yxII}^2 + \frac{e}{M} \cdot C_a}$			Różnica $\Delta \frac{e}{M}$	
p-kt główny	p-kt radialny		4	5	6	7	8
1	2	3					
	1	m_y	1	2	1		+ 4.00
		m_x	1	2	5		
2		"	0.5	2	7	- 6.00	
			0.5	2	1		
3		"	1	5	9		+ 4.00
			1	5	13		
4		"	1	4.5	15	- 6.00	
			1	4.5	9		
5		"	2.5	11	26		+ 10.00
			2.5	11	36		
6		"	2.25	10	34.5	- 9.00	
			2.25	10	25.5		
7		"	5.5	24.5	70		+ 10.00
			5.5	24.5	80		
8		"	5	22.25	74.5	- 9.00	
			5	22.25	65.5		
9		"	12.25	54.5	166.5		+ 13.00
			12.25	54.5	179.5		
10		"	11.125	49.5	164.25	- 10.50	
			11.125	49.5	153.75		
11		"	27.25	121.25	384.50		+ 13.00
			27.25	121.25	397.50		
12		"	24.75	110.125	362.25	- 10.50	
			24.75	110.125	351.75		
13		"	60.625	269.75	868.75		+ 14.50
			60.625	269.75	883.25		
14		"	55.0625	245.00	803.125	- 11.25	
			55.0625	245.00	791.875		
15		"	134.875	600.125	1947.750		+ 14.50
				"	1962.250		
16		"	122.500	545.0625	1783.125	- 11.25	
				"	1771.875		
17		"	300.0625	1335.125	4347.875		+ 15.25
				"	4363.125		
18		"	272.53125	1212.625	3963.5625	- 11.625	
				"	3951.9375		

Tablica 3a. d. c.

1	2	3	4	5	6	7	8
20	19	„	667.5625 „	2970.3125 „	9688.3750 9703.6250		+ 15.25
		„	606.3125 „	2697.78125 „	8814.0625 8802.4375	- 11.625	
22	21	„	1485.15625 „	6608.1875 „	21569.4375 21585.0625		+ 15.625
		„	1348.890625 „	6001.875 „	19605.28125 19593.46875	- 11.8125	

nego z kierunków np. 12, II 2 i 1' 2 jako najprawdopodobniejszego połączenia punktu 2. Tę samą zasadę będziemy stosowali dla wszystkich punktów bazowych.

W zaprojektowanej przeze mnie metodzie przeprowadzenia triangulacji radialnej, rozmieszczenie fotopunktów (punktów oparcia) jest takie, że nie pokrywają się one z punktami I i II rys. 6. Fakt ten nie wpływa jednak na cały tok analizy, gdyż po rozwiązaniu grupy fotopunktów, otrzymujemy współrzędne owych punktów głównych I i II, co do których możemy na drodze teoretycznej i praktycznej ustalić przypuszczalne wartości błędów średnich współrzędnych obu tych punktów. I stąd punkty I i II możemy traktować jako punkty wyjściowe do przeliczenia odcinka rozet.

Po dokonaniu uwag odnośnie różnych dokładności współrzędnych punktu I i II można zestawzić tablicę 3, która parami łączy odpowiednie wyrazy tablicy 2.

W tablicy 3 można łatwo zauważyć, że wiersze m_y i m_x różnią się jedynie w kolumnie e , dla określonego wcięcia. Natomiast wiersze m_y i m_x w kolumnach $a + b$ i $c + d$ dla określonego wcięcia są jednakowe co do swych wartości lecz różne między tymi kolumnami, zgodnie z tym co było podane na stronie 53. Wobec powyższego należy zastanowić się, czy utrzymanie odrębnych wzorów (co na jedno wychodzi — wierszy) na m_y i m_x jest potrzebne dla określonego wcięcia? W tym celu tablicę 3 należy odpowiednio przerobić i przeanalizować. Przechodząc z tablicy 3 do 3a likwidujemy mianownik wyrażenia podpierwiastkowego, dzieląc w każdym wierszu jego wartości przez odpowiedni mianownik wyrażenia podpierwiastkowego. Stąd tablica 3a.

Przeglądając kolumny 7 bądź 8 tablicy 3a możemy poczynić pewne spostrzeżenia. A mianowicie, np. wyrazy kol. 7 tworzą szereg liczb parami identycznych co do swej wielkości i znaku. Jeśli weźmiemy co drugą liczbę z tego szeregu, to otrzymamy następujący szereg liczb: —6,00, —9,00, —10,5, —11,25, —11,625, —11,8125,..... Wyrazy te odpowiadają punktom głównym: 2, 6, 10, 14, 18, 22...

