

Rozwiązywanie układów równań normalnych przy pomocy maszyn matematycznych systemu kart dziurkowanych

Współczesna dążność do automatyzacji procesów rachunkowych znajduje między innymi swój wyraz w zastosowaniu matematycznych maszyn systemu kart dziurkowanych do obliczeń matematycznych. Maszyny te, jakkolwiek nie realizują postulatu całkowitej automatyzacji, tym niemniej skracają znacznie czas rachunku w porównaniu z czasem pracy rachmistrza, oraz zmniejszają prawdopodobieństwo otrzymywania błędnych wyników. Obie te własności są bardzo ważne przy masowych rachunkach geodezyjnych.

MATEMATYCZNE MASZYNY SYSTEMU KART DZIURKOWANYCH

Przed rozpoczęciem rachowania na maszynach systemu kart dziurkowanych, należy materiał liczbowy przenieść na znormalizowane karty dziurkowane. W wyniku tej czynności w kolumnach karty otrzymujemy kombinacje dziurek, które według przyjętego kodu odpowiadają poszczególnym cyfrom lub znakom danych wejściowych. Następnie w zależności od rodzaju wykonywanego rachunku, wydziurkowane karty sortuje się na potrzebne zbiory. W jeden zbiór sortuje się karty, na których ma być wykonana jednakowa operacja. Z kolei na desce rozdzielczej maszyny nastawia się operację, którą na danym zbiorze należy wykonać i wkłada się dany zbiór kart do maszyny. Z chwilą puszczenia maszyny w ruch, wykonuje ona tę operację kolejno na wszystkich kartach zbioru, a wyniki automatycznie dziurkuje. Przez kolejne sortowanie i wykonywanie operacji możemy wykonać dowolny rachunek numeryczny. Można również wyniki końcowe rachunku automatycznie drukować w postaci tabeli.

Maszyny systemu kart dziurkowanych mają zastosowanie przede wszystkim w rachunkach, których „sieć operacyjna” jest prosta i każda operacja jest taką ilość razy powtarzana — aby się zamortyzował czas nstawiania tablicy połączeń na poszczególne operacje. Warunki te są spełnione przy niektórych metodach rozwiązywania układów równań normalnych.

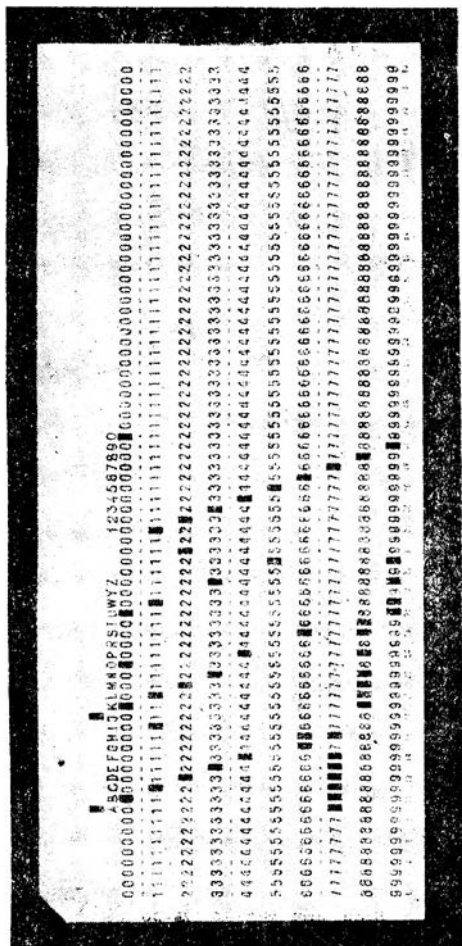
Jeżeli chodzi o zmniejszenie prawdopodobieństwa powstawania błędów w pracy maszyn systemu kart dziurkowanych w porównaniu z pracą rachmistrza, to wynika ono z trzech zasadniczych przyczyn. Po pierwsze — dane potrzebne do wykonania poszczególnych operacji są automatycznie wprowadzane do maszyny, co przy rozbudowanym systemie zabezpieczeń i kontroli jest wykonywane na ogół z wielką pewnością. Analogicznie przedstawia się sprawa przy wyprowadzaniu wyników poszczególnych operacji, które są automatycznie dziurkowane. Drugim czynnikiem zwiększającym pewność pracy maszyn systemu kart dziurkowanych jest kontrola wyników wykonywanych operacji. Istnieje wiele sposobów takiej kontroli, aż do podwójnego wykonywania każdej operacji włącznie. Trzecią z kolei przyczyną jest możliwość automatycznego wypisywania wyników w postaci tabeli, co eliminuje błędy mogące powstać przy przepisywaniu wyników. Oczywiście wszystkie te zalety stają się nieistotne jeżeli dane pierwotne zostaną błędnie przeniesione na karty dziurkowane. Z tego też względu, na poprawne wydziurkowanie kart zwraca się wiele uwagi i do zwiększenia pewności tej czynności służą — jak dalej zobaczymy — specjalne urządzenia.

Pośród wielu istniejących rodzajów maszyn matematycznych systemu kart dziurkowanych zostaną w dalszym ciągu pracy opisane jedynie maszyny najbardziej typowe, których udział w procesie racnowania układów równań normalnych wydaje się najbardziej celowym. Będziemy mieli tu do czynienia z kilku standartowymi maszynami, które są szczegółowo opisane w szeregu książek [4] i dlatego ograniczymy się jedynie do podania ich eksploatacyjnych możliwości.

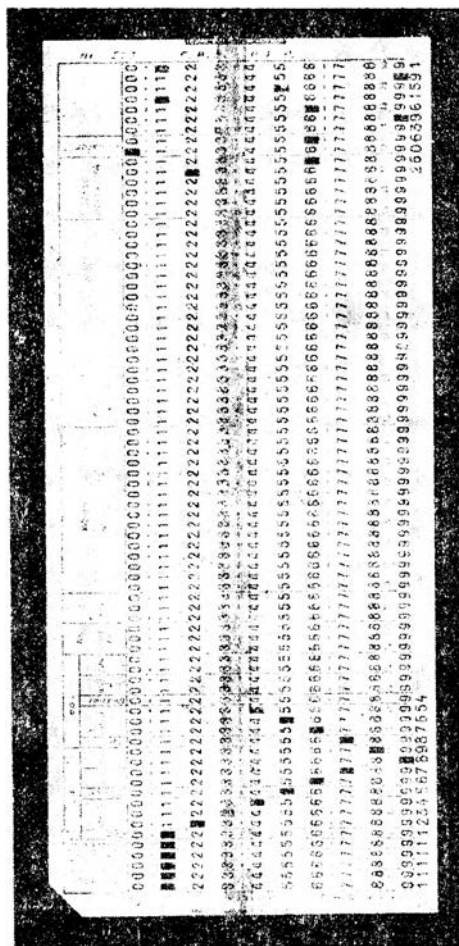
Dziurkarki i sprawdzarki

Dane na karty dziurkowane nanosi się przy pomocy specjalnych maszyn, zwanych dziurkarkami. Dziurkarki posiadają klawiaturę podobną do dziesięcio-klawiszowej klawiatury maszyn do liczenia. Naciśnięcie przez operatora poszczególnego klawisza maszyny, powoduje wydziurkowanie na karcie kombinacji dziurek odpowiadającej według przyjętego kodu, symbolowi danego klawisza. Kolumny karty są dziurkowane kolejno od lewej strony do prawej, przy czym przesuw karty jest najczęściej automatyczny, tak że operatorowi pozostaje jedynie czynność naciskania właściwych klawiszy. Celem uniknięcia możliwości mylnego ułożenia karty w maszynie obcina się jej lewy górny róg.

