

GŁÓWNY URZĄD POMIARÓW KRAJU
PRACE GEODEZYJNEGO INSTYTUTU NAUKOWO-BADAWCZEGO
ТРУДЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА
TRAVAUX DE L'INSTITUT GÉODÉSIQUE DE RECHERCHES

Nr 10

ZBIGNIEW CZERSKI

ZAGADNIENIE DALMIERZY GEODEZYJNYCH Z ŁATĄ PIONOWĄ

ПРОБЛЕМА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ДАЛЬНОМЕРОВ
С ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕЙКОЙ

PROBLÈME DES TÉLÉMÈTRES GÉODÉSIQUES
AVEC MIRE VERTICALE

WARSZAWA 1951

PAŃSTWOWE PRZEDSIĘBIORSTWO FOTOGRAMETRII I KARTOGRAFII

GŁÓWNY URZĄD POMIARÓW KRAJU
PRACE GEODEZYJNEGO INSTYTUTU NAUKOWO-BADAWCZEGO
ТРУДЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО НАУЧНО-ИЗСЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА
TRAVAUX DE L'INSTITUT GÉODÉSIQUE DE RECHERCHES

Nr 10

ZBIGNIEW CZERSKI

ZAGADNIENIE DALMIERZY GEODEZYJNYCH Z ŁATĄ PIONOWĄ

ПРОБЛЕМА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ДАЛЬНОМЕРОВ
С ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕЙКОЙ

PROBLÈME DES TÉLÉMÈTRES GÉODÉSIQUES
AVEC MIRE VERTICALE

WARSZAWA 1951

PAŃSTWOWE PRZEDSIĘBIORSTWO FOTOGRAMETRII I KARTOGRAFII

Celem niniejszej rozprawy jest opracowanie metod pomiarowych i konstrukcji, umożliwiających osiągnięcie większej niż dotychczas dokładności dalmierzy geodezyjnych z łąką pionową, przy użyciu możliwie prostych i niekosztownych środków.

Zagadnienie to zostało przepracowane pod kątem widzenia: po pierwsze — metody dwuobrazowej jako bardziej dokładnej, po drugie — metody nitkowej. Układ pracy obejmuje w pierwszej fazie rozważania teoretyczne, w drugiej fazie sprawozdanie i wyniki prac doświadczalnych, będących sprawdzeniem koncepcji teoretycznych.

CZĘŚĆ I

ZAGADNIENIE ŁĄTY PIONOWEJ W DALMIERZACH DWUOBRAZOWYCH

WSTĘP

Dalmierze geodezyjne, w których zastosowany jest przed obiektywem lunety system pryzmatów lub luster o małym kącie odchylenia (kliny optyczne), realizujących stały kąt paralaktyczny między dwoma obrazami tego samego przedmiotu, czyli tzw. dalmierze dwuobrazowe, w większości wypadków są używane w połączeniu z łątą ustawioną poziomo. Wymienić tu należy systemy, które dają odległość w linii powietrznej między przyrządem i łątą, czyli nieautoredukcyjne jak Wilda, Kerna, Fennela i Breithaupta oraz cieszący się największym uznaniem i najbardziej rozpowszechniony system, gdzie automatycznie zostaje podana odległość zredukowana do poziomu, czyli system autoredukcyjny Bosshardt-Zeissa. Powodem zastosowania w tych systemach łąty poziomej jest fakt, że dzięki takiemu ustawieniu łąty osiąga się większą dokładność pomiaru odległości aniżeli w wypadku pionowego jej ustawienia, ponadto rozwiązanie konstrukcyjne dalmierza dwuobrazowego, a zwłaszcza autoredukcyjnego, jest w pierwszym wypadku bardziej proste.

Z drugiej strony jednak poziome ustawienie łąty wymaga zastosowania specjalnych łąt, które poza tym nie nadają się do żadnych innych celów, specjalnych podstawek i podpórek, specjalnego urządzenia celowniczego, aby ustawić łątę prostopadle do mierzonego odcinka. Co za tym idzie, przy takim ustawieniu łąty personel obsługujący musi być odpowiednio wyszkolony. Nadto przy zastosowaniu poziomej łąty napotyka się czasem na przeszkody terenowe (domy i zaułki w miastach, roślinność na wsi). Tych wszystkich wad nie posiada łąta pionowa, którą można by sobie w tym wypadku wyobrazić jako łątę typu stosowanego przy niwelacji technicznej lub tachymetrii.

Jeśli poza tym weźmiemy pod uwagę, że koszt wykonania takiej łąty pionowej jest znacznie niższy jak łąty poziomej (wraz z całą dodatkową konstrukcją), to stanie się niewątpliwe, że zagadnienie systemu dalmierza dwuobrazowego z łątą pionową jest zagadnieniem interesującym i ważnym,

Aby zagadnienie to dokładnie przedstawić, przeanalizować i ewentualnie dojść do jakiejś pozytywnej koncepcji, postaram się podać niżej szczegółowo wszystkie wady i trudności realizacji systemu dwuobrazowego z łątą pionową nie tylko opisowo, ale i z podaniem w miarę możliwości wartości liczbowych występujących błędów.

ROZDZIAŁ 1

TRUDNOŚCI REALIZACJI

Trudności realizacji systemu dwuobrazowego z łąką pionową można ująć w czterech zasadniczych punktach.

a. Refrakcja różnicowa

Zjawisko refrakcji różnicowej polega na nieprostoliniwnym przebiegu promieni świetlnych i to w sposób niejednakowy w różnych warstwach powietrza, co powoduje niewłaściwe odczyty na łące i tym samym niewłaściwą różnicę odczytów, odpowiadającą stałemu kątowi paralaktycznemu.

Refrakcja różnicowa wpływa w sposób stały (jednokierunkowo) w pewnym okresie czasu, powoduje więc błędy o charakterze systematycznym w odróżnieniu od podobnego zjawiska, zwanego „wibracją”, a które polega na częstych i szybkich zmianach przebiegu promienia o charakterze przypadkowym (różnokierunkowo). Wibracja jest zjawiskiem, które daje się skonstatować w chwili jego występowania w przeciwieństwie do refrakcji różnicowej. Jest fakt znany, że wibracje występują szczególnie w słoneczne dni letnie w godzinach okołopołudniowych, gdy mają miejsce duże i zmienne różnice temperatur w przyziemnej warstwie powietrza, natomiast w znacznie mniejszym stopniu dają się we znaki w dni pochmurne lub w dni słoneczne przed godz. 9 rano lub po godz. 16. Z własnego doświadczenia wiem (doświadczalne badania nad niwelacją precyzyjną), że wibracje są najbardziej znikome w godzinach nocnych, a nigdy nie występują przed wschodem słońca.

Mogłoby się wydawać, że przy zgrywaniu dwóch obrazów wpływ wibracji jest większy niż przy odczytywaniu podziałki według nitki (dalmierz nitkowy), gdyż w tym pierwszym wypadku wibracje dwóch obrazów mogą się sumować jednokierunkowo. Jest to w rzeczywistości efekt pozorny, nie trzeba bowiem zapominać, że w dalmierzu nitkowym bierzemy różnicę odczytów, która może być obciążona również jednokierunkowym wpływem wibracji. W obu wypadkach zatem wynik pomiaru obciążony jest błędem tego samego rzędu.

Wpływ tego błędu można znacznie zmniejszyć przez uwielokrotnienie obserwacji w systemach dalmierzowych, gdzie to jest możliwe (mikrometry optyczne) jak również przez zmniejszenie mierzonych odcinków, gdyż wpływ wibracji zwiększa się bardzo szybko ze wzrostem odległości.

Wpływ refrakcji różnicowej w pewnym okresie czasu jest daleko bardziej groźny dla pomiaru, gdyż obarcza go błędami systematycznymi o niewiadomej i nie dającej się przewidzieć wielkości i znaku.

Przebieg promienia w warstwie powietrznej zależy od współczynnika załamania, który z kolei zależy od gęstości powietrza. Na gęstość ma stosunkowo niewielki wpływ ciśnienie i wilgotność, głównie zaś temperatura. Temperatura powietrza jest na ogół niestala, a szczególnie zmienia się bardzo w pobliżu ziemi i to wtedy, gdy ziemia jest nagrzana (południe) i oddaje ciepło sąsiadującym warstwom powietrza. Kształt krzywej przebiegu promienia jest określony matematycznie zmianą współczynnika załamania jako funkcji wysokości nad ziemią

$$\frac{dn}{dh} = -0,00107 \frac{B}{760} \frac{1}{(1 + \alpha t)^2} \frac{dt}{dh} \quad (1)$$

gdzie B — ciśnienie w mm słupa rtęci

$$\alpha = \frac{1}{273}$$

t — temperatura w $^{\circ}\text{C}$

$\frac{dt}{dh}$ — zmiana temperatury na jednostkę zmiany wysokości nad ziemią (gradient temperatury).

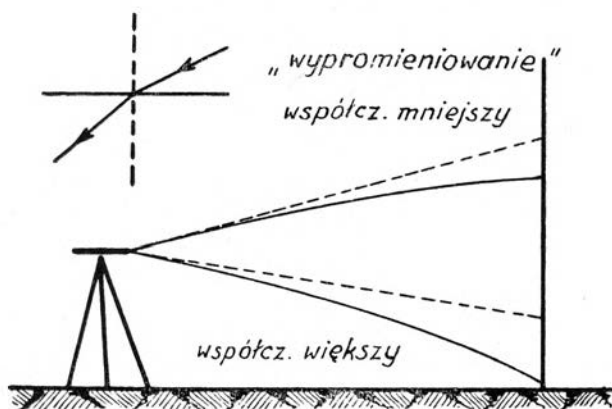
Przyjmując krzywą przebiegu promienia w pierwszym przybliżeniu jako łuk koła można określić matematycznie jego promień ze wzoru

$$\pm \frac{1}{r} = \mp \frac{dn}{dh} \cdot \frac{1}{n}$$

Aby otrzymać wyniki liczbowe trzeba znać konkretnie postać funkcji $t = f(h)$. Niestety, poznanie tej funkcji jest praktycznie nieosiągalne ze względu na jej bardzo skomplikowany charakter, zależny od szeregu zmiennych czynników jak wiatr, promieniowanie słoneczne, kształt i pokrycie powierzchni ziemi itp. Na podstawie wielu prac doświadczalnych można jedynie powiedzieć, że na ogół w warstwie powietrza o grubości około 1 m nad ziemią zmiany temperatury są duże (niektórzy badacze przyjmują za grubość tej warstwy 1,5 do 2 m), zaś powyżej tej warstwy następuje wyrównanie temperatury.

Różnica między temperaturą samej ziemi i powietrza na wysokości 1 cm może wynosić 3 — 4 $^{\circ}\text{C}$ lub więcej i tyle samo z kolei różnica temperatury powietrza między wysokością 1 cm i wysokością 1 — 1,5 m. Wyżej zmiana temperatury jest znacznie mniejsza i regularna, wynosi 0 $^{\circ}$, 01C na 1 m.

Przyczyną zmian temperatury powietrza jest fakt, że powierzchnia ziemi w ciągu dnia nagrzewa się szybciej przez promieniowanie aniżeli powietrze. Dzięki temu powierzchnia ziemi oddaje w ciągu dnia ciepło otaczającemu powietrzu. Ta wymiana ciepła w bardzo niewielkim stopniu odbywa się przez przewodnictwo, głównie zaś przez przenoszenie ciepła, czyli odbywający się stale odpływ ciepłych mas powietrza z dołu do góry i przyływ zimnych z góry na dół. W ciągu dnia temperatura powietrza zmniejsza się ze wzrostem wysokości. Ten rozkład ciepła nazywamy wypadkiem „napromieniowania” (Einstrahlungstyp). Zupełnie inaczej wygląda sytuacja po zachodzie słońca (noc). Wówczas powierzchnia ziemi szybko oddaje nabyte w ciągu dnia ciepło niżej położonym warstwom ziemi stając się zimniejszą od powietrza. Powietrze nagrzewa teraz powierzchnię ziemi. Kierunek wymiany ciepła jest



Rys. 1

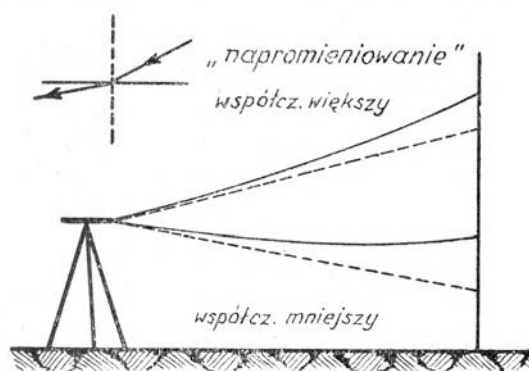
odwrotny. W miarę wzrostu wysokości temperatura powietrza wzrasta. Ten rozkład ciepła nazywamy wypadkiem „wypromieniowania” (Ausstrahlungstyp). Należy zaznaczyć, że gradient temperatury w przyziemnej warstwie powietrza w drugim wypadku jest około 3 razy mniejszy niż w wypadku pierwszym, więc tym samym wpływy refrakcji różnicowej będą w tym wypadku znacznie mniejsze.

W wypadku wypromieniowania gęstość powietrza, a więc i współczynnik załamania, zmniejsza się ze wzrostem wysokości, wobec czego promienie świetlne, idące od łąty do instrumentu, muszą być skierowane wypukłością do góry jak wyjaśnia rys. 1.

Ze względu na szybsze zmiany współczynnika w warstwach niższych dolny promień ma większą krzywiznę, a wpływ refrakcji różnicowej na różnicę odczytów na łącie jest dodatni.

Taki stan rzeczy ma miejsce w nocy. Z chwilą wschodu słońca powierzchnia ziemi zaczyna się nagrzewać i oddawać ciepło powietrzu. Temperatura dolnych warstw powietrza zwiększa się. Wpływ refrakcji

maleje. Mniej więcej w dwie godziny po wschodzie słońca temperatura na wszystkich wysokościach wyrównuje się. W tym stanie izotermii promienie biegną po liniach prostych, wpływ refrakcji wynosi zero. Ten krótkotrwały stan przechodzi następnie w stan napromieniowania, kiedy warunki zmieniają się na odwrotne i współczynnik załamania powietrza wzrasta ze wzrostem wysokości. Promienie biegnące od łąty do przyrządu są zwrócone wypukłością w dół jak wyjaśnia rys. 2.



Rys. 2

Wpływ refrakcji różnicowej na różnicę odczytów na łącie jest w tym wypadku ujemny. Taki stan rzeczy trwa przez cały dzień aż do zachodu słońca, po którym następuje oziębienie się powierzchni ziemi, w pewnym momencie wyrównanie temperatury — izotermia, a następnie znowu stan wypromieniowania.

Aby zdać sobie sprawę z ilościowego wpływu refrakcji różnicowej w dalmierzu z łątą

pionową warto zwrócić uwagę na doświadczalne badania, przeprowadzone przez Dohrmanna w 1929 — 1931 r. Zastosował on w swoich badaniach dalmierz dwuobrazowy nasadkowy, obracalny na oprawce obiektywu (typ Dimes lub Wild) oraz łątę ustawioną w położeniu poziomym i pionowym na tym samym stanowisku. Dokonując pomiaru pewnego odcinka w obu położeniach łąty i biorąc pod uwagę, że przy poziomym ustawieniu łąty wpływ refrakcji różnicowej nie występuje, można z obu pomiarów otrzymać bezwzględną wartość wpływu refrakcji różnicowej — D zgodnie ze wzorem:

$$D = (v - h) - \delta$$

gdzie v — średnia z pomiaru przy pionowym położeniu łąty

h — średnia z pomiaru przy poziomym położeniu łąty

δ — błąd osobowy danego obserwatora.

Dohrmann stwierdził, że wynik pomiaru dla danego obserwatora jest inny, gdy kąt paralaktyczny leży w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny nosa niż w wypadku, gdy jest on doń prostopadły. Należy przypuszczać, że wynika to z niesymetrycznej budowy (astygmatyzm) gałki ocznej. Wpływ tego zjawiska jest niejednakowy u różnych osobników, stąd konieczność wprowadzenia do obliczeń wielkości δ , którą

każdy z obserwatorów wyznaczył sobie porównując odczyt przy poziomym ustawieniu łąty w normalnym położeniu głowy, a drugi raz skręcając głowę o 90° jak przy leżeniu. U kilku obserwatorów, którzy pomagali Dohrmannowi w jego badaniach, wartość δ wahała się w granicach od $-0,9$ mm do $+0,9$ mm bezwzględnej długości na łącie przy odległości od instrumentu do łąty około 80 m i stałej dalmierza 100. Z przeprowadzonych wyznaczeń wynika również, że omawiany błąd osobowy u tego samego obserwatora jest mniej więcej proporcjonalny do mierzonej odległości. Stąd praktyczna konkluzja, że wpływ tego błędu można z grubsza wyeliminować, gdyby każdy z obserwatorów mógł w niewielkich granicach dostosować do swojego oka wartość stałego kąta paralaktycznego dalmierza.

Wracając do wpływu refrakcji różnicowej D , to na podstawie wielu obserwacji, których wyniki zostały przez Dohrmanna opublikowane, można wyciągnąć następujące wnioski:

1. Wpływ refrakcji różnicowej zgodnie z rozważaniami teoretycznymi w ciągu dnia ma znak ujemny, zaś w godzinach wieczornych dodatni.
2. Maximum tego wpływu występuje między godzinami 10^{30} a 12^{30} .
3. Wartość tego wpływu (D) wynosi średnio 0,3 mm na łącie przy odległości w terenie około 90 m i stałej dalmierza 100, a w bardzo nielicznych wypadkach przekracza 1 mm, przy tym średni błąd tego wpływu $\mu_D = \pm 0,17$ mm.

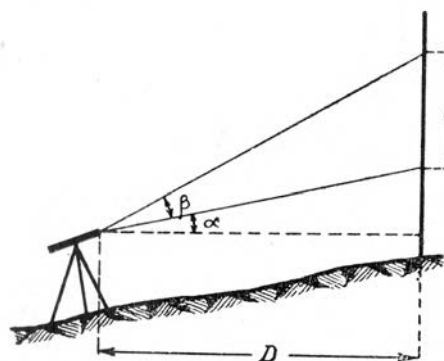
Szkoda, że Dohrmann nie podaje w swojej rozprawie, na jakiej wysokości umieszczony był początek łąty w pionowym jej ustawieniu.

Przeprowadzone przez niego badania wykonane były w terenie zupełnie płaskim i pozbawionym szaty roślinnej. W terenie niepłaskim może się zdarzyć że promień świetlny w pewnym miejscu swojej trasy przybliży się bardzo do ziemi na skutek lokalnej wypukłości terenu, o czym obserwator nie zawsze wie i co nie zawsze może sprawdzić. W wypadku takim może wystąpić większy wpływ refrakcji różnicowej.

Reasumując wywody Dohrmanna stwierdzić należy, że wpływ refrakcji różnicowej w dalmierzach z łątą pionową jest dość znaczny, a równocześnie występuje on w niewielkim stopniu przy łącie poziomej (w wypadku, gdy jeden z końców tej łąty znajduje się w pobliżu np. nagrzanego przez słońce ścian). Twierdzenie jednak, że z tego powodu należy łątę pionową wyeliminować w dalmierstwie dwuobrazowym nie wydaje się słuszne, albowiem wpływ tego błędu jest przez wielu autorów przeceniany. Skądinąd zaś są to błędy, które przy pewnych z góry ustalonych wymaganiach dokładności mogą być tolerowane.

b. Wpływ pochylenia łąty

Pionowe trzymanie łąty, zwłaszcza przy pogodzie wietrznej, jest trudne. Przeanalizuję poniżej jaki wpływ może mieć pochylenie łąty na wynik



Rys. 3

pomiaru. Jakiegokolwiek pochylenie łąty można zawsze rozłożyć na dwie składowe, a mianowicie: pochylenie w płaszczyźnie samej łąty i pochylenie w płaszczyźnie kąta paralaktycznego. Jeśli to pierwsze oznaczymy kątowo przez ε , to oczywiste jest, że zmienia ono różnicę odczytów na łącie w stosunku $\cos \varepsilon$. Załóżmy, że kąt paralaktyczny dalmierza leży po jednej stronie osi celowej, czyli niesymetrycznie (wypadek będący

przedmiotem późniejszych rozważań), jak na rys. 3.

Oznaczenia:

l — różnica odczytów na łącie odpowiadająca kątowi paralaktycznemu, zwana krótko „odczytem na łącie”

β — kąt paralaktyczny

α — kąt nachylenia osi celowej (mierzony na kole pionowym teodolitu)

D — odległość zredukowana do poziomu

Miedzy tymi wielkościami zachodzi związek:

$$D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \alpha = l$$

$$D = \frac{l}{\operatorname{tg} (\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{l \cos (\alpha + \beta) \cos \alpha}{\sin \beta} \quad (2)$$

Skoro łąta pochylona jest w swojej płaszczyźnie o kąt ε , to odczyt na łącie wynosi:

$$l' = l \cos \varepsilon$$

Wynikający stąd błąd odczytu na łącie:

$$\Delta l = l' - l = l (\cos \varepsilon - 1)$$

i błąd odległości zredukowanej

$$\Delta D = \frac{\Delta l \cos (\alpha + \beta) \cos \alpha}{\sin \beta} = D (\cos \varepsilon - 1) \quad (3)$$

Założmy $D = 100 \text{ m}$

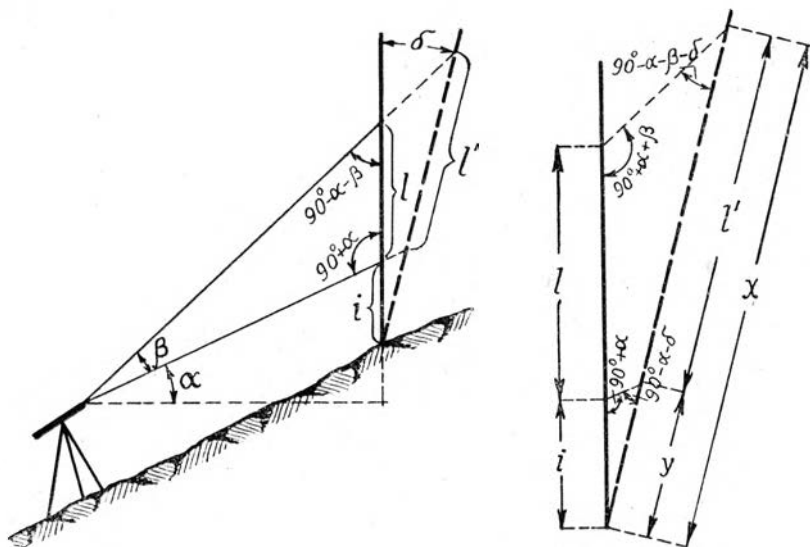
	ε	3'	10'	30'	1°
	$\Delta D =$	0	— 0,04 cm	— 0,5 cm	— 1,6 cm
błąd	ΔD	1	1	1	1
względny	$\frac{\Delta D}{D} =$	2.500.000	250.000	20.000	6.250

Podanym kątom pochylenia odpowiadają przesunięcia liniowe wierzchołka łaty 4-metrowej z grubsza 4 mm, 13 mm, 3,3 cm, 7 cm.

Oznaczmy teraz pochylenie łaty w płaszczyźnie kąta paralaktycznego przez δ , wprowadźmy dodatkowe oznaczenie

i — wysokość osi celowej na łacie.

Przyjmując dla przykładu, że łąta pochylona jest w kierunku do figu-ranta, z odpowiednich trójkątów (rys. 4) wyprowadzimy następujące związki:



Rys. 4

$$\frac{x}{\sin(90^\circ + \alpha + \beta)} = \frac{i + l}{\sin(90^\circ - \alpha - \beta - \delta)}$$

$$x = \frac{(i + l) \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta + \delta)}$$

$$\frac{y}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{i}{\sin(90^\circ - \alpha - \delta)}$$

$$y = \frac{i \cos \alpha}{\cos(\alpha + \delta)}$$

odczyt błędny na łacie

$$I' = x - y = \frac{(i + l) \cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta + \delta)} - \frac{i \cos \alpha}{\cos(\alpha + \delta)}$$

błąd odczytu

$$\Delta I = I' - I = l \left[\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta + \delta)} - 1 \right] + i \left[\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta + \delta)} - \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \delta)} \right]$$

po przekształceniu drugiego wyrażenia w kłammerze:

$$\Delta I = l \left[\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta + \delta)} - 1 \right] + \frac{i \sin \delta \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta + \delta) \cos(\alpha + \delta)}$$

błąd odległości zredukowanej otrzymujemy ze wzoru (2)

$$\begin{aligned} \Delta D &= \frac{\Delta I \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha}{\sin \beta} = \\ &= D \left[\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta + \delta)} - 1 \right] + \frac{i \sin \delta \cos(\alpha + \beta) \cos \alpha}{\cos(\alpha + \beta + \delta) \cos(\alpha + \delta)} \end{aligned} \quad (4)$$

Błąd ten nie jest ściśle proporcjonalny do mierzonej odległości. Przyjmując wysokość osi celowej $i = 1$ m w poniższych dwóch tabelach zestawione są wielkości liczbowe błędu ΔD w centymetrach w zależności od kąta pochylenia łaty, dla odległości zredukowanej $D = 100$ m i dla różnych kątów nachylenia α , przy czym tabela pierwsza odpowiada stałej mnożnej dalmierza 100, a druga stałej mnożnej 50.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{100}$$

$\alpha =$ $\delta =$	0°	5°	15°	30°	45°
$3'$	0,2	1	2	5	9
$10'$	0,6	3	8	18	30
$30'$	2	10	26	53	91
1°	5	20	52	107	185

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{50}$$

$\alpha =$ $\delta =$	0°	5°	15°	30°	45°
3'	0,3	1	3	5	9
10'	1	3	9	18	31
30'	3	11	27	54	93
1°	7	22	54	110	188

Jak widać z tych tabel, błędy w odległości zredukowanej spowodowane pochyleniem łąty w płaszczyźnie kąta paralaktycznego są nieoczekiwanie duże, znacznie większe aniżeli błędy spowodowane pochyleniem łąty w jej płaszczyźnie. Te ostatnie, jak widać z zestawienia przedstawionego poprzednio, zawierają się w granicach przypadkowych błędów pomiaru, praktycznie więc mogą być pominięte. Nadto należy pamiętać, że pochylenia łąty są zawsze mniej prawdopodobne w jej płaszczyźnie jak w płaszczyźnie kąta paralaktycznego. Wynika to z konstrukcji łąty — większa stateczność i mniejsza powierzchnia przekroju wystawionego na działanie wiatru w kierunku równoległym do płaszczyzny łąty.

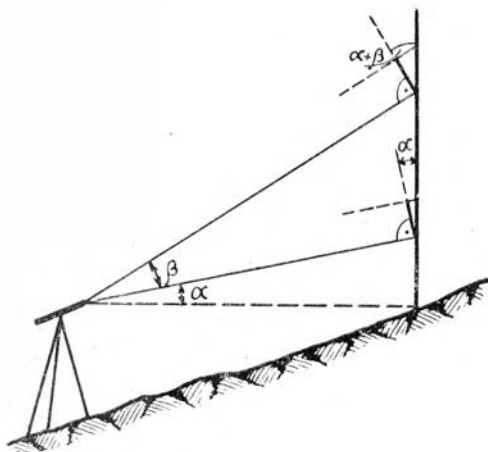
Błędy spowodowane pochyleniem łąty w płaszczyźnie kąta paralaktycznego rosną bardzo szybko ze wzrostem nachylenia osi celowej, tzn. w terenach górzystych. Już przy pochyleniu wynoszącym 3' (co odpowiada 3,5 mm liniowego przesunięcia wierzchołka 4 m łąty) i nachyleniu terenu 30° błąd osiąga wartość 5 cm, co odpowiada błędowi przypadkowemu pomiaru odległości stumetrowej nawet przy mniej precyzyjnym systemie dwuobrazowym. W terenie płaskim błędy są najmniejsze. Zauważyć poza tym trzeba, że rząd wielkości omawianych błędów jest ten sam przy stałej dalmierza 100 jak i 50, wielkość stałej dalmierza praktycznie nie ma więc tu znaczenia.

Z praktyki wiadomo, że nie jest łatwo figurantowi utrzymać łątę pionową (zaopatrzoną oczywiście w poziomnicę) we właściwym położeniu, zwłaszcza przy złej pogodzie, a co za tym idzie występujące stąd znaczne błędy o charakterze przypadkowym (gdy łąta waha się w obie strony) lub o charakterze systematycznym (gdy łąta utrzymuje się w niewłaściwym położeniu) są poważną wadą tego rodzaju dalmierzy dwuobrazowych.

c. Skróty perspektywiczne systemów odczytowych

W dalmierzach dwuosobowych z łątą poziomą odległość między promieniami równoległymi, obejmującymi jedną podziałkę łąty, jest stała — niezależna od nachylenia terenu. Przy łącie ustawionej pionowo ta

odległość nie jest stała i rzutuje się perspektywicznie na prostopadłą do promienia wodzącego w stosunku cosinusa kąta, jaki tworzy z poziomem odpowiadający tej podziałce promień wodzący (rys. 5).



Rys. 5

Ponieważ odległość między przyrządem i łatą jest zawsze bardzo duża w porównaniu do jednostki podziałki na łacie, promienie równoległe, biegnące od końców podziałki, można utożsamić z promieniami zbiegającymi się w punkcie analitycznym. Stąd fakt tego rzutowania nazywać będę skrótem perspektywicznym (pierwszego rzędu). Jeśli jako system odczytowy użyty jest mikrometr optyczny (płytką płaskorównoległą z bębniem odczytowym), to odczyty na tym mikrometrze przy różnych nachyleniach terenu będą niewłaściwe. Aby otrzymać

odczyt odpowiadający właściwemu przesunięciu liniowemu wskaźnika odczytowego względem podziałki należy odczyt otrzymany z bębniaka mikrometru podzielić przez cosinus kąta, jaki tworzy promień wodzący z poziomem. Wprowadza to konieczność dodatkowej redukcji końcówki każdej zmierzonej odległości.

Mogą tu zajść dwa wypadki: albo wskaźnik odczytowy leży przy górnej granicy kąta paralaktycznego, a podziałki szacowane przy dolnej, wówczas redukcja końcówki wynosi

$$\bar{p} = \frac{p}{\cos \alpha} \quad (5)$$

gdzie $\bar{p}$ — odczyt otrzymany na bębniaku mikrometru

p — odczyt zredukowany

albo odwrotnie: wskaźnik odczytowy leży przy dolnej granicy kąta paralaktycznego, a podziałki przy górnej, wówczas

$$\bar{p} = \frac{p}{\cos (\alpha + \beta)}$$

jest to redukcja praktycznie niewygodna.

Wpływ niewielkiego stosunkowo wyrazu β na odczyt zredukowany możemy przedstawić w postaci różniczkowej

$$d\bar{p} = \frac{p \operatorname{tg} \alpha}{\cos \alpha} \cdot \beta$$

Zakładając stałą mnożną 100, $\beta \approx \frac{1}{100}$, maksymalny odczyt na bębnie-
ku $p = 1$ m, otrzymuje się

$$\text{dla } \alpha = 30^\circ$$

$$d\bar{p} = 1 \text{ cm}$$

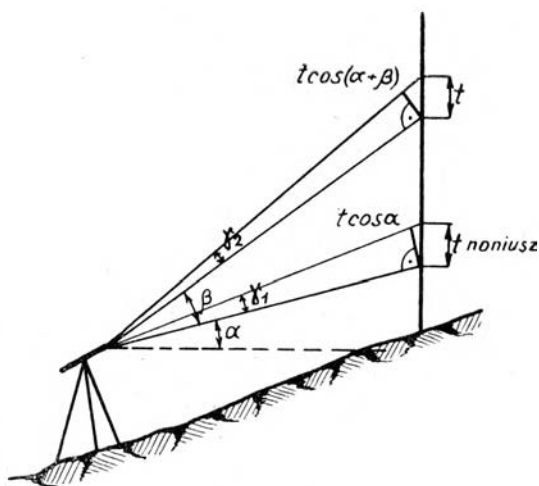
$$\text{dla } \alpha = 45^\circ$$

$$d\bar{p} = 1,4 \text{ cm}$$

Ponieważ wpływ ten nieznacznie przekracza przypadkowy błąd odczytu, można go pominąć i we wszystkich wypadkach stosować wzór pierwszy.

Automatyczne rozwiązanie redukcji końcówki zostało zastosowane w tzw. mikrometrze Barot. Płytkę szklaną płasko-równoległą obraca się automatycznie dokoła osi optycznej lunety o kąt równy nachyleniu osi celowej.

Rozwiązanie to jest praktyczne przy dalmierzu Reichenbacha (gdzie jest stosowane), natomiast w połączeniu z dalmierzem dwuobrazowym przedstawia dużą niedogodność: płytka szklana mikrometru Barot musi obracać się w dużych granicach, w dalmierzu dwuobrazowym



Rys. 6

jest to konstrukcyjnie osiągalne tylko przy wprowadzeniu pryzmatu równoległościennego, przesuwającego połowę źrenicy wejściowej w bok, co z kolei stwarza konstrukcję ciężką — nienasadkową.

Jako systemy odczytowe w dalmierzach dwuobrazowych stosuje się również noniusze. Przy różnych nachyleniach terenu długość noniusza ulega skrótoowi perspektywicznemu, lecz w takim samym stopniu jak sąsiadujący odcinek głównego podziału, dzięki czemu nie zachodzi tu skrót perspektywny pierwszego rzędu, występuje natomiast zjawisko wtórne. Odcinek podziału głównego sąsiadujący z noniuszem w polu widzenia lunety pochodzi z rejonu górnej krawędzi kąta paralaktycznego, gdzie skrót perspektywny jest w każdym razie nieco inny na skutek skończonej wartości kąta paralaktycznego (rys. 6). Kąty γ_1 i γ_2 są nierówne i to tym bardziej, im większe jest nachylenie terenu i większy kąt paralaktyczny.

Gdy noniusz jest „za długi”, może się zdarzyć wypadek, że żadna kreska w jego obrębie nie zlewa się. Jeśli jednak będzie on posiadał kilka kreszek dodatkowych (za ostatnią), to niewątpliwie któraś z nich będzie zlewającą się. Odczyt zredukowany będzie właściwy, jeśli wykonamy odczyt surowy i wprowadzimy poprawkę względem tej właśnie zlewającej się kreski (poprawka większa od r). Wprost przeciwnie — gdy noniusz jest „za krótki”, może się zdarzyć, że dwie kreski w obrębie noniusza są zlewające się. Redukcję można wykonać względem którejkolwiek z nich, aby otrzymać odczyt zredukowany praktycznie ten sam (kontrola pomiaru).

Z tych względów wielkość r nie stanowi maksymalnej poprawki, jaka może się zdarzyć. Maksymalną poprawkę otrzymujemy natomiast biorąc pod uwagę ostatnią zlewającą się kreskę noniusza (we właściwym jego obrębie lub poza obrębem), gdy zlewa się pierwsza (zerowa) jego kreska. Poprawka (R) odpowiadająca tej ostatniej zlewającej się kresce, której numer oznaczmy przez $\bar{N}$, stanowi ściśle biorąc możliwą maksymalną poprawkę przy określonym skrócie noniusza.