Wypisany szereg liczb posiada granicę. Prawo tworzenia kolejnych jego wyrazów można napisać w postaci ogólnej

	a liczbowo:
dla p-ktu 2: $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_2$	- 6
„ „ 6: $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_2 + \frac{3}{2^0} = \left(\Delta \frac{e}{M}\right)_6$	- 6 - $\frac{3}{2^0} = - 9$
„ „ 10: $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_6 + \frac{3}{2^1} = \left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{10}$	- 9 - $\frac{3}{2^1} = - 10,5$
„ „ 14: $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{10} + \frac{3}{2^2} = \left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{14}$	- 10,5 - $\frac{3}{2^2} = - 11,25$
„ „ 18: $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{14} + \frac{3}{2^3} = \left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{18}$	- 11,25 - $\frac{3}{2^3} = - 11,625$
„ „ 22: $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{18} + \frac{3}{2^4} = \left(\Delta \frac{e}{M}\right)_{22}$	- 11,625 - $\frac{3}{2^4} = - 11,8125$
.....	

Ogólnie wartość wyrazu n -tego ciągu można napisać:

$$L = \left(\Delta \frac{e}{M}\right)_2 + \frac{3}{2^0} + \frac{3}{2^1} + \frac{3}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{3}{2^4} + \dots + \frac{3}{2^n}$$

Jeśli suma wyrazów szeregu od $\frac{3}{2^0} \dots + \frac{3}{2^n}$ posiada granicę, to również granicę będzie posiadać i wyrażenie L , gdyż $\left(\Delta \frac{e}{M}\right)_2 = - 6$. Tu można również zauważyć, że $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2^n}\right) = 0$, a ponieważ można napisać:

$$S_n = - 3 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}\right) = - 3 \cdot 2 = - 6$$

a zatem $L = - 12$ jest graniczną wartością n -tego wyrazu ciągu.

Podobnie wyprowadzić można wartość graniczną i dla wyrazów ciągu kol. 8, dla którego wartością graniczną wyrazów tegoż ciągu będzie $L' = + 16$.

Oba te wnioski, wyprowadzone dla kol. 7 i 8 wiążą się z kolumną 6, która zawiera współczynniki przy wyrazie C_α wzoru na średni błąd współrzędnych y , x dowolnego punktu łańcucha rozet. Z wniosków tych wynika, że maksymalne różnice pomiędzy współczynnikami przy C_α dla wartości m_y i m_x tego samego punktu nigdy nie mogą przekraczać wartości $L = - 12$ i $L' = + 16$ i że różnice te dążą do wymienionych granic ($- 12$ i $+ 16$) w miarę wzrostu numeru punktu wcinanego. Jeśli teraz

dla konkretnego przykładu przeliczymy wartości błędów średnich współrzędnych np. punktu 2,10 i 20 przy założeniu $m_0 = \pm 1$ m, $m_\alpha = \pm 3''$ $C_\alpha = 0,37296$ to otrzymamy:

$$\begin{array}{ll} m_{y_2} = \pm 2,3 & m_{x_2} = \pm 1,7 \\ m_{y_{10}} = 11,0 & m_{x_{10}} = 10,9 \\ m_{y_{20}} = 81,2 & m_{x_{20}} = 81,2 \end{array}$$

Ostateczny wynik pozwoli nam na zrezygnowanie z przeliczenia błędu średniego np. dla współrzędnej x dowolnego punktu ze względu na małe lub żadne różnice. A zatem, można z dostateczną dokładnością operować jednym wzorem wspólnym dla obu błędów średnich współrzędnej y i x . Pole błędów jest kołem a nie elipsą.

Ustalenie, czy też wykazanie istnienia wspomnianych wniosków odnośnie wartości granicznych, pozwala również na zwrócenie uwagi, że tablica 3a w kol. 6 jest bez błędu przeliczona. Podobna uwaga została dokonana przez autora niniejszego artykułu również i do kolumn 4 i 5 tej tablicy, jednak ze względu na drugorzędny charakter tej uwagi całe wyprowadzenie zostało tu pominięte.

Po powyższych wnioskach i uwagach można zestawić tablicę 4, która daje ostateczną odpowiedź na postawione w tytule zadanie.

W celu podsumowania dotychczasowych wyników należy sobie przypomnieć, że zestawiona tablica 4 dotyczy takich łańcuchów rozet, dla których zachowane są następujące warunki:

- 1) określony kształt rozety,
- 2) odpowiedni układ tych rozet w stosunku do układu osi współrzędnych, a w obliczeniach:
- 3) zgodnie z rachunkiem prawdopodobieństwa traktowano odpowiednio różnie kąty obserwowane i nieobserwowane oraz
- 4) współrzędne punktu trzeciego rozety (na ciągu bazowym) liczone jako średnią arytmetyczną z wyników górnych i dolnych trójekątów. I ponadto:
- 5) dotyczy łańcucha rozet przed jego wyrównaniem, tj. opartego na jednej grupie fotopunktów.

