

GŁÓWNY URZĄD POMIARÓW KRAJU
PRACE GEODEZYJNEGO INSTYTUTU NAUKOWO-BADAWCZEGO
ТРУДЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА
TRAVAUX DE L'INSTITUT GÉODÉSIQUE

Nr 12

TADEUSZ LAZZARINI

GEODEZYJNE POMIARY ODKSZTAŁCEŃ

ZE SZCZEGÓLNYM UWZGLĘDNIENIEM
POTRZEB KONTROLI ZAPÓR WODNYCH

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ
С особым принятием во внимание надобностей контроля плотин.

MESURES GÉODÉSIQUES DES DÉFORMATIONS
visant particulièrement au contrôle des barrages

W A R S Z A W A 1952

PAŃSTWOWE PRZEDSIĘBIORSTWO FOTOGRAMETRII I KARTOGRAFII

TADEUSZ LAZZARINI

GEODEZYJNE POMIARY ODKSZTAŁCEŃ

ZE SZCZEGÓLNYM UWZGLĘDNIENIEM
POTRZEB KONTROLI ZAPÓR WODNYCH

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ
С особым принятием во внимание надобностей контроля плотин.

MESURES GÉODÉSIQUES DES DÉFORMATIONS
visant particulièrement au contrôle des barrages

W A R S Z A W A 1952

PAŃSTWOWE PRZEDSIĘBIORSTWO FOTOGRAMETRII I KARTOGRAFII

PPWK. Zam. 10 (5). — Nakład 1000. — Papier druk. sat. kl. V 70 gr. 70 × 100. — Druk ukończono 8. 2. 52.

B.Z.G. — Zakład Nr 13 w Wąbrzeźnie — 667. — 20. 7. — 8. 2. 52. E-2-13769.

Geodezyjne pomiary odkształceń
ze szczególnym uwzględnieniem potrzeb kontroli zapór wodnych

E R R A T A

Str.	Wiersz	Jest	Powinno być
6	6 od góry	Różnowie	Różnowie
7	1 od góry	położenie	przesunięcia
12	9 od góry	$(\gamma - \beta) = (\gamma' - \beta')$	$(\gamma - \beta) - (\gamma' - \beta')$
14	1 od dołu	$\frac{1}{m_s}$	$\frac{1}{m_{s_i}}$
17	10 od dołu	gdy p-ty nawiązujące	gdy oprócz zjawiska poprzedniego p-ty nawiązujące
19	13 od dołu	$2 \cdot (r - 1)$	$2 \cdot (r - 1)$
24	2 od dołu	$dy -$	$dy +$
25	1 od góry	$dy -$	$dy +$
26	9 od góry	$-\delta$	$-\delta_i$
30			w zakończeniu przykładu liczbowego dodać: $(m_{\Delta y}) = \pm (\mu_0) \cdot \sqrt{\frac{1}{[B B \cdot 1]}} = \pm 0.76 \text{ mm}$ $(m_{\Delta x}) = \pm (m_{\Delta y}) \cdot \sqrt{\frac{[B B]}{[A A]}} = \pm 1.28 \text{ mm}$
32	5 od góry	wzoru (1) § 10-go	wzoru (3) § 10-go
32	7 od góry	wzoru (1) § 6-go	wzoru (1) § 5-go
32	8 od góry	pominiemy	pominięto
32	17 od dołu	$s_i \ s_k$	$s_i - s_k$
51	5 od dołu	$m_{\Delta i} \text{ min}$	$m_{\Delta i}'' \text{ min}$
56			rysunki 8, 9 i 10 odwrócić o 180°
71	8 od góry	kąt δ	kąt γ
86	7 i 8 od góry	obie podziałki łaty	na każdym stanowisku dwukrotnie, zmieniając wysokość osi celowej
89	rys. 43		w dolnej części rys. 43 oznaczyć reper numerem 2
96	2 od góry	$-h'_{14} - v'_{14} - h'_{15} - v'_{15} - h'_{16} - v'_{16} - h'_{17} - v'_{17} -$	$-h_{14} - v_{14} - h_{15} - v_{15} - h_{16} - v_{16} - h_{17} - v_{17} +$
96	5 od góry	$h'_{11} + \dots - v'_{16} -$	$+ h_{11} + \dots - v_{16} +$
97	5 od góry	/	- 1
	kolumna 13	1	
97	15 od góry		wstawić + 1
	kolumna 15		
97	15 od góry		wstawić - 1
	kolumna 16		
98	11 od dołu	$v'_1 =$	$v_1 =$
106	10 od dołu	средной	средней
106	1 od dołu	почву	грунт
107	3 od góry	частых	частных
110	4 od dołu	cannaissance	connaissance
113	6 od dołu	czast	čas't
114	22 od góry	nature	naturie
114	9 od dołu	reżima	rieżima
114	3 od dołu	geodezyjnych	geodezyjnych

W S T Ę P

§ 1. GENEZA I ZNACZENIE POMIARÓW PRZESUNIĘĆ

W przeważającej większości wypadków moment zakończenia budowy jest jednocześnie kresem zainteresowania wzniesioną budowlą dla grona współpracujących przy niej inżynierów. Istnieją jednak budowle, które, ze względu na ich przeznaczenie lub położenie, narażone są na mniejsze lub większe przemieszczanie i odkształcanie i z tego powodu wymagają dłuższego, a nawet stałego badania ich zachowania się.

Te zmiany położenia i kształtu, po przekroczeniu pewnych (niewielkich) dopuszczalnych wartości granicznych, mogą spowodować katastrofę budowli i w konsekwencji — nieobliczalne straty; zapobiec temu można jedynie przez zastosowany w porę, a więc na podstawie analizy częstych obserwacji, odpowiedni zabieg techniczny.

Do budowli wymagających dokładnych okresowych obserwacji należą przede wszystkim zapory wodne, budowle morskie, niekiedy przyczółki i filary mostowe oraz tunele. Również niektóre budowle, wzniesione w zwykłych warunkach i bez specjalnego przeznaczenia, które przez długi przeciąg czasu pozostawione były same sobie, mogą nagle, wskutek gruntownej zmiany ich otoczenia, stać się przedmiotem skrupulatnych badań. Do takich należą np. zabytkowe lub nowoczesne, lecz cenne budynki, co do których zachodzi obawa naruszenia ich równowagi przez nie przewidywane uprzednio nowe przedsięwzięcie budowlane (np. kościół Św. Anny przy Trasie W — Z). Przedmiotem obserwacji mogą stać się również obiekty zabytkowe, wzniesione niegdyś nieopatrznie na gruncie uważanym za stały, a który po pewnym czasie począł zdradzać objawy osuwania się.

Badania tego rodzaju przeprowadzane są nie tylko w odniesieniu do sztucznych obiektów. W niektórych krajach obserwuje się systematycznie ruch pewnych wierzchołków górskich, lodowców i usuwisk.

Wyniki badań zachowania się obiektów sztucznych pod wpływem różnych czynników zewnętrznych i wewnętrznych (parcie wody, wiatru,

wpływ temperatury, ruchy podłoża, drgania zainstalowanych maszyn wirujących) mają dwojakie znaczenie:

- 1) dla konstruktora, który ma możliwość skontrolować słuszność swych założeń względnie wyciągnąć nowe wnioski, oraz
- 2) dla bezpieczeństwa samej budowli i żyjącej w jej pobliżu ludności, co odnosi się szczególnie do zapór wodnych, których katastrofy mogą spowodować w przeciągu kilkunastu minut wielomiliardowe straty materialne i śmierć tysięcy ludzi, zamieszkujących poniżej dolinę rzeki.

Projektowanie budowli opiera się w dużym stopniu na wynikach badań laboratoryjnych, przeprowadzanych na modelach. Badania te, mimo ich wielkiego znaczenia, nie rozwiązują całkowicie kwestii bezpieczeństwa, które w dużej mierze uzależnione jest od solidnego wykonania budowy w terenie oraz od splotu różnych, nie przewidzianych przy studiach okoliczności, które dopiero w trakcie budowy mogą wyjść na jaw. Toteż zdaniem takich autorytetów jak Kelen, Griszin, Szoklitsch, Ludin i in. — badania terenowe, prowadzone na wszystkich niemal większych zaporach świata, są cennym i niezbędnym uzupełnieniem i kontynuacją studiów laboratoryjnych.

Niezależnie od tego fakt wybudowania takiego wielkiego i specjalnego obiektu sztucznego, jakim jest zapora wodna, może zmienić w dużym stopniu dotychczasowe warunki geoprzyrodnicze doliny zbiornika i jego najbliższej okolicy i stworzyć nowe, których wpływ na wzniesioną budowlę musi być obserwowany bezpośrednio, w postaci nie skażonej sztucznymi warunkami i założeniami laboratoryjnymi.

Jak wielką wagę przywiązują odpowiedzialne koła fachowe do przeprowadzania stałych bezpośrednich obserwacji ukończonych i będących w budowie zapór wodnych — świadczy fakt opublikowania ich wyników za okres 1918 — 1945 przez Szwajcarską Komisję Zapór.

Rozwój badań zachowania się obiektów sztucznych wiąże się ściśle z rozwojem danej gałęzi budownictwa, przy czym mają nań o wiele większy wpływ niepowodzenia niż sukcesy budownictwa. Tak np. skrupulatne badania, rozpoczęte w r. 1924 na nowowzniesionej zaporze Rempen w Szwajcarii, oraz opublikowanie ich wyników, spowodowane były między innymi koniecznością uspokojenia opinii publicznej oraz przedstawienia świadectwa pewności budowli wobec kół fachowych, poruszonych do głębi mającą miejsce o rok wcześniej katastrofą zapory Gleno.

Zainteresowanie sfer technicznych szczególnie metodą trygonometryczną pomiaru przesunień wzrosło jeszcze bardziej po katastrofie zapory St. Francis w Kalifornii w r. 1928, o czym świadczył napływ licznych zapytań odnośnie tej metody badań, kierowanych z różnych krajów do

szwajcarskich władz mierniczych, które powyższą metodę opracowały i wprowadziły w życie.

Trygonometryczna metoda pomiaru przesunięć, zastosowana po raz pierwszy w r. 1921 na szwajcarskiej zaporze Montsalvens przez inżynierów „Eidgenössische Landestopographie“ Zölly'ego i Langa, polega na wcięciu w przód poszczególnych punktów budowli ze stanowisk obserwacyjnych w nawiązaniu do dalszych, osadzonych w skałach celowników. Stanowiska w postaci betonowych słupów fundowane były bezpośrednio na zdrowej skale, o ile możliwości poza sferą ciśnienia budowli na grunt. Ze względu na konieczność możliwie bezbłędnego centrowania teodolitu w górnych częściach słupów zabetonowane były urządzenia umożliwiające centrowanie automatyczne.

Już pierwsze okresy obserwacji wykazały pewne uchwytne przesunięcia nie tylko stanowisk, lecz i w niektórych wypadkach punktów zabezpieczających. Wpływ przesunięcia stanowiska na pomiar kierunku eliminowano wyznaczając elementy przesunięcia stanowiska przy pomocy wcięcia wstecz, traktując kierunki pierwotne jako „kierunki pomierzone“, a późniejsze (mimośrodowe) jako „azymuty przybliżone“. Stosowano przy tym głównie graficzne metody rozwiązania wcięcia wstecz.

Nie przewidywany początkowo ruch punktów tzw. zabezpieczających, związany z ruchem bliskiego otoczenia zapory pod wpływem jej ciśnienia, a zwłaszcza pierwszego spiętrzenia wody, stanowił niezwykle trudne do rozwiązania zagadnienie. Jak stwierdzono, można je było częściowo rozwiązać projektując właściwiej sieć pomiarową. W swej pracy pt. „Deformationsmessungen an Staumauern nach den Methoden der Geodäsie“, opublikowanej w 1929 r., Lang stwierdza nawet, że ruch punktów zabezpieczających stanowi granicę stosowalności metody trygonometrycznej. Wyniki dalszych prac tego wybitnego, nie żyjącego już specjalisty były publikowane w niedostępnym niestety dla autora niniejszego wydawnictwie: „Berichte der Eidgenössischen Landestopographie“. We wspomnianej już zbiorowej pracy pt. „Messungen, Beobachtungen und Versuche an Schweizerischen Talsperren, 1919—1945“, nadmienia się jednak, że po wielu próbach, opartych na różnych dowolnych założeniach (np. że ten lub ów punkt zabezpieczający przyjmuje się za stały), zastosował Lang w r. 1937 równoczesne wyznaczenie przesunięć stanowisk przy zachowaniu warunków $[vv] = \min$ i $[qq] = \min$. (przez v należy rozumieć poprawki do kierunków między stanowiskami i punktami zabezpieczającymi, a przez q — liniowe przesunięcia punktów zabezpieczających w kierunkach prostopadłych do celowych).

Jak wynika ze szkiców sieci pomiarowych, na zaporach szwajcarskich nie budowano filarów obserwacyjnych na punktach zabezpieczających porzucając na osadzeniu w skałach sygnałów i rezygnując tym samym z pomiaru kierunków na tych punktach.

W Polsce geodezyjne pomiary odkształcenia zapór wodnych prowadzili (w porządku chronologicznym):

Państwowe Kierownictwo Budowy Zbiornika w Porąbce, Mgr Inż. Janusz Kobyliński z ramienia Biura Pomiarowego Ministerstwa Komunikacji, ś. p. Mgr Inż. Edward Słota z ramienia Państwowego Kierownictwa Budowy Zbiornika w Różnowie oraz Inż. Tadeusz Wołoszyński z ramienia tegoż Kierownictwa w okresie okupacji. Po uzyskaniu niepodległości prace te, jak również obserwacje całego szeregu budowli lądowych, prowadzi Geodezyjny Instytut Naukowo-Badawczy za pośrednictwem kierowanej przez autora specjalnej komórki współpracującej z Władzami Wodnymi i Instytutem Techniki Budowlanej.

§ 2. PODZIAŁ METOD POMIAROWYCH

Przeprowadzenie ogólnej klasyfikacji stosowanych dotychczas metod badania budowli, a w szczególności zapór wodnych, wydaje się konieczne z tego powodu, aby można było jasno zdać sobie sprawę, jakiego rodzaju wyników dostarczą nam poszczególne metody i którą z nich należy zastosować w danych okolicznościach.

Stosowane dotychczas badania podzielić można ze względu na ich bezpośredni cel — na dwa zasadniczo różne działy. Do jednego zaliczymy *badania fizyko-techniczne*, jak pomiary temperatury budowli, pomiary naprężeń materiału konstrukcyjnego, ilości i składu chemicznego przeciekającej wody, wyporu wody itd.

Do działu drugiego zaliczymy te wszystkie pomiary, które mają na celu wykrycie i określenie przemieszczania i odkształcania się budowli, a więc *pomiary natury geometrycznej*. Jest jasne, że istnieje ścisły związek między wynikami badań obu tych działów, jednakże próba ujęcia go w formę matematyczną przekraczałaby znacznie ramy niniejszej pracy.

Pomiary natury geometrycznej podzielić można na dwie grupy metod, różniących się od siebie sposobem zainstalowania przyrządów pomiarowych w stosunku do badanej budowli.

Do jednej z nich zaliczymy wszystkie te metody pomiarowe, które wymagają umieszczenia przyrządów mierniczych wprost na budowli lub w jej wnętrzu; *przyrządy te będą więc brały udział w ruchu budowli*. Do grupy tej należą m. in.:

- a) pomiary pochylania się budowli przy pomocy klinometrów umieszczanych na bolcach, wpuszczonych w ściany zapory,
- b) pomiary przy pomocy wahadeł zawieszanych wewnątrz zapory*),
- c) pomiary przy pomocy wszelkiego rodzaju czujników, umieszczanych w fugach dylatacyjnych lub ewentualnych szczelinach.

*) Stosuje się również pionowy optyczny.

Do grupy drugiej zaliczymy te metody, które odnoszą położenie poszczególnych badanych punktów obiektu do punktów rozmieszczonych poza budowlą, w pewnym od niej oddaleniu i które możemy nazwać z bardzo dużym przybliżeniem „punktami stałymi“. Należą do niej zatem wszystkie stosowane dotychczas przy tego rodzaju pracach metody geodezyjne, a mianowicie:

- a) metoda trygonometryczna (triangulacyjna), przy pomocy której można wyznaczyć całkowitą zmianę położenia dowolnej ilości punktów budowli, nawet trudno dostępnych, tak w płaszczyźnie poziomej jak i pionowej,
- b) niwelacja ścisła, która może być zastosowana z natury rzeczy tylko do punktów bezpośrednio dostępnych, a więc np. punktów położonych w koronie lub w niektórych dolnych partiach zapory, lub w jej wnętrzu,
- c) metoda tyczenia lub uszeregowania punktów (wizierowanie po stworam, Aligmentmessungen), która daje tylko jedną składową poziomą oraz ewentualnie jeszcze składową pionową przesunięcia, stosowana do punktów zakładanych wzdłuż korony zapory lub w osi (lub równoległej) jakiegokolwiek wydłużonej budowli,
- d) metoda fotogrametryczna.

Taki podział pomiarów geometrycznych ma o wiele głębsze znaczenie niżby to się na pierwszy rzut oka mogło wydawać. Podczas gdy wyniki pomiarów pierwszej grupy odnoszą się do ruchu względnego, informują nas tylko o ruchu jednej części budowli względem drugiej, lub co najwyżej względem bezpośrednio pod fundamentem leżącej skały, to pomiary geodezyjne dostarczają wielkości i kierunku bezwzględnych przesunięć budowli w przestrzeni, w stosunku do rozmieszczonych poza nią punktów nawiązujących, które już tylko w bardzo małym stopniu ulegać mogą wpływowi jej ciśnienia na grunt.

Z tego właśnie powodu, mimo że dokładność niektórych metod względnych przewyższa znacznie obecną dokładność metod geodezyjnych (np. według danych szwajcarskich: wahadło Juillard'a $\pm 0,05$ mm, metoda trygonometryczna $\pm 0,5$ mm, niwelacja ścisła $\pm 0,2$ mm) oraz mimo stwierdzonego niejednokrotnie niewielkiego ruchu punktów nawiązujących, od którego zresztą można częściowo się uwolnić, stosowanie metod geodezyjnych, jako jedyne go środka wyznaczenia ruchu bezwzględnego, zalecają nie tylko znani autorzy podręczników budownictwa wodnego, lecz również międzynarodowe kongresy specjalistów budowy zapór. W zakończeniu wspomnianego poprzednio zbiorowego wydawnictwa Szwajcarskiej Komisji Zapór zaleca się również stosowanie metod geodezyjnych oraz nawiązywanie pomiarów wahadłowych do trygonometrycznych. Inż. Juillard, twórca metody wahadłowej, stwierdza, że metoda trygonometryczna daje specjalne korzyści przy badaniu zapory

podczas budowy umożliwiając wyznaczenie wzajemnej zmiany położenia obu jej stron — odwodnej i odpowietrznej. Pomiary w czasie budowy przeprowadzono m. in. na zaporach Spitalamm i Garichte.

§ 3. CEL I TREŚĆ NINIEJSZJ PRACY

Celem niniejszej pracy jest przekazanie zebranych przez autora wiadomości oraz wyników własnych przeszło pięcioletnich doświadczeń wszystkim zainteresowanym, a w pierwszym rzędzie Geodezyjnemu Instytutowi Naukowo-Badawczemu, którego pracownikiem jest autor i który jego zdaniem jest najbardziej powołany do wykonywania pomiarów odkształceń o najwyższej dokładności. Praca ta ma służyć jako podręcznik praktyczny i zarazem jako podstawa do dalszego ulepszania metod i narzędzi w tej dziedzinie.

Idea zastosowania metod geodezyjnych do pomiarów odkształceń oraz główne problemy tego zagadnienia zaczerpnięte zostały ze wspomnianej pracy Langa: „Deformationsmessungen...“. Pominięcie w tej publikacji podbudowy teoretycznej oraz zetknięcie się z nowymi trudnościami w praktyce skłoniły autora do podjęcia próby samodzielnego opracowania tych zagadnień. Niemożność skorzystania z niektórych specjalnych publikacyj radzieckich, a także szwajcarskich i amerykańskich, uniemożliwia autorowi stwierdzenie w jakim stopniu wyniki jego pracy przyczyniają się do postępu w omawianej dziedzinie wiedzy.

Większa część pracy odnosi się do pomiarów odkształceń zapór wodnych, gdyż te z omówionych już przyczyn wymagają największej dokładności i staranności, a więc mogą służyć za wzór dla pomiarów innych obiektów sztucznych i naturalnych przy uwzględnieniu zmian, wynikających z wymaganej w tych wypadkach dokładności. Praca niniejsza nie obejmuje całości zagadnienia geodezyjnych pomiarów przesunięć i odkształceń i ograniczona jest do tych działów, z którymi najczęściej można się spotkać w praktyce, tj. do triangulacji, niwelacji ścisłej i metody tyczenia. Pominięta została metoda trygonometrycznego wyznaczenia przesunięć pionowych, która w ogromnej większości wypadków ustępuje niwelacji ścisłej. Autor nie opracował również metody równoczesnego wyznaczania przesunięć wszystkich punktów sieci, w której punkty badane związane są precyzyjnym pomiarem długości, gdyż możliwość zastosowania takiego pomiaru zdarza się bardzo rzadko (zapora Spitalamm). Pominięte zostały również metody odkształceń w tunelach i tak zwane próby mostów, omówione wyczerpująco w nadesłanej do kraju literaturze radzieckiej.

Prawie wszystkie działy opracowane zostały w sposób zupełnie oryginalny, wypadki korzystania z cudzych doświadczeń lub wniosków zostały wyraźnie określone. Treść rozdziału I oparta została na metodzie spostrzeżeń zaważanych z niewiadomymi, która od najbardziej pro-

stego szczególnego wypadku w § 5 przechodzi niemal że w najogólniejszą formę w § 10. Wyznaczenie przesunięć pionowych metodą niwelacji ściślej opracowane zostało w oparciu o metodę spostrzeżeń zawarunkowanych, która bardziej odpowiada istocie pomiarów odkształceń, a w szczególności dążeniu do niezakładania z góry stałości tego lub innego punktu odniesienia niż metoda spostrzeżeń pośrednich. Dwie podstawowe metody: triangulacyjna i niwelacyjna, opracowane zostały *przy uwzględnieniu poprawek do obu porównywanych ze sobą pomiarów: pierwotnego i aktualnego*, co bardziej zbliża wyniki do nieznaney nam rzeczywistości niż przyjmowanie pomiaru wyjściowego za bezbłędny.

Podstawowym problemem dziedziny wysoko precyzyjnych pomiarów odkształceń jest możliwie najdokładniejsze stwierdzenie stałości punktów odniesienia i w razie potrzeby wyznaczenie ich przesunięć. Zagadnieniu temu poświęcona jest znaczna część pracy.

Korzyści wypływające z łącznego stosowania metod geodezyjnych z pomiarami przesunięć względnych wymagałyby szerszego omówienia tych ostatnich, na przeszkodzie temu stoi jednak konieczność jak najszybszego oddania niniejszej pracy do praktycznego użytku.

Autor mniema, że w obecnych czasach osiągnięty został na świecie kres dokładności pomiarów kątowych. Ewentualna potrzeba zwiększenia dokładności pomiarów odkształceń, szczególnie w wypadku zapór wodnych, spowoduje konieczność oparcia tych pomiarów o stosowane już w geodezji i odpowiednio przepracowane metody interferencyjne.

TRYGONOMETRYCZNA METODA POMIARU PRZESUNIĘĆ POZIOMYCH

§ 4. WIADOMOŚCI WSTĘPNE

Sieć pomiarowa składa się z punktów odniesienia („stałych“) i punktów badanych („ruchomych“). Do punktów odniesienia zaliczamy stanowiska obserwacyjne i punkty nawiązujące, przy czym te ostatnie mogą w pewnych warunkach służyć również jako stanowiska.

Na stanowiskach wykonujemy pomiar kierunków (lub kątów) wcinających (tj. zdążających do punktów badanego obiektu), oraz kierunków nawiązujących. Te ostatnie służą do nawiązania (zorientowania) kierunków wcinających, oraz, w razie potrzeby, do wyznaczenia ewentualnych przesunięć stanowisk. Sprawa skomplikuje się, gdy jednocześnie ze stanowiskiem ulegną przesunięciu niektóre punkty nawiązujące. W pewnych wypadkach będzie można jednak te przesunięcia wyznaczyć i usunąć ich szkodliwy wpływ.

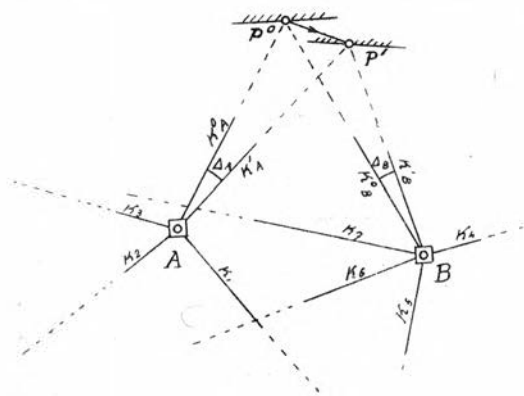
Metoda wcięć, zastosowana do pomiaru przesunięć i odkształceń budowli, pozwala wyznaczyć zmiany położenia poszczególnych jej punktów

w stosunku do pewnego ich położenia, przyjętego za początkowe, w odniesieniu do sieci punktów stałych. Pomiary przesunięć polegają więc na porównaniu wyników bezpośrednich pomiarów kątowych, a uzyskane tą drogą przesunięcia liniowe będą prostymi funkcjami różnic tych obserwacji.

Pomiary przesunięć w obecnym ich stadium różnią się dość znacznie od normalnych prac triangulacyjnych. Zasadnicze różnice, to krótkie celowe (do kilkuset m.), bardzo mała dokładność pomiaru długości (co najwyżej około 1:500 do 1:1000), oraz zaniechanie obliczania współrzędnych. Uzasadnienie tych cech podane będzie w odpowiednich ustępach.

Dalsze różnice — to częsta potrzeba obliczania i uwzględniania ruchu punktów odniesienia, oraz konieczność wprowadzenia poprawek za obserwację do obydwu porównywanych ze sobą pomiarów. Ta ostatnia właściwość pochodzi stąd, że przy pomiarach przesunięć zasadniczo wszystkie obserwacje wykonywane są z największą możliwą do osiągnięcia dokładnością, byłoby więc niesłuszne wyrównywać pomiar aktualny do pierwotnego, jako obciążony błędami do bezbłędnego.

Wyznaczenie przesunięcia w wypadku najprostszym, tj. *gdy położenie stanowisk i punktów nawiązujących nie ulega zmianie*, przedstawić można w sposób schematyczny, jak następuje:



Rys. 1

A i B — stanowiska obserwacyjne,

$K_1 K_2 \dots K_7$ — kierunki
nawiazujące,

$K_A^0 K_B^0$ — kierunki wcinające, odnoszące się do położenia początkowego punktu, tj. P^0 .

$K'_A K'_B$ — kierunki wcinające, odnoszące się do aktualnego położenia punktu P' .

Celowa między stanowiskami A i B jest bardzo pożądana, lecz nie zawsze możliwa do uzyskania.

Rozpoczynając badanie zachowania się budowli (w szczególności jej punktu P) wykonujemy pomiar pierwotny (wyjściowy), obserwując na stanowiskach A i B wszystkie kierunki nawiązujące i wcinające. Pomiar pierwotny zarejestruje nam początkowe położenie punktu P , czyli P^0 w odniesieniu do punktów stałych.

Z pomiaru, wykonanego po pewnym czasie, otrzymamy kierunki, które nazwiemy aktualnymi. Kierunki aktualne nawiązujące będą różnić się od pierwotnych jedynie o wielkość błędów obserwacji, zmieniają się natomiast kierunki wcinające punkt P , który na skutek przesuwania się budowli zajął położenie P' . Po wykonaniu wzajemnej orientacji kierunków aktualnych i pierwotnych otrzymamy zorientowane kierunki wcinające na obydwu stanowiskach, oraz wielkości przesunięć kątowych Δ_A i Δ_B przy pomocy których wyznaczymy wektor przesunięcia $P'' - P'$.

W praktyce nie możemy być nigdy pewni stałości wszystkich punktów odniesienia, a w szczególności stanowisk, jako położonych bliżej badanego obiektu niż punkty nawiązujące. Chcąc jednak zmniejszyć do minimum możliwość oraz wielkość przesunięć punktów odniesienia, stabilizujemy je w sposób możliwie najtrwalszy, a więc w postaci betonowych słupów, fundowanych o ile możliwości na zdrowej skale. Jeśli mimo tych zabiegów punkty te zmieniają swe położenie w okresie czasu, dzielącym pomiar aktualny od pierwotnego, wówczas należy przeprowadzić odpowiednie redukcje obserwacji.

Treść najbliższych ustępów (§ 6 — § 9) odnosić się będzie do sieci pomiarowych, w których punkty nawiązujące nie będą mogły służyć jako stanowiska z racji ich niedostępnego położenia, będą tą więc sieci raczej miejskie niż stosowane na zaporach wodnych. Taka kolejność została spowodowana większą prostotą obliczenia tych pierwszych. We wszystkich rozważaniach przyjęto, że obserwacje wykonywane są metodą kierunkową w pełnych seriach.

§ 5. OCENA STAŁOŚCI STANOWISKA I PUNKTÓW NAWIAZUJĄCYCH

Świadectwem niezmienności położenia stanowiska w pewnym okresie czasu, względem innych punktów, przyjętych za stałe, będzie równość odpowiednich kątów, pomierzonych na stanowisku na początku i końcu danego okresu. Równość kątów należy, rzecz prosta, rozumieć jako zgodność w pewnych granicach, określonych błędami pomiaru.

Jak wiadomo, punktów stałych (nawiązujących) musi być co najmniej trzy, jednakże tak ze względu na kontrolę pomiaru, jak i stałości samych punktów nawiązujących (§ 7) należy obierać je w ilości 5 — 6. Przy projektowaniu sieci (§ 13) należy więc m. in. mieć na uwadze, aby ewentualne przesunięcie stanowiska w dowolnym kierunku mogło spowodować uchwytą zmianę kątów (koło niebezpieczne).

Oznaczmy przez K_i kierunki, otrzymane z pomiaru pierwotnego (wyjściowego), przez K'_i — z pomiaru aktualnego, a przez $s_i = K_i - K'_i$ — skrety odpowiednich kierunków i założmy chwilowo niezmiennosc położenia stanowiska i punktów nawiązujących, idealne warunki pomiaru i bezbłądność narzędzia.

Przy powyższych założeniach otrzymalibyśmy:

$$\begin{array}{lll}
 K_2 - K_1 = \alpha & K'_2 - K'_1 = \alpha' & \alpha = \alpha' \\
 K_3 - K_1 = \beta & K'_3 - K'_1 = \beta' & \beta = \beta' \\
 K_4 - K_1 = \gamma & K'_4 - K'_1 = \gamma' & \gamma = \gamma' \\
 \cdot & \cdot & \cdot \\
 \alpha - \alpha' = (K_2 - K'_2) - (K_1 - K'_1) = s_2 - s_1 = 0 \\
 \beta - \beta' = (K_3 - K'_3) - (K_1 - K'_1) = s_3 - s_1 = 0 & (1) \\
 \cdot & \cdot & \cdot \\
 (\gamma - \beta) = (\gamma' - \beta') = (K_4 - K'_4) - (K_3 - K'_3) = s_4 - s_3 = 0 \\
 \cdot & \cdot & \cdot
 \end{array}$$

Z powyższego wynika, że świadectwem równości kątów pierwotnych i aktualnych, a więc i niezmienności położenia stanowiska byłaby równość skrętów poszczególnych kierunków. Biorąc pod uwagę błędy pomiaru, stwierdzimy, że spowodują one rozbieżności między skrętami i odwrotnie — z rozbieżności tych można będzie uzyskać miarę dokładności pomiaru.

Jeśli przyczyną rozbieżności między skrętami były tylko przypadkowe błędy obserwacji, to uzyskany tą drogą średni błąd jednostkowy kierunku nie powinien zbytnio przewyższać takiegoż błędu, ustalonego „a priori” na podstawie analizy dokładności narzędzia, czy też z odchyłek w poszczególnych trójkątach, lub wreszcie na podstawie wyrównań stacyjnych.

W wypadku przeciwnym mamy wystarczającą podstawę do twierdzenia, że na rozbieżności między skrętami wpływa inna jeszcze przyczyna, tj. ruch stanowiska (ewentualny ruch punktów nawiązujących chwilowo pomijamy).

W rzeczywistych warunkach (błędy pomiaru, narzędzia itp.) wzajemną zgodność kątów nawiązujących pierwotnych i aktualnych uzyskamy po przydzieleniu poszczególnym kierunkom poprawek za obserwację, przy czym poprawić należy tak kierunki aktualne jak i pierwotne, gdyż żaden z tych pomiarów nie może być uważany za bezbłędny.

Podstawowy warunek teorii najmniejszych kwadratów ujmijmy więc następująco:

$$[p v v] + [p' v' v'] = \min.$$

Zgodność poprawionych kątów wyrazimy:

$$\begin{array}{l}
 (K_2 + v_2) - (K_1 + v_1) = (K'_2 + v'_2) - (K'_1 + v'_1) \\
 (K_3 + v_3) - (K_1 + v_1) = (K'_3 + v'_3) - (K'_1 + v'_1) \\
 (K_4 + v_4) - (K_1 + v_1) = (K'_4 + v'_4) - (K'_1 + v'_1) \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot
 \end{array} \quad (2)$$

Z powyższego układu wynika równość skrętu poprawionych kierunków aktualnych względem pierwotnych:

$$\begin{aligned} S_1 = (K_1 + v_1) - (K'_1 + v'_1) &= (K_2 + v_2) - (K'_2 + v'_2) = \\ &= (K_3 + v_3) - (K'_3 + v'_3) = (3) \\ &= (K_4 + v_4) - (K'_4 + v'_4) = \\ &\dots \end{aligned}$$

(znaczek $_1$ dla odróżnienia od S_2 występującego w następnym paragrafie) oraz poniższe równania warunkowe z jedną niewiadomą:

$$\begin{aligned} v_1 - v'_1 - S_1 + s_1 &= 0 \\ v_2 - v'_2 - S_1 + s_2 &= 0 \\ v_3 - v'_3 - S_1 + s_3 &= 0 \\ v_4 - v'_4 - S_1 + s_4 &= 0 \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie

$$s_i = K_i - K'_i \quad (5)$$

Oznaczając ilość obserwacji (pierwotnych i aktualnych łącznie) przez n , ilość warunków, tj. kierunków nawiązujących, a więc i równań przez r , stwierdzamy, że przy $r = 1$ otrzymamy wynik jednoznaczny, natomiast wyrównanie wraz z określeniem dokładności kierunku może mieć miejsce przy $r > 1$.

Stosując ogólną formę wyrównania, przy zachowaniu warunku $[pvv] + [p'v'v'] = \min$. (dzięki któremu uzyskamy $m_{S_i} = \min$.) tworzymy funkcję:

$$\begin{aligned} F = [pvv] + [p'v'v'] - 2k_1 (v_1 - v'_1 - S_1 + s_1) + \\ - 2k_2 (v_2 - v'_2 - S_1 + s_2) + \\ - 2k_3 (v_3 - v'_3 - S_1 + s_3) + (6) \\ - 2k_4 (v_4 - v'_4 - S_1 + s_4) + \\ \dots \end{aligned}$$

Tworząc pochodne tej funkcji względem poprawek i niewiadomej, oraz przyrównując je do zera, otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial v_1} &= 2 p_1 v_1 - 2 k_1 = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial v_2} &= 2 p_2 v_2 - 2 k_2 = 0 \\ &\dots \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial F}{\partial v'_1} = 2 p'_1 v'_1 + 2 k_1 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial v'_2} = 2 p'_2 v'_2 + 2 k_2 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial S_1} = 2 k_1 + 2 k_2 + 2 k_3 + \dots = 0 \quad (8)$$

$$v_i = \frac{k_i}{p_i}$$

$$v'_i = - \frac{k_i}{p'_i} \quad (9)$$

Wartości poprawek (9) podstawiamy do równań warunkowych (4) i otrzymamy równania korelat:

$$\begin{aligned} \frac{p_1 + p'_1}{p_1 p'_1} k_1 - S_1 + s_1 &= 0 \\ \frac{p_2 + p'_2}{p_2 p'_2} k_2 - S_1 + s_2 &= 0 \\ \frac{p_3 + p'_3}{p_3 p'_3} k_3 - S_1 + s_3 &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Przed wyrównaniem mamy możność określić średnie błędy kierunków pierwotnych i aktualnych, oraz odpowiadające im wagi, które wyniosą odpowiednio:

$$p_i = \frac{1}{\mu_i^2} \quad p'_i = \frac{1}{\mu_i'^2} \quad (11)$$

W związku z tym na podstawie wzoru (5) otrzymamy średnie błędy i wagi skrętów poszczególnych kierunków przed wyrównaniem:

$$m_{s_i} = \pm \sqrt{\mu_i^2 + \mu_i'^2} \quad (12)$$

$$p_{s_i} = \frac{p_i p'_i}{p_i + p'_i} = \frac{1}{m_{s_i}^2}$$

Uwzględniając powyższe, obliczymy poszczególne korelaty z układu (10):

$$\begin{aligned} k_1 &= (S_1 - s_1) p_{s_1} \\ k_2 &= (S_1 - s_2) p_{s_2} \\ &\dots \dots \dots \\ k_i &= (S_1 - s_i) p_{s_i} \end{aligned} \quad (13)$$

Powyższe wartości korelat podstawiamy do równania (8), z którego wyznaczymy niewiadomą S_1 tj. najprawdopodobniejszą wielkość skre-
tu, przy zachowaniu warunku minimum dla poprawek wszystkich kie-
runków nawiązujących aktualnych i pierwotnych:

$$S_1 = \frac{p_{s_1} \cdot s_1 + p_{s_2} \cdot s_2 + p_{s_3} \cdot s_3}{p_{s_1} + p_{s_2} + p_{s_3}} \dots = \frac{\sum p_{s_i} \cdot s_i}{\sum p_{s_i}} \quad (14)$$

Widzimy więc, że skręt najprawdopodobniejszy, czyli stała orienta-
cyjna, będzie to ogólna średnia arytmetyczna ze skre-
tów poszczególnych kierunków aktualnych w stosunku do pierwotnych. Upoważnia to nas
do potraktowania różnic s_i jak poszczególne spostrzeżenia, o wagach,
będących funkcjami wag bezpośrednio obserwowanych kierunków. Po-
służy nam to do bezpośredniego, szybkiego obliczenia średniego błędu
stałej orientacyjnej S_1 i wyciągnięcia wniosków odnośnie ewentualnego
ruchu stanowiska obserwacyjnego.

