

Przykład wyrównania sieci triangulacji wypełniającej z odrzuceniem założenia bezbłędności punktów nawiazania

Praca niniejsza ma na celu podanie jednego z nielicznych sposobów wyrównania sieci powierzchniowych opartych o punkty triangulacji wyższego rzędu. Ponieważ założenie bezbłędności punktów nawiazania przy wyrównywaniu wysokowartościowego materiału obserwacyjnego sieci wypełniających wydaje się nam niezupełnie słuszne — proponujemy przy pracach nad wyrównaniem wspomnianych sieci odrzucić założenie bezbłędności punktów nawiazania. Przyjęcie bezbłędności punktów nawiazania jest słuszne tylko w tym przypadku, kiedy nowo wyrównywana sieć jest zdecydowanie gorsza od sieci będącej dla niej nawiazaniem. Wtedy błędy współrzędnych punktów nawiazania można pominąć, gdyż są znikome w stosunku do spodziewanych błędów współrzędnych punktów wyznaczanych. Jeżeli sieć niższego rzędu ustępuje nieznacznie sieci wyższorzędnej pod względem dokładności wykonanych pomiarów, daje natomiast zdecydowanie większą ilość obserwacji nadliczbowych — przyjęcie założenia bezbłędności punktów nawiazania logicznie wytłumaczyć się nie da. Takie założenie powoduje zniekształcenie dobrego materiału obserwacyjnego wyrównywanej sieci.

Najwłaściwszym rozwiązaniem zagadnienia byłoby łączne wyrównanie materiału obserwacyjnego dotyczącego całości sieci wypełniających i pierwszego rzędu. Myśl taka jest oczywiście nierealna ze względu na nadmierne koszty i dużą pracochłonność.

W załączonym przykładzie wyrównania sieci wypełniającej odrzucono założenie bezbłędności punktów nawiazania, wprowadzając do rachunku błędy ich współrzędnych. Znajomość bowiem współrzędnych X i Y jakiegoś punktu oraz ich średnich błędów m_x i m_y może być uważana za równoznaczną z obserwacjami długości X ze średnim błędem m_x i długości Y ze średnim błędem m_y . Wprawdzie wielkości X i Y nie zostały wyznaczone drogą bezpośredniego pomiaru w terenie, ale określono je w oparciu o związki funkcyjne zachodzące między nimi a kątami i bazami zmierzonymi bezpośrednio w sieciach wyższorzędnych. W rezultacie tego rachunku uzyskano współrzędne z dokładnością

scharakteryzowaną przez błędy średnie m_x i m_y . Tylko w przypadku, gdyby te błędy były równe zeru — czyli gdyby dokładność obserwacji w triangulacji wyższego rzędu była nieskończenie wielka — słuszne byłoby współrzędne punktów nawiazania potraktować jako wielkości stałe. Biorąc ogólnie, zarówno współrzędne punktów nawiazania, jak i wielkości zaobserwowane faktycznie w terenie, należy uważać za zmienne i poddać wyrównaniu z zachowaniem warunku minimum. W wyniku wyrównania współrzędnych punktów nawiazania o błędach średnich m_x i m_y należy przyporządkować poprawki v_x i v_y . Pozostałym wielkościom, zaobserwowanym bezpośrednio w terenie i scharakteryzowanym dokładnościowo przez średnie błędy $m_1, m_2, \dots, m_n$, przyporządkujemy poprawki $v_1, v_2, \dots, v_n$. Zachowana tu musi być ogólna zasada wyrównania metodą najmniejszych kwadratów: suma kwadratów poprawek, dzielonych przez kwadraty średnich błędów odpowiadających im obserwacji, powinna być minimum.

$$\sum \frac{V^2}{m^2} = \text{minimum.}$$

Postać równań błędów dla współrzędnych punktów nawiazania można otrzymać ze wzoru ogólnego:

$$-\cos q_{ih} \frac{dx_i}{m_i} - \sin q_{ih} \frac{dy_i}{m_i} - \cos q_{ih} \frac{dx_k}{m_k} - \sin q_{ih} \frac{dy_k}{m_k} = l_{iV} - l_{ob} = V$$

przyjmując $\cos q = 0$, lub $\sin q = 0$. Do ostatecznej formy tych równań możemy również dojść drogą następującego rozumowania:

Przyjmijmy za $X_{\text{przbl.}}$ i $Y_{\text{przbl.}}$ przybliżone wartości tych współrzędnych; natomiast za $X_{\text{obs.}}$ i $Y_{\text{obs.}}$ — „zaobserwowane” ich wartości, tzn. wartości tych współrzędnych wyznaczone w wyniku wyrównania sieci wyższego rzędu ze średnimi błędami m_x i m_y . Ostateczną wartość współrzędnej punktu nawiazania możemy wyrazić jako sumę jej wartości przybliżonej i odpowiedniej poprawki wyrównawczej dx względnie dy , lub też jako sumę wartości „zaobserwowanej” i odpowiedniej poprawki obserwacyjnej v_x względnie v_y .

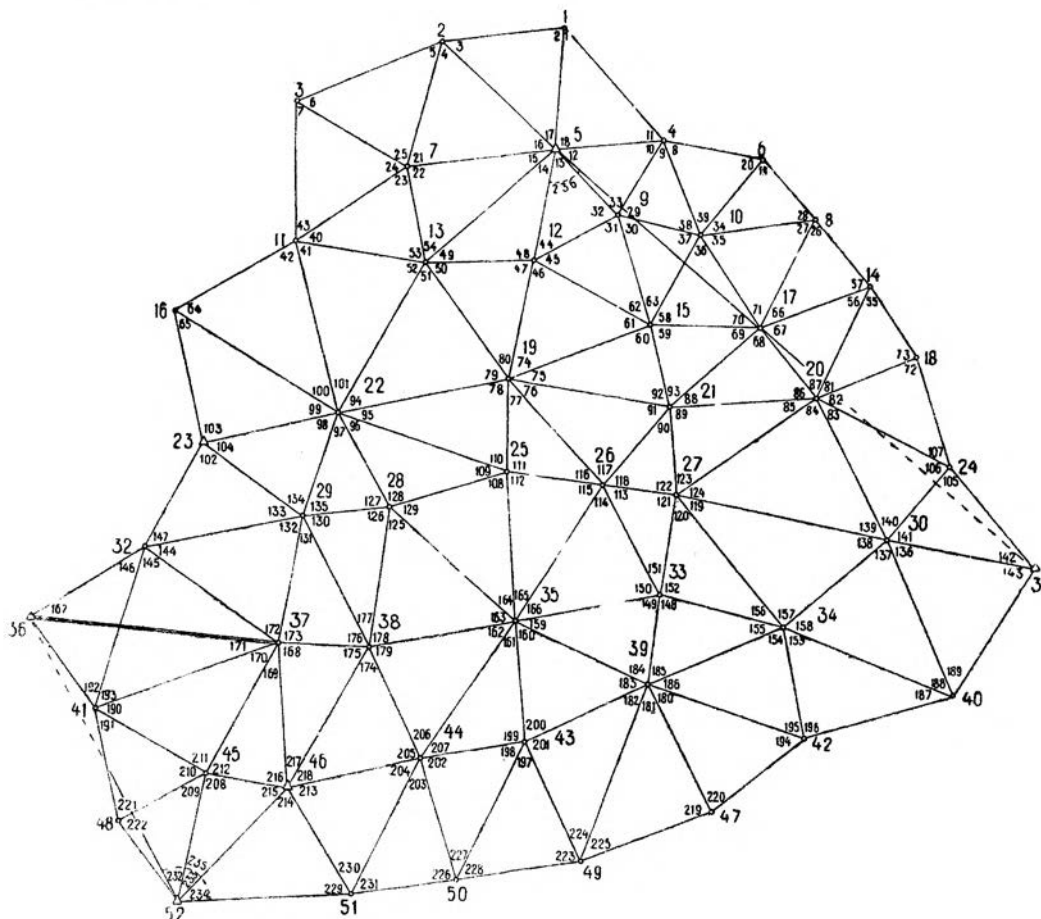
$$X_{\text{prz.}} + dx = X_{\text{obs.}} + v_x \quad Y_{\text{prz.}} + dy = Y_{\text{obs.}} + v_y$$