Wymiary kart i rozmieszczenie na nich poszczególnych dziurek jest dla danego systemu maszyn znormalizowane. Najbardziej rozpowszechnione są karty o 80 lub 90 kolumnach. Na kartach takich można zapisać zatem 80 lub 90 symboli. Do zapisu tych symboli stosuje się w praktyce kilka kodów w zależności od rodzaju maszyn, na których wykonywane są rachunki. Dla przykładu omówimy kod stosowany przy kartach 30 kolum-



Rys. 78. Przy pomocy kombinacji dziurek można zapisywać litery i cyfry



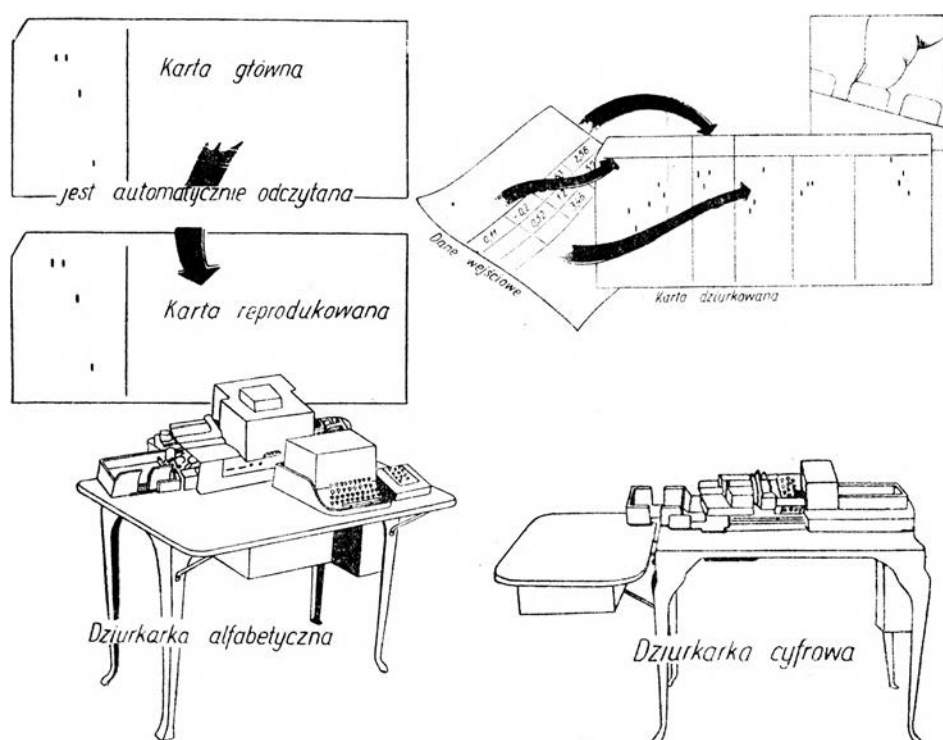
Rys. 79. Typowa karta dziurkowana

nowych. Jak to widać na rysunku, w każdej kolumnie znajdują się miejsca na 12 dziurek. W zależności od tego, w którym z tych miejsc znajduje się dziurka (lub kombinacja dziurek), kolumna zawiera ten lub inny symbol. Na rysunku są podane kombinacje dwu dziurek odpowiadające poszczególnym literom oraz miejsca w których powinny się znajdować dziurki przy poszczególnych cyfrach. Poszczególne kolumny dziurkuje się i odczytuje w zasadzie niezależnie, można jednak sąsiednie kolumny łą-

czyć w grupy, np. w osiem dziesięcio-kolumnowych grup reprezentujących osiem dziewięciocyfrowych liczb (jedna kolumna jest zazwyczaj przeznaczona dla zapisania znaku).

Czasami jest rzeczą konieczną zapisywać na karcie obok liczb symbole literowe. Do tego celu służą dziurkarki alfabetyczne, których klawiatura podobnie jak klawiatura maszyn do pisania zawiera wszystkie potrzebne litery.

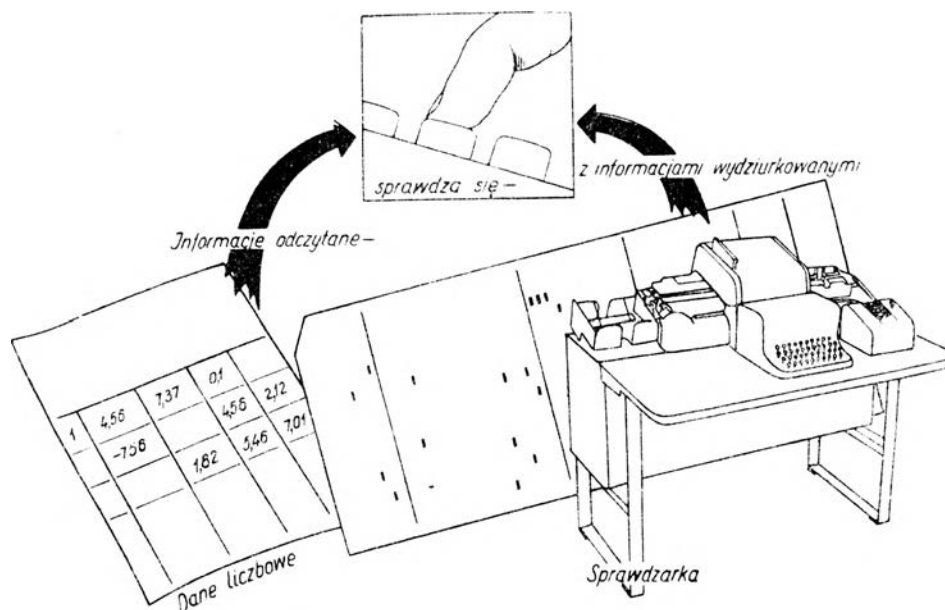
Stosowane w praktyce dziurkarki posiadają często szereg udogodnień pozwalających zaoszczędzić czas pracy operatora. W wypadku powtarzania się jednakowych symboli, można tak nastawić dziurkarke, ażeby by-



Rys. 80. Dziurkowanie i reprodukcję kart można wykonywać przy pomocy dziurkarek

ły one dziurkowane automatycznie w potrzebnych kolumnach, a operatorowi pozostawić do dziurkowania jedynie te kolumny, w których odpowiadające im wielkości ulegają ciągłym zmianom. Można również dziurkować identycznie dwie lub więcej kart, bez potrzeby powtórnego palcowania klawiaturą. Istnieją również specjalne dziurkarki, które mają zdolność automatycznego odczytywania wielkości zarejestrowanych przez najrozmaitsze przyrządy i dziurkowania ich na kartach. Tego rodzaju urządzenia nie są jednak standartowe i muszą być każdorazowo przystosowane do poszczególnych przyrządów.