Oznaczając:

$$\delta_i = S_1 - s_i \quad (15)$$

w związku z czym na podstawie wzoru (4) będzie $\delta_i = v_i - v'_i$ otrzymamy średni błąd stałej orientacyjnej, jako ogólnej średniej:*)

$$(m_{S_1}) = \pm \sqrt{\frac{[p_{s_i} \cdot \delta \delta]}{[p_{s_i}] \cdot (r - 1)}} \quad (16)$$

oraz średni błąd typowego spostrzeżenia, czyli różnicy (skrętu) o wadze
równej jedności:

$$(m_{s_i}) = \pm (m_{S_1}) \cdot \sqrt{[p_{s_i}]} = \pm \sqrt{\frac{[p_{s_i} \cdot \delta \delta]}{r - 1}} \quad (17)$$

*) Średnie błędy otrzymane po wyrównaniu podane są w nawiasach.

przy czym poszczególne wagi obliczymy z równania (12) (kontrola: $[p_{s_i} \cdot \delta_i] = 0$).

Celem skontrolowania słuszności wyżej obranej drogi obliczymy z wzoru (14) wielkość S_1 , z układu (13) korelaty, po czym z układu (9) poszczególne poprawki do kierunków.

Biorąc pod uwagę oznaczenia (15) otrzymamy:

$$k_i = p_{s_i} \cdot \delta_i \quad (13a)$$

$$p_1 v_1^2 = \frac{k_1^2}{p_1} = \frac{p_{s_1}^2 \cdot \delta_1^2}{p_1}$$

$$p'_1 v'^2_1 = \frac{k_1^2}{p'_1} = \frac{p_{s_1}^2 \cdot \delta_1^2}{p'_1}$$

$$p_2 v_2^2 = \frac{k_2^2}{p_2} = \frac{p_{s_2}^2 \cdot \delta_2^2}{p_2}$$

$$p'_2 v'^2_2 = \frac{k_2^2}{p'_2} = \frac{p_{s_2}^2 \cdot \delta_2^2}{p'_2}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$[p v v] + [p' v' v'] = p_{s_1}^2 \cdot \delta_1^2 \cdot \frac{p_1 + p'_1}{p_1 \cdot p'_1} + p_{s_2}^2 \cdot \delta_2^2 \cdot \frac{p_2 + p'_2}{p_2 \cdot p'_2} + \dots$$

$$\dots \dots \dots = p_{s_1} \cdot \delta_1^2 + p_{s_2} \cdot \delta_2^2 + \dots \dots \dots$$

$$[p v v] + [p' v' v'] = [p_{s_i} \cdot \delta \delta] \quad (18)$$

Po wyrównaniu średni błąd jednostkowy kierunku wyniesie:

$$(\mu_1^0) = \pm \sqrt{\frac{[p v v] + [p' v' v']}{r - 1}} = \pm \sqrt{\frac{[p_{s_i} \cdot \delta \delta]}{r - 1}} \quad (19)$$

(znaczek $\pm$ dla odróżnienia od (μ_2^0) występującego w następnym §) a średni błąd różnicy typowych kierunków, której waga = $\frac{1}{2}$

$$(m'_{s_i}) = \pm (\mu_1^0) \cdot \sqrt{2} = \pm \sqrt{\frac{[p_{s_i} \cdot \delta \delta] \cdot 2}{r - 1}}$$

Chcąc, jak poprzednio, otrzymać (m_{s_i}) tj. średni błąd typowej różnicy (skrętu), czyli różnicy o wadze $= 1$, należy równanie powyższe podzielić przez $\sqrt{2}$ zgodnie z zależnością:

$$\frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{(m_{s_i})^2}{(m'_{s_i})^2}$$

Otrzymamy więc:

$$(m_{s_i}) = \pm \sqrt{\frac{[p_{s_i} \cdot \delta \delta]}{r - 1}} = \pm (\mu_1^0) \quad (20)$$

Zgodność wzorów (20) i (17) potwierdza raz jeszcze słuszność potraktowania różnic (skrętów) s_i jako bezpośrednich spostrzeżeń, o wagach, obliczonych według wzoru (12). Wzór (20) stwierdza poza tym, że średni błąd typowej różnicy równy jest jednostkowemu średniemu błędowi kierunku obliczonemu według wzoru (19).

Wracając do wzoru (1) i początkowych wniosków, stwierdzamy, że o ile wielkość jednostkowego średniego błędu kierunku określona wzorem (19) nie przekroczy zbyt wielkości 1" to będzie to wystarczającą podstawą do stwierdzenia stałości stanowiska i punktów nawiązujących w granicach dokładności pomiaru (zgodnie z przyjęciem $p_i = \frac{1}{\mu_i^2}$ $p'_i = \frac{1}{\mu_i'^2}$ średni błąd jednostkowy kierunku przed wyrównaniem wyniesie $\pm 1''$).

Zgodność obu tych wielkości zawiedzie jedynie w dwóch szczególnych wypadkach, których prawdopodobieństwo zajścia w praktyce jest bardzo małe:

- 1) gdy cały układ p-tów ulegnie równoległemu przesunięciu lub obrotowi, bez zmiany wzajemnych odległości, oraz
- 2) gdy p-ty nawiązujące przesuną się wzdłuż celowych, nie zmieniając wielkości kątów na stanowiskach.

Zgodność obu wielkości może zawieść również w wypadku, gdy sieć jest niewłaściwie zaprojektowana (koło niebezpieczne).

Wielkość jednostkowego średniego błędu obliczonego po wyrównaniu (μ_1^0) pozwala na natychmiastową ocenę stałości punktów sieci.

Wykonując obserwacje metodą kierunkową w pełnych seriach, jak to dotychczas najczęściej się stosuje, określimy dokładność pomiaru kierunków na podstawie wyrównań stacyjnych. Wszystkie kierunki pomierzone w danym momencie na danym stanowisku, będą scharakteryzo-

wane jednakowym średnim błędem i wagą, które to wielkości wyniosą odpowiednio dla kierunków pierwotnych i aktualnych:

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \mu_2 = \dots = \mu_i = \dots = \mu \\ p_1 &= p_2 = \dots = p_i = \dots = p = \frac{1}{\mu_2} \\ \mu'_1 &= \mu'_2 = \dots = \mu'_i = \dots = \mu' \\ p'_1 &= p'_2 = \dots = p'_i = \dots = p' = \frac{1}{\mu'^2}\end{aligned}\quad (11a)$$

W związku z tym średni błąd jednostkowy kierunku (aktualnego i pierwotnego) przed wyrównaniem wyniesie $\pm 1''$.

Średni błąd pojedynczego skrętu przed wyrównaniem i jego waga będą równe:

$$\begin{aligned}m_s &= \pm \sqrt{\mu^2 + \mu'^2} \\ p_s &= \frac{1}{\mu^2 + \mu'^2}\end{aligned}\quad (12a)$$

a stała orientacyjna i jej średni błąd

$$S_1 = \frac{[s_i]}{r} \quad (14a)$$

$$(m_{S_1}) = \pm \sqrt{\frac{[\delta \delta]}{r \cdot (r - 1)}} \quad (16a)$$

Ocenę stałości stanowiska i punktów nawiązujących przeprowadzimy, obliczając po wyrównaniu średni błąd jednostkowy kierunku (aktualnego i pierwotnego)

$$(\mu_1^0) = \pm \sqrt{\frac{p_s [\delta \delta]}{r - 1}} = \pm \frac{(m_{S_1}) \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{\mu^2 + \mu'^2}} = \frac{(m_{S_1}) \cdot \sqrt{r}}{m_s} \quad (20a)$$

Dotychczas nie określiliśmy orientacyjnej granicy dla wielkości jednostkowego średniego błędu kierunku po wyrównaniu.

Weźmy pod uwagę wzór (20^a) i opierając się na rozważaniach o dokładności średnich błędów (Jordan, Hdb. d. Verm. tom I z r. 1935 §§ 144 i 145), ustalmy, kiedy uważać należy ruch stanowiska za stwierdzony.

Jak już zostało ustalone

$$(\mu_1^0) = \pm \frac{\sqrt{\frac{[\delta \delta]}{r - 1}}}{\sqrt{\mu^2 + \mu'^2}} = \frac{m_1}{m_2}$$

winno wynieść 1'', czyli $m_1 = m_2$.

Wielkości m_1 i m_2 nie są bezbłędne; wartość najprawdopodobniejsza m_1 wyniesie:

$$M_1 = m_1 \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (r-1)}} \right) \quad (21)$$

Wielkość m_2 otrzymamy na podstawie wyrównań stacyjnych dla kierunków pierwotnych i aktualnych, przy czym μ i μ' będą to średnie błędy kierunków wyrównanych na stacji, czyli średnich z s serii, takich, jakie wprowadzamy do dalszych obliczeń:

$$\mu = \pm \frac{\mu_0}{\sqrt{s}} \quad \mu' = \pm \frac{\mu'_0}{\sqrt{s}} \quad \mu_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{(s-1)(r-1)}}$$

$$\mu'_0 = \pm \sqrt{\frac{[v'v']}{(s-1)(r-1)}}$$

Przyjmując dla uproszczenia, że $\mu_0 = \mu'_0$ otrzymamy:

$$\mu = \mu' \quad m_2 = \pm \mu \sqrt{2} = \pm \sqrt{\frac{2}{s}} \mu_0$$

w związku z czym

$$M_2 = m_2 \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{s \cdot (s-1) \cdot (r-1)}} \right) \quad (22)$$

oraz

$$\frac{M_1}{M_2} \cong \frac{1 \pm \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (r-1)}}}{1 \pm \sqrt{\frac{1}{s \cdot (s-1) \cdot (r-1)}}} \quad (23)$$

Przyjmując ilość pełnych serii $s = 3$, ilość kierunków nawiązujących kolejno $r = 4, 5, 10$ otrzymamy następujące krańcowe odchylenia wielkości (μ_1^0) od nominalnej wielkości 1":

$$\begin{aligned} r = 4 \quad \frac{M_1}{M_2} &= 0,5 - 1,9 \\ r = 5 &= 0,5 - 1,7 \\ r = 10 &= 0,7 - 1,4 \end{aligned}$$

Po uwzględnieniu powyższego wzór 20^a pokryje się pod względem treści z wzorem podanym przez Langa w nieco innej formie i bez wprowadzenia.

Podanych wyżej wartości krańcowych nie należy oczywiście brać zbyt dosłownie. Niekiedy większy błąd jednego z kierunków pierwotnych

spowoduje większy odskok średniego błędu (μ_1^0) w ciągu wszystkich następnych porównań: w innym wypadku błąd taki może obarczyć jeden z kierunków aktualnych, podczas jednej z kolejnych obserwacji, nie występując w obserwacjach poprzednich ani następnych. Należy więc zwracać baczną uwagę nie tylko na poszczególne oderwane wielkości jednostkowego średniego błędu uzyskanego po wyrównaniu (μ_1^0) lecz również na tendencję, ujawniającą się w charakterze ich występowania.

PRZYKŁAD LICZBOWY
Zapora A, stanowisko III

Cel	Pom. pierwot. 1946. VI. K_i	Pom. 1950 VI. K'_i	$s_i =$ $K_i - K'_i$	$\delta_i =$ $S_1 - s_i$
IV	85° 50' 48".9	49".0	- 0".1	- 0".17
VI	148 22 01 .2	00 .8	+ 0 .4	- 0 .67
V	212 43 28 .4	30 .1	- 1 .7	+ 1 .43
D	245 12 38 - 0	37 .6	+ 0 .4	- 0 .67
II	262 12 23 .2	23 .2	0 .0	- 0 .27
I	274 07 52 .2	53 .5	- 1 .3	+ 1 .03
VII	63 24 10 .5	10 .1	+ 0 .4	- 0 .67
			- 1 .9	+ 0 .01
	$\mu = \pm 0''.43$	$\mu' = \pm 0''.61$	$m_s = \pm 0''.75$	

$$S_1 = - 0''.27$$

$$[\delta \delta] = 4.5543$$

$$(m_{S_1}) = \sqrt{\frac{[\delta \delta]}{r \cdot (r-1)}} = \pm 0''.33$$

$$\underline{\underline{(\mu_1^0) = \pm \frac{(m_{S_1}) \cdot \sqrt{r}}{m_s} = \pm 1''.16}}$$

Wniosek: Stałość stanowiska III w okresie VI. 1946 — VI. 1950 została stwierdzona w granicach błędów pomiarowych*).

§ 6. WYZNACZENIE ELEMENTÓW PRZESUNIĘCIA STANOWISKA
METODĄ WCIĘCIA WSTECZ

Wyznaczenie elementów przesunięcia stanowiska jest środkiem do uzyskania kierunków aktualnych nawiązujących i wcinających takich, jakie byłyby pomierzone w momencie aktualnym na stanowisku pierwotnym. Jest to więc wyznaczenie elementów mimośrodów celem redukcji kierunków aktualnych do pierwotnego położenia stanowiska.

*) Stawiając ten wniosek należy pamiętać o poczynionych uprzednio zastrzeżeniach.

Przez wykonanie tej redukcji uzyskamy możność porównania kierunków aktualnych i pierwotnych między sobą i wyznaczenia ewentualnego przesunięcia badanego obiektu. Podana niżej droga wyznaczenia mimośrodu będzie słuszna jedynie w wypadku niezmienności położenia punktów nawiązujących (lub ewentualnego bardzo małego ich ruchu wzdłuż celowych)

Chcąc uzyskać aktualne położenie stanowiska z możliwie największą dokładnością należy dążyć aby kierunki miejsc geometrycznych możliwych położen tego stanowiska przecinały się pod korzystnymi kątami (§ 13 p. 3).

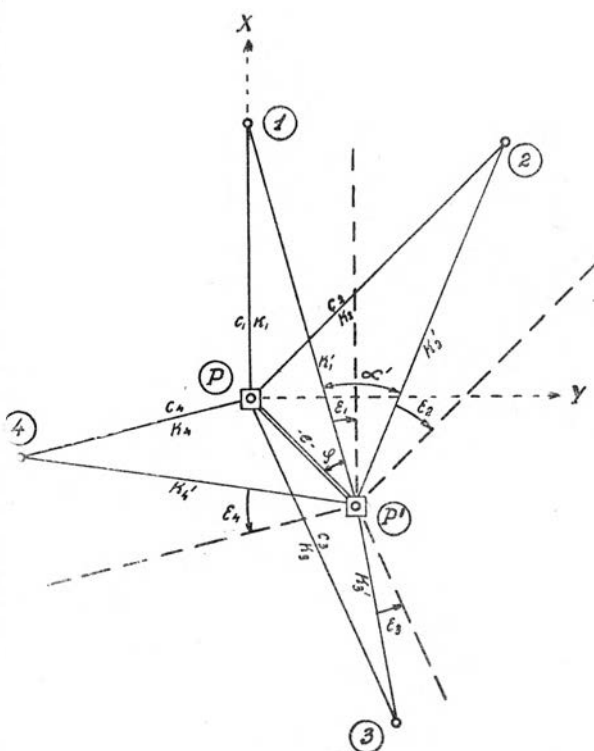
Niech P oznacza pierwotne położenie stanowiska, P' — aktualne, $k_1, k_2, k_3 \dots$ kierunki nawiązujące pierwotne, a $k'_1, k'_2, k'_3 \dots$ — aktualne. Przez wyznaczenie położenia P' i obliczenie poprawek za mimośród ε_i do kierunków aktualnych sprawdzimy je do równoległości z pierwotnymi, uzyskując tym samym wzajemną zgodność kątów nawiązujących pierwotnych i aktualnych w granicach, uzależnionych od dokładności obu pomiarów.

Tę wzajemną zgodność ujmujemy następująco:

$$\begin{aligned} (k_2 + v_2) - (k_1 + v_1) &= (k'_2 + v'_2 + \varepsilon_2) - (k'_1 + v'_1 + \varepsilon_1) \\ (k_3 + v_3) - (k_1 + v_1) &= (k'_3 + v'_3 + \varepsilon_3) - (k'_1 + v'_1 + \varepsilon_1) \\ (k_4 + v_4) - (k_1 + v_1) &= (k'_4 + v'_4 + \varepsilon_4) - (k'_1 + v'_1 + \varepsilon_1) \end{aligned} \quad (1)$$

Z równań powyższych wynika równość skreślenia poprawionych kierunków aktualnych względem pierwotnych, który dla odróżnienia od skreślenia obliczonego w § 5 oznaczmy S_2 :

$$\begin{aligned} S_2 &= (k_1 + v_1) - (k'_1 + v'_1 + \varepsilon_1) = (k_2 + v_2) - (k'_2 + v'_2 + \varepsilon_2) = \\ &= (k_3 + v_3) - (k'_3 + v'_3 + \varepsilon_3) = \\ &= (k_4 + v_4) - (k'_4 + v'_4 + \varepsilon_4) = \end{aligned} \quad (2)$$



Rys. 2

W dalszym ciągu otrzymamy równania:

$$\begin{aligned} v_1 - v'_1 &= S_2 - (k_1 - k'_1) + \varepsilon_1 \\ v_2 - v'_2 &= S_2 - (k_2 - k'_2) + \varepsilon_2 \\ v_3 - v'_3 &= S_2 - (k_3 - k'_3) + \varepsilon_3 \end{aligned} \quad (3)$$

Jeśli przyjmiemy teraz lokalny układ współrzędnych w ten sposób, aby jego początek pokrywał się z punktem P , a oś X — z prostą $P - 1$, to poprawki do kierunków aktualnych za mimośród stanowiska będą identyczne ze zmianami azymutów poszczególnych prostych $P - 1$, $P - 2$, $P - 3 \dots$ pod wpływem przesunięcia punktu P , wziętymi z przeciwnymi znakami:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= -d\alpha_1 = -\frac{\rho'' \sin \alpha_1}{c_1} \cdot dx_p + \frac{\rho'' \cos \alpha_1}{c_1} \cdot dy_p = \\ &= a_1 \cdot dx_p + b_1 \cdot dy_p \\ \varepsilon_2 &= -d\alpha_2 = -\frac{\rho'' \sin \alpha_2}{c_2} \cdot dx_p + \frac{\rho'' \cos \alpha_2}{c_2} \cdot dy_p = \\ &= a_2 \cdot dx_p + b_2 \cdot dy_p \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_i &= -\frac{\rho'' \sin \alpha_i}{c_i} \\ b_i &= +\frac{\rho'' \cos \alpha_i}{c_i} \end{aligned} \quad (5)$$

przy czym bez uszczerbku dla dokładności rachunku można przyjąć $\alpha_i = k_i$.

Oznaczając skrety poszczególnych kierunków jak w § 5 i opuszczając znaczek p otrzymamy z układów 3 i 4 następujące równania warunkowe z niewiadomymi:

$$\begin{aligned} v_1 - v'_1 &\dots \dots \dots - S_2 - a_1 \cdot dx - b_1 \cdot dy + s_1 = 0 \\ v_2 - v'_2 &\dots \dots \dots - S_2 - a_2 \cdot dx - b_2 \cdot dy + s_2 = 0 \\ v_3 - v'_3 &\dots \dots \dots - S_2 - a_3 \cdot dx - b_3 \cdot dy + s_3 = 0 \\ v_1 - v'_4 &\dots \dots \dots - S_2 - a_1 \cdot dx - b_1 \cdot dy + s_1 = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Układ powyższy różni się od układu, obowiązującego dla zwykłego wcięcia wstecz tym, że każde z równań (6) zawiera poprawki tak do kierunków pierwotnych jak i do aktualnych.

Oznaczając ilość obserwacji pierwotnych i aktualnych łącznie przez n , ilość warunków, t. j. kierunków nawiązujących a więc i równań, przez r , oraz ilość niewiadomych przez k , stwierdzimy, że przy trzech kierunkach nawiązujących byłoby $r = k$, w skutek czego otrzymalibyśmy wynik jednoznaczny (bez wyrównania) i wszystkie poprawki $v_i = v'_i = 0$ (zagadnienie Pothenota).

Przy co najmniej czterech kierunkach nawiązujących będzie $r > k$, wobec czego moglibyśmy wyznaczyć k niewiadomych przy pomocy k dowolnych równań za pośrednictwem poprawek v , a następnie obliczyć poszczególne v z pozostałych $(r - k)$ równań, które jako nie zawierające już niewiadomych, możemy potraktować jak zwykłe równania warunkowe i rozwiązać przy pomocy korelat. W praktyce będziemy jednak stosowali inną drogę. Jak z powyższego wynika dodatkowym warunkiem możliwości wyrównania i oceny dokładności, co ma dla nas pierwszorzędne znaczenie, byłoby $n > r - k$, w naszym jednak wypadku nierówność ta będzie zawsze spełniona, gdyż $n = 2r$. Jako warunek wystarczający należy więc uznać $r > k$.

Chcąc z układu (6) wyznaczyć najprawdopodobniejsze wartości niewiadomych S_2 , dx , dy — zastosujemy doń warunek $[pvv] + [p'v'v'] = \min$, który spowoduje:

$$m^2_{S_2} = \min. \quad m^2_{dx} = \min. \quad m^2_{dy} = \min.$$

W tym celu tworzymy funkcję:

$$\begin{aligned} F = [pvv] + [p'v'v'] - 2k_1(v_1 - v'_1 - S_2 - a_1 \cdot dx - b_1 \cdot dy + s_1) + \\ - 2k_2(v_2 - v'_2 - S_2 - a_2 \cdot dx - b_2 \cdot dy + s_2) + \quad (7) \\ - 2k_3(v_3 - v'_3 - S_2 - a_3 \cdot dx - b_3 \cdot dy + s_3) + \\ \dots \dots \dots \end{aligned}$$

której minimum względne znajdziemy, przyrównywując do zera jej pochodne cząstkowe względem poprawek i niewiadomych. Pochodne względem poprawek będą identyczne z otrzymanymi w § 5, wobec czego

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{k_i}{p_i} \\ v'_i &= - \frac{k_i}{p'_i} \end{aligned} \quad (8)$$

W dalszym ciągu otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial S_2} &= 2k_1 + 2k_2 + 2k_3 + \dots = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial dx} &= 2a_1k_1 + 2a_2k_2 + 2a_3k_3 \dots = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial dy} &= 2b_1k_1 + 2b_2k_2 + 2b_3k_3 \dots = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Poprawki (8) podstawiamy do układu (6) otrzymując równania na korelaty i niewiadome:

$$\begin{aligned} \frac{k_1}{p_{s_1}} - S_2 - a_1 dx - b_1 dy + s_1 &= 0 \\ \frac{k_2}{p_{s_2}} - S_2 - a_2 dx - b_2 dy + s_2 &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie p_{s_i} jako wagi skrętów kierunków określone są wzorem (12) § 5-go.

Obliczone z powyższego układu korelaty:

$$\begin{aligned} k_1 &= p_{s_1} (S_2 + a_1 dx + b_1 dy - s_1) \\ k_2 &= p_{s_2} (S_2 + a_2 dx + b_2 dy - s_2) \end{aligned} \quad (11)$$

podstawiamy do równań (9), otrzymując:

$$\begin{aligned} [p_{s_i} \cdot S_2 + [p_{s_i} \cdot a_i] \cdot dx + [p_{s_i} \cdot b_i] \cdot dy - [p_{s_i} \cdot s_i] &= 0 \\ [p_{s_i} \cdot a_i] \cdot S_2 + [p_{s_i} \cdot a_i^2] \cdot dx + [p_{s_i} \cdot a_i \cdot b_i] \cdot dy - [p_{s_i} \cdot a_i \cdot s_i] &= 0 \quad (12) \\ [p_{s_i} \cdot b_i] \cdot S_2 + [p_{s_i} \cdot a_i \cdot b_i] \cdot dx + [p_{s_i} \cdot b_i^2] \cdot dy - [p_{s_i} \cdot b_i \cdot s_i] &= 0 \end{aligned}$$

Z pierwszego równania układu (12) wyznaczamy wielkość najprawdopodobniejszego skretu:

$$S_2 = -\frac{[p_{s_i} \cdot a_i]}{[p_{s_i}]} \cdot dx - \frac{[p_{s_i} \cdot b_i]}{[p_{s_i}]} \cdot dy + \frac{[p_{s_i} \cdot s_i]}{[p_{s_i}]}$$

lub

$$S_2 = \dots + S_1 \quad (13)$$

i podstawiamy ją do równań następnych tegoż układu, otrzymując:

$$\left\{ [p_s \cdot a^2] - \frac{[p_s \cdot a]^2}{[p_s]} \right\} dx + \left\{ [p_s \cdot a \cdot b] - \frac{[p_s \cdot a][p_s \cdot b]}{[p_s]} \right\} dy -$$

$$- \left\{ [p_s \cdot a \cdot s] - \frac{[p_s \cdot a][p_s \cdot s]}{[p_s]} \right\} = 0$$

$$\left\{ [p_s \cdot a \cdot b] - \frac{[p_s \cdot a][p_s \cdot b]}{[p_s]} \right\} dx + \left\{ [p_s \cdot b^2] - \frac{[p_s \cdot b]^2}{[p_s]} \right\} dy - \\ - \left\{ [p_s \cdot b \cdot s] - \frac{[p_s \cdot b][p_s \cdot s]}{[p_s]} \right\} = 0$$

Stosując oznaczenia:

$$A_i = a_i - \frac{[p_s \cdot a]}{[p_s]} \\ B_i = b_i - \frac{[p_s \cdot b]}{[p_s]} \\ -\delta_i = s_i - \frac{[p_s \cdot s]}{[p_s]} = s_i - S_1 \quad (14)$$

w których δ_i i S_1 określone są wzorami (14) i (15) § 5-go, otrzymamy powyższe równania w następującej formie:

$$[p_s \cdot A^2] \cdot dx + [p_s \cdot A \cdot B] \cdot dy + [p_s \cdot A \cdot \delta] = 0 \\ [p_s \cdot A \cdot B] \cdot dx + [p_s \cdot B^2] \cdot dy + [p_s \cdot B \cdot \delta] = 0 \quad (15)$$

Z układu tego wyznaczamy w zwykły sposób niewiadome dx i dy , następnie z równania (13) wielkość S_2 , w dalszym ciągu z układu (1i) wartości korelat i wreszcie z równań (8) poprawki do poszczególnych obserwacji.

Po wyrównaniu średni błąd typowego spostrzeżenia:

$$(u_2^0) = \pm \sqrt{\frac{[p v v] + [p' v' v']}{r - 3}} = \pm \sqrt{\frac{[m_s^2 \cdot k^2]}{r - 3}} \quad (16)$$

nie powinien jak i przy ocenie stałości stanowiska, przekraczać zbyt wielkości 1". W przeciwnym razie mamy wystarczającą podstawę do twierdzenia, że zmiany wielkości kątów aktualnych w stosunku do pierwotnych nie będą miały charakteru prawidłowego, określonego równaniami (4), lecz wywołane są również ruchem punktów nawiązujących.

Wielkość $(r - 3)$ w mianowniku wzoru (16) jest to ilość nadliczbowych obserwacji, której pochodzenie uzasadnimy następująco: ogólna ilość elementów wyznaczanych, t. j. poprawek i niewiadomych, wynosi $n + k = 2r + k$; przy pomocy r równań wyznaczamy r elementów, pozostanie więc $r + k$, a ponieważ ilość wszystkich obserwacji wynosi

$n = 2r$, przeto ilość nadliczbowych pomiarów będzie $2r - r - k = r - k$, gdzie $k = 3$ (S, dx, dy).

Wykonując obserwacje metodą kierunkową w pełnych seriach otrzymamy znaczne uproszczenia:

$$k_i = p_s(S_2 + a_i dx + b_i dy - s_i) \dots \dots \dots (11a)$$

$$S_2 = - \frac{[a]}{r} dx - \frac{[b]}{r} dy + S_1 \dots \dots \dots (13a)$$

$$\left. \begin{aligned} A_i &= a_i - \frac{[a]}{r} \\ B_i &= b_i - \frac{[b]}{r} \\ -\hat{\sigma} &= s_i - \frac{[s]}{r} = s_i - S_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14a)$$

$$(p_2^0) = \pm \sqrt{\frac{p[vv] + p'[v'v']}{r - 3}} = \pm \sqrt{\frac{m_s^2 [k^2]}{r - 3}} \dots \dots \dots (16a)$$

przy czym

$$p[vv] + p'[v'v'] = p_s \cdot |\hat{\sigma} \hat{\sigma} - 2|$$

W praktyce należy dążyć do obioru wspólnych punktów nawiązujących dla wszystkich stanowisk. Wówczas będzie można zastosować podany w § 10 sposób równoczesnego wyznaczenia przesunięć większej ilości punktów odniesienia.

Rozpatrzmy jeszcze wpływ błędów pomiaru długości celowych nawiązujących na wyniki obliczeń. Jedyną wielkością w równaniach (3) zależną od pomiaru długości jest ε . Przedstawienie jej wzorem (4) ma na celu jedynie uzyskanie wygodniejszej formy wyrównania. Równie dobrze możemy wyrazić ją inaczej, np. w funkcji wielkości mimośrodu liniowego e , jego azymutu i pomierzonych kątów, stosowanej ogólnie w pewnych obliczeniach triangulacyjnych.

Na podstawie rysunku 2 otrzymamy:

$$\varepsilon_1'' = \frac{e\rho''}{c_1} \sin \varphi$$

$$\varepsilon_2'' = \frac{e\rho''}{c_2} \sin (\varphi + \alpha')$$

$$\varepsilon''_3 = \frac{e \rho''}{c_3} \sin (\varphi + \beta')$$

i ogólnie:

$$\varepsilon''_i = \frac{e \rho''}{c_i} \sin x \quad (17)$$

Założmy, że w najbardziej korzystnych warunkach polowych otrzymamy na stanowisku średni błąd kierunku średniego z 3—4 seryj równy $\pm 0,3''$ (pomiar teodolitem precyzyjnym Wilda).

Chcąc żeby błąd wyznaczenia poprawki ε nie obniżył w sposób widoczny dokładności kierunku zredukowanego za przesunięcie stanowiska $(k'_i + \varepsilon_i)$, możemy przyjąć $m \varepsilon'' = \pm 0,15''$ (wówczas $m (k'_i + \varepsilon_i) = \pm 0,34''$). Wychodząc z powyższego oraz z wzoru (17) otrzymamy:

$$\frac{m_c}{c} \leq \frac{0 \cdot 15 \cdot c}{e \cdot \rho'' \cdot \sin x}$$

Przyjmując $c \min = 50$ m, $\sin x = \pm 1$, oraz $e \max = 5$ mm (nie spotykane w praktyce, chyba w wypadku uszkodzenia stanowiska), otrzymamy dokładność pomiaru długości celowych nawiązujących, która powinna wystarczyć dla większości wypadków w praktyce:

$$\frac{m_c}{c} \leq \frac{1}{138}$$

Identyczny wynik otrzymamy z wzoru (4):

$$\varepsilon'' = \frac{\rho''}{c} (\cos \alpha \cdot dy - \sin \alpha \cdot dx)$$

Przyjmując jak poprzednio $m \varepsilon = \pm 0'',15$ i zakładając $dx = dy = \frac{5}{\sqrt{2}}$ mm ($e \max = 5$ mm) otrzymamy:

$$\frac{m_c}{c} = \frac{c \cdot m \varepsilon}{\frac{5}{\sqrt{2}} \rho'' (\cos \alpha - \sin \alpha)}$$

Błąd względny długości osiągnie minimum, gdy $\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2}$ w związku z czym

$$\frac{m_c}{c} \min = \frac{1}{138}$$

Dla uniknięcia niespodzianek lepiej jest jednak stosować dokładność około 1:500.

PRZYKŁAD LICZBOWY

Obiekt badany:

Kościół Św. Anny przy trasie W—Z

Wyznaczenie położenia stanowiska XII w dniu 26. II. 1950

w stosunku do położenia w dniu 30. IX. 1949.

Kierunki nawiaz.		Pomiar wyjściowy 30. IX. 1949	Pomiar aktualny 26. II. 1950	$s_i =$ $K_i - K'_i$	$\delta_i =$ $S_i - s_i$
ozna- cze- nie	dłu- gość c_i m	K_i	K'_i		
		$\pm 0''.58$	$\pm 0''.81$	$\pm 1''00$	
21	181	359°59'60.''0	60.''0	0.''0	+ 4.''88
1	529	40 15 10. 6	05. 5	+ 5. 1	- 0. 22
XIII	111	41 05 58. 7	56. 7	+ 2. 0	+ 2. 88
N	250	154 27 20. 3	12. 4	+ 7. 9	- 3. 02
16	192	208 47 24. 3	14. 9	+ 9. 4	- 4. 52
		173. 9	149. 5	+ 24. 4	0. 00

$$[S_1] = + 4.''88$$

$$[\delta \delta] = 61,7080$$

$$(m_{S_1}) = \pm \sqrt{\frac{61.7080}{20}} = \pm 1.''76$$

$$(\mu_1^0) = \pm \frac{1.76 \cdot \sqrt{5}}{1.00} = \pm 3''.94$$

Wielkość (μ_1^0) wskazuje na ruch stanowiska

Ozna- czenie kie- runku	Współcz. kierun- kowe		Wsp. kier. zredukow.		δ_i	Σ
	a_i	b_i	A_i	B_i		
21	0.00	+ 1.14	+ 0.26	+ 0.91	+ 4.88	+ 6.05
1	- 0.25	+ 0.30	+ 0.01	+ 0.07	- 0.22	- 0.14
XIII	- 1.22	+ 1.40	- 0.96	+ 1.17	+ 2.88	+ 3.09
N	- 0.36	- 0.74	- 0.10	- 0.97	- 3.02	- 4.09
16	+ 0.52	- 0.94	+ 0.78	- 1.17	- 4.52	- 4.91
Σ	- 1.31	+ 1.16	- 0.01	+ 0.01	0.00	0.00
$-\frac{\Sigma}{r}$	+ 0.26	- 0.23				

Uwaga: długość celowych
wzięto w mm.

	$A]$	$B]$	$\delta]$	$\Sigma]$
$[A$	+ 1.6077	- 1.7015	- 4.7218	- 4.8156
$[B$		+ 4.5117	+ 16.0128	+ 18.8230
$[\delta$			+ 61.7080	+ 72.9990
$[\Sigma$				

$$\Delta y = - 4.063 \text{ mm}$$

$$\Delta x = - 1.363 \text{ mm}$$

$$S_2 = - \frac{[a]}{r} \cdot \Delta x - \frac{[b]}{r} \cdot \Delta y + S_1 = + 0.''580 + 4.''880 = + 5.''460$$

Kier. naw.	$a_i \cdot \Delta x$	$b_i \cdot \Delta y$	ε_i''	$\delta_i' =$ $= S_2 - s_i$	$\varepsilon_i + \delta_i' =$ $= \Sigma'$	Korelaty $= \rho_s \cdot \Sigma'$	$v_i =$ $= \frac{k_{or.}}{\rho}$	$v_i' =$ $= -\frac{k_{or.}}{\rho'}$	K o n t r o l a		
									$K_i + v_i$	$K_i' + v_i' + \varepsilon_i$	S_2
21	0.000	- 4.632	'' - 4.632	+ 5.46	+ 0.83	+ 0.84	'' + 0.28	'' - 0.55	'' 60.28	'' 54.82	'' + 5.46
1	+ 0.341	- 1.219	- 0.878	+ 0.36	- 0.52	- 0.52	- 0.17	+ 0.34	10.43	4.96	+ 5.47
XIII	+ 1.663	- 5.688	- 4.025	+ 3.46	- 0.56	- 0.56	- 0.19	+ 0.37	58.51	53.05	+ 5.46
N	+ 0.491	+ 3.007	+ 3.498	- 2.44	+ 1.06	+ 1.07	+ 0.36	- 0.70	20.66	15.20	+ 5.46
16	- 0.709	+ 3.819	+ 3.110	- 3.94	- 0.83	- 0.84	- 0.28	+ 0.55	24.02	18.56	+ 5.46
			- 2.927		- 0.02	- 0.01	- 0.01	+ 0.01			
			- 0.585								

Kontrola:

$$\left\{ \frac{[a]}{r} \cdot \Delta x + \frac{[b]}{r} \Delta y \right\} = -0,580 \cong \frac{[\varepsilon]}{r}$$

$$\frac{1}{p} = \mu^2 = 0.3364 \quad \frac{1}{p'} = \mu'^2 = 0.6561 \quad p_s = \frac{1}{m_s^2} = 1.008$$

$$[v \ v] = 0.3514 \quad p. [v \ v] = 1.0446$$

$$[v'v'] = 1.3475 \quad p' [v'v'] = 2.0538$$

$$\Sigma = 3.0984$$

$$\left. \begin{array}{l} p_s [\delta\delta \cdot 2] = 3.1046 \\ m_s^2 [k^2] = 3.1152 \end{array} \right\} \text{Kontrola}$$

$$(\mu_2^0) = \pm \sqrt{-\frac{3.1046}{2}} = \pm 1.''25$$

Stołość punktów nawiązujących stwierdzona w granicach dokładności obu pomiarów*).

U w a g a: stanowisko XII wybudowano jako słup betonowy na wysoko położonym nasłonecznionym, betonowym tarasie Pałacu Pod Blachą. Prawdopodobna przyczyna tak dużego ruchu — wpływy temperatury, różne w porównywanych momentach.

§ 7. WYKRYCIE RUCHOMEGO PUNKTU NAWIAZUJĄCEGO NIE BĘDĄCEGO STANOWISKIEM

Ruch punktów nawiązujących stanowi największe niebezpieczeństwo dla metody triangulacyjnej. Lang („Deformationsmessungen...“ str. 29) stwierdza nawet: „Vielmehr steht man bei solchen Erscheinungen vor der Tatsache, dass der feste Rahmen fehlt, auf den man die Verschiebungen der Mauer beziehen kann. Hier ist also der trigonometrischen Methode eine Grenze gesteckt“. Ze zbiorowej publikacji „Messungen, Beobachtungen u. Versuche...“ dowiadujemy się, że nie zrezygnował on jednak z prób uniezależnienia się od wpływu tego zjawiska (por. wstęp § 1).