Przyjmując za przybliżone wartości współrzędnych ich wartości „zaobserwowane” — otrzymamy ostateczną postać równań błędów:

$$dx = v_x \quad \text{ i } \quad dy = v_y$$

W Geodezyjnym Instytucie Naukowo-Badawczym wyrównana została niewielka sieć triangulacji wypełniającej przy odrzuceniu założenia bezbłędności punktów nawiazania. Ze względu na ciekawe wyniki, uzyskane z procesu wyrównania, opiszemy szczegółowo przebieg pracy rachunkowej. Posłużyć to może jako przykład do rozwiązania tego rodzaju zagadnień geodezyjnych.

Całość pracy wykonana została metodą spostrzeżeń pośrednich ze względu na wygodę przy rozwiązywaniu poważniejszego układu równań, jak i na łatwość obliczenia średnich błędów współrzędnych. Rozpatrywany układ, przedstawiony na rysunku 1, składa się z 52 punktów, z których 46 są nowozałożonymi, a pozostałe 6 punktami triangulacji wyższego rzędu.



Rys. 1

Na wszystkich punktach sieci wykonano obserwacje kątowe, przy czym na punktach obwodowych pomierzono tylko kąty wewnętrzne. Zmierzono też dwa kąty wiążące sieć wypełniającą z siecią główną (na rysunku zaznaczone linią przerywaną — celowe jednostronne). Poza wspomnianymi obserwacjami kątowymi, wykonany został jeden pomiar bazowy (na rysunku podwójna linia). Ogółem wykonano 236 obserwacji kątowych i jeden pomiar bazowy. Błąd Ferrero, wyliczony z odchyłek przy zamknięciach trójkątów, wynosi $\pm 2,6^{\text{cc}}$.

Zanim przejdziemy do opisywania poszczególnych czynności wyrównania sieci, zastanówmy się jeszcze nad wolnymi wyrazami równań błędów. Wyrażone są one w mierze kątowej w równaniach obserwacji kątowych i w mierze liniowej w równaniu bazy. Przed poddaniem takiego układu równań wyrównaniu, należy wyrazić je w mierze oderwanej, dzieląc poszczególne równania przez ich błędy średnie przyjęte apriori, zgodnie z wynikającym z praw Gaussa — Laplace'a warunkiem wyrównania w postaci ogólnej

$$\sum \frac{V^2}{m^2} = \text{minimum.}$$

„Zrównoważony” w ten sposób układ równań możemy zapisać symbolicznie jak niżej:

$$\frac{a_i}{m_i} x + \frac{b_i}{m_i} y + \frac{c_i}{m_i} z + \dots + \frac{l_i}{m_i} = \frac{v_i}{m_i}, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

gdzie n oznacza ilość obserwacji geodezyjnych dokonanych w danej sieci, zwiększoną o podwójną ilość punktów nawiazania.

Poprawne ustalenie średniego błędu obserwacji kątowych nie nasuwa specjalnych trudności, gdyż wielkość tego błędu możemy ustalić przy pomocy wzoru Ferrero. W naszym przypadku stwierdzono, że średni błąd obserwacji kątowych jest wielkością rzędu $3''$ (obliczona ze wzoru $\pm 2,7''$). Dla wygody rachunku przyjęliśmy wartość tego błędu równą $3,18''$ (przy wyliczaniu współczynników kierunkowych stosunek $\frac{Q''}{m''} =$

około 200 000). Trochę trudniej jest ustalić wielkość średnich błędów współrzędnych punktów nawiazania, gdyż rachunek taki w większości przypadków przeprowadzany nie był. Opierając się na klasycznej literaturze geodezyjnej możemy założyć, że wartości te wynoszą około 5 cm. Dokładne ustalenie wartości średnich błędów współrzędnych punktów nawiazania nie ma zresztą wielkiego znaczenia. Istotą rzeczy jest przyjęcie współrzędnych punktów nawiazania w procesie wyrównawczym za wielkości zmienne. Jeśli współrzędne jakiegoś punktu nawiazania są niezgodne z rozważanym układem obserwacyjnym i pozostałymi współrzędnymi — wówczas punkt ten w wyniku wyrównania ulegnie przesunięciu — zaś wpływ wielkości błędu średniego przyjętej apriori przy dużej ilości spostrzeżeń nadliczbowych jest nieznaczny.

Prace rachunkowe nad wyrównaniem opisanego wyżej materiału obserwacyjnego, przy odrzuceniu założenia bezbłądności punktów nawiazania, mają następujący przebieg:

1. Pierwszą czynnością jest wyliczenie współrzędnych przybliżonych dla wszystkich nowozałożonych punktów. Dokonamy tego drogą wcięcia w przód, używając wzorów:

$$f = \begin{vmatrix} X_A & Y_A & X_B & Y_B \\ -1 & \operatorname{ctg} \beta & 1 & \operatorname{ctg} \alpha \end{vmatrix} \quad X_C = f_{(1)}; \quad Y_C = f_{(2)},$$

gdzie:

$$f_{(1)} = \frac{X_A \cdot \operatorname{ctg} \beta - (-1 \cdot Y_A) + X_B \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1 \cdot Y_B}{-1 + \operatorname{ctg} \alpha + 1 + \operatorname{ctg} \beta},$$

$$f_{(2)} = \frac{X_A \cdot (-1) + Y_A \cdot \operatorname{ctg} \beta + X_B \cdot 1 + Y_B \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{-1 + \operatorname{ctg} \alpha + 1 + \operatorname{ctg} \beta}$$

2. Wykonane w terenie obserwacje (pomiaru kątów i bazy) należy zredukować na płaszczyznę odwzorowania, wprowadzając odpowiednie poprawki. Przy redukcji obserwacji kątowych, w przypadku gdy długości boków nie przekraczają 5 km, stosować można wzór przybliżony, który ma postać następującą:

$$p^{cc} = 0,00781 \cdot Y_c \cdot (X_L - X_P).$$

Przy znacznych odległościach między sąsiednimi punktami, poprawki należy liczyć wg wzoru:

$$p^{cc} = 0,002605 \begin{vmatrix} X_L & X_A \\ X_C & (2Y_C + Y_L) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -X_P & -Y_P \\ X_C & (2Y_C + Y_P) \end{vmatrix}.$$

Wielkości X i Y w powyższych wzorach, są to współrzędne Gauss — Krügerowskie podane w kilometrach.