Po wydziurkowaniu kart, należy sprawdzić poprawność wykonania tej czynności. Do tego celu służą maszyny zwane sprawdzarkami. Po włożeniu wydziurkowanych kart do sprawdzarki, która posiada podobną jak dziurkarka klawiaturę, palcujemy na niej tak, jak byśmy mieli zamiar powtórnie dziurkować ten sam materiał wejściowy. Jeżeli w trakcie wykonywania tej czynności kombinacja dziurek uprzednio wydziurkowanych na karcie nie zgadza się według przyjętego kodu z symbolem naciśniętego klawisza, to wówczas zapala się sygnał świetlny, informujący o powstałej różnicy i w wypadku błędnego wydziurkowania karty należy błąd ten skorygować. Jeżeli natomiast błędu nie ma, to automatycznie zostaje następna karta przesunięta do sprawdzenia. Oczywiście na sprawdzarkach można sprawdzać poprawność wydziurkowania zarówno cyfr jak i symboli literowych.



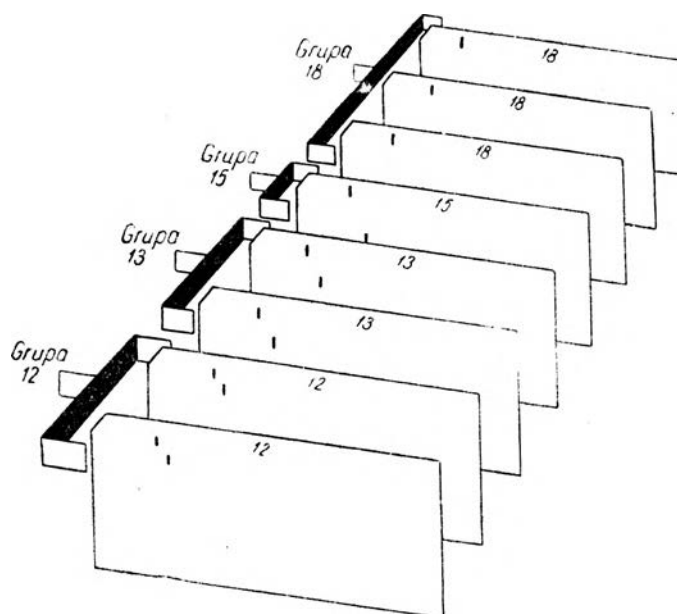
Rys. 81. Kontrola poprawności wydziurkowania karty jest wykonywana na sprawdzarkach

Na ręcznych dziurkarkach i sprawdzarkach pracuje się z prędkością analogiczną do prędkości pracy na maszynie do pisania. Wprawny operator może w ciągu godziny wydziurkować około 125 kart.

Sortery i mieszacze

Sorterami nazywamy maszyny, przy pomocy których można przeprowadzić sortowanie kart w zależności od wartości, które są na kartach wydziurkowane. Sortery sortują tylko względem jednej kolumny. Przed rozpoczęciem pracy należy nastawić na sorterze numer kolumny, wzglę-

dem której mamy zamiar sortować. Po włożeniu kart do magazynu wejściowego i puszczeniu maszyny w ruch, karty z magazynu wejściowego są automatycznie przekładane do jednego z trzynastu zbiorników, w zależności od wydziurkowanej na karcie wartości sortowanej kolumny. Karty, które w tej kolumnie nie mają ani jednej dziurki, są przekładane do trzynastego zbiornika, natomiast pozostałe dwanaście zbiorników wypełniają karty z dziurką w miejscu odpowiadającym danemu zbiornikowi. W wypadku gdy w danej kolumnie znajduje się większa liczba dziurek, można nastawić sorter tak, aby brał pod uwagę jedynie pierwszą z nich lub drugą od górnego brzegu karty — w zależności od potrzeby.



Rys. 82. Przy pomocy sortera można układać karty w kolejne grupy względem wyróżnionego wskaźnika

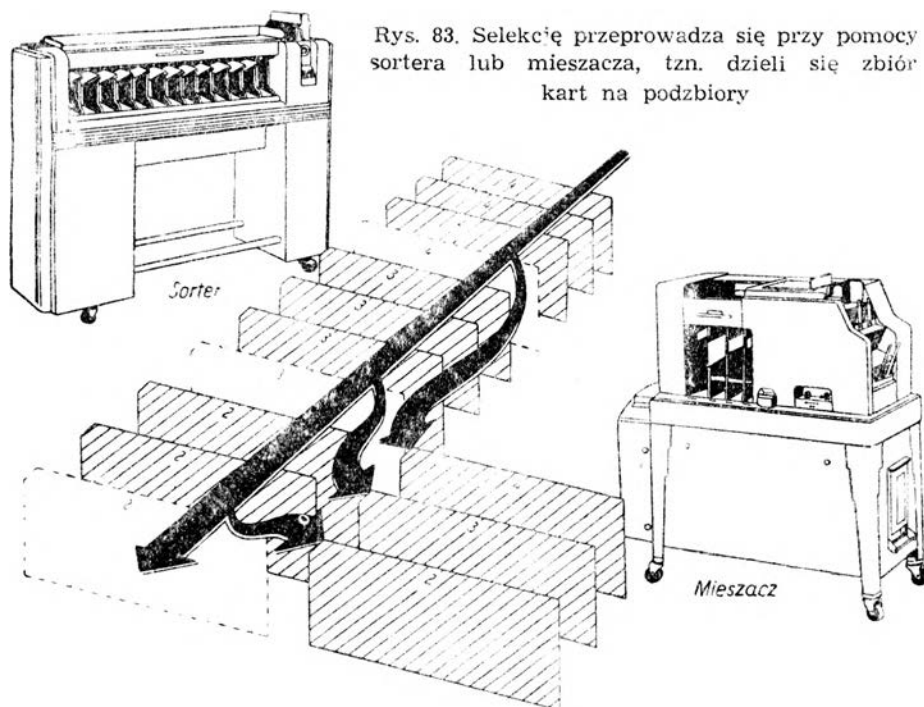
Ażeby wysortować karty względem kilku kolumn należy je kilkakrotnie przepuścić przez sorter, przy czym każdorazowo sortując względem innej kolumny.