Wielkość $\bar{N}$ otrzymamy biorąc pod uwagę niejednakowe skróty perspektywiczne drugiego rzędu działek noniusza i podziału głównego oraz fakt, że ilość podziałek noniusza w obrębie N będzie zawsze o jeden większa od odpowiadającej ilości działek podziału głównego z następującego związku.

$$\frac{N-1}{N} \cdot \bar{N} \cdot \cos \alpha = (\bar{N} - 1) \cos (\alpha + \beta) \quad (8)$$

$$\bar{N} = \frac{N \cos (\alpha + \beta)}{N \cos (\alpha + \beta) - (N - 1) \cos \alpha} \quad (9)$$

Uwzględniając, że nominalna dokładność odczytu noniusza wynosi w odległości terenowej w metrach

$$\frac{0.01 \operatorname{ctg} \beta}{N},$$

otrzymamy na maksymalną poprawkę:

$$R = - \frac{(\bar{N} - N) 0.01 \operatorname{ctg} \beta}{N}$$

lub po przeróbce ostatecznie:

$$R = 0.01 \operatorname{ctg} \beta (N - 1) \frac{\cos (\alpha + \beta) - \cos \alpha}{N \cos (\alpha + \beta) - (N - 1) \cos \alpha} \quad (10)$$

Wzór ten jest najzupełniej ogólny, tzn. że odnosi się do wszelkich wypadków zarówno noniuszy „za krótkich” jak i „za długich”. Można jednak zakwestionować jego praktyczną przydatność, ponieważ w wypadku zlewania się kreski N lub nawet w pobliżu tego zlewania się, zlewa się lub prawie zlewa się równocześnie pierwsza kreska noniusza, według której można wykonać odczyt *bezpośredni*. Następuje tutaj jak gdyby nagły przeskok od błędu maksymalnego do zerowego, dzięki czemu można poddać w wątpliwość istotne występowanie błędu (poprawki) określonego wzorem wyżej podanym.

Toteż wydaje się bardziej słuszne uważać za poprawkę (błąd) maksymalną poprawkę występującą wówczas, gdy zerowa kreska noniusza znajduje się na przedostatnim „schodku” w stosunku do podziału głównego lub inaczej mówiąc, gdy musiałaby się zlewać $N - 1$ kreska noniusza, gdyby nie istniały skróty perspektywiczne. Np. przy stałej 100 i noniuszu 19/20 (dokładność 5 cm), gdy odczyt „poprawiony” wynosi 0,95 m. W obrębie między tym położeniem kreski zerowej i następną kreską podziału głównego zachodzi właśnie omawiany nagły przeskok.

Zgodnie z tą definicją we wzorze (7) przyjmujemy:

$$\bar{p} = \frac{0.01 \operatorname{ctg} \beta (N - 1)}{N}$$

skądinaż można napisać:

$$p = \frac{n \cdot 0.01 \operatorname{ctg} \beta}{N}$$

stąd po podstawieniu do wymienionego wzoru otrzymamy numer kreski maksymalnej poprawki (inaczej zdefiniowanej)

$$\bar{n} = \frac{0.01 \operatorname{ctg} \beta (N - 1)}{0.01 \operatorname{ctg} \beta + r}$$

i wielkość tej poprawki:

$$\bar{R} = \frac{r \cdot \bar{n}}{N} = \frac{0.01 \operatorname{ctg} \beta (N - 1) r}{N \cdot [0.01 \operatorname{ctg} \beta + r]} \quad (11)$$

Operując tym wzorem oraz wzorem określającym wartość r obliczyłem i zestawilem w poniższej tabeli wartości maksymalnych poprawek, jakich można się praktycznie spodziewać przy najczęściej spotykanych stałych mnożnych: 50 i 100, najczęściej stosowanych noniuszach 9/10 i 19/20 oraz różnych kątach spadku i wzniesienia. Poprawki te rozumieją się w odległości terenowej i podane są w centymetrach (po zaokrągleniu).

Dla odległości niezredukowanych

α	$t = 9 \text{ cm } N = 10$		$t = 19 \text{ cm } N = 20$	
	$\text{ctg } \beta = 50$	$\text{ctg } \beta = 100$	$\text{ctg } \beta = 50$	$\text{ctg } \beta = 100$
-60°	+ 10	+ 12	+ 18	+ 23
-45°		+ 7	+ 13	+ 15
-30°		+ 4		+ 9
-20°		+ 3		+ 6
-10°		+ 2		+ 3
0°		0		0
+ 10°		- 2		- 3
+ 20°		- 3	- 8	- 7
+ 30°		- 5	- 13	- 12
+ 45°	- 10	- 9	- 29	- 22
+ 60°	- 21	- 17	- 101	- 49

Jak widać z tej tabeli poprawki zależą wybitnie od długości noniusza oraz kąta α , przy tym przy wzniesieniu są co do wartości bezwzględnej większe jak przy spadku. Stosunkowo nieduży wpływ ma stała mnożna, zwłaszcza przy krótszym noniuszu.

Jeżeli poprawki wynikające ze skrótu perspektywicznego noniusza zechcemy wprowadzić do odległości już zredukowanej do poziomu, to należy wartości maksymalnych poprawek podane wyżej zmniejszyć w stosunku $\cos^2 \alpha$. Otrzymamy wówczas w centymetrach:

dla odległości zredukowanych

α	$t = 9 \text{ cm } N = 10$		$t = 19 \text{ cm } N = 20$	
	$\text{ctg } \beta = 50$	$\text{ctg } \beta = 100$	$\text{ctg } \beta = 50$	$\text{ctg } \beta = 100$
-60°		+ 3	+ 4	+ 6
-45°		+ 4	+ 6	+ 7
-30°		+ 3		+ 7
-20°		+ 3		+ 5
-10°		+ 2		+ 3
0°		0		0
+ 10°		- 2		- 3
+ 20°		- 3	- 7	- 6
+ 30°		- 4	- 10	- 9
+ 45°		- 5	- 15	- 11
+ 60°	- 5	- 4	- 25	- 12

Jak widać w tym wypadku poprawki są znacznie mniejsze.

Należy zwrócić uwagę, że podane w obu tabelach wartości poprawek maksymalnych występują tylko w pewnych nielicznych wypadkach. Jeśli postawimy pytanie „kiedy”, to nie da się na to pytanie ściśle odpowiedzieć, dla konkretnego bowiem wypadku (określona długość boku i kąt pochylenia) można ściśle występującą poprawkę obliczyć, nie sposób jednak ustalić ogólnego wzoru analitycznego, wyrażającego zależność między długością boku, kątem pochylenia terenu i poprawką noniusza, albowiem o wielkości poprawki decyduje liczbowo wielkość końcówki mierzonej odległości (część metra), nie dająca się wprowadzić do wzorów analitycznych.

Z drugiej strony można uważać, że przy pomiarze wielu boków w terenie kombinacje wymienionych dwóch elementów — odległości i kąta pochylenia — są zjawiskami przypadkowymi, wobec czego i występujące błędy skrótów noniusza są również zjawiskami przypadkowymi. Na tej zasadzie byłoby słuszne traktowanie zagadnienia na płaszczyźnie teorii prawdopodobieństwa (ujęcie statystyczne). Jeśli ilość kresek właściwego noniusza oznaczmy jak poprzednio przez N , to możemy powiedzieć, że kreska zerowa (indeks odczytowy) noniusza może leżeć w N określonych miejscach (schodkach) podziałki podziału głównego. Schodki te otrzymamy dzieląc jedną podziałkę podziału głównego na N równych części. Wydaje się w dalszym ciągu najzupełniej logiczne założenie, że prawdopodobieństwa znalezienia się kreski zerowej w każdym ze schodków są jednakowe, a więc wynoszą $\frac{1}{N}$, tyle też wynosi prawdopodobieństwo wystąpienia maksymalnego błędu (poprawki) jak i błędu zerowego (dla noniusza 19/20 wynosi to 0.05). Prawdopodobieństwo, że błąd nie przekroczy połowy błędu maksymalnego wynosi dokładnie 1/2.

Tej logicznej analizie poświęcam tutaj miejsce nie tylko po to, aby dać wyobrażenie o wielkości i częstości występowania błędów skrótów noniusza, ale również dlatego, że analiza ta w rozszerzonym ujęciu doprowadzi do interesujących i ważnych wniosków przy rozważaniu skrótów noniuszy w koncepcji autoredukcyjnego dalmierza z łąką pionową.

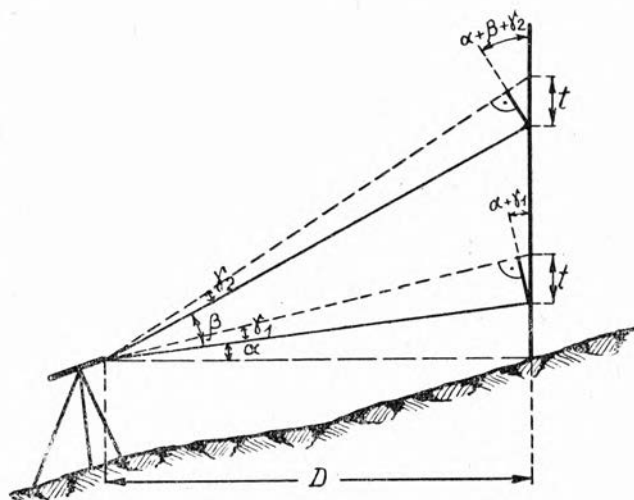
Wyprowadzona powyżej szczegółowa teoria dotyczy noniusza prostego. Gdy noniusz prosty jest „za długi”, zlewa się któraś z następnych kresek zamiast właściwej, odczyt wykonany jest za duży, gdy zaś „za długi” jest noniusz wsteczny, zlewa się któraś z poprzednich kresek zamiast właściwej, a zatem wykonany odczyt jest za mały, przy tym bezwzględna wartość błędu w obu wypadkach jest ta sama. Ten fakt nasuwa możliwość automatycznego wyeliminowania wpływu skrótów noniusza. Jeśli mianowicie zastosuje się noniusz prosty i wsteczny jednocześnie, to średnia arytmetyczna obu odczytów w każdym wypadku wolna jest od błędu skrótu perspektywicznego. Na rys. 8 przedstawiona jest schematycznie łąka z parą takich noniuszy (prosty 19 cm/20, wsteczny

21 cm/20). System dwóch noniuszów nie jest w praktyce wygodny, wymaga bowiem dwustronnego podziału głównego, a tym samym zastosowania bardzo szerokiej łąty.

Przy rozważaniu skrótów drugiego rzędu zakładałem, że promienie krańcowe noniuszy są do siebie równoległe. Na tej podstawie zostały wyprowadzone wzory redukcyjne i obliczone poprawki. Założenie przyjęte nie jest matematycznie ścisłe, powstaje pytanie czy do podanych w tabeli poprawek nie należałoby wprowadzić zmian spowodowanych nieścisłością przyjętego założenia. Te ewentualne zmiany, prawdopodobnie bardzo małe, nazwiemy skrótem perspektywicznym trzeciego rzędu.



Rys. 8



Rys. 9

Na skutek tego, że promienie biegnące od poszczególnych kresek zbiegają się w punkcie głównym obiektywu, odstęp między kreskami nie będą ścisłe jednako- we w różnych miejscach noniusza. Aby zdać sobie sprawę z wielkości tego wpływu wystarczy obliczyć błąd kreski końcowej. W celu otrzymania ścisłych pozornych dłu- gości noniusza należy do rachunku wprowadzić kąty γ_1 i γ_2 (rys. 9), które są zależne od odległości terenowej D .

Ścisła poprawka do mierzonej odległości terenowej, jaką należy wprowadzić na ostatniej kresce noniusza ($\bar{r}$), wynosi:

$$\bar{r} = \frac{t [\cos(\alpha + \beta + \gamma_2) - \cos(\alpha + \gamma_1)] \operatorname{ctg} \beta}{\cos(\alpha + \beta)}$$

Kąty γ_1 i γ_2 można wyznaczyć z formuł:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_1 &= \frac{t \cdot \cos \alpha}{\frac{D}{\cos \alpha}} = \frac{t \cos^2 \alpha}{D} \\ \operatorname{tg} \gamma_2 &= \frac{t \cos^2 (\alpha + \beta)}{D} \end{aligned}$$

Zmiana poprawek obliczonych według wzoru (6) (z), czyli skrót perspektywiczny trzeciego rzędu, wynosi:

$$\begin{aligned} z = \bar{r} - r &= \frac{-2 t \operatorname{ctg} \beta}{\cos (\alpha + \beta)} \left[\sin \frac{\beta + \gamma_1 + \gamma_2}{2} \cdot \right. \\ &\left. \sin \left(\alpha + \frac{\beta + \gamma_1 + \gamma_2}{2} \right) - \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \right] \quad (12) \end{aligned}$$

Oczywiste, że z będzie rosło w miarę zwiększania kąta pochylenia terenu, zwiększania długości noniusza i zmniejszania odległości terenowej.

Dla wypadku bardzo niekorzystnego (krańcowego): $D = 20 \text{ m}$ $\alpha = +60^\circ$ $t = 19 \text{ cm}$, stała mnożna 100

otrzymuje się $z = 0.3 \text{ cm}$

Na odległość zredukowaną do poziomu wpływ ten jest czterokrotnie mniejszy.

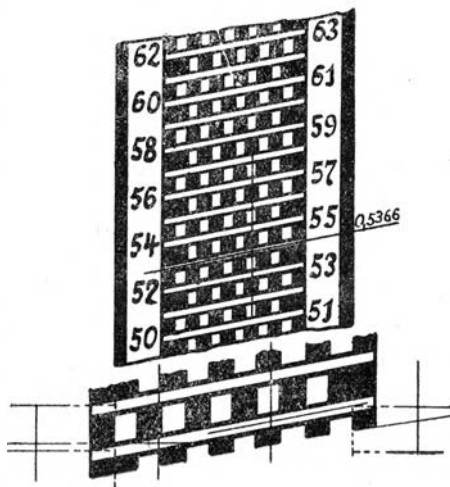
Wielkości te w żadnym wypadku nie mają znaczenia praktycznego, wobec czego skrótów perspektywicznych trzeciego rzędu można praktycznie zupełnie nie brać pod uwagę.

Na zasadzie odmiennej od noniusza oparty jest system odczytywania łąty pomysłu Alberta Nestlera (1912), udoskonalony i zbadany praktycznie przez Dieperinka (1924). Zastosowana jest tu zasada podziałki transwersalnej. Kreski na łącie są nachylone do poziomu w określonym stosunku (1:5), przy czym naniesiona jest dodatkowa podziałka pozioma, która pozwala odczytać w skali pięciokrotnie większej ułamek

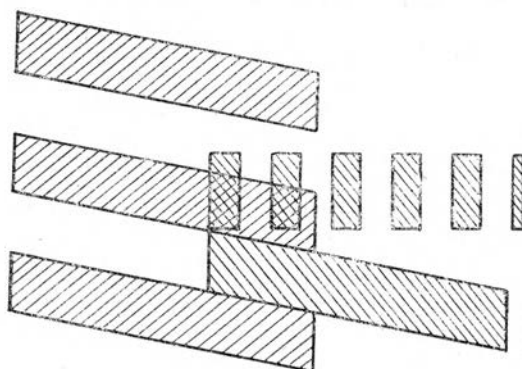
bieżącej podziałki pionowej (centymetra). W systemie nitkowym może być użyty krzyż nitkowy zwykły lub z nitką nachyloną w stosunku 1:5, którą zgrywa się z najbliższą kreską łąty (rys. 10).

W systemie dwuobrazowym rolę nitki nachylonej spełnia kreska wskaźnikowa łąty (zerowa), która jest nachylona tak jak wszystkie pozostałe. Ponad tą kreską umieszczona jest podziałka pozioma, według której odczytuje się dziesiąte i szacuje setne części bieżącej podziałki pionowej (centymetra).

Doprowadzenie kreski wskaźnikowej do zgrania z najbliższą bieżącą kreską dokonuje się za pomocą optycznego systemu odchylającego (np. para soczewek), który pozwala na przesunięcie jednego obrazu względem drugiego w kierunku poziomym (rys. 10a — odczyt części centymetra 0.35). W systemie Nestlera może być mowa o skrócie perspektywicznym (drugiego rzędu) w granicach szerokości kreski, tzn. 1 cm, co daje w efekcie błąd maksymalny w odległości zredukowanej zaledwie około ± 0.25 cm przy kącie nachylenia $\pm 45^\circ$, zgodnie z poprzednią tabelą. Skróty perspektywiczne nie mają więc w tym wypadku żadnego znaczenia, co stanowi zaletę tego systemu, z drugiej strony jednak jego wadą jest skomplikowanie konstrukcji lunety i łąty.



Rys. 10



Rys. 10a

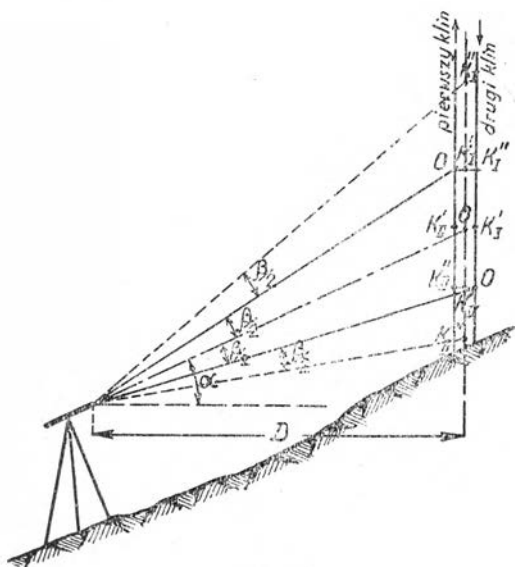
d. Wzory redukcyjne

W dalmierzach dwuobrazowych z łątą pionową wzory, które dają odległość zredukowaną do poziomu, zależą od systemu dalmierza.

System 1 — Kąt paralaktyczny umieszczony symetrycznie, oś celowa ustawiona symetrycznie.

Analogicznie do dalmierza nitkowego Reichenbacha kąt paralaktyczny umieszczony jest symetrycznie względem osi celowej (dwa kliny, z których każdy pokrywa inną połowę obiektywu, odchylające jednakowo,

lecz w strony przeciwne). Ponadto oś celowa, czyli środkowa nitka pozioma w lunecie, ustawiona jest w polu widzenia symetrycznie między dwoma obrazami wskaźnika zerowego, co oznacza, że w rzeczywistości (gdyby kliny były zdjęte) skierowana jest na wskaźnik zerowy.



Rys. 11

Odczyty na łacie można wykonać w dwóch miejscach względem obu obrazów wskaźnika zerowego. Aby otrzymać związek między tymi odczytami (l_I i l_{II}) weźmy pod uwagę rys. 11. Oś celowa nachylona pod kątem α ustawiona jest na wskaźnik zerowy. Rzeczywiste miejsce łąty oznaczone jest linią przerywaną. Załóżmy, że wprowadzamy pierwszy klin, który powoduje odchylenie obrazu o kąt $\beta/2$ powiedzmy do góry. Względem wskaźnika zerowego, odchylonego do góry, odczyt na obrazie nie odchylonym wyniesie OK'_I

przy czym zachodzi związek:

$$OK'_I = D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - D \operatorname{tg} \alpha$$

Z kolei wyobraźmy sobie, że wprowadzamy drugi klin, który nie odchylony dotychczas obraz łąty odchylił o kąt $\beta/2$ na dół. Punkt K'_I przesunie się w polu widzenia na dół, natomiast jego miejsce zajmie pewien punkt K''_I , który na obrazie nie odchylonym leżał powyżej punktu K'_I na wysokości kąta $\beta/2$. Odcinek $K'_I K''_I$ wyznaczmy ze związku:

$$K'_I K''_I = D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) \quad (13)$$

Odczyt na drugim obrazie odchylonym, względem wskaźnika zerowego pierwszego obrazu odchylonego, wyniesie:

$$OK'_I + K'_I K''_I = l_I = D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \alpha$$

Analogicznie rozumując wyznaczmy odczyt na pierwszym obrazie odchylonym względem wskaźnika zerowego drugiego obrazu jako sumę:

$$I_{II} = OK'_{II} + K'_{II}K''_{II}$$

przy czym

$$OK'_{II} = D \operatorname{tg} \alpha - D \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)$$

$$K'_{II} K''_{II} = D \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right) - D \operatorname{tg} (\alpha - \beta)$$

zatem:

$$I_{II} = D \operatorname{tg} \alpha - D \operatorname{tg} (\alpha - \beta) \quad (14)$$

Odczyty I_I i I_{II} nie są identyczne. Logicznie byłoby przyjąć za podstawę do określenia odległości zredukowanej średnią arytmetyczną tych odczytów

$$\frac{I_I + I_{II}}{2} = I = \frac{D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} (\alpha - \beta)}{2}$$

stąd:

$$D = \frac{2 I}{\operatorname{tg} (\alpha + \beta) - \operatorname{tg} (\alpha - \beta)}$$

po przeróbce:

$$D = I \cos^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta - \frac{I \sin^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \beta}$$

Oznaczając $\operatorname{ctg} \beta$ jako stałą mnożną przez k możemy napisać:

$$D = k I \cos^2 \alpha - \frac{I \sin^2 \alpha}{k} \quad (15)$$

Otrzymany wzór redukcyjny różni się od znanego wzoru tachymetrycznego drugim członem. Aby zdać sobie sprawę jaki jest wpływ tego dodatkowego wyrazu obliczmy jaki powstanie błąd względny w stosunku do odległości zredukowanej gdyby istnienie tego wyrazu pominąć:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{- I \frac{\sin^2 \alpha}{k}}{k I \cos^2 \alpha - \frac{I \sin^2 \alpha}{k}} \approx \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{k^2}$$

Poniższa tabelka podaje liczbowe wartości tego wyrażenia dla $k = 50$ i 100 oraz dla dużych kątów pochylenia:

	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
$k = 50$	$\frac{1}{7.500}$	$\frac{1}{2.500}$	$\frac{1}{830}$
$k = 100$	$\frac{1}{30.000}$	$\frac{1}{10.000}$	$\frac{1}{3.330}$

Jak widać, dopiero przy bardzo dużych kątach pochylenia może zachodzić potrzeba uwzględnienia drugiego wyrazu. W większości wypadków wystarcza wyraz pierwszy.

Z kolei można sobie postawić pytanie czy istotnie zachodzi konieczność wykonania odczytu na obu wskaźnikach i wprowadzenia średniej arytmetycznej do podanego wyżej wzoru redukcyjnego. Czy różnica między poszczególnymi odczytami l_I i l_{II} a średnią nie jest tak mała, że wystarczyłoby wziąć pod uwagę którykolwiek z tych odczytów do otrzymania dostatecznie dokładnej odległości zredukowanej według wzoru tachymetrycznego?

Aby się o tym przekonać weźmy różnicę:

$$\Delta l = l - l_I = D \left[\operatorname{tg} \alpha - \frac{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}{2} - \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{2} \right]$$

po przeróbce:

$$\Delta l = \frac{-D \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \beta}{\cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta)}$$

Ta różnica odczytów na łacie da błąd w odległości zredukowanej:

$$\Delta D = \frac{-D \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg}^2 \beta}{\cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta)} \cdot \left[\cos^2 \alpha \operatorname{ctg} \beta - \frac{\sin^2 \alpha}{\operatorname{ctg} \beta} \right] = -D \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$

stąd błąd względny:

$$\frac{\Delta D}{D} = -\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$$

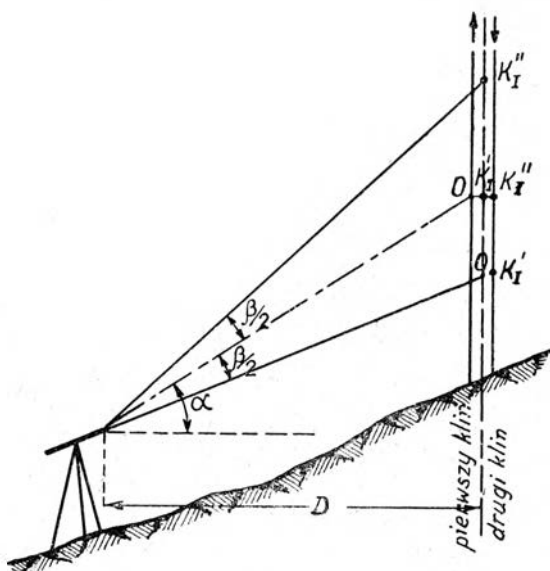
który jest nie do przyjęcia, gdyż liczbowo już dla $\alpha = 3^\circ$ wynosi $\frac{1}{2.000}$ przy stałej mnożnej 100.

Wynika z tego, że chcąc korzystać z prostego tachymetrycznego wzoru redukcyjnego przy symetrycznym ustawieniu osi celowej należy bezwzględnie wykonywać odczyty na obu wskaźnikach i dopiero średnią z nich wprowadzać do wzoru.

System 2 — Kąt paralaktyczny umieszczony symetrycznie, oś celowa ustawiona niesymetrycznie.

W odróżnieniu od poprzedniego wypadku oś celowa nastawiona jest na jeden z odchylonych obrazów wskaźnika zerowego, np. górny, co odpowiada nastawieniu osi w rzeczywistości na punkt leżący na wysokości kątowej $\beta/2$ ponad wskaźnikiem zerowym (gdyby klinów nie było).

Bierzemy pod uwagę odczyt względem wskaźnika, na który nastawiona jest oś celowa (górny na rys. 12). Jeśli umieszczony jest tylko klin odchylający w górę, to na obrazie nie odchylonym otrzymamy:



Rys. 12

$$OK'_1 = D \operatorname{tg} \alpha - D \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)$$

Jeśli z kolei umieścimy klin odchylający w dół, to obok wskaźnika znajdzie się punkt K''_1 , przy czym

$$K'_1 K''_1 = D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - D \operatorname{tg} \alpha$$

odczyt otrzymany wynosi:

$$l = OK'_1 + K'_1 K''_1 = D \left[\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right) \right]$$

$$D = \frac{l}{\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)}$$

po przeróbce:

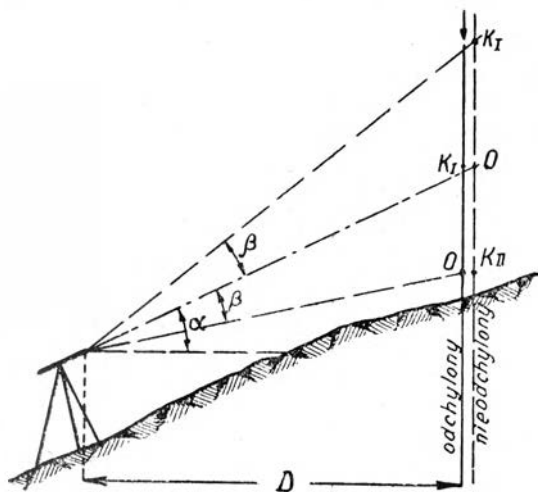
$$D = l \cos^2 \alpha \cdot \frac{\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}}{2} - \frac{l \sin^2 \alpha}{2 \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}}$$

przyjmując za stałą mnożną

$$k = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}}{2}$$

$$D = k l \cos^2 \alpha - \frac{l \sin^2 \alpha}{4 k} \quad (16)$$

Należy zwrócić uwagę, że definicja stałej mnożnej przy tej samej wartości odchylenia klinów jest w tym wypadku inna jak w wypadku symetrycznego ustawienia osi celowej.



Rys. 13

System 3 — Kąt paralaktyczny umieszczony niesymetrycznie. Oś celowa ustawiona niesymetrycznie.

Mamy obraz odchylony i nie odchylony (jeden klin pokrywający połowę powierzchni obiektywu). Oś celową nastawia się na nie odchylony wskaźnik O.

Odczyt na wskaźniku nie odchylonym wynosi (rys. 13)

$$l_I = OK_I = D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \alpha$$

natomiast na wskaźniku odchylonym

$$l_{II} = OK_{II} = D \operatorname{tg} \alpha - D \operatorname{tg} (\alpha - \beta)$$

średnia arytmetyczna tych dwóch odczytów

$$l = \frac{l_I + l_{II}}{2} = \frac{D [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) - \operatorname{tg} (\alpha - \beta)]}{2}$$

wzór redukcyjny otrzymuje się identyczny jak w systemie pierwszym:

$$D = k l \cos^2 \alpha - \frac{l \sin^2 \alpha}{k} \quad (17)$$

gdzie:

$$k = \operatorname{ctg} \beta$$

Gdybyśmy oś celową ustawili na dolny wskaźnik i wykonali względem niego odczyt, wzór redukcyjny będzie miał postać tę samą, jednak kąt α będzie miał inną wartość liczbową.

Ze względu na znikomy praktycznie wpływ drugiego wyrazu nawet przy dużych nachyleniach możemy wzór redukcyjny napisać w tym wypadku dla każdego kąta nachylenia w postaci

$$D = k l \cos^2 \alpha$$

Gdy wykonuje się tylko jeden odczyt (na wskaźniku nie odchylonym)

$$l = D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \alpha$$

$$D = \frac{l}{\operatorname{tg} (\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha}$$

po przeróbce i oznaczeniu $k = \operatorname{ctg} \beta$

$$D = k l \cos^2 \alpha - l \sin \alpha \cos \alpha \quad (18)$$

drugi wyraz już przy $\alpha = 3^\circ$ i $k = 50$ daje błąd względny $\frac{1}{1.030}$, musi więc być uwzględniony.

We wzorze tym D jest proporcjonalne do l , wobec czego można ułożyć tablice mnożników redukcyjnych (niejednakowe dla wzniesienia i spadku) lub tablice mnożników poprawek na redukcję do poziomu (ΔD).

Oznaczając odległość nie zredukowaną

$$D_0 = k l$$

$$\Delta D = D - D_0 = -k l \sin^2 \alpha - l \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\text{przy } \alpha > 0 \quad \Delta D < 0$$

$$\text{przy } \alpha < 0 \quad \Delta D > 0$$

dla

$$\Delta D = 0$$

mamy

$$k \sin^2 \alpha = -\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{k} = -\operatorname{tg} \beta$$

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = -\beta$$

przy stałej $k = 100$ $\alpha_2 = -34' 22''.4$

Przez zróżniczkowanie można znaleźć wartość maksymalną dodatniej poprawki w obszarze od 0 do $-\beta_1$

$$-2 k l \sin \alpha_m \cos \alpha_m - l \cos 2 \alpha_m = 0$$

$$\operatorname{tg} 2 \alpha_m = -\frac{1}{k} = -\operatorname{tg} \beta$$

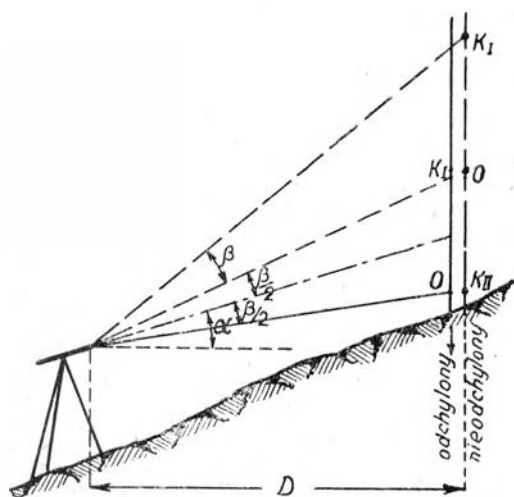
$$\alpha_m = -\frac{\beta}{2}$$

przy stałej $k = 100$

$$\alpha_m = -17' 11''.2$$

Wartość liczbowa maksymalnej poprawki w tym obszarze przy stałej $k = 100$ i $D = 100$ m wynosi $+0.3$ cm, natomiast przy stałej $k = 50$ $+1$ cm.

System 4 — Kąt paralaktyczny umieszczony niesymetrycznie. Oś celowa ustawiona symetrycznie.



Rys. 14

Jak poprzednio mamy w tym wypadku tylko jeden klin, przy czym oś celowa odchylona jest o kąt $\beta/2$ od kierunku do wskaźnika zerowego obrazu nie odchylonego, jak na rys. 14.

Odczyt na wskaźniku nie odchylonym:

$$l_I = OK_I = D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{3}{2} \beta \right) - D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right)$$

odczyt na wskaźniku odchylonym:

$$l_{II} = OK_{II} = D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - D \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)$$

Średnia arytmetyczna odczytów:

$$l = \frac{l_I + l_{II}}{2} = \frac{D \left[\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{3}{2} \beta \right) - \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right) \right]}{2}$$

po przeróbkach wzór redukcyjny:

$$D = \frac{l \cos^2 \alpha}{\sin \beta} - \frac{l \sin \alpha \cos \alpha}{\cos \beta} - \frac{l}{2} \left(\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \right)$$

oznaczając jako stałe

$$\frac{1}{\sin \beta} = k_1, \quad \frac{1}{\cos \beta} = k_2, \quad \frac{-(\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \frac{\beta}{2})}{2} = k_3$$

$$D = k_1 l \cos^2 \alpha - k_2 l \sin \alpha \cos \alpha + k_3 l \quad (19)$$

Jest to wzór najbardziej skomplikowany ze wszystkich i najmniej praktyczny.

Reasumując tę analizę należy zaznaczyć, że wzory redukcyjne w dalmierzach dwuobrazowych przy łącie pionowej są znacznie bardziej złożone niż przy łącie poziomej, gdzie ścisła redukcja wyraża się prostą formułą $D = k l \cos \alpha$. Powoduje to w systemach z łątą pionową nieredukcyjnych: konieczność stosowania bardziej żmudnych obliczeń, zaś w autoredukcyjnych: większe trudności konstrukcyjne.

ROZDZIAŁ 2

DOTYCHCZASOWE ROZWIĄZANIA KONSTRUKCYJNE

Znane są dotychczas w geodezji dwa rozwiązania dalmierzy geodezyjnych dwuobrazowych z łątą pionową.

a. System nieredukcyjny Lodis-Kiplodis

System ten, wykonywany przez firmę Zeiss, cieszący się dość szerokim zastosowaniem jako przyrząd do pomiaru odciętych i rzędnych, realizuje kąt paralaktyczny, umieszczony niesymetrycznie, przy niesymetrycznym ustawieniu osi celowej i odczycie w jednym miejscu (system 3). Przyrząd achromatyczny pokrywa prawą lub lewą pionową połówkę obiektu. Stała mnożna 20, łąta długości 4 m — zakres odległości 80 m.

Z szeregu publikacji na temat dokładności tego przyrządu wynika, że osiąga się średnio błąd ± 1.5 cm na odległości 40 m.

Przy celowych nachylonych (Kiplodis) odczytuje się na wycinku koła pionowego poprawki na redukcję do poziomu dla odległości okrągłej 10 m, przy innych odległościach należy wyznaczać.

Charakterystyczną cechą konstrukcyjną Lodisu jest rozsuniecie obu przyrządów tworzących system achromatyczny, dzięki czemu uzyskuje się przesunięcie punktu analaktycznego dalmierza na oś pionową obrotu i tym samym wyeliminowanie stałej dodawania. Dzięki zastosowaniu niewielkiej stałej mnożnej, niewielkiego zasięgu odległości, szacunkowego systemu odczytywania w granicach jednej podziałki, wynoszącej $1/2$ cm (brak noniuszy), jak również dzięki ustawieniu łąty pionowo według poziomnicy — wpływ błędów przeanalizowanych w poprzednim rozdziale jest stosunkowo mały, co pozwala na osiąganie tym przyrządem podanej wyżej dokładności.

b. System autoredukcyjny Barot-Wild

W okresie lat 1935 — 1937 został wyprodukowany przez firmę Wild w niewielkiej ilości egzemplarzy dalmierz autoredukcyjny z łątą pionową pomysłu inż. Barot, w postaci nasadki na obiektów teodolitu T1. Z teoretycznego punktu widzenia koncepcja ta jest bardzo pomysłowa i interesująca.

Podobnie jak w poprzednim wypadku kąt paralaktyczny i oś celowa umieszczone są tutaj niesymetrycznie; odczyt wykonywany jest w jednym miejscu. We wzorze redukcyjnym, jaki w tym wypadku ma miejsce

$$l = D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \alpha$$

Barot przyjmuje $\frac{l}{D} = \beta_0 = \frac{1}{100}$ i wyprowadza związek między zmienną

wielkością kąta paralaktycznego β a kątem nachylenia osi celowej α . Związek ten w postaci szeregowej jest następujący (dalsze wyrazy nie mają praktycznego wpływu):

$$\beta = \frac{\beta_0}{2} + \frac{\beta_0}{2} \cos 2\alpha - \frac{\beta_0^2}{4} \sin 2\alpha - \frac{\beta_0^2}{8} \sin 4\alpha \quad (20)$$

Jeśli da się uzyskać konstrukcyjnie taką zmienność kąta paralaktycznego, to odczyt przesunięcia na łacie pomnożony przez 100 będzie odległością zredukowaną do poziomu.