Załączona tabela 1 zawiera kąty zaobserwowane i poprawione o odpowiednie poprawki redukcyjne.

Po redukcji wszystkich obserwacji kątowych, pozostaje jeszcze do zredukowania jeden pomiar bazowy. Dokonamy tego przy pomocy wzoru:

$$p_d = 0,0000\ 0000\ 409 (Y_i^2 + Y_i Y_k + Y_k^2) d.$$

3. Z kolei przechodzimy do układania równań błędów dla obserwacji kątowych, pomiaru długości i punktów nawiazania. Równania te, zestawione w tabeli 2, otrzymamy w wyniku następujących czynności:

- w pierwszych dwóch kolumnach wypisujemy — kolejną numerację kątów oraz przyrosty wzdłuż lewego i prawego ramienia kąta,
- następną czynnością jest obliczenie tangensa przybliżonej wartości kąta. Dokonamy tego przy pomocy wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \begin{vmatrix} \Delta X_l & \Delta Y_l \\ \Delta X_p & \Delta Y_p \end{vmatrix}_0$$

Z obliczonych tangensów znajdziemy przybliżone wartości kątów, a następnie wyliczymy wolne wyrazy według wzoru:

$$l = \alpha_{\text{przybl.}} - \alpha_{\text{obserw.}}$$

- Współczynniki kierunkowe znajdziemy ze wzorów:

$$A = \frac{1}{m} \frac{\varrho^{cc} \Delta X}{\Delta X^2 + \Delta Y^2}; \quad B = \frac{1}{m} \frac{\varrho^{cc} \Delta Y}{\Delta X^2 + \Delta Y^2}.$$

Sprawdzianem będzie tangens kąta, obliczony ze współczynników kierunkowych według wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\begin{vmatrix} A_L & B_L \\ A_p & B_p \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_p & B_p \end{vmatrix}}$$

Wartości te podane są w kolumnie ostatniej.

- d) Następnie przechodzimy do zestawienia równań błędów dla poszczególnych obserwacji. Dla obserwacji kątowych napiszemy:

$$V = \begin{vmatrix} dx_L & dy_L \\ A_L & B_L \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} dx_p & dy_p \\ A_p & B_p \end{vmatrix} - (A_L - A_p) - (B_L - B_p) = l.$$

Równanie bazy ma postać:

$$V = \begin{vmatrix} dx_i & dy_i \\ -\cos \varphi_{ik} & -\sin \varphi_{ik} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} dx_i & dy_i \\ \sin \varphi_{ik} & \cos \varphi_{ik} \end{vmatrix} + l_{prz.} - l_{obs.}$$

4. Tak przygotowany materiał napisany pod postacią form, należy sprowadzić do postaci używanej w algebrze. Liniową postać równań błędów przedstawia tabela 3*. Z tak przygotowanego materiału, wiedząc, że poszczególne kolumny zawierają współczynniki $\frac{a_i}{m_i}, \frac{b_i}{m_i}, \frac{c_i}{m_i}, \dots$,

przy niewiadomych $dx_1, dy_1, dx_2, dy_2, \dots$ przechodzimy do normalnych równań Gaussa, mnożąc każdą z kolumn przez siebie i przez kolumny pozostałe. W wyniku otrzymamy:

$$\left[\frac{aa}{mm} \right] dx_1 + \left[\frac{ab}{mm} \right] dy_1 + \left[\frac{ac}{mm} \right] dx_2 + \left[\frac{ad}{mm} \right] dy_2 + \dots + \left[\frac{al}{mm} \right] = 0$$

$$\left[\frac{ab}{mm} \right] dx_1 + \left[\frac{bb}{mm} \right] dy_1 + \left[\frac{bc}{mm} \right] dx_2 + \left[\frac{bd}{mm} \right] dy_2 + \dots + \left[\frac{bl}{mm} \right] = 0$$

$$\left[\frac{ac}{mm} \right] dx_1 + \left[\frac{bc}{mm} \right] dy_1 + \left[\frac{cc}{mm} \right] dx_2 + \left[\frac{cd}{mm} \right] dy_2 + \dots + \left[\frac{cl}{mm} \right] = 0$$

5. Następnie przechodzimy do obliczenia pierwiastka kanonicznego równań normalnych. Nie podajemy ogólnie znanych i bardzo prostych wzorów. Zwracamy tylko uwagę, że chętni ich przypomnienia znajdą wyczerpujące materiały ku temu w odpowiedniej literaturze.**

6. W omawianym przykładzie, czynność następną ilustruje tabela 4* zawierająca wyrazy odwrotności równań normalnych. Całkowity rachunek odwrotności został wykonany ze względu na dalszy przebieg prac badawczych nad siecią triangulacji wypełniającej. W ogólnym jednak przypadku, kiedy wyrównanie sieci ograniczyć chcemy do wyliczenia średnich błędów współrzędnych — bardziej ekonomicznym będzie wyliczenie odwrotności pierwiastka kanonicznego.

* Tabela 3 i 4 patrz str. 18.

** Stefan Hausbrandt — „Rachunki geodezyjne”.

Tadeusz Banachiewicz — „Rachunki astronomiczne”.

7. W kolejności przechodzimy do obliczenia niewiadomych. Dokonamy tego mnożąc kolumnę wolnych wyrazów tabeli pierwiastka kanonicznego przez odpowiednie kolumny odwrotności tego pierwiastka. W przypadku obliczenia odwrotności równań normalnych — mnożąc kolumnę wolnych wyrazów w równaniach normalnych przez poszczególne kolumny wspomnianej odwrotności. Obliczone wielkości niewiadomych wypisane są w nagłówku tabeli 2.

Przechodzimy następnie do obliczenia odpowiednich poprawek kątowych, mnożąc w tym celu współczynniki poszczególnych równań błędów przez odpowiadające im wartości niewiadomych. Sumy poszczególnych iloczynów i wolnych wyrazów, dadzą nam w wyniku stosunki poprawek do średnich błędów: $\frac{v}{m}$ (przed ostatnia kolumna tabeli 2).

W celu wyliczenia rzeczywistych wielkości poprawek — pomnożymy je przez przyjęte uprzednio średnie błędy: dla obserwacji kątowych przez $3,18^{\text{cc}}$, dla bazy przez $0,006$ m. Wyniki ostateczne zestawione są w ostatniej kolumnie tabeli 2.

Obecnie przechodzimy do obliczenia średniego błędu jednostkowego stosując wzór:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{\left[\frac{vv}{mm} \right]}{n - k}}, \quad \text{gdzie:}$$

$\left[\frac{vv}{mm} \right]$ — stosunek sum kwadratów poprawek do ich średnich błędów

n — ilość obserwacji

k — ilość niewiadomych.