W niektórych sorterach są dobudowane przy każdym zbiorniku liczniki, które rejestrują ilość wpadających doń kart. Prędkość sortowania wynosi około 500 kart na minutę.

Mieszaczem nazywamy maszynę przystosowaną do wykonywania bardziej złożonych czynności niż sorter. Posiada on dwa magazyny wejściowe, cztery zbiorniki oraz tablicę połączeń na której nastawia się kryteria, według których chcemy przemieszczać karty z dwóch magazynów wejściowych do czterech zbiorników. W zależności od nastawienia tej tablicy,

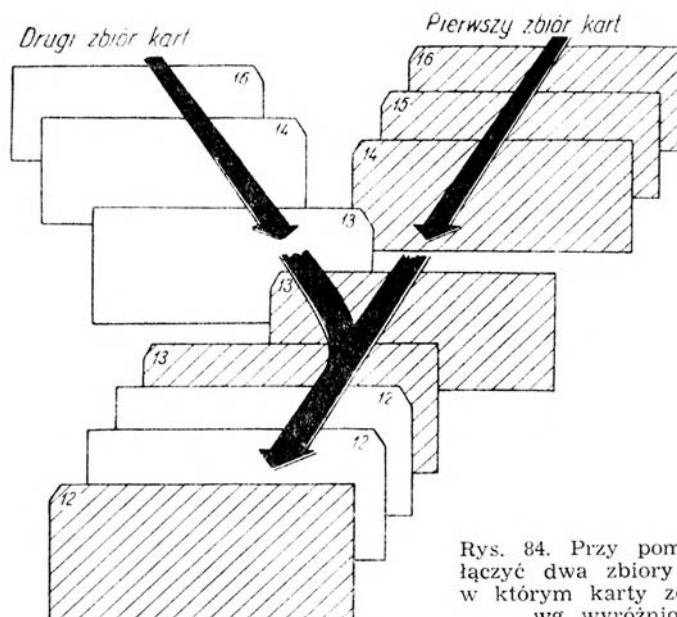
jak również w zależności od wartości wydziurkowanych na kartach — karty te są przesuwane z jednego z dwu magazynów wejściowych do jednego z czterech zbiorników.

Można np. tak nastawić tablicę połączeń mieszacza, by brał on pod uwagę tylko liczby, których cyfry są wydziurkowane na kartach w piątej i szóstej kolumnie, a następnie mieszał karty w sposób niżej podany



- a) jeżeli liczby w rozpatrywanych kolumnach na obu kartach wejściowych są równe, to obie te karty przenieść do zbiornika pierwszego tak, by karta z magazynu pierwszego znajdowała się przed kartką z magazynu drugiego.
- b) Jeżeli liczby w rozpatrywanych kolumnach na obu kartach wejściowych są różne, to karty z magazynu pierwszego przenieść do zbiornika drugiego, a karty z magazynu drugiego — do zbiornika trzeciego.

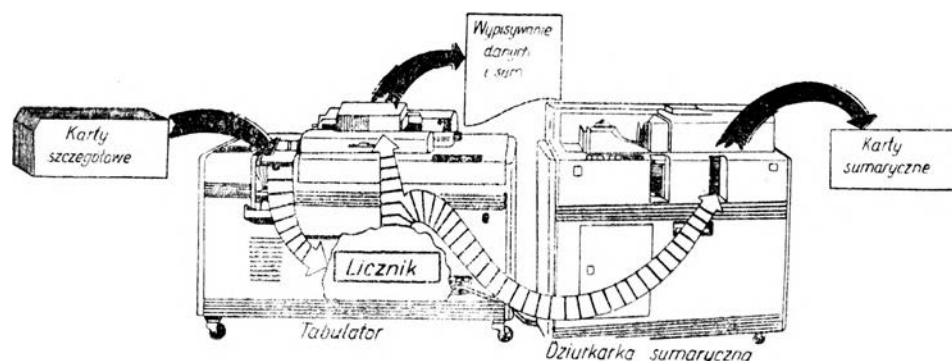
W wyżej podanym cyklu pracy mieszacza nie został wykorzystany czwarty zbiornik, jednak przy wielu praktycznych zagadnieniach wszystkie zbiorniki są wykorzystane, a nawet niekiedy ich brakuje i wówczas należy karty przepuszczać kilkakrotnie przez maszynę. Mieszacz pracuje ze średnią szybkością około 250 operacji na minutę.



Rys. 84. Przy pomocy mieszacza można łączyć dwa zbiory kart w jeden zbiór, w którym karty zostają kolejno ułożone wg wyróżnionego wskaźnika

Tabulator i dziurkarka sumaryczna

Tabulator służy do sumowania poszczególnych danych z kart, a następnie do ich drukowania na arkuszu papieru. Podobnie jak mieszacz posiada on również tablicę połączeń, na której nastawia się potrzebny rodzaj operacji. Do sumowania służą specjalne liczniki, które w zależności od znaku liczb mogą dodawać lub odejmować wartości wydziurkowane na



Rys. 85. Tabulator może wypisywać dane z kart szczegółowych oraz ich sumy. Dziurkarka sumaryczna wypisane dane automatycznie dziurkuje na kartach sumarycznych

kartach w odpowiadających danemu licznikowi kolumnach. Poszczególne składniki sumy jak również same sumy mogą być drukowane w postaci tablicy na arkuszu papieru. Często tablice te fotografuje się, by bez żadnego przepisywania móc je drukować. Tabulator pracuje z szybkoś-

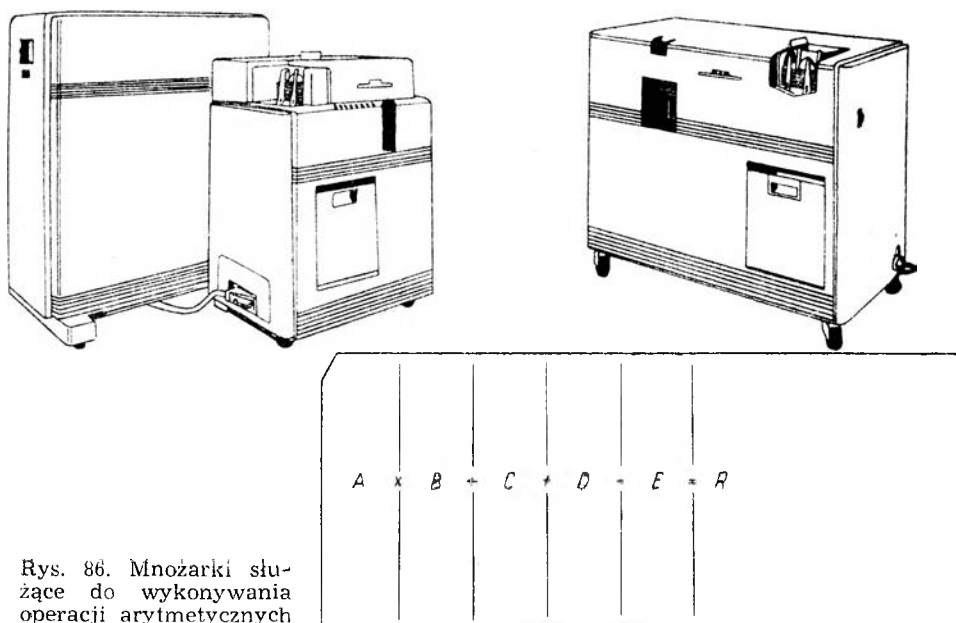
cią do 9 tys. kart na godzinę, jednak przy bardziej skomplikowanych operacjach szybkość ta znacznie się zmniejsza.