Zasadniczo prawdopodobieństwo ruchu punktów nawiązujących jest dużo mniejsze niż ruchu stanowisk, gdyż są one bardziej oddalone od badanego obiektu niż te ostatnie. Obierając miejsca pod stanowiska mamy głównie na celu stworzenie korzystnych warunków dla wcięcia w przód punktów budowli, obierając zaś punkty nawiązujące liczymy się głównie z koniecznością ich niezmienności. Tym niemniej wypadki ruchu punktów nawiązujących zdarzają się w praktyce i w pewnych wy-

*) Należy pamiętać o możliwości b. drobnych ruchów tych punktów wzdłuż celowych. Tu mamy na myśli głównie przesunięcia poprzeczne.

padkach mogą spowodować, że wyniki naszych obserwacji staną się bezużyteczne. Przyczyny tego ruchu inne będą w dolinach rzek przy pomiarze odkształceń zapór wodnych, inne zaś przy pomiarach w zniszczonych w ostatniej wojnie i odbudowujących się miastach. W tym drugim wypadku możemy również spotkać się ze zjawiskiem identycznym w skutkach, lecz spowodowanym przez błędy grube, wynikłe z trudności zastosowania właściwej sygnalizacji. Załączony przy końcu przykład liczbowy odnosi się do takiego właśnie przypadku.

Niżej podany sposób analizy wyników pomiaru pozwoli w dość znacznym odsetku wypadków uchronić się przed skutkami omawianego niebezpieczeństwa i wyeliminować „ruchome” punkty nawiązujące, zamieniając je innymi. Weźmiemy tu pod uwagę, jak we wszystkich dotychczasowych rozważaniach, stanowisko nie związane z innymi, wcięte wstecz z punktów nawiązujących, będzie to więc wypadek spotykany raczej w miastach. Wyznaczenie przesunięć większej ilości punktów odniesienia, składających się na usztywnioną sieć omówimy szczegółowo w § 10.

Pomijając przesunięcie się wszystkich punktów nawiązujących wraz ze stanowiskiem jako wypadek bardzo mało prawdopodobny, możemy napotkać w praktyce następujące zjawiska:

- 1) położenie stanowiska bez zmiany, przesunięcie jednego lub więcej punktów nawiązujących, pozostałe bez zmiany,
 - 2) położenie punktów nawiązujących bez zmiany, przesunięcie stanowiska,
 - 3) przesunięcie stanowiska oraz jednego lub więcej punktów nawiązujących, pozostałe nawiązujące bez zmian.
- ad 1) Wypadek ten rozpoznamy porównyując między sobą skrety poszczególnych kierunków. Zauważymy mianowicie, że część skrętów różnić się będzie między sobą tylko o wielkość błędów obserwacji, część zaś będzie znacznie odbiegać od poprzednich. Przy właściwie zaprojektowanej sieci odbiegające od innych skrety odnosić się będą do przesuniętych punktów nawiązujących. Nie dopuszczalne jest jednak wysnuwanie takiego wniosku w wypadku, gdy tylko dwa skrety będą sobie równe (możliwość przesunięcia stanowiska po okręgu koła). W każdym wypadku należy zbadać, czy równe sobie skrety nie odnoszą się do punktów położonych wraz ze stanowiskiem na tym samym, względnie na zbliżonych okręgach kół.

ad 2 i 3)

Obydwa te zjawiska wywołają podobne na pozór skutki — rozbieżności między skrętami, w rzeczywistości jednak charakter tych rozbieżności będzie różny

że albo będą one wszystkie niezgodne, albo zgodność ujawni się w niektórych tylko wypadkach.

Pierwsza ewentualność dowodzi, że w grupie 3-ch punktów użytych do wyznaczenia ϵ_i znajduje się 1 lub więcej ruchomych, wobec czego należy powtórzyć całe postępowanie przy pomocy 3-ch innych punktów. Gdy punktów nawiązujących jest tylko 5, należy eliminować je kolejno.

Druga ewentualność będzie świadczyć o tym, że elementy mimośrodów wyznaczone przy pomocy 3-ch kierunków odpowiadają również zmianom innych kierunków i to właśnie tych, które biegną do punktów nieruchomych. Pozostałe kierunki, z których utworzone są różnice nie zgodne, biegną do punktów ruchomych.

Po odrzuceniu punktów ruchomych wyznaczymy przesunięcie stanowiska metodą najmniejszych kwadratów, po czym zarówno wielkość (μ_2^0) jak i różnice między skrętami i poprawkami za mimośród nie będą przekraczać swych dopuszczalnych granic.

Z opisanego postępowania wynika, że kierunków nawiązujących na stanowisku musi być co najmniej 5 (lepiej 6, por. przykład liczbowy). Wówczas, jeżeli „ruchomy” punkt jest tylko jeden, będziemy mogli stwierdzić prawidłową zmianę kątów pod wpływem ruchu stanowiska w stosunku do grupy 4-ch punktów stałych, a punkt piąty okaże się ruchomy.

Tworzenie różnic we wszystkich kombinacjach jest konieczne z tego względu, że „ruchomym” może okazać się punkt pierwszy (zerowy), a wówczas wszystkie liczone od niego kąty będą zniekształcone.

Rozpatrzmy przykład na liczbach ogólnych dla 5-ciu punktów nawiązujących przy założeniu, że „ruchomym” jest punkt 2. Przesunięcie punktu 2 spowoduje zmianę kierunku równą Δ , tak, że zamiast k'_2 otrzymamy $(k'_2) = k'_2 + \Delta$ i zamiast $s_2 = k_2 - k'_2$ będzie $(s_2) = s_2 - \Delta$. Odpowiednie różnice wyniosą:

$$1) \quad s_2 - \Delta - s_1 = \epsilon_2 - \epsilon_1$$

$$6) \quad s_4 - s_2 + \Delta = \epsilon_4 - \epsilon_2$$

$$2) \quad s_3 - s_1 = \epsilon_3 - \epsilon_1$$

$$7) \quad s_5 - s_2 + \Delta = \epsilon_5 - \epsilon_2$$

$$3) \quad s_4 - s_1 = \epsilon_4 - \epsilon_1$$

$$8) \quad s_4 - s_3 = \epsilon_4 - \epsilon_3$$

$$4) \quad s_5 - s_1 = \epsilon_5 - \epsilon_1$$

$$9) \quad s_5 - s_3 = \epsilon_5 - \epsilon_3$$

$$5) \quad s_3 - s_2 + \Delta = \epsilon_3 - \epsilon_2$$

$$10) \quad s_5 - s_4 = \epsilon_5 - \epsilon_4$$

Wypadków niezgodności będzie 4 (kombinacje punktu 2 z pozostałymi), wypadków zgodności — 6, składających się na 3 niezależne kąty między 4-ma punktami nawiązującymi i ich kombinacje.

Jeżeli wynik powyższy otrzymany został po kilku próbach przy pomocy wcięcia z punktów np. 1, 3 i 4, to zgodność samych tylko równań

2, 3 i 8 nie świadczyłyby jeszcze o niczym. Dopiero dodatkowa zgodność równania 4-go świadczy, że wyznaczone elementy przesunięcia stanowiska odpowiadają jednocześnie grupie 4-ch punktów, nie odpowiadają zaś tylko jednemu. Jest jasne, że nawiązanie stanowiska do większej ilości punktów pociąga za sobą większe prawdopodobieństwo właściwej identyfikacji punktu ruchomego.

Powyższe wnioski należy wyciągać ostrożnie, licząc się z możliwością wpływu ewentualnego grubego błędu w aktualnym lub pierwotnym pomiarze kierunku, a szczególnie w miastach — z błędną identyfikacją punktu nawiązującego, który nie zawsze może być właściwie sygnalizowany.

PRZYKŁAD LICZBOWY

Przy wyznaczaniu przesunięć jednego z budynków, położonych na Skarpie warszawskiej, zastosowano odmianę metody tyczenia, wspomnianą przy końcu § 17. Niekorzystne warunki uniemożliwiły obranie stanowiska na pewnym gruncie, z drugiej strony z pewnych względów zrezygnowano z budowy wysokiego filaru obserwacyjnego, centrując teodolit optycznie nad punktem naziemnym. Powyższe okoliczności upoważniały do liczenia się z koniecznością każdorazowych redukcji tak pod wpływem ewentualnego ruchu stanowiska, jak i z powodu błędów centrowania teodolitu.

Oceniając stałość stanowiska i dokładność centrowania w dniu 18. IX. w stosunku do położenia w dniu 21. VIII. 1950 r. otrzymano $(\mu_1^0) = \pm 3.97''$ na podstawie rozbieżności następujących skrętów:

kierunek	skręt
1	0.0''
2	+ 4.4
7	+ 8.2
3	+ 3.6
6	+ 5.5

W wyniku wyrównania metodą wcięcia wstecz otrzymano następujące poprawki za mimośród dla poszczególnych kierunków aktualnych:

ε_i''
— 0.87
— 0.58
— 0.27
— 0.98
— 1.05

oraz składowe przesunięcia: $\Delta y = -0,94$ mm, $\Delta x = -0,85$ mm. Wielkość $(p_2^0) = \pm 5,34$ świadczyła wyraźnie o przesunięciu jednego lub więcej punktów nawiązujących. Dla ilustracji podajemy zestawienie różnic skrętów oraz poprawek za mimośród we wszystkich kombinacjach, których wzajemna rozbieżność, za wyjątkiem różnicy 6 — 2, potwierdza również słuszność tego wniosku.

Oznaczenie różnic	R ó ż n i c e	
	Δs	$\Delta \varepsilon$
2 — 1	+ 4,4	+ 0,3
7 — 1	+ 8,2	+ 0,6
3 — 1	+ 3,6	+ 1,8
6 — 1	+ 5,5	+ 1,9
7 — 2	+ 3,8	+ 0,3
3 — 2	- 0,8	+ 1,6
6 — 2	+ 1,1	+ 1,6
3 — 7	- 4,6	+ 1,2
6 — 7	- 2,7	+ 1,3
6 — 3	+ 1,9	+ 0,1

W dalszym ciągu wyznaczono graficznie aktualne położenie stanowiska (a raczej osi pionowej teodolitu) przy pomocy punktów 7, 3, 6 otrzymując następujące poprawki do kierunków oraz ich różnice:

kier.	popr. ε	różnice $\Delta \varepsilon$		różnice $\Delta \varepsilon$	
1	+ 2,3	2 — 1	- 1,3	3 — 2	- 5,6
2	+ 1,0	7 — 1	- 2,3	6 — 2	- 3,7
7	0 0	3 — 1	- 6,9	3 — 7	- 4,6
3	- 4,6	6 — 1	- 5,0	6 — 7	- 2,7
6	- 2,7	7 — 2	- 1,0	6 — 3	+ 1,9

Całkowita zgodność zachodzi jedynie w trzech ostatnich wypadkach, a więc odnośnie punktów, na podstawie których zostało wyznaczone przesunięcie. Można mieć ewentualnie wątpliwości co do różnicy 6 — 2 (rozbieżność + 2,6), jednakże duże rozbieżności różnic 7 — 2 i 3 — 2 (+ 4,8) decydują o postawieniu wniosku, że przesunięcie wyznaczone przy pomocy punktów 7, 3, 6, nie odpowiada wynikom obserwacji pozostałych punktów 1 i 2. Zachodzi więc duże prawdopodobieństwo, że jeden z punktów 7, 3, 6, jest „ruchomy”.

W następstwie wyznaczono przesunięcie stanowiska na podstawie punktów 1, 2, 6 (uwidacznia się tu jaskrawo potrzeba stosowania sześciu

kierunków nawiązujących). Uzyskane poprawki, ich różnice oraz rozbieżności między różnicami poprawek i skrętów wynoszą:

kier.	popr. ε	różn. $\Delta\varepsilon$		rozbieżn. $\Delta s - \Delta\varepsilon$
1	— 2,7	+ 4,3	2 — 1	+ 0,1
2	+ 1,6	+ 7,2	7 — 1	+ 1,0
7	+ 4,5	+ 20,7	3 — 1	— 17,1
3	+ 18,0	+ 5,4	6 — 1	+ 0,1
6	+ 2,7	+ 2,9	7 — 2	+ 0,9
		+ 16,4	3 — 2	— 17,2
		+ 1,1	6 — 2	0,0
		+ 13,5	3 — 7	— 18,1
		— 1,8	6 — 7	— 0,9
		— 15,3	6 — 3	+ 17,2

Analizując rozbieżności widzimy wyraźnie, że przesunięcie wyznaczone z punktów 1, 2, 6 odpowiada również w zupełności wynikom obserwacji punktu 7, natomiast nie odpowiada punktowi 3, który należy uznać za przesunięty.

Wykorzystując poprzednie rozważania teoretyczne obliczymy, że przesunięcie kątowe punktu 3 wyniesie około 17 — 18" w kierunku dodatnim; odpowiadające mu przesunięcie liniowe wyniesie około 14 mm.

§ 8. OCENA STAŁOŚCI STANOWISKA I WYZNACZENIE JEGO PRZESUNIĘCIA W WYPADKU ZMIANY PUNKTÓW NAWIĄZUJĄCYCH

(Sposób przybliżony dla mniej dokładnych wyznaczeń)

Załóżmy, że w dniu a pomierzono na stanowisku 6 kierunków nawiązujących, a w okresie czasu między a i k stwierdzono, że jeden z punktów, np. 3 przesunął się, lub też został zniszczony. W związku z tym w dniu k pomierzono po raz pierwszy kierunek do nowoobranego punktu 7, mającego zastąpić odrzucony.

Dzień a	Dzień k	Dzień n
$\pm \quad \mu a$	$\pm \quad \mu k$	$\pm \quad \mu n$
1	1	1
2	2	2
3	—	—
4	4	4
5	5	5
6	6	6
—	7	7

Stałość stanowiska w dniu k w stosunku do położenia zajmowanego w dniu a stwierdzimy w zwykły sposób przy pomocy różnic kierunków 1, 2, 4, 5, 6 z pominięciem 3. W § 12 wyjaśniono, że ścisłą orientację wszystkich kierunków aktualnych do wyjściowych otrzymamy, zwiększając pierwsze o wartość stałej orientacyjnej. Na tej podstawie możemy przyjąć, że wielkością najbardziej zbliżoną do kierunku 7 w dniu a , który nie był obserwowany, będzie

$$(7^a) = 7^k + S_1^{ak}$$

ze średnim błędem

$$\mu^2(7^a) = \mu_k^2 + m^2 S_{1ak}$$

Utworzony w ten sposób fikcyjny kierunek (7^a) posłuży do stwierdzenia stałości stanowiska w dniu n bezpośrednio w stosunku do położenia w dniu a ; obliczony skręt S_1^{an} będzie ogólną średnią arytmetyczną. Średni błąd typowego spostrzeżenia obliczony po wyrównaniu będzie w tym wypadku wielkością przybliżoną.

Uzupełnienie kierunków pierwotnych fikcyjnym kierunkiem o odpowiedniej wadze ułatwi również wyznaczenie przesunięcia stanowiska metodą wcięcia wstecz, bezpośrednio z dnia n na dzień a . W przeciwnym wypadku należałoby wykonać obliczenia oddzielnie dla okresów $n-k$ i $k-a$, oraz uwzględnić skręt układu w dniu k w stosunku do dnia a .

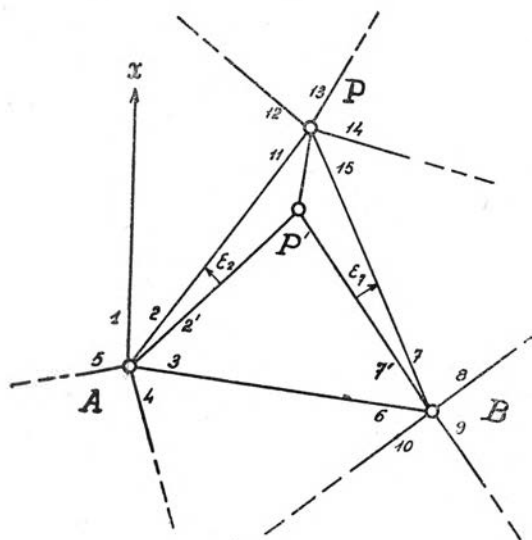
Przez zastosowanie w obydwu tych zagadnieniach obliczeń uwzględniających poszczególne okresy czasu, a więc z pominięciem kierunku fikcyjnego, bynajmniej nie uzyskamy bardziej miarodajnych wielkości jednostkowych średnich błędów (μ_1^0) dla oceny stałości i (μ_2^0) dla wyznaczenia przesunięcia. Tłumaczy to się tym, że w wypadku normalnym, gdy punkty nawiązujące pozostają zawsze te same, uwzględniamy w obliczeniach tylko 2 krańcowe momenty: pierwotny i aktualny, z pominięciem pośrednich, uwzględnionych wówczas, gdy były one aktualnymi.

W wypadku zmiany kierunku nawiązującego, nawet podchodząc do tych zagadnień w sposób ścisły, musielibyśmy wprowadzić jednocześnie te momenty pośrednie, w których dokonały się zmiany, wskutek czego wielkości poprawek do kierunków uzyskałyby już inną wartość niż przy uwzględnieniu tylko dwóch momentów.

Jak zaznaczono w tytule, sposób ten jest przybliżony i należy go traktować jako zło konieczne łącznie z całym zagadnieniem zmiany kierunków nawiązujących w pewnych niekorzystnych typach siatek pomiarowych.

§ 9. WYZNACZENIE PRZESUNIĘCIA STANOWISKA METODĄ WCIECIA OBUSTRONNEGO

Postępowanie niniejsze można zastosować gdy: 1) część stanowisk połączona jest celowymi, 2) na jednym z nich (P) stwierdzono ruch stanowiska, 3) na innych stanowiskach (A, B...), które same nie zmieniły położenia, stwierdzono ruch punktu P, który dla tych stanowisk jest punktem nawiązującym (§ 7 p. 1). Ponieważ sposób ten jest tylko fragmentem szerszego i mającego większe znaczenie praktyczne zagadnienia omówionego w § 10-ym, ograniczymy się do ułożenia równań warunkowych z niewiadomymi.



Rys. 3

Na stanowiskach, które nie zmieniły położenia, będą obowiązywać następujące warunki:

$$\underline{\text{St. A}} \quad (2 + v_2) - (1 + v_1) = (2' + v'_2 + \varepsilon_2) - (1' + v'_1)$$

$$(3 + v_3) - (1 + v_1) = (3' + v'_3) - (1' + v'_1)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$(5 + v_5) - (1 + v_1) = (5' + v'_5) - (1' + v'_1)$$

$$\underline{\text{St. B}} \quad (7 + v_7) - (6 + v_6) = (7' + v'_7 + \varepsilon_7) - (6' + v'_6)$$

$$(8 + v_8) - (6 + v_6) = (8' + v'_8) - (6' + v'_6) \text{ itd.}$$

W dalszym ciągu:

$$S_A = (1 + v_1) - (1' + v'_1) = (2 + v_2) - (2' + v'_2 + \varepsilon_2) = (3 + v_3) - (3' + v'_3) = \dots$$

$$S_B = (6 + v_6) - (6' + v'_6) = (7 + v_7) - (7' + v'_7 + \varepsilon_7) = (8 + v_8) - (8' + v'_8) = \dots$$

Przyjmując lokalny układ współrzędnych jak w § 6-ym, możemy przy pomocy pomierzonych kierunków obliczyć azymuty wszystkich potrzebnych nam prostych. Wielkości ε_2 i ε_7 będą to zmiany azymutów pro-

my dojść do mylnego na ogół wniosku, że żaden z punktów nie zachował pierwotnego położenia. Najprostszym wyjściem z tej sytuacji byłoby założenie ruchu wszystkich punktów odniesienia, jednakże przyjęcie takie przy zastosowaniu niżej podanego sposobu obliczeń doprowadzi do otrzymania z rachunku wielkości nie oznaczonych.

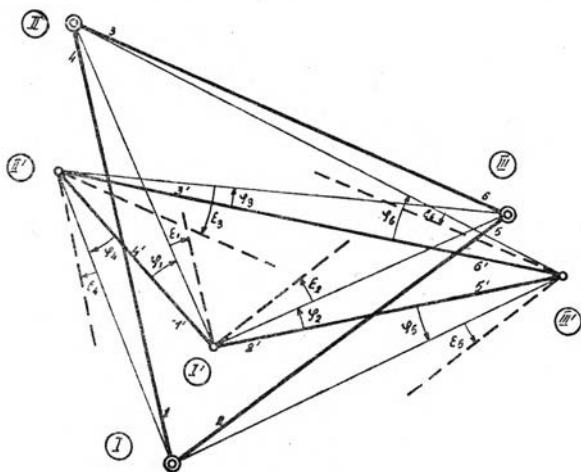
Rozpatrując przeciętną sieć (ponad 5-6 punktów), w której obiór i zabudowa punktów nawiązujących wykonana została z największą starannością, należy przeprowadzić analizę obydwóch porównywanych ze sobą pomiarów, poszukując trójkąta (lepiej czworoboku) o nie przesuniętych wierzchołkach (równość odpowiednich skrętów na każdym wierzchołku, por. § 7). Bardzo mało prawdopodobny wypadek przesunięcia trójkąta bez zmiany jego kształtu ujdzie oczywiście naszej uwadze, to też stwierdzona stałość położenia punktów będzie tym bardziej wiarygodna im dalej będą one położone od badanej budowli, a wzajemne ich odległości zawarte będą w granicach ca 80 — 150 m (duże odległości uniemożliwiają uchwycenie nie wielkich przesunięć liniowych, a krótkie mogą spowodować identyczne przesunięcia wierzchołków pod wpływem tych samych czynników geologicznych; z drugiej jednak strony narazimy się na mniejszy błąd, dostosowując sieć do takich punktów, których odległości przekraczają znacznie długość celowych wcinających).

Z powyższego wynika, że do planu obserwacji powinny być wciągnięte wszystkie możliwe do zaobserwowania kierunki, oraz że punkty nawiązujące należy również zabudowywać słupami aby umożliwić wykonanie na nich pomiarów. Sygnalizowanie punktów nawiązujących znaczkami osadzonymi w odsłoniętych skałach wydaje się autorowi jeszcze z tego względu nie wskazane, że większość naszych skał ulega szybko wietrzeniu. Ze względu na zabezpieczenie pożądanej dokładności jest bardzo wskazane aby takie punkty oporowe obejmowały sieć punktów odniesienia przynajmniej z 2-ch stron przeciwległych.

Gdy tylko 2 punkty zachowały położenie pierwotne to identyfikacja ich będzie utrudniona. Można by się posłużyć w tym wypadku porównaniem wyników pierwotnego i aktualnego pomiaru pewnych wielkości, jak długości celowych z dokładnością ca $\pm 0,1$ mm tj. ca 1:1000000, lub azymutów boków z dokładnością ca $\pm 0,5''$, jednakże najprościej będzie wykorzystać odczyty średnio czulej libeli (10 — 20'') układanej na płycie każdego słupa w dwóch zawsze tych samych kierunkach, lub wyniki niwelacji precyzyjnej poszczególnych stanowisk. Sposoby te nie wykryją oczywiście pewnych szczególnych mniej prawdopodobnych wypadków przesunięć.

Biorąc pod uwagę wszystkie powyższe okoliczności i dążąc do uzyskania trwałej bazy stwierdzimy, że przynajmniej 3 najdalsze punkty, oddalone od zapory o ca 200 — 400 m należy zabudować ze specjal-

ną starannością i zachowaniem najdalej idącej ostrożności (np. sztuczne wzmocnienie skały). W oparciu o nie oraz ewentualnie o inne punkty, których stałość została stwierdzona, za pośrednictwem silnie usztywnionej sieci wyznaczymy równocześnie przesunięcia pozostałych punktów odniesienia, uwzględniając poprawki do obydwóch porównywanych ze sobą pomiarów. Uzyskana po wyrównaniu utrzymująca się w przewidzianych granicach wielkość średniego błędu typowego spostrzeżenia potwierdzi słuszność naszych wniosków odnośnie stałości punktów oparcia (por. po za tym § 14 p. B)*).



Rys. 4

Ułożymy teraz równania dla kierunków łączących 3 przesunięte punkty odniesienia (rys. 4):

oznaczenia

I II III pierwotne położenia punktów odniesienia

I' II' III' aktualne położenia punktów odniesienia

1 2 3 ... 6 kierunki pierwotne

1' 2' 3' ... 6' kierunki aktualne

$\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \dots \varepsilon_6$ poprawki do kierunków za przesunięcie stanowiska

$\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots \varphi_6$ poprawki do kierunków za przesunięcie celu

Uwzględniając poprawki za przesunięcia stanowisk i celów, oraz wpływ błędów obserwacji, otrzymamy:

$$\begin{aligned} (2 + v_2) - (1 + v_1) &= (2' + v'_2 + \varepsilon_2 + \varphi_2) - (1' + v'_1 + \varepsilon_1 + \varphi_1) \\ (4 + v_4) - (3 + v_3) &= (4' + v'_4 + \varepsilon_4 + \varphi_4) - (3' + v'_3 + \varepsilon_3 + \varphi_3) \\ (6 + v_6) - (5 + v_5) &= (6' + v'_6 + \varepsilon_6 + \varphi_6) - (5' + v'_5 + \varepsilon_5 + \varphi_5) \end{aligned} \quad (1)$$

Z rysunku wynika:

$$\varepsilon_4 + \varphi_4 = \varepsilon_1 + \varphi_1$$

$$\varepsilon_5 + \varphi_5 = \varepsilon_2 + \varphi_2$$

$$\varepsilon_6 + \varphi_6 = \varepsilon_3 + \varphi_3$$

*) Wyznaczenie przesunięć w oparciu o 2 punkty jest b. ryzykowne. Ewentualna zmiana ich położenia spowoduje, że uzyskane przesunięcia pozostałych punktów obciążone będą systematycznymi błędami, które nie wpłyną na wzrost wielkości jednostkowego błędu średniego.

i ogólnie, dla dwustronnej celowej między punktami i-k:

$$\varepsilon_{i-k} + \varphi_{i-k} = \varepsilon_{k-i} + \varphi_{k-i} \quad (2)$$

$$(\text{lecz na ogół } \varepsilon_{i-k} \neq \varepsilon_{k-i}, \quad \varphi_{i-k} \neq \varphi_{k-i})$$

Zależność powyższa pozwoli na dwukrotne zmniejszenie ilości poprawek za przesunięcia w równaniach 1. Poprawki te, jak wiadomo z poprzednich §§ wynoszą:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i-k} = -d\alpha_{i-k} (\text{stanow.}) &= -\frac{\rho'' \sin \alpha_{i-k}}{c_{i-k}} dx_i + \frac{\rho'' \cos \alpha_{i-k}}{c_{i-k}} dy_i = \\ &= a_{i-k} dx_i + b_{i-k} dy_i \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{i-k} = -d\alpha_{i-k} (\text{cel}) &= +\frac{\rho'' \sin \alpha_{i-k}}{c_{i-k}} dx_k - \frac{\rho'' \cos \alpha_{i-k}}{c_{i-k}} dy_k = \\ &= -a_{i-k} dx_k - b_{i-k} dy_k \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_{i-k} &= -\frac{\rho'' \sin \alpha_{i-k}}{c_{i-k}} \\ b_{i-k} &= +\frac{\rho'' \cos \alpha_{i-k}}{c_{i-k}} \end{aligned} \quad (4)$$

Ostateczne więc równanie dla kierunku np. 1 przyjmie postać:

$$v_1 - v'_1 - S_1 - a_1 dx_1 - b_1 dy_1 + a_1 dx_{II} + b_1 dy_{II} + \varepsilon_1 = 0$$

W pewnych wypadkach omówionych dalej należałoby uwzględnić równocześnie warunki zamknięć trójkątów z pomiarów pierwotnych lub aktualnych, np.:

$$(2 + v_2) - (1 + v_1) + (4 + v_4) - (3 + v_3) + (6 + v_6) - (5 + v_5) = 180^\circ \quad (5)$$

Równanie to w połączeniu z 1 spowoduje jednocześnie:

$$(2' + v'_2) - (1' + v'_1) + (4' + v'_4) - (3' + v'_3) + (6' + v'_6) - (5' + v'_5) = 180^\circ$$

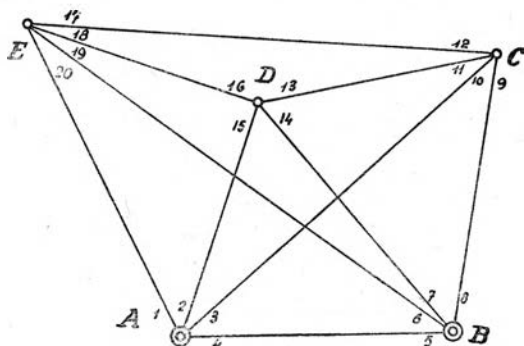
gdź ze względu na zależność 2 będzie:

$$(\varepsilon_2 + \varphi_2) - (\varepsilon_1 + \varphi_1) + (\varepsilon_4 + \varphi_4) - (\varepsilon_3 + \varphi_3) + (\varepsilon_6 + \varphi_6) - (\varepsilon_5 + \varphi_5) = 0$$

Zestawmy teraz równania warunkowe z niewiadomymi dla małej siatki przedstawionej na rys. 5 przy założeniu, że stwierdzona została sta-

łość punktów A i B*). Położenie początku układu współrzędnych nie ma tu żadnego znaczenia, ważne jest jedynie przyjęcie kierunku osi X, co jest równoznaczne z przyjęciem odpowiedniego azymutu dla któregokolwiek kierunku pierwotnego. Azymuty pozostałych kierunków obliczymy przy pomocy zawartych między nimi kątów. Chcąc uniknąć powtarzania się podamy równania zestawione w formie ostatecznej w tabelce 1 od a_i do w_i .

W dalszym ciągu, jak zazwyczaj, tworzymy funkcję:



Rys. 5

$$F = [p v v] + [p' v' v'] - 2k_1 (v_1 - v'_1 \dots) - 2k_2 (v_2 - v'_2 \dots) - 2k_3 (v_3 - v'_3 \dots)$$

i cząstkowe jej pochodne względem wszystkich poprawek i niewiadomych przyrównujemy do zera.

Otrzymane wielkości poprawek:

$$v_i = \frac{k_i}{p_i} \quad v'_i = - \frac{k_i}{p'_i}$$

podstawiamy do równań $a_i - w_i$ tabeli 1 i zakładając zgodnie z praktyką, że obserwacje wykonano w pełnych seriach, a więc że:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_A = \frac{1}{\mu_A^2}$$

$$p'_1 = p'_2 = p'_3 = p'_4 = p'_A = \frac{1}{\mu'^2_A}$$

$$p_5 = p_6 = p_7 = p_8 = p_B = \frac{1}{\mu_B^2}$$

$$p'_5 = p'_6 = p'_7 = p'_8 = p'_B = \frac{1}{\mu'^2_B} \quad \text{i t. d.}$$

otrzymamy część równań na korelaty i niewiadome, zestawioną w górnej części tabeli 2.

*) Przedstawiona siatka służy wyłącznie jako podkład dla zilustrowania toku obliczeń; w żadnym wypadku nie można jej uważać za wzór sieci pomiarowej.

Jest to szczególny wypadek równań:

$$\left[\frac{aa}{p} \right] \cdot k_1 + \left[\frac{ab}{p} \right] \cdot k_2 + \left[\frac{ac}{p} \right] \cdot k_3 + \dots A_1 \cdot x + B_1 \cdot y + C_1 \cdot z + \dots + l_1 = 0$$

$$\left[\frac{ab}{p} \right] \cdot k_1 + \left[\frac{bb}{p} \right] \cdot k_2 + \left[\frac{bc}{p} \right] \cdot k_3 + \dots A_2 \cdot x + B_2 \cdot y + C_2 \cdot z + \dots + l_2 = 0$$

w których przy korelatach zachowały się jedynie współczynniki kwadratowe, a niektóre współczynniki przy niewiadomych równają się zeru.

Z przyrównania do zera pochodnych czątkowych funkcji F względem niewiadomych otrzymamy równania na korelaty, które po zmianie znaków na przeciwne (dla otrzymania symetrii) zestawione są w dolnej części tabeli 2.

Cały ten wspólny układ możemy rozwiązać wspólnie tak, jak zwykle równania normalne, otrzymując wartości korelat i wszystkich niewiadomych, bądź też wyrazić korelaty w funkcji niewiadomych i wyrazów wolnych, sprowadzając zagadnienie do wyrównania metodą spozstrzeżeń pośredniczących. W tym drugim wypadku wartości korelat należy obliczyć oddzielnie dla uzyskania poprawek v . Wprowadzenie współczynników kierunkowych dla dx i dy wyrażonych w milimetrach ułatwi znacznie rachunek.

W wypadku szczególnego zbiegu okoliczności gdy $\mu = \mu'$, a układ równań podanych w tabelce 2 był już rozwiązywany, do ponownego zredukowania pozostaną tylko wyrazy wolne. To samo uproszczenie możnaby uzyskać, przyjmując wagi kierunków uzależnione od ich długości, należałoby tylko określić odpowiednio średni błąd typowego spozstrzeżenia przed wyrównaniem.

Po wyrównaniu obliczymy średni błąd typowego spozstrzeżenia na podstawie wzoru:

$$(\mu_2) = \pm \sqrt{\frac{[p v v] + [p' v' v']}{r - n}} = \pm \sqrt{\frac{[m_s^2 \cdot k^2]}{r - n}}$$

gdzie r oznacza ilość równań warunkowych, a n — ilość niewiadomych.

Gdy sygnały na punktach odniesienia zaopatrzone są w urządzenia do pionowego ich ustawienia i gdy w jakikolwiek sposób stwierdzimy, że punkt celowania na każdym sygnale znajduje się ściśle w pionie punktu jego centrowania na słupie (będzie to zarazem punkt centrowania teodolitu), wówczas z punktu widzenia teorii powinniśmy uwzględnić dodatkowo i równocześnie geometryczne warunki zamknięcia figur z wyników pomiaru pierwotnego lub aktualnego. Gdy pewności co do właściwego centrowania nie mamy, wówczas nie wolno naginać obserwacji,

Tabela 1

[illegible]

Uwaga: $a_1 = -a_{20}$, $b_1 = -b_{20}$, $a_2 = -a_{15}$, $b_2 = -b_{15}$ itd.

Tabela 2

	a]	b]	c]	d]	e]	f]	g]	h]	i]	k]	l]	m]	n]	o]	p]	r]	s]	t]	u]	w]	A _i	B _i	C _i	D _i	E _i	F _i	G _i	H _i	J _i	K _i	L _i	W _{ri} W _{ol}				
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	K ₁₀	K ₁₁	K ₁₂	K ₁₃	K ₁₄	K ₁₅	K ₁₆	K ₁₇	K ₁₈	K ₁₉	K ₂₀	S _A	S _B	S _C	S _D	S _E	d _K	d _L	d _M	d _N	d _K	d _L					
$[\frac{a}{p}]$	m^2_{3A}																				-1											$+a_1$	$+b_1$	$+s_1$		
$[\frac{b}{p}]$		m^2_{3A}																			-1								$+a_2$	$+b_2$			$+s_2$			
$[\frac{c}{p}]$			m^2_{3A}																		-1					$+a_3$	$+b_3$						$+s_3$			
$[\frac{d}{p}]$				m^2_{3A}																	-1												$+s_4$			
$[\frac{e}{p}]$					m^2_{3B}																-1												$+s_5$			
$[\frac{f}{p}]$						m^2_{3B}															-1											$+a_6$	$+b_6$	$+s_6$		
$[\frac{g}{p}]$							m^2_{3B}														-1							$+a_7$	$+b_7$				$+s_7$			
$[\frac{h}{p}]$								m^2_{3B}													-1					$+a_8$	$+b_8$						$+s_8$			
$[\frac{i}{p}]$									m^2_{3C}													-1				$+a_9$	$+b_9$						$+s_9$			
$[\frac{k}{p}]$										m^2_{3C}												-1				$+a_{10}$	$+b_{10}$						$+s_{10}$			
$[\frac{l}{p}]$											m^2_{3C}											-1				$+a_{11}$	$+b_{11}$	$+a_{11}$	$+b_{11}$				$+s_{11}$			
$[\frac{m}{p}]$												m^2_{3C}										-1				$+a_{12}$	$+b_{12}$				$+a_{12}$	$+b_{12}$	$+s_{12}$			
$[\frac{n}{p}]$													m^2_{3D}										-1			$+a_{13}$	$+b_{13}$	$+a_{13}$	$+b_{13}$				$+s_{13}$			
$[\frac{o}{p}]$														m^2_{3D}										-1			$+a_{14}$	$+b_{14}$					$+s_{14}$			
$[\frac{p}{p}]$															m^2_{3D}										-1			$+a_{15}$	$+b_{15}$				$+s_{15}$			
$[\frac{r}{p}]$																m^2_{3D}										-1			$+a_{16}$	$+b_{16}$	$+a_{16}$	$+b_{16}$	$+s_{16}$			
$[\frac{s}{p}]$																	m^2_{3E}									-1	$+a_{17}$	$+b_{17}$				$+a_{17}$	$+b_{17}$	$+s_{17}$		
$[\frac{t}{p}]$																		m^2_{3E}								-1			$+a_{18}$	$+b_{18}$	$+a_{18}$	$+b_{18}$	$+s_{18}$			
$[\frac{u}{p}]$																			m^2_{3E}							-1					$+a_{19}$	$+b_{19}$	$+a_{19}$	$+b_{19}$	$+s_{19}$	
$[\frac{w}{p}]$																				m^2_{3E}						-1						$+a_{20}$	$+b_{20}$	$+a_{20}$	$+b_{20}$	$+s_{20}$
A _i	-1	-1	-1	-1																														0		
B _i					-1	-1	-1	-1																										0		
C _i									-1	-1	-1	-1																						0		
D _i													-1	-1	-1	-1																		0		
E _i																	-1	-1	-1	-1														0		
F _i				$+a_3$				$+a_8$	$-a_9$	$-a_{10}$	$-a_{11}$	$-a_{12}$	$+a_{13}$				$+a_{17}$																	0		
G _i				$+b_3$				$+b_8$	$-b_9$	$-b_{10}$	$-b_{11}$	$-b_{12}$	$+b_{13}$				$+b_{17}$																	0		
H _i		$+a_2$					$+a_7$				$+a_{11}$		$-a_{13}$	$-a_{14}$	$-a_{15}$	$-a_{16}$		$+a_{18}$															0			
J _i		$+b_2$					$+b_7$				$+b_{11}$		$-b_{13}$	$-b_{14}$	$-b_{15}$	$-b_{16}$		$+b_{18}$															0			
K _i	$+a_1$					$+a_6$					$+a_{12}$					$+a_{16}$	$-a_{17}$	$-a_{18}$	$-a_{19}$	$-a_{20}$													0			
L _i	$+b_1$					$+b_6$					$+b_{12}$					$+b_{16}$	$-b_{17}$	$-b_{18}$	$-b_{19}$	$-b_{20}$													0			

wykonanych z największą starannością do nie istniejących w rzeczywistości warunków.