W przypadku przyjęcia apriori właściwej wielkości tego błędu — m_0 powinno być równe 1. W omawianym przykładzie wartość pierwiastka napisanego wyżej była mniejsza od jedności i wynosiła 0,8255. Mogliśmy zresztą tego oczekiwać, gdyż — jak to już nadmieniono — wartość średniego błędu pomiaru kąta przyjęliśmy dla ułatwienia rachunku $3,18^{\text{cc}}$ zamiast obliczonego z błędów zamknięć trójkątów $2,6^{\text{cc}}$. Mamy zaś: $3,18 \cdot 0,8255 = 2,6^{\text{cc}}$.

8. Następnie przechodzimy do obliczenia średnich błędów niewiadomych i średnich błędów położenia punktów.

W tym też celu znajdujemy kwadraty poszczególnych kolumn odwrotności pierwiastka, lub — jak w omawianym przykładzie — wyszukujemy wyrazy położone na przekątnej głównej tabeli odwrotności równań normalnych. Po spierwiastkowaniu tych wielkości i pomnożeniu wyniku przez średni błąd jednostkowy, otrzymamy średnie błędy niewiadomych. Średni błąd położenia punktu znajdziemy ze wzoru:

$$m_p = \pm \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$$

W omówionym przykładzie średnia wartość ze średnich błędów położenia punktów wynosi 5,1 cm, przy czym punkty położone wewnątrz sieci obarczone są błędami od 3—4 cm, punkty natomiast skrajne 6—7 cm.

9. W kolejności przechodzimy do obliczenia elementów elips błędów dla wszystkich punktów sieci, wykorzystując w tym celu wyrazy położone przy przekątnej głównej odwrotności równań normalnych. Obliczenia przeprowadza się według wzorów:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} Q_{ii} & Q_{ik} \\ Q_{ik} & Q_{kk} \end{vmatrix}^{-1} &= \begin{vmatrix} aa & ab \\ ab & bb \end{vmatrix} \operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{2ab}{aa - bb} \\ \begin{vmatrix} t_1 \\ t_2 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} aa & 2ab \\ 2ab & bb \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m \\ m \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1/t_1 \\ 1/t_2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Należy przy tym zaznaczyć, że kąt φ jest kątem między osią OX i osią A elipsy.

W przypadku kiedy wyrównanie ograniczymy tylko do wyliczenia odwrotności pierwiastka, potrzebne do obliczenia elementów elips wielkości znajdziemy:

- Q_{ii} — przez zsumowanie kwadratów elementów kolumny pod nie-
wiadomą x jakiegoś punktu
- Q_{kk} — przez zsumowanie kwadratów elementów kolumny pod nie-
wiadomą y tego punktu
- Q_{ik} — przez pomnożenie przez siebie wspomnianych wyżej dwóch
kolumn.

W celu łatwiejszego zrozumienia rachunku przy obliczeniu elementów elips — przytaczamy przykład liczbowy:

$$\begin{vmatrix} 1064,60 & -12,49 \\ -12,49 & 1119,36 \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} 1119,36 & 12,49 \\ 12,49 & 1064,60 \end{vmatrix} \cdot 0,8393 = \begin{vmatrix} 939,48 & 10,48 \\ 10,48 & 893,52 \end{vmatrix}$$

$$\operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{2ab}{aa - bb} = \frac{20,96}{45,96} = 0,4560 \quad \begin{aligned} 2\varphi &= 27^\circ 24' \\ \varphi &= 13^\circ 62' \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} t_1 \\ t_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 939,48 \\ 20,96 \\ 893,52 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,9549 & 0,0451 \\ 0,2075 & -0,2075 \\ 0,0451 & 0,9549 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 941,76 \\ 891,24 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} t_1 \\ t_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 30,69 \\ 29,85 \end{vmatrix}$$

$$A = 2,76 \quad B = 2,84$$

sprawdzenie: $t_1 + t_2 = aa + bb$; $1833,00 = 1833,00$.

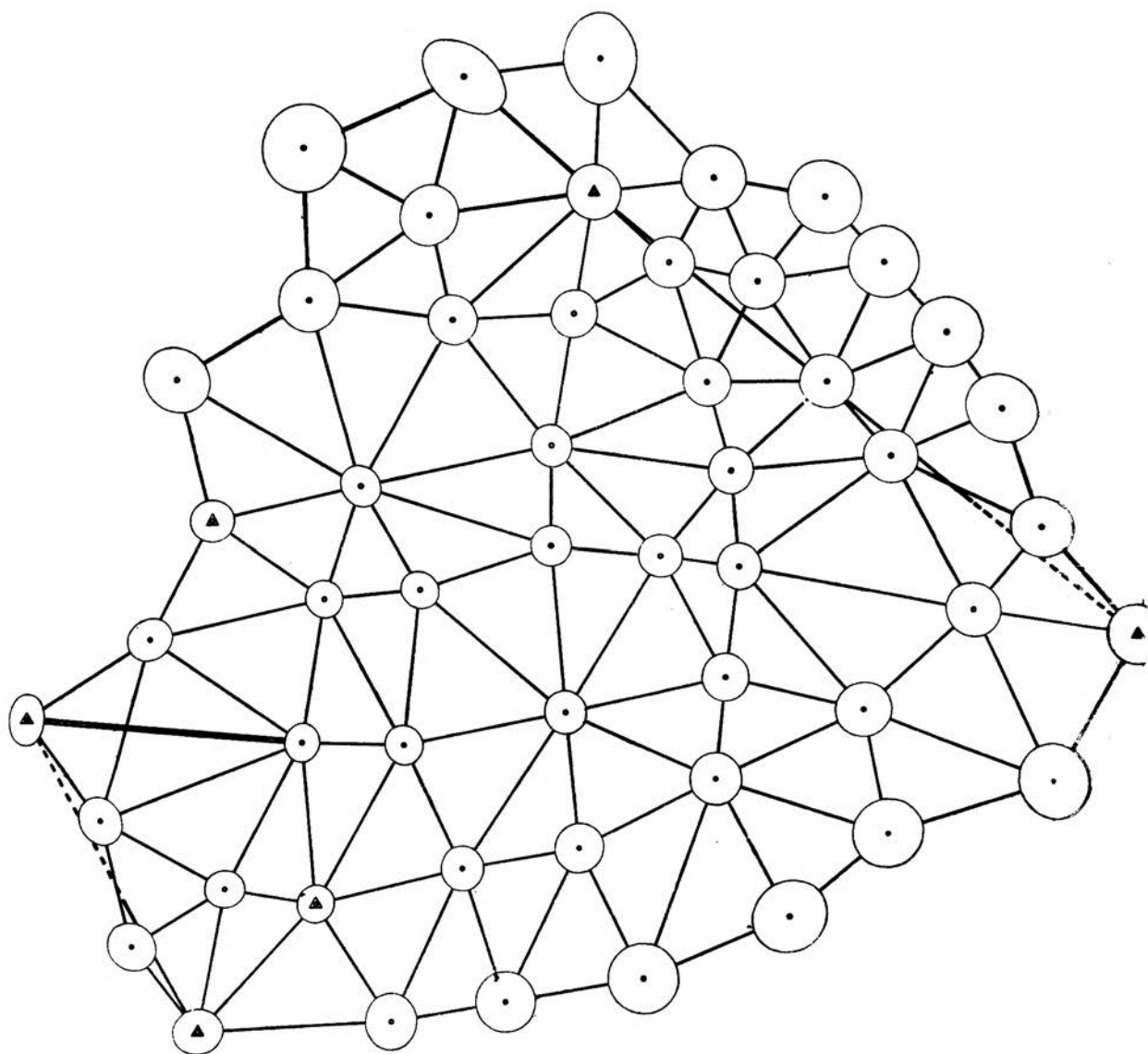
Efekt pracy nad wyrównaniem omówionej sieci przedstawiony jest na rysunku 2, gdzie wyrysowane są elipsy błędów.