W wypadku, gdy wydrukowane przez tabulator wielkości są potrzebne jeszcze do rachunku, można wówczas dostawić do tabulatora specjalną dziurkarkę sumaryczną, przy pomocy której dziurkuje się automatycznie drukowane przez tabulator dane na oddzielnych kartach. Prędkość pracy dziurkarki sumarycznej jest równa prędkości z jaką pracuje tabulator.

Istnieje wiele najrozmaitszych typów tabulatorów. Niektóre z nich pozwalają również na wykonanie operacji mnożenia lub nawet dzielenia. Do wykonywania tych operacji są raczej rzadko używane ze względu na stosunkowo małą prędkość.

Mnożarki

Mnożarkami nazywamy maszyny, które służą do wykonywania operacji dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia. Przy pomocy tych maszyn można wykonywać równocześnie nawet kilka operacji na liczbach, których wartości są podane na jednej lub dwu następujących po sobie kartach dziurkowanych. Wyniki są dziurkowane również na tych



Rys. 86. Mnożarki służące do wykonywania operacji arytmetycznych

samych kartach w przeznaczonych do tego celu kolumnach. Do nastawiania potrzebnej operacji służy tablica połączeń przy pomocy której można z dość dużą swobodą nastawić kombinacje operacji. Można np. tak nastawić tablicę połączeń, by liczba, której cyfry są wydziurkowane w pierwszych sześciu kolumnach karty, była pomnożona przez liczbę, której

cyfry są wydziurkowane w następnych sześciu kolumnach karty, a następnie aby do otrzymanego iloczynu dodana została liczba wydziurkowana od trzynastej do osiemnastej kolumny karty i wynik operacji został wydziurkowany w ostatnich jedenastu kolumnach tej samej karty (rys. 79).

Bardzo często zachodzi potrzeba mnożenia przez stały czynnik. Operację tę można wykonać przy pomocy mnożarki w ten sposób, że na pierwszej karcie, zwanej kartą przewodnią (odróżnia się ona od innych kart tym, że posiada dodatkową dziurkę w miejscu na które tablica połączeń jest nastawiona), zostaje wydziurkowany stały czynnik. Czynnik ten po odczytaniu karty zostaje zapamiętany przez jeden z liczników mnożarki i w ten sposób możliwe jest wymnażanie go przez liczby, które są wydziurkowane na następnych kartach. Wspomniane wyżej rodzaje operacji można wykonywać na większości mnożarek najrozmaitszych typów, przy czym poszczególne typy mają niejednokrotnie możliwość wykonywania bardziej złożonych operacji, które należy uwzględnić przy nastawianiu tablicy połączeń.

Jeżeli chodzi o prędkość pracy mnożarek to istnieją tu dość znaczne różnice w zależności od rodzaju wykonywanej pracy i typu mnożarki, na której są wykonywane rachunki. Tym niemniej można stwierdzić, że przeważnie prędkość wykonywania operacji jest ograniczona czasem potrzebnym na wykonanie czynności mechanicznych (dziurkowanie i przesów karty) i nie przekracza ona na ogół 7 tys. kart na godzinę.

METODY RACHUNKOWE

Przed przystąpieniem do analizy przydatności poszczególnych metod rachunkowych do rozwiązywania układów równań normalnych na maszynach systemu kart dziurkowanych, należy wyraźnie zdać sobie sprawę ze specyfiki w ten sposób prowadzonych rachunków.

Proces rachowania na maszynach systemu kart dziurkowanych polega — jak to już było wspomniane — na kolejnych przesegregowaniach zbiorów kart (w dalszym ciągu proces przesegregowywania zbiorów kart nazywać będziemy *operacjami na kartach* [2]) i wykonywaniu operacji arytmetycznych na liczbach. W związku z tym należy zauważyć, że wybór metody matematycznej nie określa jednoznacznie procesu rachowania, gdyż ustala jedynie operacje na liczbach, pozostawiając natomiast w wykonywaniu operacji na kartach dość znaczną — na ogół — dowolność. Dla przykładu rozpatrzmy obliczenie pierwiastka krakowianowego:

$$\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \dots & a_{n,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \dots & a_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \dots & a_{n,n} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_{1,1} & s_{2,1} & \dots & s_{n,1} \\ s_{1,2} & s_{2,2} & \dots & s_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1,n} & s_{2,n} & \dots & s_{n,n} \end{vmatrix}$$

gdzie jak wiadomo:

$$s_{ij} = \begin{cases} a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{ik} \cdot s_{kh} & \text{dla } i \geq j \\ a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} s_{jh}^2 & \end{cases}$$

Z powyższego wzoru wynika, że jest rzeczą najzupełniej obojętną czy będziemy obliczać wyrazy pierwiastka wierszami czy też kolumnami, co z kolei nie jest obojętne dla obsługujących maszyny systemu kart dziurkowanych, ze względu na różnice występujące przy wykonywaniu operacji na kartach. Oczywiście operacje na kartach są dla danej metody w pewnym stopniu ograniczone operacjami na liczbach. Nie można na przykład układać operacji na kartach w ten sposób, aby obliczać wiersze „od końca”, ponieważ aby obliczyć wartość s_{ij} dla $i > j$, trzeba znać uprzednio wartość s_{ji} .

Reasumując powyższe rozważania można stwierdzić, że przy wykonywaniu rachunków na maszynach systemu kart dziurkowanych metoda matematyczna rozwiązywania zagadnienia może być nieekonomiczna, jeżeli nie można dla niej dobrać wygodnego systemu operacji na kartach. Dopiero umiejętne powiązanie tych dwóch rodzajów operacji może dać pozytywne rezultaty i przyczynić się do ekonomicznego wykorzystania maszyn systemu kart dziurkowanych.