Warunki zamknięcia (dla pomiaru pierwotnego) zestawione są w dolnej części tabeli 1 od a_i^0 do f_i^0 i odnoszą się do trójkątów: CDE, BDE, BCD, ADE, ABD, ABC. Postępując w podany już sposób i uwzględniając równocześnie wszystkie warunki, otrzymamy częściowo inne niż poprzednio równania na korelaty i niewiadome.

Przechodząc do tego zagadnienia od strony praktycznej musimy stwierdzić, że przy krótkich odległościach, stosowanych przy pomiarach przesunięć, nie wielkie nawet różnice długości celowych na stanowiskach powodują konieczność dość dużych zmian ogniskowania. Ponieważ nie możemy twierdzić, że przy zmianie ogniskowania oś celowa nie zmienia swego położenia, więc słuszność stosowania warunków zamknięcia figur o różnych długościach boków może wydawać się problematyczna. Warunki równości poprawionych kątów są natomiast nie wątpliwie słuszne, gdyż odpowiednie długości ich ramion są praktycznie zawsze te same, a więc i błędy kątów spowodowane nieprawidłowością ogniskowania będą przy stosowaniu tego samego teodolitu również te same.

§ 11. REDUKCJA KIERUNKÓW AKTUALNYCH DO PIERWOTNEGO POŁOŻENIA STANOWISKA

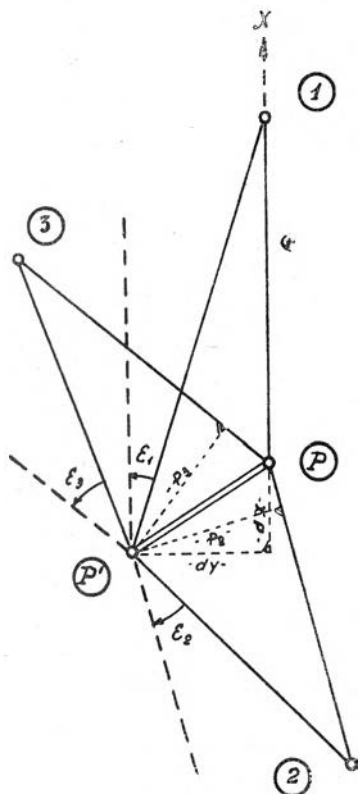
(Redukcja ze względu na mimośród)

Jak już wspomniano, wyznaczenie składowych przesunięcia stanowiska dy i dx jest tylko środkiem do uzyskania poprawek do kierunków za mimośród ε_i . Redukcję wszystkich kierunków aktualnych (nawiązujących i wcinających) możnaby przeprowadzić sposobem rachunkowym, stosowanym normalnie w triangulacji. Jednakże ze względu na niewielkie przesunięcia stanowisk, jakie mogą się zdarzać przy pomiarach odkształceń, wygodniej i szybciej będzie zastosować sposób rachunkowo-graficzny, wykorzystując do tego celu plan sieci w skali 1:500 lub 1:1000, niezbędny do dalszego opracowania wyników. Sposób ten, wspomniany w podręcznikach geodezji przedstawiać się będzie następująco w zastosowaniu do niniejszego zagadnienia:

Po otrzymaniu z wyrównania składowych przesunięcia dy i dx nanosimy je na plan w powiększeniu 5:1 lub 10:1 w przyjętym lokalnym układzie współrzędnych. Po uzyskaniu w ten sposób aktualnego położenia stanowiska P' należy pomierzyć długości prostopadłych p_i , opuszczonych z P' na wykreślone w punkcie P kierunki pierwotne, nawiązujące i wcinające (rys. 6). Poprawka do kierunku aktualnego wyniesie:

$$\varepsilon_i'' = \frac{\rho''}{c_i} \cdot p_i \quad (1)$$

Znak poprawki określimy na podstawie rysunku, a długości celowych c_i otrzymamy z pomiaru lub obliczenia. Do wzoru (1) należy podstawić rzeczywistą (nie powiększoną) wielkość p_i .



Rys. 6

Obliczone z powyższego wzoru poprawki do kierunków nawiązujących winny się zgadzać z poprawkami, obliczonymi przy wyrównaniu. Wielkość p dla kierunku początkowego równa będzie składowej przesunięcia dy . Uproszczenie, spowodowane wprowadzeniem wielkości ρ'' jest dopuszczalne we wszystkich, zachodzących w praktyce wypadkach (por. § 12, p. 3).

Przez zastosowanie pięciokrotnego powiększenia eliminujemy niemal całkowicie wpływ błędów graficznych. Różnice między poprawkami obliczonymi wzorem ścisłym a wyznaczonymi w opisany wyżej sposób, nie przekraczają kilku setnych sekundy.

§ 12. WYZNACZENIE PRZESUNIĘCIA OBSERWOWANEGO PUNKTU BUDOWLI

Przesunięcia poszczególnych punktów budowli (punktów „ruchomych”) można by wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów, równocześnie z przesunięciami punktów „stałych” sieci i jedynie takie rozwiązanie należałoby uważać za

ściśle z punktu widzenia rachunku wyrównawczego.

Biorąc jednak pod uwagę, że punkty „ruchome” z racji ich trudno dostępnego położenia nie mogą być między sobą powiązane celowymi, wskutek czego każdy następny punkt „ruchomy” obliczony będzie niezależnie od poprzedniego bezpośrednio z punktów odniesienia, stwierdzimy, że równoczesne wyznaczenie przesunięć wszystkich punktów sieci nie dałoby właściwie żadnych praktycznych korzyści a spowodowałoby bezcelową stratę czasu. Dla ilustracji należy zaznaczyć, że ilość punktów ruchomych na zaporze w Rożnowie wynosi 56, a stałych 9 (długość zapory ca 600 m), tak że równoczesne wyznaczenie przesunięć wymagałoby rozwiązania układu blisko 130 równań normalnych, nie licząc równań wag.

Z powyższych względów ewentualne przesunięcia punktów „stałych” należy wyznaczać *jak najdokładniej*, tj. metodą najmniejszych kwadra-

tów, zaś przesunięcia punktów „ruchomych“ — stosowaną przez Langa drogą rachunkowo-graficzną.

Po stwierdzeniu stałości położenia stanowisk i punktów nawiązujących, przystąpimy do obliczenia przesunięć kątowych poszczególnych punktów badanego obiektu.

Przesunięciem kątowym Δ nazwiemy różnicę między zorientowanym kierunkiem aktualnym i wyjściowym. Ponieważ w pomierzonym pęku wszystkie kierunki związane są ściśle ze sobą wielkościami zawartych między nimi kątów, więc orientując wzajemnie kierunki nawiązujące, aktualne i wyjściowe, zorientujemy tym samym kierunki wcinające.

Konieczność kontroli stałości punktów odniesienia zmusza nas do nawiązywania się do kilku kierunków „stałych“, w związku z czym powstaje kwestia ścisłego zorientowania obu pęków kierunków: porównywanego i wyjściowego. W tym wypadku ścisła orientacja polegać będzie na takim wzajemnym usytuowaniu obu pęków, *aby różnice między odpowiednimi kierunkami nawiązującymi osiągnęły wartość najmniejszą*. Takie dostosowanie można przeprowadzić skręcając obydwie pęki o pewne wielkości, albo pozostawiając jeden z nich w dotychczasowym położeniu, a dostosowując doń drugi. Obie drogi doprowadzą do tych samych przesunięć kątowych.

Na podstawie układu równań (3) § 5 otrzymamy:

$$\begin{aligned} K'_1 + S_1 &= K_1 + (v_1 - v'_1) \\ K'_2 + S_1 &= K_2 + (v_2 - v'_2) \\ K'_3 + S_1 &= K_3 + (v_3 - v'_3) \end{aligned}$$

z czego wynika, że skręcając wszystkie kierunki aktualne o wielkość stałej orientacyjnej S_1 uzyskamy tę właśnie ścisłą orientację kierunków aktualnych do pierwotnych, gdyż wielkość S_1 wyznaczona została przy zachowaniu warunku $[pvv] = \min$. W związku z tym wielkości poprawek, znajdujące się po prawej stronie powyższych równań osiągną wartość najmniejszą. Orientacja taka jest to zarazem dostosowanie średniego kierunku nawiązującego aktualnego do takiegoż pierwotnego, bez zmiany kątów, gdyż:

$$S_1 = \frac{[K_i]}{r} - \frac{[K'_i]}{r}$$

Oznaczając zorientowane kierunki wcinające aktualne przez

$$(K'_i) = K'_i + S_1 \quad (1)$$

otrzymamy poszczególne przesunięcia kątowe punktów budowli

$$\Delta_i = (K'_i) - K_i \quad (2)$$

przy czym przyjmując, że podział limbusego zgodny jest z kierunkiem ruchu wskazówek zegara, otrzymamy z równania powyższego zarówno wielkość, jak i kierunek przesunięcia.

Odnosnie kierunków nawiązujących otrzymamy następującą kontrolę:

$$\Delta_i^N = S_1 - (K_i - K'_i) = S_1 - s_i = \delta_i = v_i - v'_i \quad (3)$$

a ponieważ

$$\sum \delta_i = 0$$

więc

$$\sum \Delta_i^N = 0 \quad (4)$$

Średni błąd przesunięcia kąтового dla wszystkich punktów na budowlu, obserwowanych z danego stanowiska, otrzymamy na podstawie wzorów (1) i (2):

$$m_{\Delta_i}^2 = \mu_i'^2 + \mu_i^2 + (m_{S_1}^2) = m_{s_i}^2 + (m_{S_1}^2) \quad (5)$$

Przyjmując równoważność kierunków, mierzonych na danym stanowisku, w danym okresie czasu, opuścimy w powyższym wzorze znaczek i. Biorąc pod uwagę błędy „a priori” stwierdzimy, że zwiększenie ilości kierunków nawiązujących podnosi nieco dokładność wyznaczenia przesunięcia kąтового:

$$\begin{aligned} m_{S_1}^2 &= \frac{1}{r} (\mu^2 + \mu'^2) = \frac{1}{r} \cdot m_s^2 \\ m_{\Delta_i}^2 &= \frac{r+1}{r} \cdot m_s^2 \end{aligned} \quad (6)$$

W wypadku przesunięcia filaru i konieczności redukcji kierunków aktualnych do pierwotnego położenia stanowiska, należałoby wzór (5) zastąpić następującym:

$$m_{\Delta_i}^2 = \mu_i'^2 + m_{(K'_i + \varepsilon_i)}^2 + (m_{S_2}^2)$$

Nieznane wielkości $m_{(K'_i + \varepsilon_i)}$ możnaby obliczyć dla poszczególnych kierunków wcinających jako średnie błędy sumy wielkości niezależnych, t. j. kierunku wcinającego i poprawki wyznaczonej z wzoru (1) § 11. Z wzoru tego wynika, że błąd poprawki ε_i można przyjąć w przybliżeniu równy błędowi mimośrodowi liniowego (przesunięcia) $P-P'$, czyli błędowi wielkości $\sqrt{dx^2 + dy^2}$, który możemy obliczyć przy wyrównaniu.

Z § 6-go wynika, że wpływ średnich błędów poprawek zawarty jest już w wielkości jednostkowego średniego błędu kierunku obliczonej po wyrównaniu (μ^0), jeżeli więc wartość tego ostatniego utrzymuje się w przewidzianych granicach, to z wystarczającą dla praktyki dokładnością możemy przyjąć:

$$m_{(K'_i + \varepsilon_i)} = \mu_i'$$

lub przy stosunkowo dużej liczbie kierunków nawiązujących, a niewielkiej kierunków wcinających:

$$m(K_i + \varepsilon_i) = \pm \frac{(\mu_2^0)}{\sqrt{p_i}}$$

Średni błąd stałej orientacyjnej m_{S_2} możemy obliczyć łącznie z obliczeniem niewiadomych. Przy wyznaczeniu przesunięć większej ilości punktów odniesienia będzie to jednak kłopotliwe, toteż w praktyce porzucimy na przybliżonym sposobie określenia m_{S_2} . Mianowicie po ścisłym wyznaczeniu niewiadomych metodą najmniejszych kwadratów i poprawieniu wszystkich kierunków nawiązujących aktualnych ze względu na przesunięcia stanowisk i celów, potraktujemy je oraz kierunki nawiązujące pierwotne, jako spostrzeżenia niezależne i obliczymy skrety i stałe orientacyjne wraz ze średnimi błędami dla każdego stanowiska oddzielnie według sposobu podanego w § 5-tym. Otrzymane tą drogą stałe orientacyjne będą identyczne z obliczonymi z ogólnego wyrównania, jak to łatwo można stwierdzić na przykładzie wyrównania pojedynczego stanowiska (§ 6)

$$\begin{aligned} s'_1 &= K_1 - K'_1 - \varepsilon_1 \\ s'_2 &= K_2 - K'_2 - \varepsilon_2 \\ \hline [s'] &= [K] - [K'] - [\varepsilon] \\ S_2 &= \frac{[s']}{r} = S_1 - \frac{[a]}{r} \cdot dx - \frac{[b]}{r} \cdot dy \end{aligned}$$

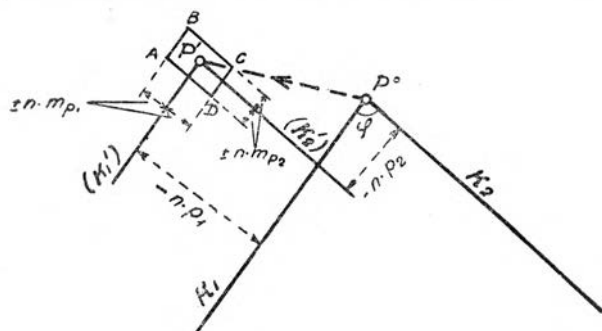
Obliczone w związku z tym średnie błędy (m_s) i (μ^0) będą się nieco różnić od błędów, które otrzymalibyśmy łącznie z wyznaczeniem niewiadomych w ogólnym wyrównaniu, gdyż podany wyżej sposób będzie o tyle nieścisły, że traktujemy tu kierunki pierwotne oraz poprawione aktualne, jako niezależne spostrzeżenia.

Stosowany przez Langa sposób wyznaczania przesunięć punktów budowli przedstawia się po krótku jak następuje. Po naniesieniu na plan sytuacyjny budowli w dość dużej skali, np. 1 : 500, wszystkich punktów sieci, kreślimy równoległe do odpowiednich kierunków wcinających, poprowadzone w odległościach

$$p_i = \frac{c_i}{\rho''} \cdot \Delta_i$$

zwiększonych kilkakrotnie, np. 2, 5 lub 10 razy. Punkty przecięcia odpowiednich równoległych dadzą nowe położenia obserwowanych punktów budowli, oddalone od początkowych tylokrotnie, ile razy zwiększone zostały odległości p_i . Kierunek przesunięcia P^0P' pozostanie oczywiście zachowany.

Przedstawienie odległości p_i w zwiększonej skali ma na celu uwy-
puklenie niewielkich z reguły sprężystych ugięć zapory, oraz zmniej-



Rys. 7

szenie błędu naniesienia. W wypadku trzech celowych powstanie na ogół trójkąt błędów, który należy rozwiązać. Ponieważ celem pomiaru jest możliwie najdokładniejsze uchwycenie przesunięcia a nie położenia punktu w stosunku do punktów odniesienia, przeto dłu-

gości celowych wystarczy mierzyć wg Langa z dokładnością 1 : 500. Niezbędne rachunki przeprowadza się w odpowiednich formularzach, w których oblicza się zarazem średnie błędy przesunięcia m_{p_i} . Za rzeczywiste istniejące przesunięcie poprzeczne p_i uważa Lang takie, które przekracza przynajmniej trzykrotnie jego średni błąd i tylko takie nanosi on na plan. Jest jasne, że wszystkie celowe wcinające dany punkt muszą być zaobserwowane w identycznych warunkach, mających wpływ na ugięcie muru, a więc przede wszystkim przy tym samym stanie wody górnej.

Przeanalizujmy z kolei opisany wyżej sposób.

1) Maximalna dokładność przesunięcia poprzecznego.

Rzeczywiste położenie przesuniętego punktu P' znajduje się w odległościach p_1 i p_2 od kierunków pierwotnych, przy czym

$$p_i = c_i \sin \Delta_i \quad (7)$$

$$m_{p_i} = \pm \sqrt{\sin^2 \Delta_i \cdot m_{c_i}^2 + c_i^2 \cdot \cos^2 \Delta_i \cdot m_{\Delta_i}^2} \quad (8)$$

Przy niewielkich przesunięciach kątowych, jakie wywołują sprężyste odkształcenia zapór (5, 10, 20 mm) średni błąd przesunięcia kierunku (8) kształtować się będzie głównie pod wpływem prawej części wyrażenia podpierwiastkowego, czyli dla każdego poszczególnego punktu pod wpływem błędów pomiarów kątowych ($c = \text{const.}$)*).

*) Przy zjawisku zsuwu, w okresie jego największego nasilenia, możemy mieć do czynienia z dużo większymi przesunięciami kątowymi, wówczas jednak nie będzie chodziło o tak dużą dokładność ich wyznaczenia. Wymagania odnośnie dokładności wzrosną dopiero wówczas, gdy trzeba będzie ustalić okres zanikania zjawiska, a więc już przy małych przesunięciach kątowych. Cały okres obserwacji należałoby więc rozbić na dwa lub więcej etapów i dla każdego z nich przyjąć odpowiedni pomiar za wyjściowy. Rzecz jasna, łączność między poszczególnymi etapami winna być utrzymana celem późniejszego obliczenia całkowitych wielkości przesunięć.

Oznaczmy dla uproszczenia wpływ błędów kątowych przez

$$m_k = c \cdot \cos \Delta \cdot m_\Delta \quad (9)$$

a długościowych — przez

$$m_d = \sin \Delta \cdot m_c \quad (10)$$

w związku z czym

$$m_p = \pm \sqrt{m_d^2 + m_k^2} \quad (11)$$

Jeśli założymy, że w sprzyjających warunkach otrzymamy na stanowisku średni błąd kierunku średniego z 3 — 4 seryj $\mu = \mu' = \pm 0,3''$ to przy nawiązaniu do 4—5 kierunków stałych średni błąd przesunięcia kątowego (6) wyniesie około 0,5". Błąd ten narzucony będzie możliwościami konstrukcyjnymi teodolitu, oraz warunkami polowymi obserwacji, wskutek czego uzyskanie wartości mniejszej byłoby raczej przypadkiem. W związku z tym przyjmujemy:

$$m_{\Delta \min} = \pm 0,5''$$

Drugim z kolei czynnikiem decydującym jest długość celowej c_i , praktycznie stała dla poszczególnych punktów, którą jak wynika z wzoru (8) należałoby jak najbardziej zmniejszyć. Można by to osiągnąć zbliżając stanowiska do obserwowanej budowli, co jednak może spowodować naruszenie ich stałości i w konsekwencji konieczność redukcji. Narazanie się na tego rodzaju skutki bez istotnie ważnej przyczyny (warunki geologiczne) nie może być usprawiedliwione, gdyż najstaranniejsze obliczenia przesunięć punktów odniesienia nie dadzą nigdy wartości bezbłędnych, skutkiem czego obserwacje zredukowane będą mniej wartościowe od bezpośrednich. Na przeszkodzie zbytniemu zbliżaniu stanowisk stoi również konieczność właściwego pod względem geometrycznym zaprojektowania sieci (korzystne wcięcia) przy wykorzystaniu jak najmniejszej ilości punktów odniesienia (skrócenie czasu obserwacji i zmniejszenie kosztów zabudowy punktów).

Najkrótsze długości celowych wcinających wynoszą np. na zaporze w Różnowie około 45 m., długości zaś przeciętne na wielu zaporach około 100 m. Jeżeli za najmniejszą długość celowej wcinającej przyjmujemy 50 m, to podstawiając ustalone wyżej wielkości do wzoru (9) otrzymamy

$$m_{k \min} = \pm c_i \cdot \frac{m_{\Delta \min}}{\rho''} = \pm 0,12 \text{ mm.}$$

Przy założeniu, że błędy długościowe nie wpłyną w sposób widoczny, będzie to zarazem najmniejszy możliwy do osiągnięcia średni błąd przesunięcia poprzecznego p , który w zależności od długości celowych wyniesie:

Tabela 1

c_i	$m_k \min = m_p \min$
50 m	0,12 mm
100	0,24
150	0,36
200	0,48
250	0,61
300	0,73
400	0,97
500	1,21

Przy pomiarach, od których oczekuje się większych dokładności, należy oczywiście unikać celowych, przekraczających 150 m.

2) *Dokładność pomiaru długości celowych wcinających.*

Mając na uwadze, aby błąd pomiaru długości nie obarczył zbyttnio średniego błędu przesunięcia poprzecznego (8), oraz nie chcąc bez potrzeby mierzyć długości zbyt dokładnie, ustalmy stosunek m_d do m_k dla kilku szczególnych przypadków (jak wspomniano, obniżenie wielkości m_k będzie bardzo trudne do osiągnięcia):

- a) $m_d = m_k$ $m_p = \pm 1,414 m_k$
b) $m_d = 0,5 m_k$ $m_p = \pm 1,118 m_k$
c) $m_d = 0,3 m_k$ $m_p = \pm 1,044 m_k$

Opierając się na danych tabelki 1 zbadajmy, jak zwiększą się one pod wpływem błędów długości:

Tabela 2

c_i	m_p		
	a	b	c
50 m	0,17 mm	0,13 mm	0,13 mm
100	0,34	0,27	0,25
150	0,51	0,40	0,38
200	0,68	0,54	0,50
250	0,86	0,68	0,64
300	1,03	0,82	0,76
400	1,37	1,08	1,01
500	1,71	1,35	1,26

Wielkości, zamieszczone w ostatniej kolumnie, nie różnią się praktycznie od danych tab. 1. Upoważnia nas to do przyjęcia zależności:

$m_{i \max} = 0,3 m_{i \min}$, gdyż w tym wypadku wpływ błędów pomiaru długości nie będzie miał praktycznie żadnego wpływu na całkowitą wielkość średniego błędu przesunięcia poprzecznego (8). Zależność tę ujmujemy następująco:

$$m_{c_i \max} = \pm 0,3 \cdot c_i \cdot \operatorname{ctg} \Delta_i \cdot \frac{m_{\Delta_i}'' \min}{\rho''} \quad (12)$$

lub z wystarczającą dokładnością:

$$m_{c_i \max} = \pm \frac{0,15}{\Delta_i''} \cdot c_i$$

podstawiając ustaloną na początku wielkość $m_{\Delta \min} = 0,5''$. Ułożymy tabelkę, która zorientuje nas co do wymaganej dokładności pomiaru długości celowych wcinających w różnych wypadkach.

Tabela 3
dla $\pm m_{c_i \max}$ w metrach

$\Delta_i \backslash c_i$	10''	20''	30''	60''	90''	120''	150''	180''	240''
50 m	0,75 m	0,38 m	0,25 m	0,12 m	0,08 m	0,06 m	0,05 m	0,04 m	0,03 m
100	1,50	0,75	0,50	0,25	0,17	0,13	0,10	0,08	0,06
150	2,25	1,12	0,75	0,38	0,25	0,19	0,15	0,12	0,09
200	3,00	1,50	1,00	0,50	0,33	0,25	0,20	0,17	0,12
250	3,75	1,88	1,25	0,63	0,42	0,32	0,25	0,21	0,15
300	4,50	2,25	1,50	0,75	0,50	0,38	0,30	0,25	0,19
400	6,00	3,00	2,00	1,00	0,67	0,50	0,40	0,33	0,25
500	7,50	3,75	2,50	1,25	0,83	0,63	0,50	0,42	0,31

Na zaporach wodnych c_i nie dochodzi na ogół do 200 m, a Δ_i do 90''*).

3) Dokładność rachunku.

Nie chcąc, aby błędy zaokrągleń rachunkowych wpływały na wielkość przesunięcia poprzecznego (7) więcej niż o 0,05 mm, określmy, ilocyfrowe wartości $\sin \Delta$ należy wprowadzać do rachunku. Na podstawie wzoru (7) otrzymamy:

$$d \cdot (\sin \Delta_i) = \frac{d}{c_i} p_i = \frac{0,05}{c_i} \text{ mm} \quad (13)$$

Podstawiając kolejno różne długości celowych wcinających dojdziemy do wniosku, że w granicach do 100 m należałoby stosować sześciocyfrowe wartości $\sin \Delta$, a powyżej — siedmiocyfrowe.

Dążąc do stosowania wygodniejszego i szybszego rachunku przy pomocy ρ'' , zbadajmy w jakich granicach można stosować tę wielkość, aby

*) Por. po za tym końcowe uwagi w § 6.

błąd z tego powodu powstały nie przekroczył błędu zaokrąglenia tablic siedmiocyfrowych.

Odrzucając z szeregu

$$\sin \Delta = \Delta - \frac{\Delta^3}{6} + \frac{\Delta^5}{120} \dots$$

wszystkie pozostałe wyrazy, za wyjątkiem pierwszego, popełnimy błąd mniejszy od $\frac{\Delta^3}{6}$. Chcąc, aby nie przekroczył on błędu tablic siedmiocyfrowych, otrzymamy:

$$\sin \Delta - \Delta \cong -\frac{\Delta^3}{6} \leq 0,000\ 00005$$

skąd

$$\Delta \max \cong 0,0067 \text{ czyli } \Delta'' \max \cong 23'$$

Otrzymana tak duża wielkość graniczna $\Delta \max$ spowodowana będzie przy 50-cio metrowych celowych — liniowym przesunięciem poprzecznym, równym 0,3 m, a przy 100-metrowych — 0,67 m. Tego rzędu wielkości nie mogą zdarzyć się w praktyce, jeśli chodzi o sprężyste ugięcia budowli*), natomiast przy wyznaczaniu ruchu gruntu byłoby zbędne, jak już wspomniano, zakładanie tak wielkiej, wymaganej dokładności (0,05 mm).

W związku z powyższym, zamiast wzoru (7) stosować będziemy zgodnie z Langiem wzór

$$p_i = \frac{c_i}{\rho''} \cdot \Delta_i = w_i \cdot \Delta_i \quad (14)$$

Zbadajmy jeszcze, z jaką dokładnością obliczać należy współczynniki w_p , aby nie obniżyć pożądanej dokładności wyznaczenia p_i :

$$dp = \Delta \cdot dw = 0,05 \text{ mm}$$

Z wzoru powyższego obliczymy niezbędną ilość miejsc dziesiętnych współczynnika w , która dla

$\Delta = 5''$	wyniesie	2
10''	„	2
20''	„	3
60''	„	3
120''	„	4
240''	„	4

Jak z powyższego zestawienia wynika, możemy współczynniki w obliczać na ogół przy pomocy suwaka, z dokładnością do trzech miejsc dziesiętnych.

*) Mamy oczywiście na myśli tylko budowle i warunki omawiane w niniejszej pracy.

4) Dokładność wyznaczenia całkowitego przesunięcia liniowego punktu.

Zastępując z wystarczającą dla praktyki dokładnością wzór (7) wzorem (14) otrzymamy:

$$m_{p_i} = \pm w_i \cdot m_{\Delta_i} \quad (15)$$

gdzie m_{Δ_i} (wzór 5) uwzględnia tak błędy pomiarów kierunków aktualnego i pierwotnego, jak i stałej orientacyjnej. Stosując uproszczony sposób wyznaczenia przesunięcia liniowego punktu w poziomie, otrzymamy również uproszczony obraz średniego błędu tegoż przesunięcia w postaci równoległoboku ABCD (rys. 7). Należy podkreślić, że równoległobok ten obrazuje średni błąd przesunięcia $P-P'$, a nie połączenia punktu P' . Wielkość śr. błędu można scharakteryzować (nie utożsamiać) wielkością pola równoległoboku:

$$P = 4 \frac{m_{p_1} \cdot m_{r_2}}{\sin \varphi}$$

które osiągnie wartość najmniejszą przy $\varphi = 90^\circ$ przechodząc w pole prostokąta. Wielkość śr. błędu przesunięcia liniowego wyznaczamy graficznie, korzystając z wykreślonego w powiększeniu równoległoboku.

W wypadku 3-ch kierunków wcinających otrzymamy trójkąt błędów, który należy rozwiązać sposobem graficznym, zgodnym z metodą najmniejszych kwadratów (Jordan Hdb. d. Verm. tom II/1, 1931, str. 486-7). Pole trójkąta i jego kształt scharakteryzują wielkość błędu przesunięcia.

Zdaniem autora słuszniej będzie wykazywać wszystkie przesunięcia, określając zarazem ich średnie błędy niż, jak to stosuje Lang, uwzględniać tylko te, które przynajmniej trzykrotnie przekraczają wartość ich błędów.

§ 13. UWAGI O PROJEKTOWANIU SIECI POMIAROWYCH

Przed rozpoczęciem projektowania sieci należy dobrze zapoznać się tak z planem sytuacyjno-wysokościowym otoczenia budowli, jak i z terenem, zwracając uwagę na miejsca stosunkowo łatwego dostępu do litej skały.

Sieć, jak już wspomniano, składa się z punktów odniesienia (stanowiska i punkty nawiązujące) i punktów badanych (na obserwowanej budowli), które nazwiemy w skróceniu celownikami.

Jeżeli budowla nie jest zagrożona, a przewiduje się jedynie stałe obserwacje w większych odstępach czasu dla celów badawczych, wówczas celowniki należy rozmieścić na budowli równomiernie tak, aby z wyznaczonych przesunięć można było uzyskać obraz odkształcenia całej badanej powierzchni obiektu. Na zaporach wodnych rozmieszcza się celowniki w pionowych rzędach i poziomych szeregach tak, aby tworzyły regularną siatkę prostokątów (pewne zakłócenia tej regularności, spo-

wodowane szczegółami budowli są nie do uniknięcia). Bardzo pożądane jest, aby w pionowych rzędach znajdowały się nie mniej niż trzy celowniki, a to dla uzyskania możliwości skonstruowania krzywej odkształcenia w przekroju pionowym danego bloku. Ilość celowników powinna stanowić niezbędne minimum, zbyt duża ich liczba przedłuży czas obserwacji, nie dając wzajemian większych korzyści. Obserwacja odwodnej strony zapory jest bardzo pożądana, lecz przy długich budowlach możliwa tylko przed spiętrzeniem, a więc w okresie budowy.

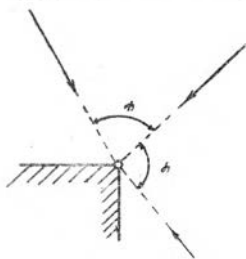
Gdy pomiar rozpoczyna się w związku z nagłym stwierdzeniem zagrożenia budowli (pojawienie się rys, sypanie się tynku), wówczas rozmieszczenie celowników będzie mniej prawidłowe. Najczęściej zgrupujemy je w otoczeniu zauważonych uszkodzeń, rzadziej natomiast w tych miejscach, w których chwilowo nie ujawniają się zmiany.

Często będzie wskazane założyć celowniki po obu stronach większych szczelin, a nawet, w wypadku podejrzenia zsuwu, w gruncie w pobliżu budowli. W miarę pojawiania się szczelin w miejscach dotychczas spokojnych sieć celowników należy zagęszczać. Projekt rozmieszczenia celowników na budowli winien być wykonany w porozumieniu z tymi władzami i instytucjami, pod których naukowo — techniczną opieką znajduje się dany obiekt.

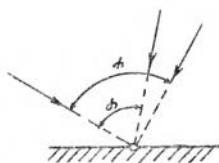
Przy projektowaniu punktów odniesienia należy przestrzegać następujących warunków:

1) celowniki na budowli winny być wcięte wprzód z 3-ch stanowisk; ilość kierunków, większa od 3-ch nie jest konieczna i byłaby w nielicznych tylko wypadkach możliwa do uzyskania. W trudnych warunkach można poprzestać na 2-ch kierunkach wcinających. Kąty przecięć kierunków winny być zawarte w granicach $60 - 120^\circ$.

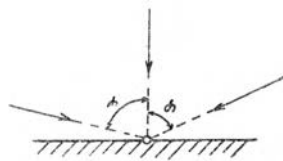
(φ_i ψ rys. 8, 9 i 10)



Rys. 8



Rys. 9



Rys. 10

Długości celowych wcinających winny być uzależnione od stopnia wymaganej dokładności wyznaczenia przesunięć (§ 12). Przy wymaganych dużych dokładnościach należy dążyć, aby przynajmniej 2 celowe, wcinające korzystnie dany punkt, były o ile możliwości wzajemnie równe i nie dłuższe od 100 m.

2) Stanowiska obserwacyjne winny być tak obrane, aby z jednej strony można było wypełnić warunki, wymienione pod 1, a z drugiej strony, aby były one zastabilizowane na gruncie możliwie pewnym. Ilość kierunków nawiązujących na stanowisku winna wynosić conajmniej 5 (lepiej 6)*). Usytuowanie stanowisk względem punktów nawiązujących winno w razie potrzeby umożliwić jaknajdokładniejsze wyznaczenie ich przesunięć. Należy dążyć do uzyskania wzajemnych kierunków między stanowiskami, które będą traktowane jako nawiązujące. Mimo, że często nie da się uniknąć stromych celowych, należy starać się ograniczyć ich ilość do minimum.

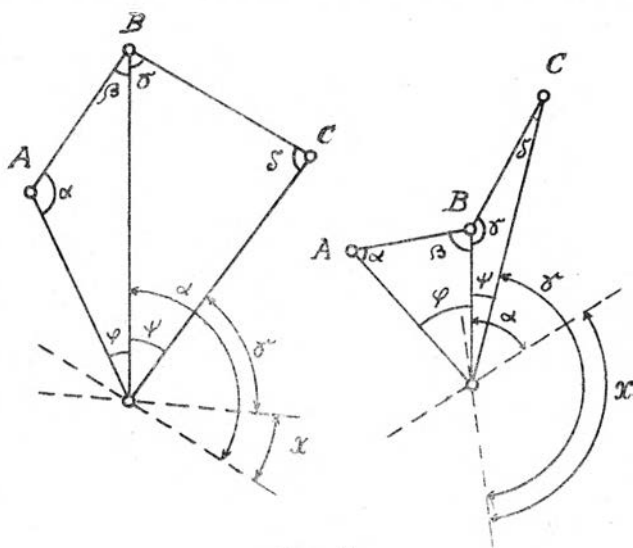
3) Projektując punkty nawiązujące, należy stwarzać korzystne elementy wyznaczające wcięcie w przód i wstecz, regulując przy tych ostatnich o ile możliwości, długość kierunków nawiązujących. Jak wynika z rys. 11, warunkiem korzystnego wcięcia wstecz z 3-ch kierunków nawiązujących będzie $\alpha = 90^\circ$ czyli

$$\delta = 270^\circ - \alpha$$

$$\text{lub } \delta = 90^\circ - \alpha$$

Mając więc już obrane punkty A i B należy przy obiorze punktu C kierować się poza innymi względami również wielkością kąta δ (oczywiście niedopuszczalne jest poprzestawanie na 3-ch nawet najlepiej rozłożonych kierunkach).

4) Punkty nawiązujące służą do nawiązania kierunków wcinających, oraz do wyznaczenia ewentualnych przesunięć stanowisk i z tego względu winny być obierane w miejscach możliwie najpewniejszych (skała oddalona od badanego obiektu). W wy-



Rys. 11

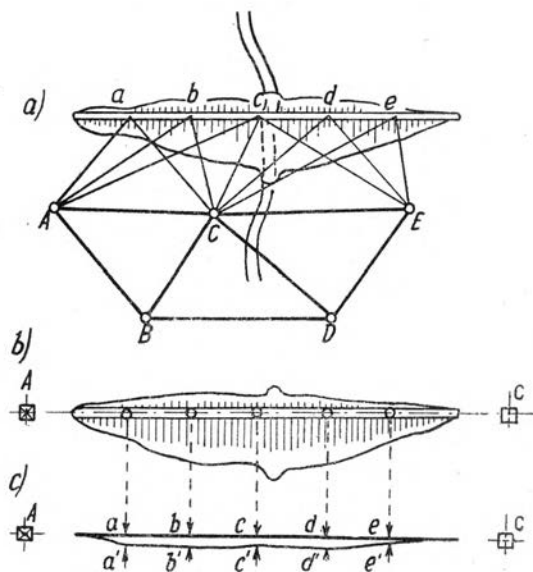
padku konieczności obioru punktu na słabszym gruncie pożądane jest ten ostatni sztucznie wzmocnić. Ponieważ dokładne nawiązanie wymagałoby oddalenia punktów nawiązujących, a uchwycenie przesunięcia —

*) Szczególnie jeśli są to tylko kierunki wewnętrzne (wsteczne).

zbliżenia, należy zdaniem Langa (*Deformationsmessungen*... str. 18) obierać w praktyce długość kierunków nawiązujących równą w przybliżeniu przeciętnej długości celowych wcinających. Ze szkiców niektórych sieci szwajcarskich wynika jednak, że wybierano zazwyczaj jeden punkt nawiązujący, bardziej oddalony od innych*). *O ile warunki terenne na to pozwolą, należy punkty nawiązujące zabudować słupami dla ustawienia teodolitu, celem związania wszystkich punktów odniesienia dwustronnymi kierunkami* (w sieciach szwajcarskich, jak wynika ze szkiców, nie było to stosowane). Będzie to naogół możliwe na zaporach, natomiast trudne do osiągnięcia w gęsto zabudowanych miastach.