W powyższym ujęciu, wymienione cztery podstawowe elementy są po-niekąd czynnikami stałymi w danym sposobie triangulacji radialnej. Elementami zmiennymi będą: 1) bok rozety — czyli skala zdjęcia lotniczego. Tak np. przy zdjęciach lotniczych w skali 1 : 10 000 i przy 60% pokryciu podłużnym oraz formacie zdjęcia 18 × 18 cm — bok rozety równy jest ok. 720 m. Zdjęcia w innych skalach: 1 : 15 000, 1 : 18 000 itp. będą miały inne długości boków. Dalszymi elementami zmiennymi będą: 2) błąd średni mierzonego kąta na triangulatorze radialnym — m_α i 3) błąd średni współrzędnych punktów oparcia — m_0 . Element boku, dla danej serii zdjęć, np. dla określonego obszaru, dla którego zamierzano

Tablica 4

Nr p-ktu		Punkt główny m_{yx}	Punkt radialny m_{yx}
głównego	radialnego		
1	2	3	4
	1, 1'		$\pm \sqrt{3 m_0^2 + 5 C_\alpha}$
2		$\pm \sqrt{2,5 m_0^2 + 7 C_\alpha}$	
	3, 3'		$\sqrt{6 m_0^2 + 13 C_\alpha}$
4		$\sqrt{5,5 m_0^2 + 15 C_\alpha}$	
	5, 5'		$\sqrt{13,5 m_0^2 + 36 C_\alpha}$
6		$\sqrt{12,25 m_0^2 + 34,5 C_\alpha}$	
	7, 7'		$\sqrt{30 m_0^2 + 80 C_\alpha}$
8		$\sqrt{27,25 m_0^2 + 74,5 C_\alpha}$	
	9, 9'		$\sqrt{66,75 m_0^2 + 179,50 C_\alpha}$
10		$\sqrt{60,625 m_0^2 + 164,25 C_\alpha}$	
	11, 11'		$\sqrt{148,50 m_0^2 + 397,50 C_\alpha}$
12		$\sqrt{134,875 m_0^2 + 362,25 C_\alpha}$	
	13, 13'		$\sqrt{330,375 m_0^2 + 883,25 C_\alpha}$
14		$\sqrt{300,063 m_0^2 + 803,13 C_\alpha}$	
	15, 15'		$\sqrt{735,00 m_0^2 + 1962,25 C_\alpha}$
16		$\sqrt{667,563 m_0^2 + 1783,13 C_\alpha}$	
	17, 17'		$\sqrt{1635,188 m_0^2 + 4363,13 C_\alpha}$
18		$\sqrt{1485,156 m_0^2 + 3963,56 C_\alpha}$	
	19, 19'		$\sqrt{3637,875 m_0^2 + 9703,63 C_\alpha}$
20		$\sqrt{3304,094 m_0^2 + 8814,06 C_\alpha}$	
	21, 21'		$\sqrt{8093,344 m_0^2 + 21585,06 C_\alpha}$
22		$\sqrt{7350,766 m_0^2 + 19605,28 C_\alpha}$	

gdzie $C_\alpha = \left(\frac{b}{\rho}\right)^2 \cdot m_\alpha^2$ b — w metrach

wykonać zdjęcia w jakiejś określonej skali, będzie można uważać również za stały i jest on zawarty w stałej $C_\alpha = \left(\frac{b}{\rho}\right)^2 \cdot m_\alpha^2$.

Przedłużenie tablicy przez dodanie następnych wcięć jest niecelowe. Zawarte w niej 22 wcięcia stanowią 11 rozet. Liczba ta nie powinna być w praktyce przekraczana, jeśli chodzi o rozmieszczenie fotopunktów.

W celu wyciągnięcia dalszych wniosków, odnośnie dokładności łańcuchów rozet, zostało rozwiązane zadanie: jak rozkładają się błędy średnie m_{yx} punktów głównych ciągu bazowego łańcucha rozet triangulacji radialnej przy założeniu $m_0 = \pm 1$ metr i $m_\alpha = \pm 2''$ dla skali zdjęć lotniczych 1 : 10 000 i 1 : 18 000?

Wyniki obliczeń przedstawiono poniżej:

Skala zdjęć lotn. 1:10 000

$$C_\alpha = 0,0511664$$

Nr p-ktu głównego	m_{yx}	Różnice
2	$\pm 1,7$	
4	2,5	+ 0,8
6	3,7	1,2
8	5,6	1,9
10	8,3	2,7
12	12,4	4,1
14	18,5	6,1
16	27,5	9,0
18	41,1	13,6
20	61,3	20,2
22	91,4	30,1