Pierwszy wyraz rozwinięcia zrealizowany jest konstrukcyjnie przy pomocy pryzmatu nieruchomego, którego odchylenie w mierze radiowej wynosi $\frac{\beta_0}{2}$, wyraz drugi zrealizowany jest przy pomocy pary pryzmatów obracających się w strony przeciwne o podwójny kąt pochylenia lunety (diasporametr), przy czym odchylenie maksymalne każdego z tych pryzmatów wynosi $\frac{\beta_0}{4}$, a krawędzie łamiące tych pryzmatów w położeniu zerowym są poziome. Wyraz trzeci został zrealizowany za pomocą analogicznej pary pryzmatów, lecz o innych odchyleniach maksymalnych i o krawędziach łamiących, ustawionych pionowo i przeciwnie w położeniu zerowym. Łącząc parami pryzmaty wyrazu drugiego i trzeciego można je zastąpić jedną parą pryzmatów obrotowych. Realizacja wyrazu czwartego wymagałaby osobnej pary obrotowych pryzmatów, gdyż ich szybkość obrotowa musiałaby być dwukrotnie większa od szybkości poprzedniej pary. Aby uniknąć tej komplikacji konstrukcyjnej Barot wprowadza pewną poprawkę do odchylen pryzmatów trzeciego wyrazu zmniejszając przez to szczątkowe błędy systematyczne, które powstają na skutek odrzucenia czwartego wyrazu.

W rezultacie konstrukcja składa się z jednego pryzmatu nieruchomego i jednej pary pryzmatów obrotowych.

Wspomniane szczątkowe błędy systematyczne mają następujące wartości liczbowe dla różnych α , i dla odległości zredukowanej $D=100$ m

α	
5°	: — 1.0 cm
10°	 — 1.7
15°	 — 1.5
20°	 — 0.3
25°	 + 2.5
30°	 + 7.3
35°	 + 14.2
40°	 + 24.2
45°	 + 37.6

Wpływ trzeciego i czwartego wyrazu na średnią arytmetyczną z dwóch pomiarów w obu położeniach lunety znosi się na skutek zmiany znaków. Wobec tego średnia arytmetyczna daje odległość zredukowaną, wolną od błędu systematycznego.

Na łacie stosowano początkowo dwa noniusze (prosty i wsteczny), później system odczytowy Nestlera-Dieperinka.

Dalmierz Barot został po kilku latach przez firmę Wild wycofany z produkcji, gdyż jak wykazały badania (wykonane również przeze mnie w Politechnice Warszawskiej) dawał on błąd względny około 1:1 000, nie mógł więc zastąpić nawet zwykłego pomiaru taśmowego. Przyczyną nieudania się tej konstrukcji był niewątpliwie skomplikowany układ optyczny (dochodziła jeszcze para soczewek przesuwanych, służąca do poziomego przesuwania obrazów przy systemie Dieperinka) oraz fakt, że konstrukcja pomyślana była jako nasadka, dzięki czemu odkryte koła zębate powodowały systematyczne i przypadkowe błędy mechaniczne.

CZEŚĆ II

TEORIA NOWEGO DALMIERZA DWUOBRAZOWEGO AUTOREDUKCYJNEGO

ROZDZIAŁ 3

ZASADA

W miesięczniku Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik (Nr 3 r. 1935), w artykule o autoredukcyjnym dalmierzu Barot-Wild z łąką pionową, pisze E. Berchtold co następuje:

„Wird der parallaktische Winkel symmetrisch zur Fernrohrachse angeordnet, so muss er bei geneigter Zielung proportional dem Cosinusquadrat, der Fernrohrneigung verkleinert werden, damit die Lattenablesung direkt die horizontale Entfernung gibt. Die Erzielung dieser Reduktion des parallaktischen Winkels bietet keine besonderen Schwierigkeiten, doch ist es für die Belastung des Instrumentes erschwerend, dass die Reduktionsvorrichtung die beiden Schenkel des parallaktischen Winkels steuern muss. Dies würde zu einer Konstruktion führen, die kaum als Zusatzgerät zu einem Theodoliten in Betracht käme, sondern den Bau eines Spezialinstrumentes bedingen würde.

Günstiger wird die praktische Ausführung, wenn der parallaktische Winkel nicht symmetrisch zur Fernrohrachse liegt, sondern der eine Schenkel mit der Achse zusammenfällt. Doch genügt es dann nicht, den parallaktischen Winkel proportional zum Cosinusquadrat der Neigung der Fernrohrachse zu reduzieren, wie aus nachstehender Ableitung hervorgeht“.

Autor tego artykułu nie widzi więc możliwości skonstruowania dalmierza z jednym zmiennym systemem pryzmatycznym, realizującym pełną autoredukcję w stosunku $\cos^2 \alpha$. Przedstawiona w wymienionym artykule w dalszym ciągu teoria dalmierza Barot z jednym systemem pryzmatycznym daje właściwie rozwiązanie autoredukcji w sposób przybliżony. Dopiero średnia otrzymana z pomiarów w dwóch położeniach lunety pozwala otrzymać odległość ściśle zredukowaną do poziomu.

Poniżej podam możliwości urzeczywistnienia autoredukcji przy jednym położeniu lunety i jednym zmiennym systemie pryzmatycznym, czyli niesymetrycznym umieszczeniu kąta paralaktycznego.

Gdy kąt paralaktyczny umieszczony jest niesymetrycznie a oś celowa ustawiona niesymetrycznie (rys. 13), to zachodzi następujący znany związek

$$I = \frac{D}{2} [\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg}(\alpha - \beta)]$$

gdzie $I = \frac{l_I + l_{II}}{2}$ jest średnią arytmetyczną odczytów na noniuszach:

odchylonym i nie odchylonym.

Warunkiem autoredukcji jest:

$$\frac{I}{D} = \operatorname{const} = \beta_0 \left(\frac{1}{100}, \frac{1}{50} \right)$$

Stąd otrzymujemy związek między kątem pochylenia α i zmiennym kątem paralaktycznym

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{2} = \beta_0 \quad (21)$$

po przeróbce trygonometrycznej:

$$\beta_0 \sin^2 \alpha \operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg} \beta - \beta_0 \cos^2 \alpha = 0$$

z tego równania kwadratowego względem $\operatorname{tg} \beta$ otrzymujemy w rozwinięciu szeregowym:

$$\operatorname{tg} \beta = \beta_0 \cos^2 \alpha - \frac{1}{4} \beta_0^3 \sin^2 \alpha \cos^4 \alpha \dots \quad (22)$$

Drugi wyraz rozwinięcia przy $\beta_0 = \frac{1}{100}$ daje maksymalnie w odległości zredukowanej 0.04 cm na 100 metrów odległości nie zredukowanej.

Pominięcie więc tego wyrazu jak i następnych nie ma żadnego praktycznego znaczenia. Zastąpienie $\operatorname{tg} \beta$ przez β przy $\beta_0 = \frac{1}{100}$ może dać maksymalnie błąd 0.16 cm na odległości niezredukowanej 100 m, co również można pominąć, ostatecznie więc:

$$\beta = \beta_0 \cos^2 \alpha \quad (23)$$

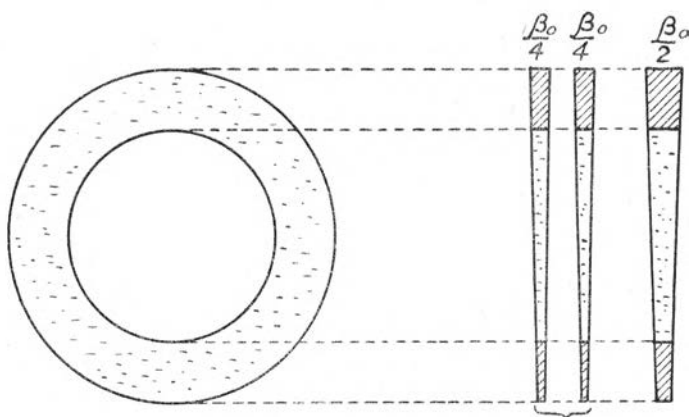
Zgodnie z koncepcją Barot można tę zależność funkcjonalną przedstawić w postaci:

$$\beta = \frac{\beta_0}{2}(1 + \cos 2\alpha) = \frac{\beta_0}{2} + \frac{\beta_0}{2} \cos 2\alpha \quad (24)$$

i zrealizować za pomocą:

1. Jednego pryzmatu achromatycznego nieruchomego, który daje największe odchylenie $\frac{\beta_0}{2}$ i którego krawędź łamiąca ustawiona jest poziomo.
2. Pary pryzmatów achromatycznych obrotowych (diasporametr), których największe odchylenia wynoszą $\frac{\beta_0}{4}$, natomiast kąt obrotu jest dwa razy większy od kąta pochylenia lunety.

Gdy luneta znajduje się w położeniu poziomym krawędzie łamiące obu pryzmatów są do siebie równoległe i poziome.



Rys. 15

Konstrukcyjnie rozwiązanie może być dwojakie:

- A. Przyrząd specjalny, podobny do tachymetru Bosshardt-Zeissa, z przerzuceniem jednego obrazu w bok za pomocą pryzmatu równoległościennego i pryzmatem rozdzielczym, dającym efekt dwuobrazu rozdzielonego. Rozwiązanie bardziej doskonałe, lecz bardziej skomplikowane.
- B. Nasadka na obiektyw lunety jako część, którą można zdejmować. Obrót pryzmatów diasporametr za pomocą systemu kół zębatach, wprowadzonych w ruch automatycznie przez nieruchome koło zębate, znajdujące się na zewnętrznej oprawce koła pionowego teodolitu (rozwiązanie Barot-Wild) lub systemu kół zębatach, połączonych z poziomnicą nastawianą do poziomu przez obserwatora przy pomocy pokrętki (rozwiązanie Kerna). Dla zmniejszenia wagi i skrócenia drogi optycznej wszystkie pryzmaty o kształcie pierścienia kołowego, pokrywającego połowę powierzchni obiektywu. Część środkowa obiektywu wolna, przez którą przechodzą promienie tworzące obraz nie odchylony (rys. 15). Efekt obrazów nałożonych — mara senna. Rozwiązanie mniej doskonałe i mniej dokładne, lecz znacznie prostsze w realizacji.

Ze względu na wykonywanie odczytów na dwóch obrazach noniusza zasięg odległości na łacie należy liczyć symetrycznie po obu stronach noniusza. Biorąc pod uwagę nieużyteczność pierwszego metra od dołu z uwagi na refrakcję różnicową, zero łaty przy długości łaty 4 m i stałej mnożnej 100 należy umieścić na wysokości 2.5 m, aby uzyskać zasięg mierzonych odległości do 130 — 150 m.

Dalsze rozważania doprowadzają do wniosku, że należy narysować na łacie dwa noniusze o numeracji biegnącej w przeciwnych kierunkach od indeksu zerowego, gdyby bowiem zastosowany był tylko jeden noniusz, to na jednym z odczytów należałoby obliczać dopełnienie do metra. Aby uniknąć pomyłek można przyjąć regułę, że odczytuje się zawsze według noniusza zewnętrznego w stosunku do środka pola widzenia. Na rys. 16 przedstawiony jest schematycznie projekt rysunku łaty dla rozwiązania konstrukcyjnego z dwuobrazem rozdzielonym, na rys. 17 zaś z dwuobrazem nie rozdzielonym (nasadka).

W wypadku pierwszym poza innymi zaletami natury optycznej istnieje możliwość mierzenia odcinków począwszy prawie od 0 metrów, gdy tymczasem w wypadku drugim granica ta uwarunkowana jest długością samego noniusza.

Oczywista, że podział główny w sektorze górnym i dolnym może być nieco przesunięty w stosunku do indeksu zerowego, aby wyeliminować wpływ stałej dodawania, podobnie jak we wszystkich innych dalmierzach dwuobrazowych.

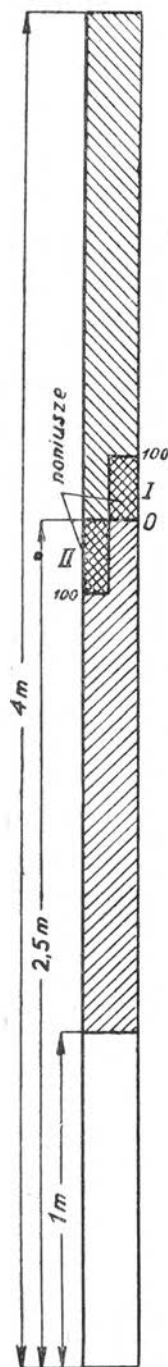
Oba obrazy indeksu zerowego, według których wykonuje się odczyty, odległe są w polu rzeczywistym widzenia lunety o kąt $\beta = \beta_0 \cos^2 \alpha$. Przy $\beta_0 = \frac{1}{100}$ wynosi to $34'22'' \cos^2 \alpha$. W normalnych lunetach geodezyjnych w miejscu tym licząc od środka pola widzenia mogą powstawać obrazy już nieostre. Fakt ten nie dyskwalifikuje metody, gdyż za oś celową można przyjąć zamiast środka krzyża nitkowego punkt przecięcia kreski pionowej z jedną z kresek dalmierza nitkowego przy określonym położeniu koła pionowego (np. koło prawe), wówczas oba obrazy noniuszy będą leżały symetrycznie względem środka pola widzenia i mniej więcej w obrębie dalmierza nitkowego, a więc będą jednakowo ostre.

ROZDZIAŁ 4

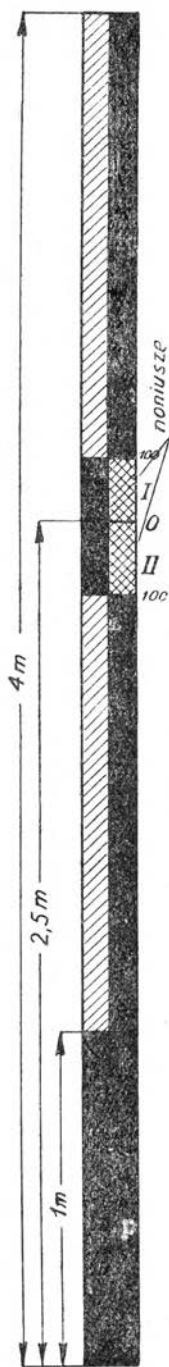
SKRÓTY PERSPEKTYWICZNE NONIUSZY

Zgodnie z rys. 18 otrzymamy przy wzniesieniu na poprawkę dla ostatniej kreski noniusza dla górnego obrazu następujące wyrażenie:

$$I_{\text{górne}} = \frac{l [\cos (\alpha + \beta) - \cos \alpha]}{\cos (\alpha + \beta)} \beta_0 \quad (25)$$



Rys. 16

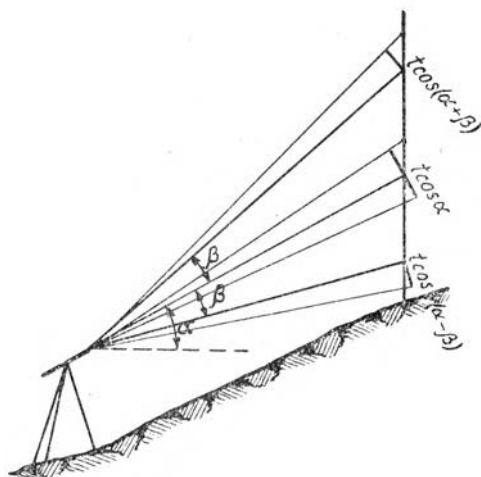


Rys. 17

natomiast dla dolnego obrazu

$$r_{\text{dolne}} = \frac{t[\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha]}{\cos(\alpha - \beta)} \cdot \beta_0 \quad (26)$$

Przy spadku r górne będzie takie samo jak r dolne przy wzniesieniu i odwrotnie. Od razu nasuwa się spostrzeżenie, że znaki poprawek na obu obrazach są zawsze przeciwne, dzięki czemu można liczyć na częściowe chociażby wyeliminowanie wpływu skrótu perspektywicznego drugiego rzędu.



Rys. 18

Przyjmując dla omawianego projektu $\beta_0 = \frac{1}{100}$ i noniusz 19/20, czyli o długości 19 cm oraz biorąc pod uwagę zmienność kąta β ,

$$\beta = \beta_0 \cos^2 \alpha$$

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2} = \frac{\beta_0}{2} \cos^2 \alpha$$

$$\sin \beta = \beta = \beta_0 \cos^2 \alpha$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = 1 - \frac{\beta^2}{8} = 1 - \frac{\beta_0^2 \cos^4 \alpha}{8}$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{\beta^2}{2} = 1 - \frac{\beta_0^2 \cos^4 \alpha}{2}$$

po przeróbce trygonometrycznej i rozwinięciu szeregowym otrzymamy

$$r_{\text{górne}} = -9.5 \sin 2\alpha - 0.095 \cos^2 \alpha - 0.095 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \dots$$

lub ze względu na znikomy wpływ trzeciego wyrazu i dalszych

$$r_{\text{górne}} = -9.5 \sin 2\alpha - 0.095 \cos^2 \alpha \quad (27)$$

oraz analogicznie

$$r_{\text{dolne}} = +9.5 \sin 2\alpha - 0.095 \cos^2 \alpha \quad (28)$$

Za maksymalny występujący błąd skrótu perspektywicznego (B) będziemy uważali, zgodnie z rozważaniami podanymi w rozdziale 1, błąd na ostatnim schodku, tzn. wtedy, gdy odczyt poprawiony powinien wynosić „0.95 m”, czyli

$$B = \frac{-r \cdot 0.95}{1 + r} \quad (29)$$

Operując tymi trzema wzorami można obliczyć dla dowolnego kąta α maksymalne błędy noniuszy na obu obrazach. Wobec tego, że odczyt długości zredukowanej powstaje jako średnia arytmetyczna odczytów na obu obrazach, efektywny błąd noniusza jest zawsze średnią arytmetyczną błędów na obu obrazach. Te ostatnie błędy mają zawsze znaki przeciwne a wartości bezwzględne na tych samych schodkach zbliżone. Maksymalny błąd odległości zredukowanej będzie miał miejsce wówczas, gdy na jednym noniuszu wystąpi błąd maksymalny dodatni a na drugim zerowy lub na jednym błąd zerowy a na drugim maksymalny ujemny (co do wartości bezwzględnych). Z tego wynika, że należy się liczyć z efektywnym błędem maksymalnym co najwyżej $\frac{B}{2}$.

Poniżej zestawione są wartości liczbowe $\frac{B}{2}$ dla okrągłych wartości α , przy tym te same wartości $\frac{B}{2}$ odpowiadają α dodatniemu jak i ujemnemu, co wynika z symetrii wzorów na r — górne i r — dolne.

α	$\frac{B}{2}$
0^0	0
5^0	± 0.8 cm
10^0	$+ 1.7$ cm $- 1.5$
15^0	$+ 2.4$ $- 2.1$
20^0	$+ 3.1$ $- 2.7$
25^0	$+ 3.8$ $- 3.2$
30^0	$+ 4.3$ $- 3.6$
35^0	$+ 4.7$ $- 3.9$
40^0	$+ 4.9$ $- 4.0$
45^0	$+ 5.0$ $- 4.1$
50^0	$+ 4.9$ $- 4.0$
60^0	$+ 4.3$ $- 3.6$

Przy rozpatrywaniu tej tabeli nasuwają się od razu następujące wnioski:

1. Błędy dodatnie mają pewną przewagę nad ujemnymi.
2. Największe błędy występują przy kącie 45^0 (maksimum pierwszego wyrazu w rozwinięciu r).
3. Błędy skrótu perspektywicznego noniuszy w projektowanym systemie autoredukcyjnym są znacznie mniejsze jak obliczone uprzednio w rozdziale 1 dla pojedynczego noniusza.

Tym niemniej wydaje się na pierwszy rzut oka, że błędy te są znaczne i że nawet przy systemie łąty pionowej mogą przekraczać przypadkowe błędy pomiaru, gdy wchodzi w grę duże nachylenie terenu. W analitycznym ujęciu błędy te zależą tylko od kąta nachylenia terenu, tzn. że dla danego kąta nachylenia mogą wystąpić przy każdej odległości, nawet bardzo małej. Jeśli powiemy „mogą”, to nasuwa się od razu pytanie jaki jest stopień tej możliwości. Odpowiedź na to pytanie może rzucić światło na praktyczną przydatność metody.

ROZDZIAŁ 5

STATYSTYCZNA ANALIZA BŁĘDÓW NONIUSZY

Odpowiedzi na pytanie poprzednio postawione nie można sformułować w sposób ściśle analityczny, podobnie jak w wypadku jednego noniusza, gdyż omawiane błędy zależą od różnicy liczbowych końcówek dwu odczytów (części centymetra na łacie). Można natomiast rozpatrywać zagadnienie biorąc pod uwagę wszystkie możliwe kombinacje odczytów obu noniuszy i obliczyć możliwości występowania, czyli prawdopodobieństwa błędów o różnych wartościach liczbowych. Ten sposób analizy, który będę nazywał „statystycznym”, doprowadzi do bardzo interesujących wniosków.

Aby ograniczyć wszystkie możliwe odczyty na obu noniuszach do ilości skończonej przyjmujemy jak w poprzednich rozważaniach, że kreska zerowa może leżeć w jednym z dwudziestu miejsc (schodków), odpowiadających kolejno zlewającym się kreskom noniusza, gdyby skrótu perspektywicznego nie było. Każdemu z ponumerowanych schodków odpowiadają odczyty (poprawione) w metrach ($\bar{P}$).

	$\bar{P}$
1	0
2	0.05
3	0.10
4	0.15
5	0.20
6	0.25
7	0.30
8	0.35
9	0.40
10	0.45
11	0.50
12	0.55
13	0.60
14	0.65
15	0.70
16	0.75
17	0.80
18	0.85
19	0.90
20	0.95

Każdemu ze schodków na pierwszym noniuszu odpowiadać może w zasadzie każdy ze schodków na drugim noniuszu, czyli ilość wszystkich kombinacji, ilość wszystkich możliwych średnich z odczytów wynosi 400. Nie zawsze jednak wszystkie kombinacje występują. Zależy to od różnicy obu odczytów na łącie:

$$\Delta l = l_I - l_{II}$$

Warunek występowania wszystkich kombinacji można napisać

$$|\Delta l| \geqslant 0.5 \text{ cm} \quad (30)$$

Dla przykładu $\Delta l = 0.3 \text{ cm}$. Różnica poprawionych odczytów odległości w metrach wynosi 0.30 m. Jeśli na pierwszym noniuszu weźmiemy pod uwagę schodek 1, to na drugim odpowiadają mu schodki od 1 do 7 włącznie i od 15 do 20 włącznie, czyli razem schodków 13, odpadają natomiast schodki od 8 do 14 włącznie. Ilość wszystkich kombinacji wynosi w tym wypadku $20 \times 13 = 260$ zamiast największej możliwej 400.

Warunek wszystkich kombinacji można przedstawić w formie analitycznej biorąc pod uwagę związki uprzednio podane:

$$l_I = D \operatorname{tg} (\alpha + \beta) - D \operatorname{tg} \alpha$$

$$l_{II} = D \operatorname{tg} \alpha - D \operatorname{tg} (\alpha - \beta)$$

$$\Delta l = l_I - l_{II} = D [\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} (\alpha - \beta) - 2 \operatorname{tg} \alpha]$$

Po przeróbce trygonometrycznej i rozwinięciu w szereg oraz uwzględnieniu, że $\beta = \beta_0 \cos^2 \alpha$

$$\Delta l = D \left[\beta_0^2 \sin 2\alpha + \frac{1}{4} \beta_0^4 \sin^3 2\alpha \dots \right]$$

Wyraz drugi nie ma praktycznego znaczenia, więc ostatecznie

$$\Delta l = \frac{D \sin 2\alpha}{10\,000} \text{ (w metrach na łącie)}$$

lub

$$\Delta l = \frac{D \sin 2\alpha}{100} \text{ (w centymetrach na łącie)}$$

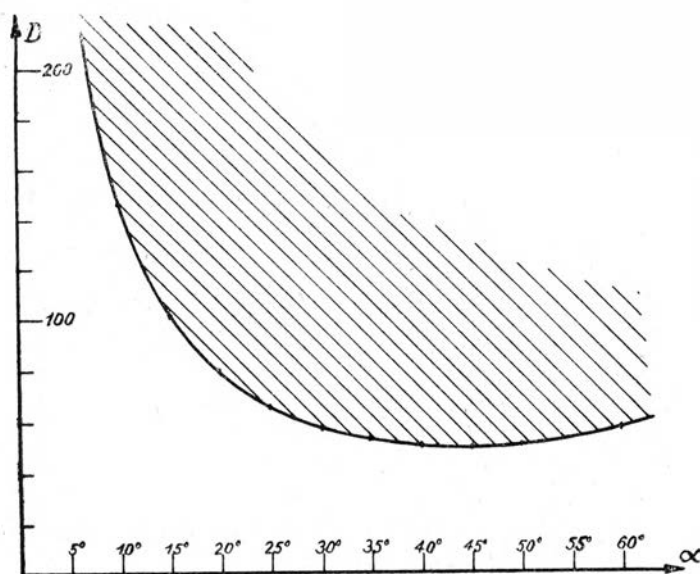
zatem warunek wszystkich kombinacji wyrazi się nierównością:

$$|D \sin 2\alpha| \geqslant 50 \quad (31)$$

Z nierówności tej wynika, że każdemu kątowi α dodatniemu lub ujemnemu odpowiada pewna odległość $D_g = \frac{50}{|\sin 2\alpha|}$ określająca obszar, w którym występują wszystkie kombinacje odczytów.

W poniższej tabeli a następnie na wykresie (rys. 19) przedstawiona jest zależność między α i D_g

α	D_g
0°	∞
$\pm 5^\circ$	288 m
$\pm 10^\circ$	146 „
$\pm 15^\circ$	100 „
$\pm 20^\circ$	78 „
$\pm 25^\circ$	65,3 m
$\pm 30^\circ$	57,7 „
$\pm 35^\circ$	53,2 „
$\pm 40^\circ$	50,8 „
$\pm 45^\circ$	50,0 „
$\pm 50^\circ$	50,8 „
$\pm 60^\circ$	57,7 „



Rys. 19

Obszar nie zakreskowany — między krzywą i osiami współrzędnych obejmuje te wartości α i D , przy których występują nie wszystkie kombinacje odczytów.

Wracając do interesującego nas zagadnienia rozkładu prawdopodobieństwa różnych błędów weźmiemy początkowo wypadek, gdy zachodzą wszystkie kombinacje odczytów. Najlepiej rozważanie przeprowadzić od razu liczbowo, gdyż wyrażenia w symbolach ogólnych nie dadzą jasnego obrazu rzeczywistości. Dla wypadku najbardziej niekorzystnego, tzn. największej wartości maksymalnego błędu ($|\alpha| = 45^\circ$), otrzymamy następujące zestawienie błędów na poszczególnych schodkach obu noniuszy:

Nr schodka	Odczyt poprawiony $\bar{p}$	Błąd na noniuszu I	Błąd na noniuszu II
1	0	0	0
2	0.05 m	+ 0.3 cm	— 0.2 cm
3	0.10	+ 0.5	— 0.4
4	0.15	+ 0.8	— 0.6
5	0.20	+ 1.0	— 0.8
6	0.25	+ 1.3	— 1.1
7	0.30	+ 1.6	— 1.3
8	0.35	+ 1.8	— 1.5
9	0.40	+ 2.1	— 1.7
10	0.45	+ 2.4	— 1.9
11	0.50	+ 2.6	— 2.1
12	0.55	+ 2.9	— 2.4
13	0.60	+ 3.2	— 2.6
14	0.65	+ 3.4	— 2.8
15	0.70	+ 3.7	— 3.0
16	0.75	+ 4.0	— 3.2
17	0.80	+ 4.2	— 3.4
18	0.85	+ 4.5	— 3.7
19	0.90	+ 4.8	— 3.9
20	0.95	+ 5.0	— 4.1

Błędy te obliczone są według podanego poprzednio wzoru

$$b = \frac{-r}{1+r} \bar{p}, \quad (32)$$

przy czym do tabeli wpisano od razu połówki błędów, aby przy obliczaniu w dalszym ciągu średniej arytmetycznej uniknąć dzielenia przez dwa.

Sumując każdy błąd pierwszej kolumny z każdym błędem drugiej kolumny otrzymamy 400 wynikowych błędów pomiaru, wynikających ze skrótów perspektywicznych noniuszy, zestawionych w załączonej tablicy I, po zaokrągleniu do 0.5 cm.

TABLICA I

$$|\alpha| = 45^\circ$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5	+3,5	+4	+4	+4,5	+5	+5
2	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5	+4	+4	+4,5	+4,5	+5
3	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+2	+2	+2,5	+3	+3	+3,5	+3,5	+4	+4	+4,5	+4,5
4	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5	+3,5	+4	+4	+4,5
5	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5	+3,5	+4	+4
6	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5	+3,5	+4
7	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5	+3,5
8	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3,5	+3,5
9	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2,5	+2,5	+3	+3	+3,5
10	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3	+3
11	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5	+3
12	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5	+2,5
13	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2	+2,5
14	-3	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2	+2
15	-3	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+2	+2
16	-3	-3	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5	+2
17	-3,5	-3	-3	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5	+1,5
18	-3,5	-3,5	-3	-3	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1,5
19	-4	-3,5	-3,5	-3	-3	-2,5	-2,5	-2	-2	-1,5	-1,5	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1
20	-4	-4	-3,5	-3,5	-3	-3	-2,5	-2,5	-2	-1,5	-1,5	-1	-1	-0,5	-0,5	0	0	+0,5	+0,5	+1

Na podstawie tej tablicy można ustalić ile razy na ogólną liczbę 400 wypadków występuje każdy z błędów zaokrąglonych do 0.5 cm dodatni i ujemny począwszy od 0 a skończywszy na 0.5 cm, co poniżej podaję:

$$|\alpha| = 45^{\circ}$$

Błąd cm	+	—	Razem	Prawdopodo- bieństwo
0			36	0.09
0.5	37	33	70	0.18
1	37	30	67	0.17
1.5	33	25	58	0.14
2	30	20	50	0.12
2.5	24	17	41	0.10
3	20	12	32	0.08
3.5	16	7	23	0.06
4	11	3	14	0.03
4.5	6	0	6	0.02
5	3	0	3	0.01
Ogółem	217	147	400	

Rozpatrując to zestawienie widzimy od razu, że sytuacja przedstawia się zupełnie inaczej jak w wypadku jednego noniusza. Tam każdy błąd (maksymalny, zerowy i wszystkie inne) mogły występować jednakowo często, tutaj zaś niejednakowo, przy tym im większy błąd, tym występuje rzadziej. I tak błąd maksymalny $+5$ cm występuje najrzadziej, bo tylko w 3 wypadkach na 400 możliwych, błąd $+4.5$ cm tylko w 6 wypadkach itd. Im błąd się zmniejsza, tym częściej występuje (z wyjątkiem błędu zerowego).

Jeśli założymy, że przy pewnej wartości α wszystkie odległości mierzone D w pewnym określonym zakresie są jednakowo prawdopodobne, co wydaje się logiczne, to na skutek liniowej zależności między l_I i D , każda końcówka odczytu l_I występuje jednakową ilość razy, czyli jest jednakowo prawdopodobna. To samo powiedzieć można o końcówkach odczytów l_{II} . Zatem wszystkie kombinacje końcówek l_I i l_{II} są też jednakowo prawdopodobne i wobec tego prawdopodobieństwa pojawiania się poszczególnych błędów można wyrazić w liczbach proporcjonalnych do ilości ich występowania (kolumna 4), co zostało podane w kolumnie ostatniej.

Sumując od góry wartości tejsze kolumny dochodzimy w dalszym ciągu do następujących ciekawych wniosków.

1. Prawdopodobieństwo, że błąd nie przekroczy połowy błędu maksymalnego (± 2.5 cm) wynosi 0.80, jest więc bardzo duże.

2. Błąd, którego prawdopodobieństwo nieprzekroczenia wynosi 0.5, zawiera się w obszarze od ± 1 do ± 1.5 cm. Można więc przyjąć, że tzw. błąd „prawdopodobny” (zgodnie z jego ścisłą definicją w teorii prawdopodobieństwa) wynosi około ± 1.25 cm, jest więc aż czterokrotnie mniejszy od błędu maksymalnego.

Z kolei wziąłem wypadek pośredni $|\alpha| = 20^\circ$ i dla niego podaję niżej trzy analogiczne zestawienia:

$$|\alpha| = 20^\circ$$

Nr schodka	Odczyt poprawiony $\bar{P}$	Błąd na noniuszu I	Błąd na noniuszu II
1	0	0	0
2	0.05 m	+ 0.2 cm	— 0.1
3	0.10	+ 0.3	— 0.3
4	0.15	+ 0.5	— 0.4
5	0.20	+ 0.7	— 0.6
6	0.25	+ 0.8	— 0.7
7	0.30	+ 1.0	— 0.8
8	0.35	+ 1.2	— 1.0
9	0.40	+ 1.3	— 1.1
10	0.45	+ 1.5	— 1.3
11	0.50	+ 1.6	— 1.4
12	0.55	+ 1.8	— 1.6
13	0.60	+ 2.0	— 1.7
14	0.65	+ 2.1	— 1.8
15	0.70	+ 2.3	— 2.0
16	0.75	+ 2.5	— 2.1
17	0.80	+ 2.6	— 2.3
18	0.85	+ 2.8	— 2.4
19	0.90	+ 3.0	— 2.5
20	0.95	+ 3.1	— 2.7

$$|\alpha| = 20^\circ$$

Błąd cm	+	—	Razem	Prawdopodobieństwo
0			60	0.15
0.5	58	50	108	0.27
1	50	40	90	0.23
1.5	38	29	67	0.17
2	27	18	45	0.11
2.5	17	7	24	0.06
3	6	0	6	0.01
Ogółem	196	144	400	

TABLICA II

$$|\alpha| = 20^0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5	+2,5	+2,5	+3	+3	+3
2	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5	+2,5	+2,5	+3	+3
3	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5	+2,5	+2,5	+3
4	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5	+2,5	+2,5
5	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5	+2,5
6	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5	+2,5
7	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2	+2,5
8	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2	+2
9	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2	+2
10	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+2
11	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5
12	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5
13	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5	+1,5
14	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1	+1,5
15	-2	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1	+1
16	-2	-2	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1	+1
17	-2,5	-2	-2	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+1
18	-2,5	-2	-2	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5
19	-2,5	-2,5	-2	-2	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5
20	-2,5	-2,5	-2,5	-2	-2	-2	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	+0,5	+0,5

Prawdopodobieństwa rozkładają się w sposób analogiczny jak w pierwszym wypadku i tak:

1. Prawdopodobieństwo, że błąd nie przekracza połowy błędu maksymalnego (± 1.5 cm) wynosi aż 0.82.
2. Błąd „prawdopodobny” wynosi około ± 0.7 cm, jest więc cztery razy mniejszy od błędu maksymalnego.

Przy każdej innej wartości α rozkład prawdopodobieństwa dla wszystkich kombinacji odczytów będzie podobny.

Nieco inaczej przedstawia się sprawa, gdy występują nie wszystkie kombinacje odczytów. Dla przykładu weźmiemy $|\alpha| = 45^\circ$, zaś D nie przekraczające 30 m, wówczas mamy $I_I - I_{II} = 0.3$ cm. Ilość wszystkich kombinacji $20 \times 13 = 260$. Jak nie trudno stwierdzić, dla tego wypadku w tabeli podanej uprzednio nie występują błędy o średniej wartości bezwzględnej, zawarte między grubymi liniami, pozostają natomiast błędy duże i małe.

Prawdopodobieństwo błędów dużych pozostaje prawie niezmienione, natomiast zwiększa się znacznie prawdopodobieństwo błędów małych, jak to wynika z poniższego zestawienia ilościowego;

$$|\alpha| = 45^\circ \quad D \leq 30 \text{ m}$$

Błąd cm	+	—	Razem	Prawdopodobieństwo
0			36	0.14
0.5	37	33	70	0.27
1	37	22	59	0.23
1.5	33	1	34	0.13
2	19	0	19	0.07
2.5	0	0	0	0
3	0	11	11	0.04
3.5	1	7	8	0.03
4	11	3	14	0.06
4.5	6	0	6	0.02
5	3	0	3	0.01
	147	77	260	

1. Prawdopodobieństwo, że błąd nie przekroczy połowy błędu maksymalnego (± 2.5 cm) wynosi 0.84.
2. Błąd „prawdopodobny” wynosi mniej więcej ± 0.7 cm, jest więc siedmiokrotnie mniejszy od błędu maksymalnego.