Tak przedstawia się przebieg pracy nad wyrównaniem sieci triangulacyjnej przy odrzuceniu założenia bezbłędności punktów nawiazania. Ostatnim etapem pracy jest kontrola otrzymanych wyników. Pierwszą z nich jest obliczenie kątów ze współrzędnych ostatecznych i porównanie ich z kątami zaobserwowanymi zredukowanymi na płaszczyznę od-

SZKIC

ANALIZY DOKŁADNOŚCI

SIECI TRIANGULACJI WYPEŁNIAJACEJ



Rys. 2

wzorowania poprawionymi o odpowiednie poprawki v . Otrzymano zgodność w granicach rachunku. Kontrola otrzymanych wyników przedstawiona jest w tabeli 5.

Następnym sprawdzianem dobrze wykonanej pracy jest kontrola długości bazy — przy wyliczeniu jej długości ze współrzędnych ostatecznych i porównanie z długością wyrównaną. W naszym przypadku warunek ten został spełniony, odchyłka równa się zero.

Na zakończenie jeszcze kilka uwag o współrzędnych punktów nawiązania. Współrzędne tych punktów poddane zostały wyrównaniu i w efekcie dawne ich wielkości zostały zmienione w granicach centymetrów. Zachodzi teraz pytanie: które wielkości należy uważać za ostateczne — czy te które otrzymaliśmy w wyniku wyrównania sieci wyższego rzędu, czy też z sieci wypełniającej? Być może, że przy zastosowaniu omówionego sposobu wyrównania, punkty nawiązania na skutek oparcia na nich sieci wypełniającej otrzymają jeszcze „trzecią parę” współrzędnych, różniącą się nieznacznie od dwóch poprzednich. Rzecz oczywista, że każda z tych „par” jest słuszna, mimo iż różnią się między sobą w granicach kilku centymetrów. Najwłaściwiej byłoby przyjąć jako współrzędne ostateczne ich wielkości z ostatniego wyrównania — chociaż nie bez słuszności można uważać każde z poprzednich za dostatecznie dobre.

Wszystkie punkty nawiązania w omówionym przykładzie nie uległy większej zmianie niż to przewidywały ich błędy średnie. Potwierdzona została zgodność między położeniem tych punktów a obserwacjami w sieci wypełniającej.

LITERATURA

1. Stefan Hausbrandt — Rachunki geodezyjne. PPWK, 1953.
2. Stefan Hausbrandt — Analiza porównawcza dokładności wielotrójkątowych i małotrójkątowych sieci triangulacyjnych, nawiązana do prac geodezyjnych w Polsce. Praca w druku.
3. Tadeusz Banachiewicz — Rachunki astronomiczne. 1952.

Nr kąta	Zaobser- wowana wartość kąta	Popr. red. p cc	kąt zredukowany	Nr kąta	Zaobser- wowana wartość kąta	Popr. red. p cc	kąt zredukowany	Nr kąta	Zaobser- wowana wartość kąta	Popr. red. p cc	kąt zredukowany
1	78,3	0,0	78,3	41	20,9	-0,8	20,1	81	94,8	0,6	95,4
2	04,8	-0,1	04,7	42	32,4	0,5	31,9	82	10,8	0,8	11,6
3	40,9	-0,2	40,7	43	80,1	-0,3	79,8	83	31,6	0,6	32,2
4	70,8	0,0	70,8	44	90,3	0,0	90,3	84	24,8	-0,3	24,5
5	15,7	0,1	15,8	45	73,5	0,1	73,6	85	79,8	-0,7	79,1
6	55,0	-0,7	54,3	46	09,1	0,1	09,2	86	45,1	-0,6	44,5
7	58,8	-0,4	58,4	47	08,6	-0,1	08,5	87	13,0	-0,4	12,6
8	02,2	0,3	02,5	48	18,3	-0,1	18,2	88	98,3	0,3	98,6
9	84,7	-0,1	84,6	49	43,6	-0,2	43,4	89	80,4	0,4	80,8
10	53,7	-0,2	53,5	50	22,0	-0,3	22,4	90	63,6	0,0	63,6
11	25,9	-0,5	25,4	51	55,2	-0,1	55,1	91	58,5	-0,4	58,1
12	96,1	0,1	96,2	52	31,2	0,4	31,6	92	55,4	-0,3	55,1
13	18,3	0,0	18,3	53	06,3	0,2	06,5	93	20,1	0,0	20,1
14	37,8	0,0	37,8	54	34,1	0,0	34,1	94	31,1	-0,5	30,6
15	63,7	-0,1	63,6	55	82,1	1,2	82,5	95	12,6	-0,4	13,2
16	34,3	-0,1	34,2	56	44,0	-0,6	43,4	96	49,5	-0,2	49,3
17	56,3	0,0	56,3	57	27,2	-1,0	26,2	97	99,5	0,0	99,5
18	88,1	0,1	88,2	58	14,6	0,3	14,4	98	17,1	0,3	17,4
19	89,8	0,1	89,9	59	01,4	0,3	01,7	99	32,1	0,6	32,7
20	68,9	-0,6	68,3	60	03,3	-1,0	03,2	100	13,8	0,3	14,1
21	94,5	-0,3	94,2	61	62,7	-0,4	62,3	101	43,0	-0,1	42,9
22	06,0	-0,3	05,7	62	31,5	-0,2	31,3	102	07,2	-0,3	06,9
23	12,4	0,0	12,4	63	83,9	0,1	84,0	103	30,8	-0,7	30,1
24	59,6	0,4	60,0	64	49,4	-1,4	48,0	104	69,5	-0,8	68,7
25	27,2	0,2	27,4	65	38,0	-0,3	37,7	105	11,3	-0,3	11,0
26	30,3	0,3	30,6	66	42,4	0,4	42,0	106	62,0	-1,6	60,4
27	73,2	-0,7	72,5	67	44,5	0,7	43,8	107	36,0	0,5	35,5
28	29,3	-0,6	28,7	68	57,7	0,1	57,8	108	00,5	0,0	00,5
29	89,6	0,3	89,9	69	77,9	-0,6	77,3	109	80,3	0,0	80,3
30	80,2	0,2	80,4	70	01,3	-0,5	00,8	110	38,3	0,0	38,3
31	92,1	-0,1	92,0	71	76,5	-0,1	76,4	111	56,9	0,0	56,9
32	88,6	-0,3	88,3	72	50,7	-0,7	50,0	112	19,5	0,0	19,5
33	53,2	-0,1	53,1	73	15,0	-1,2	14,7	113	28,4	0,3	28,7
34	86,7	0,3	87,0	74	27,4	0,0	27,4	114	27,3	0,1	27,4
35	46,0	0,5	46,5	75	58,8	0,0	58,8	115	08,5	-0,4	08,1
36	88,3	-0,1	88,2	76	22,1	0,0	22,1	116	90,1	-0,2	89,9
37	31,4	-0,4	31,0	77	61,6	0,0	61,6	117	78,9	0,0	78,0
38	22,6	-0,4	22,2	78	40,8	0,0	40,8	118	68,1	0,2	68,3
39	19,8	0,1	19,9	79	13,1	0,0	13,1	119	27,4	0,4	27,8
40	82,4	-0,5	81,9	80	74,1	0,0	74,1	120	93,6	-0,1	93,5