Skala zdjęć lotn. 1:18 000

$$C_\alpha = 0,1657817$$

Nr p-ktu głównego	m_{yx}	Różnice
2	$\pm 1,9$	
4	2,8	+ 0,9
6	4,2	1,4
8	6,3	2,1
10	9,4	3,1
12	14,0	4,6
14	20,8	6,8
16	31,0	10,2
18	46,3	15,3
20	69,0	22,7
22	103,0	34,0

w metrach

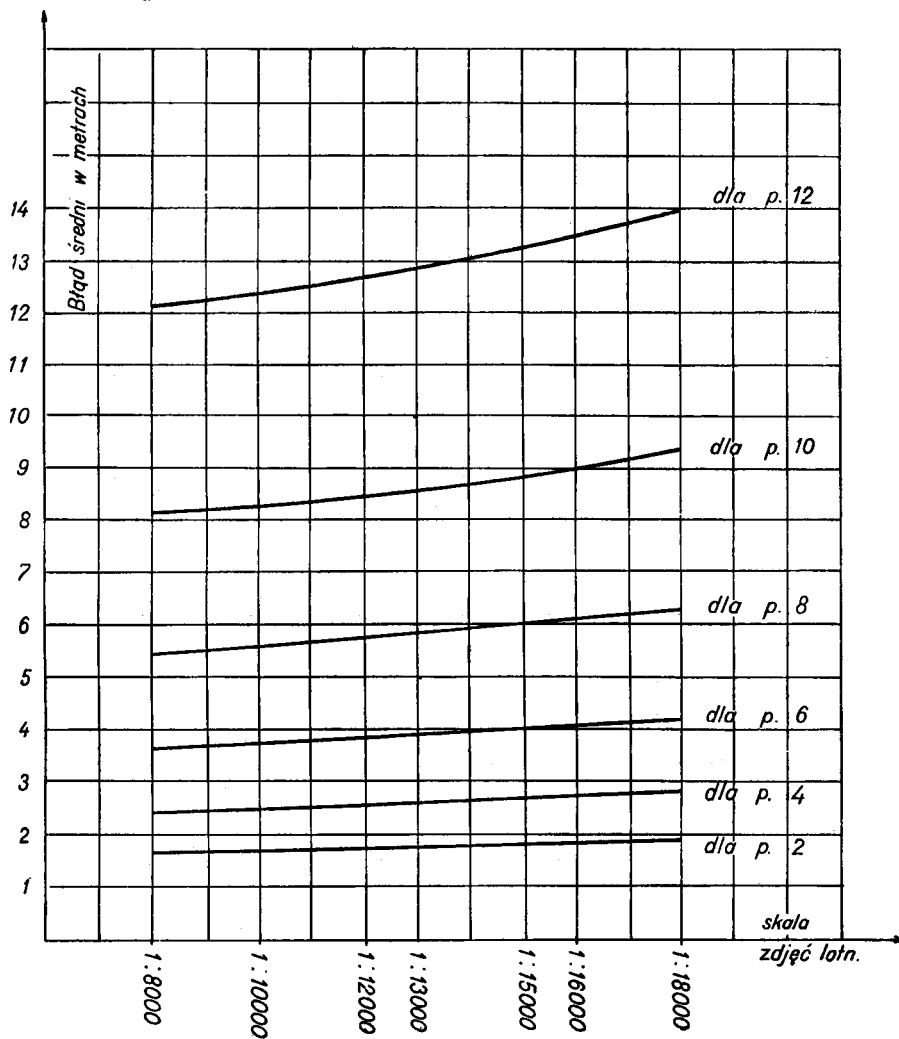
Z dwóch zestawień powyższych widać, że narastanie błędów nie odbywa się liniowo, a wg jakiejś krzywej coraz to bardziej stromej w miarę wzrostu numeru punktu głównego. Stąd też wypływa ważny wniosek na sposób przeprowadzania wyrównania odcinka rozet: poprawki na współrzędne odpowiednio długich odcinków należy wprowadzać w ten sposób, aby była realizowana odpowiednia krzywa błędów.

Poprawki liniowe można jedynie stosować przy krótkich odcinkach (np. do 5-ciu rozet), licząc się z możliwością popełnienia błędu rzędu 1 metra na współrzędnych wyrównanych. Ta ostatnia uwaga odnośnie dostateczności krótkich odcinków rozet może być wykorzystana przy projektowaniu odpowiedniego systemu liczenia odcinka.

W przypadku konieczności przeliczania odcinków rozet dłuższych od 5-ciu rozet, można byłoby przeliczenia prowadzić od grup fotopunktów do środka odcinka. Sposób takiego przeliczenia skraca odcinek o połowę i jednocześnie nie pozwala na szybkie narastanie błędów i co zatem idzie pozwala rozrzucić otrzymane odchyłki liniowo. Jasnym jest, że przy tego

rodzaju postępowaniu należy mieć sprawdzone, dobre grupy fotopunktów. Ze względu na tę okoliczność wygodniejsze jest liczenie odcinka rozet od grupy do grupy fotopunktów, a wyrównanie należy prowadzić zgodnie z krzywą narastania błędów średnich. Ten ostatni sposób liczenia odcinka pozwala na sprawdzenie grup fotopunktów, które przy takim liczeniu będą w jednolitym układzie współrzędnych, który można traktować w pewnym stopniu jako układ dowolny. Ten ostatni sposób czyni pracę obliczeniową bardziej zmechanizowaną, a zatem organizacyjnie jest lepszy.