Dla nie wszystkich kombinacji rozkład błędów jest zatem jeszcze bardziej korzystny jak dla wszystkich kombinacji.

Rozpatrywane dotychczas wypadki odnoszą się właściwie dla terenów górskich. Aby mieć wyobrażenie o wielkości i rozkładzie błędów noniuszy w przeciętnym terenie równinnym lub pagórkowatym, z jakim w większości wypadków można mieć do czynienia na obszarze Polski i dla przeciętnej w praktyce stosowanej odległości w dalmierstwie dwuobrazowym, rozpatrzmy wypadek niejako typowy, a mianowicie:

$$|\alpha| = 10^0 \quad D \leq 100 \text{ m}$$

zatem

$$l_I - l_{II} = \pm 0.35 \text{ cm}$$

ilość kombinacji $20 \times 15 = 300$.

Nr schodka	Odczyt poprawiony P	Błąd na noniuszu I	Błąd na noniuszu II
1	0	0	0
2	0.05 m	+ 0.1 cm	— 0.1
3	0.10	+ 0.2	— 0.2
4	0.15	+ 0.3	— 0.2
5	0.20	+ 0.4	— 0.3
6	0.25	+ 0.4	— 0.4
7	0.30	+ 0.5	— 0.5
8	0.35	+ 0.6	— 0.6
9	0.40	+ 0.7	— 0.6
10	0.45	+ 0.8	— 0.7
11	0.50	+ 0.9	— 0.8
12	0.55	+ 1.0	— 0.9
13	0.60	+ 1.1	— 0.9
14	0.65	+ 1.2	— 1.0
15	0.70	+ 1.2	— 1.1
16	0.75	+ 1.3	— 1.2
17	0.80	+ 1.4	— 1.3
18	0.85	+ 1.5	— 1.3
19	0.90	+ 1.6	— 1.4
20	0.95	+ 1.7	— 1.5

Błąd cm	+	—	Razem	Prawdopodobieństwo
0			110	0.37
0.5	86	47	133	0.44
1	13	21	34	0.11
1.5	16	7	23	0.08
Ogółem	115	75	300	

TABLICA III

$$|\alpha| = 10^0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5	+1,5
2	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1	+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5
3	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1	+1	+1,5	+1,5	+1,5
4	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1	+1,5	+1,5	+1,5
5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1	+1,5	+1,5
6	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1	+1,5
7	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5						+1
8	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5					
9		-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5				
10			-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5			
11				-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5		
12					-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	
13						-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+1
14	-1						-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5
15	-1	-1						-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5
16	-1	-1	-1						-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5	+0,5
17	-1,5	-1	-1	-1						-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5
18	-1,5	-1	-1	-1	-1						-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5	+0,5
19	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-1						-0,5	-0,5	0	0	0	0	0	0	+0,5
20	-1,5	-1,5	-1,5	-1	-1	-1	-1						-0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0	0

1. Prawdopodobieństwo, że błąd nie przekracza $\frac{1}{3}$ błędu maksymalnego, tj. ± 0.5 cm wynosi 0.81.
2. Błąd „prawdopodobny” wynosi mniej więcej ± 0.15 cm, jest więc dziesięciokrotnie mniejszy od błędu maksymalnego.

Rozpatrując bliżej wykres na rys. 19 i biorąc pod uwagę okoliczność, że na ogół przy wzrastającym kącie nachylenia wybiera się w terenie krótsze boki, można stwierdzić, że większość spotykanych w praktyce wypadków (a wszystkie dla $|\alpha| < 10^\circ$) leżą w obszarze niezakreskowanym, czyli w obszarze nie wszystkich kombinacji. Fakt ten stanowi okoliczność sprzyjającą dla projektowanego dalmierza ze względu na specjalnie korzystny rozkład prawdopodobieństwa błędów w wymienionym obszarze.

Z przeprowadzonej szczegółowej analizy można wyciągnąć jako kwintesencję następujące wnioski:

1. Błędy spowodowane skrótami perspektywicznymi noniuszy w projektowanym dalmierzu autoredukcyjnym są na ogół niewielkie i przeważnie zawierają się w granicach przypadkowych błędów pomiaru.
2. Błędy dodatnie zdarzają się częściej jak ujemne.
3. Im błąd większy, tym prawdopodobieństwo jego wystąpienia mniejsze, a prawdopodobieństwo wystąpienia błędu maksymalnego bardzo małe.
4. Na tej zasadzie błędy skrótów noniuszy w projektowanym dalmierzu można uważać praktycznie za nieistniejące, a tym samym średnią arytmetyczną z odczytów obu noniuszy za właściwą odległość zredukowaną.

CZĘŚĆ III

TEORIA NOWEGO DALMIERZA DWUOBRAZOWEGO, NIEAUTOREDUKCYJNEGO

ROZDZIAŁ 6

ZASADA NAJMNIEJSZEGO PRZESUNIĘCIA

Zasadnicza myśl niniejszej rozprawy prowadzi w kierunku poszukiwania metody dalmierczej z łątą pionową, metody, która przy pomocy możliwie prostego i niekosztownego instrumentarium pozwalałaby na osiągnięcie stosunkowo dokładnych rezultatów. Nie wydaje się przy tym, aby żądanie pełnej autoredukcji było w tym wypadku żądaniem nieodzownym.

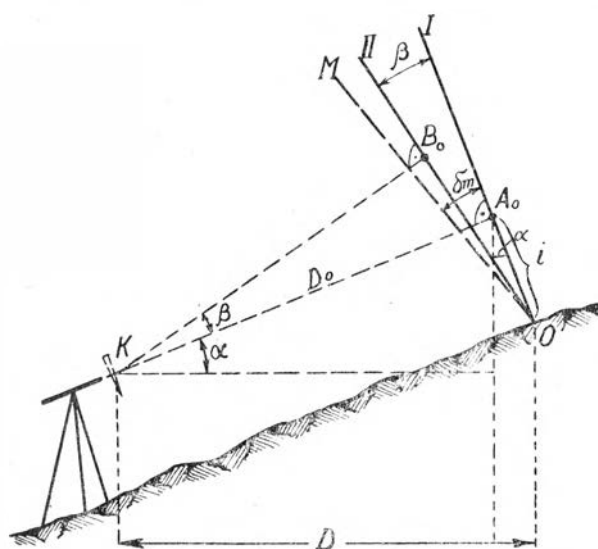
Głównym źródłem błędów metody dwuobrazowej z łątą pionową jest odchylenie łąty od pionu.

W niwelacji technicznej eliminuje się ten błąd przez wahanie łątą w płaszczyźnie celowania i uchwycenia najmniejszego odczytu. Nasuwa się od razu przypuszczenie czy w dalmierzu dwuobrazowym nie dałoby się zastosować tej samej metody. Intuicyjnie można się spodziewać, że istnieje takie położenie łąty w płaszczyźnie celowania, dla którego przesunięcie liniowe dwóch obrazów łąty jest najmniejsze. Ponieważ to przesunięcie odczytuje się na łącie w jednym miejscu (przy wskaźniku zerowym) można się więc spodziewać, że da się ono bez trudu zaobserwować, zupełnie tak samo jak bez trudu notuje się najmniejszy odczyt przy niwelacji.

W dalszym ciągu intuicja prowadzi do wniosku, że najmniejsze przesunięcie występuje gdzieś w pobliżu położenia łąty prostopadłego do terenu. Weźmy pod uwagę położenie łąty, przy którym dolna krawędź kąta paralaktycznego, przechodząca przez wskaźnik zerowy A_0 , jest prostopadła do łąty (położenie I, rys. 20) oraz drugie, przy którym górna krawędź kąta paralaktycznego jest do łąty prostopadła (położenie II).

Kąt paralaktyczny β jest niezmienny i zrealizowany za pomocą jednego stałego klina. Kąt między położeniami łąty I i II wynosi również β .

Najmniejsze przesunięcie nie może zachodzić w obrębie I-II, gdyż przesunięcie w dowolnym położeniu łąty w tym obrębie jest większe



Rys. 20

od przesunięcia w położeniu II, najmniejsze przesunięcie nie zachodzi tym bardziej na prawo od położenia I, musi zatem zachodzić na lewo od położenia II i to prawdopodobnie w niedalekiej od niego odległości. Biorąc pod uwagę, że kąt β jest niewielki (przy stałej 50 wynosi $1^{\circ}8'44''$) dochodzimy ostatecznie do wniosku, że położenie łąty, przy którym zachodzi najmniejsze przesunięcie obrazów, jest praktycznie niezbyt odległe od położenia I.

Gdyby zostało zaobserwowane przesunięcie w położeniu I, to wzór na odległość zredukowaną przyjąłby następującą prostą formę:

$$D = D_0 \cos \alpha + i \sin \alpha, \quad (33)$$

gdzie:

$$D_0 = K A_0 = l \operatorname{ctg} \beta,$$

stanowi odległość nie zredukowaną, odczytaną na łącie.

Obierając wskaźnik zerowy na wysokości 1 metra, czyli $i = 1$, mamy postać jeszcze prostszą:

$$D = D_0 \cos \alpha + \sin \alpha \quad (34)$$

Wzór ten jest prostszy w manipulacji rachunkowej od wzoru tachymetrycznego ($D = D_0 \cos^2 \alpha$), przy czym jest najzupełniej ogólny, tzn. odnosi się zarówno do wzniesienia jak i spadku, przy uwzględnieniu znaku algebraicznego kąta α .

Niestety, położenie I nie jest dla obserwatora uchwytne, ponieważ nie różni się ono w polu widzenia lunety od położen sąsiednich. Uchwytne jest natomiast położenie odpowiadające najmniejszemu przesunięciu obrazów (które w skrócie będę nazywał położeniem „minimum” na rys. 20-M).

Nasuwa się od razu pytanie, jakiego rzędu może być różnica odczytów na łacie między położeniem I i położeniem „minimum” i czy w wypadku, gdyby ta różnica była niewielka lub mniej więcej stała, nie można identyfikować położenia I z położeniem „minimum”, a tym samym przyjąć jako praktycznie ścisły również dla położenia „minimum” wzór redukcyjny wyżej podany.

Na pytanie to można udzielić intuicyjnie następującej odpowiedzi:

- 1^o. Po przesunięciu rysunku o kąt α można uważać, że zachodzą tu stosunki geometryczne jak w terenie płaskim, przy czym położenie I odpowiada pionowemu położeniu łaty, natomiast położenie „minimum” — odchyłonemu od pionu o kąt rzędu kilku stopni. Jak wiadomo, w terenie płaskim błędy powstające z wychylenia łaty są stosunkowo niewielkie, wobec czego należy sądzić, że różnice odczytów między położeniem I i „minimum” będą nieznaczne.
- 2^o. Jest całkiem oczywiste, że wymienione różnice będą tym większe, im większa jest odległość D_0 oraz im większy jest kąt δ_m (odstęp katowy między położeniem I i M). Skądinąd jednak między wielkościami δ_m i D_0 musi istnieć ścisły związek funkcjonalny, przy czym im D_0 rośnie, tym punkt B_0 szybciej zmienia miejsce, a więc położenie „minimum” zbliża się do położenia II, czyli δ_m maleje.

Obie więc przyczyny działają zawsze algebraicznie przeciwnie, stąd powstaje przypuszczenie, że interesująca nas różnica może mieć praktycznie mniej więcej stałą wartość, niezależną od odległości D_0 .

Potwierdzenie tego przypuszczenia stanowiłoby teoretyczne rozwiązanie proponowanej metody. Odpowiedzi ostatecznej udzieli ścisła analiza matematyczna, przeprowadzona poniżej.

ROZDZIAŁ 7

ANALIZA POŁOŻENIA „MINIMUM”

Przesunięcie obrazów na łacie odczytuje się w każdym położeniu łaty względem niezmiennego wskaźnika zerowego A.

Wynika stąd, że przy wahaniu łatą dolne ramię jak również ramię górne kąta paralaktycznego zmienia położenie. Znalezienie najmniejszego przesunięcia sprowadza się do następującego zagadnienia geometrycznego (rys. 21).

Punkty O i K leżą w stałej odległości. Dokoła punktu O obraca się prosta L, której położenie określone jest przez kąt obrotu δ . W punkcie K znajduje się wierzchołek stałego kąta β . Punkt przecięcia dolnego ramienia tego kąta z prostą L toczy się po okręgu koła o promieniu i . Chodzi o znalezienie zależności funkcjonalnej między odcinkami l' (przesunięcie obrazów) a kątem δ przy założeniu, że inne elementy są stałe, a następnie o obliczenie dla jakiej wartości δ zachodzi minimum otrzymanej funkcji i ile to minimum wynosi.

Jako stałe elementy obieramy:

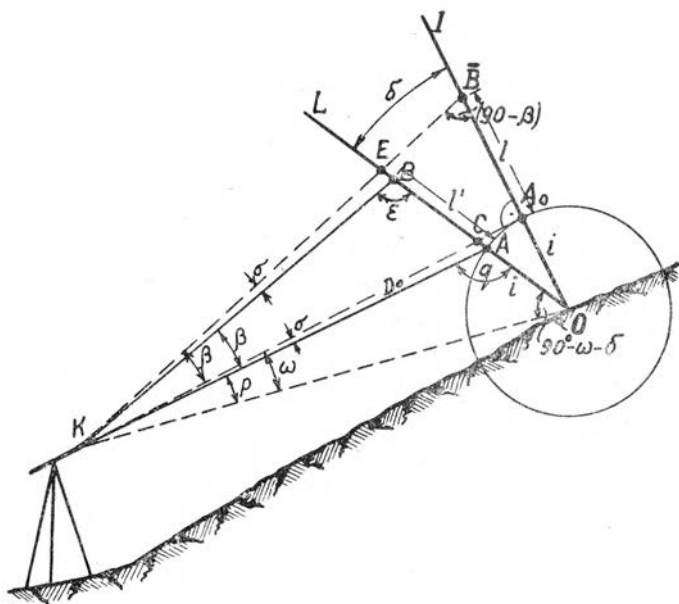
$$D_0 = K A_0$$

$$i$$

$$\beta$$

Stąd

$$\omega = \arccotg \frac{D_0}{i}$$



Rys. 21

Z trójkąta $K A O$ obliczyć można elementy: p, q , i $K A$, zaś z trójkąta $K B A$ element ε i wreszcie poszukiwany element l' .

Po wykonaniu tych obliczeń otrzymuje się następujący związek:

$$l' = \frac{i \cdot \sin \beta \cdot \cos \left(\arccotg \frac{D_0}{i} + \delta \right)}{\sin \arccotg \frac{D_0}{i} \cdot \sin \left\{ 45^\circ - \arccotg \left[\frac{\arccotg \frac{D_0}{i} + \delta}{2} \right] \left(\sin \arccotg \frac{D_0}{i} - 1 \right) \right\} + \left(\sin \arccotg \frac{D_0}{i} + 1 \right)} + \left\{ \frac{\arccotg \frac{D_0}{i} + \delta}{2} \right\} \cdot \sin \left\{ 45^\circ - \arccotg \left[\frac{\arccotg \frac{D_0}{i} + \delta}{2} \right] \left(\sin \arccotg \frac{D_0}{i} - 1 \right) \right\} + \left(\sin \arccotg \frac{D_0}{i} + 1 \right)} + \left\{ \frac{\arccotg \frac{D_0}{i} + \delta}{2} - \beta \right\} \quad (35)$$

Obliczenie pochodnej tej funkcji byłoby bardzo żmudne i mogłoby doprowadzić do wzoru jeszcze bardziej złożonego i mało praktycznego. Dlatego też byłoby wskazane uprościć zagadnienie pod względem matematycznym w takim jednakowoż stopniu, aby błędy spowodowane uproszczeniem dawały się praktycznie pominąć.

Znaczne uproszczenie formuł matematycznych otrzyma się zakładając, że położenie kąta paralaktycznego jest niezmiennie, a dolne jego ramie pokrywa się z prostą KA_0 . Założenie to jest równoznaczne z zastąpieniem w rozważaniach geometrycznych dalmierza klinowego przez dalmierz nitkowy, w którym położenie kąta paralaktycznego nie zmienia się w przestrzeni przy zmianie położenia łąty. Jako przesunięcie obrazów I' należy więc przy tym założeniu uważać odcinek CE (rys. 21) zamiast właściwego AB . Pociąga to za sobą pytanie ile może wynosić w najbardziej niekorzystnym wypadku różnica odcinków

$$AB - CE$$

lub co na jedno wychodzi

$$AC - BE$$

Mamy kolejno:

$$AC = \frac{i}{\cos \delta} - i \quad (36)$$

Z trójkąta KCA dla wyznaczenia kąta σ :

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{i(1 - \cos \delta)}{D_0 \cos \delta - i \sin \delta}$$

wreszcie z trójkąta KEB :

$$BE = \frac{\frac{D_0}{\cos \beta} - \frac{(D_0 \operatorname{tg} \beta + i) \sin \delta}{\cos(\beta - \delta)}}{\cos(\beta - \delta - \sigma)} \cdot \sin \sigma \quad (37)$$

Rozpatrywana różnica będzie oczywiście tym większa, im większe jest δ . Dla wypadku bardzo niekorzystnego, a mianowicie $\delta = 7^\circ 9'$, $D_0 = 9.79$ m (vide dalsze rozważania) otrzymuje się po wykonaniu liczbowego rachunku (przyjmując $i = 1$ m, $\operatorname{ctg} \beta = 50$):

$$\begin{aligned} AC &= 0.007837 \text{ m} \\ BE &= 0.007803 \text{ m} \\ AC - BE &= + 0.000034 \text{ m} = + 0.034 \text{ mm.} \end{aligned} \quad \sigma = 2' 46''$$

Otrzymany błąd jest tak mały, że nie ma absolutnie żadnego znaczenia praktycznego, wobec czego można przyjąć bez zastrzeżeń podane wyżej założenie upraszczające.

Przy tym założeniu

$$I' = CE = OE - OC$$

z trójkąta OEB

$$OE = \frac{(i + D_0 \operatorname{tg} \beta) \cos \beta}{\sin(90 + \beta - \delta)} = \frac{D_0 \sin \beta + i \cos \beta}{\cos(\delta - \beta)}$$

z trójkąta $OC A_0$

$$OC = \frac{i}{\cos \delta}$$

i ostatecznie

$$I' = \frac{D_0 \sin \beta + i \cos \beta}{\cos (\delta - \beta)} - \frac{i}{\cos \delta} \quad (38)$$

wzór ten jest bez porównania prostszy od wyprowadzonego uprzednio wzoru ścisłego.

Obliczając pochodną:

$$\begin{aligned} \frac{dI'}{d\delta} &= - \frac{(D_0 \sin \beta + i \cos \beta) \sin (\delta - \beta)}{\cos^2 (\delta - \beta)} + \frac{i \sin \delta}{\cos^2 \delta} = \\ &= - \frac{(D_0 \sin \beta + i \cos \beta) \operatorname{tg} (\delta - \beta) \cos \delta + i \operatorname{tg} \delta \cos (\delta - \beta)}{\cos (\delta - \beta) \cos \delta} \end{aligned}$$

i przyrównując ją do zera, otrzymujemy równanie, które pozwala określić δ_m — kąt pochylenia łąty, przy którym przesunięcie obrazów jest najmniejsze:

$$(D_0 \sin \beta + i \cos \beta) \operatorname{tg} (\delta_m - \beta) \cos \delta_m - i \operatorname{tg} \delta_m \cos (\delta_m - \beta) = 0 \quad (39)$$

Wstawiając otrzymaną wartość δ_m z tego równania do równania (38), obliczymy wartość najmniejszego przesunięcia obrazów — I'_m .

Rozwiązanie równania (39) względem δ_m jest praktycznie bardzo skomplikowane, gdyż doprowadza w toku przeróbek do równania algebraicznego 6 rzędu. Tymczasem względem D_0 jest ono równaniem liniowym, wobec czego lepiej będzie ze względów na ułatwienie rachunku obliczać D_0 zadając pewne wartości liczbowe na δ_m . Po dalszej przeróbce można przedstawić omawiane równanie w ostatecznej postaci:

$$D_0 = \frac{i \operatorname{tg} \delta_m \cos (\delta_m - \beta)}{\sin \beta \operatorname{tg} (\delta_m - \beta) \cos \delta_m} - i \operatorname{ctg} \beta \quad (40)$$

Przypomnieć należy, że istota zagadnienia polega na obliczeniu różnicy między wielkością najmniejszego przesunięcia obrazów i wielkością przesunięcia ich w położeniu łąty I, czyli zgodnie z rys. 21

$$\Delta I = I - I'_m$$

W rzeczywistości interesuje nas nie tyle wartość bezwzględna tej różnicy na łącie, ile wpływ na odległość terenową nie zredukowaną, czyli

$$\Delta D_0 = \Delta I \cdot \operatorname{ctg} \beta = \left[D_0 \operatorname{tg} \beta - \frac{D_0 \sin \beta + i \cos \beta}{\cos (\delta_m - \beta)} + \frac{i}{\cos \delta_m} \right] \operatorname{ctg} \beta$$

lub po przeróbce, ostatecznie:

$$\Delta D_0 = D_0 \left[1 - \frac{\cos \beta}{\cos (\delta_m - \beta)} \right] + \frac{i \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \delta_m}{\cos (\delta_m - \beta)} \quad (41)$$

Wzory (40) i (41) łącznie pozwalają dla przyjętego położenia „minimum”, czyli przyjętej wartości kąta δ_m , obliczyć odpowiadającą wartość odległości nie zredukowanej (D_0) oraz odpowiadającą z kolei poprawkę odległości, która wynika z identyfikacji najmniejszego przesunięcia obrazów z przesunięciem w położeniu łaty I (ΔD_0). Tym samym wzory te pozwalają przedstawić tabelarycznie zależność funkcjonalną między odległością nie zredukowaną (D_0) a omawianą poprawką (ΔD_0).

W poniższej tabeli podane są wyniki rachunku liczbowego przy założeniu, że wskaźnik zerowy znajduje się na wysokości 1 metra a stała mnożna dalmierza wynosi 50.

Wartości δ_m dobrane są w ten sposób, aby odpowiadały okrągłym wartościom różnic ($\delta_m - \beta$).

$$i = 1.00$$

$$\text{ctg } \beta = 50$$

$$\beta = 1^\circ 8' 44''.8$$

δ_m	$\delta_m - \beta$	D_0	ΔD_0
$+ 1^\circ 23' 45''$	$+ 0^\circ 15'$	229.34 m	$+ 0.068$
$1^\circ 28' 45''$	$0^\circ 20'$	172.02	0.057
$1^\circ 33' 45''$	$0^\circ 25'$	137.64	0.051
$1^\circ 38' 45''$	$0^\circ 30'$	114.71	0.047
$1^\circ 48' 45''$	$0^\circ 40'$	86.06	0.043
$1^\circ 58' 45''$	$0^\circ 50'$	68.87	0.041
$2^\circ 08' 45''$	$1^\circ 00'$	57.41	0.040
$2^\circ 23' 45''$	$1^\circ 15'$	45.95	0.040
$2^\circ 38' 45''$	$1^\circ 30'$	38.32	0.041
$3^\circ 08' 45''$	$2^\circ 00'$	28.78	0.043
$3^\circ 38' 45''$	$2^\circ 30'$	23.06	0.046
$4^\circ 08' 45''$	$3^\circ 00'$	19.25	0.050
$4^\circ 38' 45''$	$3^\circ 30'$	16.54	0.054
$5^\circ 08' 45''$	$4^\circ 00'$	14.51	0.058
$5^\circ 38' 45''$	$4^\circ 30'$	12.93	0.062
$6^\circ 08' 45''$	$5^\circ 00'$	11.67	0.066
$7^\circ 08' 45''$	$6^\circ 00'$	9.79	0.074

$$\Delta D_0 = + 0.045 \text{ m}$$

Intuicyjnie wysunięte przypuszczenie przy końcu 6 rozdziału zostało potwierdzone. Poprawka ΔD_0 ma wartość prawie stałą, niezależną od odległości terenowej. Jeżeli zwłaszcza weźmiemy pod uwagę, że pierwsze dwa i ostatnie pięć wierszy tabeli odnoszą się do wypadków raczej teoretycznych, gdyż rzadko mierzy się dalmierzami dwuobrazowymi boki krótsze od 20 m lub dłuższe od 140 m, to można dla pozostałych wierszy przyjąć:

$$\Delta D_0 = \text{const.} = + 0.045 \text{ m} = + 4.5 \text{ cm}$$

Przy tym założeniu można spodziewać się szczerkowego błędu w odległości terenowej nie zredukowanej rzędu ± 0.6 cm, co przy proponowanej metodzie nie ma żadnego praktycznego znaczenia i może być zupełnie nie brane pod uwagę.

Rezultaty przeprowadzonej analizy prowadzą do następujących pozytywnych wniosków:

- 1°. Stała poprawka do każdej odległości może być traktowana jako element stałej dodawania dalmierza i wyeliminowana automatycznie przez odpowiednie przesunięcie na łacie wskaźnika zerowego względem podziału głównego.
- 2°. W proponowanej metodzie przy założeniu $i = 1.00$ m $\text{ctg } \beta = 50$ można stosować prosty wzór redukcyjny, podany w rozdziale szóstym.

$$D = D_0 \cos \alpha + \sin \alpha \quad (42)$$

Z kolei została obliczona i podana niżej analogiczna tabela dla wskaźnika zerowego na tej samej wysokości i stałej mnożnej 100.

$$i = 1.00 \text{ m} \quad \text{ctg } \beta = 100 \\ \beta = 0^\circ 34' 22''.7$$

δ_m	$\delta_m - \beta$	D_0	ΔD_0
$0^\circ 49' 23''$	$+ 15'$	229.23	$+ 0.024$
$0^\circ 54' 23''$	$20'$	171.94	0.022
$0^\circ 59' 23''$	$25'$	137.56	0.020
$1^\circ 04' 23''$	$30'$	114.64	0.020
$1^\circ 14' 23''$	$40'$	86.00	0.020
$1^\circ 24' 23''$	$50'$	68.81	0.021
$1^\circ 39' 23''$	$1^\circ 05'$	52.95	0.022
$1^\circ 54' 23''$	$1^\circ 20'$	43.04	0.024
$2^\circ 14' 23''$	$1^\circ 40'$	34.45	0.026
$2^\circ 34' 23''$	$2^\circ 00'$	28.73	0.029
$3^\circ 04' 23''$	$2^\circ 30'$	23.02	0.033
$3^\circ 34' 23''$	$3^\circ 00'$	19.21	0.037
$4^\circ 04' 23''$	$3^\circ 30'$	16.50	0.041
$4^\circ 34' 23''$	$4^\circ 00'$	14.47	0.046
$5^\circ 34' 23''$	$5^\circ 00'$	11.63	0.054
$6^\circ 34' 23''$	$6^\circ 00'$	9.75	0.063

Dla zakresu użytecznych odległości można i w tym wypadku przyjąć poprawkę ΔD_0 za stałą, a mianowicie:

$$\Delta D_0 = \text{const.} = 0.025 \text{ m} = + 2.5 \text{ cm}$$

Do redukcji można przyjąć również ten sam wzór:

$$D = D_0 \cos \alpha + \sin \alpha$$

ROZDZIAŁ 8

ZAKRES WAHANIA ŁATĄ

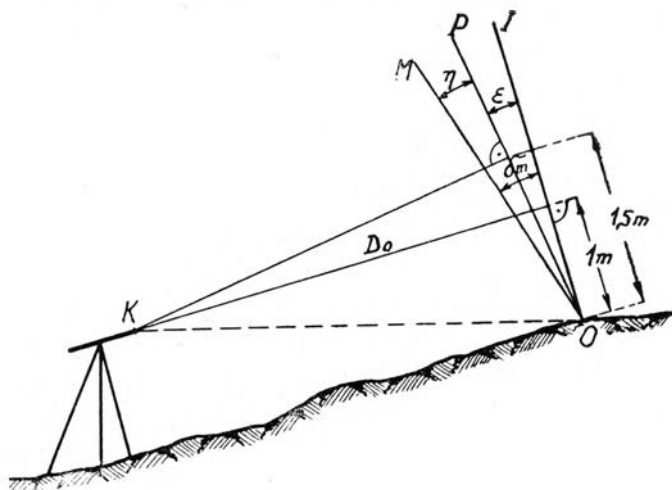
Wahanie łątą przy niwelacji wykonuje się w niedużym zakresie w okolicy jej położenia pionowego, tzn. w okolicy najmniejszego odczytu. W proponowanej metodzie dalmicznej należałoby wykonać wahanie łątą również w niedużym zakresie i również w pobliżu najmniejszego odczytu, tzn. w pobliżu położenia „minimum”.

Położenie „minimum” wypada w rozmaitych miejscach płaszczyzny celowania, zależnie od nachylenia terenu i odległości nie zredukowanej i nie posiada ułatwiającej odnalezienie cechy fizycznej jak np. położenie pionowe przy niwelacji. Tym niemniej byłoby pożądane móc określić i łatwo znaleźć przynajmniej w grubym przybliżeniu to położenie, aby amplitudę koniecznych wahań łąty zredukować jak najbardziej.

Jeśli przy listwie łąty z boku na wysokości 1.5 m (średnia wysokość instrumentu) umieścimy najbardziej prymitywny przeziernik, np. nitkowy, w ten sposób, aby jego oś celowa była prostopadła do płaszczyzny podziałki łąty, to figurant pochylając łątę doprowadzić ją może z łatwością do takiego położenia, kiedy na przecięciu nitek przeziernika zobaczy instrument. Położenie to, oznaczone na rys. 22 literą *P*, odpowiada z grubsza kierunkowi prostopadłemu do linii największego spadku, toteż będziemy je nazywali „położeniem prostopadłym do terenu”.

W braku przeziernika można to położenie ustalić „na oko”, jednakże należy się liczyć w tym wypadku z dużym błędem.

Powstaje pytanie w jakiej odległości kątowej od tego położenia łąty (na rys. 22 kąt η) znajduje się położenie „minimum”.



Rys. 22

Odpowiedź na to pytanie otrzymuje się z rys. 22

$$\eta = \delta_m - \varepsilon \quad (43)$$

gdzie ε jest to kąt między położeniem prostopadłym do terenu a położeniem I. W dalszym ciągu:

$$\varepsilon = IOK - POK = \arctg D_0 - \arctg \frac{\sqrt{D_0^2 - 1.25}}{1.5} \quad (44)$$

Poniżej podane są wartości liczbowe ε i η dla niektórych wartości D_0 i δ_m z poprzednio podanej tabeli przy $\text{ctg } \beta = 50$.

D_0	δ_m	ε	η
172.02 m	$+ 1^\circ 29'$	$+ 10'$	$+ 1^\circ 19'$
114.71	$1^\circ 39'$	$15'$	$1^\circ 24'$
86.06	$1^\circ 49'$	$20'$	$1^\circ 29'$
57.41	$2^\circ 09'$	$30'$	$1^\circ 39'$
38.32	$2^\circ 39'$	$45'$	$1^\circ 54'$
23.06	$3^\circ 39'$	$1^\circ 15'$	$2^\circ 24'$
16.54	$4^\circ 39'$	$1^\circ 44'$	$2^\circ 55'$
12.93	$5^\circ 39'$	$2^\circ 12'$	$3^\circ 27'$

Przy $\text{ctg } \beta = 100$, η zmienia się w granicach od $+ 44'$ do $+ 3^\circ 07'$ przy zmianie D_0 od 171.94 m do 11.63 m, a więc jest wielkością tego samego rzędu.

Stały znak dodatni η wskazuje, że położenie „minimum” znajduje się zawsze *wprzód* od położenia prostopadłego do terenu, tzn. między tym ostatnim a instrumentem. Inaczej mówiąc, aby przejść od położenia prostopadłego do terenu do położenia „minimum” figurant musi zawsze łatę odchylić w kierunku na instrument i to oczywiście niezależnie od tego czy mamy wzniesienie, czy spadek. Jeśli umówimy się, że amplituda wahań łaty od położenia prostopadłego do terenu we wskazanym kierunku powinna wynosić około 15 cm na wysokości 1.5 m, co odpowiada około 6° , to można mieć pewność, że w tym obszarze zaobserwuje się napewno najmniejsze przesunięcie obrazów.

CZĘŚĆ IV

TACHYMETRIA PROSTOPADŁA

ROZDZIAŁ 9

ZASADA RÓŻNICY NAJMNIEJSZYCH ODCZYTÓW

Można sobie wyobrazić zastosowanie idei wahania łątą również w zwykłej tachymetrii nitkowej. Praktycy wiedzą dobrze jak trudno jest uchwycić jednocześnie odczyty na skrajnych nitkach dalmierza nawet wtedy, gdy stosuje się poziomnice przy łątach. Z reguły nitki poziome w polu widzenia lunety znajdują się w nieustannym ruchu wahadłowym względem podziałki łąty. Stopień występowania tego zjawiska jest tym większy, im większy jest wiatr i większe nachylenie terenu.

Przez wahanie łątą można uniknąć szkodliwego wpływu tego zjawiska i tym samym zwiększyć dokładność zwykłej tachymetrii. W odróżnieniu jednak od dalmierza dwuobrazowego nie można w tym wypadku zaobserwować *najmniejszej różnicy odczytów*, ponieważ na różnicę tę składają się dwa szybko zmieniające się odczyty w trakcie wahania łątą. Istnieje natomiast konkretna możliwość zaobserwowania najmniejszych odczytów na skrajnych nitkach poziomych przez analogię do niwelacji, w sposób niezależny od siebie i niejednocześnie. Odczyty te odpowiadają prostopadłym położeniom łąty do dolnej i górnej krawędzi kąta paralaktycznego, położeniom, które na rys. 20 oznaczone były przez I i II.

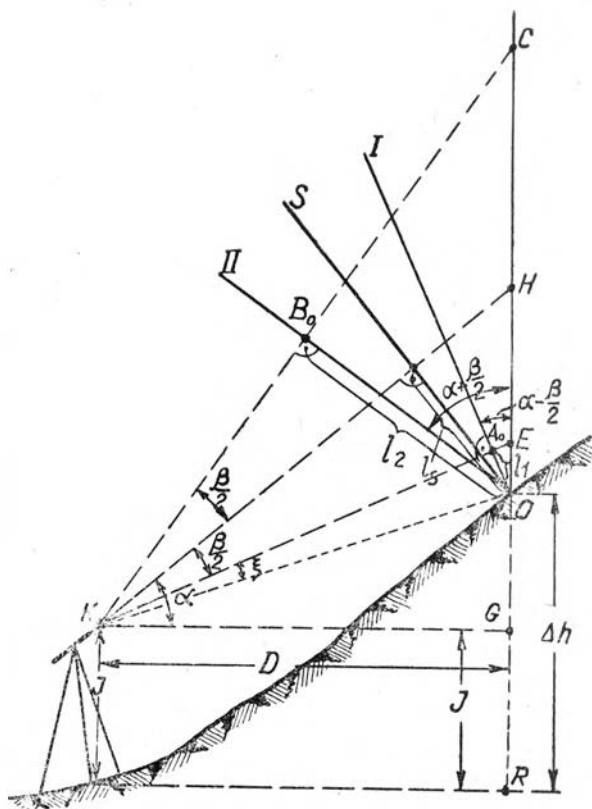
Otrzymana stąd *różnica najmniejszych odczytów* znajduje się niewątpliwie w pewnym związku funkcjonalnym z odległością zredukowaną, kątem nachylenia osi celowej lunety i stałą mnożną dalmierza nitkowego. Jeśli wzór wyrażający ten związek okaże się dostatecznie prosty i przydatny rachunkowo, to proponowana metoda będzie miała widoki powodzenia

Metodę tę będę nazywał „tachymetrią prostopadłą”.