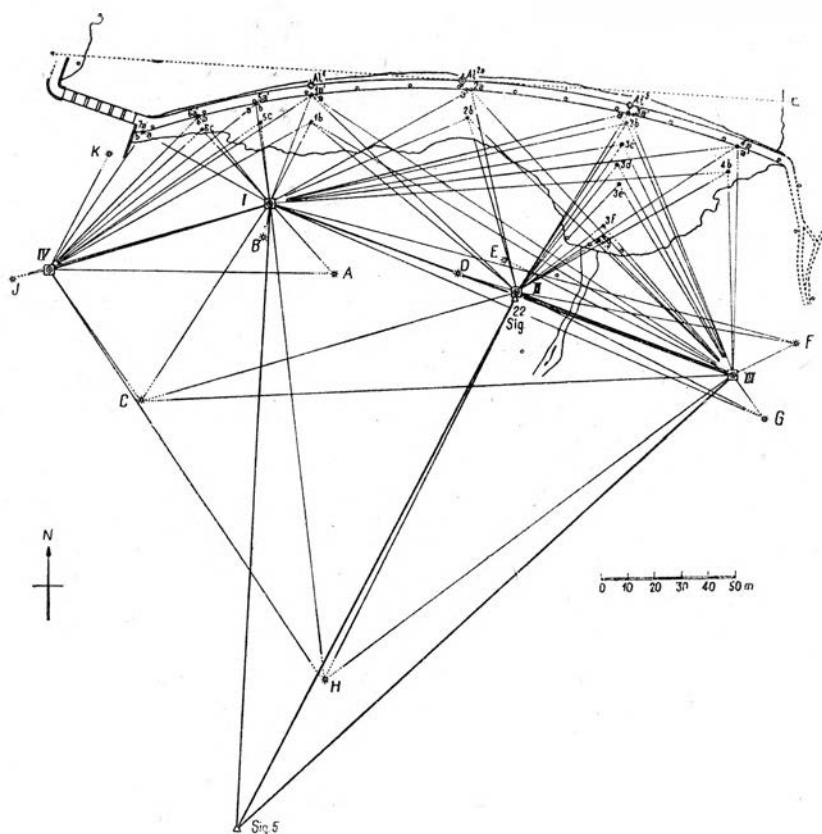
Po prowizorycznym oznaczeniu punktów odniesienia w terenie należy nanieść je oraz wszystkie celowniki na plan sytuacyjny budowli w dużej skali (1 : 1000, 1 : 500) i szczegółowo przeanalizować możliwości dokładnego wyznaczenia przesunięć stanowisk, oraz mniej pewnych punktów nawiązujących. W tym celu należy wykreślić na punktach odniesienia elementy wyznaczające, uzyskane z wcięć wstecz i w przód. Należy również sprawdzić prawidłowość wcięć punktów budowli. (Por. po za tym uwagi w §§ 5, 6 i 10).

TYPY SIECI POMIAROWYCH



Rys. 12 Schematyczna sieć triangulacyjna i „stała prosta” do pomiaru metodą tyczenia (M. M. Griszin: *Gidrotechničeskije Sooruzenja*).

*) W niektórych wypadkach zakładano kilka takich bardziej oddalonych punktów.



Rys. 13 Sieć na zaporze Barberine (Messungen, Beobachtungen und Versuche...)

§ 14. TEODOLIT, ZABUDOWA I SYGNALIZACJA PUNKTÓW, PRACE POŁOWE

A) Teodolit używany do pomiaru przesunięć i odkształceń powinien dać możliwość:

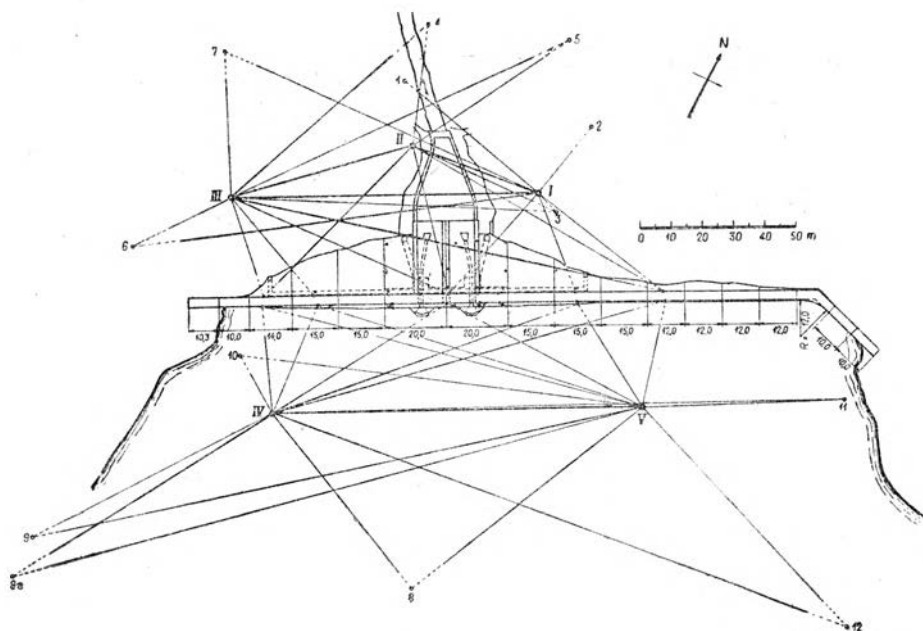
1) osiągnięcia dokładności pomiaru kierunku w jednej serii rzędu $\pm 0,5'' - 0,7''$

2) wykonania obserwacji w możliwie najkrótszym czasie.

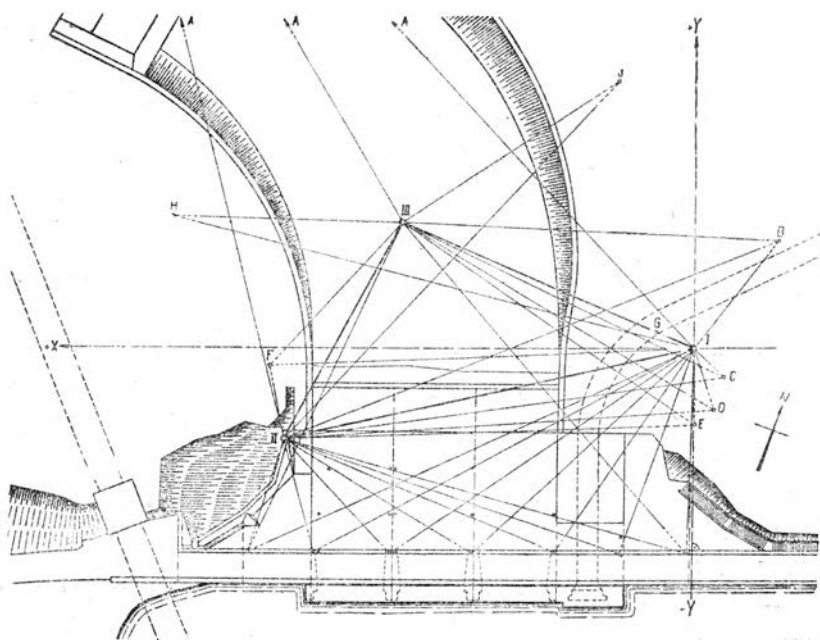
Uzasadnianie warunku 1-go jest zbędne; wynika on z treści poprzednich ustępów. Warunek drugi wynika z faktu, że na deformację muru zapory wpływają głównie:

- 1) temperatura muru,
- 2) stan wody górnej,
- 3) wiek muru,

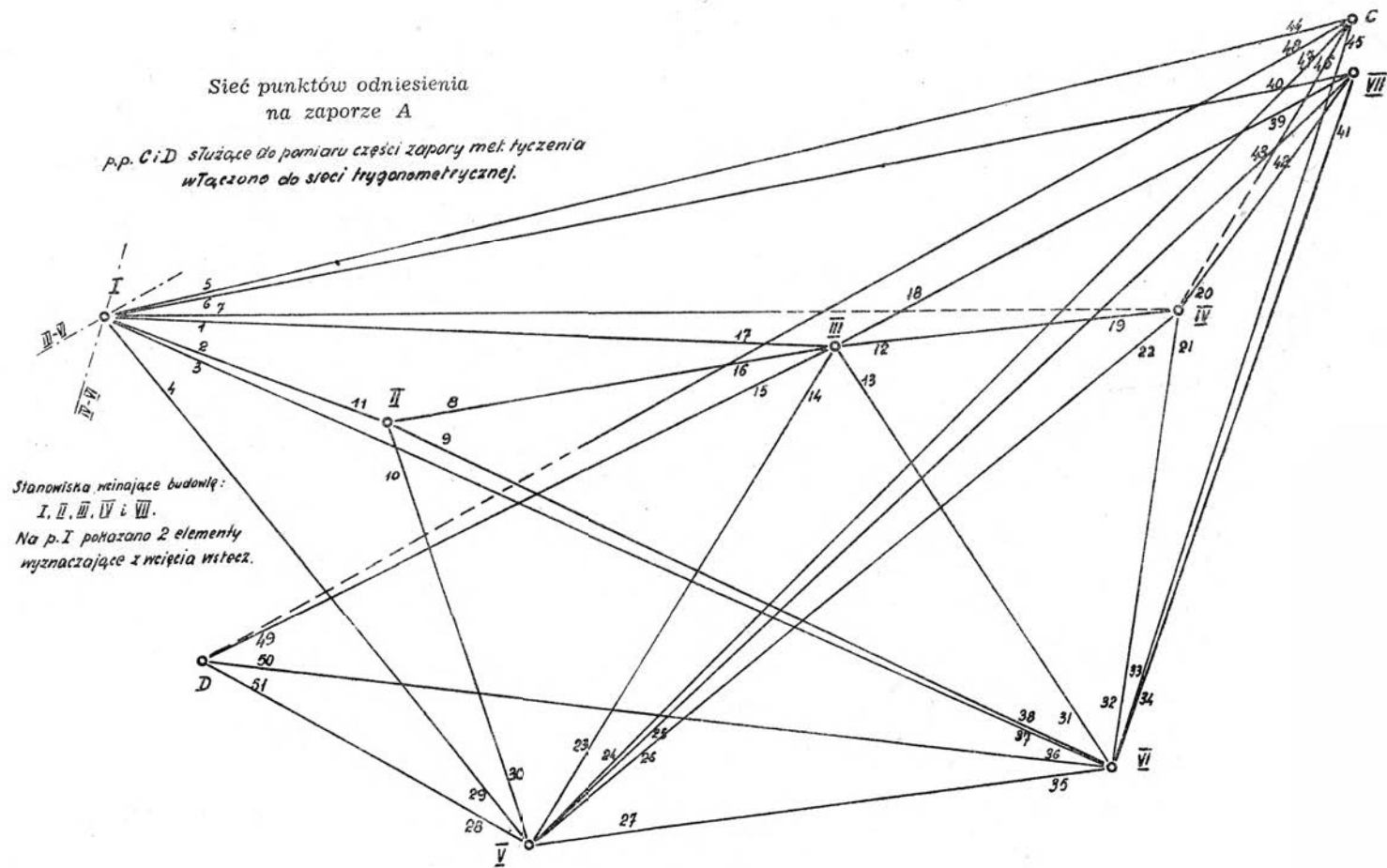
przy czym wpływ zasadniczy w okresie obserwacji wywrą dwa pierwsze czynniki. Należy tu zaznaczyć, że nawet stan wody górnej, który zdawałoby się można utrzymać bez zmiany przez cały okres pomiaru, wahać się będzie w zależności od potrzeb energetyki, żeglugi oraz nagłych



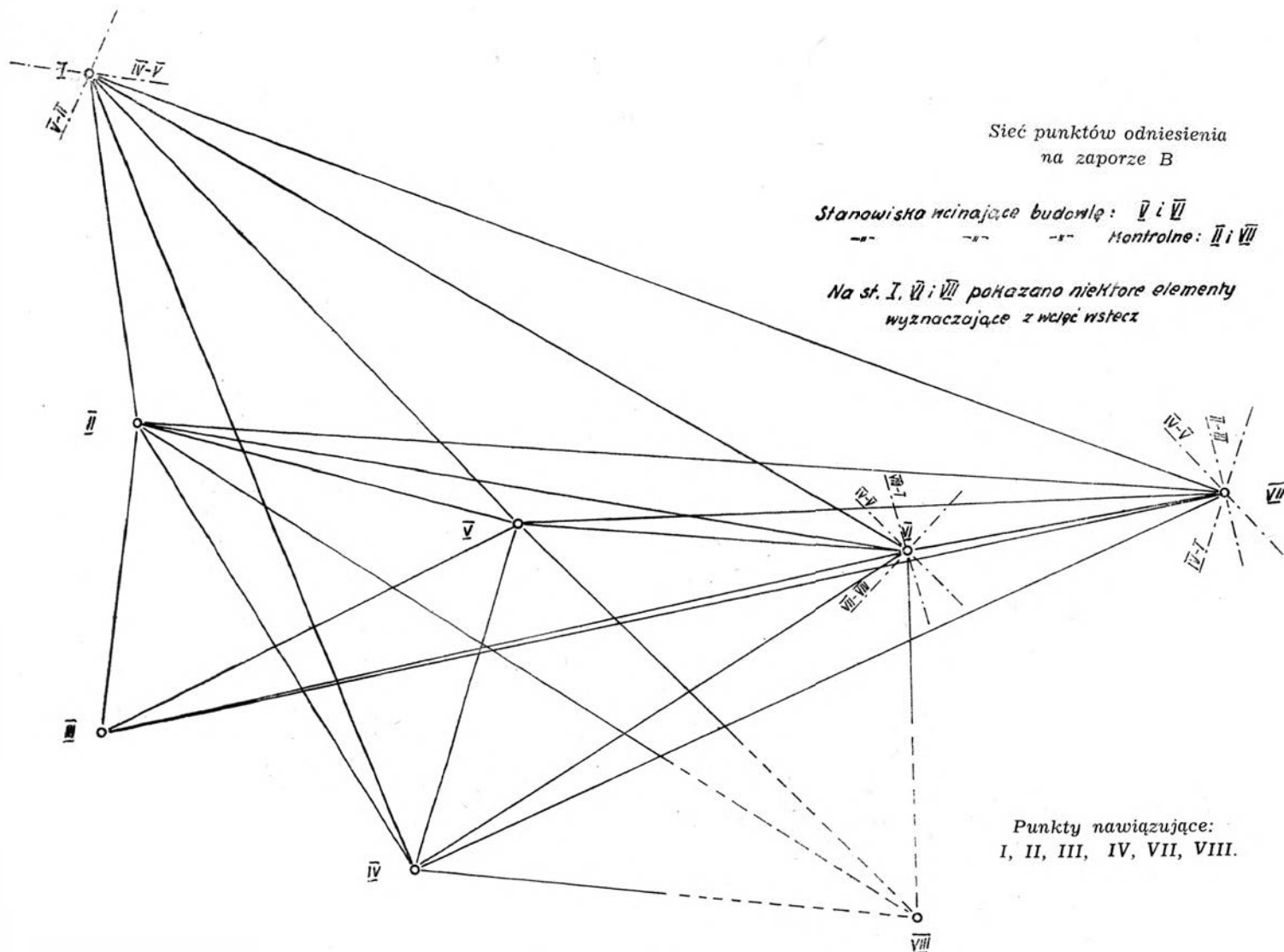
Rys. 14 Sieć od strony odwodnej i odpowietrznej na zaporze Garichte
(Messungen, Beobachtungen und Versuche...)



Rys. 15 Sieć na zaporze In den Schlagen
(Messungen, Beobachtungen und Versuche...)



Rys. 16



Rys. 17

przyborów lub dłuższych susz. Toteż chcąc otrzymać możliwie wierny obraz odkształcenia muru, musimy podczas każdego z okresowych pomiarów zaobserwować wszystkie kierunki wcinające w tych samych warunkach, a więc w jak najkrótszym czasie. Oczywiście kierunki wcinające należy nawiązać tymczasowo przynajmniej do dwóch stałych na każdym stanowisku, a pomiar pozostałych kierunków stałych wykonać natychmiast po zakończeniu obserwacji zapory.

Lang wspomina, że w pewnych szczególnych wypadkach, np. przy szybkim opróżnianiu zbiornika, stosował jednocześnie dwa tej samej klasy teodolity, uzyskując w tym samym momencie obydwa kierunki wcinające. Sposób ten byłby jednak trudny do zastosowania na zaporach długich, o dużej ilości celowników i stanowisk (Różnów).

W wypadkach odkształcania się budowli pod wpływem zsuwu największe zmiany występują w funkcji czasu, a więc i w tym wypadku należy wykonać pomiar jak najszybciej i o ile możliwości jednocześnie na wszystkich stanowiskach.

Przy dawniejszych pomiarach odkształceń zapór szwajcarskich stosowano wielkie teodolity Hildebranda, używane do triangulacji podstawowej kraju. Odnośnie uzyskanych przeciętnych średnich błędów pojedynczego pomiaru kierunku podaje Lang następujące dane („Deformationsmessungen . . .“ str. 23):

zaporą	Montsalvens	$\pm 1,42''$	teodolit 18 cm.
„	Pfaffensprung	$1,20''$	„ 21
„	Rempen	$0,88''$	„ 21
„	Schräh	$0,98''$	„ 21
„	Barberine	$0,90''$	„ 21

Dane te, jak można wnioskować, są przeciętnymi z okresu 1919 — 1929 r. Odnośnie zapory Montsalvens napotykamy w zbiorowym wydawnictwie „Messungen, Beobachtungen u. Versuche . . .“ następujące zestawienie wielkości średniego błędu kierunku średniego z 2 seryj:

rok 1921	$\pm 0,75'' - 0,97''$
1932/33	$0,57'' - 0,70''$
1937	$0,55''$

Prawdopodobnie około roku 1930 czynione były próby zastosowania do pomiaru odkształceń teodolitu precyzyjnego Wilda, jednakże odnośnie uzyskanych dokładności autor napotkał tylko wzmiankę we wspomnianym wydawnictwie zbiorowym (zaporą Barberine), że teodolit Wilda daje gorsze wyniki od Hildebranda, jeśli chodzi o pomiar kierunków (Hildebrand $\pm 0,50''$), natomiast lepsze w wypadku pomiaru kąta pionowego (Wild $\pm 0,7''$). Z referatu inżyniera Untersee, wygłoszonego w czerwcu 1950 r. na zebraniu Szwajcarskiego Towarzystwa Fotogrametrycznego, dowiadujemy się, że do pomiarów odkształceń zapór Eidgen-

nössische Landestopographie używa obecnie Teodolitu Wilda T₃, który na sto metrów daje dokładność $\pm 0,24$ mm. Wynika z tego, że średni błąd kierunku średniego wynosi $\pm 0,50''$.

Odnośnie pomiarów wykonanych w kraju w okresie przedwojennym (Porąbka) brak jest dokładniejszych danych. Autorowi wiadomo tylko, że stosowano Wilda T₂ oraz wielki teodolit Bamberg. W okresie okupacji zainstalowane zostały w Rożnowie urządzenia do centrowania i sygnały Hildebranda, oraz sprowadzony mały teodolit tejże firmy (średnica limbusa ca 14 cm, z mimośrodową lunetą), jednakże o ile dobrze autorowi wiadomo, obserwacje metodą triangulacyjną nie zostały rozpoczęte z powodu uwięzienia ś. p. inż. Edwarda Słoty.

Na podstawie własnych pomiarów odkształceń, prowadzonych po uzyskaniu niepodległości od r. 1946 na różnych obiektach, przy użyciu wspomnianego wyżej teodolitu Hildebranda oraz T₂ i T₃ Wilda, autor może stwierdzić, że ten ostatni jest z pośród wymienionych najodpowiedniejszy do powyższych celów, tak ze względu na jego optykę i dokładność, jak i na szybkość pracy.

Dla ilustracji nadmieniam, że wielkości średnich błędów kierunków średnich z 3 seryj pomierzonych teodolitem Wilda T₃ Nr. 12235 przez obserwatora Instytutu na jednej z zapór w r. 1950 wyniosły od $0,30''$ do $0,53''$, średnio $0,39''$.

B) Urządzenia do automatycznego centrowania teodolitu i sygnału na słupie obserwacyjnym wykonywane są przeważnie z mosiądzu i składają się z dwóch zasadniczych części:

- 1) tulei centrowniczej, zabetonowanej pionowo w górną część słupa oraz
- 2) śruby do teodolitu, zakończonej kulką centrowniczą, częścią powierzchni kulistej lub cylindrem względnie stożkiem. Zarówno tuleja jak i część centrująca śruby powinny być dokładnie wytoczone. Średnica kulki powinna być mniejsza od średnicy tulei najwyżej o ca 0,05 mm.

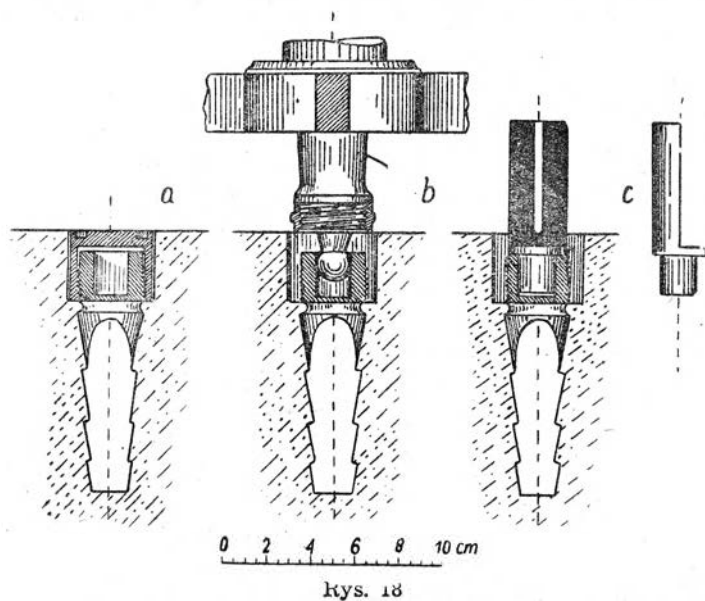
Tuleja może być zaopatrzona w 3 poziome wąsy, na których ustawia się śruby nastawnicze teodolitu (urządzenia Hildebranda).

Zamiast tego lepiej będzie zabetonować poziomo przy pomocy libeli w górną część słupa okrągłą mosiężną płytę, na której spoczną śruby nastawnicze, a jako tuleja posłuży otwór wyborowany pionowo w płycie. Dawniejsze instrumenty (np. Hildebranda) posiadają dolną część osi gwintowaną, na którą nakręca się (względnie w którą się wkręca) śrubę sprzęgową. Kuliste zakończenie śruby wchodzi w otwór tulei, a ostrza śrub nastawniczych opierają się na wąsach lub płycie. Teodolity nowocześniejsze zamiast przedłużonej w dół osi narzędzia zaopatrzone są w dwie płytki, połączone ze sobą gwintowaną rurką. Na płycie dolnej spoczywają ostrza śrub nastawniczych instrumentu. Jeżeli płytki te są

unieruchomione w stosunku do śrub nastawniczych (co należy sprawdzić), wówczas centrowanie teodolitu mogłoby odbywać się za pośrednictwem rurki, łączącej obie płytki. W tym wypadku śruba centrownicza powinna przy pomocy nakręcanego u dołu motylka zabezpieczyć teodolit przed przypadkowym strąceniem go z filaru. Aby uniknąć ewentualnych szkodliwych naprężeń należy motylek doprowadzić do styku z płytą nie dociskając go zbyt mocno (rys. 19).

Wpływ ewentualnego mimośrodów osi teodolitu w stosunku do osi rurki lub do centrującej części śruby usuniemy, przestrzegając, aby pomiar każdej serii odbywał się w innym, symetrycznie rozplanowanym położeniu teodolitu na mosiężnej płycie. Średnia z seryj wolna będzie od wpływu tego błędu, lecz średni błąd kierunku, obliczony z rozbieżności między seriami osiągnie wartość nieco większą od rzeczywistej.

Jeżeli dolne płytki teodolitu posiadają ruch w stosunku do śrub nastawniczych, wówczas należy je odjąć, a centrować można za pośrednictwem ostrz śrub nastawniczych w precyzyjnie wyłobionych rowkach mosiężnej płyty. Rola śruby sprzęgowej ograniczona będzie wówczas tylko do przytrzymywania teodolitu. W tym wypadku konieczne będzie albo przestawienie teodolitu po każdej serii, jak poprzednio, albo



Automatyczne centrowanie teodolitu i sygnałów (Lang: Deformationsmessungen...)

staranne przestrzeganie, aby każda ze śrub nastawniczych wstawiana była zawsze w ten sam rowek.

Jeżeli proste łączące ostrza śrub nastawniczych nie będą się przecinały ściśle na osi pionowej tulei oraz osi teodolitu -- będziemy mieli do

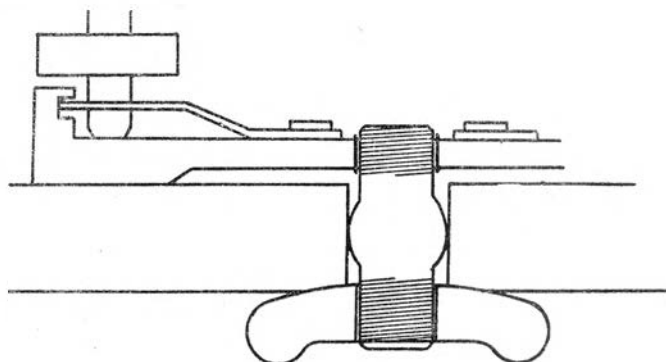
czynienia z mimośrodem tej osi w stosunku do ustawionego później na tym punkcie sygnału.

Zjawisko to spowoduje, że w układzie równań warunkowych z niewiadomymi będziemy musieli pominąć warunki zamknięcia figur. (To samo następstwo spowoduje mimośród osi znaczka celowniczego w stosunku do osi jego trzpienia, wkładanego w tuleję. Por. poza tym § 10). Wpływ tego mimośrodu na wielkość współczynników kierunkowych nie posiada żadnego znaczenia.

W wypadku gdy otwór tulei nie jest zamknięty u dołu i kulka centrownicza może znajdować się podczas różnych pomiarów na różnych wysokościach, byłoby pożądane unieruchomić na stałe jedną ze śrub nastawniczych, aby uniezależnić się od wpływu ewentualnego odchylenia od pionu osi tulei.

Omówione poprzednio centrowanie teodolitu, przedstawione na rys. 19, odznacza się po za możliwością małego ruchu płytek w stosunku do śrub jeszcze jedną ujemną cechą.

Jak już wspomniano, metalowa płyta służąca jako bezpośrednia podstawa teodolitu powinna być zabetonowana w górną część słupa poziomo, przy pomocy libeli o przewadze około 1'. Odchylenie płaszczyzny



Rys. 19

Szkic projektowanego urządzenia do centrowania teodolitu T₃ Wilda. (Dla uniknięcia naprężeń teodolit z wkręconą uprzednio śrubą należy ostrożnie opuścić na płytę. Urządzenie to można stosować po upewnieniu się że ostrza śrub nastawniczych nie posiadają luzów w gniaздkach podstawki. Konieczne przestawianie całego teodolitu na filarze po każdej serii bez odkręcania śruby centrowniczej. Na płycie filaru pożądane zabezpieczenie przed ewentualnym poślizgiem teodolitu).

płyty od poziomu będzie przyczyną powstawania w teodolicie typu Wilda mimośrodu jego osi w stosunku do pionu, przechodzącego przez środek kulki centrowniczej (rys. 21). Jeżeli słup przesunie się i zarazem po-

chyli, wówczas mimośród ten spowoduje, że wyznaczając elementy przesunięcia otrzymamy inne wielkości na podstawie wcięcia wstecz (aktualne położenie osi teodolitu), a inne na podstawie wcięcia w przód (aktualne położenie osi sygnału).

Wpływ tych rozbieżności na wyniki wyrównania metodą wcięcia obustronnego (§ 9 i 10) może się okazać szkodliwy. W związku z tym, jeżeli kąt pochylenia płyty przekroczy wartość graniczną, należałoby ustawiać teodolit nie bezpośrednio na płycie, lecz na specjalnej podstawce, zaopatrzonej w śruby nastawnicze, której górną płaszczyznę można doprowadzić do poziomu przy pomocy libeli.

Określmy w przybliżeniu wielkość wspomnianego mimośrodu w zależności od kąta pochylenia płyty do poziomu:

- $c - o$: pion miejsca centrowania, zarazem oś spionowanego sygnału,
- $c - o_1 = h$: oś teodolitu w położeniu prostopadłym do górnej płaszczyzny płyty,
- $o_2 - l$: oś teodolitu po jej spionowaniu,
- $o - o_2 = e$: mimośród osi teodolitu w stosunku do osi sygnału.

Na podstawie rysunku 21 otrzymamy:

$$e = h \sin \alpha + r (1 - \cos \alpha)$$

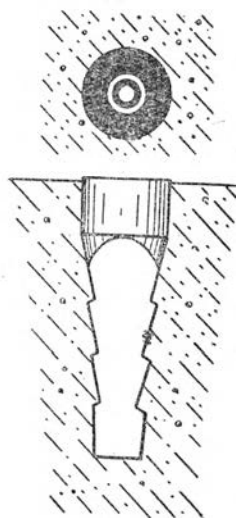
a przy $h \text{ max} = 100 \text{ mm}$ i $r = 90 \text{ mm}$ będzie:

$\alpha = 1'$	$e_{\text{max}} = 0,03 \text{ mm}$
$\alpha = 2'$	$= 0,06$
$\alpha = 3'$	$= 0,09$
$\alpha = 5'$	$= 0,15$
$\alpha = 10'$	$= 0,29$

Biorąc pod uwagę wszystkie powyższe okoliczności dojdziemy do wniosku, że przy użyciu nowoczesnego teodolitu najlepiej będzie odjąć jego dolne płytki i po dostosowaniu do jego osi odpowiedniej śruby o kulistym zakończeniu — centrować jak instrument dawnego typu. Ze względu na możliwość wichrowatości osi śruby i osi teodolitu będziemy i w tym wypadku musieli przedstawiać teodolit na filarze w przybliżeniu o wielkość 180° : s po zakończeniu poszczególnych seryj.

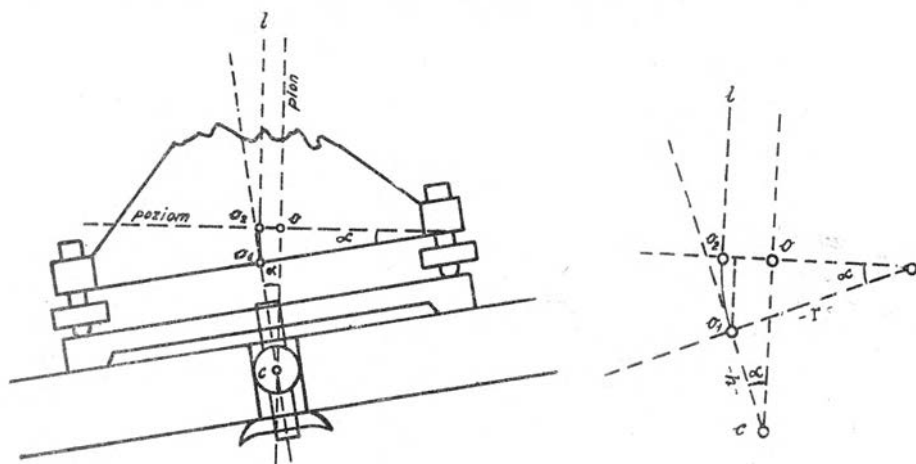
Sygnały nie posiadają na ogół śruby sprzęgowej. Centruje się je za pośrednictwem odpowiednio wytoczonej dolnej ich części.

C) Sygnały nawiązujące podzielić można na sygnały tarczowe i świece. Pierwsze z natury rzeczy muszą być obracane dookoła osi pionowej



Rys. 20
Celownik (Mess.
Beob. u. Vers...)

celem zwrócenia znacznika celowniczego w stronę teodolitu. W związku z tym dla uniknięcia zmiennego mimośrodów celu, oś pionowa znacznika celowniczego musi pokrywać się z osią części centrującej sygnału.



Rys. 21

Jak wiadomo, najmniejszy błąd celowania uzyskamy wówczas, gdy odstęp między dwiema pionowymi nitkami teodolitu będzie nieco większy (lecz bardzo niewiele) od szerokości obrazu znacznika celowniczego, toteż za najodpowiedniejszą formę znacznika należałoby uznać rysunek kilku koncentrycznych kół na płaskiej tarczy. Średnice poszczególnych kół można obliczyć, znając odstęp kątowy pionowych nitek teodolitu i długości celowych nawiązujących.

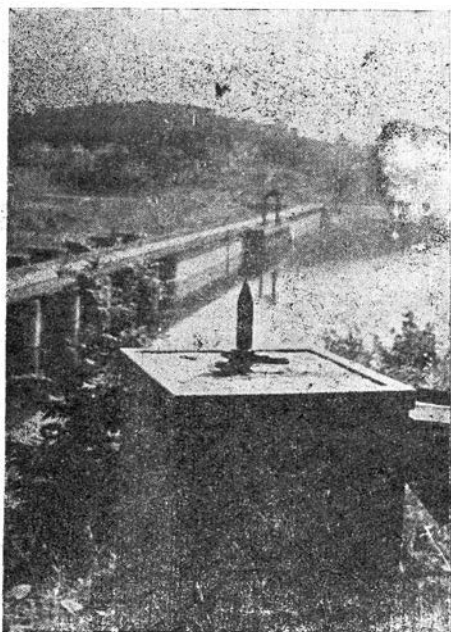
Ze względu na konieczność obracania i zawsze jednoznacznego sygnalizowania danego punktu nawiązującego, każdy sygnał tarczowy musi być zaopatrzony w spodarkę i libelę do pionowego jego ustawienia. Dolna część sygnału, przedłużona przez spodarkę, powinna być wytoczona w formie kulki, celem jego scentrowania w tulei. Ze wspomnianych już poprzednio powodów jedną ze śrub nastawniczych spodarki należałoby unieruchomić.

Sygnały w formie świec są dużo łatwiejsze do wykonania i obsługi w polu.

Wadą ich jest znany wszystkim triangulatorom wpływ bocznego oświetlenia, powodujący niewłaściwe celowanie. Dla uniknięcia tego ustawia się na słupie trójściennej parawanik z dykty lub tektury, którego środkową ściankę należy w miarę potrzeby pomalować odpowiednim kolorem od strony wewnętrznej, celem stworzenia kontrastowego tła dla obrazu świecy.

Część centrująca świecy bywa wytaczana w formie cylindra lub kulki. W pierwszym wypadku niepionowość osi tulei spowoduje odchylenie świecy od pionu, wskutek czego należy celować zawsze w jedno i to samo jej miejsce, które powinno być ściśle określone i opisane w dzienniku polowym. Na krawędzi tulei i świecy należy naciąć kreski, które umożliwią ustawienie świecy zawsze w jednakowym położeniu. Będzie to najbardziej prymitywny typ sygnału.

Lepsze wyniki uzyskamy stosując świecę zaopatrzoną w kulkę centrującą i spodarkę z libelą. Najprostszym typem spodarki będzie okrągła pozioma płytką, wytoczona łącznie ze świecą z jednego kawałka metalu (rys. 25). W wywiercone w płytce 3 otwory wkręca się 3 śruby, które umożliwiają spionowanie świecy przy pomocy ustawionej na płytce przenośnej libeli pudełkowej. Celem zwiększenia dokładności celowania przy różnych odległościach, należy świecę taką wytoczyć jako zespół przylegających do siebie podstawami kilku cylindrów o wspólnej osi i coraz to mniejszych promieniach.



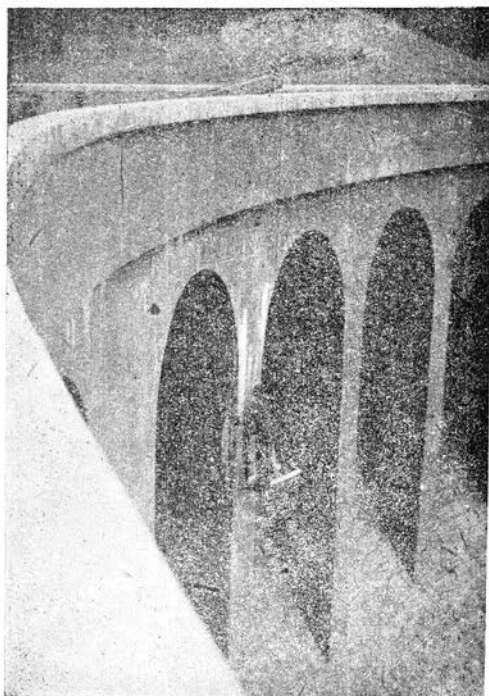
Rys. 22 Sygnał-świeca w urządzeniu do centrowania



Rys. 23 Sygnał tarczowy najprostszego typu

Sygnały umieszczone na stałe w budowli (celowniki) będą to tarcze celownicze przyspawane do trzpieni, które zabetonowuje się w mur budowli. Celowniki powinny przylegać bezpośrednio do muru, aby nie

były narażone tak na ewentualne uszkodzenia, jak i na odmienne niż budowla skutki wpływu temperatury. Jeśli budowla pokryta jest okładziną, należy zaopatrzyć celownik w dłuższy trzpień i poprzez szeroki otwór, przebity w okładzinie, zabetonować go w murze. W praktyce zdarzało się, że nieznaczne osunięcie się okładziny powodowało odchylenie celownika i w skutku sfałszowanie wyniku pomiaru.