Ze względu na konieczność posługiwania się różnymi skalami zdjęć lotniczych przy opracowaniach map 1 : 5 000 i 1 : 10 000 został poniżej przedstawiony grafik błędów średnich współrzędnych punktów głównych do 12-go numeru włącznie. Grafik opracowano przy założeniach: $m_0 = \pm 1$ m, $m_a = \pm 2^\circ$ dla skal zdjęć lotniczych od 1 : 8 000 do 1 : 18 000.



W celu lepszego zilustrowania zagadnienia błędów średnich współrzędnych łańcucha rozet zostały załączone dwie tablice błędów średnich dla $m_a = \pm 2^c$ (Tabl. 5) i $m_a = \pm 3^c$ (Tabl. 6). Obie dla zdjęć lotniczych w skali 1 : 18 000 (opracowania w skali 1 : 10 000) i błędów średnich na współrzędne punktów wyjściowych (p. I i II) w granicach od zera do ± 3 m w odstępach co 1/2 metra.

 $m_a = + 2^c$

Tablica 5

Nr rozety	Nr wcięcia	Błędy średnie współrzędnych p-tów głównych						
		$m_a = 0$	$= 0,5$	$= 1,0$	$= 1,5$	$= 2,0$	$= 2,5$	$= 3,0$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	1,1	1,3	1,9	2,6	3,3	4,1	4,9
2	4	1,6	2,0	2,8	3,9	4,9	6,1	7,2
3	6	2,4	3,0	4,2	5,8	7,4	9,1	10,8
4	8	3,5	4,4	6,3	8,6	11,0	13,5	16,1
5	10	5,2	6,5	9,4	12,8	16,4	20,2	23,9
6	12	7,7	9,7	14,0	19,1	24,5	30,1	35,7
7	14	11,5	14,4	20,8	28,4	36,5	44,8	53,2
8	16	17,2	21,5	31,0	42,4	54,5	66,8	79,4
9	18	25,6	32,1	46,3	63,2	81,2	99,7	118,4
10	20	38,2	47,8	69,0	94,3	121,2	148,7	176,6

w metrach

 $m_a = \pm 3^c$

Tablica 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	1,6	1,8	2,3	2,9	3,6	4,3	5,0
2	4	2,4	2,6	3,3	4,2	5,3	6,3	7,4
3	6	3,6	4,0	5,0	6,4	7,9	9,5	11,1
4	8	5,3	5,9	7,4	9,4	11,7	14,1	16,5
5	10	7,8	8,7	11,0	14,1	17,4	21,0	24,6
6	12	11,6	13,0	16,4	20,9	26,0	31,3	36,7
7	14	17,3	19,4	24,5	31,2	38,7	46,6	54,8
8	16	25,8	28,8	36,5	46,6	57,8	69,6	81,7
9	18	38,5	43,0	54,4	69,4	86,1	103,7	121,8
10	20	57,3	64,1	81,2	103,6	128,5	154,7	181,7

w metrach

Tu należy jeszcze raz przypomnieć, że wykazane w tablicach 5 i 6 błędy średnie współrzędnych punktów głównych (radialnych) opierają się na założeniu, że cały łańcuch rozet opiera się tylko na jednej grupie fotopunktów.

Dla pełniejszego wyczerpania tematu, należy dać odpowiedź na ostatnie dwa pytania: 1) jak dojść do otrzymania wartości błędów średnich

mierzonych kąta — m_a , oraz 2) jak ustalić wartości błędów średnich współrzędnych punktów wyjściowych — m_0 , których współrzędne otrzymujemy z rozwiązania grupy fotopunktów?

Na pierwsze pytanie szukać należy odpowiedzi w dziennikach obserwacji triangulacji radialnej instrumentalnej, tj. na punktach obserwowanych dwukrotnie; powinny to być z reguły kierunki bazowe, oraz sprawdzenia punktów pojedynczych czyli raz wciętych. Jest rzeczą zrozumiałą, że błąd kąta pomierzonego jest związany z odpowiednim stanem instrumentu, który powinien być codziennie sprawdzany i rektyfikowany. Wyprowadzanie błędu średniego kąta z wielkości wolnego wyrazu równania boków rozety nie jest zupełnie właściwe ze względu na możliwość zniekształceń kątów rozety, wynikających z tytułu nachylnego zdjęcia lotniczego i różnic wysokości obserwowanych punktów terenu. Oba te wpływy, za pochylenie zdjęcia lotniczego oraz deniwelację terenu, dadzą się odpowiednio ustalić i ew. nawet zlikwidować odpowiednim postępowaniem technicznym. Ponadto, na pogorszenie dokładności pomiaru kąta wpływa zła jakość fotograficzna negatywu zdjęcia lotniczego oraz położenie punktu obserwowanego w stosunku do środka obrotu tarczy triangulatora radialnego. Zwracanie szczególnej uwagi na dobre wcięcie fotopunktów jest rzeczą pierwszej wagi w zagadnieniu rozwiązania grupy i odzinka. Dobre obserwacje charakteryzowane będą małym błędem średnim kierunku i w tym przypadku liczyć się należy z wartością przeciętną błędu średniego kąta ok. 2 wzgl. 3°.