ROZDZIAŁ 10

ODLEGŁOŚĆ ZREDUKOWANA

Na rys. 23 najmniejsze odczyty na górnej i dolnej nitce w polu widzenia lunety, czyli odpowiadające w przestrzeni rzeczywistej dolnej i górnej krawędzi kąta paralaktycznego, są oznaczone przez l_1 i l_2



Rys. 23

Z trójkątów KCG i KEG

$$CE = D \operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - D \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)$$

zaś z trójkątów OB_0C i OA_0E :

$$CE = \frac{l_2}{\cos \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right)} - \frac{l_1}{\cos \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)}$$

Zatem po przyrównaniu:

$$D \left[\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right) - \operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right) \right] = \frac{I_2}{\cos \left(\alpha + \frac{\beta}{2} \right)} - \frac{I_1}{\cos \left(\alpha - \frac{\beta}{2} \right)} \quad (45)$$

po przekształceniu różnicy tangensów, rozwinięciu funkcji sum i uporządkowaniu:

$$D = \frac{1}{2 \sin \frac{\beta}{2}} (I_2 - I_1) \cos \alpha + \frac{1}{2 \cos \frac{\beta}{2}} (I_2 + I_1) \sin \alpha \quad (46)$$

Biorąc pod uwagę związek między stałą mnożną k i kątem paralaktycznym w dalmierzu nitkowym

$$k = \frac{\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2}}{2}, \quad (47)$$

otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \sin \frac{\beta}{2}} &= \frac{\sqrt{4k^2 + 1}}{2} = k + \frac{1}{8k} - \frac{1}{128k^3} \dots \\ \frac{1}{2 \cos \frac{\beta}{2}} &= \frac{\sqrt{4k^2 + 1}}{4k} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16k^2} - \frac{1}{266k^4} \dots \end{aligned}$$

Wszystkie wyrazy począwszy od drugiego w pierwszym rozwinięciu nie przekraczają 0.0012 przy $k=100$ natomiast 0.0025 przy $k=50$ w drugim rozwinięciu 0.000006 przy $k=100$ zaś 0.000025 przy $k=50$. Znikomo mały wpływ tych wielkości na odległość zredukowaną nie ma żadnego praktycznego znaczenia, wobec czego można przyjąć:

$$\frac{1}{2 \sin \frac{\beta}{2}} = k$$

$$\frac{1}{2 \cos \frac{\beta}{2}} = \frac{1}{2}$$

i ostatecznie:

$$D = k (I_2 - I_1) \cos \alpha + \left(\frac{I_2 + I_1}{2} \right) \sin \alpha \quad (48)$$

Otrzymany wzór redukcyjny jest prosty. W pierwszym członie występuje różnica odczytów ze skrajnych nitek, czyli element podstawowy, który uwzględnia się normalnie przy redukcjach tachymetrycznych, zaś w drugim członie średnia arytmetyczna tych samych odczytów.

W celu zmniejszenia pracy rachunkowej z jednej strony, zaś czasu obserwacji, a ściślej mówiąc czasu odczytywania łaty, z drugiej strony — byłoby bardzo praktyczne dolny odczyt l_1 obierać zawsze równy okrągłej liczbie, np. 1 metr. Osiąga się to manipulując pokrętką leniwki koła wierzchołkowego w ten sposób, aby najmniejszy odczyt na dolnej nitce wypadł na wysokości 1 metra na łacie, co ze względu na dowolną zmianę dolnego odczytu jest łatwe do zrealizowania. W tym wypadku wzór redukcyjny przyjmie postać:

$$D = k(l_2 - 1) \cos \alpha + \left(\frac{l_2}{2} + 1\right) \sin \alpha \quad (49)$$

Rozpatrując wzór (48) nasuwa się w dalszym ciągu przypuszczenie czy zamiast średniej arytmetycznej skrajnych odczytów nie można by wprowadzić najmniejszego odczytu na nitce środkowej, aby w ten sposób zmniejszyć czas rachunku kosztem oczywiście zwiększenia czasu obserwacji.

Rozpatrując rysunek 23 można napisać trzy następujące związki:

$$\begin{aligned} l_1 &= OK \sin \xi \\ l_2 &= OK \sin (\xi + \beta) \\ l_s &= OK \sin \left(\xi + \frac{\beta}{2} \right) \end{aligned} \quad (50)$$

stąd

$$\frac{l_2 + l_1}{2} = OK \sin \left(\xi + \frac{\beta}{2} \right) \cos \frac{\beta}{2} = l_s \cos \frac{\beta}{2}$$

po rozwinięciu w szereg

$$\frac{l_2 + l_1}{2} = l_s - \frac{l_s \beta^2}{8} + \dots \quad (51)$$

przyjmując $\beta \approx \frac{1}{100}$

$$\frac{l_2 + l_1}{2} = l_s - \frac{l_s}{80000}$$

przy maksymalnej wartości $l_s = 2.5$ m drugi wyraz nie przekracza $\frac{1}{30}$ mm, można więc go pominąć i ostatecznie przyjąć

$$l_s = \frac{l_2 + l_1}{2}$$

Mając potwierdzenie wysuniętego przypuszczenia wzór redukcyjny można napisać w postaci:

$$D = kl \cos \alpha + l_s \sin \alpha \quad (52)$$

gdzie przez l rozumie się jak zwykle w tachymetrii różnicę odczytów ze skrajnych nitek

$$l = l_2 - l_1$$

natomiast przez l_s — średnią arytmetyczną tych odczytów lub odczyt z nitki środkowej.

Należy zwrócić uwagę na to, że o ile odczyty l_1 i l_2 powinny być wykonane z możliwie największą precyzją, o tyle przy wykonywaniu odczytu l_s dokładność 1 cm jest najzupełniej wystarczająca.

Podane wzory na odległość zredukowaną są ogólne, tzn. że są ważne zarówno przy wzniesieniu terenu jak i przy spadku, o ile tylko uwzględnia się znak algebraiczny kąta α . Pomijam dowód tego faktu jako bardzo oczywistego i wynikającego z symetrii związków geometrycznych przy wzniesieniu i przy spadku.

Poza tym wzory te określają odległość zredukowaną do punktu analaktycznego lunety, są więc ściśle jedynie dla lunet typu Porro lub typu Wilda. Przy lunetach starego typu należy uwzględnić jak zwykle stałą dodawania.

Pozostaje zastanowić się jaki trzeba wybrać w przestrzeni zakres wahania łaty, aby obejmował on napewno położenia I i II, w których należy wykonać właściwe odczyty. Z tabeli w rozdziale 9 widać, że położenie I leży zawsze na prawo, czyli w *tył* w stosunku do położenia prostopadłego do terenu, w odległości kątowej nie przekraczającej praktycznie 3° . Wynika z tego, że położenie II przy dużych odległościach będzie leżało na lewo, czyli w *przód* od położenia prostopadłego do terenu w odległości kątowej nie przekraczającej $1^\circ 30'$, zaś przy małych odległościach może leżeć nieznacznie na prawo od położenia prostopadłego do terenu. Na tej zasadzie można przyjąć następującą regułę praktyczną:

po znalezieniu położenia prostopadłego do terenu w sposób podany w rozdziale 8 należy łatę wahać od tego położenia w przód i w tył w ten sposób, aby punkt na łacie na wysokości 1.5 m posuwał się liniowo w przód i w tył o 10 cm. Odpowiada to odchyleniu kątowemu $\pm 4^\circ$, można więc mieć pewność, że reguła ta zadowoli wszystkie możliwe wypadki.

ROZDZIAŁ 11

RÓŻNICA WYSOKOŚCI

Po wyprowadzeniu wzorów tachymetrii prostopadłej na odległość zredukowaną nasuwa się natychmiast pytanie jakim wzorem wyrazi się w tachymetrii prostopadłej różnica wysokości.

Odpowiedź na to pytanie stanowi właściwie dygresję w ramach niniejszej rozprawy. Ze względu jednak na logiczne powiązanie tematu pozwalam sobie na dopełnienie tej dygresji.

Wracając do rys. 23 można wyrazić różnicę wysokości (Δh) związkiem:

$$\Delta h = D \operatorname{tg} \alpha + J - OH \quad (53)$$

gdzie J oznacza wysokość instrumentu, natomiast

$$OH = \frac{l_s}{\cos \alpha} = \frac{l_1 + l_2}{2 \cos \alpha}$$

po podstawieniu (wzór 48) i przeróbce

$$\Delta h = k(l_2 - l_1) \sin \alpha - \frac{(l_2 + l_1)}{2} \cos \alpha + J \quad (54)$$

Gdy obieramy $l_1 = 1$, wzór ten przyjmuje postać:

$$\Delta h = k(l_2 - 1) \sin \alpha - \left(\frac{l_2}{2} + 1 \right) \cos \alpha + J \quad (55)$$

wreszcie gdy wprowadzimy odczyt nitki środkowej:

$$\Delta h = kl \sin \alpha - l_s \cos \alpha + J \quad (56)$$

Oczywiste jest, że wzory te odnoszą się zarówno do wzniesienia jak i spadku przy uwzględnieniu algebraicznego znaku kąta α .

Porównując wzory na odległość zredukowaną i różnicę wysokości stwierdzić należy, że zachodzi między nimi podobieństwo polegające na identyczności współczynników obu wyrazów oraz symetria polegająca na przestawieniu stronami funkcji trygonometrycznych i zmianie znaku środkowego.

CZĘŚĆ V

PRACE DOŚWIADCZALNE

ROZDZIAŁ 12

PRZYRZĄDY

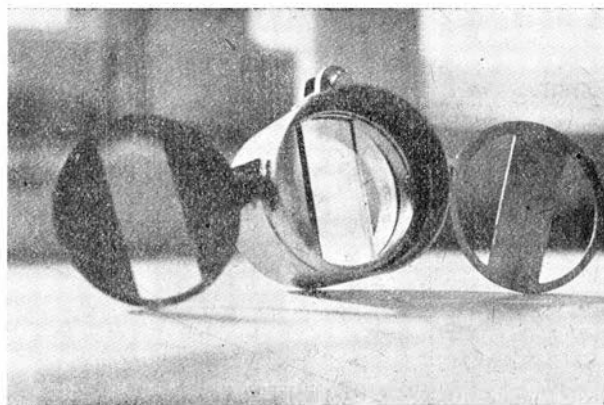
W celu sprawdzenia słuszności koncepcji teoretycznych zostały przeze mnie przeprowadzone próby eksperymentalne. Objęły one metodę dwuobrazową w położeniu pionowym i położeniu „minimum” oraz tachymetrię prostopadłą. Nie objęły natomiast proponowanej metody dwuobrazowej autoredukcyjnej ze względu na trudności technicznego wykonania w Polsce potrzebnej konstrukcji. Fakt ten nie stanowi luki w całości niniejszej rozprawy, gdyż jej celem jest, jak wspomniałem na początku, opracowanie metod i konstrukcji możliwie prostych i niekosztownych, co właśnie zostało przy dokonanych doświadczeniach uwzględnione.

Przy obu metodach został użyty teodolit Wilda T 1, o podziale 360^0 , jako instrument najbardziej typowy i powszechnie używany.

Nasadka na obiektyw wraz ze stałym klinem optycznym, przedstawiona na zdjęciu (rys. 24), została całkowicie wykonana w kraju. Jako stałą mnożną klina obrano $\text{ctg } \beta = 50$, a nie jak zwykle 100 z następujących względów:

- 1^o. Przy wahaniu łatą i obserwacji najmniejszego odczytu wydaje się niepraktyczne zastosowanie noniusza ze względu na trudność zaobserwowania numeru zlewającej się kreski w ciągu krótkiego momentu czasu. Należy się zatem ograniczyć do odczytywania względem wskaźnika zerowego szacując części centymetra. Aby zwiększyć dokładność odczytu wskazane jest więc zastosowanie mniejszej stałej mnożnej.
- 2^o. Przez zmniejszenie stałej mnożnej zmniejsza się wpływ błędu refrakcji różnicowej na ostateczny wynik pomiaru.
- 3^o. Mniejsza stała mnożna zmniejsza wprawdzie zakres mierzonych odległości, np. przy łacie 4-metrowej i wskaźniku zerowym na

wysokości 1 metra, zakres ten wynosi 150 metrów. Pomiary odległości ponad 150 m są jednak w dalmierzach dwuobrazowych utrudnione na skutek dużego spadku jasności obu obrazów.



Rys. 24

Maksymalne odchylenie pryzmatu przy założeniu $\text{ctg } \beta = 50$, wynosi:

$$\beta = 1^{\circ} 8' 44''.8 = 4124''.8$$

Kształt pryzmatu wybrano prostokątny, o powierzchni równej połowie powierzchni czynnego otworu obiektywu w teodolicie T1. Pokrył on środkową część obiektywu zgodnie z powszechnie znaną w dalmierzach dwuobrazowych zasadą wyeliminowania systematycznych błędów niesymetryczności rogówki ocznej.

W celu dokładnego wyregulowania wartości kąta paralaktycznego została zastosowana zasada Fennela, polegająca na umożliwieniu niewielkiego obrotu pryzmatu w oprawce dokoła osi równoległej do jego krawędzi łamiącej.

Obrót ten umożliwia zmianę wynikowego odchylenia wiązki świetlnej w niewielkich granicach. Przybliżony rachunek wykazuje, że przy obrocie pryzmatu o 5° uzyskuje się zmianę odchylenia wiązki o $9''$. Przez zastosowanie tego urządzenia uzyskuje się:

- 1^o. Wymiennosc normalnych pionowych łąt niwelacyjnych o podziałkach równych dokładnie 1 cm, (unika się konieczności dostosowania wielkości podziałek do danego pryzmatu, który wychodzi z fabryki, dostosowując odwrotnie każdy pryzmat do podziałek dokładnie centymetrowych).
- 2^o. Luźniejszą tolerancję fabryczną na odchylenie maksymalne pryzmatów, co ułatwia i zmniejsza koszty ich produkcji.

Pryzmat do doświadczeń moich wykonany został w warsztatach optycznych Państwowej Wytwórni Optycznej jako pryzmat achromatyczny (klejony z dwóch) według następujących narzuconych danych:

maksymalne odchylenie równoległe do większego wymiaru $\beta = 4120''$
 $+ 0'' - 10''$,

szczątkowe rozczepienie między liniami C i F nie przekraczające $\pm 2''$.

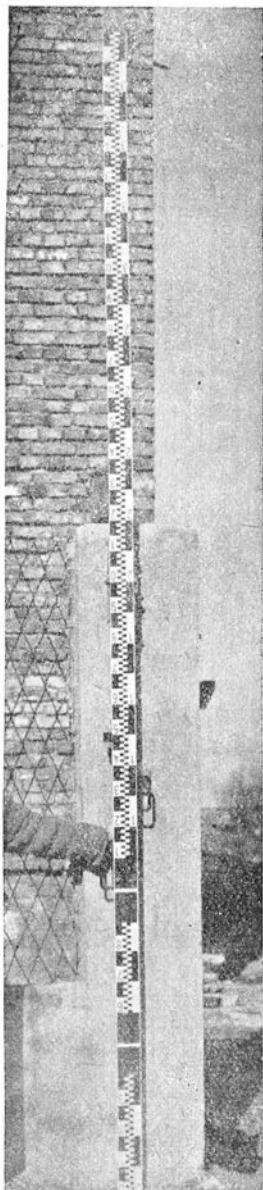
Wymiary $14.5 \text{ mm} \times 38 \text{ mm}$.

Grubość nie przekraczająca 5 mm.

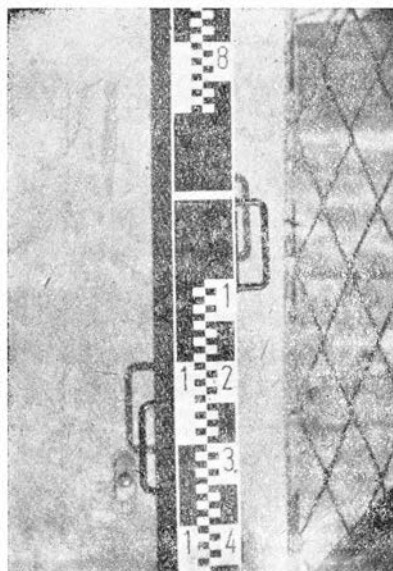
Wykonany egzemplarz przyzmatu spełniał całkowicie te dane.

Obrót regulacyjny przyzmatu został konstrukcyjnie zrealizowany przez umieszczenie go w oprawce kołowej, obracającej się dookoła osi średnicowej. Występujący na zewnątrz język tej oprawki ma możliwość przesuwu między dwoma śrubkami rektyfikującymi, działającymi na „zwolnienie” i „docisk” (bez sprężyn).

Ponadto zostały zastosowane dwie blaszane diafragmy o dopełniających się otworach, które przez obrót można wprowadzić w bieg promieni. Diafragmy te pozwalają na wygodne wyeliminowanie przy pracy doświadczalnej obrazu odchyłonego i nie odchyłonego. Przy normalnych pracach pomiarowych są one zbyteczne.



Rys. 25



Rys. 26

Jako łąta została użyta 4-metrowa, nowa, znormalizowana łąta niwelacyjna firmy Wild z podziałem centymetrowym, przedstawiona na zdjęciu (rys. 25, 26).

Łaty Wilda wykonane są w dwóch tylko kolorach: białym i czarnym przez co osiąga się maksymalny kontrast, co przy metodzie dwuobrazowej jest bardzo korzystne.

Poza tym rysunek łaty jest tego rodzaju, że każdą podziałkę obserwować można jako białą, co z kolei korzystne jest przy dalmierzu nitkowym ze względu na maksymalny kontrast między czarną nitką i białym tłem.

Wskaźniki odczytowe wykonano prowizorycznie przez naklejenie odpowiedniego papieru w trzech miejscach: pierwszy — główny, na wysokości 1 metra, drugi — na wysokości 0.5 metra i trzeci — na wysokości 3.9 metra.

Dwa ostatnie miały służyć do zbadania ewentualnego wpływu refrakcji różnicowej na różnych wysokościach nad ziemią.

Przyjęto zasadę białego wskaźnika na czarnym tle a nie odwrotnie aby uzyskać po nałożeniu się dwóch obrazów kontrast maksymalny między tłem czarnym (suma nałożenia dwóch kolorów czarnych) i tłem szarym (suma nałożenia koloru czarnego i białego). Zasada ta przyjęta jest we wszystkich dalmierzach dwuobrazowych.

Szerokość wskaźnika odczytowego wynosi 1 cm, przy czym właściwa wysokość jego nad ziemią liczy się według górnej krawędzi. Znaczy to, że w polu widzenia lunety odczytywać należy według dolnej krawędzi. Szerokość czarnego tła wynosi po 10 cm z każdej strony, co w zupełności wystarcza na odnalezienie w obszarze dwuobrazu właściwego odczytu decymetrowego.

Próby wykazały, że wskaźnik pokrywający całą szerokość łaty jest lepszy od wskaźnika pokrywającego tylko połowę jej szerokości, przede wszystkim dlatego, że dokładność odczytu przy nałożeniu obrazów jest większa niż przy styku, jak również z innych względów, które będą później podane.

Można sobie wyobrazić, że przy normalnej produkcji warsztatowej omawiane wskaźniki odczytowe wraz z okalającym tłem mogłyby być wykonane jako nasadki blaszane, obejmujące łatę i nakładane tylko w miarę potrzeby. Przewidziany przesuw takiej nasadki umożliwiłby wyeliminowanie stałej dodawania. W ten sposób zwykła łata niwelacyjna mogłaby zależnie od potrzeby spełniać podwójną rolę: łaty do niwelacji i łaty do precyzyjnego pomiaru odległości metodą dwuobrazową.

Przeziernik, potrzebny do odnalezienia położenia prostopadłego do terenu, w braku innego, został zastąpiony przez zwykłe pudełeczko tekturowe z przekłutą dziurką i dwoma na krzyż uwiązanymi sznurkami. Pudełeczko to zostało przyczepione do łaty zwykłą pineską, a sam układ geometrycznie wyregulowany. Tak prymitywny montaż spełniał jednak doskonale swoje zadanie.

ROZDZIAŁ 13

PRZYGOTOWANIE PUNKTÓW PORÓWNAWCZYCH

Przy wyborze terenu doświadczalnego kierowałem się następującymi warunkami, jakim teren ten powinien odpowiadać:

1. możliwie duże spadki,
2. brak przeszkód (teren niezarośnięty).
3. możliwość zaobserwowania z jednego stanowiska wszystkich wybranych odległości.

Warunkom tym może odpowiadać jedynie niezarośnięty stok górski. Taki stok wybrałem na hali Jaworzynka w odległości $\frac{1}{2}$ godziny marszu od Kuźnic koło Zakopanego. Posiadając spadek powyżej 30° jest on równocześnie zupełnie nieporośnięty, kamienisty.

Ekspedycja trwała od 2 do 31 sierpnia 1949 r.

Prace badawcze rozpocząłem od wyznaczenia w terenie kilkudziesięciu punktów o znanych, „prawdziwych”, odległościach od stanowiska instrumentu, aby na tych porównawczych punktach wykonać z kolei właściwy eksperyment. W tym celu wybrałem stanowisko instrumentu mniej więcej w połowie stoku, zaś punkty porównawcze rozłożone mniej więcej na półokręgu poczynając od największego spadku (podnóże stoku) poprzez spadki mniejsze do wzniesień coraz większych i kończąc na największym wzniesieniu (wierzchołek stoku). Ponadto u podnóża stoku, w dolinie, zostało wyznaczonych jeszcze kilka punktów realizujących dłuższe odcinki na jednej linii o niewielkim spadku.

Wszystkie punkty zostały zastabilizowane przy pomocy półmetrych kołków drewnianych z nabitymi gwoździami jako właściwą definicją punktu.

Wyznaczenie odległości porównawczych „prawdziwych” wykonałem przy pomocy tachymetru autoredukcyjnego Bosshardt-Zeissa, model Redta i łaty poziomej, wychodząc z założenia, że dokładność, jaką daje ten dalmierz, jest bezsprzecznie większa od dokładności, jakiej można się spodziewać przy metodach będących przedmiotem doświadczeń.

Pomiary tachymetrem Bosshardta wykonałem z jak najdalej posuniętą starannością i ostrożnością przy uwzględnieniu szcztankowych błędów rektyfikacji. Porządek postępowania był następujący:

1. Na zupełnie płaskim terenie (szosa w Kuźnicach) zostały zastabilizowane i pomierzone na jednej dokładnie wytyczonej prostej trzy odcinki kontrolne o długościach okrągło 20, 60 i 100 m. Pomiar został wykonany kilkakrotnie przy pomocy dwóch nowych taśm stalowych 20 m, uprzednio uwierzytelnionych w GUM. Rozbieżności między poszczególnymi pomiarami nie przekraczały 2 mm.

2. W porządku podanym przez Bosshardta w jego podręczniku zostało wykonane sprawdzenie i rektyfikacja łąty oraz tachymetru. Z pomiaru trzech odcinków 20, 60 i 100 m przez wyrównanie metodą obserwacji pośrednich zostały określone stała mnożna i stała dodawania. Ponieważ wyznaczona stała mnożna odbiegała znacznie od 100 została ona możliwie jak najstaranniej poprawiona klinem rektyfikacyjnym, a następnie powtórzony pomiar odcinków bazowych i wyrównanie, w wyniku którego otrzymano na wartość ostateczną stałej mnożnej

$$k = 99.986$$

z błędem wartości wyrównanej ± 0.002 , zaś na wartość stałej dodawania

$$C = -0.03 \text{ m}$$

z błędem wartości wyrównanej $\pm 0.001 \text{ m}$.

3. Z kolei został pomierzony odcinek o dużym nachyleniu (około 20°) raz z dołu do góry i drugi raz z góry na dół, aby z różnicy obu wyników określić wpływ systematyczny błędu urządzenia redukcyjnego (nierówność krawędzi łamiących pryzmatów przy poziomym położeniu lunety). Wpływ tego błędu okazał się znaczny, a całkowite usunięcie jego przy pomocy śrubek rektyfikacyjnych bardzo trudne, zapewne na skutek pewnych zanieczyszczeń wewnątrz przyrządu, powodujących sprężynowanie części metalowych. Wobec tego błąd ten został ściśle wyznaczony, a wpływ jego wprowadzony do obserwacji jako systematyczna poprawka. Wartość tej poprawki (ΔD) określa się następującym związkiem:

$$\Delta D = \frac{D_w - D_s}{2} = -\operatorname{tg} \varepsilon D \operatorname{tg} |\alpha|$$

gdzie D_w — długość odcinka zmierzona przy wzniesieniu (z dołu do góry)

D_s — długość odcinka zmierzona przy spadku (z góry na dół)

$D = \frac{D_w + D_s}{2}$ — długość odcinka wolna od błędu urządzenia redukcyjnego,

ε — błąd urządzenia redukcyjnego,

$|\alpha|$ — wartość bezwzględna kąta nachylenia osi celowej.

Z pomiaru trzech różnych odcinków z dołu do góry i z góry na dół wyznaczono jako średnią arytmetyczną:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = -0.00155 \pm 0.00005$$

Jeśli dany odcinek został zmierzony tylko w jednym kierunku, to jego długość zredukowana wyrazi się wzorem poprawkowym:

$$D = D_{w,s} - 0.00155 D_{w,s} \operatorname{tg} \alpha$$

gdzie $D_{w,s}$ — długość odczytana na łacie bez względu na to czy jest wzniesienie, czy spadek

$\operatorname{tg} \alpha$ — z uwzględnieniem właściwego znaku algebraicznego

4. W końcu przystąpiono do pomiaru odległości porównawczych. Obserwacje wykonywane były w porze rannej, nie później jak do godziny 9, aby uniknąć wibracji powietrza. Za wynik pomiaru brano średnią arytmetyczną z 10 odczytów, wykonanych w połowie ruchem bębena mikrometru w prawo, a w połowie ruchem bębena w lewo. Odczyty zapisywano przez szacunek do 1 mm. Największy rozrzut w obrębie 10 odczytów nie przekraczał średnio ± 3 cm przy odległości około 100 metrów. Właściwe odległości zredukowane obliczono według następującej formuły uwzględniającej wszystkie poprzednio omówione poprawki:

$$D = D' (0.99986 - 0.00155 \operatorname{tg} \alpha) - 0.03 \cos \alpha$$

gdzie D' — średnia z odczytów na łacie.

Należy sądzić, że przy tak starannie przeprowadzonym pomiarze błąd wyznaczenia odległości zredukowanej nie przekroczył ± 1.25 cm na 100 m. Wielkość tę podaje Bosshardt jako dokładność osiąganą na jego tachymetrze.

ROZDZIAŁ 14

METODY DWUOBRAZOWE

a) Rektyfikacja przyrządów

Po zrektyfikowaniu teodolitu, gdzie zwrócono szczególną uwagę na odczyt zerowy koła pionowego, została wyznaczona stała mnożna i stała dodawania dalmierza dwuobrazowego na uprzednio wyznaczonych odcinkach bazowych: 20, 60 i 100 m przez wyrównanie metodą obserwacji pośrednich.

Stała mnożna została doprowadzona przy pomocy śrubek rektyfikacyjnych do okrągłej wartości 50 (przyjętej w redukcjach), na stałą dodawania otrzymano $+7.5$ cm. Po uwzględnieniu stałej poprawki, omówionej w rozdziale 7, $\Delta D_0 = +4.5$ cm otrzymano ostatecznie dla metody najmniejszego przesunięcia

$$C = +12 \text{ cm}$$

Wskaźnik środkowy na łacie został obniżony o 2.4 mm, zaś wskaźniki dolny i górny o 1.5 mm.

Podziałka łaty Wilda została sprawdzona przez przykładanie w różnych miejscach normalnego metra kreskowego. Stwierdzono, że błędy podziału nie przekraczają uwzględniając złącze ± 0.4 mm.

Poziomnica przy łącie została zrektyfikowana według łąty ustawionej pionowo w dwóch prostopadłych kierunkach. Ustawienie to zostało zrealizowane przez nacelowanie pionową kreską teodolitu, starannie spoziomowanego.

b. Obserwacje i redukcje

Obserwacje na każdym punkcie porównawczym były wykonywane w następującym porządku:

1. Figurant trzyma swobodnie łątę na punkcie a obserwator skierowuje lunetę na łątę.
2. Obserwator daje pierwszy sygnał, po którym figurant trzyma łątę pionowo jak najbardziej starannie. W tym czasie obserwator wykonuje odczyty odległości na wszystkich trzech wskaźnikach na łącie oraz odczyty kątowe na kole pionowym odpowiadające tym wskaźnikom.
3. Obserwator daje drugi sygnał, po którym figurant pochyla łątę do położenia prostopadłego do terenu przy pomocy przeziernika, a następnie wolnym ruchem waha łątą tak, aby przeziernik przesunął się liniowo około 15 cm wstecz i w przód. W tym czasie obserwator ustawiając nitkę środkową na łącie w odległości około 2 — 4 cm od wskaźnika środkowego wykonuje na tym wskaźniku najmniejszy odczyt raz lub dla kontroli kilkakrotnie, po czym doprowadza nitkę środkową dokładnie na wskaźnik środkowy w momencie najmniejszego odczytu.
4. Obserwator daje trzeci sygnał, którym zwalnia figuranta, a sam wykonuje odczyt na kole pionowym.

Pomiary wykonywano od 6 do 10 rano, czasem do 12, przy pogodzie przeważnie słonecznej. Wibracja powietrza w godzinach przedpołudniowych była znaczna. Niejednokrotnie wiały wiatry.

Odczyty odległości wykonane były przez szacunek do 0.1 podziałki na łącie, tzn. do ± 5 cm, zaś odczyty kątów do $\pm 1'$.

Przy odległościach do 120 metrów od instrumentu do łąty w linii powietrznej odczyty z tą dokładnością można było wykonać bez trudu, przy odległościach większych dokładność ta wydawała się obserwatorowi wątpliwą.

Niektóre boki nie zostały pomierzone przy pomocy wskaźnika dolnego ze względu na zakrycie tego wskaźnika przez stok.

Po przeprowadzeniu redukcji według wzorów uprzednio wyprowadzonych wyniki pomiarów zostały zestawione w załączonej tablicy 1. Dla przejrzystości podałem od razu różnice między odległościami „prawdziwymi” (z pomiaru tachymetrem Bossharda) a odległościami otrzymanymi z eksperymentu.

Dla otrzymania ogólnego pojęcia o dokładności każdego sposobu obliczyłem średnie błędy pomiaru boku 100-metrowego zakładając wagi poszczególnych boków odwrotnie proporcjonalne do ich długości zredukowanej.

Z uwagi na to, że długości przyjęte za „prawdziwe” mogą być obarczone zgodnie z uprzednimi rozważaniami błędem szcątkowym rzędu ± 1.25 cm, błąd ten odjąłem kwadratycznie od otrzymanych średnich rezultatów. Ostateczne błędy średnie nieznacznie tylko różnią się od poprzednich. W ostatnim wierszu są one podane w ujęciu względnym.

c. Błąd skreślenia

Przy wahaniu łątą obserwuje się w polu widzenia lunety zjawisko rozchodzenia się dwóch obrazów łąty w kierunku poprzecznym, tzn. w kierunku poziomym. Na skutek tego zjawiska, jak wyjaśnia rys. 27, popełnia się pewien błąd w pomiarze odległości, a mianowicie: zamiast właściwego przesunięcia dwu obrazów l , odczytuje się niewłaściwie przesunięcie $\bar{l}$.

Między tymi wielkościami zachodzi widoczny związek:

$$\bar{l} = l \cos \psi$$

gdzie ψ — kąt, jaki tworzy oś symetrii łąty z nitką pionową, który będę nazywał kątem skreślenia.

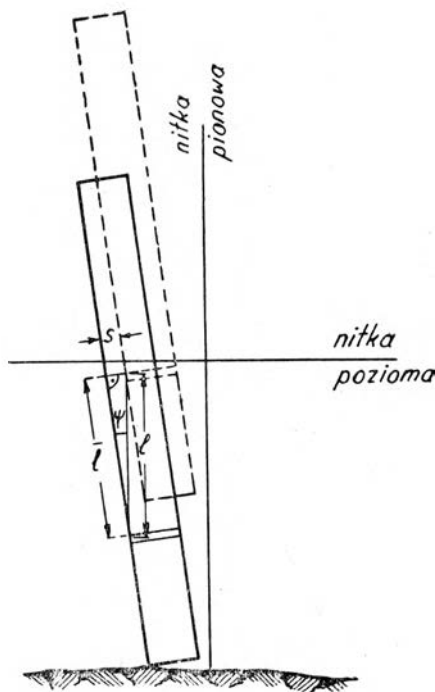
Stąd wynika błąd w odległości nie zredukowanej

$$dD_0 = l \operatorname{ctg} \beta (\cos \psi - 1), \quad (57)$$

który będę nazywał „błędem skreślenia”.

Przyczyna powstawania tego błędu jest dwojaka:

1. W trakcie wahania łąta może być skreścona w płaszczyźnie podziałki, tzn. że nie przylega ona do terenu całą stopką, lecz tylko jednym rogiem stopki, jak pokazano na rys. 27, przy czym rzeczywisty kąt skreślenia łąty równy jest kątowi ψ , występującemu w podanej wyżej zależności.
2. W trakcie wahania łątą płaszczyzna podziałki łąty może się ustawić nieprostopadle do płaszczyzny celowania mimo tego, że uprzednio przy pomocy przeziernika do tej prostopadłości była doprowadzona. Inaczej mówiąc, stopka łąty może tworzyć pewien kąt z prostopadłą do płaszczyzny celowania, który to kąt nazywać będę „kątem skantowania”.



Rys. 27

TABLICA 1
METODA DWUOBRAZOWA

Nr boku	Kąt nachylenia terenu α	Odległość zredukowana wyznaczona tachymetrem Bosshardta D (mtr)	Waga odległości $p = \frac{100}{D}$	Pomiar metodą wahania łaty $i = 1,00$ m Błąd (cm)	Pomiar przy pionowym ustaw. łaty $i = 1,00$ m Błąd (cm)	Pomiar przy pionowym ustaw. łaty $i = 0,50$ m Błąd (cm)	Pomiar przy pionowym ustaw. łaty $i = 3,90$ m Błąd (cm)
1	2	3	4	5	6	7	8
1	— 29° 50'	60,889	1,642	— 4,7	— 13,6	— 7,5	+ 4,6
2	— 29° 12'	90,882	1,100	+ 6,0	— 3,2	+ 3,2	— 19,4
3	— 29° 12'	83,554	1,197	— 4,7	— 13,0	— 8,0	— 26,2
4	— 26° 46'	104,671	0,955	— 0,5	— 11,2	— 13,6	— 23,8
5	— 25° 22'	115,052	0,869	— 5,3	— 16,1	— 10,0	— 32,2
6	— 24° 24'	97,579	1,025	+ 4,3	— 6,1	+ 2,5	— 20,7
7	— 21° 48'	93,545	1,069	+ 5,4	— 8,6	—	— 14,6
8	— 17° 53'	100,154	0,998	+ 4,7	— 15,9	—	— 8,6
9	— 13° 32'	107,226	0,933	+ 4,5	— 3,9	— 12,6	— 22,6
10	— 8° 16'	95,114	1,051	+ 1,3	— 3,5	—	— 11,8
11	— 4° 24'	119,926	0,834	— 8,4	— 11,6	+ 8,4	— 12,3
12	— 4° 24'	124,911	0,800	— 3,9	— 9,7	+ 5,3	— 9,8
13	— 3° 15'	129,896	0,770	— 7,8	+ 10,7	+ 18,6	— 9,9
14	— 3° 11'	134,627	0,743	— 6,7	— 3,4	— 4,8	— 0,5
15	— 3° 11'	140,015	0,714	+ 3,9	+ 2,5	— 25,0	—
16	— 2° 44'	99,641	1,003	+ 5,4	+ 0,5	—	— 2,2
17	+ 0° 30'	97,935	1,021	+ 1,5	— 0,3	—	— 3,4
18	+ 3° 11'	95,089	1,052	+ 2,4	— 11,8	—	— 4,3
19	+ 8° 13'	95,360	1,049	+ 1,2	+ 6,7	+ 22,5	+ 8,6
20	+ 11° 40'	93,933	1,065	+ 4,1	+ 18,1	+ 9,1	+ 10,8
21	+ 14° 59'	91,655	1,091	+ 2,1	+ 9,3	+ 12,6	+ 5,7
22	+ 19° 05'	91,563	1,092	+ 5,8	+ 13,0	+ 20,5	+ 5,7
23	+ 22° 42'	90,419	1,106	+ 1,2	+ 12,9	—	+ 7,9
24	+ 25° 08'	93,107	1,074	— 1,4	— 2,7	— 8,5	+ 5,3
25	+ 27° 12'	97,319	1,028	— 2,2	+ 12,9	+ 27,1	— 15,9
26	+ 30° 20'	87,282	1,146	+ 5,8	+ 3,2	+ 10,9	+ 7,7
27	+ 33° 02'	83,394	1,199	— 4,2	+ 2,7	+ 12,9	+ 9,1
28	+ 33° 02'	51,427	1,944	— 2,3	+ 2,0	+ 6,4	— 0,9
29	+ 32° 54'	27,223	3,673	+ 0,3	— 0,6	0,0	— 3,3

Średni błąd boku 100 mtr. z błędów

$$\text{prawdziwych } M_{100} = \pm \sqrt{\frac{(p \cdot v \cdot v)}{n}} = \pm 4,4 \text{ cm} \quad \pm 9,8 \text{ cm} \quad \pm 13,3 \text{ cm} \quad \pm 13,7 \text{ cm}$$

Średni błąd boku 100 m z uwzględnieniem błędu tachymetru Bosshardta na 100 m $\pm 1,25$ cm

$$m_{100} = \pm \sqrt{M_{100}^2 - (1,25)^2} = \pm 4,2 \text{ cm} \quad \pm 9,7 \text{ cm} \quad \pm 13,3 \text{ cm} \quad \pm 13,7 \text{ cm}$$

$$\text{Błąd względny: } \frac{m_{100}}{10000} = \frac{1}{2380} \quad \frac{1}{1030} \quad \frac{1}{752} \quad \frac{1}{730}$$

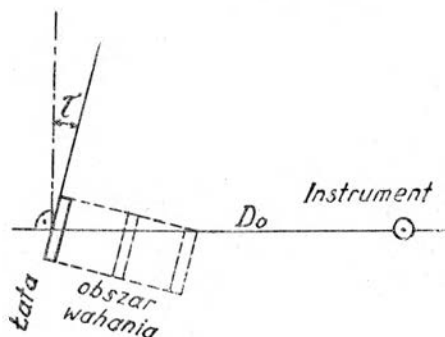
Na rys. 28, przedstawiającym rzut z góry instrumentu i łąty na płaszczyznę terenu, wymieniony kąt oznaczony jest literą τ .