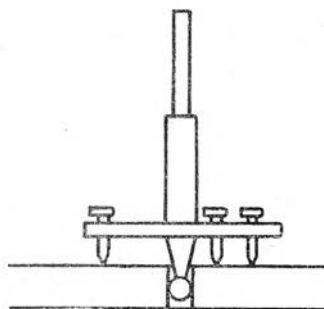


Rys. 24 Czyszczenie celowników

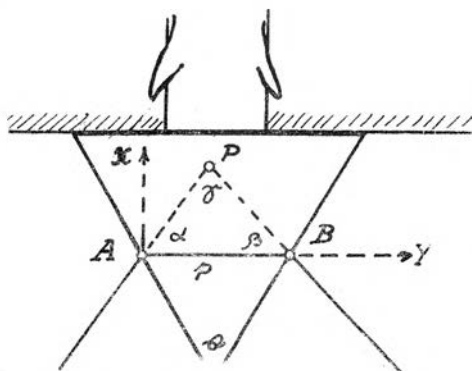
Celem polepszenia warunków celowania wprowadzono celowniki zaopatrzone w dwie tarcze, ustawione pod korzystnym kątem względem kierunków wcinających (rys. 26 i 27). Tego typu urządzenia firmy Hildebrand założono podczas okupacji na zaporze różnowskiej. Podobne znaczki produkcji krajowej zainstalowano obecnie w Czchowie. Ponieważ w takim celowniku punkt przecięcia kierunków wcinających przesuwają się w zależności od

ruchu celownika, należy określić granice stosowności tego pomysłu.

Założmy lokalny układ współrzędnych o początku w środku znaczka celowniczego A (rys. 26) i osi Y, przechodzącej przez obydwa znaczki A i B.



Rys. 25



Rys. 26

Współrzędne punktu P wynoszą:

$$Y = p \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\sin (\alpha + \beta)} \quad X = p \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

a ich zmiany pod wpływem zmian kątów α i β przy założeniu $d\alpha = d\beta$:

$$dy = \frac{p \cos (\alpha + \beta) \sin (\alpha - \beta)}{\sin^2 (\alpha + \beta)} d\alpha$$

$$dx = \frac{-p \cos (\alpha + \beta) \cos (\alpha - \beta)}{\sin^2 (\alpha + \beta)} d\alpha$$

skąd przesunięcie liniowe punktu P :

$$dl = \pm \sqrt{dy^2 + dx^2} = \pm \frac{p \cos (\alpha + \beta)}{\sin^2 (\alpha + \beta)} d\alpha$$

Ponieważ kąt δ nie może przekraczać granic $50^\circ - 130^\circ$, więc $(\alpha + \beta)$ zawarte będzie również w powyższych granicach. Przy $(\alpha + \beta)$ bliskim 90° punkt P będzie praktycznie nieruchomy, natomiast w krańcowym wypadku, rzadko spotykanym, t. j. przy $(\alpha + \beta) = 50^\circ$ lub 130° , otrzymamy:

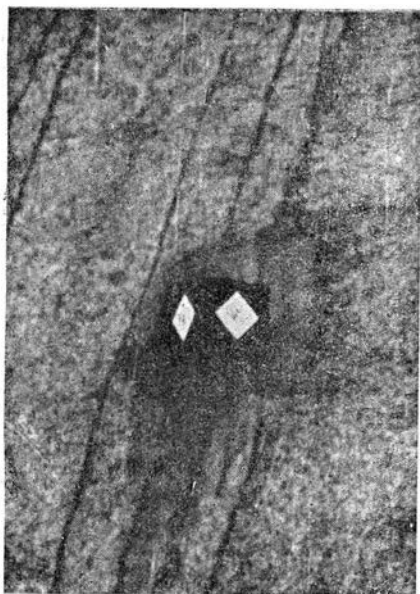
$$dl = \pm 1,1 \cdot p \cdot d\alpha$$

W najniekorzystniejszych warunkach, t. j. przy $p \max = 70 \text{ mm}$ i $da \max = 2'$ (3 cm na 50 m) wartość dl wyniesie około $\pm 0,04 \text{ mm}$, co nie ma żadnego znaczenia praktycznego.

W opisanego typu sygnałach znaczki celownicze wykonane są zazwyczaj na oddzielnych płytkach, przykręcanych śrubkami do metalowego odlewu korpusu celownika. Umożliwia to odjęcie ich celem odnowienia rysunku i ponownego założenia dokładnie w tym samym miejscu.

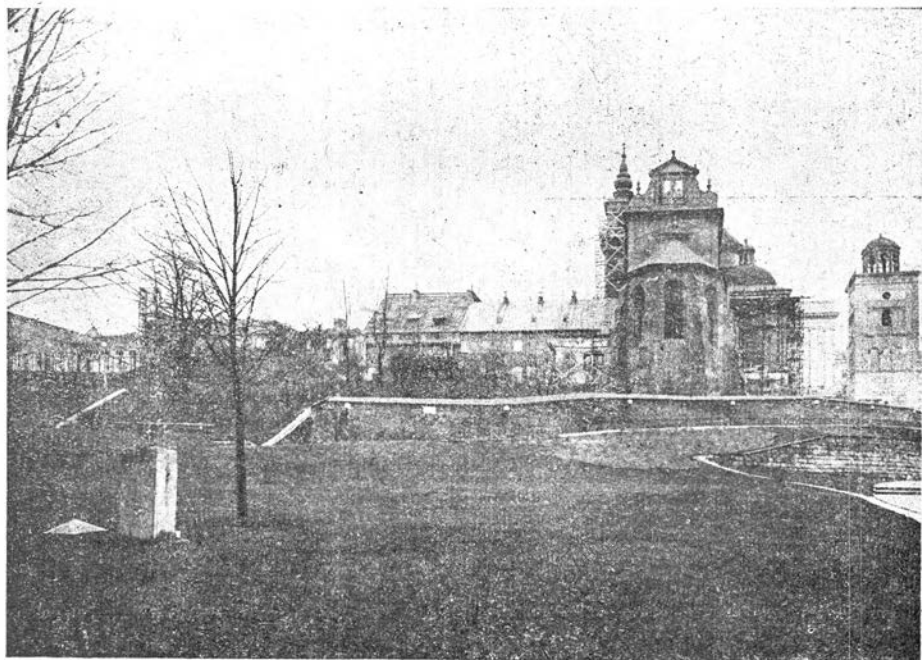
D) Na temat filarów obserwacyjnych zamieszczono już szereg uwag w poszczególnych ustępach, toteż ograniczymy się tutaj do podania wymiarów typowych słupów sieci w Czchowie.

Należy nadmienić, że daje się odczuć brak należycie opracowanych zasad zabudowy takich punktów, jak stanowiska do pomiaru odkształceń, wskaźniki regulacji osi torów kolejowych, repery niwelacji precyzyjnej i t. p. z uwzględnieniem różnych rodzajów gruntów.



Rys. 27 Celownik podwójny

E) Warunki pomiaru odkształceń są zazwyczaj gorsze od spotykanych normalnie przy triangulacji: powietrze przez które przebiega celowa znajduje się nad różnymi ośrodkami o niejednakowej temperaturze, jak beton, zielen, woda i inne; niektóre kierunki biegną w pobliżu silnie nagrzanych zboczy lub murów, w pewnych wypadkach nie da się uniknąć dość stromych celowych itp. (w dolinie rożnowskiej niektóre cele drgają tak wczesnym rankiem jak i przed wieczorem, w różnych porach roku). Czynniki łagodzącymi częściowo powyższe okoliczności są krótkie celowe, dobra sygnalizacja, automatyczne centrowanie, oraz



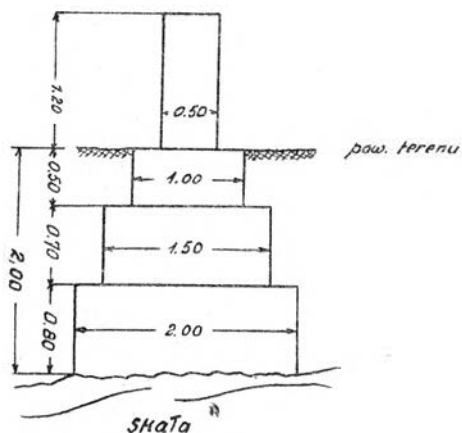
Rys. 28

Jeden z filarów do obserwacji kościoła Św. Anny przy Trasie W—Z w Warszawie. Teodolit ustawiony na mosiężnej płycie zabetonowanej w górną część filaru. Obok na ziemi widoczna metalowa pokrywa, zamykana na kłódkę.

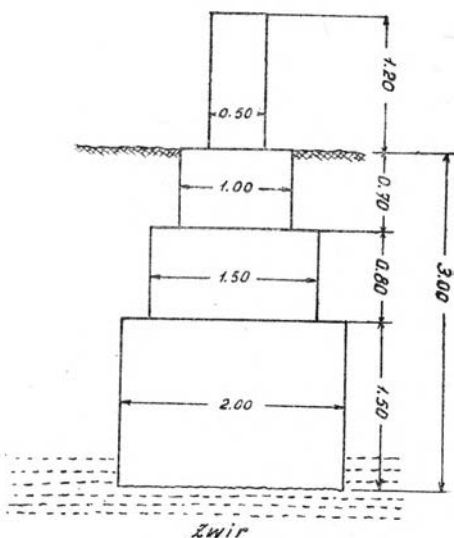
wygodna pozycja obserwatora, który może swobodnie oprzeć się na słupie (autor jest przekonany, że na dokładność pomiaru wpływają nie tylko ogólnie wymieniane przyczyny, lecz również, i to w niemałym stopniu, stan fizyczny i psychiczny obserwatora. Por. Inż. Z. Czerski. *Optyka Geometryczna*). W dążeniu do podniesienia dokładności byłoby bardzo pożądane przeprowadzić próbne pomiary w porze nocnej.

Rozkład kierunków nawiązujących w horyzoncie bywa często równomierny, natomiast celowe wcinające są skupione i oddalone od siebie

niejednokrotnie o kilkadziesiąt minut lub kilka stopni (pionowe kolumny celowników na blokach zapor). Na zaporach ilość kierunków na sta-



Rys. 29



Rys. 30

nowiskach wynosi od kilkunastu do trzydziestu paru, a na punktach nawiązujących po kilka. Powyższe okoliczności skłaniają do stosowania metody kierunkowej w pełnych seriach. Przy użyciu teodolitu T_3 Wilda należy zdaniem autora stosować w przeciętnych warunkach 3 serie, w wypadku gwałtownego pośpiechu — 2.

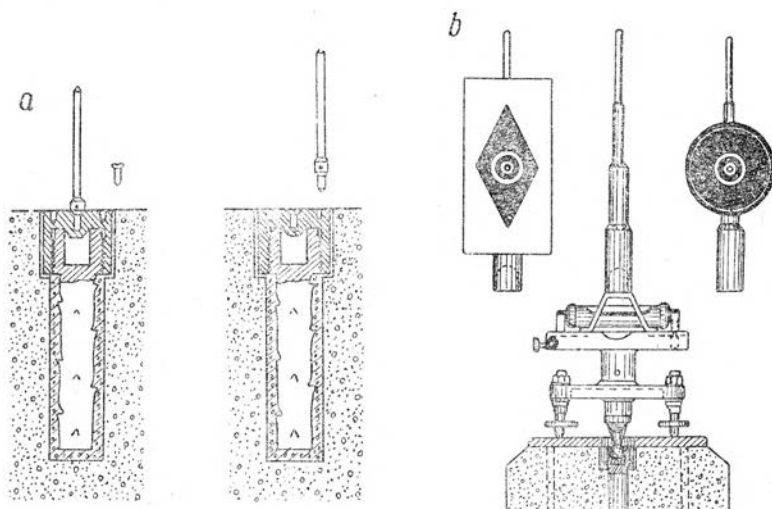
Lang twierdzi (Deformationsmessungen... str. 23), że ze względu na wielką stałość stanowiska, można obserwacje nawet dużej ilości kierunków (20 — 30) wykonywać łącznie, tj. w jednej grupie. Jednakże biorąc pod uwagę, że teodolit ulega różnym wpływom zewnętrznym w zależności od czasu oraz że wzrok obserwatora wymaga odpoczynku, autor zarzucił jednoczesną obserwację wszystkich kierunków, rozbijając je na grupy po 8 — 10 łącznie z zamykającym. Dzięki temu czas obserwacji jednej grupy w jednej serii nie przekracza na ogół 20 minut, a zamknięcia poszczególnych seryj — średniego błędu pomiaru pojedynczego kierunku.

Pojedynczy pomiar kierunku w każdej połowie serii polega na dwukrotnym nastawieniu na cel przy pomocy leniwki i 2-krotnym zgraniu kresek i odczytaniu mikrometru. Niewielką z reguły odchyłkę zamknięcia, spowodowaną raczej przyczynami o charakterze systematycznym niż przypadkowym, rozrzuca się proporcjonalnie do ilości kierunków, co jak stwierdzono poprawia zgodność między wynikami różnych seryj.

Przy stosowaniu teodolitu T_3 konieczność powtarzania obserwacji niemal nigdy nie zachodzi.

Ze względu na konieczność zaobserwowania badanego obiektu w jak najkrótszym czasie należy w sieciach o dużej ilości stanowisk i celowych pomiarzyć najpierw na wszystkich stanowiskach celowe wcinające, nawiązane do dwóch punktów stałych, a dopiero później zaobserwować kierunki nawiązujące. W sieciach małych (np. miejskich) nie jest to oczywiście ani konieczne, ani pożądane.

Przy pomiarze odkształceń przestrzega się ogólnie obowiązujących zasad, tj. przerywania obserwacji w środku dnia na okres około 4 — 6 godzin, ochrony instrumentu przed słońcem i poziomowania go po każdej serii po uprzednim sprawdzeniu libeli. Z omówionych poprzednio przyczyn należy również przestawiać teodolit po każdej serii na płycie o około 120° .



Rys. 31

Sygnały stosowane przy metodzie tyczenia
(wg Prof. M. M. Griszina: Gidrotechničeskije Sooruzenja)

METODA TYCZENIA (USZEREGOWANIA PUNKTÓW)

§ 15. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Sposób ten jest nadzwyczaj prosty i nie wymaga prawie żadnych obliczeń. Stosuje się go przeważnie do wydłużonych budowli, jak zapory lub mosty, w osi których (lub w równoległych do osi) obiera się i sygnalizuje szereg punktów „ruchomych“ (p. 1, 2, 3... 6, rys. 36 oraz a, b... e — dolna część rysunku 12).

Ruch punktów badanych wyznacza się w odniesieniu do tzw. stałej prostej (prostej odniesienia), którą należy oznaczyć w terenie przez dwa punkty (B i C). Stałość prostej należy kontrolować przy pomocy dalszych punktów w liczbie przynajmniej 2 (A i D). Jeśli na obiekcie badanym istnieje również sieć trygonometryczna, to jest bardzo pożądane, aby „stała prosta” kontrolowana była z trygonometrycznych punktów odniesienia.

Metodę tyczenia stosuje się zasadniczo do wyznaczania składowych przesunięć poziomych w kierunku prostopadłym do prostej odniesienia. W pewnych szczególnych wypadkach można zastosować ją do wyznaczania przesunięć pionowych.

§ 16. INSTRUMENTY PRZEBIEG POMIARU

Na komplet narzędzi składają się:

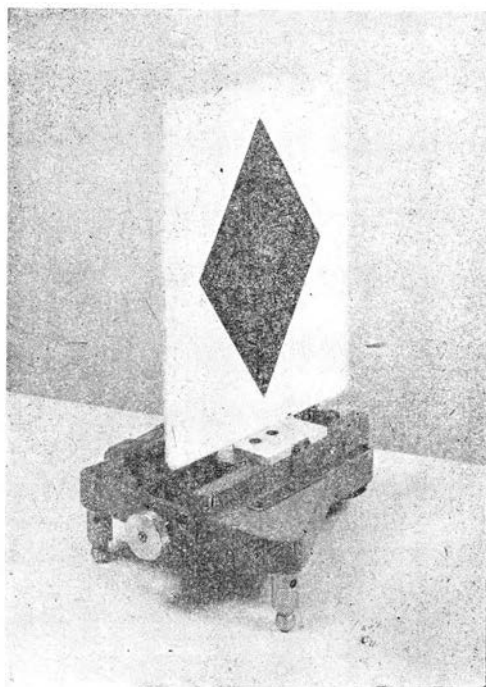
- 1) instrument o typie zbliżonym do małego narzędzia przejściowego,
- 2) sygnał „ruchomy”, którego tarczę celowniczą można przesuwając w jej płaszczyźnie przy pomocy poziomo działającej leniwki, wielkości przesunąć tarczy w stosunku do scentrowanej w budowlę spodarki sygnału odczytuje się na przetworzonej do tej ostatniej podziałce milimetrowej,

- 3) sygnał „stały” (z nieruchomą tarczą celowniczą).

Przyrządy tego typu f-my Zeiss posiadają tylko po jednej śrubie nastawniczej i po dwie stałe nóżki.

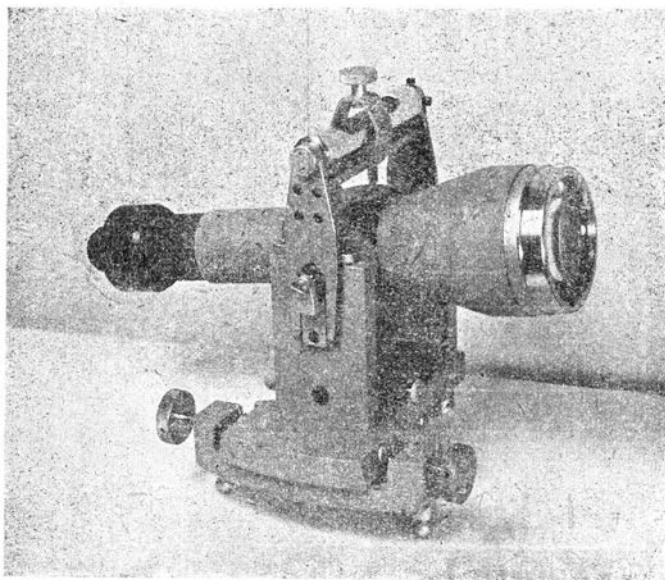
Instrument wstawia się w urządzenie do automatycznego centrowania na jednym z krańcowych słupów prostej odniesienia (np. B), po czym przy pomocy zrektyfikowanej czułej libeli nasadkowej poziomuje się starannie oś obrotu lunety. Na drugim końcu prostej np. w C wstawia się sygnał stały, na który obserwator kieruje oś celową narzędzia i zamocowuje ją w poziomie.

Sygnał z tarczą ruchomą obsługiwany jest przez pomocnika, który wstawia go kolejno w urządzenia do centrowania, zabetonowane wzdłuż



Rys. 32. Sygnał ruchomy f-my Zeiss

prostej odniesienia na poszczególnych częściach budowli (blokach zapory, filarach mostu lub tp.). Na każdym z tych stanowisk pomocnik, stosownie do znaków obserwatora, wprowadza ruchomą tarczę sygnału przy pomocy leniwki w oś celową narzędzia i odczytuje jej położenie



Rys. 33 Przyrząd do pomiaru met. tyczenia f-my Zeiss

na podziałce milimetrowej w stosunku do spodarki sygnału. Ponieważ spodarka bierze udział w ruchu budowli za pośrednictwem urządzenia do automatycznego centrowania, a znaczek celowniczy sygnału jest wprowadzany w płaszczyznę kolimacyjną narzędzia (teoretycznie niezmienną), więc różnica odczytów na podziałce, wykonanych podczas dwóch okresowych pomiarów równa będzie składowej poziomej przesunięcia budowli w kierunku prostopadłym do prostej odniesienia. Odczyt z podziałki oraz oznaczenie lub numer kolejny stanowiska sygnału zapisuje pomocnik w dzienniku polowym.

Jak z powyższego opisu wynika — urządzenia do automatycznego centrowania powinny być zabetonowane wzdłuż prostej z dokładnością niezbyt wielką, zależną od zakresu przesuwalności tarczy sygnału, zmniejszonego o przewidywane maksymalne ugięcie budowli (a więc praktycznie z dokładnością 1-2-3 cm). Urządzenia do centrowania sygnału na budowli i słupach powinny być tak osadzone, aby płaszczyzna tarczy sygnału była prostopadła do płaszczyzny kolimacyjnej narzędzia (tym samym podziałka milimetrowa będzie również prostopadła do tej

ostatniej). Błąd wyznaczenia składowej przesunięcia budowli, spowodowany nieprostokątnym ustawieniem tarczy, obliczymy ze znanego wzoru

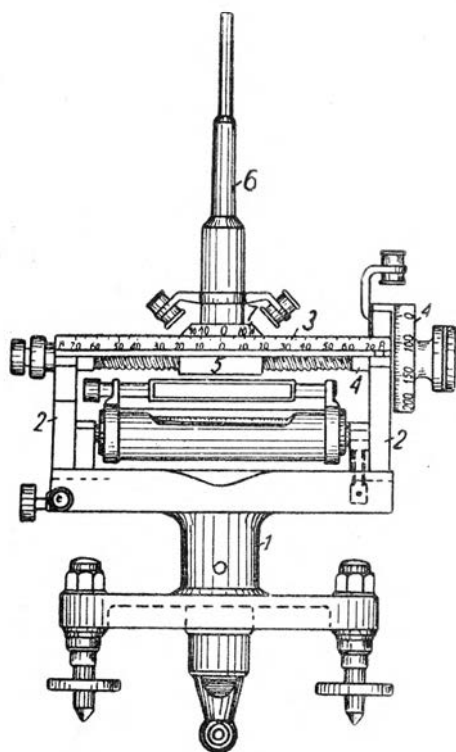
$$\Delta l = 2 \cdot l \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

gdzie α — odchylenie płaszczyzny tarczy od właściwego położenia, l — pomierzona składowa przesunięcia.

Jeśli za największe oczekiwane przesunięcie przyjmujemy np. $l_{\max} = 30$ mm, to nie chcąc, aby błąd jego wyznaczenia przekroczył $\pm 0,1$ mm, musimy ustawić tarczę we właściwym położeniu z maksymalnym błędem

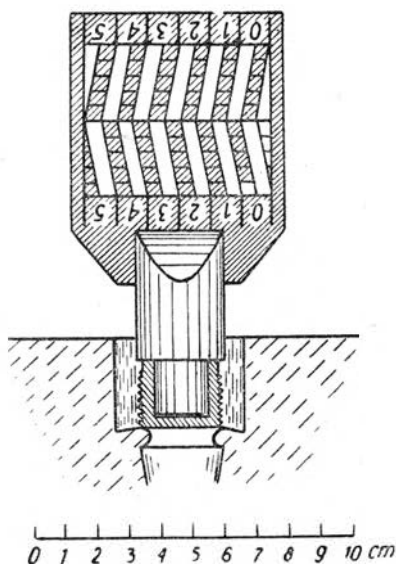
$$\alpha_{\max} \cong \pm 1,4 \cdot \rho \cdot \sqrt{\frac{\Delta}{l}} \cong \pm 4,8^\circ$$

Podsuwanie tarczy celowniczej i odczytanie na podziałce należy wykonać kilkakrotnie na każdym kolejnym stanowisku sygnału rucho-



Rys. 34

Sygnał ruchomy — mikrolinometr inż. M. M. Dorochowa. (Prof. M. M. Griszin: Gidrotechničeskije Sooruzenja)



Rys. 35

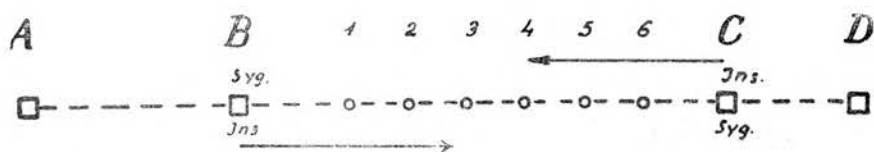
Sygnał — podziałka transversalna w miejsce sygnału ruchomego (Mess. Beob. u. Vers...)

mego, sprawdzając zarazem stan libeli nasadkowej. Następnie, po skontrolowaniu stałości położenia osi celowej, przełożeniu lunety w łożyskach, spoziomowaniu osi obrotu i powtórным wycelowaniu wzdłuż

prostej odniesienia, należy powtórzyć pomiar w drugim położeniu lunety. Po wykonaniu kilku takich całkowitych pomiarów (w obu położeniach lunety) należy obliczyć ostateczne położenie każdego punktu na podziałce i jego średni błąd. Średni błąd składowej przesunięcia będzie równy pierwiastkowi kwadratowemu z sumy kwadratów błędów położenia pierwotnego i aktualnego.

Zazwyczaj, aby nie obniżać dokładności celowania, dochodzimy z pomiarem do połowy prostej odniesienia (instrument np. w B, sygnał stały w C), po czym, po wzajemnej zmianie stanowisk narzędzia i sygnału wykonujemy pomiar pozostałej części budowli (rys. 36).

Stałość prostej odniesienia należy sprawdzać podczas każdego okresowego pomiaru, celując np. z B (instrument) na D (sygnał stały) i kontrolując stałość odczytu na sygnale ruchomym w C. Następnie, ustawiając instrument w C i celując na sygnał stały w A, można kontrolować stałość odczytu na sygnale ruchomym w B. Przy sprzyjających warunkach i krótszych odległościach możnaby z któregośkolwiek punktu krańcowego kontrolować od razu stałość wszystkich czterech punktów, jednakże na zbiornikach punkty A i D leżeć będą zazwyczaj dużo wyżej od B i C, więc celowe A — B i C — D będą strome i nie zawsze możliwe do uzyskania. Ewentualne przesunięcia (składowe) punktów B lub C należy uwzględnić przy określaniu przesunięć punktów „rucho-



Rys. 36

mych". Jak już wspomniano — kontrolowanie „stałej prostej” z punktów odniesienia sieci trygonometrycznej, jak również korygowanie wyników pomiaru tą drogą, jest bardzo pożądane.

§ 17. OCENA METODY TYCZENIA

Sposób niniejszy, jako bardzo prosty i nie wymagający poważniejszych obliczeń stosować można w częstszych odstępach czasu jako częściowe uzupełnienie rzadziej wykonywanych pomiarów triangulacyjnych. Można go też uważać za niezależną, częściową kontrolę metody trygonometrycznej.

Zdaniem fachowców szwajcarskich i amerykańskich (przytaczam na podstawie artykułu Inż. Z. Mikuckiego: „Potrzeba przeprowadzania badań i kontroli zapór i zbiorników”, Gospodarka Wodna Nr 6-12 z r. 1949)

—do obserwacji niższych zapór (poniżej 30 m) odpowiedniejsza będzie metoda tyczenia, natomiast metoda triangulacyjna jest odpowiednia dla zapór wysokich. Uzyskana w U.S.A. dokładność metody tyczenia przy zastosowaniu narzędzia o 45x powiększeniu lunety i odległościach 50 — 500 m wyniosła 0,2 mm (tamże). Prof. M. M. Griszin ocenia dokładność metody tyczenia przy użyciu mikrolinometru inż. M. M. Dorochowa na 0,1 mm i większą (Gidrotechniczeskije Sooruzhenja, tom II, str. 280).

Z drugiej strony autorzy poszczególnych publikacji zebranych w dziele „Messungen, Beobachtungen u. Versuche an Schweizerischen Talsperren, 1919 — 1945“ oceniają błąd metody tyczenia na około $\pm 0,5$ mm przy długości prostej około 600 m, lub nieco mniej dla odległości krótszych, zakładając bardzo dobre warunki obserwacji. Należy pamiętać, że przy tej metodzie oś celowa wychodząc z wyżej położonego stanowiska instrumentu zniża się i przebiega na ostatnim odcinku tuż nad koroną betonowej zapory, lub tuż obok pionowej ściany budynku.

Poza tym ujemne strony metody tyczenia możnaby ująć następująco:

- 1) sposób ten można stosować tylko do punktów leżących w płaszczyźnie kolimacyjnej narzędzia, a więc np. w wypadku zapory prostej — do jej korony, a w wypadku zapory łukowej — do kilku zaledwie punktów w pobliżu jej wierzchołka;
- 2) w wyniku otrzymujemy tylko składową przesunięcia poziomego w kierunku prostopadłym do prostej odniesienia, a więc o wykryciu przesunięć skośnych, mogących sygnalizować niebezpieczeństwo, nie może być mowy;
- 3) nastawianie ruchomej tarczy sygnału na oś celową narzędzia odbywa się za pośrednictwem znaków, dawanych na odległość. Lang uważa, że sposób taki nie zawsze może zapewnić pożądaną dokładność. Stosowanie tarcz nieruchomych z naniesioną podziałką transversalną, odczytywaną przy pomocy pionowej nitki narzędzia, nie jest również według Langa najwłaściwszym rozwiązaniem.

Celem uniknięcia okoliczności, wymienionych w p. 3, Lang zastosował modyfikację metody tyczenia, polegającą na tym, że zamiast odczytywania składowych przesunięć stosuje się precyzyjny pomiar kąta paralaktycznego, zawartego między prostą odniesienia i kierunkiem do badanego punktu. Sposób ten zastosował Geodezyjny Instytut Naukowo-Badawczy do jednego z budynków warszawskich, gdzie gęstość zabudowania uniemożliwiła założenie sieci triangulacyjnej.

Niezależnie od wszystkich powyższych uwag, należałoby zdaniem autora zaopatrzyć libelę nasadkową w bieżący opis podziału celem umożliwienia wprowadzenia do obserwacji poprawek za nachylenie osi narzędzia.

§ 18. ZASTOSOWANIE METODY TYCZENIA DO WYZNACZANIA PRZESUNIĘĆ PIONOWYCH

W pewnych wypadkach (np. na mostach), gdy prostą odniesienia dałoby się utrwalić w przybliżeniu w poziomie, można wykorzystać metodę tyczenia do wyznaczenia pionowych przesunięć budowli, np. filarów mostowych. W tym celu należy zaopatrzyć ruchomy sygnał w pionowo działającą leniwkę i pionową podziałkę przytwierdzoną do spodarki, a zamiast opisanego wyżej narzędzia użyć precyzyjnego niwelatora o silnym powiększeniu, zdjawszy uprzednio płytkę płasko-równoległą.

Dla uzyskania zawsze tej samej wysokości osi celowej (prostej odniesienia) należałoby albo jedną śrubę nastawniczą niwelatora unieruchomić na stałe, a posługiwać się tylko dwiema, albo też na miejsce sygnału stałego wstawić krótką pionową łatkę i po każdym pomiarze uwzględniać różnicę wysokości osi celowej (drugi sposób w wypadku krótszych odległości i przy użyciu płytki płasko-równoległej, którą po odczytaniu łatki należałoby zdjąć).

Zamiast niwelatora możnaby też użyć opisanego poprzednio narzędzia, lub teodolitu, poprzestając na nieco nachylonej osi celowej. Wprowadzanie osi celowej w prostą odniesienia polegałoby na wycelowaniu na stały sygnał poziomą nitką, pod warunkiem ustawiania instrumentu zawsze na jednakowej wysokości (unieruchomienie jednej śruby nastawniczej).

Zdaniem autora przy stosowaniu tych lub podobnych sposobów wyznaczania przesunięć pionowych na większe odległości, należy liczyć się z poważnymi błędami pod wpływem czynników atmosferycznych.

WYZNACZANIE PRZESUNIĘĆ PIONOWYCH METODĄ NIWELACJI ŚCISŁEJ

§ 19. WIADOMOŚCI I ZASADY OGÓLNE

Podobnie, jak przy wyznaczaniu przesunięć poziomych, będziemy i tu rozróżniać repery nawiązujące („stałe”) i repery „ruchome”, osadzone na badanej budowli.

Nawiązanie niwelacji budowli do jednego tylko reperu stałego mija się zupełnie z celem, gdyż ewentualne jego przesunięcie pod wpływem nieprzewidzianych ruchów gruntu ujdzie często naszej uwadze i zniekształci wyniki pomiarów, doprowadzając zainteresowane czynniki do zupełnie fałszywych wniosków. Widoczne uszkodzenie reperu przez osoby trzecie (np. podczas robót budowlanych), zauważone w porę przez personel pomiarowy, nie spowoduje wprawdzie mylnych wnio-

sków, lecz przerwie ciągłość obserwacji, która ma zasadnicze znaczenie dla opartych na niej prac badawczych.

Z tych samych powodów nie wystarczy nawiązać się do dwóch reperów stałych, gdyż w wypadku stwierdzenia zmiany w dotychczasowej ich różnicy wysokości i przy braku zewnętrznych oznak uszkodzenia jednego z nich, nie będziemy w stanie stwierdzić, który z reperów uległ przesunięciu.

Biorąc powyższe pod uwagę, stwierdzimy, że *każdą niwelację badawczą, bez względu na wielkość obiektu i ilość reperów „ruchomych“, nawiązać należy do co najmniej trzech reperów odniesienia.*

Reperów tych nie należy osadzać blisko siebie, lecz w odległości około 50 — 100 m jeden od drugiego, na oddzielnych, możliwie pewnych i od dawna stojących budowlach, lub w zdrowych skałach.

Odległość reperów ruchomych od nawiązujących nie może być zbyt mała, aby warunki powodujące ruch badanej budowli, nie wywołały przesunięć tych ostatnich, nie może ona jednak być zbyt duża, aby przypadkowe błędy pomiaru ciągów nawiązujących nie obniżyły zbyt nio dokładności wyznaczenia przesunięć pionowych. W praktyce osadzamy zazwyczaj repery nawiązujące w odległości 50 — 200 m od ruchomych, przejścia więc od jednych do drugich wykonamy za pośrednictwem 1 — 2 stanowisk.

Poza ilością reperów nawiązujących i ich odległością poziomą od badanego obiektu, ważne jest, aby obydwa rodzaje reperów leżały w tym samym mniej więcej poziomie. Chodzi tu o wyeliminowanie wpływów błędów łat na wyniki, oraz o wykonanie pomiarów na poszczególnych stanowiskach w możliwie jednakowym ośrodku optycznym.

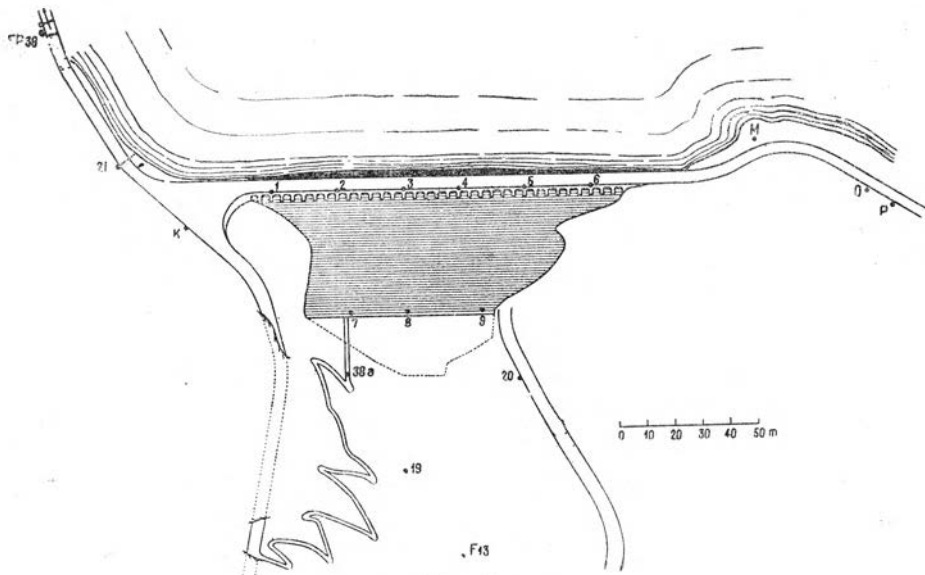
Rozpatrzmy wpływy następujących błędów łat:

- 1) błąd zera łaty wynikający z niewłaściwego zorientowania podziału taśmy inwarowej względem dolnej płaszczyzny stopki,
- 2) przypadkowe błędy naniesienia kresek na taśmie,
- 3) nie właściwa długość taśmy, powodująca że 1 metr łaty równa się $(1 + \lambda)$ metra normalnego,
- 4) zmiany długości taśmy, powodujące zmianę współczynnika λ .

ad 1) Jak wiadomo wpływ błędów zer łat eliminuje się całkowicie, jeśli przy określaniu różnicy wysokości między dwoma reperami ustawimy na nich jedną i tę samą łatę. Wynika z tego konieczność stosowania parzystej ilości stanowisk niwelatora między reperami. W warunkach pomiaru przesunięć i odkształceń odległości między reperami ruchomymi wynoszą przeważnie od kilku do kilkunastu metrów, byłoby więc nie celowym i szkodliwym rozbijać tak krótkie odległości na dwa stanowiska. Z drugiej strony byłoby to jednak bardzo pożądane

ze względu na możliwość nie jednakowej zmiany błędów zer łąt między jedną a drugą okresową niwelacją (wstrząsy przy transporcie).

Z powyższego wynika że do niwelacji reperów ruchomych należałoby używać tylko jedną łątę, wskutek czego zmiana błędu zera nie grałaby żadnej roli.



Rys. 37

Sieć niwelacyjna na zaporze Schräh (Mess. Beob. u. Vers...)

ad 2) Błędy te mieszczą się raczej w granicach przypadkowych błędów obserwacji.

ad 3 i 4) Nie prawidłowa długość metra łąty powoduje, że do pomierzonej różnicy wysokości między dwoma reperami należy wprowadzić poprawkę. Właściwa różnica wysokości pomierzona przy pomocy 2-ch łąt a i b wyniesie w metrach normalnych;

$$h = [w - p] + [w_a - p_a] \cdot \lambda_a + [w_b - p_b] \cdot \lambda_b$$

(Prof. E. Warchałowski: Niwelacja Geometryczna, Warszawa 1926, cz. II).

Po wykonaniu pomiaru powtórnego otrzymamy:

$$h' = [w' - p'] + [w'_a - p'_a] \lambda'_a + [w'_b - p'_b] \cdot \lambda'_b$$

gdzie: $\lambda'_a = \lambda_a + d\lambda_a$ $\lambda'_b = \lambda_b + d\lambda_b$

skąd właściwa różnica pochyłeń wyniesie:

$$h' - h = [w' - p'] - [w - p] + \lambda_a \{ [w'_a - p'_a] - [w_a - p_a] \} + \\ + \lambda_b \{ [w'_b - p'_b] - [w_b - p_b] \} + d\lambda_a \cdot [w'_a - p'_a] + d\lambda_b \cdot [w'_b - p'_b]$$

Jeśli podczas każdej okresowej niwelacji postaramy się aby oś celowa niwelatora padała na te same odcinki łąt na poszczególnych stanowiskach, to wyrażenia

$$[w'_a - p'_a] - [w_a - p_a] \cong [w'_b - p'_b] - [w_b - p_b]$$

staną się bliskie zeru. Osiągnąć to można bez trudu niwelując repéry osadzone w równej i poziomej koronie zapory, natomiast przy niwelacji ciągów nawiązujących należy oznaczyć w terenie miejsca ustawienia niwelatora i łąt, a oś celową utrzymywać na poszczególnych stanowiskach zawsze na jednakowych wysokościach.