Przed przystąpieniem do samego rachunku, należy ułożyć sobie jego plan, który dalej nazywać będziemy programem. Program powinien zawierać oprócz schematu operacji na kartach i na liczbach, również sposób oznaczania poszczególnych kart wskaźnikami. Wskaźniki te są potrzebne do wykonywania operacji na kartach, tzn. do grupowania kart o identycznym wskaźniku (zawartym w kolumnach, względem których segregujemy lub mieszamy karty) i muszą być w taki sposób zaprojektowane, aby odpowiedniość pomiędzy kartą, a jej uporządkowanym zbiorem wskaźników była jednoznaczna, tzn. aby dwu różnym kartom odpowiadały dwa różne uporządkowane zbiory wskaźników i odwrotnie, różnym uporządkowanym zbiorom wskaźników odpowiadają różne karty. Własność ta jest szczególnie ważna przy kontroli rachunku lub eliminacji popełnionego błędu, ponieważ zawsze wiadomo, jakie wielkości są na kartach wydziurkowane. Weźmy dla przykładu pod uwagę operację mnożenia dwu kolumn krakowianowych:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \{c\}$$

Założymy, że powyższy rachunek przeprowadzony zostanie w dwu krokach:

— W pierwszym wykonamy poszczególne mnożenia

$$a_i \cdot b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

i otrzymane iloczyny wydziurkujemy na oddzielnych kartach iloczynowych.

— W drugim kroku zsumujemy wartości z poszczególnych kart iloczynowych i w ten sposób otrzymamy żądany iloczyn krakowianowy.

Przy powyższym założeniu zastanowimy się, czy istnieje konieczność oznaczania osobnymi indeksami poszczególnych kart iloczynowych. Oczywiście konieczności takiej nie ma, gdyż ze względu na przemienność sumy, jest rzeczą najzupełniej obojętną, w jakiej kolejności iloczyny z tych kart będą sumowane. Ale, jeżeli powyższa operacja jest częścią składową jakiegoś bardziej skomplikowanego programu, wówczas nie mamy możliwości kontroli rachunku. Reasumując powyższe rozważania należy stwierdzić, że przyporządkowywanie różnym kartom różnych zespołów indeksów nie jest w zasadzie konieczne, tym niemniej jest bardzo wygodne przy rachowaniu na dużej ilości kart dziurkowanych, co ma miejsce np. przy rozwiązywaniu większych układów równań normalnych.

Przy układaniu wskaźników, które mają reprezentować poszczególne karty — nie należy również zapominać o tym, by każdy potrzebny do rachunku zbiór kart miał przyporządkowany co najmniej jeden wskaźnik, tzn. aby na kartach jednego zbioru wskaźnik ten miał stałą wartość liczbową.

W dalszym ciągu wyrażenie a_{ijk} będziemy traktować jako zbiór czterech uporządkowanych wskaźników a, i, j, k , które określają nam w sposób jednoznaczny odpowiadającą im kartę dziurkowaną. Oczywiście wyodrębnienie danej karty nie określa jeszcze poszczególnych liczb, które mają być wydziurkowane w różnych jej kolumnach. W związku z tym podzielimy całą kartę dziurkowaną na pola i oznaczmy je kolejnymi numerami. Jeżeli teraz do wyrażenia określającego kartę dziurkowaną dodamy jeszcze jeden wskaźnik, określający numer pola danej karty, to otrzymamy nowe wyrażenie, które odpowiada poszczególnej liczbie wydziurkowanej na danej karcie, np. wyrażenie $a_{ijk,1}$ oznacza liczbę wydziurkowaną na 1-tym polu karty a_{ijk} .

Obecnie wprowadzimy symbole operacji na liczbach. Symbol:

$$a_{ijk,1} \cdot a_{ijk,2} = D \quad a_{ijk,3} \quad \text{gdzie} \quad \begin{aligned} i &= \text{Const} \\ j &= \text{Const} \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

oznacza jedną z możliwych do wykonania przez maszyny systemu kart dziurkowanych czynności. Przede wszystkim $i, j = \text{Const}$ oraz $k = 1, 2, \dots, n$ mówi nam, że mamy tu do czynienia ze zbiorem n kart.

Na wszystkich kartach tego zbioru wykonujemy identyczną operację: a mianowicie mnożymy liczbę wydziurkowaną na pierwszym polu karty przez liczbę wydziurkowaną na drugim polu karty i następnie otrzymany iloczyn dziurkujemy na trzecim polu tej samej karty. Warto zauważyć jak istotną gra tu rolę umieszczenie litery D z prawej strony znaku równości. Gdybyśmy pominęli literę D , to wówczas wyrażenie to mówiłoby jedynie, że iloczyn wartości wydziurkowanych na pierwszym i drugim polu karty jest równy wartości wydziurkowanej na trzecim polu tej samej karty, nie rozróżniając czy prawa strona równania została utrzymana w wyniku wymnożenia wielkości z lewej strony, czy też odwrotnie, lewa strona została utrzymana w wyniku rozkładu na czynniki prawej strony. Dopiero umieszczenie z prawej strony równania litery D jednoznacznie określa czynność jaką należy wykonać: wydziurkować liczbę w miejscu $a_{i,k,3}$.

Ponieważ jednak liczba ta jest równa iloczynowi liczb $a_{ijk,1}$ i $a_{ijk,2}$ więc ażeby móc wykonać dziurkowanie, trzeba najpierw wykonać powyższe mnożenie. Ogólnie mówiąc, umieszczenie z prawej strony znaku równości litery D oznacza następujący rozkaz: wykonaj operację, która jest zaznaczona z lewej strony znaku równości i wynik tej operacji wydziurkuj w miejscu, określonym przez prawą stronę równania. Czasami rozkaz ten może ulec redukcji, np. wyrażenie:

$$a_i = D \quad a_{i,4,3;1} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

oznacza rozkaz: wydziurkuj wartości a_i w miejscach $a_{i,4,3,1}$

Rozkazy takie często występują przy przenoszeniu danych z formularza na karty dziurkowane lub przy reperforacji kart. W tym ostatnim wypadku można nawet uzyskać zmianę wskaźników, np.:

$$a_{1,2,k;1} = D \quad a_{3,4,k+1;2} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Przy pomocy wyżej wprowadzonych oznaczeń można przedstawić każdą operację na liczbach. W dalszym ciągu wprowadzimy jeszcze sposób oznaczania operacji na kartach.

Najprostszą operacją na kartach jest ich układanie względem wyróżnionego wskaźnika w ten sposób, aby karta w której wyróżniony wskaźnik ma wartość mniejszą, znajdowała się przed kartą, której wyróżniony wskaźnik ma wartość większą i odwrotnie (przy równych wskaźnikach wzajemne położenie kart jest dowolne). Operację tę można wykonać na sorterze przez kolejne sortowanie względem wszystkich kolumn wyróżnionego wskaźnika. Umówimy się, że symbol:

$$S(i) \ a_{ijk}$$

oznaczać będzie sortowanie zbioru kart a_{ijk} względem wskaźnika i . Analogicznie symbol

$$s(i, j, k) \quad a_{ijk}$$

przedstawia kolejne sortowanie względem wskaźników i , j , oraz k .