Aby otrzymać zależność między kątem skantowania i kątem skreślenia obrazów w polu widzenia lunety (ψ) należy wyobrazić sobie układ trzech osi wzajemnie prostopadłych (rys. 29).

OX — oś celowa lunety w przestrzeni rzeczywistej (na rys. 20 KA^0)

OZ — oś symetrii łąty w położeniu prostopadłym do osi celowej (na rys. 20 położenie łąty I)

OY — prostopadła do obu poprzednich.



Rys. 28

Oś symetrii łąty w położeniu najmniejszego przesunięcia (M) nie będzie leżała (na skutek skantowania) w płaszczyźnie celowania ZOX , lecz w płaszczyźnie ZON , odchylonej od płaszczyzny celowania o kąt τ . Aby otrzymać kąt ψ należy kierunek OM rzutować na płaszczyznę frontálną, tzn. prostopadłą do osi celowej, jaką jest płaszczyzna ZOY .

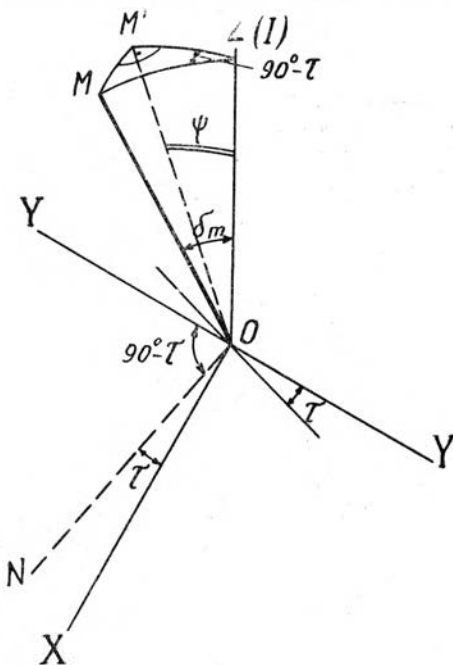
Wówczas ze sferycznego trójkąta prostokątnego $MM'Z$, w którym ψ jest jednym z kątów płaskich, otrzymujemy zależność:

$$\operatorname{tg} \psi = \cos (90 - \tau) \operatorname{tg} \delta_m$$

$$\operatorname{tg} \psi = \sin \tau \operatorname{tg} \delta_m \quad (58)$$

gdzie δ_m — kąt, jaki tworzy łąta między położeniem najmniejszego przesunięcia i położeniem I, wartości podane tabelarycznie dla różnych odległości w rozdziale 7.

Przyjmując $\tau = 22^\circ.5$, w poniższej tabeli podane są wartości kąta ψ dla odpowiadających sobie wartości δ_m i D_0 , wziętych z rozdziału 7, jak również wynikający stąd błąd bezwzględny w odległości nie zredukowanej $d D_0$, dalej błąd względny, odniesiony do odległości nie zredukowanej i w końcu liniowe przesunięcie poprzeczne obu obrazów na łącie oznaczone literą s na rysunku 27.



Rys. 29

D_0	δ_m	ψ	$d D_0$	$\frac{d D_0}{D_0} = 1 - \cos \psi$	$s = \frac{D_0}{50} \sin \psi$
172.02 m	$+ 1^{\circ}29'$	$0^{\circ}34'$	$- 0.9$ cm	1:20.000	3.4 cm
114.71	$1^{\circ}39'$	$38'$	$- 0.7$	1:16.700	2.5
86.06	$1^{\circ}49'$	$42'$	$- 0.6$	1:14.300	2.0
57.41	$2^{\circ}09'$	$50'$	$- 0.6$	1:10.000	1.6
38.32	$2^{\circ}39'$	$1^{\circ}01'$	$- 0.6$	1: 6.300	1.4
23.06	$3^{\circ}39'$	$1^{\circ}24'$	$- 0.7$	1: 3.300	1.1
16.54	$4^{\circ}39'$	$1^{\circ}47'$	$- 0.8$	1: 2.100	1.0
12.93	$5^{\circ}39'$	$2^{\circ}10'$	$- 0.9$	1: 1.400	1.0

Przy $\tau = 45^{\circ}$ i dla tego samego zakresu odległości, $d D_0$ nie przekracza $- 3.1$ cm.

Wynika z tego, że nawet bardzo duże skantowanie łąty powoduje niewielkie błędy w odległości. Toteż pierwsza z wymienionych przyczyn, powodujących rozchodzenia się obrazów w kierunku poziomym, tj. skreślenie łąty w jej płaszczyźnie, jest niewątpliwie bardziej groźna i mniej uchwytana.

Aby zredukować do minimum omawiane zjawisko można by zastosować rodzaj żabek lub podstawek, pozwalających na obrót łąty dookoła osi umieszczonej w pobliżu stopki. Jak widać z powyżej przeprowadzonej analizy, wykonanie mechaniczne i ustawienie przestrzenne tej osi może być zrealizowane w granicach bardzo szerokiej tolerancji, skądinąd urządzenie takie będzie wybitnie hamowało skreślenie łąty w jej płaszczyźnie.

Urządzenie to nie zostało przeze mnie wykonane i wypróbowane, gdyż samo zagadnienie wyłoniło się i zostało przeanalizowane dopiero w czasie trwania ekspedycji.

Przeprowadzone rozważania są drugim z kolei argumentem za stosowaniem długiego wskaźnika odczytowego, pokrywającego całą szerokość łąty. Uzyskuje się bowiem przez to większą swobodę możliwości wykonania odczytu przy większym skreśleniu. Decyduje tu element s . Graniczna wartość s , przy której można wykonać odczyt, wynosi dla łąty Wilda 6 cm.

d. Zalety i wady metody najmniejszego przesunięcia

Zgodnie z przewidywaniami teoretycznymi można było przy pracy doświadczalnej stwierdzić bezsprzeczną zasadniczą zaletę metody najmniejszego przesunięcia w porównaniu do metody zwykłej, a polegającą na eliminacji błędu pochylenia łąty.

Gdy w tych samych warunkach atmosferycznych przy pionowym ustawieniu łąty odczyt wahał się w pewnych granicach, to przy metodzie najmniejszego przesunięcia można go było ustalić bez najmniejs-

szej wątpliwości. Zgodnie z cechą każdego ekstremum funkcji matematycznych szybkość zmiany położenia wskaźnika odczytowego w miarę zbliżania się do najmniejszego odczytu bardzo szybko maleje i w pewnym momencie odnosi się praktycznie wrażenie, że wskaźnik zatrzymuje się. Ten okres czasu (około 1 sekundy) jest dostatecznie długi, aby bez trudu i wysiłku oszacować część działki na łacie.

Jeśli chodzi o błąd pochylenia łąty, to trzeba zwrócić uwagę, że odgrywa tu rolę nie tylko niewłaściwe trzymanie łąty przez figuranta, ale w równym a może nawet większym stopniu, systematyczny błąd wyregulowania libeli. Przekonałem się, że wyregulowanie libeli przy łacie Wilda z dokładnością $\pm 5'$ jest bardzo trudne i wymaga wielkiej cierpliwości, ponadto stwierdziłem, że po kilku godzinach pracy polowej stan wyregulowania może się zmienić powodując zupełnie nie przewidziane i znaczne błędy systematyczne.

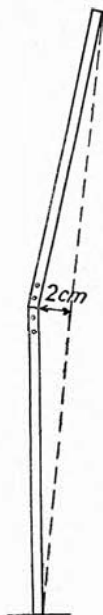
Niemniejszy szkodliwy wpływ może mieć ugięcie łąty w zawiasie jak na rys. 30. W łacie Wilda strzałka tego ugięcia może wynosić (w przód lub w tył) nawet 2 cm, co daje kątowe pochylenie górnej połówki około $35'$ nawet wówczas, gdy dolna połówka stoi pionowo.

Ugięcie łąty w metodzie najmniejszego przesunięcia nie ma prawie znaczenia, gdyż jak wiadomo wszystkie związki matematyczne dla położenia łąty „minimum” są takie, jakby teren był płaski, a w płaskim terenie wpływ pochylenia łąty jest znikomy.

Wpływ omawianych systematycznych błędów na wynik pomiaru jest widoczny w trzech ostatnich kolumnach Tablicy 1, gdzie błędy utrzymują ten sam znak przy spadku terenu i ten sam przy wzniesieniu, a ich wartości bezwzględne są wyraźnie większe niż w kolumnie czwartej od końca.

Rozpatrując przydatność metody najmniejszego przesunięcia od strony figuranta trzymającego łąkę stwierdzić należy, że daleko mniej męczące jest wahanie łąką aniżeli utrzymywanie jej w położeniu pionowym według libeli nawet w ciągu krótkiego okresu czasu. Daje się to szczególnie odczuć w czasie wiatru.

Wadą metody najmniejszego przesunięcia jest niewątpliwie zjawisko skręcania się obrazów łąty, omówione w punkcie c tego rozdziału i to nie tyle jeśli chodzi o zmniejszenie dokładności pomiaru (powstające błędy mają charakter przypadkowy i przez uwielokrotnienie pomiaru można ich wpływ zmniejszyć), ile na skutek nieprzyjemnego i nieco denerwującego efektu rozchodzenia się obrazów w kierunku poziomym. Ten nieprzyjemny efekt usunąć można przez zastosowanie zabek, o czym uprzednio wspomniałem.



Rys. 30

TABLICA 2
TACHYMETRIA PROSTOPADŁA

Nr boku	Kąt nachylenia terenu α	Odległość zredukowana wyznaczona tachymetrem Bosshardt'a D (mtr)	Waga odległości $p = \frac{100}{D}$	Tachymetria prostopadła Błąd (cm)	Łata pionowo z libelą Błąd (cm)	Łata pionowo bez libeli Błąd (cm)
1	2	3	4	5	6	7
1	— 30° 42'	22,282	4,488	+ 9	+ 8	— 64
2	— 29° 12'	90,882	1,100	+ 15	— 8	— 234
3	— 29° 12'	83,554	1,197	+ 8	— 25	— 72
4	— 26° 46'	104,671	0,955	— 23	— 39	— 165
5	— 25° 22'	115,052	0,869	— 7	— 53	— 217
6	— 24° 24'	97,579	1,025	— 4	— 32	— 219
7	— 21° 48'	93,545	1,069	+ 9	— 3	— 87
8	— 17° 53'	100,154	0,998	+ 1	— 4	— 7
9	— 13° 32'	107,226	0,933	+ 15	— 33	— 128
10	— 8° 16'	95,114	1,051	+ 4	0	— 46
11	— 4° 24'	119,926	0,834	0	— 3	— 43
12	— 4° 24'	124,911	0,800	— 20	+ 7	— 65
13	— 3° 50'	237,222	0,422	— 2	— 25	— 78
14	— 3° 15'	129,896	0,770	— 16	+ 4	— 27
15	— 3° 11'	134,627	0,743	— 6	— 20	— 41
16	— 3° 11'	140,015	0,714	+ 15	— 10	— 51
17	— 3° 00'	217,562	0,460	— 8	+ 11	— 50
18	— 2° 56'	160,302	0,624	+ 20	— 17	— 3
19	— 2° 50'	179,564	0,557	— 2	+ 20	— 50
20	— 2° 44'	99,641	1,003	— 8	— 12	— 14
21	— 2° 24'	197,894	0,505	+ 12	+ 24	— 53
22	+ 0° 30'	97,935	1,021	— 2	+ 10	+ 1
23	+ 3° 11'	95,089	1,052	+ 2	+ 8	+ 50
24	+ 8° 13'	95,360	1,049	+ 1	— 8	— 3
25	+ 11° 40'	93,933	1,065	— 11	— 17	+ 39
26	+ 14° 59'	91,655	1,091	+ 16	+ 3	+ 60
27	+ 19° 05'	91,563	1,092	— 15	— 8	— 12
28	+ 22° 42'	90,419	1,106	+ 1	+ 31	+ 54
29	+ 25° 08'	93,107	1,074	— 3	+ 4	+ 44
30	+ 27° 12'	97,319	1,028	— 5	— 5	— 146
31	+ 30° 20'	87,282	1,146	+ 20	+ 15	+ 63
32	+ 32° 54'	27,223	3,673	— 1	— 3	— 22
33	+ 33° 02'	83,394	1,199	+ 2	— 11	— 177
34	+ 33° 02'	51,427	1,944	— 17	— 22	— 53

wiatr silny

Średni błąd boku 100 mtr z błędów

prawdziwych $M_{100} = \pm \sqrt{\frac{p_{vv}}{n}} =$ Błąd względny: $\frac{M_{100}}{10000} =$ $\pm 11,4 \text{ cm} \quad \pm 18,6 \text{ cm} \quad \pm 98,0 \text{ cm}$ $\frac{1}{877}$ $\frac{1}{538}$ $\frac{1}{102}$

ROZDZIAŁ 15

METODY NITKOWE

Stała mnożna dalmierza nitkowego teodolitu Wilda T 1 wyznaczona została na odcinkach bazowych 20, 60 i 100 metrów. Otrzymano $k=99.75$.

Eksperyment wykonany został na punktach porównawczych, ustalonych poprzednio dla metod dwuobrazowych z tym, że ilość tych punktów zwiększono o 5.

Na każdym punkcie pomierzono odległość trzema metodami z uwzględnieniem właściwej wartości stałej mnożnej:

1. Trzymając łątą pionowo, lecz bez uwzględnienia libeli.
2. Trzymając łątę pionowo z uwzględnieniem libeli (pęcherzyk w środku),
3. Wahając łątą — „tachymetria prostopadła”.

Wyniki pomiarów zestawione są w Tablicy 2 (str. 82) w sposób analogiczny jak dla metod dwuobrazowych. W zakończeniu tablicy podane są średnie błędy odcinka stumetrowego dla każdej metody, obliczone z błędów prawdziwych oraz te same błędy średnie w ujęciu względnym.

Przy tachymetrii prostopadłej nitka dolna była nastawiona na odczyt $l_1 = 1$ m, co nie nastręczało trudności, gdyż w trakcie wahania łątą szybkość przesuwania się podziałki względem dolnej nitki jest mała. Odczyt na nitce górnej daje się wykonywać również wygodnie i bez trudności. Zamiast odczytu nitki środkowej wprowadzono do wzoru redukcyjnego średnią arytmetyczną z odczytów skrajnych.

Zjawisko skręcania się łąty w jej płaszczyźnie jak również skantowania, występujące w tym samym stopniu co i przy metodzie dwuobrazowej, jest jednak w tym wypadku mniej szkodliwe, po pierwsze dlatego, że dokładność metody nitkowej w założeniu jest mniejsza, po drugie dlatego, że nie widzi się przykrego efektu rozchodzenia się dwóch obrazów łąty.

W odróżnieniu od metody dwuobrazowej warunkiem wykonania właściwego pomiaru w tachymetrii prostopadłej jest stałość osi obrotu (wahania) w okresie czasu między odczytami na skrajnych nitkach. Toteż po wykonaniu odczytu na górnej nitce należy koniecznie sprawdzić czy odczyt na nitce dolnej nie zmienił się. Praktycznie biorąc okoliczność ta nie jest wadą metody, gdyż na 34 wypadki w ramach przeprowadzonego doświadczenia tylko w jednym stwierdziłem zmianę dolnego odczytu, co spowodowało jedynie potrzebę powtórzenia odczytu górnego.

CZĘŚĆ VI

REASUMPCJA — WNIOSKI

Reasumując przeprowadzone rozważania teoretyczne oraz wyniki prac doświadczalnych można powiedzieć, że zasadniczy cel tej rozprawy, sprecyzowany na wstępie: „zwiększenie dokładności i uproszczenie konstrukcji dalmierzy geodezyjnych z łątą pionową”, został osiągnięty.

Przeprowadzone w pierwszej kolejności rozważania teoretyczne odnośnie dalmierza dwuobrazowego z łątą pionową doprowadziły do stwierdzenia, że da się skonstruować dalmierz tego typu autoredukcyjny, z jednym systemem pryzmatów obrotowych, w przeciwieństwie do tezy Berchtolda i Barot. Łata pionowa musi być zaopatrzona w dwa noniusze proste. Średnia arytmetyczna z odczytów na obu noniuszach realizuje pełną autoredukcję przy jednym położeniu lunety.

Błędy wynikające ze skrótów perspektywicznych noniuszy są minimalne i mogą być praktycznie pominięte gdyż:

- a. występują one na obu noniuszach zawsze ze znakami przeciwnymi, dzięki czemu wpływ ich w średniej arytmetycznej w znacznym stopniu redukuje się, a w najbardziej niekorzystnym wypadku wynosi najwyżej połowę błędu maksymalnego,
- b. analiza statystyczna rozkładu tych błędów wykazuje, że prawdopodobieństwo ich występowania szybko maleje w miarę zwiększania się ich wartości bezwzględnych, a w szczególności prawdopodobieństwo występowania maksymalnych wartości tych błędów jest bardzo małe.

W konkluzji:

WNIOSEK I

Da się skonstruować autoredukcyjny dalmierz dwuobrazowy typu Bosshardt-Zeissa (z jednym systemem pryzmatów obrotowych) z łątą pionową, zaopatrzoną w dwa noniusze.

Dalsze rozważania teoretyczne i prace doświadczalne doprowadziły do stworzenia koncepcji dalmierza dwuobrazowego nieautoredukcyj-

nego z łątą pionową, a raczej metody dalmierczej, którą nazwałem „metodą najmniejszego przesunięcia” lub metodą „minimum”, przy użyciu prostego i niekosztownego instrumentarium, składającego się ze:

- a. stałego pryzmatu pokrywającego połowę powierzchni obiektywu lunety,
- b. zwykłej łąty niwelacyjnej, zaopatrzonej w przesuwny i zdejmowalny wskaźnik odczytowy oraz zdejmowalny prymitywny przeziernik.

Metoda ta polega na wahanii łątą w określonym niewielkim obszarze i odczycie przez obserwatora najmniejszego przesunięcia dwóch obrazów na łącie. Odczyt wykonuje się bez noniusza.

Związek między odczytem na łącie (l) a odległością zredukowaną do poziomu (D), czyli wzór redukcyjny, ma następującą prostą postać:

$$D = k l \cos \alpha + i \sin \alpha$$

gdzie: k — stała mnożna dalmierza

α — kąt nachylenia osi celowej lunety do poziomu, odczytany na kole pionowym teodolitu,

i — wysokość umieszczenia na łącie wskaźnika odczytowego

przyjmując $i = 1$ m

$$D = k l \cos \alpha + \sin \alpha$$

Wzór ten jest ogólny, tzn. odnosi się do wszystkich wartości kąta α z uwzględnieniem znaku algebraicznego tego kąta.

Metoda najmniejszego przesunięcia eliminuje przypadkowe i systematyczne błędy, wynikające z niepionowego ustawienia łąty oraz systematyczne błędy, wynikające z ugięcia łąty w zawiasie, co ma tym większe znaczenie im bardziej teren jest nachylony.

Osiągnięty w pracy doświadczalnej średni błąd pomiaru odcinka stumetrowego tą metodą ± 4.2 cm (Tablica 1) jest kilkakrotnie mniejszy od analogicznego średniego błędu przy pionowym ustawieniu łąty (± 9.7 cm, ± 13.3 cm, ± 13.7 cm). Ponadto, jak widać z zestawienia, błędy poszczególnych odcinków mają różne znaki, a więc ich charakter jest wyraźnie przypadkowy i wynika zapewne głównie z ograniczonej zdolności rozdzielczej oka, czego nie można powiedzieć o analogicznych błędach przy pionowym ustawieniu łąty, układających się w sposób wyraźnie systematyczny.

Osiągnięty przy metodzie najmniejszego przesunięcia średni błąd względny: $\frac{1}{2380}$, a więc nieco lepszy jak dla zwykłego pomiaru taśmą stalową, wskazuje na to, że metodę tę można z powodzeniem stosować zamiast pomiaru taśmowego, zwłaszcza przy pracach rolnych lub leśnych i zwłaszcza w terenach niepłaskich. W terenach trudno dostępnych może być ona szczególnie przydatna.

Porównanie dokładności tej metody z dokładnościami znanych dalmierzy dwuobrazowych z łąką pionową przeprowadzić można opierając się na zestawieniu graficznym, podanym w znanej książce Bossharda na str. 80. Z zestawienia tego wynika, co zresztą z góry założyłem w moich pracach doświadczalnych, że błędy autoredukcyjnego tachymetru „Redta” są znacznie mniejsze. Natomiast błędy dalmierzy nasadkowych nieautoredukcyjnych Wilda i Kerna są tego samego rzędu co błędy wypróbowanej przeze mnie metody. Wspomniane zestawienie odnosi się w czasie do r. 1930. Biorąc pod uwagę, że od tego okresu dalmierze nasadkowe z łąką poziomą zostały udoskonalone można się spodziewać, że porównanie w obecnej chwili wypadłoby w rzeczywistości na korzyść tych ostatnich.

Dalmierz autoredukcyjny Barot-Wilda daje bezsprzecznie wyniki daleko gorsze.

Bardzo interesująco wypada natomiast porównanie z Lodisem. Według badań inż. Piaseckiego (Przegląd Mierniczy Nr 10 r. 1933) błąd pomiaru odległości tym instrumentem wynosi ± 1.6 cm na 40 metrów przy uwzględnieniu stałej mnożnej okrągło 20. Schneider podaje w Zeitschrift für Vermessungswesen Heft 17 r. 1930 analogiczną wartość ± 1.0 cm, przyjmuje on jednak za stałą mnożną nie okrągłą liczbę 20, lecz wielkość wyrównaną z wielu obserwacji. Biorąc pod uwagę wynik Piaseckiego, jako bardziej odpowiadający rzeczywistości sposobowi zastosowania przyrządu, otrzymuje się błąd względny $\frac{1}{2500}$, a więc prawie taki sam jak przy metodzie najmniejszego przesunięcia. Mimo, że w Lodisie stała mnożna jest dwa i pół raza mniejsza a instrumentarium bez porównania bardziej skomplikowane i specjalne, obie metody są równorzędne pod względem dokładności wyników.

W konkluzji:

WNIOSEK II

Metoda najmniejszego przesunięcia w dalmierstwie dwuobrazowym z łąką pionową daje wyniki znacznie dokładniejsze aniżeli metoda pionowego ustawienia łąty i może z powodzeniem zastępować zwykły pomiar taśmowy, zwłaszcza w terenach niepłaskich. Jej dokładność jest równorzędna z dokładnością Lodisu a zakres mierzonych odległości większy.

Rozszerzając koncepcję najmniejszych odczytów i procesu wahan łąką na dalmierz nitkowy została opracowana z kolei teoretycznie i doświadczalnie analogiczna metoda w odniesieniu do dalmierza nitkowego, którą nazwałem „tachymetrią prostopadłą”.

Pomiar sprowadza się w tym wypadku do wykonania dwóch niejednoczesnych, najmniejszych odczytów na skrajnych nitkach.

Zalety tej metody w porównaniu do pionowego ustawienia łąty są takie same jak w metodzie dwuobrazowej.

Odległość zredukowana i różnica wysokości wyrażają się w tachymetrii prostopadłej przy pomocy wzajemnie symetrycznych i stosunkowo prostych wzorów:

$$D = k(l_2 - l_1) \cos \alpha + \frac{(l_2 + l_1)}{2} \sin \alpha$$

$$\Delta h = k(l_2 - l_1) \sin \alpha - \frac{(l_2 + l_1)}{2} \cos \alpha + J$$

gdzie: l_1 — odczyt na dolnej nitce

l_2 — „ „ „ górnej „

J — wysokość instrumentu

przy tym zamiast $\frac{l_2 + l_1}{2}$ może być wzięty najmniejszy odczyt na nitce środkowej l_s .

Z zestawienia w tablicy 2 wynika, że błąd pomiaru odległości w tachymetrii prostopadłej jest zdecydowanie mniejszy niż w tachymetrii zwykłej, nawet przy zastosowaniu libeli. Szczególnie uwypatnia to się w pierwszych dziesięciu pozycjach, gdy wiał silny wiatr. Biorąc pod uwagę podany przez Jordana w „Handbuch der Vermessungskunde” tom II, str. 781 średni błąd pomiaru odległości w zwykłej tachymetrii nitkowej, wynoszący na podstawie licznych doświadczeń ± 23 cm na 100 metrów, stwierdzić należy, że w tachymetrii prostopadłej uzyskuje się dokładność dwa razy większą (± 11.4 cm na 100 metrów).

Badanie dokładności wyznaczenia różnic wysokości w tachymetrii prostopadłej nie zostało doświadczalnie przeprowadzone, biorąc jednak pod uwagę, że we wzorach na różnicę wysokości i odległość zredukowaną występują te same elementy z pomiaru, można logicznie wnioskować, że dokładność ta będzie również zdecydowanie większa niż w tachymetrii zwykłej.

Sądzę, że metodę tachymetrii prostopadłej stosować można do pomiaru boków w poligonach, w szczególności w poligonizacji drugorzędnej (prace rolne i leśne) i w terenach niepłaskich.

Byłoby rzeczą interesującą zbadać przydatność mikrometru Barot w tej metodzie. Można przypuszczać, że mikrometr ten wpłynąłby jeszcze na podniesienie dokładności wyników.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że metoda tachymetrii prostopadłej jest tylko metodą we właściwym tego słowa znaczeniu, tzn. nie wymaga żadnego dodatkowego instrumentarium, może być stosowana przy użyciu każdej lunety z dalmierzem i każdej łąty niwelacyjnej lub tachymetrycznej.

W konkluzji:

WNIOSEK III

Metoda tachymetrii prostopadłej daje w pomiarze odległości wyniki dokładniejsze aniżeli metoda zwyczajnej tachymetrii nitkowej. Można ją stosować do pomiaru ciągów poligonowych drugorzędno znaczenia.

Na uwagę zasługuje przedyskutowanie wpływu refrakcji różnicowej na wyniki doświadczalnych pomiarów zestawionych w tablicach 1 i 2.

Porównanie średniego błędu dla wskaźnika na wysokości pół metra i dla wskaźnika na wysokości jednego metra świadczyłoby o istnieniu wpływu refrakcji różnicowej rzędu kilku centymetrów w odległości, tzn. rzędu niespełna jednego milimetra na łacie. Z badań Dohrmanna wynika, że średnia wielkość refrakcji różnicowej wynosi ± 0.3 mm na łacie, może jednak w niekorzystnych warunkach przekraczać 1 mm.

Nie ulega wątpliwości, że warunki prób wykonanych przeze mnie były z tego punktu widzenia bardzo niekorzystne, gdyż promienie idące od wskaźnika dolnego w większości wypadków przechodziły tuż nad terenem kamienistym i rozgrzanym przez słońce. Można więc przyjąć że istnieje z gruba zgodność między wynikami moimi i wynikami Dohrmanna.

Fakt, że średni błąd na wskaźniku górnym jest jeszcze większy, nie może być tłumaczony wpływem refrakcji różnicowej. Można przypuszczać, że wpływa tu uginanie się górnej połówki łąty w zawiasie zwłaszcza pod działaniem wiatru.

Nie należy sądzić, aby przy szacunkowym sposobie odczytywania przypadkowy błąd odczytu był znacznie mniejszy od ± 1 mm na łacie, tzn. ± 5 cm w odległości terenowej. Wynika z tego, że osiągnięty przy metodzie najmniejszego przesunięcia (wskaźnik na wysokości 1 metra) średni błąd odcinka stumetrowego: ± 4.2 cm przypisać trzeba głównie przypadkowym błędom odczytu.

Wpływ refrakcji różnicowej ma tutaj napewno znaczenie drugorzędne i praktycznie nieistotne.

Identyczne twierdzenie wypowiedzieć można odnośnie tachymetrii prostopadłej, tym bardziej że wprowadza się tutaj różnicę dwóch odczytów, zatem przypadkowy błąd odczytu odległości nie może być znacznie mniejszy od $\pm 1 \sqrt{2}$ mm $= \pm 1.4$ mm na łacie, co stanowi ± 14 cm w odległości terenowej, a więc więcej niż otrzymany efektywnie średni błąd odcinka stumetrowego: ± 11.4 cm.

W konkluzji:

WNIOSEK IV

Wpływ refrakcji różnicowej w zbadanej doświadczalnie metodzie najmniejszego przesunięcia i metodzie tachymetrii prostopadłej jest tak niewielki, że nie ma praktycznego znaczenia.

ПРОБЛЕМА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ДАЛЬНОМЕРОВ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕЙКОЙ

Эта диссертация имеет своей целью проанализировать и выработать такой метод измерения и такую конструкцию, которые способствовали бы получению высшей чем до сих пор точности геодезических дальномеров с вертикальной рейкой, применяя самые простые и недорогие средства и способы.

Проблема эта поставлена и обработана относительно обоих методов: во первых — дальномеров двойного изображения, во вторых — нитяных дальномеров. Затем подан отчет об опытах, поставленных с целью испытания теоретических соображений.

I. Проблема применения вертикальной рейки в дальномерях двойного изображения

Введение

Дальмеры двойного изображения употребляются в геодезии в большинстве случаев с горизонтальной рейкой. Преимуществом горизонтальной рейки является возможность получить высокую точность измеряемого расстояния и простота конструкции приспособления для автоматической редукции. С другой стороны, употребление горизонтальной рейки довольно сложно и нередко препятствия на местности осложняют взятие отсчетов.

Этих недостатков не имеет вертикальная рейка, которую представим себе, как типичную рейку, употребляемую при нивелировке или тахеометрии. Исходя из этих соображений, целесообразным является выделение системы дальмера двойного изображения с вертикальной рейкой. Обсуждение этой проблемы начнём с анализа трудностей, которые выступают при реализации такой системы.

1. Трудности реализации

а. Дифференциальная рефракция.

Как известно, путь светового луча в атмосфере зависит от переменной величины — от показателя преломления воздуха. Этот показатель зависит главным образом, от температуры. Зависимость эта математически представлена формулой (1), которой, однако, трудно пользоваться, так как неизвестна функциональная зависимость между температурой (t) и высотой над почвой (h).

Изменения температуры воздуха вызваны тепловым обменом между атмосферой и землей. Существуют разные распределения тепла. Первое распределение, изображенное на рис. 1, так наз. „Ausstrahlungstyp“ выступает ночью. Нагретая в течении дня почва быстро охлаждается и воздух начинает быть теплее почвы. В меру возвышения над почвой, температура растёт, и показатель преломления уменьшается. Разница отсчетов, взятых с рейки, больше истинной. Распределение второе, так наз. „Einstrahlungstyp“ — изображенное на рис. 2 выступает днём. Под влиянием солнечных лучей почва нагревается быстрее, чем воздух, и отдаёт воздуху полученное тепло. В меру возвышения, температура падает, а показатель преломления возрастает. Разница отсчетов, взятых с рейки, будет меньше истинной. Два раза в сутки, именно немного после заката солнца, и приблизительно часа в два после восхода солнца, один тип переходит в другой, выступает временное уравнивание температуры, и тогда световые лучи пробегает прямолинейно.

Из опытных исследований, произведённых Дорманом (Dohrmann) в 1929 — 31 гг. над влиянием вертикальной рефракции (сравнение расстояний, получаемых с дальномера двойного изображения раз при горизонтальной рейке, раз при вертикальной) получается, что влияние этой рефракции на определение расстояния выражается в среднем величиной $\pm 0,3$ мм на рейке, (для расстояния 90 м и постоянной дальномера 100), а только в исключительных случаях превышает 1 мм. Эти исследования подтвердили, что влияние вертикальной рефракции в течение дня имеет отрицательный знак, а ночью — положительный.

Влияние дифференциальной рефракции гораздо больше при вертикальной рейке, чем при горизонтальной, но кажется, что некоторые авторы переоценивают вредность этого явления относительно вертикальной рейки. При определённых заданных требованиях точности, возникающие при этом ошибки будут приемлемы.

b. Влияние наклона рейки.

Если заложим, что наравитический угол дальномера β лежит с одной стороны визирной оси, то получим выраженное формулой (2) соотношение между разностью отсчетов с рейки l , углом наклона визирной оси α , а также между вышеупомянутым углом β и приведенным расстоянием D .

Если рейка отклоняется от вертикали в плоскости своей шкалы на угол ε , то это вызывает ошибку приведенного расстояния ΔD , выраженную формулой (3); ниже в таблице находятся вычисленные величины ΔD .

Если дальше обозначим через δ угол наклона рейки в плоскости паралактического угла, а через i отсчет на рейке, отвечающий визирной оси, то, согласно с рис. 4 выведем формулу (4) на ошибку приведенного расстояния ΔD . В двух таблицах ниже даны численные величины ΔD в см для $D = 100$ м и $i = 1$ м.

Как видно из этих трёх таблиц, ошибки вызываемые углом ε будут меньше случайных ошибок измерения, следовательно, в практике можно ими

пренебрегать; но ошибки вызываемые углом δ имеют большую величину и быстро возрастают вместе с увеличением наклона визирной оси.

Из опыта известно, как затруднительно удержать вертикальную рейку с уровнем в надлежащем (правильном) положении. Применение опорных ножек облегчает работу, но при этом могут выступать другие ошибки, уже систематического характера. Влияние наклона рейки является серьёзным недостатком дальномеров двойного изображения с вертикальной рейкой.

с. Перспективические сокращения отсчетных систем.

При вертикальной рейке расстояние между параллельными лучами, ограничивающими одно деление рейки, изменяется и зависит от угла наклона этих лучей к горизонту (рис. 5). Параллельные лучи можно практически отождествить с лучами, сходящимися в аналактической точке, поэтому явление проектирования будем называть „перспективическим сокращением первого ряда”.

При употреблении плоско-параллельной пластинки, отсчеты барабана „р” следует исправить согласно формуле (5); формула эта является практически верной для обоих случаев, когда отсчетный указатель находится у верхнего или нижнего края паралактического угла.