Odpowiedź na drugie pytanie jest mniej bezpośrednia, bardziej ukryta i wiąże się z kształtem geometrycznym wcięcia grupy fotopunktów z określonej bazy zdjęcia. Dwa fotopunkty wcięte z jednej bazy stanowią grupę, której rozwiązanie sprowadza się do rozwiązania zadania Hansena. Nadliczbowa ilość fotopunktów w danej grupie pozwala jedynie konkretnie sądzić o dokładności wyznaczenia współrzędnych punktów wyjściowych (I i II). Jasnym jest, że nadliczbową ilością fotopunktów będą dwa nowe fotopunkty wcięte z tej samej bazy, jeśli wynik ma być niezależny. Wynik ten obciążony będzie błędami pomiaru polowego, błędami identyfikacji fotopunktów na zdjęciu lotniczym i samą obserwacją tych fotopunktów na triangulatorze radialnym. O dokładności współrzędnych punktów wyjściowych można obecnie powiedzieć z wyników pola doświadczalnego, z którego otrzymano wartości błędów średnich współrzędnych punktów wyjściowych $m_{yx} = \pm 0,3$ metra dla skali zdjęć lotniczych 1 : 10 000 (film) oraz przy uprzedniej sygnalizacji fotopunktów w terenie.

СТАНИСЛАВ ДМОХОВСКИ

СРЕДНЯЯ ОШИБКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОСКИХ КООРДИНАТ ЛЮБОГО ПУНКТА ТАК НАЗЫВАЕМОЙ „РОМБИЧЕСКОЙ СЕТИ“ РАДИАЛЬНОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ (ДО УРАВНОВЕШЕНИЯ)

Резюме

Польша — в большей части своей территории — является равнинной страной. Это позволяет на плоскую обработку фотограмметрических карт и планов масштаба 1:10.000 и даже 1:5.000. Способ обрабатывания карт или планов будет тем более экономическим, чем более он позволит заместить полевые измерения (веденные с целью получить геодезическую основу в форме точек полевой плановой подготовки) камеральной обработкой. Это сводится к возможности заместить — в наибольшей степени — полевую основу основой камеральной. Применение соответствующего камерального метода с целью сгущения (= замены) полевой основы связано с одной стороны с соответствующей точностью такого метода, а с другой стороны — с соответствующим масштабом аэрофотосъемки. Более мелкие масштабы аэрофотоснимков позволяют уменьшить расходы обработки (в сравнении с крупными масштабами), но могут не согласоваться с точностью обработки этих карт и планов. В связи с этим, чтобы возможно менее потратить на точности обработки, а выиграть на ее экономике, автор предлагает для камерального загущения полевой основы метод инструментальной радиальной фототриангуляции.

Результаты, полученные по наблюдениям на радиальном триангуляторе могут потом быть соответственно перечислены и уравновешены; таким образом, этот метод являлся бы полностью аналитическим, а не графическим, каким является графическая фототриангуляция способом восковок или механическим способом.

Основным инструментом для этого метода может быть радиальный фототриангулятор Цейсса, а еще лучше — радиальный фототриангулятор Вильда конструкции Roelofs'a. Применение этих инструментов позволит на точное измерение углов с средней ошибкой $\pm 2''$.

Старательное исполнение аэрофотоснимков относительно их отклонения от отвесной линии и обработка плоских территории этим методом позволит исключить ошибки, вызванные денивеляцией поверхности и наклоном аэрофотоснимков, которые вызывают искажения измеряемых радиальным фототриангулятором углов. Следует также учитывать, что объективы аэрофотоаппаратов (Авиотар, Авиогон, Инфратар и Инфрагон) работают фотографически очень хорошо. Вследствие этого можно рассчитывать на реальную пользу, которую может дать метод радиальной фототриангуляции при применении относительно простых и дешевых фотограмметрических инструментов.

В этом докладе автор ограничивается только до теоретического анализа средних ошибок плоских координат любого пункта ромбической сети, опирающейся на одной группе (состоящей из двух) точек полевой подготовки, находящейся на одном конце ромбической сети. Результаты такого перевычисления следует принять за предварительные результаты, которые в последствии должны быть уравновешены.