Drugą z kolei operację na kartach oznaczać będziemy symbolem:

$$a_{ij} \vee b_{ik}$$

Symbol ten oznacza, że zbiór kart a_{ij} mieszamy ze zbiorem kart b_{ik} w jeden wspólny zbiór c , w którym a_{ij} znajdują się przed b_{ik} (dla każdego i).

Czynność odwrotną, tzn. rozdzielenie zbioru c na zbiory a_{ij} i b_{ik} oznaczamy symbolem

$$\wedge a_{ij} \wedge b_{ik}$$

W dalszym ciągu podane zostanie w zarysie kilka możliwych schematów pracy maszyn systemu kart dziurkowanych przy rozwiązywaniu układów równań normalnych [5] [3].

Dany układ równań normalnych zapisujemy w następującej postaci:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot x_i = a_{i,n+1} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

lub krakowianowo:

$$x \cdot \tau A = a$$

gdzie

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{2,1} & \dots & a_{n,1} \\ a_{1,2} & a_{2,2} & \dots & a_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,n} & a_{2,n} & \dots & a_{n,n} \end{bmatrix}, \quad a = \begin{bmatrix} a_{n+1,1} \\ a_{n+1,2} \\ \vdots \\ a_{n+1,n} \end{bmatrix}$$

przy czym założymy, że krakowian A jest prostokątny i symetryczny o współczynnikach rzeczywistych.

Kolumnę sumową oznaczmy symbolem a_s , a elementy jej wskaźnikami $n+2, j$:

$$a_s = \begin{bmatrix} a_{n+2,1} \\ a_{n+2,2} \\ \vdots \\ a_{n+2,n} \end{bmatrix}$$

Program

rozwiązywania układów równań normalnych metodą eliminacji Gaussa

Cykl oper.	Numer oper.	Operacja	Uwagi
0.	1.	$a_{ij} = D \quad a_{i,j+1}$	dla $i = 1, 2, \dots, n+2$ $j = i, i+1, \dots, n$ ręczne dziurkowanie współczynników układu (można pominąć wyrazy, których wartość równa jest zeru)
	2.	$s(j) \quad a_{i,j,0}$	sortowanie względem wierszy, sortowanie względem kolumn dla $i = 1, 2, \dots, n+2$
1.	1.	$s(i) \quad a_{i,1,0}$	dziurkowanie odwrotności elementu $a_{1,1}$
	2.	$-1/a_{1,1,0;1} = D \quad a_{1,1,1}$	
	3.	$a_{1,1,1} \cdot a_{i,1,0;1} = D \quad a_{i,1,1}$	dla $i = 2, 3, \dots, n$
	4.	$a_{i,1,0;1} \cdot a_{i,1,1;1} = D \quad a_{i,i,1}$	dla $i = 2, 3, \dots, n$ $i = i, i+1, \dots, n+2$
2.	1.	$s(i) \quad a_{i,2,k}$	dla $k = 0, 1$ $i = 2, 3, \dots, n+2$
	2.	$\sum_{k=0}^1 a_{i,2,k;1} = D \quad a_{i,2,x,1}$	x oznacza dziurkę w jedenaścym wierszu kolumny przyporządkowanej trzeciemu wskaźnikowi.
	3.	$-1/a_{2,2,x,1} = D \quad a_{2,2,2;1}$	
	4.	$a_{2,2,2;1} \cdot a_{i,2,x;1} = D \quad a_{i,2,2;1}$	dla $i = 3, 4, \dots, n$
	5.	$a_{i,2,x;1} \cdot a_{i,2,2;1} = D \quad a_{i,i,2;1}$	dla $i = 3, 4, \dots, n$ $i = i, i+1, \dots, n+2$
3.	1.	$s(i) \quad a_{i,3,k}$	dla $k = 0, 1, 2$ $i = 3, 4, \dots, n+2$
	2.	$\sum_{k=0}^2 a_{i,3,k;1} = D \quad a_{i,3,x;1}$	
	3.	$-1/a_{3,3,x;1} = D \quad a_{3,3,3;1}$	
	4.	$a_{3,3,3;1} \cdot a_{i,3,x;1} = D \quad a_{i,3,3;1}$	dla $i = 4, 5, \dots, n$

Cykl. oper	Nr oper.	Operacja	Uwagi
3.	5.	$a_{i,i,x;1} \cdot a_{i,3,3;1} = D \quad a_{i,i,3;1}$	dla $i = 4, 5, \dots, n$ $\bar{i} = i, i+1, \dots, n+2$
j.	1.	$s(i) \quad a_{i,j,k}$	dla $k=0, 1, \dots, j-1$ $i = j, j+1, \dots, n+2$
	2.	$\sum_{k=0}^{j-1} a_{i,j,k;1} = D \quad a_{i,j,x;1}$	
	3.	$1/a_{i,j,x;1} = D \quad a_{j,j,j;1}$	dla $i = j+1, \dots, n$
	4.	$a_{j,j,j;1} \cdot a_{i,j,x;1} = D \quad a_{i,j,j;1}$	
	5.	$a_{i,j,x;1} \cdot a_{i,j,j;1} = D \quad a_{i,i,j;1}$	dla $i = j+1, j+2, \dots, n$ $\bar{i} = i, i+1, \dots, n+2$
n.	1.	$s(\bar{i}) \quad a_{i,n,k}$	dla $k=0, 1, \dots, n-1$ $i = n, n+1, n+2$
	2.	$\sum_{k=0}^{n-1} a_{i,n,k;1} = D \quad a_{i,n,x;1}$	

W wyniku wykonania wyżej wymienionych operacji otrzymamy na kartach $a_{i,j,x}$ szukane elementy macierzy odwrotnej. Ażeby to udowodnić wystarczy wykazać:

$$a_{i,j,x;1} = a_{i,j,0;1} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{i,k,x;1} \cdot a_{j,k,x;1} \cdot a_{k,k,x;1}^{-1}$$

Z rozkazu j. 2. wynika:

$$a_{i,j,x;1} = \sum_{k=0}^{j-1} a_{i,j,k;1} = a_{i,j,0;1} + \sum_{k=0}^{j-1} a_{i,j,k;1}$$

z rozkazu j. 5:

$$a_{i,j,k;1} = a_{i,k,x;1} \cdot a_{j,k,k;1}$$

podstawiając ostatnią z tych równości do poprzedniej otrzymamy:

$$a_{i,j,x;1} = a_{i,j,0;1} + \sum_{k=1}^{j-1} a_{i,k,x} \cdot a_{j,k,k;1}$$

Biorąc pod uwagę rozkaz j . 4:

$$a_{j,k,k;1} = a_{k,k,k;1} \cdot a_{j,k,x;1}$$

oraz rozkaz j . 3:

$$a_{k,k,k;1} = -1/a_{k,k,x;1}$$

otrzymamy:

$$a_{j,k,k;1} = -a_{j,k,x;1} \cdot \frac{1}{a_{k,k,x;1}}$$

czyli ostatecznie

$$a_{i,j,x;1} = a_{i,j,0;1} - \sum_{k=1}^{j-1} a_{i,k,x;1} \cdot a_{j,k,x;1} \frac{1}{a_{k,k,x;1}} \quad \text{c. b. d. o.}$$

Warto zauważyć, że powyższy program jest bardzo wygodny w wypadku, gdy mamy do czynienia z układem równań normalnych, którego wiele współczynników równa się zero. Wówczas nie trzeba już ich dziurkować i operacje wykonuje się jedynie na wartościach różnych od zera.