Когда отсчетной системой служит верньер, то длина его сокращается в том же отношении, как длина прилежащего отрезка главной шкалы — и в этом случае нет перспективического сокращения первого ряда. Однако, вследствие того, что верньер и прилежащий отрезок главной шкалы выступают в разных областях паралактического угла (рис. 6, углы γ_1 и γ_2 не равны себе) получаем несовпадение первого и последнего штриха верньера. Это несовпадение будем называть „перспективическим сокращением второго ряда”.

Полагая, что верньер длины t лежит при нижнем крае паралактического угла (кажется слишком „длинным”), из формулы (6) получается поправка „ r ” измеряемого расстояния, когда совпадает последний штрих верньера (рис. 7). По формуле (7) можно получить исправленный отсчет „ $\bar{P}$ ”, для случая, когда совпадает произвольный штрих верньера. P — есть отсчет верньера, n — номер совпадающего штриха, N — число штрихов верньера. Обе эти формулы являются общими, если принимать во внимание алгебраический знак угла α . Величина „ r ” не есть максимальная поправка, потому что может случиться, что ни один из штрихов верньера не совпадает — а совпадает один из дополнительных штрихов, лежащий уже за краями верньера.

Если, при определённом сокращении верньера, когда совпадает его первый (нулевой) штрих, обратим внимание на последний совпадающий штрих, то номер этого штриха $\bar{N}$ получим из формул (8) и (9), а максимальную поправку R — после подставления в формулу (6) — окончательно получим по формуле (10). Когда совпадает штрих $\bar{N}$ — внезапно выступает переход от

максимальной поправки к нулевой, потому что одновременно совпадает и первый штрих.

В виду этого, формула (10) является неприменимой в практике. Правильнее принять, что максимальной поправкой есть поправка R , выступающая в случае совпадения $(N-1)$ штриха верньера — если бы не было „перспективического сокращения”. Напр. при постоянной 100 и верньере 19/20, исправленный отсчет есть 0,95 м. Первый штрих верньера находится при этом на предпоследней — скажем „ступени”. Из видоизменной формулы (7) получим номер „ $\bar{n}$ ” так определенной максимальной поправки, а затем ее величину (11).

Численные величины этих поправок, которые мы получим, применяя формулы (6) и (11), даны в первой таблице для неприведенного расстояния — а в следующей — для приведенного, т. е. умноженного на $\cos^2 \alpha$.

Максимальные поправки выступают только в некоторых редких случаях. Нулевой штрих верньера может находиться в N определенных местах („ступенях”) деления главной шкалы. Эти места получим, разделив одно деление шкалы на N равных отрезков. Кажется правильно будет принять, что вероятность появления максимальной ошибки такая же, как каждой другой

и равняется $\frac{1}{N}$.

Как известно, применяя два верньера, „прямой” и „обратный”, можно исключить влияние перспективического сокращения второго ряда (рис. 8).

Кажущаяся длины отдельных делений верньера не тождественны между собой. Это относится также к отдельным делениям главной шкалы. Чтобы получить численные величины явления, которые будем называть „перспективическим сокращением третьего ряда”, следует ввести в исчисление углы γ_1 и γ_2 (рис. 9). По формуле (12) получим величину этого сокращения; в очень невыгодном случае она равняется 0,3 см — то есть в действительности не имеет никакого значения.

Явление перспективического сокращения не выступает при вертикальной рейке в отсчетных системах Nestlera-Dieperinka (рис. 10 и 10a).

d. Редукционные формулы.

1. Паралактический угол расположен симметрично, визирная ось направлена симметрично (рис. 11).

Две призмы, каждая из них закрывает половину объектива. Визирная ось трубы направлена симметрично между двумя изображениями отсчетного показателя. Штриховая линия представляет неотклоненное изображение рейки. Каждая призма отклоняет луч на угол $\beta/2$, причем считаем, что призмы вводятся поочередно — одна, потом другая. Перемещение изображений, отсчитанное на верхнем показателе, равно сумме отрезков OK'_1 и $K'_1 K''_1$ дается формулой (13); соответствующее перемещение, отсчитанное на нижнем показателе — дает формула (14). Приведенное расстояние,

получаемое как арифметическая средняя обоих отсчетов, дается точной формулой (15), которая превращается — если отбросим второй член, как не имеющий практического значения — в обыкновенную тахеометрическую формулу.

2. Паралактический угол расположен симметрично, визирная ось направлена несимметрично (рис. 12).

Этот случай тем отличается от предыдущего, что визирная ось трубы направлена на одно из отклоненных изображений показателя (напр. верхнее). Перемещение изображений, отсчитанное на верхнем показателе, получаем, как и раньше — как сумму отрезков OK'_1 и $K'_1K''_1$, а приведенное расстояние выражается тождественной с предыдущей — если отбросить второй член — формулой (16).

3. Паралактический угол расположен несимметрично. Визирная ось направлена несимметрично. (рис. 13).

Одна призма, закрывающая половину объектива, отклоняет луч на угол β . Визирная ось трубы направлена на несмещенный показатель. Если возьмем среднюю арифметическую отсчетов по обоим показателям, то формула на приведенное расстояние (17) тождественна с формулой для 1-го случая. Если возьмем отсчет только по несмещенному показателю, то в формуле на приведенное расстояние (18) нужно принимать во внимание оба члена. Поправка ΔD которую следует ввести в отсчитанное, неприведенное расстояние, чтобы получить приведенное — обращается в нуль для величин угла наклона α_1 и α_2 .

4. Паралактический угол расположен несимметрично. Визирная ось направлена симметрично (рис. 14).

Этот случай тем отличается от предыдущего, что визирная ось трубы направлена симметрично между показателями. Приведенное расстояние, определяемое по арифметической средней отсчетов по обоим показателям, выражается формулой (19), неудобной для практического применения.

Из этих рассуждений следует, что для вертикальной рейки редукционные формулы сложнее, чем для горизонтальной.

2. Конструктивные решения данные до сих пор

Нередукционная система Lodis-Kipplodis — отвечает 3-му случаю предыдущего параграфа (отсчет на одном месте). Указанные выше помехи преодолены практически путём применения небольшой постоянной множимой, небольшого предела измеряемых расстояний и оценочным способом отсчетов (отсутствие верньера). Оговоренная в „Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik“ — (№ 3-1935 г.) авторедукционная система Barot-Wild — тоже отвечает 3-му случаю предыдущего параграфа (отсчет на одном месте). Переменный паралактический

угол, развернутый в ряд (20) осуществляется при помощи одной неподвижной призмы и пары обращающихся призм. Остаточные систематические ошибки, которые приводятся в таблице для $D = 100$ м, исключаются путём измерения в двух положениях трубы. На практике дальномер Barot-Wild не применяется, так как получаемые исходные ошибки больше, чем при измерении стальной лентой.

II. Теория авторедукционного дальномера двойного изображения

3. Принцип

Автор упомянутой статьи о дальномере Barot-Wild, инж. Bertchold утверждает, что в случае, когда паралактический угол расположен несимметрично относительно визирной оси, редукция, пропорциональная второй степени косинуса угла наклона визирной оси есть недостаточна. Но это неверно, если примём во внимание среднюю арифметическую отсчетов по обоим показателям (17). Чтобы получить авторедукцию, мы должны заложить неизменность отношения $\frac{l}{D} = \beta_0$ и переменность паралактического угла β . Соотношение между этими величинами дается формулой (21), а в виде ряда — формулой (22). Если заменим $\text{tg}\beta$ через β и отбросим второй член, как очень малую величину — то окончательно получим простое соотношение (23) и (24). Эту зависимость можно осуществить с помощью одной неподвижной призмы, которой максимальное отклонение равно $\frac{\beta_0}{2}$ и двух призм с максимальным отклонением $\frac{\beta_0}{4}$, обращающихся на угол в два раза больший от угла наклона трубы. Таким способом можно, применяя вертикальную рейку, получить полную авторедукцию при одном положении трубы.

Конструкция такого приспособления может быть или постоянной (напр. в дальномере Bosshardt'a), или имеет форму насадки. В этом втором случае кажется целесообразным применение конструкции Kern'a (оборот призм, показанных на рис. 15, связан с уровнем, который приводится наблюдателем в горизонтальное положение).

Рис. 16 представляет схематически рейку для постоянной конструкции, а рис. 17 для насадки. Слово „noniusze“ означает верньеры.

4. Перспективические сокращения верньеров

На основании формулы (6) и рис. 18 приводятся формулы на поправку последнего штриха верньера (25) и нижнего (26). Равно на возвышающейся, как и на покатой местности эти обе поправки имеют всегда противополо-

ложные знаки, что частично устраняет влияние перспективического сокращения. Принимая $\beta_0 = \frac{1}{100}$, $t = 19$ см, $N = 20$ получим те же формулы в виде (27) и (28), и основываясь на формуле (11) ($\operatorname{ctg} \beta = \beta_0 = \frac{1}{100}$) получим формулу (29), выражающую максимальную ошибку перспективического сокращения согласно с вышеданным определением.

Принимая во внимание, что исходный отсчет разстояния есть средней арифметической двух отсчетов, которые всегда имеют противоположные знаки, — эффективная максимальная ошибка (положительная или отрицательная) только в крайнем случае достигнет величины $\frac{B}{2}$. Численные величины для разных α (положительных или отрицательных) даны в таблице, из которой следует, что эти ошибки гораздо меньше чем аналогичные максимальные ошибки для одиночного верньера, данные в параграфе 1.

5. Статистический анализ ошибок верньера

Принимая такой же тип верньера, как в предыдущем параграфе, можно принять, что на каждом верньере нулевой штрих всегда находится в одном из определенных 20-и мест (ступеней) — как это показано в таблице. Число всех комбинаций обоих отсчетов может достичь 400 — если исполнено условие (30). В противном случае число комбинации будет меньше. Напр. для $\Delta l = 0,3$ см будет равно 260. Условие появления всех комбинации можно представить и в виде неравенства (31), и в виде таблицы и графика (рис. 19). На этом графике на незаштрихованной области выступают не все комбинации отсчетов.

Возмём сначала случай всех комбинации отсчетов для $|\alpha| = 45^\circ$. При помощи формулы (32) вычислена таблица ошибок на частных ступенях верньера I и II; чтобы избежать в дальнейшем деления на 2 — при вычислении средней арифметической — в таблице вписаны половины ошибок. Алгебраические суммы каждой ошибки первого столбца с каждой ошибкой второго столбца дают все 400 эффективных ошибок; эти ошибки сведены в таблице I, с закруглением до 0,5 см. В следующей таблице даётся, сколько раз выступает каждая, как положительная, так и отрицательная ошибка, а также её абсолютная величина.

Если положим, что для определённой величины α все измеряемые разстояния D в некотором, определённом пределе одинаково вероятны, что кажется логичным — то вследствие линейной зависимости между l_I и D каждое окончание отсчета l_I будет повторяться одинаковое число раз, следовательно, каждое одинаково правдоподобно. Тоже можем утверждать относительно окончаний отсчетов l_{II} . Следовательно, все комбинации окончаний l_I и l_{II} уже одинаково вероятны — вследствие чего веро-

ятность появления частной ошибки можем представить числом, пропорциональным количеству ее выступления (столбец 4) — что и дано в последнем столбце таблицы. Сразу замечаем, что чем ошибка больше, тем ее вероятность меньше (исключением являются нулевые ошибки). Вероятность максимальной ошибки — наименьшая, она равняется 0,01. Складывая отдельные строки последнего столбца сверху вниз, приходим к следующим заключениям:

1. Вероятность, что ошибка не превысит половины максимальной ошибки ($\pm 2,5$ см) равняется 0,80.
2. Так называемая „вероятная“ ошибка (вероятность которой равняется 0,50) имеет величину около $\pm 1,25$ см, следовательно она в четыре раза меньше максимальной ошибки.

Далее подсчитаны три сходственные таблицы для $|\alpha| = 20^\circ$ при заложении всех комбинации отсчетов. Распределение вероятности сходственно.

Для любой другой величины α и при всех комбинациях отсчетов итоги будут сходственными.

Вопрос представляется иначе, если выступают не все комбинации отсчетов. Для примера возьмем $|\alpha| = 45^\circ$, D не больше 30 м. Тогда не выступают комбинации отсчетов, которые находятся в таблице I между толстыми линиями, следовательно, здесь отпадают ошибки, имеющее среднюю абсолютную величину. Сравнивая вероятности видим, что вероятность больших ошибок остается почти неизменной, а возрастает вероятность малых ошибок. Ошибка „вероятная“ в сем раз меньше ошибки максимальной. Как видим, распределение ошибок еще благоприятнее, чем в случае всех комбинации отсчетов.

Кончая, рассмотрим случай, преимущественно встречающийся в местностях Польши: $|\alpha| = 10^\circ$, $D \leq 100$ м. Вероятность, что ошибка не превысит $1/3$ ошибки максимальной, равняется в этом случае 0,81, а ошибка „вероятная“ в десять раз меньше максимальной ошибки.

Из произведенного здесь анализа, который можно бы назвать „статистическим“ следует, что в проектируемом устройстве дальномера влияние систематических ошибок верньеров невелико, и в большинстве случаев в практике может быть отброшено.

III. Теория неавторедукционного дальномера двойного изображения

6. Принцип наименьшего перемещения

Главным источником ошибок метода двойного изображения с вертикальной рейкой есть отклонение рейки от вертикального положения. Качая рейку в плоскости визирования, как это бывает при нивелировке, можно наблюдать наименьшее перемещение изображений. Между этим наименьшим перемещением а приведенным расстоянием несомненно выступает математическая связь. Этим способом можно элиминировать упомянутый источник ошибок.

На рис. 20 через I и II обозначены положения рейки перпендикулярные соответственно нижнему и верхнему краю постоянного паралактического угла β . Наименьшее перемещение не может происходить в пределе I — II, потому что перемещение в произвольном положении рейки в этом пределе больше, чем перемещение в положении II. Тем более не происходит оно на право от положения I — следовательно должно оно происходить на лево от положения II.

Если бы мы наблюдали перемещение в положении I, то формула на введенное разстояние приняла бы форму (33), или, полагая $i = 1$ м, форму (34). Формулы эти являются общими, если примем во внимание алгебраический знак угла α . Однако положение I не доступно для усвоения наблюдателю, взамен того доступно то положение, которое отвечает наименьшему перемещению изображении (M); это положение будем сокращенно называть положением „минимум”. Разница перемещении изображений между этими двумя положениями рейки тем больше, чем больше разстояние D_0 и чем больше угол δ_m . Но с другой стороны между величинами D_0 и δ_m существует функциональная зависимость, причем, если D_0 возрастает, то δ_m уменьшается и наоборот; вследствие этого можно бы допускать, что упомянутая разность практически имеет постоянную величину, независящую от D_0 и может учитываться, как часть постоянной слагаемой дальномера.

7. Анализ положения „минимум”

При качании рейки, как верхняя, так и нижняя сторона паралактического угла изменяют положение, потому что отсчет всегда берется относительно неизменного показателя A. Определение положения „минимум” сводится, подходя точно к вопросу, к решению следующей геометрической проблемы (рис. 21).

Точки O и K находятся в постоянном разстоянии. Точка K есть вершиной постоянного угла β . Вокруг точки O вращается прямая L, положение которой определяется углом δ . Точка пересечения нижней стороны угла β с прямой L катится по окружности радиуса i . Следует определить функциональную зависимость между отрезком l' и углом δ (принимая, что другие элементы $D_0 = KA_0$, i , β — даны), затем вычислить при какой величине δ выступает минимум этой функции — и чему это минимум равняется. Зависимость между l' и δ дает формула (35) очень сложная и непригодная к дальнейшей переработке.

Математические формулы примут более простой вид, если заложим что нижняя сторона паралактического угла неизменя и совпадает с прямой KA_0 . Эта предпосылка равнозначна замене, в геометрических рассуждениях, дальномера двойного изображения нитяным дальномером, для которого положение паралактического угла не изменяется в пространстве при качании рейки. В этом случае за l' нужно считать не надлежащий отрезок AB, а отрезок CE, вследствие чего получается ошибка AC·BE. После

вычислений (36) и (37) оказывается, что в очень неблагоприятных условиях ($D_0 = 9,79$ м, $\delta = 7^{\circ}9'$) ошибка эта равняется $+ 0,03$ мм. Эта величина так мала, что не имеет никакого практического значения, и следовательно мы можем принять упомянутую выше, упрощающую предпосылку.

Из треугольника OEB и OCA_0 получаем на l' сравнительно простое выражение (38) вместо (35). Далее, находим производную и, приравнявая ее значение нулю, получаем уравнение (39), по которому можно вычислить угол δ_m , определяющий положение „минимум“, далее, подставляя эту величину в уравнение (38) — получим наименьшее смещение изображений на рейке — l'_m . Решение уравнения (39) относительно δ_m затруднительно (получается алгебраическое уравнение 6-ой степени). Уравнение (39) является линейным относительно D_0 , следовательно удобнее будет заложить „а priori“ определенные численные величины на δ_m и, пользуясь формулами (40) и (39) вычислить отвечающие им величины l'_m .

Сушность вопроса заключается в вычислении влияния разницы перемещении изображений при положениях рейки I и M на неприведенное (отсчитанное) расстояние, т. е. вычисления поправки $\Delta D_0 = (l - l'_m) \operatorname{ctg} \beta$. В окончательной форме эта величина выражается формулой (41). Формулы (40) и (41), взятые вместе, позволяют вычислить для заложенной величины δ_m отвечающие величины неприведенного расстояния D_0 и поправки ΔD_0 . Результаты вычислений для $i = 1$ м и $\operatorname{ctg} \beta = 50$ даются в таблице.

Как можно было ожидать, для широких пределов расстояния от 20 м до 140 м, можно принять поправку $\Delta D_0 = + 0,045$ м за независимую от расстояния и исключить ее влияние, подобным образом, как постоянной поправкой, путём надлежащего перемещения отсчетного показателя на рейке. Следовательно, для наименьшего перемещения изображений сохраняет свою силу простая редуцирующая формула (42).

$$D = D_0 \cos \alpha + \sin \alpha$$

Аналогичный вывод получается для случая $i = 1$ м, $\operatorname{ctg} \beta = 100$, что иллюстрирует вторая приложенная таблица.

8. Предел качания рейки

Качание рейки в интересующем нас дальнометрическом методе следует ограничить, как и при нивелировке, к небольшому пределу, в ближайшем соседстве положения „минимум“. Для этой цели нужно хотя бы с большим приближением найти это положение. Достижем этого, если прикрепим на рейке, на высоте 1,5 м над землей, диоптр, визирная ось которого перпендикулярна к плоскости деления рейки и будем наклонять рейку до тех пор, пока на визирной оси диоптра увидим инструмент. (Это положение рейки на чертеже 22 означено буквой P). Угол η между этим положением рейки и положением „минимум“ вычислим из формул (43) и (44). Ниже в таблице даны численные величины этого угла для разных D_0 ($\operatorname{ctg} \beta = 50$). Видим, что для широкого предела расстояний они не превышают $+ 3,5^{\circ}$. Для

$\operatorname{ctg} \beta = 100$, получаем величины того же ряда, и тоже положительные. Постоянный положительный знак указывает, что положение „минимум” находится всегда между положением P и инструментом (равно при возвышении, как и понижении местности). В итоге можно принять следующее практическое правило: после определения при помощи диоптра положения P , следует качать рейку в направлении на инструмент так, чтобы амплитуда качания на высоте 1,5 м на рейке была приблизительно 15 см. Это отвечает приблизительно углу 6° , следовательно можно быть уверенным, что в этом пределе наверно отсчитаем наименьше перемещение изображений.

IV. Перпендикулярная тахеометрия

9. Принцип разности наименьших отсчетов

Известно из практики, как затруднительно взять одновременно оба крайние отсчеты в нитяном дальномере, особенно при ветренной погоде и в холмистой местности. Это вредное явление можно исключить применяя качание рейки. Но при этом нельзя будет наблюдать **наименьшую разность отсчетов**, что происходит в дальномере двойного изображения. Однако можно наблюдать наименьшие отсчеты на крайних нитях дальномера, независимо от себя и неодновременно. Полученная таким образом **разность наименьших отсчетов** состоит в некотором математическом отношении с приведенным разстоянием, углом наклона визирной оси и постоянной умножения нитяного дальномера. Этот метод измерения будем называть „перпендикулярной тахеометрией”.

10. Приведенное разстояние

Наименьшие отсчеты на нижней нити, (обозначим их через l_1 и l_2), выступают тогда, когда рейка перпендикулярна соответственно к нижнему и верхнему краю параллактического угла (положения I и II на рис. 23). Принимая во внимание треугольники KCG и KEG а также OB_0C и OA_0E получаем соотношение (45), которое можем представить в виде (46). Имея ввиду определение постоянной множимой нитяного дальномера (47), развёртывая коэффициенты в ряд и отбросив второй и дальше члены, получим окончательно соотношение (48), которое и есть редуционной формулой на приведенное разстояние в перпендикулярной тахеометрии.

Действуя микрометрическим винтом вертикального круга можно без труда навести нижний отсчет l_1 на 1 метр. Редуционная формула примет тогда вид (49).

При измерении можно тоже взять наименьший отсчет по средней нити, означенный на рис. 23 буквой l_s . Из видимых на этом рисунке зависимостей получаются три соотношения (50); если ссумируем их и развернём в ряд, получим соотношение (51). Второй член при $\beta = \frac{1}{100}$ в наиболее невыго-

дном случае не превышает $\frac{1}{30}$ мм, следовательно, можно его отбросить и наименьший отсчет на средней нити отождествлять со средней арифметической крайних отсчетов. Следовательно, редукционную формулу можно написать в самом общем виде (52):

$$D = k l \cos \alpha + l_s \sin \alpha$$

где l — означает разность наименьших отсчетов по крайним нитям,

„ l_s — средняя арифметическая этих отсчетов, или наименьший отсчет средней нити.

Очевидно, что эти формулы относятся также к возвышающейся, как и покатой местности, если примем во внимание знак угла α .

Из рисунка 22-го и приложенной таблицы следует, что положение I всегда находится вправо от положения P, а положение II — для больших расстояний — в лево, а для малых — немного вправо от положения P. Отсюда получаем правило для определения предела качания рейки; после того, как найдём при помощи диоптра положение P, следует качать рейку в обе стороны так, чтобы амплитуда качания на высоте 1,5 м на рейке равнялась около 10 см в обе стороны. Это отвечает величине угла около 4^0 и можно быть уверенным, что это правило удовлетворить все возможные случаи.

11. Разность альтитуд

Чтобы обработать проблему во всей ее полноте, следует еще найти функциональную зависимость между разностью альтитуд (h) и отсчетами l_1 и l_2 . Из рис. 23 очевидна зависимость (53), где J означает высоту инструмента. Принимая во внимание формулу (48), после переработки получаем формулу (54); далее, закладывая $l_1 = 1$ — формулу (55) и, наконец, вводя отсчет по средней нити, получаем формулу в самом общем виде (56);

$$\Delta h = k l \sin \alpha - l_s \cos \alpha + J$$

Очевидно, что эти формулы относятся также к возвышающейся, как и покатой местности, если примем во внимание алгебраический знак угла α .

Формулы на приведенное расстояние и на разность альтитуд — симметричны.

V. Опытные измерения

12, 13. Инструменты, приспособление опорных пунктов

При опытных измерениях употреблялся теодолит Wild T 1. Призма, показанная на рис. 24, в ее укреплении — выпуска Государственного Оптического Завода в Польше. Постоянную множимую (коэффициент) приняли 50. В целях точного определения ее величины применялся принцип Fepnela, (небольшой оборот призмы в ее укреплении). Рейкой была новая 4-х

метровая нивеляционная рейка фирмы Wild с сантиметровым делением. В трёх местах на рейке, именно на высоте 0,5 м, 1 м и 3,9 м были временно наклеены отсчетные показатели в виде белых черточек, шириною — 1 см на черном фоне (рис. 25, 26). Верхний край этих черточек, при нормальном положении рейки, был надлежащим местом отсчетов. Провизорично укрепленный на рейке диоптр полностью отвечал всем требованиям.

Опыты производились на непоросшем горном скате в окрестностях **Закопане**, в Татрах. Все опорные точки были стабилизированы вокруг одной точки, находящейся приблизительно посередине, на которой ставился теодолит. Сравнительные длины разстояний, принимаемые за „инстинные” были определены автородукционным тахеометром Bosshardt-Zeiss, тип Redta с горизонтальной рейкой. Тахеометр был очень тщательно проверен и юстирован, а как итог измерений была принята средняя арифметическая из 10 отсчетов при благоприятных атмосферических условиях. На основании этого можно считать, что ошибки определения сравнительных длин разстояний не превышают $\pm 1,25$ см на 100 м.

14. Метод двойного изображения

После юстировки постоянной множимой и призмы, были исполнены надлежащие измерения методом двойного изображения; раз при вертикальной рейке, приводимой в надлежащее положение при помощи уровня, и производя отсчеты на трёх показателях; другой раз качая рейку, и беря отсчет по среднему показателю. Отсчеты производились с оценкой до 0,1 деления на рейке, т. есть до ± 5 см длины разстояния; вертикальные углы измерялись до $\pm 1'$. Измерения производить в различных атмосферических условиях (ветер, вибрация воздуха).

Итоги полученные после редукции согласно выведенным выше формулам, даются в таблице 1. В третьем столбце даны „истинные” разстояния (определенные тахеометром Bosshardt'a), а в четвертом — весы этих разстояний. В дальнейших столбцах даны разности между „истинными” разстояниями и разстояниями полученными при описываемых опытах; притом пятый столбец относится к качаемой рейке, другие столбцы — к рейке в вертикальном положении. В трёх нижних строках вычислены средние ошибки: в первой строке для разстояний 100 м, принимая во внимание весы; во второй — принимая дополнительно во внимание остаточные ошибки „истинных” разстояний; и в третьей — относительные ошибки.

Произведенные опыты доказали преимущество метода качания рейки по сравнению с методом вертикальной рейки. Отсчет при качании рейки не представляет никакой трудности; на взятие отсчета мы имеем много времени (около 1 секунды). Отсчет в этом случае возбуждает у наблюдателя меньше сомнения, чем в случае вертикальной рейки. Метод качания рейки элиминирует не только случайную ошибку не вертикального положения рейки (вызываемую несоответственным удерживанием рейки), но также более

серьезную систематическую ошибку неточной юстировки уровня рейки (величина этой ошибки может изменяться во время измерений) и наконец элиминирует систематическую ошибку, вызываемую сгибанием складной рейки на шарнире. Это сгибание может достигнуть (при рейках Wild'a) величины 2 см (рис. 30). Эти систематические влияния отчетливо выступают в трёх последних столбцах таблицы 1, где ошибки определенно удерживают постоянный алгебраический знак при возвышающейся местности и постоянный, но противный знак — при местности покато́й.

Сравнивая дальше итоги столбца 6 и 7, можно бы утверждать, что здесь появляется влияние дифференциальной рефракции. Это предложение неверно относительно столбца 8. Принимая во внимание, что мы оценивали при этих опытах десятые доли сантиметра на рейке, и на основании опытов Dohrmann'a можно утверждать, что влияние дифференциальной рефракции не имеет здесь никакого практического значения.

При методе наименьшего перемещения получаем определенно бо́льшую точность, чем при методе вертикальной рейки, что следует из сопоставления средних ошибок.

Принимая во внимание среднюю относительную ошибку, можно утверждать, что эта точность равносильна точности измерения обыкновенной стальной лентой, и точности, получаемой инструментом Lodis или Kipplo-dis Zeissa. Однако, принимая во внимание высшие границы разстояний в обсуждаемом тахеометрическом методе, а также более простое и стандартное инструментальное оснащение — следовало бы признать ей первенство по сравнению с Lodis'om или Kiplodis'om.

При качании рейки мы наблюдаем в поле зрения трубы явление расхождения двух изображений в горизонтальном направлении (рис. 27), вследствие чего вместо надлежащего перемещения l мы наблюдаем перемещение $\bar{l}$ и получаем ошибку неприведенного разстояния, выраженную формулой (57), в которой выступает угол „закричивания” ψ . Явление это может быть вызвано или тем, что оковка рейки не прилегает всей своей длиной к земле, что представляет рис. 27, или не надлежащей установкой рейки относительно плоскости визирования. В этом втором случае горизонтальная проекция рейки (рис. 28) образует некоторый угол τ с перпендикуляром к визирной плоскости.

Если мы обозначим направление визирной оси в пространстве через OX , через OZ — ось симметрии рейки в положении I, через OM ось симметрии рейки — в положении „минимум” (рис. 29), то угол закручивания рейки в поле зрения (ψ) получим, проектируя направление OM на фронтальную плоскость YOZ , перпендикулярную к визирной оси. Из сферического треугольника $MM'Z$ получим соотношение (58) между углом τ и углом ψ . Ниже в таблице даны численные величины ψ для $\tau = 22^0,5$ и разных δ_m взятых из параграфа 7, а также соответственные ошибки разстояния dD_0 . Как ви-

дим, даже очень большой угол τ вызывает очень малые ошибки разстояния. Поэтому, было бы, может быть, целесообразным применение небольшой подставки, которая позволила бы вращать рейку вокруг оси, проходящей поблизости оковки рейки. Даже при большой толеранции относительно механического изготовления этой оси в пространстве, мы получили бы уменьшение влияния неприлегания оковки рейки к земле.

15. Методы нитяного дальномера

Опыты производились на тех же опорных пунктах (только число их было увеличено еще пятью, применялись тот же теодолит Wild T 1 и та же самая нивеляционная рейка формы Wild. Итоги подведены в таблице 2. В столбце 5 сопоставлены „истинные” ошибки приведенных разстояний для качаемой рейки, в столбце 6 — для вертикальной рейки с применением уровня — и в столбце 7 — для рейки, ставленной вертикально без применения уровня. В двух последних строчках сопоставлены средние ошибки для разстояния 100 м, а также относительные ошибки. Как видим из этого сопоставления, перпендикулярная тахеометрия точнее обыкновенной.

В отличие от метода двойного изображения, условием надлежащего исполнения измерения при перпендикулярной тахеометрии является постоянство оси качания рейки в промежутке времени между отсчетами на крайних нитях. Поэтому после отсчета на верхней нити следует безусловно убедиться, что отсчет на нижней нити не изменился; если это произошло — следует вторично взять отсчет на верхней нити. При 34 измерениях во время описываемых опытов — только в одном случае нужно было повторять отсчеты.

PROBLEME DES TELEMETRES GEODESIQUES AVEC MIRE VERTICALE

Le but de ce travail est celui d'élaborer les méthodes de mesure et de construction susceptibles de rendre possible l'obtention de plus de précision des télémètres géodésiques avec mire verticale, en appliquant les moyens aussi simples et peu coûteux que possible.

Cette question a été traitée du point de vue:

- 1) de la méthode à double image,
- 2) de la méthode à traits du réticule.

La conclusion contient un compte-rendu des expériences pratiques, lesquelles prouvent concluantes les conceptions théoriques.

I. PROBLÈME DE LA MIRE VERTICALE APPLIQUÉE AU TÉLÉMÈTRE À DOUBLE IMAGE

INTRODUCTION

Les télémètres à double image s'emploient en géodésie, pour la plupart des cas, avec la mire horizontale. L'emploi de la mire horizontale permet d'obtenir une grande précision dans la mesure de la distance.

De plus, la construction de l'instrument est très simple en cas d'auto-réduction. Cependant le maniement de la mire horizontale est assez compliqué et souvent les obstacles du terrain rendent difficile la lecture.

L'emploi de la mire verticale, conçue comme celle employée pour le nivellement ou pour la tachéométrie, ne présente aucun de ces inconvénients. Ceci rend intéressante l'adjonction de la mire verticale au télémètre à double image.

Je me permettrai tout d'abord d'analyser les difficultés de la réalisation d'un tel système.

1. DIFFICULTÉS DE RÉALISATION

a. Réfraction différentielle.

Comme on le sait bien, le trajet du rayon de lumière dans l'atmosphère dépend de la valeur, toujours variable, de l'indice de réfraction de l'air. Cet indice dépend principalement de la température. Ces dépendances du point

de vue mathématique sont présentées dans la formule (1), mais, dans l'application pratique cette formule est sans valeur réelle, car nous ignorons toujours la température (t^0) considérée comme fonction de l'altitude (h).

Les changements de la température de l'air résultent de l'échange de la chaleur entre la terre et l'atmosphère. Il existe deux types de disposition de la chaleur. Le premier, dit „Ausstrahlungstyp” (Fig. 1), se produit pendant la nuit. La terre, chauffée dans la journée refroidit rapidement et l'air devient plus chaud qu'elle. A mesure que l'on monte, la température devient plus élevée, et l'indice de réfraction s'amoin-drit. La différence des lectures, observée sur la mire, est plus grande que la différence vraie. La deuxième disposition, dite „Einstrahlungstyp” (Fig. 2), a lieu dans la journée. Grâce au rayonnement du soleil la terre devient chaude plus rapidement que l'air et elle lui transmet sa chaleur. A mesure que l'on monte, la température baisse et l'indice de réfraction s'élève. La différence des lectures observée sur la mire est plus petite que la différence vraie. Deux fois dans les 24 heures, à savoir: un peu après le coucher du soleil et plus ou moins deux heures après le lever du soleil, les deux types de disposition se confondent, la température devient momentanément égale à toutes les altitudes, le trajet des rayons est linéaire.

Les études pratiques, faites en 1929/1931 par Dohrmann sur la réfraction verticale (comparaison des distances mesurées à l'aide du télémètre à double image, avec mire disposée tantôt horizontalement et tantôt verticalement) démontrent que l'influence de cette réfraction sur la mesure de la distance s'élève en moyenne à $\pm 0,3$ mm sur la mire, étant donné une distance de 90 mètres et la constante de multiplication du télémètre 100. Cette influence ne dépasse que fort rarement 1 mm. Les expériences de Dohrmann prouvent également que l'influence de la réfraction verticale est dans la journée négative et dans la nuit positive.

Dans le cas de la mire verticale l'influence de la réfraction différentielle est sensiblement plus importante que dans celui de la mire horizontale, mais il paraît cependant que certains auteurs surestiment la nocivité de cette influence en ce qui concerne la mire verticale. Si l'on établit d'avance certaines exigences de précision les erreurs qui en résultent peuvent être tolérées.

b. Influence de l'inclinaison de la mire.

Etant donné que l'angle parallactique du télémètre β se trouve d'un côté de l'axe de visée, on obtient la relation (2) entre la différence des lectures sur la mire l , l'angle vertical de l'axe de visée α , l'angle β , et la distance réduite D (Fig. 3). Si la mire est inclinée dans le plan de sa graduation sous l'angle ε , il en résulte une erreur de distance réduite ΔD , exprimée par la formule (3) et la table ci-dessous.

Si à présent, nous designons par δ l'angle de l'inclinaison de la mire dans le plan de l'angle parallaxique, et par i la hauteur de l'axe de visée sur la mire, la figure 4 nous permet d'établir la formule (4) qui représente l'erreur dans la distance réduite ΔD . Etant donné que $D = 100$ mètres et $i = 1$ mètre, il est facile de retrouver dans les tables ci-dessous la valeur numérique ΔD évaluée en centimètres.

Comme il résulte des trois tables ci-jointes, les erreurs occasionnées par l'angle ε sont moins importantes que les erreurs accidentelles de mesure. On peut donc pratiquement ne pas en tenir compte. Par contre les erreurs occasionnées par l'angle δ sont importantes et elles croissent au fur et à mesure qu'augmente l'inclinaison de l'axe de visée.

La pratique a démontré qu'il n'est pas aisé de maintenir dans la position voulue la mire verticale munie de la nivelles. Les jambes d'appui sont ici d'une utilité qu'il ne faut pas négliger, mais malgré cela d'importantes erreurs d'ordre systématique peuvent se produire. L'influence de l'inclinaison de la mire présente donc un grave défaut de ces télémètres à double image.

c. Raccourcissements perspectiviques des systèmes de lecture.

Quand la mire est tenue verticalement, la distance entre les rayons parallèles embrassant une seule division de la mire n'est pas fixe, mais elle dépend de l'angle d'inclinaison de ces rayons par rapport au niveau (Fig. 5). Les rayons parallèles peuvent pratiquement être identifiés à ceux se rencontrant au point anallactique. Vu ce qui précède, j'appellerai désormais „raccourcissement perspectivique du premier ordre“ le phénomène de la projection.