Tabela 1

Nr kąta	Zaobser- wowana wartość kąta	Popr. red. p. cc	Kąt zredukowany	Nr kąta	Zaobser- wowana wartość kąta	Popr. red. p. cc	Kąt zredukowany	Nr kąta	Zaobser- wowana wartość kąta	Popr. red. p. cc	Kąt zredukowany
121	80,0	-0,5	79,5	161	92,1	0,0	92,1	201	34,2	0,1	34,3
122	73,7	-0,2	73,4	162	52,6	0,0	52,6	202	39,2	-0,3	38,9
123	37,3	-0,1	37,3	163	27,5	-0,1	27,4	203	80,6	0,0	80,6
124	85,7	0,6	86,3	164	69,5	0,0	69,5	204	68,6	0,2	68,8
125	80,5	-0,1	80,4	165	68,3	0,0	68,3	205	56,1	0,3	56,4
126	61,9	0,4	62,3	166	13,6	0,1	13,7	206	19,0	0,0	19,0
127	72,6	0,3	72,9	167	62,5	-1,9	60,6	207	40,2	-0,2	40,0
128	68,5	-0,2	68,3	168	59,3	-0,8	58,5	208	94,0	-0,8	94,1
129	24,4	-0,4	24,0	169	61,7	0,1	61,8	209	30,9	0,6	31,3
130	63,3	-0,7	62,6	170	71,4	0,3	71,7	210	09,0	0,8	69,8
131	90,5	0,0	96,5	171	21,7	0,9	22,6	211	88,2	0,5	88,7
132	06,9	0,5	0,74	172	27,7	0,2	27,9	212	22,2	-1,3	21,1
133	90,4	0,5	90,9	173	56,6	-0,7	55,9	213	03,3	-0,7	02,6
134	09,5	0,2	09,7	174	10,0	-0,1	09,9	214	47,9	-0,1	47,8
135	31,2	-0,5	30,7	175	49,8	0,5	50,3	215	08,5	0,7	09,2
136	49,9	1,3	51,2	176	41,1	0,4	41,5	216	20,5	0,7	21,2
137	58,7	-0,6	58,1	177	80,8	0,0	80,8	217	93,0	0,0	93,0
138	57,7	-1,3	56,4	178	82,9	-0,4	82,5	218	31,0	-0,6	30,4
139	87,8	-1,0	86,8	179	27,3	-0,4	26,9	219	62,6	-1,0	61,6
140	03,9	0,6	04,5	180	68,1	0,3	67,8	220	12,5	0,3	12,8
141	36,2	1,0	37,2	181	15,5	0,2	15,7	221	09,2	-0,6	08,6
142	55,5	-1,0	54,5	182	44,6	-0,4	44,2	222	92,4	-1,2	91,2
143	53,8	-2,1	51,7	183	19,0	-0,5	18,5	223	99,7	-0,3	99,4
144	72,8	-1,2	71,6	184	53,4	-0,1	53,3	224	13,1	-0,2	12,9
145	50,7	-0,6	50,1	185	55,5	0,1	55,6	225	15,9	0,3	16,2
146	69,4	0,8	70,2	186	29,3	0,4	29,7	226	77,6	0,1	77,7
147	09,4	-0,6	08,8	187	36,6	-1,3	35,3	227	38,4	0,0	38,4
148	49,0	0,3	40,3	188	68,9	-1,0	67,9	228	90,9	-0,1	90,8
149	93,7	-0,2	93,5	189	97,0	0,3	97,3	229	47,0	0,4	47,4
150	62,4	-0,6	61,8	190	43,0	-1,3	41,7	230	31,8	0,1	31,9
151	90,0	0,0	90,0	191	25,1	-0,5	24,6	231	45,0	-0,4	44,6
152	02,6	0,5	03,7	192	64,7	0,1	65,4	232	82,3	0,4	82,7
153	75,9	-0,3	76,2	193	33,0	-0,9	32,1	233	98,1	-0,1	98,0
154	42,6	-0,3	42,3	194	18,4	-1,0	17,4	234	09,7	-0,8	08,9
155	95,5	-0,7	94,3	195	21,1	-0,5	20,6	235	21,8	9,4	31,2
156	01,9	-0,7	61,2	196	91,6	0,5	92,1	236	64,2	-14,9	49,3
157	14,4	0,3	14,7	197	06,1	0,0	06,1				
158	72,6	1,1	73,7	198	23,9	-0,1	23,8				
159	47,4	0,0	47,4	199	15,6	-0,1	15,5				
160	27,3	-0,0	27,3	200	59,8	0,1	59,9				

Oznaczenie kąta	Przyrosty współrzędnych wzdłuż lewego wzdłuż prawego ramienia kąta		Tangens przybliżony wartości kąta	Wartość kąta			$\alpha_{\text{przbl.}}$ l	Współczynniki kierunkowe	
				$\alpha_{\text{przbl.}}$				$A = \frac{q \cdot \Delta X_m}{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$	$B = \frac{q \cdot \Delta Y_m}{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$
				$\alpha_{\text{zaobserw.}}$	g	c			
1	—18.080	..72.480	1.040 6789	...	..	88,7	10.4	—17.01	16.33
	..25.070	..75.960		...	..	78,3		—29.26	—1.18
2	..25.070	..75.960	5.916 8121	...	..	12,2	7.5	—29.26	—1.18
	..93.910	..99.860		...	..	04,7		—3.59	—28.11
3	..93.910	..99.860	1.137 9977	...	..	3,39	6.8	3.59	28.11
	..31.160	..23.900		...	..	40,7		—14.76	16.73
4	..31.160	..23.900	1.929 2333	...	..	60,7	10.1	—14.76	16.73
	..17.120	..76.610		...	..	70,8		—26.45	—6.60
5	..17.120	..76.610	1.283 8721	...	..	24,4	8.6	—26.45	—6.60
	..66.350	..74.060		...	..	15,8		—8.95	—20.20
	ΔX_{JK}	ΔY_{JK}		$l_{\text{przbl.}}$			l	$\cos \varphi_{JK}$	$\sin \varphi_{JK}$
237	—17.228	...34.834		78 30,5			0.131	—0.077702	—0.996977
				78 17,4					