Ponieważ współczynniki λ i ich zmiany $d\lambda$ są na ogół rzędu kilku setnych milimetra (do 0,1 mm) na metr, więc zaobserwowaną różnicę pochyłeń wystarczyłoby poprawić tylko o wielkość:

$$d\lambda_a [w'_a - p'_a] + d\lambda_b \cdot [w'_b - p'_b]$$

Przyjmując, że przy ostrożnym obchodzeniu się z łątą wartość $d\lambda$ może osiągnąć w przeciągu kilkunastu lat co najwyżej wielkość 0,1 mm/1 m tj. 0,0001 widzimy, że powyższą poprawkę można dla celów praktycznych zaniedbać, o ile cały ciąg tj. zarówno repéry jak i stanowiska żabek przy nawiązaniach, leży w przybliżeniu w poziomie. Zachowując wszystkie wymienione ostrożności można zrezygnować z komparacji łąt, przechowując je stale w pobliżu badanego obiektu dla uniknięcia szkodliwych wpływów transportu.

Stosując jedną tylko łątę otrzymamy:

$$h = [w - p] + [w - p] \cdot \lambda$$

$$h' = [w' - p'] + [w' - p'] \cdot (\lambda + d\lambda)$$

$$h' - h = [w' - p'] - [w - p] + \lambda \cdot \{[w' - p'] - [w - p]\} + d\lambda \cdot [w' - p']$$

W tym wypadku, uwzględniając nie wielkie na ogół wartości przesunięć pionowych wystarczy przestrzegać, aby wszystkie repéry danej sieci leżały w przybliżeniu w poziomie. Stanowiska przejściowe między reperami mogą od ich poziomu odbiegać. Przy nawiązaniach do reperów odniesienia lepiej będzie zamiast z żabek — korzystać z zabitych na stałe żelaznych drążków, co ma specjalnie duże znaczenie dla niwelacji jedną łątą.

Ujemną stroną stosowania jednej łąty będzie przedłużenie czasu obserwacji (zmiany w ośrodku optycznym, osiadanie instrumentu za wyjątkiem niwelacji korony zapory, nagrzewanie się libeli), przedłużenie to nie będzie jednak zbyt duże ze względu na krótkie odległości między reperami ruchomymi. Poza tym zachodzi konieczność zmiany wypróbowanego od lat programu odczytów na stanowisku, który w wypadku jednej łąty przedstawiałby się następująco:

I pomiar

a) łąta wstecz

- 1) odczyt opisu podziałek głównej i dodatkowej
- 2) libela do poziomu, nitka na podziałkę dodatkową, odczyt z bębena, kontrola libeli
- 3) libela do poziomu, nitka na podziałkę główną, odczyt z bębena, kontrola libeli.

b) przeniesienie łąaty

c) łąata przód

- 1) libela do poziomu, nitka na podziałkę główną, odczyt z bębena, kontrola libeli,
- 2) libela do poziomu, nitka na podziałkę dodatkową, odczyt z bębena, kontrola libeli,
- 3) odczyt opisu podziałki głównej i dodatkowej.

II pomiar

zmiana wysokości niwelatora i powtórzenie postępowania w odwrotnym porządku, tj. przód — wstecz.

W identyczny sposób należałoby wykonać podwójny pomiar na stanowisku idąc z niwelacją w kierunku powrotnym.

Podkreślany przy niwelacji precyzyjnej krajowej warunek niezmienności ogniskowania lunety będzie zachowany w tych wypadkach, gdy repery „ruchome“ rozmieszczone są w jednakowych odległościach, a więc np. w koronach zapór. Rozmieszczenie reperów w różnych odległościach (nawiązujące lub „ruchome“ na budowlach o nieregularnych kształtach) spowodują wspomnianą już z innych powodów konieczność ustawiania niwelatora i żabek w tych samych miejscach podczas wszystkich okresowych niwelacyj. Pozwoli to uzyskać na poszczególnych stanowiskach, nawet gdy długości celowych wstecz i w przód nie będą jednakowe (podejścia i zejścia po pochyłościach), różnice wysokości obarczone zawsze jednakowymi błędami regularnymi. Tak więc zmiany tych różnic wolne będą od ich wpływów. Zakładamy tu oczywiście, że na danym obiekcie używać będziemy zawsze tego samego kompletu narzędzi, jak to się z reguły stosuje w praktyce. Dążąc do zachowania wszystkich omówionych wyżej warunków, musimy jednak liczyć się z tym, że szczególnie w czasie budowy napotkać możemy przeszkody, uniemożliwiające wykonanie niwelacji wzdłuż tej samej drogi.

Poza omówionymi różnicami obowiązują ogólne zasady wykonywania niwelacji precyzyjnej w terenie. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że niwelacja ścisła wykonywana w bliskim otoczeniu lub wprost na wielkiej budowlu narażona będzie na bardziej szkodliwe wpływy atmosferyczne, niż w normalnych warunkach polowych. Powodem tego będzie niejednakowa szybkość rozgrzewania się i stygnięcia betonu, wo-

dy, żwiru, darni itp., ponad którymi przebiega promień celowy. Odnosi się to szczególnie do zapór wodnych. (W warunkach budowy dochodzą oczywiście inne jeszcze szkodliwe wpływy). Z tego to względu niwelację ścisłą należy wykonywać raczej we wczesnych godzinach rannych niż po południu.

Stołość reperów nawiązujących ocenimy, jak i przy metodzie triangulacyjnej, porównyując wielkości jednostkowych średnich błędów przed i po wyrównaniu. Za średni błąd typowego spostrzeżenia najwygodniej będzie przyjąć średni błąd średniej z pochyień, pomierzonych w kierunku głównym i powrotnym na jednym stanowisku. Wielkość jego przed wyrównaniem obliczyć można np. na podstawie różnic spostrzeżeń, bądź też określić go a priori na podstawie analizy czynności i dokładności narzędzia. Szczegółowa analiza oraz doświadczalnie wyznaczone współczynniki podane są w cytowanym wyżej dziele Prof. E. Warchałowskiego.

W niniejszym wypadku oprzemy się na wzorze 155 powołanego dzieła oraz na ogólnie uznanej przeciętnej wielkości średniego błędu kilometrycznego podwójnej niwelacji precyzyjnej, wynoszącego około $\pm 1 \text{ mm}^*$). Ponieważ wielkość tę uzyskuje się przy stosowaniu 50-metrowych celowych, przeto średni błąd średniej różnicy wysokości (średniego pochylenia) pomierzonej na jednym stanowisku wyniesie:

$$\mu_{50}^0 = \pm \frac{1}{\sqrt{10}} = \pm 0,32 \text{ mm}$$

Przeciętne długości celowych, stosowanych przy pomiarach odkształceń, są znacznie krótsze i wahają się na ogół w granicach od 10 — 25 m. Dla uproszczenia przyjmiemy za długość przeciętną 16 m. Chcąc odnieść do niej wielkość średniego błędu, skorzystamy z powołanego wzoru 155-go na średni błąd odczytu na łacie, który przedstawimy w następującej postaci:

$$m_{\text{odcz.}} = \pm d \cdot \sqrt{c_2^2 \cdot \mu \cdot 1000^2 \cdot \sin^2 1'' + \frac{c^2}{d}}$$

gdzie: $c_2 = 0,06$ (współczynnik charakteryzujący średni błąd, z jakim pęcherzyk libeli osiągnie położenie równowagi)

$c = 0,03$ (współczynnik charakteryzujący średni błąd nastawienia osi celowej na kreskę $1/2 \text{ cm}$ łaty)

d — długość celowej w metrach

μ — przewaga libeli.

*) Uzyskana poniższą drogą wielkość śr. błędu będzie nosiła raczej charakter orientacyjny, gdyż warunki pomiarów odkształceń różnych obiektów mogą różnić się dość znacznie tak między sobą jak i w stosunku do warunków niwelacji krajowej.

Ponieważ wyrażenie $c^2 \cdot p \cdot 1000^2 \cdot \sin^2 1''$ wywiera minimalny wpływ na wartość średniego błędu odczytu (wyniesie ono zaledwie 9×10^{-7}) przeto możemy przyjąć:

$$\frac{\mu_{50}^0}{\mu_{16}^0} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{16}}$$

skąd

$$\mu_{16}^0 = \pm 0,18 \text{ mm}$$

Biorąc pod uwagę, że przy pomiarach odkształceń czytamy obie podziałki łąty, należałoby wielkość powyższą podzielić przez $\sqrt{2}$ otrzymując:

$$\mu_{16}^0 = \pm 0,13 \text{ mm}$$

Wartość μ_{16}^0 zmieni się proporcjonalnie do zmiany założonej wielkości średniego błędu kilometrycznego.

W pracach obliczeniowych, ze względu na bardzo mały obszar objęty pomiarem, za powierzchnię odniesienia przyjmujemy rzecz prosta płaszczyznę.

§ 20. PRZYKŁADY OBLICZANIA PRZESUNIĘĆ PIONOWYCH W ZALEŻNOŚCI OD TYPU SIECI

A) Ilość niezależnych równań warunkowych obliczymy rozumując następująco:

W wypadkach ciągów otwartych dla wyznaczenia przesunięcia jednego reperu ruchomego w odniesieniu do jednego stałego wystarczy pomierzyć dwukrotnie (tj. pierwotnie i aktualnie) jedną różnicę wysokości, a dla r reperów ruchomych — r różnic (pochyleń). Jeśli więc sieć składa się z h 2-krotnie zaniwelowanych pochyłeń i r reperów ruchomych, to bez względu na ilość reperów odniesienia określimy ilość niezależnych warunków z wzoru:

$$W = h - r$$

który pokrywa się ze stosowanym w normalnej niwelacji przy wyrównaniu metodą obserwacji zawarunkowanych.

Wzór ten zawodzi w wypadkach, gdy sieć niwelacyjna zawiera między innymi ciągi zamknięte. Przy pomiarach przesunięć nie uważamy punktów odniesienia za niewzruszalne, jak to się stosuje w normalnej niwelacji. Stałość ich badamy podczas każdego pomiaru aktualnego, określając jednocześnie najprawdopodobniejszą różnicę wysokości między nimi na podstawie wyników pomiarów pierwotnego i aktualnego. Przypominamy, że pomiar pierwotny jest tak samo dokładny jak aktualny, a obydwa o maximalnej dokładności. Jeżeli więc na jakimkolwiek ciągu zamkniętym znajdują się dwa punkty odniesienia (rys. 38), to najpraw-

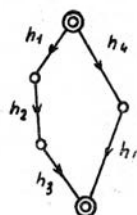
dopodobniejszą różnicę ich wysokości określić możemy na podstawie poniższych czterech równań:

$$a) h_1 + v_1 + h_2 + v_2 + h_3 + v_3 = h'_1 + v'_1 + h'_2 + v'_2 + h'_3 + v'_3$$

$$b) h_4 + v_4 + h_5 + v_5 = h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5$$

$$c) h_1 + v_1 + h_2 + v_2 + h_3 + v_3 = h_4 + v_4 + h_5 + v_5$$

$$d) h'_1 + v'_1 + h'_2 + v'_2 + h'_3 + v'_3 = h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5$$



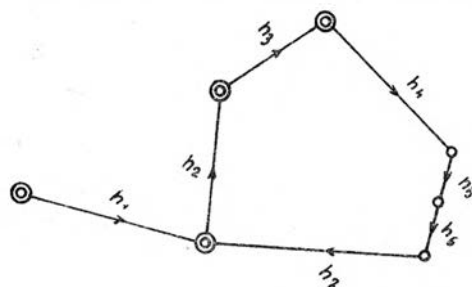
Rys. 38

Jak widać warunek d wynika z poprzednich, więc ilość niezależnych równań wyniesie w danym wypadku 3. Wzór poprzedni należy więc zastąpić następującym:

$$W = h - r + z \quad (1)$$

gdzie z oznacza ilość obwodnic (zamknięć do zera).

Sprawdźmy słuszność wzoru (1) na kilku typach sieci:



Rys. 39

1) rys. 39:

$$a) h_1 + v_1 = h'_1 + v'_1$$

$$b) h_2 + v_2 = h'_2 + v'_2$$

$$c) h_3 + v_3 = h'_3 + v'_3$$

$$d) h_4 + v_4 + h_5 + v_5 + h_6 + v_6 + h_7 + v_7 = h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5 + h'_6 + v'_6 + h'_7 + v'_7$$

$$e) h_4 + v_4 + h_5 + v_5 + h_6 + v_6 + h_7 + v_7 = -h_3 - v_3 - h_2 - v_2$$

$$\text{lub } h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5 + h'_6 + v'_6 + h'_7 + v'_7 = -h'_3 - v'_3 - h'_2 - v'_2$$

$$W = h - r + z = 7 - 3 + 1 = 5$$

Warunek a wprowadzimy do wspólnego wyrównania tylko w tym celu, aby uzyskać wielkość średniego błędu typowego spostrzeżenia po wyrównaniu z większej ilości obserwacji.

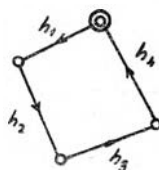
2) gdy na obwodnicy znajduje się jeden punkt odniesienia (rys. 40), wówczas możemy ułożyć następujące warunki:

$$a) h_1 + v_1 + h_2 + v_2 + h_3 + v_3 + h_4 + v_4 = h'_1 + v'_1 + h'_2 + v'_2 + h'_3 + v'_3 + h'_4 + v'_4$$

$$\text{czyli } [h_i + v_i]_1^4 = [h'_i + v'_i]_1^4$$

$$b) [h_i + v_i]_1^4 = 0$$

$$c) [h'_i + v'_i]_1^4 = 0$$

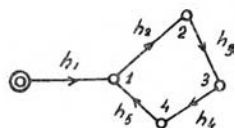


Rys. 40

Warunek a uzgadnia sumy poprawionych pochyłych pierwotnych i aktualnych lecz nie powoduje zamknięcia obwodnicy do zera, gdyż jest kombinacją warunków b i c. Z powyższych należy więc wybrać dwa dowolne warunki, a pozostały będzie od nich zależny.

$$W = 4 - 3 + 1 = 2$$

3) Gdy na obwodnicy leżą tylko repery ruchome (rys. 41) wówczas nasuwają się odrazu warunki zamknięcia do zera pochyłych pierwotnych i aktualnych, będziemy więc mieli:



Rys. 41

$$a) h_2 + v_2 + h_3 + v_3 + h_4 + v_4 + h_5 + v_5 = 0$$

$$\text{czyli } [h_i + v_i]_2^5 = 0$$

$$b) [h'_i + v'_i]_2^5 = 0$$

$$W = 5 - 4 + 1 = 2$$

Można tu również rozumować jak w pkt. 2 przyjmując, że zmiana wysokości reperu 1 będzie wyznaczona z reperu odniesienia.

Wypadek istnienia samej tylko obwodnicy 1-2-3-4 jest sprzeczny z początkowym założeniem konieczności nawiązania siatki do przynajmniej jednego reperu odniesienia i jako taki pozbawiony jest zupełnie sensu dla pomiarów przesunięć. Toteż ilość warunków $W = 4 - 4 + 1 = 1$ nie ma tu żadnego znaczenia.

4) Gdy obwodnica przylega do ciągu, łączącego dwa punkty odniesienia (rys. 42) możemy ułożyć następujące warunki:

$$a) h_{10} + v_{10} = h'_{10} + v'_{10}$$

$$b) h_{11} + v_{11} = h'_{11} + v'_{11}$$

$$c) h_1 + v_1 + h_2 + v_2 + h_3 + v_3 + h_4 + v_4 + h_5 + v_5 + h_6 + v_6 = \\ = h'_1 + v'_1 + h'_2 + v'_2 + h'_3 + v'_3 + h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5 + h'_6 + v'_6$$

$$\text{czyli } [h_i + v_i]_1^6 = [h'_i + v'_i]_1^6$$

$$d) h_7 + v_7 + h_8 + v_8 + h_9 + v_9 - h_1 - v_1 - h_3 - v_3 = 0$$

$$e) h'_7 + v'_7 + h'_8 + v'_8 + h'_9 + v'_9 - h'_1 - v'_1 - h'_3 - v'_3 = 0$$

lub zamiast d:

$$d') h_1 + v_1 + h_2 + v_2 + h_7 + v_7 + h_8 + v_8 + h_9 + v_9 + h_5 + v_5 + h_6 + v_6 = \\ = h'_1 + v'_1 + h'_2 + v'_2 + h'_7 + v'_7 + h'_8 + v'_8 + h'_9 + v'_9 + h'_5 + v'_5 + h'_6 + v'_6$$

Warunki a, b, c, d' nie spowodują jeszcze zamknięcia obwodnicy do zera, wobec czego należy dodać

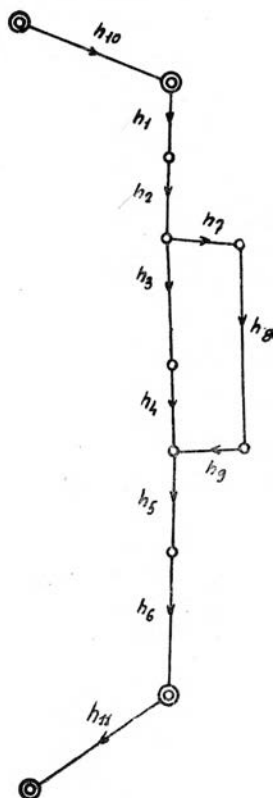
$$e') h_7 + v_7 + h_8 + v_8 + h_9 + v_9 - h_4 - v_4 - h_3 - v_3 = 0$$

lub

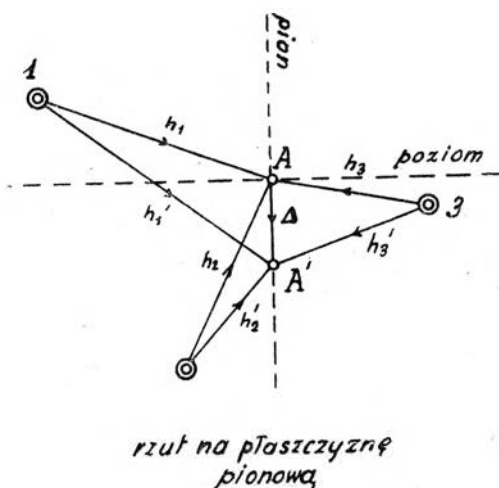
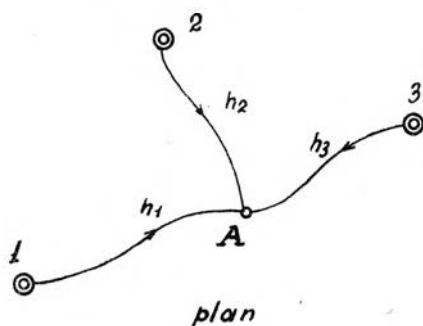
$$h'_7 + v'_7 + h'_8 + v'_8 + h'_9 + v'_9 - h'_4 - v'_4 - h'_3 - v'_3 = 0$$

$$W = 11 - 7 + 1 = 5$$

B) Wyznaczenie przesunięcia jednego tylko reperu, nawiązanego bezpośrednio do reperów odniesienia, sprowadza się do prostego wypadku ogólnej średniej arytmetycznej.



Rys. 42



Rys. 43

Oznaczenia (rys. 43):

1, 2, 3, ... 0 — repéry odniesienia

A — reper badany

h_i — pomierzone pochylenia
pierwotne

- v_i — poprawki spostrzeżeń
 pierwotnych
 p_i — wagi spostrzeżeń
 pierwotnych
 h_i' — pomierzone pochylenia
 aktualne
 v_i' — poprawki spostrzeżeń
 aktualnych
 p_i' — wagi spostrzeżeń
 aktualnych
 $D_i = h_i' - h_i$ — przesunięcia pionowe
 reperu A względem repe-
 rów nawiązujących
 $p_{D_i} = \frac{p_i \cdot p_i'}{p_i + p_i'}$ — wagi poszczególnych
 przesunięć
 Δ — najprawdopodobniejsze
 przesunięcie reperu A
 $\delta_i = \Delta - D_i$ — odchyłki przesunięć
 poszczególnych od naj-
 prawdopodobniejszego

Zakładając niezmiennosć położenia reperów nawiązujących, otrzymamy, z uwzględnieniem błędów obserwacji:

$$\begin{aligned}
 v_1 - v_1' + \Delta - D_1 &= 0 \\
 v_2 - v_2' + \Delta - D_2 &= 0 \\
 v_3 - v_3' + \Delta - D_3 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Stosując sposób postępowania, podany w § 5 otrzymamy w ostatecznym wyniku:

najprawdopodobniejsze przesunięcie reperu A:

$$\Delta = \frac{[p_{D_i} \cdot D_i]}{[p_{D_i}]}
 \tag{2}$$

średni błąd typowego spostrzeżenia:

$$(\mu^0) = \pm \sqrt{\frac{[p v v] + [p' v' v']}{0 - 1}} = \pm \sqrt{\frac{[p_{D_i} \cdot \delta_i^2]}{0 - 1}}
 \tag{3}$$

średni błąd najprawdopodobniejszego przesunięcia (niewiadomej):

$$(m_{\Delta}) = \pm \frac{(\mu^0)}{\sqrt{[p_{D_i}]}}
 \tag{4}$$

Biorąc pod uwagę specjalne warunki, w jakich wykonuje się pomiary przesunięć, najodpowiedniej będzie przyjąć wagi ciągów równe odwrotnościom ilości stanowisk:

$$p_i = \frac{1}{n_i} \quad p'_i = \frac{1}{n'_i} \quad (5)$$

(przy czym na ogół $n_i = n'_i$ $p_i = p'_i$)

w związku z czym:

$$p_{Di} = \frac{1}{n_i + n'_i} \quad (6) \quad \Delta = \frac{\left[\frac{D_i}{n_i + n'_i} \right]}{\left[\frac{1}{n_i + n'_i} \right]} \quad (2a)$$

$$(\mu^0) = \pm \sqrt{\frac{\left[\frac{\delta_i^2}{n_i + n'_i} \right]}{0 - 1}} \quad (3a) \quad (m_{\Delta}) = \pm \frac{(\mu^0)}{\sqrt{\left[\frac{1}{n_i + n'_i} \right]}} \quad (4a)$$

Kontrola obliczeń:

$$[p_{Di} \cdot \delta_i] = \left[\frac{\delta_i}{n_i + n'_i} \right] = 0$$

Z wzoru (5) wynika, że spostrzeżeniem typowym będzie średnia z pochyłeń, pomierzonych na jednym stanowisku w kierunku głównym i takichże pochyłeń, pomierzonych w kierunku powrotnym.

W przeciwieństwie do pomiarów przesunięć poziomych, możemy w niniejszym wypadku, na podstawie porównania poszczególnych zmian pochyłeń D_i i ilości stanowisk w ciągach, od razu wykryć większe przesunięcie jednego z reperów nawiązujących i wyeliminować go z dalszych obliczeń.

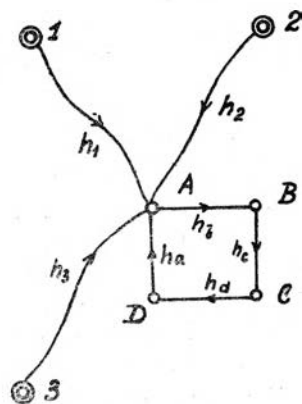
Jeżeli oprócz reperu A osadzone są na budowli inne jeszcze repery „ruchome“, np. B, C, D, tworzące ciąg wiszący, to przesunięcia ich wyznaczmy następująco (przez H rozumiemy rzędne reperów ponad dowolny poziom odniesienia, a przez Δ ich przesunięcia pionowe):

$$h_B = H_B - H_A$$

$$h'_B = H'_B - H'_A$$

$$H'_B = H_B + \Delta_B$$

$$H'_A = H_A + \Delta_A$$



Rys. 44

w związku z czym

$$\Delta_B = h'_B - h_B + \Delta_A$$

i analogicznie

$$\Delta_C = h'_C - h_C + \Delta_B$$

$$\Delta_D = h'_D - h_D + \Delta_C$$

a w ostatecznym wyniku

$$\Delta_B = \Delta_A + D_B$$

$$\Delta_C = \Delta_A + D_B + D_C \quad (7)$$

$$\Delta_D = \Delta_A + D_B + D_C + D_D$$

Gdy repery na budowlu tworzą ciąg zamknięty (rys. 44), wówczas użyte do obliczenia ich przesunięć pochylenia tak pierwotne jak i aktualne winny spełniać warunki zamknięcia*). (Ilość warunków $W = h + - r + z = 7 - 4 + 1 = 4$).

Wyrównanie można przeprowadzić w dwojaki sposób:

- 1) przez części, tj. obliczając przesunięcie p. A jak wyżej, oraz wyrównując oddzielnie obwodnicę A — B — C — D przy pomocy dwóch równań warunkowych:

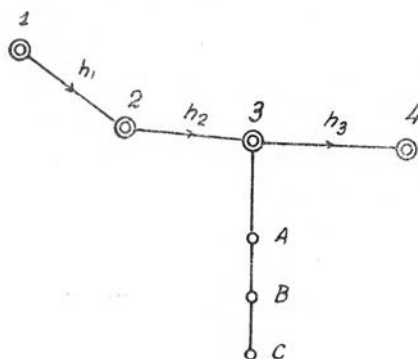
$$v_a + v_b + v_c + v_d + \omega_1 = 0 \quad \omega_1 = [h]_a^d$$

$$v'_a + v'_b + v'_c + v'_d + \omega_2 = 0 \quad \omega_2 = [h']_a^d$$

- 2) równocześnie, tj. rozwiązując układ składający się z dwóch równań poprzednich, oraz dwóch następujących:

$$v_1 - v'_1 - v_2 + v'_2 + \omega_3 = 0 \quad \omega_3 = (h_1 - h'_1) - (h_2 - h'_2)$$

$$v_1 - v'_1 - v_3 + v'_3 + \omega_4 = 0 \quad \omega_4 = (h_1 - h'_1) - (h_3 - h'_3)$$



Rys. 45

Przez zastosowanie tego sposobu uzyskamy bardziej prawdopodobną wielkość (μ^0), przy pomocy której obliczymy średnie błędy poszczególnych przesunięć, jako funkcji obserwacji wyrównanych.

C) Oznaczenia (rys. 45): 1, 2, 3, 4 — repery nawiązujące

A, B, C, — repery na budowlu.

Często warunki terenowe uniemożliwiają nawiązanie reperu A bezpośrednio do kilku różnych re-

*) Mogą być odstępstwa od tej zasady gdy stwierdzimy nieprawidłowość ruchu soczewki ogniskującej, a z tych czy innych powodów nie stosujemy niwelacji ze środka.

perów odniesienia i zmuszają do poprzestania na pojedynczym nawiązaniu. W wypadku przedstawionym na rysunku 45 ciąg C-B-A nawiązany jest bezpośrednio tylko do reperu 3, którego stałość, w myśl założeń § 19-go, kontrolowana jest przy pomocy reperów 1, 2 i 4.

Świadectwem niezmienności położenia reperów nawiązujących będzie zgodność pomierzonych różnic wysokości (pochyleń), pierwotnych i aktualnych, w granicach dokładności pomiarów. Wykluczamy tu z góry bardzo mało prawdopodobny przypadek identycznej zmiany wysokości wszystkich czterech reperów, zakładając, że przeprowadzono staranny wybór miejsc ich osadzenia.

Ilość niezależnych równań warunkowych (bez niewiadomych) wyniesie jak wiadomo:

$$W = h - r + z$$

gdzie: h — ilość różnic wysokości
 r — „ ruchomych reperów
 z — „ obwodnic.

Ze zgodności pochyłeń:

$$\begin{aligned} h_1 + v_1 &= h'_1 + v'_1 \\ h_2 + v_2 &= h'_2 + v'_2 \quad \text{i t. d.} \end{aligned}$$

otrzymamy następujące równania warunkowe:

$$\begin{aligned} v_1 - v'_1 + \omega_1 &= 0 \\ v_2 - v'_2 + \omega_2 &= 0 \\ v_3 - v'_3 + \omega_3 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie $\omega_i = h_i - h'_i$.

W dalszym ciągu:

$$k_i = - \frac{\omega_i}{n_i + n'_i} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} v_i &= - \omega_i \cdot \frac{n_i}{n_i + n'_i} \\ v'_i &= + \omega_i \cdot \frac{n'_i}{n_i + n'_i} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$[p v v] + [p' v' v'] = [p_{\omega_i} \cdot \omega_i^2] = \left[\frac{\omega_i^2}{n_i + n'_i} \right] \quad (4)$$

$$(p^0) = \pm \sqrt{\frac{[p v v] + [p' v' v']}{W}} = \pm \sqrt{\frac{\left[\frac{\omega_i^2}{n_i + n'_i} \right]}{W}} \quad (5)$$

Gdy wielkość 5 otrzymana z rozbieżności między pochyleniami aktualnymi i pierwotnymi zawarta będzie w przewidzianych granicach, wówczas możemy orzec, że stałość reperów nawiązujących została stwierdzona w granicach zakreślonych dokładnością obserwacyj. Przesunięcia pionowe reperów A B C obliczymy jak w p. B, wychodząc z reperu 3.

D) Gdy wszystkie repery umieszczone są kolejno jeden za drugim, tworząc ciąg rozarty (rys. 46), wówczas zastosowanie metody spostrzeżeń zawarunkowanych do wyznaczenia przesunięć znacznie się upraszcza.

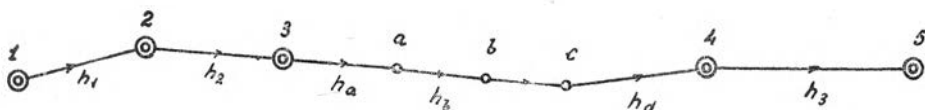
Warunki w ilości: $W = h - r + z = 4$ będą następujące:

$$v_1 - v'_1 + \omega_1 = 0$$

$$v_2 - v'_2 + \omega_2 = 0$$

$$v_3 - v'_3 + \omega_3 = 0$$

$$v_a - v'_a + v_b - v'_b + v_c - v'_c + v_d - v'_d + \omega_4 = 0$$



Rys. 46

Pomijając pośrednie etapy obliczenia otrzymamy w skutku następujące poprawki do pomierzonych pochyłeń:

$$v_1 = - \omega_1 \cdot \frac{n_1}{n_1 + n'_1}$$

$$v'_1 = + \omega_1 \cdot \frac{n'_1}{n_1 + n'_1}$$

$$v_2 = - \omega_2 \cdot \frac{n_2}{n_2 + n'_2}$$

$$v'_2 = + \omega_2 \cdot \frac{n'_2}{n_2 + n'_2}$$

$$v_3 = - \omega_3 \cdot \frac{n_3}{n_3 + n'_3}$$

$$v'_3 = + \omega_3 \cdot \frac{n'_3}{n_3 + n'_3}$$

$$v_a = - \omega_4 \cdot \frac{n_a}{[n + n']_a^d}$$

$$v'_a = + \omega_4 \cdot \frac{n'_a}{[n + n']_a^d}$$

$$v_b = - \omega_4 \cdot \frac{n_b}{[n + n']_a^d}$$

$$v'_b = + \omega_4 \cdot \frac{n'_b}{[n + n']_a^d}$$

$$v_c = - \omega_4 \cdot \frac{n_c}{[n + n']_a^d}$$

$$v'_c = + \omega_4 \cdot \frac{n'_c}{[n + n']_a^d}$$

$$v_d = - \omega_4 \cdot \frac{n_d}{[n + n']_a^d}$$

$$v'_d = + \omega_4 \cdot \frac{n'_d}{[n + n']_a^d}$$

gdzie:

$$\omega_1 = h_1 - h'_1$$

$$\omega_2 = h_2 - h'_2$$

$$\omega_3 = h_3 - h'_3$$

$$\omega_4 = (h_a - h'_a) + (h_b - h'_b) + (h_c - h'_c) + (h_d - h'_d)$$

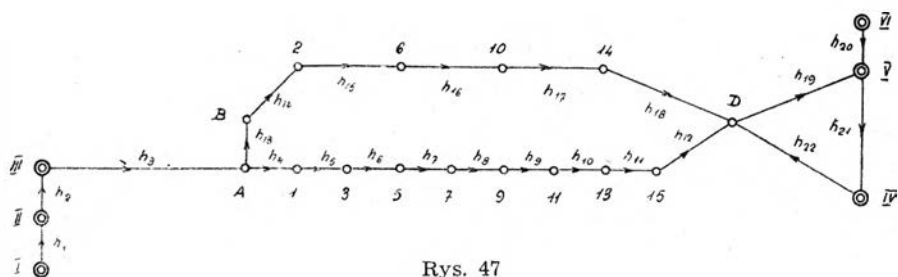
$$[n + n']_a^d = (n_a + n'_a) + (n_b + n'_b) + (n_c + n'_c) + (n_d + n'_d)$$

Wreszcie

$$[p v v] + [p' v' v'] = \frac{\omega_1^2}{n_1 + n'_1} + \frac{\omega_2^2}{n_2 + n'_2} + \frac{\omega_3^2}{n_3 + n'_3} + \frac{\omega_4^2}{[n + n']_a^d}$$

$$(u^0) = \pm \sqrt{\frac{[p v v] + [p' v' v']}{W}}$$

E) Ciągi mieszane. Repery odniesienia: I, II, III, IV, V, VI, repery na ziemnej części budowli: A, B, D, pozostałe repery na częściach betonowych budowli. Pomiar wykonano niwelatorem precyzyjnym Zeissa Nr 4319 (starego typu) i jedną łątą inwarową Nr 383.



Rys. 47

Szkic sieci.

(szkic ma znaczenie orientacyjne i nie uwidacznia stosunku poszczególnych odległości)

W a r u n k i

a) $h_1 + v_1 = h'_1 + v'_1$

b) $h_2 + v_2 = h'_2 + v'_2$

c) $h_3 + v_3 + h_4 + v_4 + h_5 + v_5 + h_6 + v_6 + h_7 + v_7 + h_8 + v_8 + h_9 + v_9 + h_{10} + v_{10} +$
 $+ h_{11} + v_{11} + h_{12} + v_{12} + h_{19} + v_{19} = h'_3 + v'_3 + h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5 + h'_6 + v'_6 +$
 $+ h'_7 + v'_7 + h'_8 + v'_8 + h'_9 + v'_9 + h'_{10} + v'_{10} + h'_{11} + v'_{11} + h'_{12} + v'_{12} + h'_{19} + v'_{19}$

- d) $h_4 + v_4 + h_5 + v_5 + h_6 + v_6 + h_7 + v_7 + h_8 + v_8 + h_9 + v_9 + h_{10} + v_{10} + h_{11} + v_{11} +$
 $+ h_{12} + v_{12} - h_{13} - v_{13} - h'_{14} - v'_{14} - h'_{15} - v'_{15} - h'_{16} - v'_{16} - h'_{17} - v'_{17} -$
 $- h_{18} - v_{18} = 0$
- e) $h'_4 + v'_4 + h'_5 + v'_5 + h'_6 + v'_6 + h'_7 + v'_7 + h'_8 + v'_8 + h'_9 + v'_9 + h'_{10} + v'_{10} +$
 $h'_{11} + v'_{11} + h'_{12} + v'_{12} - h'_{13} - v'_{13} - h'_{14} - v'_{14} - h'_{15} - v'_{15} - h'_{16} - v'_{16} -$
 $- h'_{17} - v'_{17} - h'_{18} - v'_{18} = 0$
- f) $h_{20} + v_{20} = h'_{20} + v'_{20}$
- g) $h_{21} + v_{21} = h'_{21} + v'_{21}$
- h) $h_{22} + v_{22} + h_{19} + v_{19} = h'_{22} + v'_{22} + h'_{19} + v'_{19}$
- i) $h_{21} + v_{21} + h_{22} + v_{22} + h_{19} + v_{19} = 0$

Pochylenia i odwrotności wag $n = \frac{1}{p}$

L. p.	h	n	h'	n'
1	+ 299.62	2	+ 299.71	2
2	+ 149.69	1	+ 150.05	1
3	- 3344.96	3	- 3345.82	3
4	+ 41.40	1	+ 40.58	1
5	+ 53.61	1	+ 53.59	1
6	+ 474.82	1	+ 474.91	1
7	- 46.09	1	- 45.80	1
8	+ 22.28	1	+ 22.66	1
9	- 35.11	1	- 35.12	1
10	+ 1.06	1	+ 1.05	1
11	+ 1888.39	1	+ 1888.11	1

L. p.	h	n	h'	n'
12	- 467.20	2	- 466.69	2
13	+ 133.72	1	+ 133.90	1
14	- 3236.98	2	- 3237.42	2
15	- 6.49	1	- 6.75	1
16	+ 66.75	1	+ 66.58	1
17	- 70.91	1	- 70.90	1
18	+ 5047.22	3	+ 5047.92	2
19	- 98.45	3	- 97.88	2
20	- 206.87	1	- 206.89	1
21	- 192.60	2	- 192.52	2
22	+ 291.16	3	+ 290.58	2

Wyrazy wolne

$$\begin{aligned}
 \omega_a &= h_1 - h'_1 = - 0.09 & \omega_b &= h_2 - h'_2 = - 0.36 & \omega_c &= + 0.16 \\
 \omega_d &= - 0.15 & \omega_e &= - 0.04 & \omega_f &= + 0.02 & \omega_g &= - 0.08 \\
 \omega_h &= + 0.01 & \omega_i &= + 0.11
 \end{aligned}$$

Współczynniki równań warunkowych

	v_1	v_1'	v_2	v_2'	v_3	v_3'	v_4	v_4'	v_5	v_5'	v_6	v_6'	v_7	v_7'	v_8	v_8'	v_9	v_9'	v_{10}	v_{10}'	v_{11}	v_{11}'
a_i	+1	-1																				
b_i			+1	-1																		
c_i					+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
d_i							+1		+1		+1		+1		+1		+1		+1		+1	
e_i								+1		+1		+1		+1		+1		+1		+1		+1
f_i																						
g_i																						
h_i																						
i_i																						

v_{12}	v_{12}'	v_{13}	v_{13}'	v_{14}	v_{14}'	v_{15}	v_{15}'	v_{16}	v_{16}'	v_{17}	v_{17}'	v_{18}	v_{18}'	v_{19}	v_{19}'	v_{20}	v_{20}'	v_{21}	v_{21}'	v_{22}	v_{22}'	ω
																						-0.09
																						-0.36
+1	-1																					+0.16
+1		-1		-1		-1		-1		-1		-1										-0.15
	+1		-1		-1		-1		-1		-1		-1									-0.04
																+1	-1					+0.02
																		+1	-1			-0.08
														+1	-1					+1	-1	+0.01
														+1				+1		+1		+0.11

Współczynniki równań normalnych

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	Σ	ω	$\Sigma + \omega$
	a]	b]	c]	d]	e]	f]	g]	h]	i]			
[a/p	+ 4									+ 4	-0.09	+ 3.91
[b/p		+ 2								+ 2	-0.36	+ 1.64
[c/p			+ 31	+ 10	- 10			+ 5	+ 3	+ 39	+0.16	+39.16
[d/p				+ 19						+ 29	-0.15	+28.85
[e/p					+ 18					+ 8	-0.04	+ 7.96
[f/p						+ 2				+ 2	+0.02	+ 2.02
[g/p							+ 4			+ 6	-0.08	+ 5.92
[h/p								+ 10		+ 6	+0.01	+21.01
[i/p									+ 8	+19	+0.11	+19.11

Podane w jednej z poprzednich tabeli wyniki pomiaru wyjściowego h i aktualnego h' dla odcinka II — III mogą nasunąć wątpliwość co do stałości reperu III. Rozbieżność 0,36 mm z jednej strony mogła być jeszcze wywołana wpływami błędu większego niż średni, z drugiej zaś strony pewne okoliczności jak i niezbyt właściwy sposób wykonania wszystkich reperów mogły usprawiedliwiać podejrzenie minimalnego zgięcia reperu III ku górze. Ze względu na trudność katerycznego rozstrzygnięcia tej sprawy przyjmujemy z początku pierwszą ewentualność.