Чтобы иметь возможность оценить результаты предварительных вычислений, нужно обладать критериями допускаемых средних ошибок координат вычисляемых точек. И этим ограничивается цель и задача этого доклада.

Всё вычисление координат производится при помощи единичной или двойной вычислительной машины, применяя прямые засечки, как типичный процесс при этом вычислительном методе.

Рис. 3 и формулы (1y) и (1x) представляют наиболее общий случай прямой засечки и вычисления координат точки, определяемый засечками с двух данных точек и двух измерённых углов α_1, α_2 . Формулы (2y) и (2x) представляют их средние ошибки в наиболее общем виде. Если потом примем некоторые возможные и легкие для исполнения постулаты, именно правильную форму ромбов сети и параллельность оси ряда аэроснимков и оси системы геодезических (полевых) координат, то формулы общей формы (2y) и (2x) заменятся на формулы (4y) и (4x) или формулы (5y) и (5x). Для упрощения этих последних формул введем обозначение $C = 4 \frac{b^2}{c^2}$. Это обозначение представляет собой некоторую постоянную величину, связанную только с масштабом аэроснимков и соответствующим продольным их перекрытием в ряде.

В дальнейших рассуждениях принято, что средняя ошибка всех измеряемых углов одинакова и равна m_α .

Так как каждая главная точка соответствующего ромба будет вычисляться из верхних и нижних треугольников соответствующего ромба, то в следствие этого, как координаты каждого главного пункта может быть принята соответственная средняя арифметическая обоих результатов — и таким образом получаем формулы (8y) и (8x).

Формулы (6y) и (6x) а также (8y) и (8x) являются походными формулами для определения средних ошибок координат любого пункта ромбической сети, с оговоркой, что вычисление средних ошибок каждой дальнейшей точки ромбической сети требует знания средних ошибок координат предшествующих точек. В этом смысле составлена таблица 1.

Таблица 2 имеет своей целью изобразить соответствующие связи между средней ошибкой координат (m_{yi} , m_{xi}) определенной точки в функции средних ошибок координат исходных точек и коэффициента, связанного с величиной средней ошибки наблюдаемых углов ромба. Кроме того, она иллюстрирует способ соответствующих редукции числовых коэффициентов, которыми нужно выразить упомянутые функции. Так, напр. из таблицы 2 легко получаем соответствующую функцию для средней ошибки координат, напр.:

$$m_{y15} = \pm \frac{1}{4} \sqrt{1079m_{y1}^2 + 1079m_{x1}^2 + 4800m_{y11}^2 + 4802m_{x11}^2 + 31164 C_\alpha}$$

$$m_{x15} = \pm \frac{1}{4} \sqrt{1079m_{y1}^2 + 1079m_{x1}^2 + 4802m_{y11}^2 + 4800m_{x11}^2 + 31396 C_\alpha}$$

По величинам числовых коэффициентов при средних ошибках координат исходных пунктов 1 и 2 можно легко сообразить, что средние ошибки этих исходных пунктов (1 и 2) также влияют на среднюю ошибку координат определяемого пункта. По причине существующих малых разниц между средней ошибкой ординаты и средней ошибкой абсциссы определенного пункта, можно окончательно принять одно значение функции, т. е. $m_{yi} = m_{xi} = m_{yxi}$ и таким образом получим таблицу 4.

С целью численной иллюстрации разложения средних ошибок координат пунктов ромбической сети, даны две таблицы средних ошибок для $m_\alpha = \pm 2^\circ$ (Табл. 5) и $m_\alpha = \pm 3^\circ$ (Табл. 6). Обе таблицы соответствуют аэроснимкам в масштабе 1 : 18.000 и средним ошибкам координат исходных пунктов (1 и 2) в границах от 0 до 3 м. через каждые $\frac{1}{2}$ м.

Использование результатов этого труда будет темой дальнейших докладов автора.

STANISŁAW DMOCHOWSKI

THE MEAN ERROR IN THE DETERMINATION OF PLANE CO-ORDINATES OF ANY OF THE POINTS OF A RHOMBOID CHAIN OF RADIAL TRIANGULATION (BEFORE LEVELLING)

S u m m a r y

Poland is for the most part a country of plains. This allows for the application of plane methods of the photogrammetrical plotting of maps or plans on the scale 1 : 10 000 or 1 : 5 000. The wider the extent to which field work (aiming at providing a surveying substratum in the form of fixed points) may be replaced by studio work, the more economical the method of plotting maps or plans. This again consists in substituting a studio substratum for a field substratum as far as possible. The application of a suitable studio method in order to condense (= replace) a field substratum is related to the accuracy of this method on the one hand and to the scale of the air-photographs. Smaller scales of air-photographs allow for the costs of their plotting to be reduced (as compared to larger scales) but they may clash with the accuracy of plotting of a map or plan. Consequently, the author proposes instrumental radial triangulation as a studio method of condensing a field substratum in order to lose as little as possible on accuracy and win as much as possible on economy in plotting.