Drugą ważną zaletą tego programu jest możliwość otrzymania bezpośrednio niewiadomych. W tym celu dziurkujemy na kartach $a_{n+i+2,i,0}$ (dla $i = 1, 2, \dots, n$) wartość $+1$, a następnie karty te łączymy ze zbiorem kart wejściowych i na powiększonym w ten sposób zbiorze wykonujemy bez żadnych zmian poprzedni program (oczywiście wskaźniki zawarte będą w odpowiednio powiększonych granicach). W wyniku wykonania programu na rozszerzonym zbiorze kart otrzymamy na kartach $a_{i+n+2,n+1,x}$ wartości $x_i[1]$.

W wypadku, gdy układ równań normalnych składa się w znacznej większości ze współczynników różnych od zera, opłaca się wówczas stosować tzw. schematy zwarte, np. rozkład krakowianu na czynniki lub pierwiastkowanie krakowianu.

Program

rozkładu krakowianu na czynniki kanoniczne

$$A = B \cdot C$$

Będziemy tu mieli do czynienia z trzema rodzajami kart — a_{ij} , b_{ij} i c_{ij} , na których zostaną wydziurkowane odpowiednio współczynniki a_{ij} , b_{ij} i c_{ij} .

Ponieważ na poszczególnej karcie będzie wydziurkowana tylko jedna liczba, więc w dalszym ciągu będziemy pomijali numer pola karty.

Podobnie jak poprzednio program karty zostanie podzielony na cykle. W każdym z tych cykli obliczamy jeden element krakowianu B albo jeden element krakowianu C .

Poniżej podamy cykl pracy, podczas którego zostaje obliczony element b_{ij} :

Cykl oper.	Nr oper.	Operacja	Uwagi
b_{ii}	1.	$S(k) \begin{cases} b_{ik} \\ c_{jk} \end{cases}$	sortowanie względem wierszy
	2.	$b_{ik} \cdot c_{jk}$	mieszanie
	3.	$\left(c_{ii} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{ik} \cdot c_{jk} \right) c_{ii} = D \quad b_{ii}$	
	4.	$b_{ik} \cdot c_{jk}$	

Podobny cykl pracy należy wykonać celem obliczenia elementu c_{ij}

Cykl oper.	Nr oper.	Operacja	Uwagi
c_{ij}	1.	$S(k) \begin{cases} b_{ik} \\ c_{jk} \end{cases}$	
	2.	$b_{jk} \cdot c_{ik}$	
	3.	$a_{ii} - \sum_{k=1}^{j-1} b_{jk} \cdot c_{ik} = D \quad c_{ij}$	
	4.	$b_{jk} \cdot c_{ik}$	

Celem obliczenia krakowianów B i C należy wykonać odpowiednie cykle dla wszystkich niezerowych ich elementów (z wyjątkiem $b_{ii} = df + 1$)

Jeżeli chodzi o pierwiastek krakowianowy, to nie może on być na maszynach systemu kart dziurkowanych całkowicie obliczony, ponieważ nie są one przystosowane do obliczania pierwiastków z liczb. Można wprowadzić uzyskać pierwiastek przy pomocy wzorów iteracyjnych, jednak prowadzą one do zbyt dużej liczby operacji i w związku z tym nie mają tu praktycznego zastosowania.

Uwagi końcowe

Przy rozwiązywaniu układów równań normalnych nie powinno się zapominać o odpowiednim przeszkoleniu personelu obsługującego maszyny. Do personelu tego należy wykonywanie operacji na kartach, nastawianie tablic połączeń i kontrola poprawności wyników. Wszystkie te czynności są znacznie bardziej skomplikowane niż przy operacjach statystycznych, które są najczęściej na maszynach systemu kart dziurkowanych wykonywane. W związku z tym przy organizowaniu placówki obliczeniowej można z początku natrafić na dość znaczne trudności.

L I T E R A T U R A

- [1]. *Frank M. Verzuh*. The Solution of Simultaneous Equations. Math. Tables and other Aids to Computation III. Nr27, July, 1949. str. 453-462.
- [2]. Zpracování děrných štíků. Operace na děrných štítcích, Stroje na Zpracování Informací — Sborník I Matematické Stroje. Praha 1953. str. 93-103. rodz. 6.
- [3]. *O. Pokorná*. Řešení Soustav Lineárních Algebraických Rovnic Minimací Součtu Čtverců Residuí. Stroje na Zpracování Informací — Sborník II, Praha 1954; str. 111-116.
- [4]. Punched-Card Computing Systems. High-Speed Computing Devices, N.Y. 1950. rodz. 9. str. 146-181.
- [5]. *W. N. Faddiejewa* Vychislitelnye metody linějnoj algěbry. W tłumaczeniu na język polski wyd. Warszawa 1955.

ГЕРАРД КУДЕЛЬСКИ

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ПОМОЩИ СЧЕТНО — АНАЛИТИЧЕСКИХ МАШИН

Резюме

В первой части этого труда описаны типичные составы счетно-аналитических машин. Указаны здесь также эксплуатационные возможности перфораторов, контрольников, раскладочных машин, сортировок, табуляторов и вычисленных перфораторов.

Во второй части заключается описание символов, нужных для составления программы для счетно-аналитических машин.

В оговариваемом труде разработаны также программы решения системы нормальных уравнении методом элиминации и разложения краковяна на канонические компоненты.

GERARD KUDELSKI

THE SOLUTION OF SYSTEMS OF NORMAL EQUATIONS BY MEANS
OF A PUNCHED CARD COMPUTING SYSTEMS

S u m m a r y

In the first part of the study typical sets of machines of punched card computing systems were described. Also the possibilities of the exploitation of punches, punched hole verifiers sorters, collators, tabulators and multipliers were given.

The second part of the study contains a description of the symbols necessary to draw up programmes for machines of punched card computing system.

Moreover programmes were elaborated of the solution of a system of normal equations by the elimination method and by the decomposition of the cracovian into canonic factors.