Lorsqu'on se sert de la lame à faces plans-parallèles, les lectures faites sur le tambour doivent être réduites suivant la formule (5). Cette formule s'applique également dans les cas où l'index de lecture se trouve près du bord supérieur ou bien près du bord inférieur de l'angle parallaxique.

Quand pour procéder à la lecture on se sert du vernier, sa longueur se rétrécit dans la même mesure que le segment voisin de la graduation principale, et le raccourcissement perspectivique du premier ordre ne se produit pas. Toutefois, le vernier et le segment voisin de la graduation principale étant de différentes régions de l'angle parallaxique (Fig. 6, angles γ_1 et γ_2 ne sont pas égaux), le premier et le dernier traits du vernier ne coïncident pas. J'appellerai ce manque de coïncidence „raccourcissement perspectivique du second ordre.“

Etant donné que le vernier de longueur l se trouve près du bord inférieur de l'angle parallaxique (il paraît donc être „trop long“), la formule (6) indique la valeur de la correction r pour la distance mesurée quand le dernier trait du vernier est coïncidant (Fig. 7). La formule (7) permet de calculer la lecture corrigée $\bar{P}$ pour n'importe

quel trait coïncidant. P — lecture observée, n — numéro du trait correspondant, N — quantité de traits du vernier. Les deux formules sont du point de vue mathématique générales, si l'on tient compte du signe algébrique de l'angle α . La valeur r n'est pas la correction maximum, car il peut arriver qu'aucun des traits du vernier n'est coïncidant et que c'est seulement le cas d'un de ses traits supplémentaires. Si l'on considère, le raccourcissement du vernier étant donné, le dernier trait coïncidant, quand le premier trait (celui marqué d'un zéro) coïncide, le numéro de ce trait $\bar{N}$ sera obtenu à l'aide des expressions (8) et (9) et la correction maximum R après application de la formule (6) est définitivement exprimée par la formule (10). Quand le trait $\bar{N}$ est coïncidant on passe brusquement de l'erreur maximum à l'erreur nulle, car alors le premier trait est aussi coïncidant. Il en résulte que la formule (10) est pratiquement sans valeur.

Il serait plus juste de considérer comme correction maximum celle qui a lieu au cas où c'est le trait $(N - 1)$ du vernier qui coïncide, le raccourcissement perspectivique étant nul. P. ex. étant donné la constante de multiplication 100 et le vernier 19/20, la lecture corrigée est de 0,95 m. Le premier trait du vernier se trouve alors, comme on pourrait dire, à l'avant-dernière „marche“. En transformant la formule (7) nous obtiendrons le numéro n de la correction maximum ainsi définie et ensuite sa valeur (11). En se servant des formules (6) et (11) on a calculé les valeurs numériques de ces corrections pour la distance non réduite dans la table No. 1, et celles pour la distance réduite, soit multipliées par $\cos^2 \alpha$, dans la table No. 2.

Les corrections maxima ne s'appliquent que pour certains cas peu nombreux. Le premier trait du vernier peut se trouver dans N endroits définis („marches“) de la division de la graduation principale. Ces endroits nous seront connus si nous divisons une division en N parties égales. Il paraît juste d'admettre que l'erreur maximum est aussi probable que toute autre erreur et que cette probabilité se monte à $\frac{1}{N}$.

Comme on le sait, avec les deux verniers dits: „droit“ et „inverse“, on peut éliminer l'influence du raccourcissement perspectivique du deuxième ordre (Fig. 8).

Les largeurs apparentes des divisions particulières du vernier ne sont pas identiques. Il en est de même des divisions de la graduation principale. Pour savoir les valeurs numériques de ce phénomène, que j'appellerai „raccourcissement perspectivique du troisième ordre“, il faut introduire dans le calcul les angles γ_1 et γ_2 (Fig. 9). D'après la formule (12), l'influence de ce raccourcissement pour un cas des plus défavorables s'élève à 0,3 cm, ce qui pratiquement est sans importance.

Le phénomène des raccourcissements perspectiviques n'a pas lieu dans le cas de la mire verticale, si l'on se sert du système de lecture de Nestler-Dieperienck (Fig. 10 et 10^a).

d. Formules de réduction.

1. Angle parallactique placé symétriquement, axe de visée orienté symétriquement (Fig. 11). Deux prismes dont chacun recouvre la moitié de l'objectif. L'axe de visée de la lunette est orienté symétriquement entre deux images de l'index de lecture. La ligne interrompue indique l'image non-déviée de la mire, les lignes continues celles déviées dans la direction des flèches. La déviation de chacun des prismes est égale à $\beta/2$. Admettons qu'on place ces prismes sur l'objectif successivement, d'abord le premier puis le second. La translation des images lue sur l'index de lecture supérieur est la somme des segments OK'_1 et $K'_1K''_1$ et se trouve dans la formule (13). Il en est de même de la translation des images lue sur l'index inférieur (14). La distance réduite obtenue de la moyenne arithmétique des deux lectures est exprimée par la formule exacte (15); si l'on supprime le second terme (pratiquement sans importance), cette formule a la même forme qu'une formule tachéométrique habituelle.

2. Angle parallactique placé symétriquement, axe de visée orienté asymétriquement (Fig. 12).

Le cas diffère du précédent en ceci, que l'axe de visée de la lunette est orienté vers une des images déviées de l'index (p. ex. supérieure).

La translation des images lue sur l'index supérieur est, suivant toujours le même raisonnement, la somme des segments OK'_1 et $K'_1K''_1$. La distance réduite est exprimée par la formule (16) identique à la précédente compte tenu de la suppression du second terme.

3. Angle parallactique placé asymétriquement, axe de visée orienté asymétriquement (Fig. 13).

Un seul prisme, dont la déviation est β , recouvre la moitié de l'objectif. L'axe de visée de la lunette est orienté vers l'index non-dévié. Si l'on considère la moyenne arithmétique des lectures sur les deux index, la formule de la distance réduite (17) est identique que pour le cas 1. Si l'on ne considère que la lecture sur l'index non-dévié, il faudra tenir compte pour la formule de la distance réduite (18) des deux termes. La correction qu'il y a lieu d'ajouter à la distance non réduite pour obtenir la distance réduite prend la valeur zéro pour celle de l'angle d'inclinaison α_1 et α_2 .

4. Angle parallactique placé asymétriquement, axe de visée orienté symétriquement (Fig. 14).

Le cas diffère du précédent en ceci que l'axe de visée de la lunette est orienté symétriquement entre les index. La distance réduite, obtenue de la moyenne arithmétique

des lectures sur les deux index, est exprimée par la formule (19) peu pratique.

Comme il résulte de ces considérations, au cas de la mire verticale les formules de réduction sont plus compliquées qu'au cas de la mire horizontale.

2. SOLUTIONS DE CONSTRUCTION ACTUELLES

Le système non-réducteur Lodis-Kipplodis correspond au paragraphe 3 du chapitre précédent (lecture à un seul endroit). Les difficultés énumérées dans le chapitre précédent sont ici pratiquement éliminées grâce à l'application d'une faible constante de multiplication, pas très grande étendue des distances mesurées et le système de lecture à l'estime (sans vernier). Le système autoréducteur de Barot-Wild, décrit dans la *Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik* (No. 3 — 1935), correspond également au paragraphe 3 du chapitre précédent (lecture à un seul endroit). Le variable angle paralactique développé en série (20) est réalisé à l'aide d'un prisme immobile et deux prismes tournants. Les erreurs systématiques résiduelles, énumérés dans la table (pour $D = 100$ m), sont éliminées grâce à la mesure en deux positions de la lunette. Le télémètre Barot-Wild ne s'emploie pas en technique, car ses erreurs effectives sont plus importantes que celles qu'on commet aux mesures avec un ruban d'acier.

II. THÉORIE DU TÉLÉMÈTRE AUTORÉDUCTEUR À DOUBLE IMAGE

3. PRINCIPE

L'auteur de l'article susmentionné sur le télémètre Barot-Wild dit qu'au cas où l'angle paralactique est placé asymétriquement par rapport à l'axe de visée, la réduction proportionnelle au carré du cosinus de l'angle verticale n'est pas suffisante. Cette assertion n'est pas juste si l'on tient compte de la moyenne arithmétique des lectures sur les deux index (17). Pour obtenir l'autoréduction il faut admettre la constance du rapport $\frac{l}{D} = \beta_0$ et la variabilité de l'angle paralactique β . La relation entre ces deux valeurs est exprimée dans la formule (21) et, après le développement en série, la formule (22). Si l'on remplace $\text{tg } \beta$ par β et supprime le second terme (de très peu de valeur), on obtient finalement une simple relation (23) et (24). Cette relation peut être réalisée à l'aide d'un prisme immobile, dont la déviation maximum est de $\frac{\beta_0}{2}$, et de deux prismes (la déviation de chacun d'eux est de $\frac{\beta_0}{4}$) qui tournent en sens inverse

de l'angle deux fois plus grand que l'angle de basculement de la lunette. De cette manière, en se servant de la mire verticale, on est à même d'obtenir une entière autoréduction en position unique de la lunette.

En matière de construction il y a deux solutions possibles: soit inamovible (comme chez Bosshardt), soit amovible. Pour le deuxième cas, il paraît utile d'appliquer la conception de Kern (rotation des prismes présentés sur la Fig. 15, en liaison avec la nivelle mise en coïncidence par l'observateur).

La Fig. 16 présente un schéma de la mire adaptée à la construction inamovible et la Fig. 17 celui de la mire adaptée à la construction amovible du télémètre. Le mot „noniusze" signifie „verniers".

4. RACCOURCISSEMENTS PERSPECTIVQUES DES VERNIERS

Les formules pour la correction du dernier trait du vernier supérieur (25) et inférieur (26) sont établies en vertu de la formule (6) et de la Fig. 18. Soit qu'il s'agisse d'une élévation ou d'une pente ces deux corrections auront toujours des signes contraires, ce qui élimine partiellement l'influence du raccourcissement perspectivique. En admettant $\beta_0 = \frac{1}{100}$, $t = 19$ cm, $N = 20$, nous aurons les formules transformées (27) et (28), et en vertu de la formule (11) ($\text{ctg } \beta = \beta_0 = \frac{1}{100}$), la formule (29) qui exprime l'erreur maximum du raccourcissement perspectivique suivant la définition adoptée précédemment.

Compte tenu de ce que la lecture effective de la distance est la moyenne arithmétique des deux lectures ayant toujours des signes contraires, l'erreur effective maximum (positive ou négative) aura tout au plus la valeur de $\frac{B}{2}$. Les valeurs numériques pour les différents α (positifs ou négatifs) se trouvent dans la table. On voit bien que ces erreurs sont sensiblement moins importantes que les erreurs analogues maxima pour un seul vernier, citées au chapitre 1.

5. ANALYSE STATISTIQUE DES ERREURS DES VERNIERS

Etant donné le même type de vernier qu'au chapitre précédent, il est permis d'admettre que le premier trait est toujours placé à l'un des vingt endroits — marches — (voir table correspondante). Le nombre de combinaisons des deux lectures peut s'élever à 400, si la condition (30) est remplie. Dans le cas contraire, ce nombre est plus restreint. P. ex. quand $\Delta l = 0,3$ cm, il est seulement de 260. La condition de la possibilité de toutes les combinaisons peut être présentée sous forme de l'inégalité (31), ainsi que sous celle d'une table et d'un graphique (Fig. 19). Toutes les combinaisons de lectures sont comprises dans la partie hachurée du graphique.

Prenons tout d'abord le cas de toutes les combinaisons de lectures pour $|\alpha| = 45^\circ$. A l'aide de l'expression (32) on a pu dresser la table des erreurs pour les différentes marches des verniers I et II. On a eu soin de marquer les motiés des erreurs pour éviter le travail de division au moment de calculer la moyenne arithmétique. En faisant la sommation algébrique de chaque erreur de la première colonne avec chaque erreur de la deuxième colonne, on obtient toutes les 400 erreurs effectives, dressées dans la table I (à un demi-centimètre près). Dans la table suivante on a établi combien de fois apparaît chaque erreur (positive et négative), ainsi que celle-ci en valeur absolue.

Si l'on admet qu'étant donné une certaine valeur de α , toutes les distances mesurées D dans une limite définie sont également probables, ce qui paraît logique, alors en conséquence de la relation lineaire entre l_I et D , chaque terminaison de la lecture l_I apparaît le même nombre de fois, c'est-à-dire qu'elle est également probable. Il en est de même en ce qui concerne les terminaisons des lectures l_{II} . Il en résulte que toutes les combinaisons des terminaisons l_I et l_{II} sont également probables et que par conséquent les probabilités des erreurs particulières peuvent être exprimées en nombres proportionnels à la quantité de cas où elles apparaissent (colonne 4), ce qui a été indiqué dans la dernière colonne. Il est évident que plus grande est l'erreur — moins elle est probable (il faut faire exception pour l'erreur zéro). En particulier la probabilité de l'erreur maximum est la moindre, et s'élève seulement à 0,01. En faisant la somme des chiffres de la dernière colonne, en commençant par le haut, on arrive à des conclusions suivantes:

1. La probabilité que l'erreur ne dépassera point la moitié de l'erreur maximum ($\pm 2,5$ cm) est de 0.80.
2. Soi-disant erreur „probable“ (dont la probabilité est de 0.50) est de $\pm 1,25$ cm, elle est donc quatre fois plus petite que l'erreur maximum.

On a ensuite dressé 3 tables analogues pour $|\alpha| = 20^\circ$ en admettant toutes les combinaisons de lectures. Les probabilités sont pareilles.

Pour toute autre valeur de α et pour toutes les combinaisons de lectures les résultats seront analogues.

Il n'en est pas de même au cas où toutes les combinaisons de lectures ne se produisent pas. Pour en donner un exemple on a pris $|\alpha| = 45^\circ$ et D ne dépassant pas 30 m. Dans la table I on ne trouvera pas alors les combinaisons de lectures placées entre les lignes épaisses. Les erreurs de valeur absolue moyenne disparaîtront. En rapprochant les probabilités on voit qu'elles demeurent inchangées pour les grandes erreurs et qu'elles augmentent pour les petites erreurs. L'erreur probable est sept fois plus petite que l'erreur maximum. La disposition des erreurs est donc encore plus favorable qu'en cas de toutes les combinaisons des lectures.

Pour finir on s'est occupé d'un cas typique pour la plupart des terrains en Pologne, soit $|z_1| = 10'$ et $D \leq 100$ m. La probabilité que l'erreur ne dépassera pas $1/3$ de l'erreur maximum est ici de 0.81, et l'erreur „probable“ est dix fois moins grande que l'erreur maximum.

Cette analyse, qu'on pourrait appeler „statistique“, démontre que dans le système proposé de télémètre l'influence des erreurs systématiques des verniers est de peu d'importance et que pratiquement pour le plupart des cas on peut ne pas en tenir compte.

III. THÉORIE DU TÉLÉMÈTRE À DOUBLE IMAGE, NON-AUTORÉDUCTEUR

6. PRINCIPE DE LA TRANSLATION MINIMUM

La plupart des erreurs dans la méthode à double image avec mire verticale proviennent de l'inclinaison de la mire. Lorsqu'on balance la mire dans le plan de visée, tout comme lors du nivellement, on peut observer la moindre translation des images, dite „translation minimum“. Il est hors de doute qu'une certaine relation mathématique doit exister entre cette translation et la distance réduite. On élimine ainsi les erreurs dont il a été question plus haut.

Sur la Fig. 20 on a marqué par I la position de la mire perpendiculaire au bord inférieur et par II celle perpendiculaire au bord supérieur de l'angle parallaxique fixe β . La translation minimum ne peut avoir lieu dans l'espace délimité I — II, car la translation dans n'importe quelle position de la mire dans cet espace est plus grande que la translation dans la position II. A plus forte raison cette translation ne peut avoir lieu à droite de la position I, elle ne peut donc se produire qu'un peu à gauche de la position II.

Si l'on observait la translation dans la position I, la formule de la distance réduite prendrait la forme (33), ou bien admettant que $i = 1$ m celle de (34). Ces formules sont générales si l'on tient compte du signe algébrique de l'angle α . La position I n'est pas discernable pour l'observateur, mais cependant celui-ci peut discerner facilement la position correspondant à la moindre translation des images (M), dite position „minimum“. Plus grande est la distance D_0 et plus grand est l'angle δ_m , plus grande est aussi la différence des translations des images entre ces deux positions de la mire. D'autre part il existe entre les quantités D_0 et δ_m une relation et en plus il est évident que δ_m diminue quand D_0 croît et vice versa; on pourrait donc soupçonner que la différence en question est pratiquement constante et indépendante de D_0 . En ce cas on pourrait la considérer comme un élément de la constante d'addition du télémètre.

7. ANALYSE DE LA POSITION „MINIMUM“

Lorsqu'on balance la mire les deux bords de l'angle paralactique changent de position, car la lecture se fait toujours par rapport à l'indice invariable A . Pour trouver la position „minimum“ il faut résoudre le problème géométrique suivant (Fig. 21). Les points O et K sont placés à une distance fixe l'un de l'autre. Le point K est le sommet de l'angle fixe β . Autour du point O tourne la droite L , dont la position est déterminée par l'angle δ . Le point d'intersection du côté inférieur de l'angle β avec la droite L suit la circonférence du cercle dont le rayon est i . Il s'agit de trouver la relation entre le segment l' et l'angle δ (les autres éléments, à savoir: $D_0 = KA_0$, i , β étant connus), puis de calculer la valeur δ pour laquelle la valeur de la fonction trouvée est minimum et ensuite la valeur de ce minimum. La relation entre l' et δ est exprimée par la formule (35) qui est très compliquée et peu utile pour les transformations ultérieures.

La simplification des formules mathématiques peut être obtenue en admettant que le côté inférieur de l'angle paralactique est invariable (la droite KA_0). Ceci équivaut au remplacement dans les considérations d'ordre géométrique, du télémètre à double image par le télémètre à traits du réticule, où la position de l'angle paralactique ne change pas dans l'espace quand on balance la mire. La cas échéant, c'est le segment CE qui remplit le rôle de l' au lieu de AB . Il en résulte l'erreur $AC - EE$. Les calculs (36) et (37) démontrent que pour un cas très défavorable ($D_0 = 9,79$ m, $\delta = 7^0 9'$), cette erreur s'élève à ± 0.03 mm. Cette valeur est pratiquement insignifiante et par conséquent la simplification du raisonnement géométrique peut être adoptée.

Pour l' on peut obtenir du triangle OEB et OCA_0 une expression relativement simple (38) à la place de l'expression précédente (35). Après avoir calculé la dérivée et l'avoir égalisée à zéro, nous obtenons l'équation (39), à l'aide de laquelle on peut calculer l'angle δ_m qui détermine la position „minimum“. Après avoir introduit la valeur de cet angle à l'équation (39), on obtient la translation minimum des images — l'_m . La solution de l'équation (39) par rapport à δ_m présente des difficultés (conduit à l'équation algébrique du 6^{ème} degré). L'équation (39) étant linéaire par rapport à D_0 , il est plus pratique d'admettre d'avance certaines valeurs numériques pour δ_m et de calculer à l'aide des formules (40) et (38) les valeurs correspondantes de l'_m .

L'essentiel du problème est de calculer l'influence de la différence des translations des images dans la position I et M sur la distance non-réduite, c'est-à-dire de calculer la correction $\Delta D_0 = (l - l'_m) \operatorname{ctg} \beta$. Après transformation cette quantité est exprimée par la formule (41). Les deux formules (40) et (41) permettent de calculer, pour la valeur donnée de δ_m , les valeurs correspondantes de la distance non-réduite D_0 et de la correction ΔD_0 . Les résultats des calculs, étant donné que $i = 1$ m, $\operatorname{ctg} \beta = 50$, se trouvent dans la table.

Conformément aux prévisions on peut admettre que la correction $\Delta D_0 = +0.045$ m est constante (pour les distances de 20 m à 140 m), et ensuite éliminer son influence par une certaine translation de l'index de lecture sur la mire (analogie à la constante d'addition du télémètre). Par conséquent, pour la translation minimum des images il ne reste que la simple formule de réduction (42).

$$D = D_0 \cos \alpha + \sin \alpha$$

Il en est de même pour le cas $i = 1$ m, $\text{ctg } \beta = 100$, comme le prouve la deuxième table.

8. LIMITES DU BALANCEMENT DE LA MIRE

Le balancement de la mire dans la méthode télémétrique en question doit être limité, comme dans le nivellement, à un espace assez restreint aux environs de la position „minimum”. A cette fin il est indispensable de définir cette position, ne fût-ce que d'une manière approximative. On peut y arriver en plaçant sur la mire, à la hauteur de 1,5 m au dessus de la terre, un viseur dont l'axe de visée est perpendiculaire au plan de la graduation de la mire et en inclinant ensuite la mire jusqu'à ce que l'on voie l'instrument sur l'axe de visée du viseur. (La position de la mire est marquée sur la Fig. 22 avec la lettre P). L'angle η formé entre cette position et la position minimum peut être calculé à l'aide des formules (43) et (44). La table ci-dessous indique les valeurs numériques de cet angle pour différentes D_0 ($\text{ctg } \beta = 50$). Comme on voit, pour un grand nombre de distances l'angle η ne dépasse pas $+ 3,5^\circ$. Pour le $\text{ctg } \beta = 100$ on obtient des valeurs du même ordre et également positives. Le signe positif démontre que la position „minimum” se trouve toujours entre la position P et l'instrument (aussi bien pour une élévation du terrain que pour une pente). En fin de compte on peut adopter la règle pratique suivante: après avoir retrouvé à l'aide du viseur la position P , il faut balancer la mire dans la direction de l'instrument de façon à ce que l'amplitude de balancement à la hauteur de 1,5 m sur la mire s'élève à 15 cm environ. Ceci correspond à un angle de 6° , on peut donc être certain d'observer dans cet espace la translation minimum des images.

IV. TACHÉOMÉTRIE PERPENDICULAIRE

9. PRINCIPE DE DIFFÉRENCE DES MOINDRES LECTURES

Les praticiens savent bien qu'il est extrêmement difficile de faire à la fois les deux lectures extrêmes sur les traits du réticule, surtout lorsqu'il y a du vent et qu'on travaille sur un terrain accidenté.

Ce phénomène défavorable peut être éliminé par le balancement de la mire, mais alors il devient impossible d'observer *la moindre différence des lectures* comme cela se produit dans le télémètre à double image. Par contre on peut observer les moindres lectures séparément et non à la fois sur les traits extrêmes du réticule. *La différence des moindres lectures* ainsi obtenue demeure en certaine relation avec la distance réduite, l'angle vertical et la constante de multiplication. On appellera cette méthode de mesure „tachéométrie perpendiculaire“.

10. DISTANCE RÉDUITE

Les moindres lectures sur les traits inférieur et supérieur, marquées l_1 et l_2 ont lieu quand la mire est perpendiculaire respectivement au bord inférieur et au bord supérieur de l'angle parallactique (position I et II, Fig. 23). En considérant les triangles KCG et KEG ainsi que OB_0C et OA_0E , on obtient la relation (45) et après transformation la relation (46). En égard à la définition de la constante de multiplication du télémètre à traits du réticule (47) et en négligeant le second et les suivants termes dans le développement en série des coefficients, nous obtenons finalement l'expression (48) qui est la formule de la distance réduite en tachéométrie perpendiculaire.

En opérant le vis de rappel du cercle vertical la lecture inférieure peut aisément être ramenée à 1 mètre. La formule de réduction prend alors la forme (49).

On peut également observer la moindre lecture sur le trait médial. Sur la Fig. 23 cette lecture est marquée l_s . En considérant la même figure on établit trois relations (50), lesquelles après sommation et développement en série donnent l'expression (51). Au cas où $\beta = \frac{1}{100}$, le second terme ne dépasse pas $\frac{1}{30}$ mm, on peut donc ne pas en tenir compte. La moindre lecture sur le trait médial peut alors être identifiée à la moyenne arithmétique des lectures extrêmes. La forme la plus générale de la formule de réduction sera donc la suivante (52):

$$D = kl \cos \alpha + l_s \sin \alpha$$

ou l représente la différence des moindres lectures des traits extrêmes et l_s la moyenne arithmétique de ces lectures ou bien la moindre lecture du trait médial. Il est évident que ces formules s'appliquent aussi bien à l'élévation qu'à une pente du terrain, si l'on tient compte du signe algébrique de l'angle α .

Comme il résulte de la Fig. 22 et de la table annexée, la position I se trouve toujours à droite de la position P. Pour ce qui est de la position II, lorsqu'il s'agit de grandes distances, elle se trouve à gauche, et lorsqu'il s'agit de petites distances un peu à droite de la position P.

Il s'ensuit la règle suivante pour définir l'espace dans lequel on doit balancer la mire: après avoir trouvé à l'aide du viseur la position P , il faut balancer la mire dans les deux directions de manière à ce que l'amplitude du balancement à la hauteur de 1,5 m sur la mire soit de 10 cm environ de chaque côté. Ceci correspond à un angle de 4° , on peut donc avoir la certitude que cette règle peut s'appliquer à tous les cas possibles.

11. DIFFÉRENCE D'ALTITUDES

Pour traiter la question d'une manière tout à fait générale, il convient de déduire la formule de la différence d'altitude (Δh) comme fonction des lectures I_1 et I_2 . La Fig. 23 rend évidente la relation (53) où J signifie la hauteur de l'instrument. Après application de la formule (48) et la transformation nécessaire, on obtient de formule (54) et ensuite, si $I_1 = 1$ la formule (55). Finalement on introduit la lecture du trait médial et l'on obtient la formule (56) sous la forme la plus générale:

$$\Delta h = k l \sin \alpha - I_s \cos \alpha + J$$

Compte tenu du signe algébrique de l'angle α , ces formules s'appliquent aussi bien à l'élévation qu'à une pente du terrain. Il y a symétrie entre les formules de la distance réduite et celles de la différence d'altitudes.

V. TRAVAUX D'EXPÉRIENCE PRATIQUE

12. 13. INSTRUMENTS ET PRÉPARATION DES POINTS DE REPÈRE

Pour les expériences on s'est servi du théodolite Wild T 1. Le prisme, représenté dans sa monture sur la Fig. 24, avait été exécuté dans les Usines d'Optique d'Etat en Pologne. On a adopté la constante de multiplication 50. Pour régler avec précision sa valeur on a appliqué le principe de Fennel, qui consiste en une petite rotation du prisme dans sa monture. On s'est servi d'une mire pour nivellement Wild, de hauteur de 4 mètres avec division centimétrique. Aux trois endroits à savoir: à la hauteur de 0,5 m, de 1 m, et de 3,9 m, on a collé provisoirement les index de lecture sous forme de traits blancs sur fond noir, larges de 1 cm (Fig. 25 et 26). Lorsque la mire se trouve dans sa position normale sur la terre, les bords supérieurs de ces traits indiquent les endroits de lecture. Le viseur a été monté provisoirement, mais il a rempli son rôle parfaitement.

On a procédé aux expériences sur un flanc de montagne non boisé dans la région de Zakopane dans le Tatra. Tous les points de repère ont été fixés autour de la station du théodolite, choisie à peu près au milieu du flanc. La mesure des distances de comparaison, traitées comme „vraies“, a été faite à l'aide du tachéomètre auto-réducteur Bosshardt-Zeiss, modèle Redta, et de la mire horizontale.

Avant de s'en servir on a rectifié le tachéomètre avec grand soin. Comme résultats des mesures on a pris les moyennes arithmétiques des 10 lectures, faites dans de bonnes conditions atmosphériques. Compte tenu de ces circonstances, on peut admettre que les erreurs dans la définition des distances de comparaison ne dépassent pas $\pm 1,25$ cm pour 100 m.

14. MÉTHODE À DOUBLE IMAGE

Après avoir rectifié la constante de multiplication du prisme, on a procédé à la mesure en appliquant la méthode à double image. La première fois la mire était tenue verticalement à l'aide de la nivelle (lectures sur les trois index), la deuxième fois la mire était balancée (lecture sur l'index médial). La lecture a été faite à l'estime de 0.1 de la division sur la mire, c'est-à-dire de ± 5 cm de distance dans le terrain et l'angle vertical de $\pm 1'$. Les mesures ont été faites dans diverses conditions atmosphériques (vent, vibration de l'air).

Après avoir procédé à la réduction suivant les formules ci-dessus, les résultats ont été relevés dans la Table No 1. La troisième colonne contient les distances „vraies" (définies à l'aide du tachéomètre Bosshardt), la quatrième — le poids de ces distances. Dans les autres colonnes on trouve les différences entre les distances „vraies" et celles obtenues par l'expérience. La cinquième colonne correspond au balancement et les autres à la position verticale de la mire. Dans les trois lignes en bas on a calculé les erreurs moyennes, notamment: première ligne — moyennes pondérées pour la distance de 100 m: deuxième ligne — les mêmes moyennes, mais en tenant compte de l'erreur résiduelle des distances „vraies"; troisième ligne — erreurs relatives.

Cette expérience a démontré la supériorité de la méthode du balancement de la mire à celle de la position verticale. Dans la première méthode la lecture ne présente aucune difficulté, et le temps dont on dispose pour la faire est largement suffisant (1 seconde environ). La lecture faite dans ces conditions présente moins de doute que lorsque la mire est tenue verticalement. La méthode du balancement élimine non seulement l'erreur accidentelle, due à une position défectueuse de la mire, mais encore l'erreur systématique de réglage de la nivelle, beaucoup plus importante, et qui peut varier pendant les mesures. Cette méthode élimine enfin l'erreur systématique due à la flexion de la mire à l'endroit de la charnière. Cette flexion pour la mire Wild peut atteindre 2 cm (Fig. 30). Toutes ces influences systématiques sont évidentes d'après les trois dernières colonnes de la table 1. Les erreurs qui y figurent conservent sensiblement un signe algébrique constant pour une élévation du terrain et le signe constant contraire pour une pente.

En comparant les résultats inscrits dans les colonnes 6 et 7 on pourrait affirmer qu'on a à faire avec l'influence de la réfraction différentielle. Cette conclusion ne serait pas juste en ce qui concerne la colonne 8. En effet, si l'on considère qu'on a estimé les dixièmes de centimètre sur la graduation de la mire et si l'on tient compte des résultats des recherches de Dohrmann, on est en droit de soutenir qu'en l'occurrence l'influence de la réfraction différentielle est sans importance pratique.

La méthode de la „translation minimum" assure une plus grande précision des mesures que la méthode de la mire en position verticale. Ceci est prouvé par la comparaison des erreurs moyennes. En considérant l'erreur relative moyenne, il faut dire que cette précision est égale à celle obtenue lorsqu'on mesure à l'aide d'un ruban d'acier et à celle assurée par l'instrument Lodis ou Kipplodis de la Maison Zeiss. D'autre part, si l'on tient compte de la plus grande distance-limite dans la méthode élaborée et de l'équipement en instruments plus simple et plus standardisé on pourrait reconnaître sa supériorité par rapport à Lodis (Kipplodis).

Lorsqu'on balance la mire on observe dans le champ de vision de la lunette le phénomène de la séparation des deux images dans la direction horizontale (Fig. 27), à cause de quoi au lieu de lire la véritable translation l on lit la translation inexacte $\bar{l}$, et on commet l'erreur dans la définition de la distance. Cette erreur est exprimée par la formule (57), où on a introduit l'angle de „déversement" ψ . Le phénomène en question peut être occasionné soit par le fait que le pied de la mire n'adhère pas sur toute sa longueur au terrain (Fig. 27), soit à cause d'une position défectueuse de la mire par rapport au plan de visée. Dans le second cas la mire, vue de haut, (Fig. 28) forme avec la perpendiculaire au plan de visée un certain angle τ .

Si OX représente la direction de l'axe de visée dans l'espace réel, OZ — l'axe de symétrie de la mire en position I , et OM — l'axe de symétrie de la mire en position „minimum" (Fig. 29), l'angle de déversement de la mire dans le champ de vision (ψ) peut être trouvé par la projection de la droite OM sur le plan de front YOZ perpendiculaire à l'axe de visée. En considérant le triangle sphérique $MM'Z$, on obtient la relation (58) entre l'angle τ et l'angle ψ . Dans la table ci-dessous sont relevées les valeurs numériques de ψ pour $\tau = 22^{\circ} 5$ et différents δ_m , pris du chapitre 7, ainsi que les erreurs correspondantes de distance dD_0 . Il est évident que même un angle τ considérable occasionne des erreurs de distance presque insignifiantes. Il s'ensuit qu'il serait peut-être utile d'employer un petit socle qui rendrait possible la rotation de la mire autour de l'axe voisin de son pied. Même avec une large tolérance quant à l'exécution mécanique et la disposition dans l'espace de cet axe, l'emploi du socle mentionné diminuerait l'erreur provoquée par la non-adhérence du pied au terrain.

15. MÉTHODES À TRAITS DU RÉTICULE

Les expériences ont été faites à l'aide des mêmes points de repère (leur nombre ayant été augmenté de 5 points nouveaux), avec le même théodolite *T 1* et la même mire pour nivellement Wild. Les résultats sont relevés dans la table 2. La colonne 5 contient les erreurs „vraies“ des distances réduites quand la mire était balancée, la colonne 6 celles quand la mire se trouvait dans la position verticale avec emploi de la nivelle, et la colonne 7 les erreurs correspondant aussi à la position verticale mais sans emploi de la nivelle. Dans les deux dernières lignes sont présentés les erreurs moyennes pour la distance de 100 mètres et les erreurs relatives. Il en résulte que la tachéométrie perpendiculaire est plus précise que la tachéométrie ordinaire.

Ce qui distingue la tachéométrie perpendiculaire de la méthode à double image c'est que, pour la première l'opération des mesures exactes est conditionnée par la fixité de l'axe de rotation (balancement) pendant que l'on procède d'une lecture extrême à l'autre. Il faut donc vérifier, dès qu'on a fait la lecture sur le fil supérieur, si la lecture sur le fil inférieur n'a pas changé et le cas échéant refaire la première lecture. Au cours des expériences, sur 34 cas la nécessité de refaire les lectures ne s'est produite qu'une seule fois.

SPIS RZECZY

Strona

CZĘŚĆ I

ZAGADNIENIE ŁATY PIONOWEJ W DALMIERZACH DWUOBRAZOWYCH

Wstęp	3
Rozdział 1. Trudności realizacji	5
a. Refrakcja różnicowa	5
b. Wpływ pochylenia łąty	10
c. Skróty perspektywiczne systemów odczytowych	13
d. Wzory redukcyjne	23
Rozdział 2. Dotychczasowe rozwiązania konstrukcyjne	31
a. System nieredukcyjny Lodis — Kiplodis	31
b. System autoredukcyjny Barot — Wild	31

CZĘŚĆ II

TEORIA NOWEGO DALMIERZA DWUOBRAZOWEGO AUTOREDUKCYJNEGO

Rozdział 3. Zasada	34
Rozdział 4. Skróty perspektywiczne noniuszy	37
Rozdział 5. Statystyczna analiza błędów noniuszy	41

CZĘŚĆ III

TEORIA NOWEGO DALMIERZA DWUOBRAZOWEGO NIEAUTOREDUKCYJNEGO

Rozdział 6. Zasada najmniejszego przesunięcia	53
Rozdział 7. Analiza położenia „minimum”	55
Rozdział 8. Zakres wahan łątą	61

CZĘŚĆ IV

TACHYMETRIA PROSTOPADŁA

Rozdział 9. Zasada różnicy najmniejszych odczytów	63
Rozdział 10. Odległość zredukowana	64
Rozdział 11. Różnica wysokości	68

CZĘŚĆ V

PRACE DOŚWIADCZALNE

Rozdział 12. Przyrządy	69
Rozdział 13. Przygotowanie punktów porównawczych	73
Rozdział 14. Metody dwuobrazowe	75
a. Rektyfikacja przyrządów	75
b. Obserwacje i redukcje	76
c. Błąd skreślenia	77
d. Zalety i wady metody najmniejszego przesunięcia	80
Rozdział 16. Metody nitkowe	83

CZĘŚĆ VI

REASUMPCJA — WNIOSKI

Streszczenie w języku rosyjskim	89
Streszczenie w języku francuskim	104