The results obtained from observations with the radial triangulator may subsequently be properly calculated and levelled. Thus, this would be a purely analytical method in contradistinction from such graphical methods as radial triangulation, by sighting or by tracing.

The Zeiss radial triangulator may be the basic instrument for this method and Wild radial triangulation of Roelofs, conception even more so. These instruments allow for an accurate measurement of angles with a mean error of $\pm 2''$.

Air-photographs accurate from the point of view of deviation from the vertical plane and surveys made by this method of areas sufficiently plane will exclude errors due to the differences in a altitude of the area and

the inclination of the air-photographs, which bring about distortions of the angles measured with the radial triangulator. As the object-glasses of the air-cameras (Aviotar, Aviogon, Infratar and Infragon) work photographically very well, real advantages may be expected from the method of radial triangulation with relatively simple and cheap photogrammetrical instruments used.

In the present work the author limits himself to analyzing the theoretical mean errors of the plane co-ordinates of any of the points of a rhomboid chain based on one group (pair) of fixed points lying at one end of the rhomboid chain. Thus the results of this calculation should be treated as rough and ought to be levelled afterwards.

To say whether the results of the first (rough) calculations are good or bad one has to know the criteria of the tolerable errors of the co-ordinates of the points in question. And it is to this task that the scope of the paper is limited.

The whole of the calculation of co-ordinates is made with the help of a single or double calculator by means of intersections, an operation typical of this method of calculation.

Fig. 3 and the formulae (1y) and (1x) represent the most general case of the intersection and calculation of the co-ordinates of a point intersected from two points given and two angles α_1, α_2 measured. The formulae (2y) and (2x) represent their mean errors in the most general form. Now if we make certain possible and easily realizable assumptions consisting in a regular form of the rhomboids, and if the axes of the series of air-photographs are parallel with the axes of the systems of surveying (field) co-ordinates, the formulae (2y) and (2x) of a general form will change to the formulae (4y) and (4x) or (5y) and (5x). In order to simplify the notation of the last formulae it is right to accept the denotation $C = \frac{b^3}{\rho^2}$. This denotation represents a definite constant connected only with the scale of the air-photographs and their corresponding overlaps in the series.

It has been accepted in the further discussion that the mean error of all angles observed is the same, m_α . Since each of the principal points of the rhomboid will be calculated from the upper and lower triangles of the rhomboid, the co-ordinates of the principal point of each rhomboid may be treated as a corresponding arithmetical mean of both the results; hence the formulae (8y) and (8x).

The formulae (6y) and (6x) as well as (8x) and (8y) are points of departure for deducing the mean errors of the co-ordinates of any of the points of a rhomboid chain, with the reservation that the calculation of the mean errors of each further point of the rhomboid chain requires the knowledge of the mean errors of the co-ordinates of other points. And that is how Table 1 was drawn up.

Table 2 is meant to show the corresponding relations between the mean error of the co-ordinates (m_{yi} , m_{xi}) of a definite point in the function of the mean errors of the co-ordinates of the starting points and the coefficient connected with the value of the mean error of the observed angles of the rhomboid. Besides, it illustrates the method of reducing suitably the numerical coefficients by which the above mentioned functions should also be expressed. Thus, it is easy to write down from Table 2 the corresponding function of the mean error of the co-ordinates, e.g.,

$$m_{y15} = \pm \frac{1}{4} \sqrt{1079 m_{yI}^2 + 1079 m_{xI}^2 + 4800 m_{yII}^2 + 4802 m_{xII}^2 + 31164 C_{\alpha}}$$

$$m_{x15} = \pm \frac{1}{4} \sqrt{1079 m_{yI}^2 + 1079 m_{xI}^2 + 4802 m_{yII}^2 + 4800 m_{xII}^2 + 31396 C_{\alpha}}$$

It may easily be inferred from the values of the numerical coefficients placed at the mean errors of the co-ordinates of the starting points I and II that the mean errors of these starting points (I and II) affect the mean errors of the co-ordinates of the point to be fixed in various ways. The differences between the mean errors of the abscissa and the mean error of the ordinate of a definite point are small and so one and the same value of the function, or $m_{yi} = m_{xi} = m_{yxi}$, may finally be accepted.

Two tables of mean errors, for $m_{\alpha} = \pm 2^{\circ}$ (Table 5) and for $m_{\alpha} = \pm 3^{\circ}$ (Table 6) were added to illustrate numerically the distribution of the mean errors of the co-ordinates of the points of a rhomboid chain. Both the tables correspond to air-photographs on the scale 1 : 18 000 and the mean errors of the co-ordinates of the starting points (I and II) varying from 0 to ± 3 m and at intervals of $\frac{1}{2}$ m.

Turning the results of the present work to account will be discussed in further papers by the present author.