Dla ciągów pojedynczych między punktami odniesienia obliczymy tak korelaty jak i poprawki bezpośrednio:

$$k_1 = - \frac{\omega_a}{n_1 + n'_1} = + 0,0225 \quad k_2 = - \frac{\omega_b}{n_2 + n'_2} = + 0,1800$$

$$k_6 = - \frac{\omega_f}{n_{20} + n'_{20}} = - 0,0100$$

$$\begin{aligned} v_1' &= n_1 \cdot k_1 = + 0,045 & v_2 &= n_2 \cdot k_2 = + 0,180 & v_{20} &= n_{20} \cdot k_6 = - 0,010 \\ v_1' &= -n_1' \cdot k_1 = - 0,045 & v_2' &= -n_2' \cdot k_2 = - 0,180 & v_{20}' &= -n_{20}' \cdot k_6 = + 0,010 \end{aligned}$$

W związku z tym do zredukowania pozostanie tylko 6 równań normalnych z pominięciem pierwszego, drugiego i szóstego. Pozostałe poprawki do obserwacji wyjściowych i aktualnych obliczymy według wzorów:

$$v_i = n_i (a_i \cdot k_1 + b_i \cdot k_2 + c_i \cdot k_3 + d_i \cdot k_4 \dots)$$

$$v_i' = n_i' (a_i' \cdot k_1 + b_i' \cdot k_2 + c_i' \cdot k_3 + d_i' \cdot k_4 \dots)$$

Po skontrolowaniu korelat i poprawek przez podstawienie ich do odpowiednich równań — obliczymy:

$$[p v v] + [p' v' v'] = 0.0781 \quad [k \cdot \omega] = - 0.0786$$

Uzyskany po wyrównaniu średni błąd typowego spostrzeżenia wyniesie:

$$(\mu^0) = \pm \sqrt{\frac{[pvp] + [p'v'v']}{W}} \cdot \left(1 \pm \frac{0,7071}{\sqrt{W}}\right) = \pm (0,09 \pm 0,02) \text{ mm}$$

($W = 9$ oznacza ilość równań warunkowych).

Poprzestańmy chwilowo na stwierdzeniu, że śr. błąd typowego spostrzeżenia obliczony po wyrównaniu jest tego samego rzędu co obliczony przed wyrównaniem ($\pm 0,13$ mm) co wskazuje na niezmiennosć położenia punktów odniesienia (ściślej: ewentualne ruchy tych punktów są tak małe, że nie mogą być uchwycone przy osiągniętej dokładności obydwóch pomiarów). Przesunięcia pionowe punktów budowli obliczymy posilkując się szkicem sieci i wychodząc z dowolnego punktu stałego, np. z I-go.

$$\begin{aligned}\Delta_{II} &= (h'_1 + v'_1) - (h_1 + v_1) = 0,00; \\ \Delta_{III} &= \Delta_{II} + (h'_2 + v'_2) - (h_2 + v_2) = 0,00 \\ \Delta_A &= -0,79 & \Delta_{13} &= -0,85 \\ \Delta_1 &= -1,60 & \Delta_{15} &= -1,12 \\ \Delta_3 &= -1,62 & \Delta_D &= -0,60 \\ \Delta_5 &= -1,52 & \Delta_V &= +0,01 \text{ (bł. zaokr.)} \\ \Delta_7 &= -1,22 & \Delta_B &= -0,59 \\ \Delta_9 &= -0,84 & \Delta_2 &= -0,99 \\ \Delta_{11} &= -0,84 & \Delta_6 &= -1,24 \\ \\ \Delta_{10} &= -1,39 \\ \Delta_{14} &= -1,36 \\ \Delta_D &= -0,61 \text{ (0,01 bł. zaokr.)} \\ \Delta_V &= 0,00 \\ \Delta_{IV} &= 0,00 \\ \Delta_D &= -0,60 \text{ (od p. IV)} \\ \Delta_D &= -0,60 \text{ (od p. V)}\end{aligned}$$

Wielkości przesunięć przedstawiamy na wykresach powiększając je 5 lub 10 razy i uwidaczniając zaobserwowane stany temperatury, stany wody górnej przy budowlach piętrzących itp. Wskazane jest uwidocznienie na wykresach wzajemnej zależności tych czynników. Wielkości przesunięć należy rozpatrywać na tle lokalnych warunków geologicznych. Powyższe uwagi odnoszą się również do wyników pomiarów przesunięć poziomych.

Powróćmy teraz do kwestii poruszonej poprzednio. Podana wyżej wielkość średniego błędu typowego spostrzeżenia przed wyrównaniem obliczona została na podstawie pewnych współczynników doświadczalnych, ogólnie uznanej wartości średniego błędu kilometrycznego podwójnej niwelacji oraz przeciętnej długości celowych stosowanych przy pomiarach przesunięć. W pewnych wypadkach wielkość ta może mieć charakter raczej orientacyjny i słuszność stosowania jej do każdego konkretnego przypadku może być zakwestionowana tak ze względu na różne lokalne wpływy na dokładność czynności pomiarowych jak i na indywidualne cechy obserwatora oraz stan narzędzi. Z tego względu może wydawać się słuszniejsze oparcie się na błędzie obliczonym z różnic obserwacji wykonanych w kierunku głównym i powrotnym przy pomiarze pierwotnym i aktualnym. Konieczność wspólnego wykorzystania wyników obydwóch porównywanych pomiarów do obliczenia śr. błędu przed wyrównaniem tłumaczy się tym, że błąd ten po wyrównaniu uzyskuje się na podstawie rozbieżności tychże pomiarów.

Dążąc do stosowania par spostrzeżeń przy niwelacji możemy nie uniknąć przypadków gdy obydwa spostrzeżenia odbiegają od siebie więcej niżby na to wskazywała przypuszczalna dokładność pracy. W tych przypadkach należy pomiar powtórzyć raz lub dwa, a nawet kilka razy, w żadnym wypadku jednak nie wolno odrzucać spostrzeżeń więcej odbiegających i pozostawiać dwóch zbliżonych do siebie wyników jako „pary”. Odrzucić wolno jedynie takie spostrzeżenie, które bez żadnej wątpliwości obarczone jest błędem grubym. Powtórzenia powinno się wykonać w różnych porach dnia za wyjątkiem około południowej. Okoliczności te spowodują że obliczając śr. błąd typ. spostrzeżenia „a priori” będziemy musieli wykorzystać materiał składający się częściowo z par i częściowo z większej ilości obserwacji pozostałych odcinków.

Wracając do naszego przykładu obliczmy śr. błąd typowego spostrzeżenia przed wyrównaniem na podstawie wzoru $\mu^0 = \pm \sqrt{\frac{[\mu^2]}{[n]}}$

gdzie μ są to średnie błędy poszczególnych średnich spadów, a $[n]$ ilością wszystkich stanowisk niwelatora. Z 19 spostrzeżeń wyjściowych i 22 aktualnych otrzymamy $\mu^0 = \pm 0,05$ mm (wyjściowy pomiar 3-ch spadów nie został tu wykorzystany, jako wykonany drogą kombinowaną w skutek nie ustalenia sposobu wyrównania przed rozpoczęciem pomiarów). Tenże błąd obliczony przy pomocy samych tylko par (13 wyjścio-

wych i 21 aktualnych) wyniósł: $\mu^0 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[pdd]}{r}} = \pm 0,04$. Wpływu błędów systematycznych nie stwierdzono.

Widzimy więc, że obie wartości są tego samego rzędu i wynoszą około 0,05 mm (dokładna różnica 0,008). Ponieważ wielkość błędu uzyskana po wyrównaniu *tych samych obserwacji* jest w przybliżeniu 2-krotnie wyższa (nie chodzi o różnicę kilku setnych mm lecz o stosunek obydwóch błędów) — potwierdza to nasze podejrzenia odnośnie naruszenia stałości reperu III lub istnienia innych przyczyn działających analogicznie i skłania do potraktowania go jako stanowiska przejściowego łąty przy obydwóch porównywanych pomiarach. W związku z tym połączymy warunki b i c traktując odcinki II — III i III-A jako jedną linię II-A. W wyniku przeprowadzonego ponownie wyrównania otrzymamy $(\mu^0) = \pm (0,04 \pm 0,01)$ mm oraz następujące wielkości przesunięć:

$\Delta_{II} = 0,00$	$\Delta_9 = -0,70$	$\Delta_B = -0,38$
$\Delta_A = -0,56$	$\Delta_{11} = -0,73$	$\Delta_2 = -0,83$
$\Delta_1 = -1,39$	$\Delta_{13} = -0,75$	$\Delta_6 = -1,09$
$\Delta_3 = -1,43$	$\Delta_{15} = -1,04$	$\Delta_{10} = -1,26$
$\Delta_5 = -1,35$	$\Delta_D = -0,56$	$\Delta_{14} = -1,25$
$\Delta_7 = -1,07$	$\Delta_V = 0,00$	$\Delta_D = -0,55$ (0,01 bł. zaokr.)

Największa różnica między powyższymi przesunięciami a obliczonymi poprzednio wynosi 0,23 mm na reperze A.

Średni błąd przesunięcia jednego ze środkowych reperów np. 9 obliczymy wychodząc z dowolnego punktu stałego i otrzymując:

$$(m_{\Delta_9}) = \pm (\mu^0) \cdot \sqrt{\left[\frac{ff}{p} \cdot 8 \right]} = \pm (0,04 \pm 0,01) \cdot \sqrt{7,2412} =$$

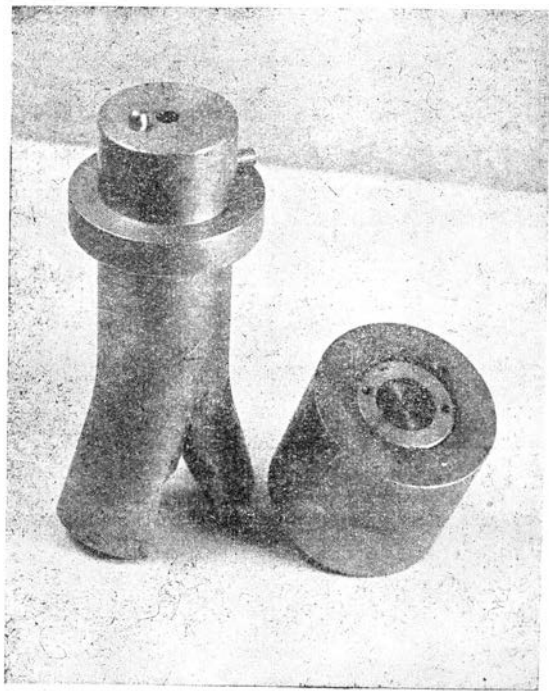
$$= \pm (0,11 \pm 0,03) \text{ mm}$$

Celem niniejszego przykładu nie jest bynajmniej zademonstrowanie jakiejś typowej dokładności wyznaczenia przesunięć, gdyż kształtuje się ona różnie, w zależności od lokalnych warunków i chwilowych wpływów. W niniejszym przypadku na osiągnięcie dość wysokiej formalnej dokładności wpłynęły niewątpliwie m. in. doskonałe warunki atmosferyczne panujące podczas wykonywania obydwóch pomiarów, (jesień 1950 r.), stosunkowo nie wielka różnica poziomów poszczególnych reperów, uniknięcie osiadania statywu i żabek w skutek ustawiania ich na betonie, kostce kamiennej lub silnie ubitym nasypie, zachowywanie wymienionych na wstępie ostrożności i w reszcie prawdopodobny częściowy zbieg okoliczności.

§ 21. REPERY DO POMIARU PRZESUNIĘĆ PIONOWYCH.

Repery do pomiaru przesunięć pionowych powinny umożliwiać zawsze jednakowe ustawienie stopki łąty. W tym celu należy je zaopatrzyć w zaokrąglony czopek z nierdzewnej stali, lub w razie jej braku — z innego twardego i nierdzewnego metalu. Stosowanie zwykłych reperów „technicznych“ uniemożliwi osiągnięcie dobrych wyników mimo najlepiej wykonanych pomiarów. Repery z czopkami, wykonane na zamówienie Geodezyjnego Instytutu Naukowo-Badawczego, osadza się obecnie na ważniejszych badanych budowlach. Zdjęcie 48 przedstawia taki reper wraz z ochronną pokrywą, przeznaczony do osadzenia pionowego, tj. na poziomych płaszczyznach budowli. (Widoczny z boku poziomy bolec służy do unieruchomienia pokrywki na reperze). W podobny sposób wykonane są repery „poziome“ osadzane w pionowych ścianach budowli.

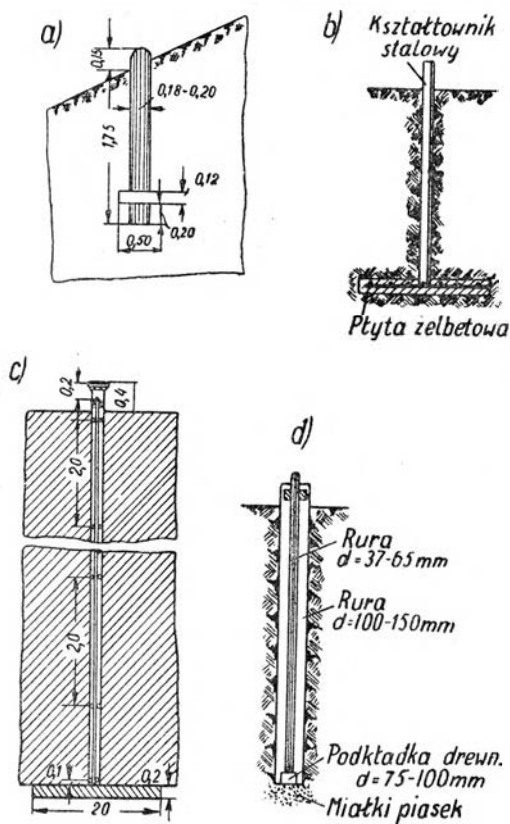
Oddzielnego omówienia wymagają repery służące do pomiaru osiadań zapór ziemnych. Prof. M. M. Griszin (Gidrotechničeskije Sooruzenja,



Rys. 48

czast II, § 195) dzieli je na dwa typy: powierzchniowe i głębinowe. Pierwsze, osadzone w skarpach lub koronach nasypów, o stopach położonych poniżej poziomu przemarzania gruntu, umożliwiają pomiar cał-

kowitej wielkości osiadania (rys. 49 : a, b). Drugie składają się z dwóch rurek: wewnętrznej, tj. właściwego reperu i zewnętrznej, jako jego ochrony. Rurka wewnętrzna powinna spoczywać zupełnie swobodnie



Rys. 49

Repery powierzchniowe: a, b i głębinowe: c, d. (Prof. M. M. Griszin: Gidrotechniczskie Sooruzienja)

w rurze zewnętrznej, opierając się lekko o jej ścianki za pośrednictwem drewnianych kołeczków (rys. 49: c, d). Obie rurki zapuszcza się do tego poziomu, którego ewentualne osiadanie należy pomierzyć. Rurkę reperu należy oprzeć nie bezpośrednio na badanej warstwie gruntu, lecz na ułożonej na niej podkładce.

ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ

С особенным принятием во внимание надобностей контроля плотин.

К О Н С П Е К Т.

Темой этой публикации является применение геодезических методов для определения перемещений и деформации построек, в особенности плотин.

Геодезические методы имеют то преимущество по сравнению с другими, что позволяют определить перемещение исследуемого строительного объекта в пространстве относительно точек, лежащих практически вне зоны, в которой может ощущаться влияние построек на грунт. Точки эти должны быть наиболее старательно выбраны и застроены, по возможности, на твердом, надежном грунте.

В настоящей публикации оговорены только те применения геодезических методов, с которыми мы чаще практически встречаемся, а именно:

1. Определение полных величин и направлений горизонтальных перемещений методом триангуляции.
2. Определение слагающих перемещений методом провошивания.
3. Определение вертикальных перемещений методом точной нивелировки.

Геодезические сети, при помощи которых определяются деформации, состоят из точек на постройках (исследуемые точки), и пунктов геодезического обоснования, относительно которых определяются положения исследуемых точек. Большая часть публикации занимается проблемой постоянства (неизменности) и определением перемещений — особенно при триангуляционном методе — пунктов геодезического обоснования. Проблема эта решается точными методами — именно по способу наименьших квадратов. Линейные измерения ведутся с небольшою точностью. Для определения перемещений нет надобности знать координаты точек сети, задается только направление оси X .

Конечным условием применяемости метода триангуляции является, при оговариваемом способе, постоянство, по крайней мере, двух пунктов

геодезического обоснования.* По правилу, такими пунктами будут пункты, наиболее удаленные от исследуемого объекта, наиболее старательно застроенные и расположенные, по мере возможности, на скалистом грунте в расстоянии 200 до 400 метров от постройки. Исходя из этих пунктов, а, в случае надобности, и из других, постоянство которых можно проверить, мы можем, при помощи жесткой геодезической сети, одновременно определить, перемещения других пунктов геодезического обоснования (также и тех, с которых наблюдались точки на постройке). Это даёт возможность исправить наблюденные направления и, в итоге, определить перемещения постройки. Эту конечную цель можно достичь и непосредственно, одновременно с определением перемещений пунктов геодезического обоснования, но это требовало бы гораздо больше вычислительного труда.

Для получения необходимой точности, сеть пунктов геодезического обоснования должна быть возможно жесткой, следовательно, все связывающие эту сеть направления должны быть сплошными. Из этого следует, что все — по возможности — пункты геодезического обоснования должны быть застроены, как наблюдательные станции. Это почти всегда является возможным в долинах польских плотин, но в городах, вообще говоря, только те пункты геодезического обоснования могут быть застроены как станции, с которых наблюдается постройка: остальные, так наз. связывающие пункты, почти всегда недоступных, и поэтому не связаны между собой. Если при этом случится, что одновременно и наблюдательная станция и один или несколько связывающих пунктов подверглись перемещению, то, поступая правильно, мы можем определить перемещение наблюдательной станции только после того, как отождествим и отбросим перемещенные связывающие пункты.

Имея в виду наибольшее осягаемое приближение к неизвестной нам истине итогов всякого уравнивания — является обязательным вводить поправки и к исходным (первичным) наблюдениям, и к итогам каждого следующего наблюдения, которое сравниваем с исходным. В триангуляционном методе это ведёт к применению уравнивания условных наблюдений с неизвестными. Критерием, что принятые при уравнивании предпосылки правильны, будет величина средней ошибки типичного наблюдения, которая должна удерживаться в определенных границах.

* В практике базирование на двух только точках очень рисковно, так как в результате возможного изменения их взаимного положения, векторы перемещения остальных точек будутотягчены систематическими ошибками. Это явление может остаться незамеченным, и получаемые итоги не будут отвечать истине.

Поэтому следует давать не менее 3-х опорных точек окаймляющих с двух сторон геодезическое обоснование и расположенных вне зоны влияния давления постройки на почву.

Определение вертикальных перемещений методом точной нивелировки обработано, исходя из той же предпосылки, что исходные наблюдения тоже обременены ошибками. Для частых нивелиационных ходов, соединяющих пункты геодезического обоснования, строятся условные уравнения, вмещающие поправки так первоначальных, как и насущных разниц высот между очередными реперами. Число уравнений определяется по формуле 1 § 20. И в этом методе, критерием неизменности пунктов геодезического обоснования в границах, определенных точностью обоих измерений (первоначального и насущного), будет величина средней ошибки типичного наблюдения, полученная после уравнивания.

Кроме вычислительных, в публикации оговорены также и другие части проблемы определения деформации.

Ниже приводится оглавление полной публикации.

В в е д е н и е .

- § — 1. Смысл и значение наблюдений перемещений.
- § — 2. Разделение наблюдательных методов.
- § — 3. Цель и содержание публикации.

Триангуляционный метод определения горизонтальных перемещений.

- § — 4. Общие сведения.
- § — 5. Критерии постоянства наблюдательной станции и связывающих пунктов.
- § — 6. Определение элементов перемещения наблюдательной станции по методу засечек.
- § — 7. Определение передвижного связующего пункта, который не был наблюдательной станцией.
- § — 8. Критерии постоянства наблюдательной станции и определение ее перемещения в случае замены связывающих пунктов (приближенный метод для менее точных определений).
- § — 9. Определение перемещения наблюдательной станции методом сплошных засечек.
- § — 10. Одновременное определение перемещений пунктов геодезического обоснования.
- § — 11. Приведение насущных направлений к первоначальному положению наблюдательной станции (приведение за эксцентр).
- § — 12. Определение перемещения наблюдаемой точки постройки.
- § — 13. Замечания по проектированию наблюдательных сетей.
- § — 14. Теодолит, застройка и сигнализация пунктов, полевые работы.

Метод провешивания.

- § — 15. Общие сведения.
- § — 16. Инструменты. Наблюдения.
- § — 17. Оценка метода провешивания.
- § — 18. Применение метода провешивания к определению вертикальных перемещений.

Определение вертикальных перемещений методом точной нивелировки.

- § — 19. Общие сведения и принципы.
- § — 20. Примеры вычисления вертикальных перемещений в зависимости от типа сети.
- § — 21. Реперы при наблюдениях вертикальных перемещений.

RÉSUMÉ

MESURES GÉODÉSIQUES DES DÉFORMATIONS VISANT PARTICULIÈREMENT AU CONTRÔLE DES BARRAGES

Le travail ci-contre présente l'application des méthodes géodésiques en vue de déterminer les déplacements et les déformations des ouvrages du génie, des barrages en particulier.

Les méthodes géodésiques ont cet avantage sur les autres méthodes, qu'elles permettent de déterminer les déplacements d'un objet dans l'espace par rapport aux points situés pratiquement en dehors de toute influence de cet objet sur le sol. Ces points doivent être choisis et établis avec le plus grand soin et sur un terrain aussi stable et ferme que possible.

Le travail ci-contre ne traite que des applications des méthodes géodésiques qu'on rencontre le plus souvent en pratique, notamment:

- 1) la détermination des grandeurs absolues et des directions des déplacements horizontaux par la méthode de triangulation,
- 2) la détermination des composantes des déplacements par la méthode d'alignement,
- 3) la détermination des déplacements verticaux par la méthode de nivellement de précision.

Les réseaux de mesure servant à déterminer les déformations comprennent les points de repère de l'ouvrage proprement dit (points dont on cherche les déplacements) et les points de référence. Une grande partie de ce traité concerne la question de stabilité, ou la détermination des déplacements des points de référence, particulièrement au moyen de relevés trigonométriques. Le travail est effectué par l'application d'une méthode précise de calcul, — notamment celle des moindres carrés. Les mesures des distances n'exigent pas une grande précision, la connaissance des coordonnées des points n'est pas nécessaire pour la détermination des déplacements, on se limite uniquement à la définition de l'axe des x .

La condition primordiale des relevés trigonométriques du procédé ci-contre est réalisée par la stabilité d'au moins deux points de référence*). Ce seront en principe les points les plus éloignés de l'ouvrage, reconnus et établis avec le plus grand soin, de préférence sur une roche monolithe, à une distance d'environ 200 à 400 mètres de l'ouvrage. En se basant sur ces points fixes et éventuellement sur d'autres points, dont l'immuabilité dans l'espace peut être constaté au moyen d'un réseau très rigide, on peut déterminer les déplacements des points restants (y compris les piliers d'observation desquels on a vue sur l'ouvrage). On obtiendra ainsi la rectification des directions mesurées et enfin l'on parviendra à déterminer les déplacements de l'ouvrage. On pourrait obtenir ce résultat définitif directement, en le calculant simultanément avec le déplacement des points de référence, mais le procédé exigerait alors un trop grand travail de calcul.

La nécessité d'une grande précision exige la constitution d'un réseau très rigide, où les points de référence seraient liés par les directions réciproques. Il en résulte que tous les points de référence devraient autant que possible servir de postes d'observations par théodolite. En général cette condition est facilement réalisable dans les vallées des barrages polonais, mais par contre elle n'est pas applicable aux mesures effectuées dans les villes, où les points de référence qui peuvent servir de postes d'observation sont exclusivement ceux qui ont vue sur l'ouvrage; les autres points, soit disant de jonction, sont de règle inaccessibles et de ce fait ne pourront être reliés mutuellement. En ce cas si l'on se trouvait dans la nécessité de déplacer un poste d'observation et simultanément un (ou plusieurs) point de jonction, le nouveau poste serait établi au mieux après l'élimination d'un tel point.

Pour faire approcher autant que possible des valeurs réelles inconnues les résultats de compensation, il est nécessaire d'introduire des corrections aux observations de départ (originaires) ainsi qu'aux observations ultérieures (actuelles) comparées à celles de départ. Ceci conduit, dans la méthode de triangulation, à la compensation des observations conditionnées avec les inconnues. La confirmation de l'équité des présomptions prises pour la compensation sera donnée par le fait que l'erreur moyenne d'une observation type se maintiendra dans les limites définies.

*) En pratique on court un grand risque en ne s'appuyant que sur deux points, puisque un déplacement éventuel de leur position aurait pour résultat de charger d'erreurs systématiques les vecteurs de déplacement des autres points. Cet événement peut échapper à notre connaissance, ce que conduirait aux résultats ne correspondant pas à la réalité. Il faut donc établir au moins trois points d'appui, embrassant le réseau des points de référence d'au moins deux extrémités, et situés en dehors de la zone d'influence de l'ouvrage sur le sol.

De même en supposant, que les mesures de départ sont chargées d'erreurs d'observation, on a élaboré la détermination des déplacements verticaux par le procédé de nivellement de précision. Pour les chemine-
ments joignant les points de référence on a formé les équations de condi-
tion comprenant les corrections des différences de hauteur des repères
autant antérieures qu'actuelles. Le nombre des équations est calculé
d'après la formule 1 § 20. La confirmation de la stabilité des points de
référence dans les limites déterminées par la précision des deux périodes
d'observation, sera donnée par la grandeur de l'erreur moyenne d'une
observation type, obtenue après la compensation.

Outre le problème de calcul on a traité d'autres questions concernant la
détermination des déformations. Ainsi l'ouvrage renferme les subdivisi-
ons suivantes:

INTRODUCTION

- § 1. Origine et importance des mesures des déplacements
- § 2. Classification des méthodes d'observation
- § 3. But et contenu du travail ci-contre

DÉTERMINATION DES DÉPLACEMENTS HORIZONTAUX PAR LA MÉTHODE DE TRIANGULATION

- § 4. Préliminaires
- § 5. Estimation de la stabilité du poste d'observation et des points
de référence
- § 6. Détermination des éléments du déplacement du poste par la
méthode de relèvement
- § 7. Découverte d'un point mobile de référence qui n'est pas un poste
d'observation
- § 8. Estimation de la stabilité du poste d'observation et détermination
de son déplacement dans le cas du changement des points de réf-
érence (Méthode approximative pour les déterminations de moindre
précision)
- § 9. Détermination du déplacement du poste d'observation par la
méthode d'intersection inverse
- § 10. Détermination simultanée des déplacements des points de réf-
érence
- § 11. Réduction des directions actuelles à la position primaire du poste
d'observation (réduction au centre)
- § 12. Détermination du déplacement du point observé de l'ouvrage
- § 13. Remarques concernant l'établissement des projets des réseaux
d'observation

- § 14. Théodolite; édification et signalisation des points; travaux de campagne

MÉTHODE D'ALIGNEMENT.

- § 15. Renseignements généraux
§ 16. Instruments. Conduite du travail
§ 17. Estimation de la méthode d'alignement
§ 18. Application de la méthode d'alignement a la détermination des déplacements verticaux.

DÉTERMINATION DES DÉPLACEMENTS VERTICAUX PAR LA MÉTHODE DE NIVELLEMENT DE PRÉCISION.

- § 19. Renseignements et principes généraux
§ 20. Exemples de calcul des déplacements verticaux dans le cas de réseaux de types différents
§ 21. Repères pour les mesures des déplacements verticaux.

W Y K A Z L I T E R A T U R Y

A) LITERATURA OGÓLNA

- 1) Jordan-Eggert: Handbuch der Vermessungskunde, erster Band, Ausgleichungs-Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Stuttgart, 1935.
- 2) Edward Warchałowski, Profesor Politechniki Warszawskiej: Rachunek wyrównania według metody najmniejszych kwadratów. Warszawa, 1923.
- 3) Edward Warchałowski, Profesor Politechniki Warszawskiej: Niwelacja geometryczna. Warszawa 1926.
- 4) Inż. Dr. Kasper Weigel, Profesor Politechniki Lwowskiej: Rachunek wyrównawczy wedle metody najmniejszych kwadratów oraz jego zastosowania przy rozmierzaniu kraju. Lwów — Warszawa, 1923.

B) LITERATURA SPECJALNA

- 5) Prof. Giovanni Boaga: Sulle Deformazioni delle grandi Dighe. Rivista del Catasto e dei Servizi Tecnici Erariali, Nr 1, 1949.
- 6) Eidgenössisches Departement des Innern, Veröffentlichung des Eidgenössischen Oberbauinspektorates. Schweizerische Talsperrenkommission: Messungen, Beobachtungen und Versuche an Schweizerischen Talsperren 1919 — 1945. Bern, 1946.
- 7) M. M. Griszin, Professor, Doktor Technicheskich Nauk: Gidrotechnicheskije Sooruzhenja, czast II, Moskwa 1949.
- 8) Kelen Gewichtsstaumauern und massive Wehre.
- 9) W. Lang: Deformationsmessungen an Staumauern nach den Methoden der Geodäsie. Bern, 1929.
- 10) Inż. St. Latinek: O triangulacyjnych pomiarach odkształceń zapór. Przegląd Mierniczy Nr 12, 1938.

- 11) Inż. St. Latinek: Prace miernicze przy budowie przegród dolinowych. Przegląd Mierniczy Nr 2, 1939.
- 12) Ing. Dr. Stanislav Ledabyl: Určování horizontálních a vertikálních posunů přehradních zdí geodetickými metodami. Zeměměřický Obzor, číslo 4, 1947.
- 13) Ludin-Tölke: Wasserkraftanlagen, zweite Hälfte, erster Teil: Talsperren, Staudämme und Staumauern. Berlin, 1938.
- 14) Inż. Zygmunt Mikucki: Potrzeba przeprowadzania badań i kontroli zapór i zbiorników. Gospodarka Wodna. Nr 6—12, 1949.
- 15) Inż. G. H. Roer, Kandidat Technicznych Nauk: Namywnyje i połunamywnyje plotiny. Moskwa—Leningrad, 1938.
- 16) Schweizerische Gesellschaft für Photogrammetrie. Protokoll der 23 Hauptversammlung vom 3 Juni 1950. Schweizerische Zeitschrift für Vermessung und Kulturtechnik, Nr 7, 1950.
- 17) Inż. Edward Słota: Triangulacyjne pomiary odkształceń zapór. Przegląd Mierniczy. Nr 10, 1938
- 18) Wacław Zenczykowski: Walka z żywiołem zsuwu na wzgórzu kościoła Św. Anny w Warszawie. Przegląd Budowlany, Nr 7—8 1949.

C) LITERATURA SPECJALNA NIEDOSTĘPNA DLA AUTORA W OKRESIE
PISANIA NINIEJSZEJ PRACY

- 19) Berichte der Schweizerischen Landestopographie.
- 20) M. M. Dorochow: Nabliudjenje za gidrosooruzeniami w nature. Gidrotechničeskoje Stroitelstwo Nr 3, 1940.
- 21) Hough Floyd W.: Miniature system of first order alignment and triangulation control. U. S. A.
- 22) Ispytanje Dnieprowskoj plotiny, pod red. Prof. U. A. Nilendera, 1937.
- 23) U. A. Nilender: Issledowanie deformacji i temperaturnowo režima w tiele Dnieprowskoj plotiny, 1933.
- 24) Ing. Dr. A. Semerád: Měření deformaci uolní přehrady ve Vranowe nad Dyji, Praha, 1938.
- 25) A. A. Uginczus: Issledowanja gidrotechničeskich sooruzenji, 1939.

Poza wymienionymi pracami temat geodozyjnych pomiarów przesunięć i odkształceń poruszany był niejednokrotnie w dawniejszych rocznikach czasopism z dziedziny geodezji, inżynierii lądowej i wodnej, geologii i in.

T r e ś ć

W S T Ę P

	Str.
§ 1. Geneza i znaczenie pomiarów przesunięć	3
§ 2. Podział metod pomiarowych	6
§ 3. Cel i treść niniejszej pracy	8

TRYGONOMETRYCZNA METODA POMIARU PRZESUNIĘĆ POZIOMYCH

§ 4. Wiadomości wstępne	9
§ 5. Ocena stałości stanowiska i punktów nawiązujących	11
§ 6. Wyznaczenie elementów przesunięcia stanowiska metodą wcięcia wstecz	20
§ 7. Wykrycie ruchomego punktu nawiązującego nie będącego stanowiskiem	30
§ 8. Ocena stałości stanowiska i wyznaczenie jego przesunięcia w wypadku zmiany punktów nawiązujących (sposób przybliżony dla mniej dokład- nych wyznaczeń)	36
§ 9. Wyznaczenie przesunięcia stanowiska metodą wcięcia obustronnego . .	38
§ 10. Równoczesne wyznaczenie przesunięć punktów odniesienia	39
§ 11. Redukcja kierunków aktualnych do pierwotnego położenia stanowiska (redukcja ze względu na mimośród)	45
§ 12. Wyznaczenie przesunięcia obserwowanego punktu budowli	46
§ 13. Uwagi o projektowaniu sieci pomiarowych	55
§ 14. Teodolit, zabudowa i sygnalizacja punktów, prace polowe	59

METODA TYCZENIA (USZEREGOWANIA PUNKTÓW)

§ 15. Wiadomości ogólne	74
§ 16. Instrumenty. Przebieg pomiaru	75
§ 17. Ocena metody tyczenia	78
§ 18. Zastosowanie metody tyczenia do wyznaczenia przesunięć pionowych . .	80

WYZNACZANIE PRZESUNIĘĆ PIONOWYCH

METODĄ NIWELACJI ŚCISŁEJ

§ 19. Wiadomości i zasady ogólne	80
§ 20. Przykłady obliczania przesunięć pionowych w zależności od typu sieci .	86
§ 21. Repery do pomiaru przesunięć pionowych	102
Streszczenie w jęz. rosyjskim	105
Streszczenie w jęz. francuskim	109
Wykaz literatury	113

WYDAWNICTWA GEODEZYJNEGO INSTYTUTU NAUKOWO-BADAWCZEGO

STEFAN HAUSBRANDT

Tablice do rachunków trygonometrycznych na elipsoidzie
Bessel'a. Warszawa 1948. Str. 49.

EDWARD WARCHAŁOWSKI

Triangulation d'un type nouveau. Warszawa 1948. Str. 26.

STANISŁAW PAWŁOWSKI

Problem właściwej i zorientowanej elipsoidy w Polsce.
Warszawa 1948. Str. 19 + 1 mapa.

FRANCISZEK BIERNACKI

Teoria odwzorowań powierzchni dla geodetów i kartogra-
fów. Warszawa 1949. Str. XI + 375.

JÓZEF PAWŁOWSKI

Przeliczenie współrzędnych prostokątnych płaskich w od-
wzorowaniu południkowym wiernokątnym z jednego ukła-
du do układu sąsiedniego przy pomocy maszyny do liczenia.
Wzory i tablice. Warszawa 1949. Str. 19 + 3 wykresy.

JAN RÓŻYCKI

Odwzorowanie Gaussa-Krügera i jego zastosowanie w
Polsce. Warszawa 1949. Str. VII + 94.

STEFAN HAUSBRANDT

Bezpośrednia interpolacja wielomianowa. Warszawa 1950.
Str. 117.

JAN RÓŻYCKI

Odwzorowanie Gaussa-Krügera i jego zastosowanie w
Polsce. Wydanie drugie, zmienione. Warszawa 1950.
Str. VIII + 83, 15 rys.

CZESŁAW KAMELA

Wyznaczenie geoidy z pomiarów grawimetrycznych.
Warszawa 1950. Str. VIII + 96, 9 rys.

ZBIGNIEW CZERSKI

Zagadnienie dalmierzy geodezyjnych z łąką pionową.
Warszawa 1951. Str. 120, 30 rys.

M. B. PIASECKI

Fotogrametria płaska. Technika i organizacja zdjęć w te-
renach płaskich. Warszawa 1951. Str. 144, 121 rys.

CENA zł 35.-