Nr kąta	Ostateczna wartość kąta po wy- równaniu	Kąt wyliczo- ny ze współ- rzędnych ostatecznych	Róż- nica δ	Nr kąta	Ostateczna wartość kąta po wy- równaniu	Kąt wyliczo- ny ze współ- rzędnych ostatecznych	Róż- nica δ	Nr kąta	Ostateczna wartość kąta po wy- równaniu	Kąt wyliczo- ny ze współ- rzędnych ostatecznych	Róż- nica δ
1	80,8	80,8	0,0	41	20,0	19,9	-0,1	81	97,2	97,3	0,1
2	03,5	03,6	0,1	42	35,5	34,9	-0,6	82	11,6	11,5	-0,1
3	39,8	39,9	0,1	43	79,4	79,3	-0,0	83	32,4	32,4	0,0
4	69,5	69,3	-0,2	44	91,0	91,1	0,1	84	24,2	24,3	0,1
5	17,3	17,4	0,1	45	76,5	76,5	0,0	85	79,8	79,7	-0,1
6	53,9	53,9	0,0	46	10,0	10,0	0,0	86	42,7	42,6	-0,1
7	59,5	59,6	0,1	47	05,1	05,1	0,0	87	12,2	12,2	0,0
8	05,1	05,0	-0,1	48	17,4	17,3	-0,1	88	99,7	99,7	0,0
9	86,1	86,2	0,1	49	45,0	44,9	-0,1	89	82,5	82,5	0,0
10	53,8	53,8	0,0	50	22,2	22,2	0,0	90	62,9	62,9	0,0
11	27,4	27,4	0,0	51	54,8	54,8	0,0	91	98,4	98,4	0,0
12	96,0	95,9	-0,1	52	36,0	35,9	-0,1	92	36,3	36,3	0,0
13	21,4	21,3	-0,1	53	06,9	07,0	0,1	93	20,0	20,2	0,2
14	37,6	37,8	0,2	54	35,2	35,2	0,0	94	30,4	30,4	0,0
15	60,6	60,5	-0,1	55	85,0	85,0	0,0	95	15,1	15,0	-0,1
16	36,1	36,2	0,1	56	42,9	42,9	0,0	96	48,7	48,6	-0,1
17	56,5	56,5	0,0	57	26,9	27,2	0,3	97	98,8	98,9	0,1
18	91,8	91,8	0,0	58	13,6	13,4	-0,2	98	15,7	15,7	0,0
19	87,8	88,1	0,3	59	02,3	02,3	0,0	99	31,6	31,6	0,0
20	71,9	71,9	0,0	60	03,9	04,0	0,1	100	15,8	15,6	-0,2
21	94,5	94,5	0,0	61	62,1	62,1	0,0	101	44,0	44,2	0,2
22	04,2	04,3	0,1	62	31,9	32,0	0,1	108	02,5	02,6	0,1
23	11,4	11,4	0,0	63	86,2	86,2	0,0	103	29,4	29,5	0,1
24	61,1	61,1	0,0	64	48,8	49,5	0,7	104	71,9	71,9	0,0
25	28,7	28,7	0,0	65	39,1	38,9	-0,2	105	10,0	10,0	0,0
26	30,4	29,9	-0,5	66	42,8	42,9	-0,1	106	61,1	61,2	0,1
27	74,4	74,2	-0,2	67	44,9	44,9	0,0	107	37,3	37,4	0,1
28	27,3	27,3	0,0	68	57,6	57,7	0,1	108	01,7	01,7	0,0
29	89,4	89,4	0,0	69	77,6	77,5	-0,1	109	82,1	82,1	0,0
30	81,7	81,2	0,1	70	98,9	99,0	0,1	110	42,3	42,5	0,2
31	91,5	91,5	0,0	71	78,3	78,0	-0,3	111	53,3	53,3	0,0
32	87,6	87,6	0,0	72	51,1	51,1	0,0	112	20,5	20,4	-0,1
33	50,4	50,3	-0,1	73	17,7	17,7	0,0	113	30,5	30,6	0,1
34	84,8	84,6	-0,2	74	27,9	27,9	0,0	114	26,4	26,4	0,0
35	47,4	47,8	0,4	75	59,6	59,7	0,1	115	11,0	11,0	0,0
36	87,6	87,6	0,0	76	22,7	22,7	0,0	116	87,1	87,0	-0,1
37	32,7	32,6	-0,1	77	59,6	59,7	0,1	117	78,8	78,9	0,1
38	24,5	24,4	-0,1	78	42,6	42,5	-0,1	118	66,3	66,1	-0,2
39	22,9	23,0	0,1	79	14,8	14,8	0,0	119	28,9	28,9	0,0
40	81,7	81,6	-0,1	80	72,7	72,7	0,0	120	94,9	94,9	0,0

Tabela 5

Nr kąta	Ostateczna wartość kąta po wy- równaniu	Kąt wyliczo- ny ze współ- rzędnych ostatecznych	Róż- nica d'	Nr kąta	Ostateczna wartość kąta po wy- równaniu	Kąt wyliczo- ny ze współ- rzędnych ostatecznych	Róż- nica d'	Nr kąta	Ostateczna wartość kąta po wy- równaniu	Kąt wyliczo- ny ze współ- rzędnych ostatecznych	Róż- nica d'
121	80,0	79,9	-0,1	161	89,4	89,4	0,0	201	36,0	36,2	0,2
122	71,0	71,0	0,0	162	54,7	54,7	0,0	202	38,9	39,0	0,1
123	37,7	37,8	0,1	163	26,9	26,8	-0,1	203	80,0	80,0	0,0
124	87,5	87,5	0,0	164	75,7	75,7	0,0	204	69,7	69,8	0,1
125	83,7	83,8	0,1	165	68,6	68,6	0,0	205	56,6	56,6	0,0
126	56,3	56,3	0,1	166	12,1	12,0	-0,1	206	17,5	17,4	-0,1
127	68,3	67,9	-0,4	167	63,3	63,6	0,3	207	37,2	37,2	0,0
128	69,2	69,3	0,1	168	58,1	58,1	0,0	208	92,3	92,4	0,1
129	22,6	22,6	0,0	169	61,1	61,1	0,0	209	29,1	29,1	0,0
130	64,8	64,7	-0,1	170	70,3	70,2	-0,1	210	70,1	69,9	-0,2
131	97,4	97,3	-0,1	171	22,6	22,8	0,2	211	87,5	87,6	0,1
132	02,3	02,3	0,0	172	27,8	27,6	-0,2	212	21,0	21,0	0,0
133	90,1	90,1	0,0	173	60,2	60,2	0,0	213	02,7	02,7	0,0
134	12,5	12,4	-0,1	174	13,8	13,8	0,0	214	46,5	46,4	-0,1
135	33,0	33,2	0,2	175	47,2	47,5	0,3	215	09,0	09,0	0,0
136	52,0	52,0	0,0	176	42,5	42,5	0,0	216	18,0	17,9	-0,1
137	59,6	59,7	0,1	177	79,0	88,9	-0,1	217	94,4	94,4	0,0
138	56,8	56,8	0,0	178	89,1	79,4	0,0	218	29,4	29,6	0,2
139	88,2	88,2	0,0	179	27,9	27,9	0,0	219	64,5	64,5	0,0
140	06,5	06,4	-0,1	180	69,6	69,5	-0,1	220	11,5	11,5	0,0
141	36,9	36,9	0,0	181	20,0	20,0	0,0	221	09,3	09,3	0,0
142	53,2	53,1	-0,1	182	46,4	46,4	0,0	222	87,8	87,8	0,0
143	51,5	51,6	0,1	183	18,3	18,4	0,1	223	00,2	00,3	0,1
144	69,9	70,1	0,2	184	55,8	55,8	0,0	224	17,5	17,4	-0,1
145	45,3	45,0	-0,3	185	57,3	57,2	-0,1	225	11,5	11,5	0,0
146	71,1	71,0	-0,1	186	32,6	32,7	0,1	226	76,4	76,6	0,2
147	07,4	07,3	-0,1	187	35,2	35,2	0,0	227	37,5	37,6	0,1
148	50,6	50,6	0,0	188	67,1	67,2	0,1	228	92,0	92,0	0,0
149	93,7	83,7	0,0	189	96,5	96,4	-0,1	229	45,6	45,6	0,0
150	61,5	61,6	0,1	190	42,3	42,2	-0,1	230	27,6	27,5	-0,1
151	89,6	89,5	-0,1	191	20,6	20,8	0,2	231	43,6	43,5	-0,1
152	04,6	04,6	0,0	192	65,6	65,4	-0,2	232	83,1	83,1	0,0
153	74,4	74,4	0,0	193	32,1	32,2	0,1	233	98,6	98,6	0,0
154	45,5	45,5	0,0	194	19,0	19,0	0,0	234	08,0	08,0	0,0
155	92,2	92,2	0,0	195	21,8	21,8	0,0	235	25,3	25,4	0,1
156	00,5	00,5	0,0	196	90,3	90,4	0,1	236	51,2	51,1	-0,1
157	14,3	14,3	0,0	197	07,8	07,7	-0,1				
158	73,2	73,1	-0,1	198	23,6	23,4	-0,2				
159	50,4	50,5	0,1	199	73,4	73,4	0,0				
160	22,4	22,3	-0,1	200	59,3	59,3	0,0				

[illegible]

СТАНИСЛАВ КАСПЭРЭК
МЕЧЫСЛАВ ПЕТЖЫКОВСКИ

ПРИМЕР УРАВНОВЕШЕНИЯ СЕТИ ВЫПОЛНЯЮЩЕЙ ТРИАНГУ-
ЛЯЦИИ НЕ СОБЛЮДАЯ ПРИНЦИПА БЕЗОШИБОЧНОСТИ
НАВЯЗЫВАЮЩИХ ТОЧЕК.

СОДЕРЖАНИЕ

При уравнивании триангуляционных сетей обычно соблюдается принцип безошибочности навязывающих точек. Это рационально и логично только тогда, когда сеть низшего ряда гораздо хуже сети высшего ряда; в этом случае принимается, что ошибки координат навязывающих точек ничтожны по сравнению с ожидаемыми ошибками координат точек навязываемой сети. Соблюдение этого принципа в случае, когда уравниваемая сеть только немного уступает точностью сети высшего ряда может испортить хороший материал наблюдений.

Авторы занялись уравниванием выполняющей сети из 46 точек, привязанной к 6-ти точкам высшего ряда. Наблюденный материал состоит из 236 угловых наблюдений и измерения одного базиса. Все наблюдения были приведены к плоскости относимости.

Соблюдая условие: $\left[\frac{vv}{mm} \right] = \text{minimum}$, где: v есть уравнива-

ющая поправка, m —определённая а priori средняя ошибка наблюдения, был отброшен принцип безошибочности точек высшего ряда и в результате уравнивания, поправки получили равно наблюдаемые величины, как и координаты навязывающих точек. Полученные путём вычисления координаты XU навязывающих точек только тогда могли бы быть приняты за безошибочные, если бы их ошибка равнялась нулю, т. е. если бы точность наблюдений в сети высшего ряда равнялась бесконечности.

Исходя из этого, кроме обычных уравнений ошибок для наблюдения в уравниваемой сети, имеющих вид:

$$a_i dx_1 + b_i dy_1 + c_i dx_2 + d_i dy_2 + \dots + l_i = V_i$$

были введены уравнения на поправки координат „постоянных” точек:

$$dx_i = Vx_i; \quad dy_i = Vy_i$$

Каждое полученное таким образом уравнение было разделено на принятую *à priori* среднюю ошибку m_i . Для угловых наблюдений $m = 3''{,}18$, для линейных $m = 0{,}6$ см., а для координат навязывающих точек $m = 5$ см.

В результате уравнивания получилась средняя ошибка наблюдения $m_0 = 0{,}8255$ (квадратный корень из частного суммы квадратов поправок на вторую степень ошибок, делённого на число избыточных наблюдений):

$$m_0 = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n - k}}$$

Величина m_0 подтверждает принятые *à priori* перед уравниванием рассуждения.

Средняя величина средних ошибок точек получается 5,1 см причем точки внутри уравниваемой сети имеют ошибки порядка 3—4 см а внешние точки — около 6—7 см.

STANISŁAW KASPEREK
MIECZYŚŁAW PIETRZYKOWSKI

SUMMARY

ADJUSTMENT OF A TRIANGULATION NET WHEN THE DETERMINATION ERRORS OF JUNCTION POINTS ARE TAKEN INTO ACCOUNT

For a net adjustment general principle is adopted that the points are determined without errors. This way may be justified when the net of lower order is decidedly poorer than the net of higher order — because we assume that the errors of coordinates of junction points are insignificant when compared with those of co-ordinates of points we are going to determine.

The assumption that the junction points are errorless may cause, in the case when the net to adjust is slightly poorer than the net of the higher order, a misrepresentation of a good observation material.

The quoted example comprises the adjustment of 46 points, belonging to a surface net connected to 6 points of I order triangulation. This net contains 236 angular observations and one base measurement.

After reduction of all observations to the projection surface and simultaneously retaining the condition

$$\left[\frac{vv}{mm} \right] = \text{minimum}$$

(where vv = adjustment correction, m = a priori accepted mean observation error)

the principle of errorlessness of junction points has been rejected, and the adjustment correction have been conferred in the course of adjustment upon the direct observed quantities and upon the co-ordinates of junction points.

The co-ordinates XY of junction points, determined by computation, may be regarded as errorless in only one case — when the errors of these quantities are equal to zero, or when the accuracy of observations of higher order triangulation is infinite great.

These quantities and the actual material of field observations shall be regarded as changeable quantities and shall be subdued to deformation in conformity with the minimum condition.

Based on what was said above, besides observation equations

$$a_i dx_1 + b_i dy_1 + c_i dx_2 + d_i dy_2 + \dots l_i = v_i$$

there were inserted correction equations for co-ordinates of „fixed points”

$$dx_i = Vx_i \quad \text{and} \quad dy_i = Vy_i$$

Each equation of thus received set of error equations was divided by a priori accepted error m_i that is

$$m = 3.18^{\text{cc}} \quad \text{for angular observations}$$

$$m = 0.6 \text{ cm} \quad \text{for linear observations}$$

$$m = 5 \text{ cm} \quad \text{for co-ordinates of junction points}$$

The well known computation yielded observation error which is the square root of the sum of corrections to second power to mean errors to second power divided by the number of supernumerary observations

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{\left[\frac{vv}{mm} \right]}{n-k}}$$

The value m_0 confirms the correctness of accepted assumption as to the quantity of observation errors.

The mean value of mean errors of points is 5.1 cm, moreover, the inner net points are encumbered with errors of 3—4 cm and peripheral points with errors of 6—7 cm.